celade

Distribución interna

Albino Bocaz

COMPONENTES PRINCIPALES DE UNA TABLA DE MORTALIDAD
Primera Parte

Serie A, n° 73.
JUNIO 1967

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA

Sede: José M. Infante, 9. Casilla 91
Teléfono, 495071. Santiago, (Chile)

Subsede: Facultad de Ciencias Económicas y Sociales,
Ciudad Universitaria Rodrigo Facio.
Casilla, 5249. San José (Costa Rica)

I N D I C E

Página

Página

Tablas

Gráficos

1. Introducción

Se considerarán los resultados más salientes del estudio realizado por S. Lederman y J. Breas y publicados bajo el título de "Les dimensions de la mortalité" en el Nº 4 de la revista Population del año 1959.

Se revisarán las hipótesis usadas para determinar las 3 componentes principales indicadas en el artículo y la manera cómo esos resultados pueden usarse en problemas como ser:

- estudio de la evolución de la mortalidad, en el tiempo
- construcción de tablas de mortalidad, para años futuros
- construcción de tablas de mortalidad, para países con datos estadísticos insuficientes.

2. Coordenadas de una tabla de mortalidad

Consideraremos únicamente tablas abreviadas, para las cuales se conocen las probabilidades de muerte, por sexo separado (hombres y mujeres) en las edades: 0-1; 1-4; 5-9; 10-14 ... 75-79; 80-84, junto con las esperanzas de vida al nacer. Al considerar los sexos en forma separada, ello conduce a 38 índices, los que pueden tomarse como coordenadas para ubicar en un espacio de dimensión 38, las tablas de mortalidad de diversos países en épocas diferentes.

De esa manera es posible ubicar (k) puntos en ese espacio, si se dispone de (k) tablas de mortalidad para (k) países. Para el caso del estudio de Lederman-Breas se dispuso de 157 tablas, que corresponden al mismo juego usado por la Subdivisión de Población de las Naciones Unidas, para construir las tablas modelo. Corresponden a tablas de mortalidad de diversos países del mundo desde el año 1900 hasta el año 1950.

Nota: También puede disponerse de un número mayor de tablas, como serían las 320 tablas de mortalidad usadas por Coale-Demeny para crear sus 4 modelos regionales de tablas de mortalidad.

3. Cambio de la base original

Desde el punto de vista puramente geométrico, interesa cambiar el sistema coordenado original por un nuevo sistema de ejes ortogonales entre sí, de modo que la longitud del vector que ubica cada tabla en espacio tridimensional (o talvez de dimensión 5), sea prácticamente igual a la longitud del vector que ubica precisamente la tabla en el espacio de dimensión 38.

Los ejes que cumplen esta condición reciben el nombre de "ejes principales" y como luego se verá, corresponden a los vectores característicos dominantes de la matriz de correlación de los 38 índices considerados.

Esta reducción de la dimensión del espacio 38 a un espacio tridimensional o, a lo sumo, un espacio de dimensión 5, permite determinar cuáles son los factores fundamentales que resumen una tabla de mortalidad para un país determinado en un tiempo también determinado. Además, como luego se verá, estas componentes principales son aquellas que explican la mayor parte de la variabilidad observada en los 38 índices.

4. Distribución normal de dimensión 38

Cada uno de los 38 valores que especifican las condiciones de la mortalidad de un país en un momento determinado, puede considerarse un conjunto de "variables aleatorias".

De estas 38 variables aleatorias se conocen (k) juegos muestrales, dependiendo el tamaño de la muestra del número de países considerados en el análisis. Para el caso del estudio de Lederman-Breas, este número es 157.

Mediante la información de esta muestra de tamaño 157 es posible determinar para cada variable aleatoria su media y su desviación típica, de acuerdo a las reglas de la Estadística. Además es posible determinar la covariancia entre pares de variables aleatorias y llegar de esa manera al cálculo de los coeficientes de correlación, los que son en total c_2^{157}.

Al considerar dos variables aleatorias cualesquiera, como por ejemplo la mortalidad infantil masculina y la mortalidad del grupo 80-84 para mujeres, es posible dibujar un diagrama de dispersión para ver la correlación que mantienen entre sí estas dos variables.

Al hacer el gráfico se podrá notar que la variación de una variable con respecto a la otra, está lejos de ser "rectilínea" o sea que la distribución conjunta de esas variables aleatorias no es normal bi-dimensional. También es posible percatarse de tal situación al estudiar la normalidad de la distribución de los marginales, en la tabla de doble entrada, que permitió trazar en forma simplificada el diagrama de dispersión.

Esto nos lleva a la necesidad de normalizar la distribución conjunta de las 38 variables aleatorias y llegar de esa manera a una distribución normal de dimensión 38.

La ventaja de esta normalización de las variables es que las distribuciones marginales son normales y que la regresión de una variable con respecto a las otras o de funciones lineales de esas variables, es también una regresión rectilínea.

5. Normalización de las variables

De acuerdo a lo expuesto anteriormente, es necesario normalizar mediante alguna función de transformación las 38 variables. Una de las transformadas más corrientemente usadas es la transformación logarítmica, la que por tal razón ha sido usada por Lederman y Breas.

De ese modo, se tiene que las variables

$$z_i = \frac{\log q_i - \bar{x}_i}{\sigma_i} \qquad (1)$$

siendo $\bar{x}_i$ la media de los logaritmos y σ_i la desviación típica correspondiente, se distribuyen aproximadamente como una "distribución normal tipo".

Consideremos las 38 variables en el orden siguiente:

Hombres: $z_1, z_2 \ldots\ldots z_{19}$ Mujeres: $z_{20}, z_{21} \ldots\ldots z_{38}$

correspondiendo a los valores tipificados de las variables: $\log(100-e_o)$, $\log q_{0-1}$, $\log q_{1-4}$, $\log q_{5-9}$, $\log q_{10-14} \ldots\ldots \log q_{80-84}$, empezando con el sexo masculino (hombres) y siguiendo después con el sexo femenino (mujeres).

Ya que las 38 variables son variables aleatorias tipificadas, sus valores esperados son nulos y sus variancias iguales a la unidad. Como se trata de 38 variables, la variancia total incluida por ellas es 38.

Podemos introducir un vector columna aleatorio "z" cuyos 38 elementos sean estas 38 variables aleatorias, o sea

$$z' = (z_1, z_2, \ldots , z_{38})'$$

Este vector aleatorio tendrá un vector esperado igual a

$$Ez$$

un nuevo vector de 38 elementos, siendo cada uno de esos elementos el valor esperado de cada variable aleatoria, o sea Ez_i. Ya que estos valores esperados (medias) son nulos se tiene un vector de elementos nulos, o sea, el "vector nulo". En símbolos

$$E\, z = 0 \qquad (2)$$

La matriz de variancia-covariancia de este vector aleatorio "z" está dada (por definición) por la relación

$$V = E\, z\, z' \qquad (3)$$

siendo V una matriz simétrica cuyos elementos de la diagonal principal son iguales a 1 y cuyos elementos (ij) son iguales a (r_{ij}), o sea, al coeficiente de correlación rectilínea entre las variables z_i y z_j. Por esta razón, para el caso de variables aleatorias tipificadas, la matriz de variancias-covariancias se confunde con la matriz (R) de correlación de elementos r_{ij}. Podemos escribir entonces

$$R = E\, z\, z' = (r_{ij}) \qquad (4)$$

Bajo el supuesto que la transformación logarítmica ha normalizado las distribuciones marginales, la distribución conjunta de las 38 variables es una normal 38-dimensional, y cualquier función lineal de esas variables también se distribuirá normalmente.

Introduzcamos una nueva variable v_i, función lineal de las variables "z_i", o sea,

$$v_i = \sum_{1}^{38} c_i\, z_i \qquad (5)$$

la variancia de esta función lineal es igual a

$$\mathrm{Var}(v_i) = \sum_{1}^{38} c_i^2 + 2 \sum_{i \neq j} c_i \, c_j \, v_{ij} \quad (6)$$

por tratarse de variables aleatorias tipificadas.

Esta expresión cuadrática puede escribirse en la forma

$$\mathrm{Var}(v_i)=c_i^{J} \, R \, c_i \quad (7)$$

siendo c_i el vector columna de elementos c_{ij} ($j = 1, 2, 3, \ldots 38$).

Podemos determinar los coeficientes c_{ij} que hagan máxima la variancia de la variable aleatoria "v_i" dada por la relación (7), agregando la restricción que los elementos de ese vector "c_i" dé una suma de cuadrados igual a la unidad o lo que es lo mismo, que su longitud sea unitaria. En símbolos

$$c_i' \cdot c_i = 1 \quad (8)$$

Bajo esta restricción, se está frente a un "mínimo condicionado", que se resuelve cómodamente con el uso de los multiplicadores de Lagrange, o sea hacer máxima la función (escalar)

$$Q = c_i' \, R \, c_i - 2\lambda_i (c_i' c_i - 1) \quad (9)$$

expresión que derivada con respecto al vector "c_i" y hecha nula, nos da la relación

$$R \, c_i = \lambda_i \, c_i \quad (10)$$

lo que nos indica que el vector "c_i" es <u>vector característico de la matriz R de correlación</u>. Como la matriz R es de rango 38 será posible encontrar 38 vectores característicos. La cantidad λ_i recibe el nombre de raíz característica y veamos qué significado tiene en el problema.

Si premultiplicamos por c_i' la relación (10) se tiene

$$c_i' \, R \, c_i = \lambda_i \, c_i' \, c_i = \lambda_i \quad (11)$$

o sea que el valor máximo de la variancia de la variable "v_i" es precisamente la raíz característica λ_i. En otros términos, la nueva variable v_i, función lineal de las variables z_i explica del total de variación de las z_i (38), la cantidad de

$$\lambda_i/38 \quad (12)$$

Al considerar las 3 primeras raíces características de la matriz R se habrá explicado la cantidad

$$(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)/38 \qquad (13)$$

de la variancia total.

Usando los valores de correlación indicados en la tabla 2, Lederman y Breas han llegado a las siguientes raíces características dominantes

$$\lambda_1 = 30.9829 \qquad \lambda_2 = 2.8087 \qquad \lambda_3 = 1.4150$$

o sea que la consideración de las 3 primeras componentes explica el

$$(30.9829 + 2.8087 + 1.4150)/38 = \underline{92.6}\ \% \qquad (14)$$

de la variación total.

Con el conocimiento de las raíces características es posible determinar los vectores característicos correspondientes. El proceso puede programarse para el equipo electrónico, de modo que es posible determinar la raíz dominante y su vector característico correspondiente (primera columna de la matriz C, tabla 3); luego reducir en un grado el rango de la matriz R y determinar la raíz dominante de esa matriz deflactada y su vector característico correspondiente (segunda columna de la matriz C, tabla 3). El proceso se continúa hasta lograr el número de raíces características deseadas. El método fue propuesto por Hotelling.

Los vectores característicos pueden normalizarse o sea, hacer que su longitud sea la unidad, para lo cual hay que dividir la primera, segunda y tercera columna de la matriz C dada en la tabla 3 por la raíz cuadrada de las raíces características correspondientes.

6. Estimación de los "coeficientes principales"

Disponiendo de las columnas de la matriz "C" es posible estimar el vector "v" conociendo el vector "z" de una tabla de mortalidad determinada.

Ya que solamente se hace intervenir 3 componentes, es evidente que no se explicará toda la variancia y por lo tanto se tendrá

$$z = C\hat{v} + e \qquad (15)$$

siendo "e" un vector de residuos.

Estos residuos deben dar una suma mínima de cuadrados, o sea que la expresión

$$Q = e'e = (z-Cv)' (z-Cv) \qquad (16)$$

debe ser mínima para un cierto valor de "v". La expresión anterior puede escribirse

$$Q = z'z - 2z' Cv + v' C' Cv \qquad (17)$$

dado que los escalares $v' C' z$ y $z'Cv$ son los mismos.

Derivando con respecto al vector "v" se tiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial v} = - 2C' z + 2 C'Cv \qquad (18)$$

que nos da la condición conocida (sistema de ecuaciones normales)

$$C' z = C' C v \qquad (19)$$

Dado que $C' C = D^2$, siendo D una matriz diagonal 3x3 de elementos $\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \sqrt{\lambda_3}$, el vector "v" queda estimado por la relación

$$\hat{v} = (D^2)^{-1} C' z \qquad (20)$$

siendo $(D^2)^{-1}$ una matriz diagonal de elementos iguales a los recíprocos de las raíces características.

<u>En resumen</u>, la estimación de los coeficientes principales se hace a base de una matriz obtenida de la matriz C' indicada en la tabla 3, previa división de las columnas de esa matriz por las raíces características correspondientes.

7. <u>Determinación del vector "z" dado "v"</u>

Conocidos el vector "v" a base de la relación (20), podemos reemplazar en la relación (15) ese vector encontrado y determinar los valores "z" teóricos.

También puede partirse de la relación (20) y escribir

$$v = (D^2)^{-1} C' z + e \qquad (21)$$

que luego de introducir la condición de mínimos cuadrados, nos da

$$C(D^2)^{-1} v = C(D^2)^{-1} C'z$$

o sea

$$C(D^2)^{-1}\ v = (C')^{-1}\ C^{-1}\ z$$

que es equivalente a

$$C\ C'\ C(D^2)^{-1}\ v = z$$

y dado que $C'\ C = D^2$ se tiene finalmente

$$\boxed{z = C\ v}$$

que es equivalente a la relación (15), tal como se había anticipado.

8. Rotación de los ejes principales

Los tres ejes principales correspondientes a las tres raíces principales, pueden sustituirse por otros 3 nuevos ejes, oblicuos entre sí, pero que representen más directamente las mortalidades en ciertos intervalos de edades.

Representando las tres componentes principales, se llega a la rotación

$$T = \begin{pmatrix} 0.9658 & 0.2125 & 0.1488 \\ -0.2594 & 0.7912 & 0.5539 \\ 0 & -0.5735 & 0.8192 \end{pmatrix}$$

y de esa manera la matriz C de los vectores característicos queda sustituida por una nueva matriz B, ligada con la anterior por la relación

$$B = C\ T \tag{22}$$

Bajo esta transformación los "coeficientes principales" que constituyen el vector "v" pasan a ser reemplazados por un nuevo vector "w", para el cual se tendrá una relación semejante a la relación (15), que será la siguiente

$$z = B\ w + e \tag{23}$$

el vector "w" se determinará por el principio de mínimos cuadrados, lo que conducirá a la estimación

$$w = (B'B)^{-1}\ B'Z \tag{24}$$

lo que puede escribirse en la forma equivalente

$$w = T^{-1}(D^2)^{-1}C'\ z \tag{25}$$

relación muy parecida a la relación (20), ya que aparece aquí únicamente como agregada al inverso de la matriz T del giro usado.

Si se denota por B_o a la matriz $T^{-1}\,(D^2)^{-1}C'$, la relación (20) es igual a

$$w = B_o\, z \tag{26}$$

y la relación (20) queda igual a

$$v = T\, B_o\, z \tag{27}$$

9. Tablas de cálculo

Tanto para la determinación del vector (w) como para el vector teórico (z) es necesario usar las matrices B_o y B indicadas en las relaciones (26) (23).

Dado que las variables "z" son variables tipificadas, la relación (26) puede escribirse en la forma

$$w = B_o D\, y - B_o D\, \bar{x} \tag{28}$$

siendo D una matriz diagonal de elementos $1/\sigma_i$

$\bar{x}$ vector columna de elementos $\bar{x}_i$

y vector columna de elementos $\log q_i$

Si denotamos por $B_1 = B_o D$ y $b_1 = B_o D\,\bar{x}$, la relación (28) es igual a

$$w = B_1 y - b_1 \tag{29}$$

expresión que nos indica que conocidos los elementos de la matriz B_1 y el vector de elemento $\log q_i$ es posible determinar el vector $y_1 = B_1 y$ y reducir este vector en el vector b_1 para obtener finalmente el vector (w).

Los elementos de la matriz B_1 y del vector b_1 se indican en la tabla 4.

Usando las tablas de mortalidad de Chile para los años 1920, 1930, 1940, construidas por O. Cabello, J. Vildósola y M. Latorre y las tablas de 1952 y 1960 construidas en CELADE por los becarios J. M. Pujol y O. Tacla, se tiene los siguientes vectores "w":

Año	1920	1930	1940	1952	1960
$e_o^{H\ M}$	31.54	40.57	41.83	54.85	57.06
w_1	1.7675	1.1501	1.0718	0.0203	-0.2007
w_2	0.5707	-0.1442	-0.0467	0.2016	0.2897
w_3	-0.2924	-0.9010	-0.9845	-0.9931	-1.6443

Una vez que se ha obtenido el vector "w" es posible determinar los valores teóricos de las "z".

Dado que

$$z_T = D\ y_T - D\ \bar{x} \qquad (30)$$

siendo y_T el vector de los valores teóricos de los log q_i, tenemos que

$$y_T = \bar{x} + D^{-1}\ B\ w \qquad (31)$$

lo que nos indica que conocidos los elementos de la matriz $B_2 = D^{-1}B$ bastará multiplicar esta matriz por el vector "w" y al vector resultante y_2 agregarle el vector de los valores medios $\bar{x}_i$.

Los elementos de la matriz B_2 junto con el vector $\bar{x}$ de los valores medios se indican en la tabla 4.

Usando los vectores "w" ya indicados en 9. y la relación (31), se tiene para las tablas de vida de 1920, 1940 y 1960 los valores teóricos indicados en la tabla 6.

Junto con indicar los valores teóricos en esa tabla, se han anotado los valores propios de las tablas y se ha determinado el valor de las razones O/T, que permite ver la bondad de reproducción de esas tablas, cuando se usa todo el tramo 0-84 años.

Puede verse que la reproducción por debajo de 30 años es deficiente y que por encima de esa edad es aceptable.

En el gráfico 1 se han indicado las razones O/T para esas mismas tablas, para confirmar gráficamente esa situación.

10. Componentes principales para las tablas modelo de las Naciones Unidas

Es de bastante interés determinar el vector "w" de las componentes principales de las tablas modelo de mortalidad preparadas por la Subdivisión de Población de las Naciones Unidas. Además se pueden hacer las mismas determinaciones para los 4 juegos de modelos regionales preparados por Coale-Demeny, como asimismo considerar en forma especial el juego de tablas de mortalidad para diversos países latinoamericanos que se han preparado en el CELADE.

Consideraremos por ahora únicamente las tablas modelo de las Naciones Unidas que, como bien se sabe, han sido construidas a base de una cadena de regresiones parabólicas entre probabilidades de muerte de grupos sucesivos de edades. Dándose un valor de partida para la probabilidad de muerte q_{0-1} es posible, por el uso de estas regresiones ir estimando valores sucesivos hasta q_{80-84}.

A pesar de que estas tablas modelo están bajo un valor determinado de la mortalidad infantil, se puede ver que las 3 componentes principales adquieren valores bien definidos y distintos de cero. En otras palabras, a pesar de haber usado un cierto nivel de la mortalidad infantil, ello ha implicado una cierta distribución (desconocida) de las distintas causas de mortalidad.

Calculando para los niveles 20, 40, 60, 80 y 100, se llega a los siguientes resultados:

Nivel	20	40	60	80	100
$e_o^{H\ M}$	30	40	50	60.4	70.2
w_1	1.9660	1.1956	0.4750	-0.4400	-1.8273
w_2	1.1342	0.2845	-0.3987	-0.6857	0.0212
w_3	0.6896	0.5131	0.2584	-0.0524	-0.4962

Estos valores se encuentran representados en el gráfico 2 y puede verse la variación suave y continua que representan esas componentes, a medida que se aumenta la esperanza de vida al nacer.

Mediante interpolación cúbica entre los valores tabulados es posible deducir el vector "w" para otro nivel no indicado en la tabla anterior y se ve que esos valores son los mismos "prácticamente" si se calcularan con los valores "q_x" dados por otro nivel.

11. Estimación truncada del vector "w"

Hasta aquí se ha estado considerando para estimar el vector "w" todo el tramo de edades, de 0 a 84 años. De ese modo se trata de encontrar una serie de valores "q_x" teóricos que discrepen lo menos posible de los valores de la tabla considerada.

Ya para el caso de las Tablas chilenas (tabla 8) se puede notar que tal condición de reproducción es demasiado ambiciosa y solamente consigue dar valores aceptables por encima de 30 años.

De esa manera surge la necesidad de subdividir el tramo 0-84 en dos tramos y tratar que dentro de esos nuevos tramos se obtenga una reproducción adecuada. Esta nueva condición permite acercarse más a las tablas reales y evita la consideración de componentes adicionales, tales como la cuarta y quinta componente que han sido mencionadas por algunos autores.

El problema mayor estriba en la determinación del punto de corte del tramo 0-84. El problema debe resolverse por tanteos y estos tanteos, para nuestro caso, se han basado en la reproducción de la tabla de mortalidad de Chile para 1960. Mediante estos tanteos se puede decir que sería aproximadamente a la mitad del intervalo 0-84 la división más adecuada.

Para ver esto consideremos los resultados que se obtienen para varios tramos para edades.

Consideremos los tramos siguientes:

- el tramo 0-29 años
- el tramo 0-44 años
- el tramo 0-49 años
- el tramo 0-54 años
- el tramo 50-84 años

Tramo 0-29 años

Sea B la matriz de los coeficientes de regresión para esos 14 grupos de edades. De acuerdo a la tabla 3, esta matriz tiene los siguientes elementos:

$$B_{14x3} = \begin{pmatrix} 0.8793 & -0.0237 & 0.2666 \\ 0.9347 & -0.1280 & 0.2059 \\ 0.9315 & -0.0998 & 0.1309 \\ 0.9634 & -0.0350 & 0.0681 \\ 0.9602 & -0.0263 & 0.0189 \\ 0.9511 & -0.0338 & -0.0279 \\ \hline 0.8893 & -0.0200 & 0.2509 \\ 0.9067 & -0.1275 & 0.2177 \\ 0.9603 & -0.1089 & 0.1597 \\ 0.9649 & -0.0928 & 0.1142 \\ 0.9680 & -0.0139 & 0.0666 \\ 0.9681 & -0.0024 & 0.0426 \\ 0.9744 & -0.0312 & 0.0450 \end{pmatrix}$$

De allí podemos deducir la matriz

$$A = B'B = \begin{pmatrix} 12.494386 & -0.588032 & 1.383561 \\ -0.588032 & 0.070876 & -0.111027 \\ 1.383561 & -0.111027 & 0.296908 \end{pmatrix}$$

cuyo inverso es

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.17015 & 0.40951 & -0.63976 \\ 0.40951 & 35.04774 & 11.19761 \\ -0.63976 & 11.19761 & 10.53653 \end{pmatrix}$$

esto permite determinar la matriz $(A^{-1} B')$ que premultiplicada por la matriz diagonal D de elementos iguales a los inversos de las desviaciones, nos da finalmente la siguiente matriz B_1

Tabla 7

MATRIZ B_1 PARA DETERMINAR "w" USANDO EL TRAMO 0-29 AÑOS

0- 1	-0.1271	10.4121	8.2027
1- 4	0.0606	- 4.3435	0.3339
5- 9	0.1058	- 5.1507	-1.0429
10-14	0.3834	- 0.2518	-1.0515
15-19	0.5601	- 1.2634	-2.8294
20-24	0.6513	- 4.3503	-5.0315
25-29	0.8606	5.9439	-2.5432
0- 1	-0.0666	9.4604	7.0806
1- 4	-0.0841	- 3.7514	0.6465
5- 9	0.0443	- 4.3610	-0.4030
10-14	0.1562	- 4.6435	-1.3332
15-19	0.3596	2.0234	-0.2261
20-24	0.4381	2.5337	-0.6336
25-29	0.5044	6.7217	0.6737
b_1	4.7600	25.8874	13.1790

Usando los valores log q_i para la tabla modelo de mortalidad del nivel 60, se tiene la siguiente estimación truncada:

$$w = (0.4777; 1.0845; 1.2176)$$

lo que nos lleva a la siguiente reproducción

	Hombres		Mujeres	
Edades	Valores Teóricos	Valores Observados	Valores Teóricos	Valores Observados
0- 1	142.75	143.78	122.56	123.75
1- 4	67.33	63.56	66.54	62.64
5- 9	20.48	19.72	20.03	19.73
10-14	13.69	13.40	14.10	14.68
15-19	21.74	21.22	22.83	21.65
20-24	29.64	30.63	29.94	29.42
25-29	32.12	31.74	33.62	31.75

pudiendo verse que la reproducción es bastante aceptable.

Para el caso de la tabla de mortalidad de Chile en 1960, se encuentra

$$w = (-0.7730; 7.3550; 6.2452)$$

elementos que discrepan bastante del vector obtenido cuando se considera todo el tramo 0-84, en cuyo caso se obtuvo

$$w = (-0.2007; 0.2897; -1.6443)$$

A base de esa estimación de "w" se encuentra la siguiente serie de valores teóricos

	Hombres		Mujeres	
Edades	Valores Teóricos	Valores Observados	Valores Teóricos	Valores Observados
0- 1	150.29	125.56	124.35	108.27
1- 4	27.65	32.71	28.38	31.61
5- 9	8.90	8.61	7.90	6.88
10-14	6.88	8.12	5.45	4.99
15-19	10.43	10.15	11.14	7.92
20-24	12.01	17.11	14.49	12.18
25-29	15.89	21.04	19.49	14.89

pudiéndose ver una acentuada discrepancia para los valores q_{0-1} en hombres y mujeres.

Tramo 0 - 49 años

Dado que la mortalidad infantil resulta muy alta usando el tramo 0-29, podemos usar un tramo más amplio para que los valores q_{0-1} para hombres y mujeres dados por las componentes estén más cerca de los valores observados.

Para ese efecto se han investigado los tramos 0-44; 0-45; 0-49 años, encontrándose para el tramo 0-45 años una mejor reproducción de los citados valores.

En la tabla 5 se indican las matrices correspondientes a cada uno de estos tramos y a continuación se indica la reproducción para Chile en 1960

Edades	Hombres		Mujeres	
	Valores		Valores	
	Teóricos	Observados	Teóricos	Observados
0- 1	124.02	125.56	101.65	108.27
1- 4	33.47	32.71	34.06	31.61
5- 9	10.35	8.61	9.35	6.88
10-14	7.03	6.08	6.40	4.99
15-19	10.92	10.15	10.71	7.92
20-24	13.42	17.11	13.86	12.18
25-29	14.77	21.04	16.89	14.89
30-34	18.99	26.56	19.15	18.44
35-39	27.80	34.18	24.68	23.24
40-44	41.15	44.77	31.20	28.36
45-49	65.14	58.33	46.13	37.08

Se puede observar que en general la reproducción es aceptable. Para este caso el vector "w" resulta igual

$$w=(-0.7744;\ 3.0703;\ 4.5749)$$

De la misma manera se puede calcular para las otras tablas de mortalidad de Chile, los vectores "w" correspondientes teniéndose el siguiente resultado:

Año	1920	1930	1940	1952	1960
$e_o^{H\ M}$				54.85	57.06
w_1	1.6528	0.9279	0.8592	-0.2780	-0.7744
w_2	1.7001	1.1664	0.8326	1.7908	3.0702
w_3	0.6394	1.3475	1.1429	2.2331	4.5749

Estos valores pueden llevarse a un gráfico, tal como se presenta en el gráfico 3 y deducir valores probables de esas componentes para 1970 y 1980. Del gráfico se obtienen los valores

	Año 1970	Año 1980
w_1 =	-1.38	-1.68
w_2 =	3.41	4.41
w_3 =	4.78	5.94

Con respecto a las tablas modelo de las Naciones Unidas, se obtienen los siguientes valores:

Nivel	20	40	60	80	100
$e_o^{H\ M}$	30	40	50	60.4	70.2
w_1	1.8402	1.1690	0.4152	-0.5057	-1.8453
w_2	1.4668	0.5120	-0.2196	-0.6616	-0.1931
w_3	0.5676	0.6842	0.9036	0.7921	-0.3833

Estos valores se presentan en el gráfico 4, pudiendo notarse que la evolución de esas componentes es suave, no presentando por lo tanto las fluctuaciones observadas para las tablas chilenas.

Para el nivel 40, se obtienen los valores teóricos siguientes:

	Hombres		Mujeres	
Edades	Valores Teóricos	Valores Observados	Valores Teóricos	Valores Observados
0- 1	186.34	195.73	164.83	175.59
1- 4	120.37	104.16	120.58	104.75
5- 9	32.63	33.00	34.84	33.85
10-14	20.70	21.89	23.61	24.58
15-19	31.97	32.34	36.84	35.42
20-24	44.46	45.52	47.66	47.48
25-29	47.88	48.50	51.97	52.67
30-34	53.33	52.79	55.02	56.19
35-39	62.50	60.05	59.56	60.19
40-44	76.34	73.06	64.59	65.52
45-49	94.28	91.67	73.98	76.96

Tramo 50-84 años

En este caso, la matriz de los coeficientes de regresión es

8527	4899	- 103
7939	5750	1141
7711	6019	609
7387	5997	1477
7273	5746	2782
6036	5454	4899
3979	4101	7461
8965	3779	40
8598	4273	559
8485	4343	1187
7369	4290	1779
7765	3979	3851
6265	3503	6069
4384	2538	8118

y procediendo de la misma manera que antes se indicó, se llega a la matriz B_1 siguiente

Tabla 8

MATRIZ PARA DETERMINAR EL VECTOR "w", USANDO TRAMO 50-84

50-54	1.2768	- 0.3928	-1.1310
55-59	-1.5071	4.1072	-1.1422
60-64	-3.1230	7.2228	-1.8953
65-69	-4.2884	9.2043	-1.6943
70-74	-4.0086	8.4985	-0.6138
75-79	-6.9685	12.1736	1.6049
80-84	-7.0477	9.4827	6.4899
50-54	4.1993	- 5.4268	-0.4355
55-59	2.9976	- 3.4036	-0.5180
60-64	3.2050	- 3.6790	-0.2963
65-69	1.5641	- 1.2648	-0.1226
70-74	5.0653	- 7.3197	1.9859
75-79	4.1821	- 7.2857	4.4675
80-84	4.6663	-10.3535	8.7160
	-6.279616	32.885428	45.680114

Aplicando la matriz anterior a las tablas chilenas se encuentra

Año	1920	1930	1940	1952	1960
$e_o^{H.M}$					
w_1	2.1735	0.6424	0.7745	-0.4451	-0.7753
w_2	-0.2354	0.6711	0.5451	1.0102	1.4550
w_3	-0.1383	-1.1666	-1.2755	-1.3243	-2.3226

Con estos valores es posible determinar las "q_x" teóricas para las diversas tablas consideradas, lo que se hará únicamente para la tabla de 1960. Con los elementos

$$(-0.7553;\ 1.4550;\ -2.3226)$$

se obtienen los siguientes valores teóricos

Edades	Hombres		Mujeres	
	Valores Teóricos	Valores Observados	Valores Teóricos	Valores Observados
50-54	77.67	77.97	52.88	48.84
55-59	103.03	106.71	73.67	72.31
60-64	155.05	150.59	105.58	106.72
65-69	211.92	210.60	149.11	157.03
70-74	285.05	283.19	217.78	224.55
75-79	377.68	375.76	297.49	304.92
80-84	478.66	478.65	408.13	397.85

pudiendo observarse que la reproducción es aceptable.

Para el caso de las tablas modelo de las Naciones Unidas, se encuentra:

Nivel	20	40	60	80	100
$e_o^{H\ M}$	30	40	50	60.4	70.2
w_1	2.3822	1.5313	0.5343	-0.5339	-1.5878
w_2	0.1621	-0.2797	-0.4282	-0.3930	-0.2577
w_3	0.8851	0.5798	0.1714	-0.2408	-0.5707

notándose una discrepancia marcada con los coeficientes encontrados para las tablas chilenas y deduciéndose de allí que no es posible usar las tablas modelo de Naciones Unidas en ese intervalo de edades.

Para ver la calidad de la reproducción tomamos el nivel 40, encontrándose

Edades	Hombres		Mujeres	
	Valores Teóricos	Valores Observados	Valores Teóricos	Valores Observados
50-54	117.13	116.84	94.22	95.70
55-59	152.64	152.50	123.43	123.64
60-64	201.25	201.25	172.37	172.01
65-69	274.02	274.30	232.96	241.02
70-74	381.67	378.29	349.86	344.11
75-79	507.43	504.82	484.70	477.96
80-84	655.98	662.40	629.77	633.46

12. Tablas de mortalidad para el futuro.

Mediante la extrapolación de los valores observados en los elementos de los vectores "w" es posible construir las tablas de mortalidad de un área para años más allá del último observado.

13. Tablas de mortalidad para un área, sin tablas previas.

Puede presentarse el caso que sea necesario determinar o bien tener tablas de mortalidad para un área geográfica, para la cual se conocen estructuras censales únicamente, pero los datos de mortalidad por grupos de edades son tan deficientes que es casi imposible construir tablas de mortalidad en forma adecuada.

Aunque es posible, bajo la hipótesis de población cerrada establecer razones de supervivencia y de allí pasar esas razones a q_x, previa transformación de las P_x intercensales en L_x de tablas de mortalidad, el método de las componentes que se ha estado analizando permite construir tablas de mortalidad.

Esto permite llegar a valores q_x que luego de transformarse en m_x nos permiten determinar por grupos de edades las $D_x = N_x m_x$ o sea, a la distribución probable de las muertes por grupo de edades.

La suma de todas estas muertes nos da el total D de muertes por sexo separado y una posibilidad de estimar las tasas brutas de mortalidad por sexo. Si el valor encontrado es adecuado, puede aceptarse la tabla construida.

Tabla 1

VALORES DE LAS MEDIAS Y DESVIACIONES TIPICAS PARA LOS 38 INDICES

	Hombres			Mujeres		
Variable	Nº	Media	Desv. tipo	Nº	Media	Desv. tipo
100-e_o	1	1.666369	0.0937623	20	1.635274	0.1065936
0- 1	2	1.980917	0.2415175	21	1.903121	0.2613751
1- 4	3	1.597076	0.4139039	22	1.575369	0.4423889
5- 9	4	1.152357	0.3204443	23	1.101032	0.3749564
10-14	5	0.996688	0.2764592	24	0.979312	0.3399394
15-19	6	1.223363	0.2508278	25	1.187529	0.3237116
20-24	7	1.374229	0.2545773	26	1.316822	0.3115593
25-29	8	1.391191	0.2586694	27	1.362051	0.2970094
30-34	9	1.428605	0.2573312	28	1.400032	0.2836164
35-39	10	1.509896	0.2458347	29	1.458204	0.2584979
40-44	11	1.609726	0.2236253	30	1.525433	0.2316733
45-49	12	1.736299	0.1926032	31	1.619325	0.2021655
50-54	13	1.874790	0.1667506	32	1.747662	0.1784093
55-59	14	2.017121	0.1485669	33	1.892732	0.1615930
60-64	15	2.171274	0.1264185	34	2.063127	0.1390322
65-69	16	2.329115	0.1035824	35	2.219459	0.1329841
70-74	17	2.485841	0.0860152	36	2.422306	0.0934600
75-79	18	2.632650	0.0694123	37	2.586025	0.0819690
80-84	19	2.763204	0.0579052	38	2.730045	0.0645481

Tabla 2

MATRIZ R DE CORRELACION DE LOS 38 INDICES

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	-																	
2	937																	
3	948	905																
4	915	844	917															
5	933	842	906	929														
6	911	801	872	879	949													
7	898	782	856	861	916	985												
8	917	793	865	869	921	967	984											
9	932	810	874	875	920	940	949	982										
10	904	790	841	839	888	891	890	925	939									
11	933	811	841	844	890	889	888	936	974	933								
12	915	790	800	805	853	846	840	891	940	920	988							
13	886	758	744	757	805	800	792	844	889	887	956	982						
14	850	722	697	703	753	749	740	790	832	849	910	949	983					
15	828	696	676	671	736	726	715	765	809	835	888	931	970	991				
16	815	702	672	647	691	704	691	735	782	796	862	907	940	951	972			
17	818	713	684	653	692	705	687	726	763	780	836	875	909	939	927	963		
18	715	635	597	559	602	614	591	618	647	653	714	746	777	820	844	871	946	
19	520	479	456	409	419	419	384	412	441	462	498	524	542	576	610	665	749	878

Tabla 2

MATRIZ R DE CORRELACION DE LOS 38 INDICES
(Continuación)

	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
20	-																		
21	945																		
22	931	895																	
23	954	879	928																
24	935	856	876	961															
25	928	840	854	926	961														
26	929	833	854	923	947	991													
27	941	841	854	932	951	983	993												
28	951	848	866	941	950	972	981	993											
29	957	858	863	935	945	959	964	979	991										
30	945	834	835	914	922	935	939	959	977	991									
31	915	801	780	864	870	887	892	917	939	963	985								
32	894	779	750	826	833	856	862	888	911	939	968	990							
33	880	775	727	797	803	825	832	858	882	914	943	974	989						
34	883	785	740	797	795	815	820	843	867	897	926	953	976	986					
35	796	708	673	705	686	699	715	738	759	783	809	833	867	892	901				
36	857	789	732	768	757	765	762	782	797	819	833	851	877	898	940	864			
37	731	683	633	672	655	646	634	650	660	678	683	696	713	738	771	717	876		
38	567	529	495	518	501	494	484	499	499	507	497	508	516	540	584	556	751	872	-

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	989	935	957	922	937	907	887	904	916	889	908	886	856	821	798	783	789	690	516
21	946	996	917	852	852	813	794	804	822	800	821	802	770	732	707	715	719	634	476
22	921	882	979	890	880	844	825	832	835	865	801	769	719	676	664	660	668	575	457
23	938	873	956	958	950	909	884	893	899	859	868	822	767	715	687	665	676	588	443
24	922	852	909	923	961	954	931	924	913	860	872	825	771	717	686	668	676	604	436
25	915	834	886	878	925	967	957	954	936	887	893	851	803	760	739	714	720	630	456
26	911	825	884	876	909	950	949	955	939	893	898	855	809	763	741	715	713	612	443
27	923	834	890	886	922	942	937	955	948	897	917	877	832	788	762	731	733	631	456
28	933	841	898	896	935	936	926	951	953	913	930	894	850	806	780	745	744	636	456
29	939	848	896	893	940	932	914	940	951	914	939	911	876	830	806	776	766	656	471
30	928	825	869	876	928	913	891	923	942	913	945	926	899	862	836	794	787	671	470
31	899	793	813	833	889	859	836	877	911	897	935	933	918	894	870	825	812	695	486
32	877	772	776	797	851	826	801	844	878	879	915	923	924	908	890	847	833	715	504
33	861	769	750	773	821	790	762	805	840	851	884	899	915	912	897	859	850	738	525
34	864	779	758	771	804	782	753	793	829	843	876	895	909	904	900	874	870	760	556
35	773	699	685	690	701	665	630	675	704	727	752	774	800	810	809	788	803	714	545
36	841	789	743	739	759	736	700	724	753	772	803	822	835	839	845	851	890	846	700
37	708	688	645	639	647	608	573	584	612	617	645	652	661	680	682	696	762	807	786
38	546	537	507	480	474	438	396	414	442	438	487	497	499	519	534	576	659	772	903

Tabla 3

MATRICES C, B y B_θ PARA OBTENER LOS VECTORES (z_T) Y (w)

Indices	Matriz C			Matriz B			S.C.*	Matriz B_θ		
100-e_0	0.97359	-0.08068	0.07335	0.9633	0.0946	0.1559	0.9612	0.0395	-0.0480	0.0296
0-1	0.88386	-0.09919	0.23193	0.8793	-0.0237	0.2666	0.8448	0.0368	-0.1159	0.1190
1-4	0.90610	-0.22962	0.24210	0.9347	-0.1280	0.2059	0.9234	0.0494	-0.1566	0.0993
5-9	0.89782	-0.24808	0.16447	0.9315	-0.0998	0.1369	0.8948	0.0509	-0.1393	0.0506
10-14	0.93319	-0.23986	0.07581	0.9634	-0.0350	0.0681	0.9343	0.0513	-0.0919	0.0011
15-19	0.92453	-0.25953	0.03049	0.9602	-0.0263	0.0189	0.9230	0.0528	-0.0791	-0.0293
20-24	0.90725	-0.28881	-0.00338	0.9511	-0.0338	-0.0279	0.9065	0.0550	-0.0737	-0.0546
25-29	0.93623	-0.24254	-0.07689	0.9671	0.0511	-0.0580	0.9413	0.0516	-0.0307	-0.0878
30-34	0.95090	-0.18324	-0.09753	0.9659	0.1130	-0.0399	0.9471	0.0465	-0.0056	-0.0880
35-39	0.93258	-0.10955	-0.12480	0.9291	0.1831	-0.0241	0.8973	0.0392	0.0261	-0.0894
40-44	0.95941	-0.03847	-0.17212	0.9366	0.2721	-0.0195	0.9516	0.0335	0.0655	-0.1020
45-49	0.94752	0.05944	-0.23067	0.8997	0.3806	-0.0151	0.9545	0.0240	0.1167	-0.1172
50-54	0.92610	0.16075	-0.28942	0.8527	0.4899	-0.0103	0.9672	0.0141	0.1689	-0.1314
55-59	0.90593	0.31219	-0.23620	0.7939	0.5750	0.1141	0.9739	-0.0006	0.1899	-0.0709
60-64	0.88172	0.30980	-0.29531	0.7711	0.6019	0.0609	0.9606	-0.0011	0.2130	-0.1056
65-69	0.86286	0.36449	-0.22295	0.7387	0.5997	0.1477	0.9271	-0.0068	0.1990	-0.0531
70-74	0.86586	0.41994	-0.10159	0.7273	0.5746	0.2782	0.9365	-0.0118	0.1654	0.0282
75-79	0.77169	0.54630	0.08853	0.6036	0.5454	0.4899	0.9018	-0.0265	0.1233	0.1627
80-84	0.58241	0.63435	0.37597	0.3979	0.4101	0.7641	0.8832	0.0404	0.0303	0.3455
100-e_0	0.97416	-0.10442	0.11634	0.9679	0.0577	0.1825	0.9735	0.0400	-0.0699	0.0514
0-1	0.89195	-0.10751	0.21694	0.8893	-0.0200	0.2509	0.8542	0.0377	-0.1121	0.1089
1-4	0.88095	-0.21550	0.25146	0.9067	-0.1275	0.2177	0.8858	0.0474	-0.1566	0.1073
5-9	0.92809	-0.24664	0.19321	0.9603	-0.1089	0.1597	0.9595	0.0517	-0.1415	0.0676
10-14	0.92912	-0.26047	0.14671	0.9649	-0.0928	0.1142	0.9527	0.0530	-0.1265	0.0381
15-19	0.94180	-0.22519	0.06250	0.9680	-0.0139	0.0666	0.9417	0.0502	-0.0823	-0.0037
20-24	0.94083	-0.22939	0.03630	0.9681	-0.0024	0.0426	0.9390	0.0505	-0.0729	-0.0197
25-29	0.95436	-0.20316	0.01891	0.9744	0.0312	0.0450	0.9525	0.0485	-0.0583	-0.0245
30-34	0.96455	-0.18869	-0.00310	0.9804	0.0575	0.0365	0.9658	0.0475	-0.0453	-0.0344
35-39	0.97391	-0.14758	-0.03188	0.9789	0.1085	0.0371	0.9714	0.0448	-0.0220	-0.0428
40-44	0.97237	-0.09773	-0.10068	0.9645	0.1872	0.0081	0.9654	0.0393	0.0200	-0.0729
45-49	0.95658	0.00154	-0.17458	0.9234	0.3046	0.0002	0.9454	0.0297	0.0777	-0.0962
50-54	0.94674	0.06862	-0.21347	0.8965	0.3779	0.0040	0.9465	0.0232	0.1132	0.1056
55-59	0.92949	0.14600	-0.19934	0.8598	0.4273	0.0559	0.9250	0.0155	0.1283	-0.0822
60-64	0.92939	0.18919	-0.15180	0.8485	0.4343	0.1187	0.9227	0.0115	0.1212	-0.0461
65-69	0.82924	0.24681	-0.10030	0.7369	0.4290	0.1779	0.7587	0.0030	0.1159	-0.0054
70-74	0.89170	0.32660	0.08725	0.7765	0.3979	0.3851	0.9096	-0.0024	0.0628	0.1192
75-79	0.76971	0.45075	0.29632	0.6265	0.3503	0.6069	0.8835	-0.0176	0.0122	0.2641
80-84	0.59810	0.53660	0.51949	0.4384	0.2538	0.8118	0.9156	-0.0309	-0.0553	0.4094
SC	30.98293	2.80874	1.41498	29.0871	3.6231	2.4973	35.2073			
Contrib.	81.5%	7.4%	3.7%	76.6%	9.5%	6.5%	92.6%			

* S.C. significa "suma de cuadrados de los elementos del vector línea o columna correspondiente.

Tabla 4

MATRICES B_1 Y B_2 PARA DETERMINAR LOS VECTORES (w) Y (z_T)

	Matriz B_1			Vector $\bar{x}$	Matriz B_2		
100-e_o	0.42128	-0.51193	0.31569	1.666369	0.09032	0.00887	0.01462
0- 1	0.15237	-0.47988	0.49272	1.980917	0.21237	-0.00572	0.06439
1- 4	0.11935	-0.37835	0.23991	1.597076	0.38688	-0.05298	0.08522
5- 9	0.15884	-0.40662	0.15791	1.152357	0.29849	-0.03198	0.04195
10-14	0.18556	-0.33242	0.00398	0.996688	0.26634	-0.00968	0.01883
15-19	0.21050	-0.31536	-0.11602	1.223363	0.24084	-0.00660	0.00474
20-24	0.21604	-0.28950	-0.21447	1.374229	0.24213	-0.00860	-0.00710
25-29	0.19948	-0.11868	-0.33943	1.391191	0.25016	0.01322	-0.01500
30-34	0.18070	-0.02176	-0.34197	1.428605	0.24853	0.02908	-0.01027
35-39	0.15946	0.10617	-0.36366	1.509896	0.22841	0.04501	-0.00592
40-44	0.14980	0.29290	-0.45880	1.609726	0.20945	0.06085	-0.00436
45-49	0.12461	0.60591	-0.60850	1.736299	0.17328	0.07330	-0.00291
50-54	0.08456	1.01289	-0.78800	1.874790	0.14219	0.08169	-0.00172
55-59	-0.00404	1.27821	-0.47723	2.017121	0.11795	0.08543	0.01695
60-64	-0.00870	1.68488	-0.83532	2.171274	0.09748	0.07609	0.00770
65-69	-0.06565	1.92118	-0.51264	2.329115	0.07652	0.06212	0.01530
70-74	-0.13718	1.92292	0.32785	2.485841	0.06256	0.04942	0.02393
75-79	-0.38178	1.77634	2.34397	2.632650	0.04190	0.03786	0.03400
80-84	-0.69769	0.52327	5.96665	2.763204	0.02304	0.02375	0.04320
100-e_o	0.37526	-0.65576	0.48221	1.635274	0.10317	0.00615	0.01945
0- 1	0.14424	-0.42888	0.41549	1.903121	0.23244	-0.00523	0.06558
1- 4	0.10714	-0.35399	0.24255	1.575369	0.40111	-0.05640	0.09631
5- 9	0.13788	-0.37738	0.18029	1.101032	0.36007	-0.04083	0.05988
10-14	0.15591	-0.37212	0.11208	0.979312	0.32801	-0.03155	0.03882
15-19	0.15508	-0.25424	-0.01143	1.187529	0.31335	-0.00450	0.02156
20-24	0.16209	-0.23398	-0.06323	1.316822	0.30162	-0.00075	0.01327
25-29	0.16329	-0.19629	-0.08249	1.362051	0.28941	0.00927	0.01336
30-34	0.16748	-0.15972	-0.12129	1.400032	0.27806	0.01631	0.01035
35-39	0.17021	-0.08511	-0.16557	1.458204	0.25304	0.02805	0.00959
40-44	0.16964	0.08633	-0.31467	1.525433	0.22345	0.04337	0.00188
45-49	0.14691	0.38434	-0.47585	1.619325	0.18669	0.06158	0.00004
50-54	0.13004	0.62945	-0.59190	1.747662	0.15994	0.06742	0.00071
55-59	0.09592	0.79397	-0.50869	1.892732	0.13894	0.06905	0.00903
60-64	0.08271	0.87174	-0.33158	2.063127	0.11797	0.06038	0.01650
65-69	0.02256	0.87153	-0.04061	2.219459	0.09800	0.05705	0.02366
70-74	-0.02568	0.67195	1.27541	2.422306	0.07257	0.03719	0.03599
75-79	-0.21472	0.14884	3.22195	2.586025	0.05135	0.02871	0.04975
80-84	-0.47871	-0.85672	6.34256	2.730045	0.02830	0.01638	0.05240
b_1	1.72135	23.32106	42.71895				

Tabla 5

MATRIZ B_1 PARA DETERMINAR EL VECTOR (w)

Indices	Tramo 0-44			Tramo 0-49			Tramo 0-54		
0- 1	-0.3449	3.1546	6.4596	-0.3056	1.8694	5.7963	-0.2662	1.1896	5.3487
1- 4	0.0575	-0.8347	1.0580	0.0440	-0.3989	1.2831	0.0331	-0.2162	1.4039
5- 9	0.2056	-1.6508	-2.3311	0.1844	-0.9718	0.1180	0.1645	-0.6291	0.3442
10-14	0.3042	-1.4454	-1.1412	0.2923	-1.0642	-0.9437	0.2760	-0.7940	-0.7647
15-19	0.4652	-2.3562	-2.7987	0.4445	-1.6992	-2.4590	0.4178	-1.2495	-2.1612
20-24	0.6096	-3.4771	-4.5071	0.5755	-2.3894	-3.9450	0.5350	-1.7048	-3.4924
25-29	0.5262	-1.6631	-3.7983	0.5219	-1.5440	-3.7360	0.5053	-1.2734	-3.5563
30-34	0.3497	0.4554	-1.9384	0.3762	-0.4146	-2.3868	0.3867	-0.6097	-2.5135
35-39	0.1513	2.9727	0.1391	0.2144	0.9079	-0.9258	0.2571	0.1574	-1.4184
40-44	-0.0514	6.2658	2.3853	0.0626	2.5395	0.4624	0.1485	1.0482	-0.5178
45-49				0.1957	5.2071	2.7512	-0.0410	2.5171	0.9818
50-54							0.3034	4.4432	3.0297

0- 1	-0.2755	2.6854	5.4829	-0.2410	1.5621	4.9037	-0.2077	0.9790	4.5196
1- 4	0.0251	-0.6008	1.2794	0.0142	-0.2532	1.4591	0.0053	-0.1187	1.5480
5- 9	0.1392	-1.2273	0.2936	0.1227	-0.6934	0.5697	0.1075	-0.4363	0.7396
10-14	0.2327	-1.7126	-0.6210	0.2118	-1.0449	-0.2756	0.1912	-0.6936	-0.0435
15-19	0.2314	-0.7896	-0.6864	0.2280	-0.6867	-0.6327	0.2199	-0.5560	-0.5455
20-24	0.2799	-0.9526	-1.2010	0.2760	-0.8358	-1.1398	0.2664	-0.6772	-1.0345
25-29	0.2316	-0.1417	-0.6144	0.2404	-0.4357	-0.7656	0.2411	-0.4602	-0.7804
30-34	0.2200	0.3618	-0.4404	0.2373	-0.2197	-0.7401	0.2450	-0.3621	-0.8324
35-39	0.1365	1.8538	0.5706	0.1776	0.5056	-0.1246	0.2046	0.0255	-0.4391
40-44	0.0643	3.9297	1.3506	0.1403	1.4356	0.0643	0.1951	0.4761	-0.5659
45-49				-0.0727	3.7647	1.8668	0.0435	1.7431	0.5377
50-54							-0.1104	2.9571	1.8043
b_1	4.1934	14.7786	8.2482	4.2070	14.2763	10.4096	4.1562	15.1563	10.9938

Tabla 6

VALORES TEORICOS Y OBSERVADOS DE q_x, USANDO EL TRAMO 0-84

(Chile 1920, 1940, 1960)

	Año 1920			Año 1940			Año 1960		
	Teóricos	Observados	O/T	Teóricos	Observados	O/T	Teóricos	Observados	O/T
e_o	32.89	30.90	.....	43.98	40.65	.....	57.68	54.35	.....
0- 1	215.86	263.96	1.223	139.77	205.44	1.470	67.73	125.56	1.854
1- 4	168.16	152.41	0.906	85.17	100.85	1.184	23.12	32.71	1.415
5- 9	44.61	35.95	0.806	27.07	17.68	0.653	10.33	8.61	0.833
10-14	28.60	24.19	0.846	18.37	14.68	0.799	8.12	6.08	0.749
15-19	44.04	46.06	1.046	30.00	29.85	0.995	14.63	10.15	0.694
20-24	63.00	66.79	1.060	43.77	43.33	0.990	21.62	17.11	0.791
25-29	70.03	73.65	1.052	47.15	46.40	0.984	23.41	21.04	0.899
30-34	77.18	80.93	1.048	50.55	48.69	0.963	25.35	26.56	1.048
35.39	87.30	93.84	1.075	57.34	55.39	0.966	30.68	34.18	1.114
40-44	103.74	109.78	1.058	68.50	66.19	0.966	39.13	44.77	1.144
45-49	121.70	126.73	1.041	83.46	82.33	0.986	53.40	58.33	1.092
50-54	149.01	140.00	0.940	105.94	107.37	1.013	74.60	77.97	1.045
55-59	185.95	176.08	0.947	132.70	140.42	1.058	97.80	106.71	1.091
60-64	242.52	220.56	0.909	183.92	181.49	0.987	144.91	150.59	1.039
65-69	312.85	300.42	0.960	247.27	250.39	1.013	202.58	210.60	1.040
70-74	414.60	412.49	0.995	336.53	347.05	1.031	280.71	283.19	1.009
75-79	522.86	530.8[illegible]	1.015	438.34	445.78	1.016	379.57	375.56	0.989
80-84	638.04	619.42	0.971	554.95	535.31	0.965	494.79	478.65	0.967
e_o	34.62	32.21	.....	46.74	43.06	.....	61.60	59.90	.....
0- 1	195.79	248.66	1.270	122.44	188.48	1.539	55.86	108.27	1.938
1- 4	167.49	156.87	0.936	81.87	102.76	1.255	20.90	31.61	1.512
5- 9	49.73	38.63	0.777	26.91	16.88	0.627	8.29	6.88	0.830
10-14	33.86	27.09	0.800	19.68	16.26	0.826	6.93	4.99	0.720
15-19	54.01	45.57	0.844	31.80	33.09	1.040	12.24	7.92	0.647
20-24	70.08	61.33	0.875	42.37	43.52	1.027	17.15	12.18	0.710
25-29	74.98	68.33	0.911	45.57	45.80	1.005	19.26	14.89	0.773
30-34	79.03	78.23	0.990	48.65	47.21	0.970	21.48	18.44	0.858
35-39	82.92	88.84	1.071	52.32	50.63	0.968	24.18	23.24	0.961
40-44	88.02	98.06	1.114	57.68	55.58	0.964	30.91	28.36	0.918
45-49	96.48	108.18	1.121	65.54	62.22	0.949	39.78	37.08	0.932
50-54	117.12	117.00	0.999	82.27	78.18	0.950	54.19	48.84	0.901
55-59	149.65	149.21	0.997	107.04	104.98	0.981	74.13	72.31	0.975
60-64	200.11	195.94	0.979	148.09	141.79	0.957	107.10	106.72	0.996
65-69	262.00	273.07	1.042	198.86	205.58	1.034	150.46	157.03	1.044
70-74	364.15	383.00	1.052	290.35	285.96	0.985	228.73	224.55	0.982
75-79	477.13	499.12	1.046	389.72	392.63	1.007	317.86	304.92	0.959
80-84	594.41	583.15	0.981	510.53	487.03	0.954	439.50	397.85	0.905