INT-1009

RELIMINAR
nstituto Latinoamericano de
lanificación Económica y Social
antiago, abril de 1967

BORRADOR DE NOTAS DE CLASES PARA EL CURSO
"INTRODUCCION AL ANALISIS ECONOMICO"*

ANEXO

* Profesor José Ibarra, Curso Básico de Planificación del Instituto, Santiago.

2. La demanda

a) Demanda individual y colectiva por bienes y servicios determinados y el ingreso personal disponible. Elasticidad ingreso de la demanda.

Estudiamos anteriormente la explicación general de la forma de la curva de demanda individual de un bien cualquiera. Si el ingreso de un individuo A está dado, así como sus justos y preferencias y los precios de todos los demás bienes, la cantidad que ese individuo demandará de un bien cualquiera será una función inversa del precio de ese bien. Dicha función se expresaba en la siguiente forma:

$$q_i = f(p_i) \quad [1]$$

donde q_i representa la cantidad demandada y p_i demanda por el individuo A el precio de ese bien.

A este tipo de función, que expresa la cantidad demandada como dependiente únicamente del precio del mismo bien, la llamamos función de demanda individual propiamente dicha.

Sin embargo, cuando se alteran los supuestos citados, la cantidad demandada puede expresarse como función de más de una variable. Se puede decir, por ejemplo, que ello depende del impreso disponible del individuo A y de los precios de todos los bienes:

$$q_i = F(y_A, p_1, p_2, \ldots, p_n) \quad . [2]$$

Esta relación de dependencia parece bastante razonable. En efecto, si los gustos y preferencias del individuo A se consideran dados comprará más del bien i si es rico, y menos si es pobre, es decir, la cantidad que compre del bien i dependerá de su ingreso disponible (y_A)

La experiencia también indica que la cantidad que demanda de un bien un individuo A cualquiera, depende no sólo del precio de ese bien, sino de los precios de todos los demás bienes. Como es obvio, los precios de los demás bienes influirán en distinta medida sobre la cantidad demandada del bien i. Así por ejemplo es lógico suponer que el precio de la cerveza influya mucho más que el precio de los automóviles sobre la demanda de vino.

Se ve pues que es razonable expresar la demanda individual de un bien cualquiera en la forma en que se lo ha hecho en la ecuación . [2]

/donde P_1 ,

donde P_1 , P_2, ..., P_i representan los precios de los n bienes existentes en la economía.

La ecuación [1], por lo tanto, es una expresión particular de la ecuación general [2]. que resulta de suponer que el ingreso del individuo A y los precios de todos los bienes menos uno permanecen constantes. Ella se puede escribir en la siguiente forma:

$$q_i = y(\bar{Y}_A, \bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, \bar{p}_i \ldots, \bar{p}_n) \qquad [1\text{-}A]$$

La simbología adoptada indica que el ingreso y todos los precios menos el de un bien permanecen constantes.

Es importante comprender que las expresiones [1] y [1-A] son iguales, y que ambas difieren de la expresión [2]

Supóngase que en una economía existen sólo dos bienes, cuyos precios son p_1 y p_2 ; y que se ha determinado, consultando sus gustos y preferencias, que la demanda del individuo A por el bien 1 depende de su ingreso disponible y de los precios de ambos bienes, de acuerdo a la siguiente función:

$$q_1 = V_A - 2p_1 - 5p_2$$

Esta función es del tipo general, como la función [2]. Si se expresan los supuestos de que el ingreso del individuo A es de 60 unidades monetarias por período, y de que el precio del bien 2 es fijo e igual a 4, se obtendrá:

$$q_1 = 60 - 2p_1 - 20$$

$$q_1 = 40 - 2p_1$$

Esta última función es semejante a la [1]. Expresa que la demanda que el individuo A hace del bien 1 depende tan sólo del precio de ese mismo bien. Variando los supuestos, se puede vincular funcionalmente la cantidad demandada de un bien i cualquiera sólo a la variable ingreso. Para ello se admite que los gustos y preferencias del individuo A son conocidos, y que los precios de todos los bienes son dados y fijos, investigándose cómo varía la cantidad demandada del bien i ante variaciones del ingreso disponible del individuo A.

/q_1 =

$$q_i = \bar{o} \; (y_a, \bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots, \bar{p}_n) \qquad [3]$$

La ecuación [3] plantea este tipo de relación. La variable dependiente (q_i) es explicada por una sola varible independiente y_A, pues todas las otras variables relevantes se suponen constantes ($\bar{p}_i$).

Como en el caso anterior, la ecuación [3-A] indica lo mismo que la ecuación [3].

$$q_i - \bar{o} \; (y_A) \qquad [3\text{-}A]$$

El ejemplo precedente puede contribuir meramente a aclarar el asunto. La función general de demanda del individuo A por el bien 1 era:

$$q_1 = y_A - 2p_1 - 5p_2$$

Supóngase, además, que en un momento dado los precios de los dos bienes existentes en la economía son: $p_1 = 2$, $p_2 = 4$.

Puede interesar investigar cómo variará la cantidad demandada del bien 1 si esos precios no se alteran ante variaciones del ingreso del individuo A. La función que relacione estas variables será:

$$q_1 = y_A - 24.$$

La información que ofrecen las ecuaciones del tipo [3] o [3 - A] se presenta en el cuadro N°8, cuyos datos provienen de dar valores arbitrarios a la variable y_A de la ecuación anterior.

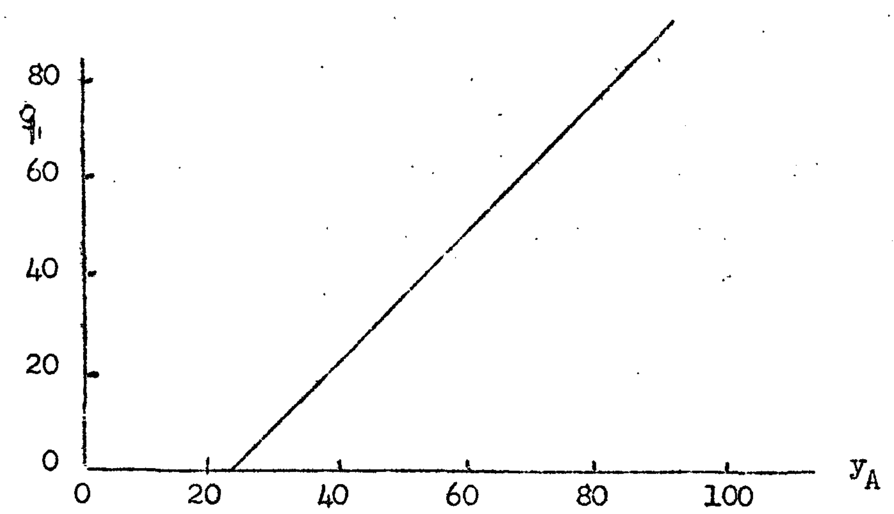
/CUADRO N° 8

CUADRO N° 8.

Ingreso disponible del individuo A	Cantidad que demanda del bien 1.
30	6
40	16
50	26
60	36
70	46
80	56
90	66
100	76

La misma información se presenta en forma gráfica a continuación:

Gráfico N° 24



/El tipo

El tipo de función representado en el gráfico N° 24, que vincula la variable cantidad demandada (q_1) a la variable ingreso disponible (y_A) se denomina <u>función demanda-ingreso</u>.

En nuestro ejemplo dicha función es rectilínea, pero ello no es necesariamente así. Lo que normalmente caracteriza a las funciones demanda-ingreso es su forma creciente de izquierda a derecha, lo que indica que la cantidad demandada aumenta al aumentar el ingreso.

Cuando se trata de una función agregada demanda-ingreso, hay razones adicionales para esperar ese comportamiento funcional, pues ella es compuesta por la suma, en sentido horizontal de las funciones individuales.

Similarmente a lo que verificamos para las funciones demanda propiamente dichas (demanda-precio) el Gráfico N° 24 también puede representar una función agregada demanda-ingreso. Para ello basta suponer que se ha cambiado la escala en el eje horizontal. Por ejemplo, para un ingreso $y_A = 30$, el individuo A demandará 6 unidades del bien 1, que equivalen al segmento OG. Si se supone que diez individuos tienen funciones demanda-ingreso exactamente iguales, y que cada uno de ellos dispone de un ingreso por período de g = 30, demandarán, en conjunto, 60 unidades, que también pueden ser representadas por el segmento OG, si se divide por 10 la escala del eje horizontal.

Se ve pues que la lógica en que se base una función agregada demanda-ingreso es exactamente la misma que fundamenta cada función individual.

Se observará, sin embargo, que una función agregada demanda-ingreso como la del ejemplo anterior, que nos informe cuál es la cantidad demandada cuando el ingreso de todos y cada uno de los individuos cuyas funciones personales componen el agregado es de determinada magnitud, no presenta utilidad práctica.

Una función más útil, que puede servir de base analítica para examinar situaciones concretas, es la que vincula el ingreso disponible medio (por persona), a la cantidad demandada.

Pero el gráfico N° 24 puede aún servir para representar este tipo de función agregada. Se dirá, por ejemplo, que cuando el ingreso disponible medio de determinado grupo social es de \$ 30 ($=y_1$), a ciertos precios

/dados de

dados de todos los bienes este grupo demandará de OG unidades del bien de que se trata y que cuando el ingreso promedio sea de \$ 34, (= y_2) demandará OH unidades.

Es obvio que para que se pueda considerar la cantidad demandada como función de un ingreso promedio es necesario suponer dada la distribución del mismo: v.g., el nivel de ingreso medio y_2 proviene de aumentar en la misma proporción los ingresos personales de todos los componentes del grupo cuyo ingreso medio anterior era y_1.

Podemos entonces resumir cuáles son los supuestos que se hacen para establecer una función demanda-ingreso, es decir, una función que vincula la cantidad demandada al ingreso medio de un grupo de consumidores o de todos los consumidores de la economía. Se supone que los gustos y preferencias están dados, que los precios de todos los bienes están dados, y que la distribución del ingreso está dada.

Conviene estudiar cómo se puede caracterizar a las funciones agregadas demanda-ingreso, para lograr definir con brevedad y precisión cómo responde la cantidad demandada de un bien cualquiera ante variaciones del ingreso disponible.

Esta caracterización podría hacerse por medio de la inclinación de la función. En el ejemplo anterior, cuyos datos fueron agrupados en el cuadro N°8, la inclinación de la función podría encontrarse por la razón:

$$\frac{\text{cambio en la cantidad}}{\text{cambio en el ingreso}} = \frac{10}{10}$$

cuando el ingreso varía de \$ 30 a \$ 40.

La inconveniencia de este procedimiento se hace obvia si se considera que el ingreso podría medirse en centésimos, en vez de pesos. En tal caso la misma relación sería:

$$\frac{\text{cambio en la cantidad}}{\text{cambio en el ingreso}} = \frac{10}{10}$$

Para evitar esta dependencia de la escala, se usa el concepto de elasticidad ingreso de la demanda, que se define como sigue:

$$E_y = \frac{\text{variación porcentual en la cantidad demandada}}{\text{variación porcentual en el ingreso}}$$

/O en

O, en forma más explícita:

$$\mathcal{E}_y = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta y}{y}} = \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q}$$

en que: $\Delta q - q_1 - q_0$; $\Delta y - y_i - y_0$, -

Con este concepto se obtiene una medida independiente de las unidades que se empleen. Si el ingreso se expresa en centésimos, en vez de pesos, tantos "A_y" como "y" se verán multiplicados por 100, sin alteración en el resultado, que es un número abstracto.

Si expresamos con el sub-índice cero la cantidad e ingreso iniciales y en el índice uno la cantidad e ingreso finales, la elasticidad ingreso de la demanda puede calcularse por dos fórmulas alternativas:

$$\mathcal{E}_y = \frac{\Delta q}{A_y} \cdot \frac{y_0}{q_0}$$

o bien:

$$\mathcal{E}_y = \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y_1}{q_1}$$

la elección de cualquiera de estas fórmulas es arbitraria, pudiéndose aún escoger una tercera, que considere el promedio de las magnitudes iniciales y finales:

$$\mathcal{E}_y = \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{(y_0 + y_1)/2}{(q_0 + q_1)/2} = \frac{q1 - q0}{y1 - y0} \cdot \frac{y1 - yo}{q_1 + q_0}$$

Cualquiera sea la fórmula que se use, el hecho de que la elasticidad sea un número abstracto (sin dimensiones), permite comparar la reacción que se verifica en la cantidad comprada de diversos bienes, ante variaciones del ingreso.[1/]

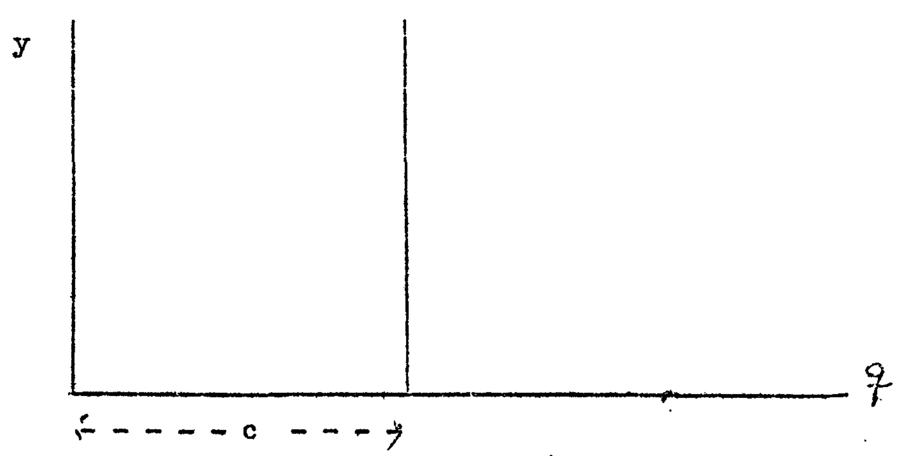
1/ En rigor, el cálculo de la elasticidad en un punto exige la adopción del supuesto de que los incrementos sean infinitesimales. Si la función es 9 - f (y) , la elasticidad se tiene como $\mathcal{E}_y = \frac{dq}{dy} \cdot \frac{y}{q}$

/Se dirá

Se dirá que la demanda de un bien cualquiera es <u>inelástica al ingreso</u> cuando el coeficiente $\mathcal{E}_y$ sea menor que la unidad, o en otras palabras, cuando las compras del bien varíen proporcionalmente menos que la variación del ingreso; y que es <u>elástica al ingreso</u> cuando el coeficiente $\mathcal{E}_y$ sea mayor que la unidad, o sea, cuando las compras del bien varíen proporcionalmente más que la variación del ingreso.

En general, el valor del coeficiente $\mathcal{E}_y$ varía para cada punto de la función demanda-ingreso de manera que puede darse una función que sea inelástica en determinados tramos y elástica en otras. Sin embargo, es conveniente distinguir algunas funciones tipo, capaces de caracterizar - de un punto de vista estrictamente analítico y conceptual - ciertos casos límites.

GRAFICO N° 25



La del gráfico N° 25, por ejemplo, es una función demanda-ingreso rectilínea y paralela al eje vertical, del tipo

$$q_i = c$$

donde c es una constante cualquiera.

Su forma indica que la cantidad demandada no varía ante variaciones del ingreso, de lo que se deriva que $\mathcal{E}_y = 0$ para cualquier nivel de ingreso. En efecto, si se piensa en la fórmula

$$\mathcal{E}_y = \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q}$$

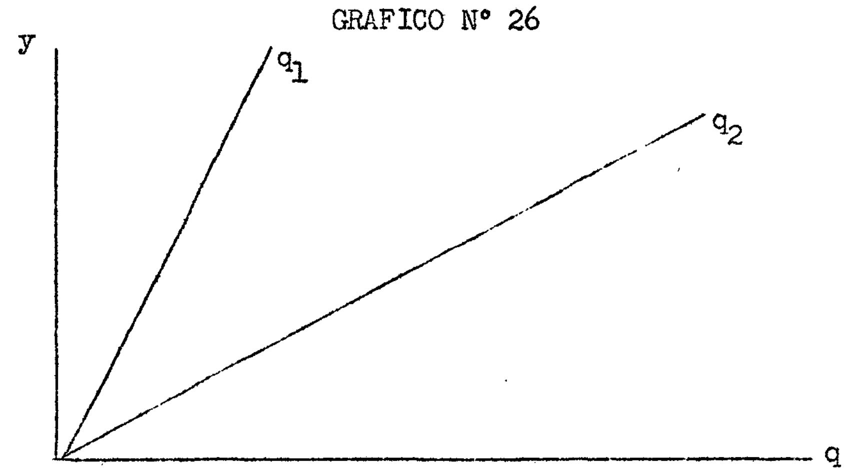
/se concluye

se concluye fácilmente que la elasticidad será siempre cero, puesto que q será siempre igual a cero.

En este caso, se dice que la función demanda-ingreso es totalmente inelástica.

Otro caso tipo importante es el de la elasticidad-ingreso unitaria

GRAFICO Nº 26



Si la función demanda-ingreso es una recta y pasa por el origen, ella tendrá elasticidad ingreso unitaria en todos sus puntos, independientemente del coeficiente de inclinación de la recta. Así sucede por ejemplo, con las funciones q_1 y q_2 del gráfico 26 cuyas ecuaciones son, respectivamente: $q_1 = 0,4$; $q_2 = 2\,y$. 1/

Cuando se tiene que $0 \leqslant \mathcal{E}_y < 1$ se dirá que la demanda es inelástica al ingreso; cuando $\mathcal{E}_y = 1$ se dirá que la elasticidad es unitaria; cuando $\mathcal{E}_y > 1$ se dirá que la demanda es elástica al ingreso.

1/ El alumno puede comprobar por sí mismo esta afirmación, investigando el valor que toma y en distintospuntos de ambas funciones

/Debemos insistir

Debemos insistir en que, a través de los gráficos nos. 25 y 26 hemos caracterizado ciertas funciones típicas, cuya elasticidad es la misma para todos los puntos. Sin embargo, una misma función puede presentar elasticidades distintas en sus distintos puntos, con tramos en que ésta es mayor que uno, tramos en que es menor que uno, y aún tramos en que es igual a cero.

b) Demanda individual y colectiva por bienes y servicios determinados y los precios. Productos independientes, complementarios y sustitutivos. Elasticidades precio propias y cruzadas de la demanda.

Ya hemos caracterizado la función general e individual de demanda de un bien cualquiera, a través de la ecuación:

$$q_i = F(y_A, p_1, p_2, \ldots, p_n) \quad [2]$$

donde y_A representaba el ingreso disponible del individuo A, y $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ los precios de los n bienes de consumo existentes en la economía.

También vimos que si se consideran dados e invariables los precios de todos los bienes, menos el del bien de que se trata, así como el ingreso del individuo A, obteníamos una función de demanda individual de la forma:

$$q_1 = f(\bar{y}_A, \bar{p}_1, \bar{p}_2, \ldots p_i \ldots, \bar{p}_n) \quad [1\text{-}A]$$

o de la forma alternativa.

$$q_i = f(p_i) \qquad [1]$$

Dicha función, que expresa la cantidad demandada como dependiente únicamente del precio del mismo bien, se ha denominado <u>función de demanda individual propiamente dicha</u>.

En (IV,A), habíamos examinado cuál es el comportamiento que se puede esperar de los individuos, concluyendo que éstos, actuando racionalmente, demandarán más de un bien cuando su precio baja, y menos cuando éste se eleva. Los efectos ingreso y sustitución justificaban la forma "normal" de las funciones individuales demanda-precio, que, por lo tanto, declinan de izquierda a derecha, indicando que la cantidad demandada es una función inversa del precio.

/Las funciones

Las funciones agregadas demanda-precio se trataban exactamente en la misma lógica, fundamentándose en los mismos supuestos; y se obtenían sumando en sentido horizontal las funciones individuales.

Paralelamente a lo que se hizo para las funciones demanda-ingreso, es conveniente tratar de caracterizar a las funciones agregadas demanda-precio, de tal manera que se pueda definir con brevedad y precisión cómo reacciona la cantidad demandada de un bien cualquiera ante variaciones de su precio.

Se usa para ello el concepto de elasticidad precio, que se define como sigue:

$$\mathcal{E}_p = \frac{\text{variación porcentual en la cantidad demandada}}{\text{variación porcentual en el precio de bien}};$$

o por medio de cualquiera de las siguientes fórmulas que, como se observa, son en todo similares a las que definimos al estudiar la elasticidad-ingreso, mereciendo el mismo tipo de comentarios:

$$\mathcal{E}_p = \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p_o}{q_o}$$

$$\mathcal{E}_p = \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p_1}{q_1}$$

$$\mathcal{E}_p = \frac{(q_1 - q_o)}{(p_1 - p_o)} \cdot \frac{(p_o + p_1)}{(q_o + q_1)}$$

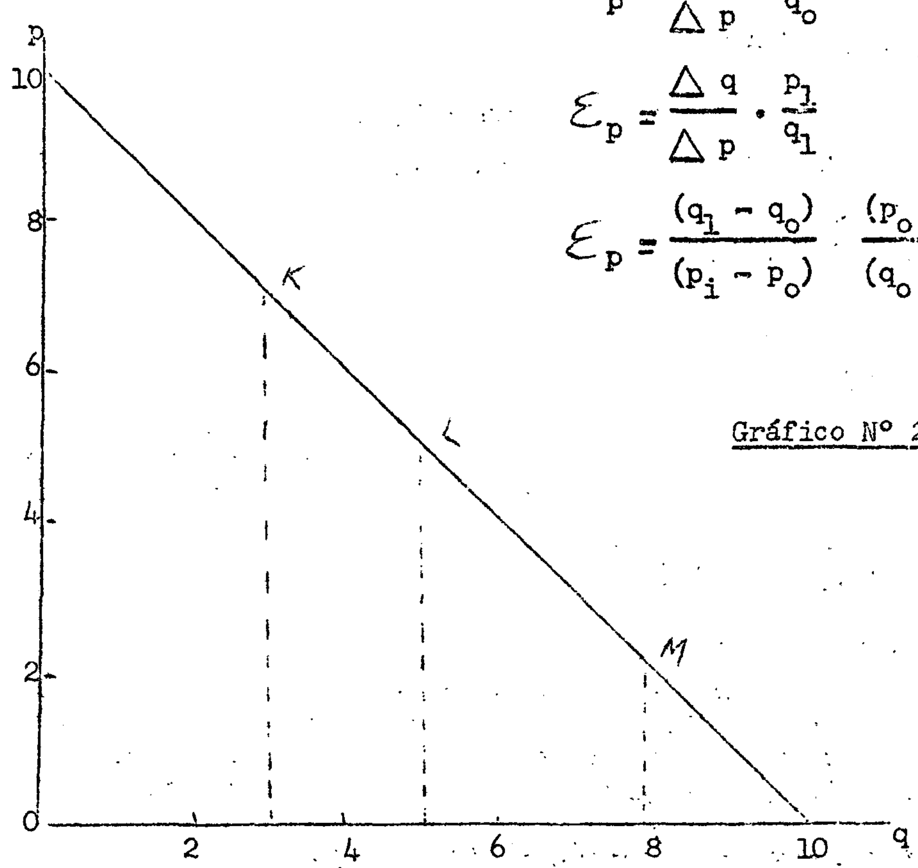


Gráfico N° 27

/Para el

Para el estudio de algunos valores críticos de la elasticidad-precio, conviene partir de un ejemplo concreto. Supóngase conocida la función lineal demanda-precio representada en el gráfico N° 27,1/ calculando primero la elasticidad en el punto que dividía al segmento de recta comprendido entre los dos ejes. Dicho punto (L) puede ser hallado fácilmente, por la proyección vertical del punto medio (5) del segmento determinado por la recta de demanda en el eje horizontal; sus coordenadas son $p = 5$; $q = 5$.

Para calcular la elasticidad en el citado punto L, considérese qué sucede cuando el precio baja de 5 a 4: la cantidad demandada aumenta de 5 a 6. Aplicando la fórmula de la elasticidad, se obtiene:

$$\mathcal{E}_p = \frac{\frac{\Delta q}{q_o}}{\frac{\Delta p}{p_o}} = \frac{\Delta q}{\Delta p_o} \cdot \frac{p_o}{q_o}$$

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{-1} \cdot \frac{5}{5} = -1$$

Analicemos ahora la elasticidad en el punto K, de coordenadas $p = 7$; $q = 3$. Considerando una baja del precio de 7 a 6, se obtiene:

$$\mathcal{E}_p = \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p_o}{q_o}$$

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{-1} \cdot \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}$$

Finalmente, examinemos la elasticidad en el punto M (8,2), considerando pagando para ello una baja del precio de 2 a 1:

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{-1} \cdot \frac{2}{8} = -\frac{2}{8} \quad 2/$$

1/ Su ecuación es: $p = 10 - q$

2/ La elasticidad en los puntos K, L y M podría calcularse con el uso de derivadas. La derivada de la función demanda es -1. La multiplicación de este valor, en cada caso, por el cociente entre precio y cantidad, daría inmediatamente como resultado la elasticidad en el punto que se examina:

$$-1 \cdot \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}; \; -1 \cdot \frac{5}{5} = -1; \; -1 \cdot \frac{2}{8} = -\frac{2}{8}.$$

/De la

De la observación de nuestro ejemplo, se puede inducir qué valores toma la elasticidad en los diversos puntos de la función demanda-precio, cuando ésta es una recta.

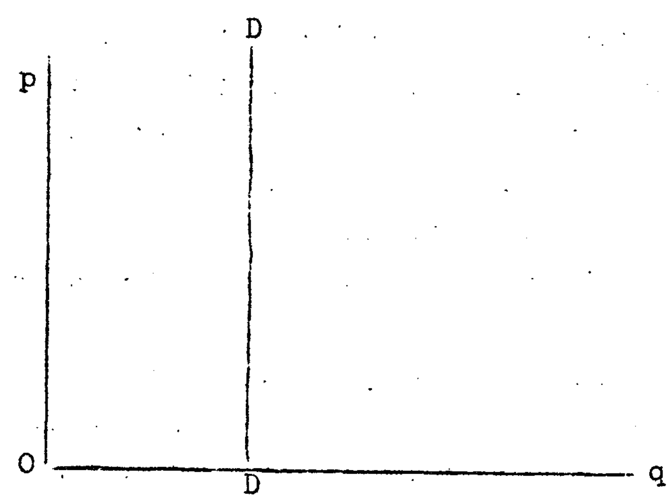
En el punto medio del segmento de recta comprendido entre los dos ejes, la elasticidad-precio tiene siempre el valor -1.

En cualquier punto superior a este punto medio (en cualquier punto de ordenada más alta), la elasticidad, en valor absoluto, es mayor que uno; y en cualquier punto inferior, la elasticidad es menor que cero (en valor absoluto).

Esta característica de las funciones rectilíneas de demanda nos es útil para definir los valores críticos de la elasticidad.

Se dice que una función demanda-precio es elástica en el tramo en que E_p, en valor absoluto, es mayor que la unidad, como el tramo comprendido entre L y el eje vertical en nuestro ejemplo. E_p, en el tramo elástico de una función demanda, podrá tomar valores entre -1 y $-\infty$.

Contrariamente, se dice que una función demanda-precio es inelástica en el tramo en que E_p, en valor absoluto, es menor que la unidad (entre L y el eje horizontal en nuestro ejemplo). En tal tramo, E_p podrá tomar valores comprendidos entre -1 y cero.

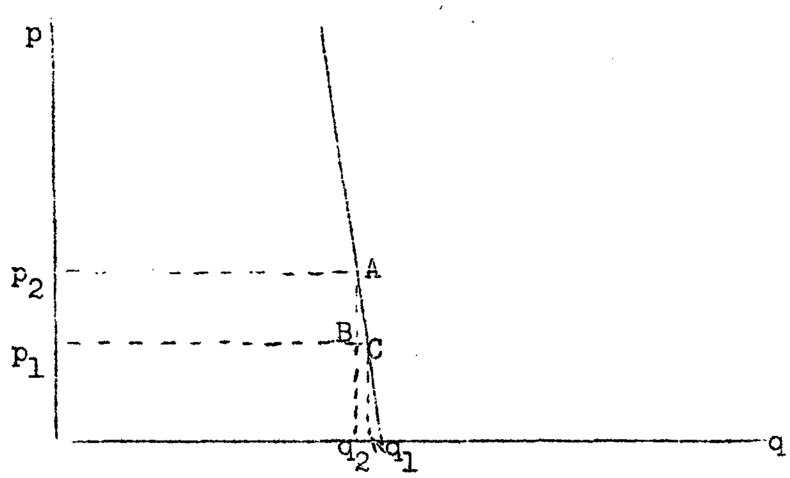


/Se puede

Se puede comprender que la elasticidad, en una función demanda-precio como la del gráfico N° 28, que es una recta vertical, sea cero en todos sus puntos: la cantidad demandada no se altera ($\Delta q = 0$), ante cualquier variación de precio.

Una función demanda-precio que se aproxime a la anterior, en el sentido de que es muy inclinada, se dirá inelástica. En efecto, si la función demanda es del tipo de la que se representa en el gráfico N° 29,

Gráfico N° 29



el punto medio de segmento de recta determinado por los dos ejes se hallará muy hacia la izquierda y hacia arriba; los puntos que forman el rango relevante de valores de p se encontrarán abajo de dicho punto medio, de manera que la elasticidad en ellos tomará valores entre 0 y -1.

La inelasticidad de una función demanda puede también verse por los efectos de una variación del precio sobre el gasto total en el bien de que se trata.

En el gráfico N° 29, por ejemplo, cuando el precio es p_1 la cantidad demandada es q_1, y el gasto total en el bien se representa por medio del área del rectángulo $Op_1\ cq_1$ pues esto se obtiene multiplicando el precio por la cantidad ($\overline{Op_1} \times \overline{Oq_1}$).

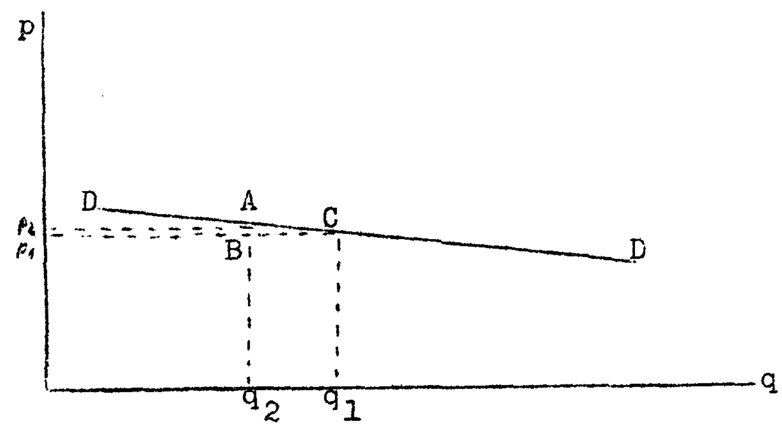
Si el precio se eleva a p_2, el gasto total en el bien podrá representarse por el área del rectángulo $Op_2\ Aq_2$. La diferencia entre los gastos totales que se realizan a los dos niveles de precio estará dada por la

/diferencia entre

diferencia entre las áreas de los rectángulos p_1 p_2 AB y q_2 BC q_1, pues el rectángulo O_p Bq_2 es parte de los dos rectángulos representativos del gasto total.

Como el área del rectángulo p_1 p_2 AB es obviamente mayor que la del rectángulo q_2 BC q_1, se concluye que, cuando la función demanda es inelástica, el gasto total aumenta a consecuencia de un aumento del precio; e inversamente, que el gasto total disminuye en consecuencia de una reducción del precio.

Gráfico Nº 30

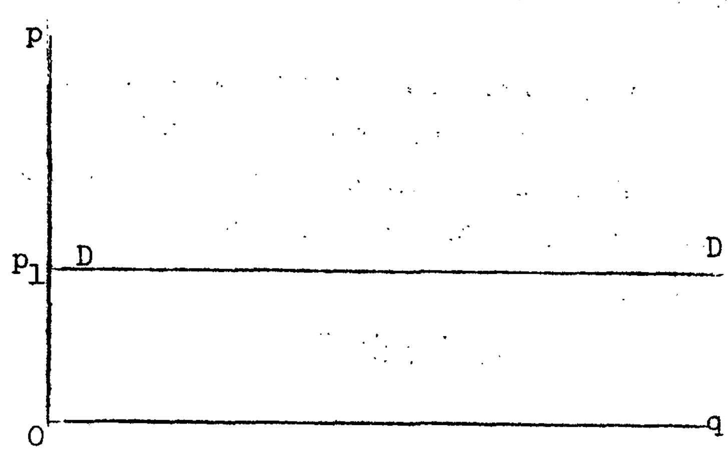


Se dirá que una función demanda-precio muy poco inclinada como la del gráfico Nº 30 es elástica. En efecto, en tal función el punto medio del segmento de recta determinada por los dos ejes se hallará muy hacia abajo y hacia la derecha, de manera que los puntos que forman el rango relevante de valores de p se encontrarán arriba de dicho punto medio. En consecuencia, en ellos la elasticidad-precio tomará valores entre $-\infty$ y -1.

La comparación de las áreas de los rectángulos P_1 P_2 AB y q_2 BCq_1 (gráfico Nº 30) permite concluir fácilmente, por un razonamiento análogo al que hicimos anteriormente, cómo reacciona el gasto total ante variaciones de precio, cuando estas variaciones se dan en el tramo elástico de una función demanda: si el precio baja el gasto total aumenta, si el precio se eleva, el gasto total disminuye.

/Gráfico Nº 31

Gráfico Nº 31

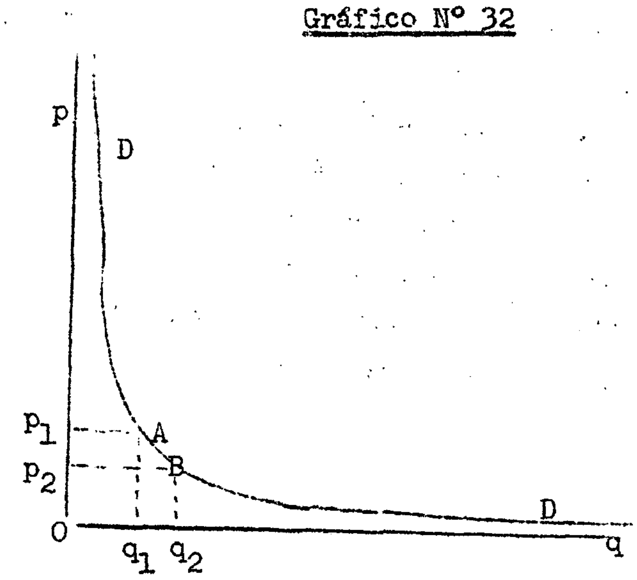


El gráfico Nº 31 presenta una función demanda-precio que es una recta paralela al eje horizontal, indicativa del caso límite de una función perfectamente elástica, o de elasticidad igual a – en todos sus puntos.

Como se verá oportunamente, este tipo de función es relevante para representar la demanda tal como la ve una empresa que produce una pequeña parte de la cantidad total del bien transado en el mercado: para ella el precio ($\overline{op_1}$) es un dato, podrá vender cantidades crecientes sin que éste se altere.

Además de las funciones presentadas en los gráficos Nº 28 y Nº 31, se pueden concebir otras que también presentan la misma elasticidad en todos sus puntos. Un ejemplo de ello es la función demanda del gráfico Nº 32.

Gráfico Nº 32



/Dicha función

Dicha función es de la forma $p \cdot q = K$ (hipérbola equilátera), donde p es el precio, q la cantidad demandada, y K una constante cualquiera. El hecho de que la multiplicación de cualquier valor de p por la cantidad correspondiente de siempre como resultado el valor K, indica que el gasto total no se altera, cualquiera sea la variación en el precio. O, visto geométricamente, que todos los rectángulos subtendidos por la curva (como $O\,p_1\,Aq_1$ y $Op_2\,Bq_2$) tienen áreas iguales.

Por comparación con los dos casos presentados anteriormente, en que el gasto total aumentaba o disminuía ante una variación del precio, dependiendo de la elasticidad o inelasticidad de la función, es fácil concluir que en este caso, en que el gasto total no se altera, la curva no será elástica ni inelástica, sino de elasticidad unitaria (-1) en todas sus puntos.1/

Es conveniente resumir dichos casos en un cuadro, donde se pueda considerar simultáneamente las relaciones que existen entre el valor de la elasticidad en una función demanda, o en un tramo cualquiera de la misma, y las variaciones en el gasto total que se derivan de aumentos o reducciones de precio:

Ante:	Demanda inelástica $-1 \leq \mathcal{E}_p \leq 0$	Demanda de elasticidad unitaria $\mathcal{E}_p = -1$	Demanda elástica $-\infty \leq \mathcal{E}_p < -1$
Un aumento del precio	El gasto (ingreso) total aumento	El gasto (ingreso) total no cambia	El gasto (ingreso) total disminuye
Una reducción del precio	El gasto (ingreso) total disminuye	El gasto (ingreso) total no cambia	El gasto (ingreso) total aumenta

---

1/ La prueba matemática es como sigue: $p \cdot q = K.\quad q = \frac{K}{p}$

$$\frac{\partial q}{\partial p} = -\frac{K}{p^2}\,;\quad E_p = \frac{\partial q}{\partial p}\cdot\frac{p}{q}\;\therefore\; E_p = -\frac{K}{p^2}\cdot\frac{p}{q} = -\frac{K}{p^2}\cdot\frac{p}{\frac{K}{p}} = -\frac{K}{p^2}\cdot\frac{p^2}{K} = -1.$$

/Hemos examinado

Hemos examinado hasta el momento las funciones demanda-ingreso y demanda-precio, y con algún detenimiento, la manera de caracterizarlas, a través de los conceptos de elasticidad-ingreso ($\mathcal{E}_y$) y de elasticidad-precio ($\mathcal{E}_p$). Pero en una función genérica de demanda del tipo:

$$q_i = f(y, p_1, p_2, \ldots, p_i, \ldots, p_n)$$

en vez del precio del mismo bien o el ingreso como única variable independiente explicativa de la cantidad demandada, se puede elegir el precio de otro bien cualquiera.

La ecuación genérica de demanda tomará la forma:

$$q_i = f(\bar{y}, \bar{p}_1, \ldots, \bar{p}_i, \ldots, p_j, \ldots, \bar{p}_n) \qquad [4]$$

cuya simbología indica que para explicar el precio del bien i se considera constante el ingreso y los precios de todos los bienes, excepto el precio del bien j.

La función [4] también se puede expresar como sigue:

$$q_i = f\,(p_j) \qquad [4\text{-}A]$$

ecuación que es equivalente a la anterior.

Si ella se refiere a un individuo A cualquiera, estaría indicando cómo varían las compras que dicho individuo hace del bien i, cuando varía el precio del bien j, y bajo el supuesto de que sus gustos y preferencias son dados e invariables, y de que su ingreso y todos los demás precios permanecen fijos.

En tal caso, bien pudiera suceder que al variar el precio del bien j, el individuo A no alterase sus compras del bien i. Podría bajar el precio de los automóviles, por ejemplo, induciendo al individuo A a comprar de este bien (bien j) y a reducir sus compras de otra serie de bienes sin que por ello alterase la cantidad comprada de tal (bien i). Se dice entonces que los bienes "i" y "j" son independientes entre sí.

Igualmente, la expresión [4-A] podría estar indicando la relación que existe entre cantidad demandada y precio de dos bienes independientes, de forma agregada, para un grupo de individuos o para toda la comunidad.

/Dos bienes

Dos bienes podrán ser complementarios o sustitutivos entre sí, en vez de independientes. Son complementarios los bienes de uso conjunto, como las lapiceras y la tinta, los automóviles y los neumáticos, etc., y sustitutivos los bienes que se pueden reemplazar mutuamente en el uso, como dos tipos distintos de alimentos, etc.

Muchas veces interesará establecer funciones estadísticas o empíricas del tipo de la función [4-A], para investigar cómo se comporta la demanda de un bien ante variaciones en el precio de otro bien, que le sea complementario o sustitutivo. Dichas funciones podrán caracterizarse por lo que se denomina elasticidad (precio) cruzada de la demanda.

$$\mathcal{E}_{p_c} = \frac{\dfrac{\Delta q_i}{\Delta q_i}}{\dfrac{\Delta p_j}{p_j}} \quad \frac{\Delta q_i}{\Delta p_j} \cdot \frac{p_j}{q_i}$$

Como se puede ver por la fórmula, la elasticidad cruzada de la demanda se obtiene dividiendo la variación proporcional de la cantidad comprada del bien i, entre la variación proporcional del precio del bien j.

En general, si dos bienes son sustitutivos, la baja del precio de uno de ellos redundará en menores compras del otro, pues los individuos desearán comprar más del bien sustitutivo cuyo precio ha bajado (bien j), en detrimento de las compras del otro bien (bien i).

La elasticidad, por lo tanto, resultará normalmente de signo positivo.

En cambio, si dos bienes son complementarios, la baja del precio de uno de ellos resultará en mayores compras de ese bien (bien j), así como en mayores compras del otro bien (bien i) que se requiere para usar en conjunto. Así, pues, la elasticidad cruzada entre ambos resultará normalmente de signo negativo.