

INT-1753

~~CEPAL/ILPES (1753)~~

23

Santiago, octubre de 1963



MODELOS DE TRANSPORTE*
(Programa especial)

* Apuntes del Sr. Norman Gillmore, Consultor en Transporte. Utilizado como material de estudio y referencia en el Programa de Capacitación, Curso de Transporte, a cargo del Profesor Norman Gillmore. (Add III 2.3/SF XIII 1.2.1/Doc. 303).

MODELOS DE TRANSPORTE

(Programa especial)

III. 2.3

La presente sección trata un tipo especial de problemas de programación. Estos problemas satisfacen las condiciones de los modelos de transporte, algunas veces también llamados modelos espaciales. Los modelos de transporte pueden ser resueltos por medio del método Simplex. Sin embargo, rutinas especiales de cargo son más eficientes.

Problema

Cierto producto debe enviarse desde tres áreas de producción, ubicadas en Santiago, Concepción y Serena, hasta cuatro centros de consumo en Antofagasta, Valparaíso, Talca y Puerto Montt. Se supone que las áreas de producción producen en exceso a su consumo interno y que los centros de consumo tienen déficit de producción y que precisamente éstas son las cantidades que se ofrecen y demandan.

Las cantidades cuyo transporte se origina en los centros de producción y las que son demandadas en los de consumo aparecen en la Tabla I. Los costos unitarios de transporte aparecen en la intersección correspondiente a cada fila O_i de origen y cada columna D_i de destino.

Tabla 1

DATOS DEL PROBLEMA DE TRANSPORTE

	D_1	D_2	D_3	D_4	Cantidad ofrecida
O_1	4	5	2	1	200
O_2	4	6	2	3	120
O_3	6	4	4	2	80
Cantidad demandada	80	60	100	160	400

O_1 = Santiago O_2 = Concepción O_3 = La Serena

D_1 = Puerto Montt D_2 = Antofagasta D_3 = Talca D_4 = Valparaíso

/Las suposiciones

Las suposiciones del método de Transporte son más restrictivas que las del método Simplex. Esto significa que mientras un problema de transporte puede ser atacado por el Simplex, sólo un sub-grupo de problemas solubles en Simplex pueden ser resueltos por el método de transporte.

Suposiciones

1. Los recursos y los productos son homogéneos. Esto es que el producto de cualquier origen satisface el requerimiento de cualquier origen.
2. Las ofertas de cada origen y las demandas de cada destino son conocidas. Dicho en otras palabras, la oferta total de los orígenes debe ser igual a la deamanda total de los destinos. Si en la práctica esto no se cumple, se puede siempre incluir un origen o un destino ficticio, según el caso, que actúan en forma similar a las actividades de holgura del método Simplex.
3. El costo unitario es conocido y es independiente del número de unidades aunque ésta suposición puede ser alterada.
4. Debe haber un objetivo a maximizar o minimizar. Por lo general se trata de minimizar costos, aunque el método se puede utilizar a problemas de maximización.
5. No deben aparecer cantidades negativas.

La primer suposición es la que hace la diferencia fundamental con el método Simplex. En el Simplex los recursos y los productos pueden ser tan distinto como se desee, con tal que se cumpla con el objetivo. En los modelos de transporte los orígenes y destinos tienen que cumplir la condición de homogeneidad.

Resolución del problema - obtención de una solución inicial

Lo primero que hay que determinar, es encontrar una solución que no viole las restricciones, que sirva como solución inicial y que pueda mejorarse hasta encontrar el flujo de productos que dé el mínimo de costo. Una solución inicial tan buena como cualquiera, aparece en la Tabla II. Los costos unitarios aparecen en el margen superior derecho de cada cuadro.

/El costo

El costo total de transporte de esta solución inicial es:
 $C = 80 \times 4 + 60 \times 5 + 60 \times 2 + 40 \times 2 + 80 \times 3 + 80 \times 2 = 1.220$

Tabla II
 SOLUCION INICIAL

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	
O ₁	80-1 ⁴	60 ⁵	60 ²	+1 ¹	200
O ₂	4	6	40 ²	80 ³	120
O ₃	+1 ⁶	4	4	80-1 ²	80
	80	60	100	160	

C = 1.220

Criterio para determinar un plan mejor

Si se quisiera activar el cuadro O₃ D₁ en 1 unidad, para no variar las condiciones del problema, se debe restar una unidad de las 80 que envía O₃ a D₄, quedando O₃ = 80; pero con esto D₄ = 159, y para modificar esto se debe agregar una unidad en la columna D₄, en la fila O₂ o en O₁. Si se hace = en esta última, O₁ = 201, por lo cual debemos reducir una unidad en O₁ D₁; con lo cual se da por terminadas las modificaciones resultantes de activar el cuadro O₃ D₁ en una unidad.

Como se trata de modificar la solución inicial, se debe procurar que la activación de un cuadro vacío, se haga a costa de los cuadros que aparecen activados en la solución inicial.

Siguiendo esta regla, si se quiere activar el cuadro O₂ D₁, debería seguirse el siguiente camino:

$$O_2 D_1 \longrightarrow O_2 D_3 \longrightarrow O_1 D_3 \longrightarrow O_1 D_1$$

Para activar el cuadro O₃ D₁, el originalmente activado, el camino a seguir debería haber sido:

$$O_3 D_1 \longrightarrow O_3 D_4 \longrightarrow O_2 D_4 \longrightarrow O_2 D_3 \longrightarrow O_1 D_3 \longrightarrow O_1 D_1$$

/Ahora bien

Ahora bien, al realizar todos estos pasos, se está forzosamente incurriendo en una variación del flujo de transporte que puede traer consigo un cambio en el costo. En el primer ejemplo, si se activa $O_2 D_1$ en una unidad, el incremento del costo será de 4; al reducir $O_2 D_3$ en una unidad, el costo se reducirá en 2; al sumar una unidad a $O_1 D_3$ el costo aumentará en 2, y al restar una unidad a $O_1 D_1$, el costo disminuirá en 4. Esto es:

$$\begin{array}{ccccccc} O_2 D_1 & \longrightarrow & O_2 D_3 & \longrightarrow & O_1 D_3 & \longrightarrow & O_1 D_1 & \text{que} \\ \uparrow 4 & & - 2 & & \uparrow 2 & & - 4 & \end{array}$$

es igual a cero. Esto significa que si se activa el cuadro $O_2 D_1$, el costo total permanece constante.

En el caso de la activación de $O_3 D_1$ tendremos que la ruta será,
 $O_3 D_1 \longrightarrow O_3 D_4 \longrightarrow O_2 D_4 \longrightarrow O_2 D_3 \longrightarrow O_1 D_3 \longrightarrow O_1 D_1$ que
 $\uparrow 6 \quad - 2 \quad + 3 \quad - 2 \quad \uparrow 2 \quad - 4$
 es igual a $\uparrow 3$, lo cual indica que por unidad que se active $O_3 D_1$, el costo total aumentará en 3.

Si se computan todos los valores de los cuadros inactivos se tendrá un criterio para determinar qué cuadro debe activarse. Se activará el que tenga el valor más negativo. En la Tabla II-A aparecen estos valores. Los números encerrados en un círculo.

Tabla II-A

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	$\textcircled{80}^4$	$\textcircled{60}^5$	$\textcircled{60}^2$	-2^1	200
O_2	0^4	1^6	$\textcircled{40}^2$	$\textcircled{80}^3$	120
O_3	3^6	0^4	3^4	$\textcircled{80}^2$	80
	80	60	100	160	400

$C = 1.220$

representan las cantidades de la solución inicial. El único valor negativo de los cuadros no activados es -2 , para $O_1 D_4$. Esta cifra salió de la /siguiente ruta

siguiente ruta:

$$\begin{array}{ccccccc}
 O_1 D_4 & \longrightarrow & O_1 D_3 & \longrightarrow & O_2 D_3 & \longrightarrow & O_2 D_4 & \text{que es igual a } -2, \\
 + 1 & & - 2 & & + 2 & & - 3 &
 \end{array}$$

o, lo que es lo mismo:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \dagger \\ \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline -5 \\ \hline -2 \end{array}
 \end{array}$$

Esta cifra -2, indica que por unidad que se active $O_1 D_4$, el costo total disminuirá en 2. El máximo de unidades que pueden activarse en $O_1 D_4$ está dado por el cuadro de la ruta que tenga signo negativo y sea más pequeño. En este caso la cantidad máxima será de 60 unidades.

$$\begin{array}{ccccccc}
 O_1 D_4 & \longrightarrow & O_1 D_3 & \longrightarrow & O_2 D_3 & \longrightarrow & O_2 D_4 \\
 (0 \dagger 60) & & (60 - 60) & & (40 \dagger 60) & & (80 - 60)
 \end{array}$$

El costo del nuevo programa será igual a:

$$\begin{aligned}
 C &= 1220 \dagger (60 \times -2) \\
 C &= 1100
 \end{aligned}$$

Este nuevo programa aparece en la Tabla III.

Tabla III

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	80^4	60^5	2^2	60^1	200
O_2	-2^4	-1^6	100^2	20^3	120
O_3	1^6	-2^4	3^4	80^2	80
	80	60	100	160	400

$$\begin{aligned}
 C &= 1.220 \dagger (60 \times -2) \\
 C &= 1.100
 \end{aligned}$$

En la Tabla III hay dos cuadros no activados con valor -2 , $O_2 D_1$ y $O_3 D_2$. En este caso, para romper el empate, se ve cual cuadro es susceptible de activarse más. Para $O_2 D_1$ es 20 unidades y para $O_3 D_2$ es 60 unidades; por lo tanto se elige $O_3 D_2$.

La nueva combinación aparece en la Tabla IV. Si se calculan los valores de los cuadros no activados y se aplica el criterio de selección, se tendrá la Tabla V que es óptima por no tener valores negativos.

Tabla IV

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	$(80)^4$	2^5	2^2	$(120)^1$	200.
O_2	-2^4	1^6	$(100)^2$	$(20)^3$	120
O_3	1^6	$(60)^4$	3^4	$(20)^2$	80
	80	60	100	160	400

Tabla V

SOLUCION OPTIMA

	Pto. Montt	Antofagasta	Talca	Valparaiso	
Santiago	$(60)^4$	2^5	0^2	$(140)^1$	200
Concepción	$(20)^4$	3^6	$(100)^2$	2^3	120
La Serena	1^6	$(60)^4$	1^4	$(20)^2$	80
	80	60	100	160	400

Observaciones del cálculo

Estas abreviaciones no son más que un refinamiento del método de Transporte. En la Tabla V, la forma de calcular el valor de $O_2 D_2$ fué

+	-
6	4
2	1
4	4
<hr/>	<hr/>
12	9
-9	
<hr/>	
3	

Pero una manera más rápida. Si se supone que $O_1 D_2$ esta activada, tendremos:

+	-
6	5
4	4
<hr/>	<hr/>
10	9
-9	
<hr/>	
1	

y si se agrega a $\dagger 1$, el valor previamente calculado de $O_1 D_2$, se tendrá:

$\dagger 1$
$\dagger 2$
<hr/>

3 que es el valor de $O_2 D_2$

Esta abreviación no tiene mucha importancia en el ejemplo considerado. Pero sí en problemas en que la ruta de activación de un cuadro puede incluir, por ejemplo, 20 pasos.

