

PISAL
UNIDAD CENTRAL

EL ESQUEMA DE REPRODUCCION AMPLIADA; UN ANALISIS
FORMAL CON VISTAS A INCORPORAR EXPLICITAMENTE LA
DEMANDA DE FUERZA DE TRABAJO

1er. Informe de Avance

Angel Fucaraccio

Santiago

Julio de 1976

INDICE

	Página
INTRODUCCION	
I. EL ESQUEMA DE REPRODUCCION TAL COMO LO PRESENTA MARX	1
1. El esquema formal	1
2. Explicitación del esquema en términos de la composición orgánica del capital, la propensión a consumir de los capitalistas y de la cuota de plusvalía	4
3. Vínculo entre el capital constante del sector 2 y el capital variable del sector 1	10
4. Vínculo entre los capitales constantes de los dos sectores	10
5. Las tasas de crecimiento y el vínculo entre ellas	11
a. Comparación de las tasas de crecimiento del capital variable del sector 1 de un período a otro	13
b. Comparación de las tasas de crecimiento del capital constante y variable en ambos sectores	15
c. Comparación de las tasas de crecimiento del capital constante del sector 2 y del capital variable del sector 1	16
II. EL ESQUEMA DE REPRODUCCION SIMPLE	20
1. Primera ampliación sectorial del esquema: el sector de bienes de lujo	23
2. La proporcionalidad de los sectores en condiciones de equilibrio	25

INTRODUCCION

1. Un objetivo esencial de la Unidad Central es promover investigaciones en el campo de población, teniendo en cuenta las prioridades que resultan de los vacíos existentes en el conocimiento.
2. Como mandato particular del Comité del Programa se ha encomendado a la Unidad Central el estudio de las relaciones entre los modos de producción y la dinámica demográfica.

Uno de los objetivos centrales y más generales de la Unidad Central es avanzar en el desarrollo de un marco teórico que permita profundizar en el estudio de las interrelaciones entre lo económico-social y político con lo demográfico.

Es ya consenso de la deficiencia de los esquemas o modelos que vinculan el desarrollo social con la dinámica demográfica, incluso entre los pioneros contemporáneos del tema, básicamente porque el enfoque se ha encaminado a tratar de demostrar los beneficios económicos de una población con tasa de crecimiento declinante y que ha servido para justificar la política del control de la natalidad. Sin embargo, como marco teórico en sí el postulado anterior no resiste el menor examen crítico. Esos esquemas, si han contribuido en algo, es para animar una polémica inconducente que no ha aportado nuevo conocimiento científico sobre la dinámica demográfica y los problemas del desarrollo. Siendo el problema de la ciencia el reducir los movimientos visibles y aparentes a los movimientos reales e interiores y considerando que las relaciones del humano con los otros humanos y de éstos con la naturaleza se hallan socialmente organizados a través del modo dominante de producción, resulta claro que la explicación de la dinámica demográfica debe buscarse mediante el estudio del modo de producción y de las peculiaridades que éste asume en cada país.

En esta introducción se presentan algunas reflexiones alrededor del tema como un primer paso para su discusión; el objetivo es tratar de ordenarla en un posible análisis causal que, aunque provisorio, permita derivar y acotar el conjunto de investigaciones y, al mismo tiempo, permita estructurar un posible modelo, literario al principio y formalizado después, al cual confluyan los resultados de las investigaciones.

No se pretende en esta sección introductoria y en el informe de avance, que el conjunto de relaciones y de conceptos queden definidos con precisión, pero ello se justifica en función de la discusión de un esquema en su conjunto. El estilo que adoptamos en esta introducción es del tipo de afirmaciones para evitar recargar el escrito, sin embargo, ellas deben ser consideradas principalmente como interrogantes.

3. Es necesario hacer algunas precisiones provisorias.

- i) En su sentido marxista, el concepto de modo de producción es claro; ello abarca: a) las relaciones sociales de producción; esto es, cómo los hombres se relacionan entre sí en su vinculación con la naturaleza; b) el desarrollo de las fuerzas productivas que comprende el desarrollo tecnológico y la experiencia acumulada de trabajo.

Pocas dudas caben que en todos nuestros países, el modo dominante de producción es el capitalista, toda vez que los mismos están integrados a la economía mundial como una rama específica de producción. Esa integración es justamente lo que les confiere el carácter de capitalista a pesar de que al interior de los países, el capital pudo haber penetrado en diversos grados en el resto de las ramas productivas. Son esos diversos grados de penetración, entre otros, pero de importancia fundamental, lo que otorga a cada país especificidades propias que los diferencian a unos y otros.

La característica común de tener un modo dominante de producción capitalista es lo que permite establecer un conjunto de problemas comunes a todos ellos. Para mencionar unos pocos, los problemas de ocupación y subocupación, los problemas de términos de intercambio, los de la brecha comercial, los de distribución del ingreso, etc., son todos problemas comunes. En el área de población la tendencia

a la concentración de población, los desequilibrios regionales, los de empleo y reproducción de la fuerza de trabajo son problemas comunes a los países latinoamericanos que se derivan de la forma general del funcionamiento del sistema capitalista.

Pero esos problemas comunes por sus aspectos generales, asumen características propias en cada país que se desvían de la forma general porque el modo de producción en su accionar concreto debe revestirse de formas también peculiares.

De lo dicho surgirían dos tipos de análisis, investigaciones o estudios. Uno de ellos es el estudio del modo de producción capitalista en general y su vinculación con la dinámica demográfica, también en general. Se trataría aquí de analizar aquello que se podría denominar como "la ley de población en la etapa del capital monopólico y sus implicaciones para el polo subdesarrollado del capitalismo". El otro tipo surge del análisis de las peculiaridades de cada país. Se trataría aquí de analizar el modus operandi del modo de producción específico y su correspondiente comportamiento demográfico. Es aquí donde se encuadran los estudios comparativos que el PISPAL piensa encarar.

Es obvio que cada especificidad histórica genera una estructura social y un estilo de desarrollo específico que han de ser vinculados con la dinámica demográfica.

- ii) Partiendo de la base que el capitalismo de nuestros países es una herencia legada de la Conquista, el estilo de desarrollo podría quedar definido como la forma peculiar de penetración del capital, y el grado en que lo hace en las distintas ramas productivas de un país. Penetración que en el curso del tiempo cambia la correlación de fuerzas dentro de la estructura dominante de poder y da lugar a diferentes cursos de acción de la esfera estatal en cuanto a política pública se refiere.

iii) Debe considerarse que los procesos involucrados tienen tiempos históricos diferentes. El elemento más dinámico y sujeto a cambios dentro de un modo de producción es la aplicación del desarrollo de las fuerzas productivas. Este elemento dinámico del modo de producción capitalista explica en gran parte, al parecer del autor, los movimientos poblacionales en el espacio geográfico del país. Es también el condicionante en última instancia de la demanda de trabajo y del cambio en la estructura productiva. Por ejemplo, cuando se introduce una empresa grande que entra a competir con los mismos productos que eran producidos en explotaciones artesanales, normalmente termina por quebrar a la competencia, adueñándose del mercado y creando nuevos empleos con un carácter distinto al que tenían antes.

Las relaciones sociales de producción, en cambio, tienen una dimensión temporal más larga. Dicho en forma muy esquemática, sólo cuando se acumulan problemas cuya magnitud trasciende a lo que un tipo de relación social de producción puede soportar, se generan movimientos sociales que tratan de restaurar o que destruyen el viejo sistema y construyen uno nuevo. Desde el punto de vista de la dinámica de población y de la investigación, ésta es una de las conexiones que van desde la población hacia el cambio de las relaciones de producción, tema éste en que, visto desde el ángulo demográfico, existe un vacío de investigaciones.

Mientras que el desarrollo de las fuerzas productivas tiene un comportamiento ascendente aunque no necesariamente lineal -a medida que pasa el tiempo se generan técnicas y descubrimientos que aumentan la productividad del trabajo- el estilo de desarrollo tiene una dimensión histórica diferente a las dos categorías anteriores. El estilo de desarrollo puede incluso variar ante estímulos coyunturales dentro del mismo modo de producción y en cortos períodos de tiempo, que no por ello dejan de tener su influencia en la dinámica de población.

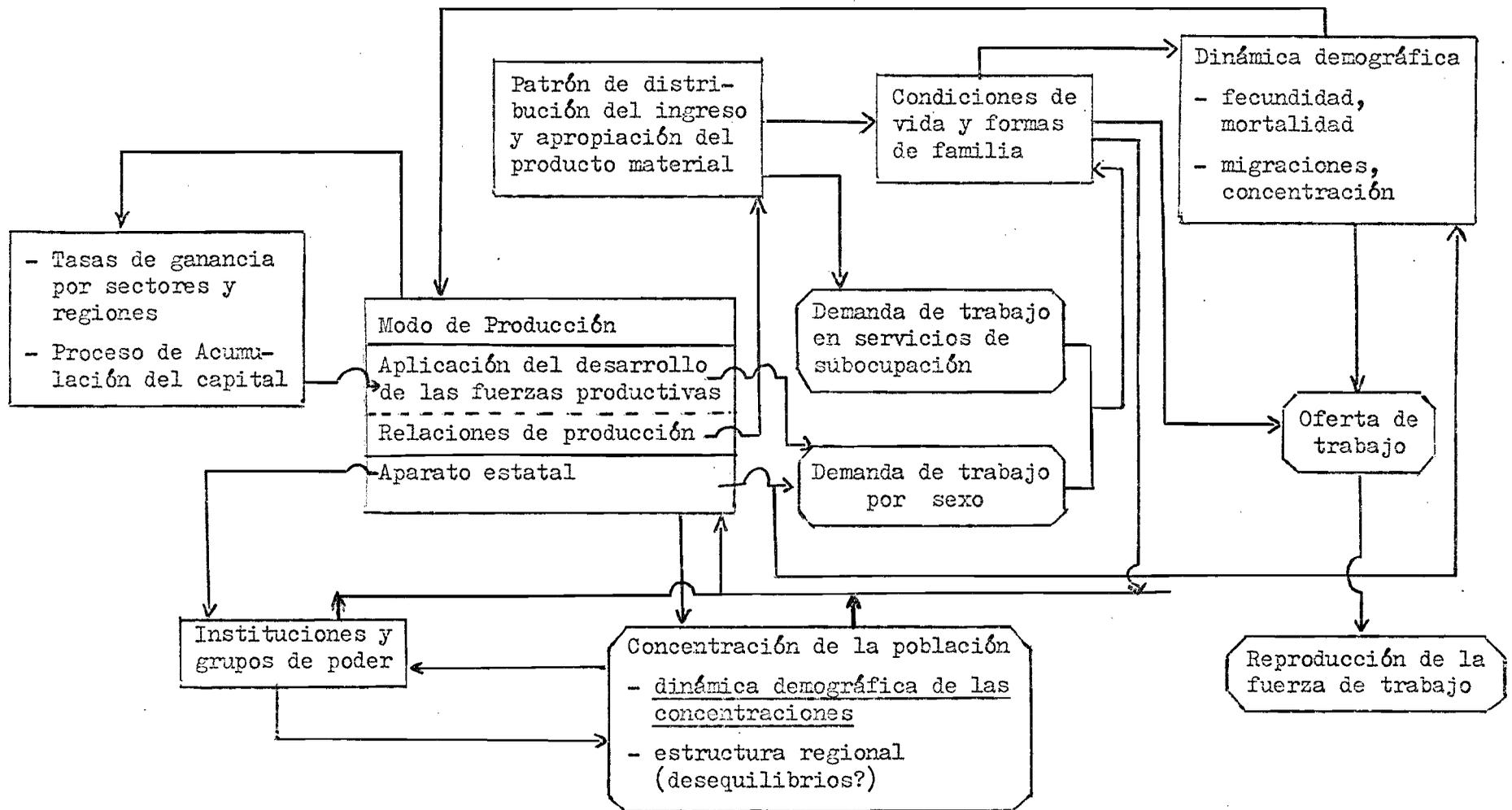
iv) En el gráfico siguiente se presenta un posible ordenamiento de las influencias recíprocas entre los elementos mínimos de la dinámica demográfica y el sistema social y económico que podría resultar en un posible sistema explicativo, en el cual se encuentran especificadas algunas áreas de interés prioritario detectadas en la Unidad Central. La dirección de las flechas indica la dirección de la influencia aunque en él no se han especificado las mediaciones existentes entre los diversos bloques.

4. Como se ha dicho anteriormente dos líneas de investigación se perfilan: una, el estudio del modo de producción en general y su vinculación con la dinámica demográfica en general, lo cual conduce al estudio de aquello que puede denominarse "la ley de población en la etapa del capital monopolístico y sus implicaciones para el polo subdesarrollado del capitalismo".

El otro tipo de análisis es el estudio del modus operandi del modo de producción específico y del comportamiento demográfico peculiar que le corresponde.

En una primera reflexión parece obvio que ambos estudios deberían nutrirse mutuamente; es decir, parece difícil hacer una abstracción (primera línea de investigación) si no se cuenta con estudios específicos que la apoyen (segunda línea) pero a su vez parece difícil hacer estos últimos estudios si no se cuenta con elementos del primero que permita establecer cierto ordenamiento mínimo y un mínimo de relaciones y jerarquías entre los conceptos.

En un trabajo anterior, quien suscribe y F. González Q., hicieron un ensayo encuadrado en la primera línea antes mencionada y ello consistió en tratar de integrar la dinámica demográfica en el esquema de análisis de Marx. La mayor dificultad que allí se encontró fue la explicación de la fecundidad, para lo cual se recurrió a la categoría de "familia". Por otra parte, el análisis quedó circunscrito al estudio del capitalismo efectuado por Marx y que llega hasta los alrededores del año 1865. Para completar ese análisis



Indica posibles áreas prioritarias de estudio



falta estudiar el capitalismo en su fase monopólica. Pero además, sería un simple ejercicio académico si el análisis se restringiera al estudio del movimiento del capitalismo como si fuera una unidad homogénea; es decir, que se hace necesario el análisis del capitalismo como una unidad pero discriminando sus polos desarrollados y subdesarrollados. Dentro de los elementos conceptuales del marxismo se encuentran los Esquemas de Reproducción que permiten hacer esta discriminación.

Dos tópicos merecen especial cuidado: uno es el análisis de la evolución del desarrollo tecnológico desde 1860 hasta la actualidad, tanto en su desarrollo en sí como en su aplicación concreta en cada uno de los polos del capitalismo. Esto permitiría fundamentar el comportamiento de la composición orgánica y técnica del capital en los esquemas de reproducción, lo cual permitiría iluminar aspectos de la demanda de fuerza de trabajo en la producción de bienes materiales, incluidos allí los servicios directamente derivados de ellos, y la oferta-demanda de servicios de subocupación, ligados a la distribución del ingreso. El otro tópico es el de la familia cuyo estudio se hace necesario para explicar la fecundidad.

Sobre esta base se propuso un proyecto de investigación titulado "Tecnología, fuerza de trabajo y reproducción de la población en sociedades capitalistas dependientes con especial referencia a países latinoamericanos".

La investigación se divide en dos partes: la primera que se refiere a tecnología y fuerza de trabajo, y la segunda, a las relaciones entre familia y fecundidad.

i) Tecnología y fuerza de trabajo.

Este tema contiene dos aspectos: uno que se refiere al aparato conceptual y el otro a un examen histórico del desarrollo tecnológico como tal y la aplicación que de él se ha hecho en América Latina, prestando especial atención a la demanda de trabajo.

- a) En lo que se refiere al aparato conceptual, se formulará un esquema de reproducción ampliada en el cual quede explícita la demanda de fuerza de trabajo. Se hará necesario diferenciar la parte fija y circulante del capital constante, especificando los diferentes períodos de rotación que les corresponde. Esto prepara el esquema para diferenciar los polos desarrollados y subdesarrollados del sistema.

A primera vista parece importante también distinguir los períodos de rotación de algunos de los distintos tipos de bienes que entran en la canasta familiar, lo cual no sólo explicaría las diferencias aparentes en las tasas de ganancia de un sector y otro, sino que brindaría un punto de apoyo importante para explicar los ciclos coyunturales en ciertos sectores -como la construcción por ejemplo- en cuanto a absorción de fuerza de trabajo se refiere.

Cabría también distinguir la articulación entre el polo oligopólico y el artesanal y semi-artesanal, cruzado según se trate de bienes necesarios o de lujo y considerando la demanda de trabajo del sector productor de bienes materiales y de servicios ligados a ellos y aquella otra demanda de servicios de subocupación ligados a la distribución del ingreso.

- b) Análisis del desarrollo de las fuerzas productivas desde 1860 hasta la actualidad: una síntesis histórica y sus implicaciones para la demanda de trabajo.

Como se dijo anteriormente, el objetivo es analizar el movimiento de la composición técnica del capital, a fin de precisar los valores que asumirían en el modelo antes construido y nutrir al mismo con elementos empíricos que permita analizar sus implicaciones.

ii) Relaciones entre familia y fecundidad.

Tiene por objeto analizar las vinculaciones entre las condiciones de la base económica y las formas específicas de familia, considerando la influencia que ello tiene sobre los niveles de fecundidad y de participación femenina en el trabajo.

El primer paso para desbrozar el terreno consistiría en una revisión de los estudios de casos concretos de la literatura -antropológica y sociológica- existente con el objeto de detectar el estado del conocimiento en esta materia.

Para los casos concretos estudiados se integrarían los elementos de la base económica que al conocimiento del autor aún no se encuentran bien especificados en los trabajos a que se ha hecho referencia.

iii) Formulación de un cuadro analítico común que incorpore los elementos estudiados en los puntos anteriores.

Se trataría aquí de vincular el esquema con mortalidad, migraciones y fecundidad. Sobre este aspecto aún no se pueden dar mayores especificaciones porque ello ha de depender de los resultados que se vayan logrando en los aspectos anteriores.

5. En el documento que sigue nos moveremos en los marcos establecidos por Marx en el Volumen I y II de El Capital, en lo que se refiere a la reproducción y circulación del capital social en su conjunto. El objeto es formalizar en términos algebraicos el esquema como un primer paso para permitir explicitar la demanda de fuerza de trabajo.

Se trata éste de un primer informe de avance en el cual se ha explicitado el esquema de reproducción en términos de la composición orgánica del capital, de la propensión a consumir de los capitalistas y de la cuota de plusvalía. Se ha tratado de estudiar el comportamiento de las variables de los sectores, y el vínculo entre ellas en condiciones de equilibrio. Este estudio se efectúa en el capítulo primero. En el capítulo segundo se efectúa el análisis en términos de la reproducción simple ampliando el esquema con tres sectores económicos. Este capítulo aún no ha sido concluido pues falta efectuar el análisis incorporando la rotación del capital para posteriormente transformar el esquema en uno de reproducción ampliada.

6. Entre los posibles usos del modelo se pueden mencionar sus aplicaciones a nivel internacional y sus aplicaciones a nivel regional.

a) A nivel internacional se puede imaginar la presencia simultánea de dos modelos encadenados: uno que refleje los valores de los parámetros de los países desarrollados y otro en el que se especifiquen los valores de los parámetros de los países subdesarrollados.

Uno de los puntos de conexión entre ambos modelos es a través del capital constante; los países desarrollados suministran capital fijo a los países subdesarrollados y éstos suministran a aquéllos una proporción importante de la parte circulante del capital constante. Otro de los puntos de conexión es en el uso de la plusvalía: la plusvalía que tiene su origen en los países desarrollados se gasta en bienes no necesarios para la subsistencia, socialmente hablando, en los mismos países desarrollados (parte de esto puede ser gastado en los países subdesarrollados vía "turismo"); mientras que la plusvalía cuyo origen está en los países subdesarrollados, en su mayor parte se gasta en los países desarrollados -ya como compras de capital fijo, ya como gastos efectuados contra el sector de suntuarios-.

b) Las aplicaciones al nivel regional, necesariamente deberían pensarse como la desagregación regional de la parte del modelo internacional que representa a los países subdesarrollados. En esta desagregación los puntos de conexión entre las metrópolis y sus regiones y de éstas con el mundo desarrollado es del mismo tenor que lo ya mencionado en el acápite anterior pero los eslabonamientos son bastante más complejos. Por ejemplo: una región puede estar vinculada al mundo desarrollado mediante el abastecimiento de determinada materia prima, los bienes de consumo de los asalariados de esa región ser suministrados por otra región del país subdesarrollado a la vez que parte de la plusvalía generada en la región puede constiuirse en demanda de suntuarios del exterior o de una tercera región del interior del país.

c) En cuanto a las posibles variantes en la definición de los sectores se puede mencionar tentativamente lo siguiente: una posible clasificación es la utilizada por Marx, a saber: i) sector productor de medios de producción (capital fijo y materias primas); ii) sector de medios de vida necesarios; y, iii) sector de bienes de lujo.

Esta clasificación si bien sirve para los propósitos que se investigan en El Capital, no pareciera dar cuenta de aquello que se ha denominado "heterogeneidad estructural" en el sentido de diversidad de productividades dentro de un mismo sector.

Atendiendo a esta observación se podría tentativamente elaborar la siguiente clasificación:

- i) sector productor de medios de producción y materias primas de avanzada tecnología. Este sector se compone de grandes firmas ligadas al capital extranjero cuando se radican en los países subdesarrollados. Es un sector oligopólico o monopólico;
- ii) sector productor de medios de vida necesarios:
 - subsector oligopólico de alta productividad;
 - subsector de baja productividad;
- iii) sector productor de medios de vida de lujo.
 - de alta productividad, oligopólico o monopólico;
 - de baja productividad;
 - sector de servicios que funciona como mecanismo de redistribución de ingresos (servicio doméstico, jardineros, etc.).

I. EL ESQUEMA DE REPRODUCCION TAL COMO LO PRESENTA MARX

Con los esquemas de reproducción -reproducción simple y ampliada- Marx se propone analizar el proceso de circulación de los capitales individuales considerados como partes integrantes del capital global de la sociedad y, por tanto, el proceso de circulación de este capital social en conjunto^{1/}.

En el esquema de reproducción ampliada se parte de las siguientes premisas:

1. que la suma de dinero existente para ser capitalizado sea suficiente, bajo las condiciones técnicas existentes, para ampliar el capital constante en funciones o para emprender una industria nueva;
2. la ampliación del capital constante de una industria supone que ya se haya desarrollado una producción en escala ampliada pues la conversión de la forma dinero de la plusvalía a la forma de elementos del capital productivo supone que dichos elementos existan en el mercado como mercancías. No importa que aún no estén terminadas y puestas a la venta; basta que se haya efectuado el sucesivo; no se pagarán hasta que existan y cuando existan necesariamente se habrá producido una ampliación de la escala de producción^{2/}. Es decir, que necesariamente la ampliación de la escala de producción ha de ocurrir en el sector 1 aunque el impulso para tal ampliación provenga del sector 2.

1. El esquema formal

Utilizaremos los siguientes símbolos:

i = 1, 2, ... = sectores económicos

C_i = Capital constante del sector i

^{1/} El Capital, Vol. II, pág. 277, Ed. Cartago.

^{2/} Marx, G., El Capital, Vol. II, pág. 376, Ed. Cartago.

V_i = Capital variable del sector i

P_i = Plusvalía del sector i

d = Incremento

CO_i = Coeficiente medio y marginal de consumo de los capitales del sector i.
Este coeficiente varía entre cero y uno, inclusive.

$\bar{C}_i = \frac{C_i}{V_i}$ = Composición orgánica media del capital en el sector i.

$C_i = \frac{\Delta C_i}{\Delta V_i}$ = Composición orgánica marginal del capital en el sector i.

$T_i = \frac{P_i}{V_i}$ = Tasa de explotación o cuota de plusvalía en el sector i.

W_i = Valor de la mercancía del sector i ($= C_i + V_i + P_i$)

$G_i = \frac{P_i}{C_i + V_i}$ = Tasa de ganancia en el sector i.

$G = \frac{\sum_i P_i}{\sum_i (C_i + V_i)}$ = Tasa media de ganancia

t = Sub-índice de tiempo referido al final del mismo.

Se suponen dos sectores que intercambian entre sí. El sector 1 es el productor de medios de producción y el sector 2 aquel que produce bienes de consumo para los asalariados y los capitalistas. El valor de las mercancías producidas en cada uno de los sectores es:

$$(1) C_{i,t} + V_{i,t} + P_{i,t} = W_{i,t} \quad i = 1, 2$$

La plusvalía apropiada por los capitalistas puede tener diversos usos:
i) puede ser atesorada, caso que por ahora no consideramos; ii) puede destinarse a incrementar el capital, tanto el variable como el constante; iii) puede destinarse al consumo individual. O sea,

$$(2) P_{i,t} = d C_{i,t+1} + d V_{i,t+1} + CO_{i,t+1} P_{i,t}$$

Reemplazando (2) en (1) queda

$$(C_{i t} + d C_{i t+1}) + (V_{i t} + d V_{i t+1}) + CO_{i t+1} P_{i t} = W_t$$

Pero $(C_{i t} + d C_{i t+1}) = C_{i t+1}$ y $(V_{i t} + d V_{i t+1}) = V_{i t+1}$

Por lo tanto (1) queda

$$(1') C_{i t+1} + V_{i t+1} + CO_{i t+1} P_{i t} = W_{i t} \quad i = 1, 2$$

La condición de equilibrio que permite la reproducción del capital social es de un lado que la oferta de medios de producción sea igual a su demanda y que la demanda de bienes de consumo sea igual a su oferta. Algebraicamente,

$$(2) W_{i t} = \sum_i C_{i t+1} \quad \text{La oferta de medios de producción al inicio del período igual a la demanda al fin del período.}$$

La demanda de bienes de consumo individual está constituida por la suma de los salarios $(\sum_i V_i)$ -suponiendo que los asalariados tienen propensión a consumir, media y marginal, igual a uno- y la parte de la plusvalía total que los capitalistas tenían al inicio del período y que destinan al consumo individual. O sea,

$$(3) \sum_i V_{i t+1} + \sum_i CO_{i t+1} P_{i t} = W_{i t} \quad i = 1, 2$$

La demanda de medios de consumo individual al final del período tiene que ser igual a la oferta existente al inicio del período.

Reemplazando en (2) el valor de W_1 y en (3) el valor de W_2 se tiene que

$$\sum_i C_{i t+1} = C_{i t+1} + V_{i t+1} + CO_{i t+1} P_{i t} \quad i = 1, 2$$

$$y \quad \sum_i V_{i t+1} + \sum_i CO_{i t+1} P_{i t} = C_{i t+1} + V_{i t+1} + CO_{i t+1} P_{i t} \quad i = 1, 2$$

Simplificando, el resultado de cada una de esas ecuaciones es

$$(4) \quad C_{2 \ t+1} = V_{1 \ t+1} + CO_{1 \ t+1} P_{1 \ t} \quad \text{o lo que es lo mismo}$$

$$(4') \quad C_{2 \ t+1} = V_{1 \ t} + d V_{1 \ t+1} + CO_{1 \ t+1} P_{1 \ t}$$

La condición (4) o (4') es la que corresponde a una situación de equilibrio para el caso más general que es el de la reproducción ampliada. La condición de equilibrio de reproducción simple aparece como caso particular cuando el coeficiente medio de consumo de los capitalistas del sector 1, vale la unidad.

O sea,

Si $CO_1 = 1$ entonces $C_{2 \ t+1} = V_{1 \ t} + P_{1 \ t} \equiv C_{2 \ t}$ pues por la expresión (2) se tiene que los incrementos del capital variable son nulos.

La expresión (4) dice que el monto de capital existente en el sector 2 tiene que, en equilibrio, ser igual a la demanda de bienes de consumo individual proveniente del sector 1.

2. Explicitación del esquema en términos de la composición orgánica del capital, la propensión a consumir de los capitalistas y de la cuota de plusvalía

La expresión (2) que establece la distribución de la plusvalía puede ser escrita de la forma que a continuación se indica,

$$(2) \quad P_{1 \ t} = d C_{1 \ t+1} + d V_{1 \ t+1} + CO_{1 \ t+1} P_{1 \ t} = P_{1 \ t} V_{1 \ t}$$

La parte que se destina a incrementar el capital es la parte de la plusvalía que los capitalistas no consumen.

$$d C_{1 \ t+1} + d V_{1 \ t+1} = (1 - CO_{1 \ t+1}) P_{1 \ t}$$

Ahora, el incremento del capital constante en relación con el incremento de capital total se puede expresar en función de la composición orgánica marginal del capital. O sea,

$$\frac{d C_1 t+1}{d (C_1 + V_1) t+1} = \frac{d C_1 t+1 / d V_1 t+1}{(d C_1 t+1 / d V_1 t+1 + 1)} \quad \frac{d V_1 t+1}{d V_1 t+1} = \frac{O_1 t+1}{(1 + O_1 t+1)}$$

Por lo tanto

$$(5) \quad d C_1 t+1 = \frac{O_1 t+1}{(1 + O_1 t+1)} (1 - CO_1 t+1) P_1 t$$

Respecto del incremento del capital variable se tiene

$$(6) \quad d V_1 t+1 = \frac{1}{O_1 t+1} d C_1 t+1 = \frac{(1 - CO_1 t+1)}{(1 + O_1 t+1)} P_1 t$$

Examinando las expresiones (5) y (6) se ve que

i) si $CO_1 t+1 = 1$ entonces $d C_1 t+1 = 0$

y $d V_1 t+1 = 0$

Aquí la totalidad de la plusvalía se consume y estamos en presencia del caso de reproducción simple.

ii) si $CO_1 t+1 = 0$ toda la plusvalía se capitaliza repartiéndose entre capital constante y capital variable en función de la composición orgánica marginal del capital. O sea,

$$d C_1 t+1 = \frac{O_1 t+1}{(1 + O_1 t+1)} P_1 t \quad y$$

$$d V_1 t+1 = \frac{1}{(1 + O_1 t+1)} P_1 t$$

El capital constante del sector 2 es

$$C_{2 t+1} = V_{1 t+1} + CO_{1 t+1} P_{1 t} = V_{1 t} + d V_{1 t+1} + CO_{1 t+1} T_{1 t} V_{1 t}$$

$$(4^{II}) C_{2 t+1} = \left[1 + \frac{T_{1 t} (1 + CO_{1 t+1} O_{1 t+1})}{(1 + O_{1 t+1})} \right] V_{1 t}$$

Teniendo en cuenta que

$$(4^{III}) C_{2 t+1} = V_{1 t+1} + CO_{1 t+1} P_{1 t} \quad \text{y que}$$

$$C_{2 t} = V_{1 t} + CO_{1 t} P_{1 t-1}$$

el incremento de C_2 queda definido como

$$(7) d C_{2 t+1} = d V_{1 t+1} + CO_{1 t+1} P_{1 t} - CO_{1 t} P_{1 t-1}$$

Esta expresión puede ser escrita de la siguiente manera

$$d C_{2 t+1} = d V_{1 t+1} + CO_{1 t} d P_{1 t} + d CO_{1 t+1} P_{1 t}$$

$$\text{y } CO_{1 t} d P_{1 t} = CO_{1 t} d V_{1 t} T_{1 t} + CO_{1 t} d T_{1 t} V_{1 t-1}$$

de manera que

$$(7') d C_{2 t+1} = d V_{1 t+1} + d CO_{1 t+1} P_{1 t} + CO_{1 t} d V_{1 t} T_{1 t} + CO_{1 t} d T_{1 t} V_{1 t-1} \quad \underline{\underline{3/}}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{3/}} d C_{2 t+1} &= d V_{1 t+1} + CO_{1 t+1} P_{1 t} - CO_{1 t} P_{1 t-1} \\ &= d V_{1 t+1} + CO_{1 t} (P_{1 t} - P_{1 t-1}) + (CO_{1 t+1} - CO_{1 t}) P_{1 t} \\ &= d V_{1 t+1} + CO_{1 t} d P_{1 t} + d CO_{1 t+1} P_{1 t} \end{aligned}$$

$$\text{El término } CO_{1 t} d P_{1 t} = CO_{1 t} (d V_{1 t} T_{1 t} + d T_{1 t} V_{1 t-1})$$

En palabras, la variación del capital constante del sector 2, en equilibrio, al cabo del período, tiene que ser igual a la suma de: 1) la variación de los salarios o capital variable; 2) el cambio del consumo de los capitalistas del sector 1 derivado del cambio de su propensión a consumir; 3) la variación del consumo de los capitalistas del sector 1 derivado del cambio de plusvalía atribuible al crecimiento de los salarios del período anterior; 4) el cambio del consumo de los capitalistas derivado de la variación de la plusvalía atribuible al cambio de la tasa de explotación del período anterior.

Reemplazando en (7') las expresiones correspondientes se obtiene una relación expresada en términos de la composición orgánica y de la propensión a consumir:

$$\begin{aligned} \Delta C_{2 \ t+1} &= \frac{(1 - CO_{1 \ t+1})}{(1 + O_{1 \ t+1})} T_{1 \ t} V_{1 \ t} + \Delta CO_{1 \ t+1} T_{1 \ t} V_{1 \ t} \\ &+ CO_{1 \ t} \frac{(1 - CO_{1 \ t})}{1 + O_{1 \ t}} T_{1 \ t-1} V_{1 \ t-1} T_{1 \ t} + CO_{1 \ t} \Delta T_{1 \ t} V_{1 \ t-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{2 \ t+1} &= T_{1 \ t} V_{1 \ t} \left[\frac{1 - CO_{1 \ t+1}}{1 + O_{1 \ t+1}} + CO_{1 \ t+1} - CO_{1 \ t} \right] + \\ &\left[CO_{1 \ t} \frac{(1 - CO_{1 \ t})}{1 + O_{1 \ t}} T_{1 \ t-1} T_{1 \ t} + CO_{1 \ t} \Delta T_{1 \ t} \right] V_{1 \ t-1} \end{aligned}$$

Ahora

$$\begin{aligned} T_{1 \ t} V_{1 \ t} &\left[\frac{1 - CO_{1 \ t+1} + CO_{1 \ t+1} + CO_{1 \ t+1} O_{1 \ t+1} - CO_{1 \ t} - CO_{1 \ t} O_{1 \ t+1}}{1 + O_{1 \ t+1}} \right] = \\ &= \left[\frac{(1 - CO_{1 \ t}) + O_{1 \ t+1} (CO_{1 \ t+1} - CO_{1 \ t})}{(1 + O_{1 \ t+1})} \right] T_{1 \ t} V_{1 \ t} \end{aligned}$$

Reemplazando queda

$$(7'') \quad d C_{2 \ t+1} = T_{1 \ t} V_{1 \ t} \left[\frac{(1 - CO_{1 \ t}) + O_{1 \ t+1} (CO_{1 \ t+1} - CO_{1 \ t})}{1 + O_{1 \ t+1}} \right] +$$

$$\left[\frac{(1 - CO_{1 \ t})}{1 + O_{1 \ t}} T_{1 \ t} + d \frac{T_{1 \ t}}{T_{1 \ t-1}} \right] T_{1 \ t-1} CO_{1 \ t} V_{1 \ t-1}$$

En (7'') se ve muy claramente que si $CO_t = CO_{t+1} = 1$ y si la tasa de explotación permanece constante entonces $d C_{2 \ t+1} = 0$ encontrándonos con el caso de la reproducción simple.

Si $CO_{t+1} = CO_t = 0$ entonces $d C_{2 \ t+1} = d V_{1 \ t+1}$ porque bajo esta hipótesis (7'') queda

$$d C_{2 \ t+1} = T_{1 \ t} V_{1 \ t} \frac{1}{1 + O_{t+1}} = \frac{d V_{1 \ t+1}}{1 - CO_{1 \ t+1}} = d V_{1 \ t+1} \quad \text{por (6) y}$$

por hipótesis de $CO_{1 \ t+1} = 0$

Considérese ahora el siguiente conjunto de hipótesis:

$$\text{Si } CO_{1 \ t} = 1 > CO_{1 \ t+1} = a \quad \text{y} \quad T_{1 \ t} = T_{1 \ t-1}$$

entonces

$$d C_{2 \ t+1} = T_{1 \ t} V_{1 \ t} \left[\frac{O_{1 \ t+1} (a-1)}{(1 + O_{1 \ t+1})} \right] < 0$$

por ser $a < 1$. En estas condiciones, de un lado el aumento de la propensión a ahorrar conduce a $d C_{1 \ t+1} > 0$ y del otro a $d C_{2 \ t+1} < 0$, dando así lugar a la aparición de capacidad ociosa y sobreproducción en el sector 2, productor

de bienes de consumo, cuyo volumen será igual al volumen de la ampliación de la producción efectuada en el sector 1. Es a esto a lo que hace referencia Marx cuando dice que el intento de ampliar la producción puede entorpecer "la reproducción en escala ampliada, siendo la causa de ello el simple intento de ampliarla".^{4/}

De entre los casos particulares, uno que resulta de interés es el que responde a las siguientes hipótesis:

$$\text{Si } CO_{1 t} = CO_{1 t+1} < 1; \quad T_{1 t} = T_{1 t-1} = 1 \quad \text{y} \quad O_{1 t} = O_{1 t+1}$$

entonces la expresión 7" queda

$$\Delta C_{2 t+1} = \frac{1 - CO_{1 t}}{1 + O_{1 t}} \left[T_{1 t} (V_{1 t} + CO_{1 t} V_{1 t-1}) \right]$$

y dado que $C_{2 t} = V_{1 t} + CO_{1 t} P_{1 t-1}$

la tasa de crecimiento queda expresada como

$$\frac{\Delta C_{2 t+1}}{C_{2 t}} = \frac{(1 - CO_{1 t})}{(1 + O_{1 t})} > 0$$

En otros términos, si permanece constante la propensión a consumir, la composición orgánica y el grado de explotación (siendo éste igual a 1) del sector 1, el capital constante de equilibrio del sector 2 crece a una tasa constante y positiva. Bajo estas hipótesis trabaja Marx en los ejemplos numéricos que presenta en el capítulo 21 del volumen II "La acumulación y la reproducción en escala ampliada".

El incremento del capital variable del sector 2 queda expresado como sigue:

$$(8) \quad \Delta V_{2 t+1} = \frac{1}{O_{2 t+1}} \Delta C_{2 t+1}$$

^{4/} Marx, C., El Capital, Vol. II, pág. 387.

3. Vínculo entre el capital constante del sector 2 y el capital variable del sector 1

$$C_{2 \ t+1} = V_{1 \ t+1} + CO_{1 \ t+1} P_{1 \ t} = \left(1 + CO_{1 \ t+1} \frac{P_{1 \ t}}{V_{1 \ t+1}} \right) V_{1 \ t+1}$$

$$\begin{aligned} \text{Pero } \frac{P_{1 \ t}}{V_{1 \ t+1}} &= \frac{P_{1 \ t}}{V_t + \frac{(1 - CO_{1 \ t+1}) P_t}{1 + O_{1 \ t+1}}} = \frac{P_t}{V_t + \frac{(1 - CO_{1 \ t+1}) P_t V_t}{1 + O_{1 \ t+1}}} \\ &= \frac{P_t (1 + O_{1 \ t+1})}{V_t (1 + O_{1 \ t+1} + (1 - CO_{1 \ t+1}) P_t)} = \frac{(1 + O_{1 \ t+1})}{1 + O_{1 \ t+1} + (1 - CO_{1 \ t+1}) P_t} \end{aligned}$$

Reemplazando queda,

$$C_{2 \ t+1} = \left(1 + CO_{1 \ t+1} P_t \frac{(1 + O_{1 \ t+1})}{1 + O_{1 \ t+1} + (1 - CO_{1 \ t+1}) P_t} \right) V_{1 \ t+1}$$

Si $CO_{1 \ t+1} = 0$ entonces $C_{2 \ t+1} = V_{1 \ t+1}$

Si $CO_{1 \ t+1} = 1$ entonces $C_{2 \ t+1} = (1 + P_t) V_{1 \ t+1}$ ó $C_{2 \ t+1} > V_{1 \ t+1}$

Este último es el caso de la reproducción simple.

4. Vínculo entre los capitales constantes de los dos sectores.

$$(4^{ma}) C_{2 \ t+1} = \left(1 + \frac{CO_{1 \ t+1} P_{1 \ t} (1 + O_{1 \ t+1})}{(1 + O_{1 \ t+1}) + (1 - CO_{1 \ t+1}) P_{1 \ t}} \right) \frac{C_{1 \ t+1}}{O_{1 \ t+1}}$$

Si $CO_1 t+1 = 0$ entonces $C_2 t+1 = \frac{1}{\bar{O}_1 t+1} C_1 t+1$ ó $C_2 t+1 < C_1 t+1$

Si $CO_1 t+1 = 1$ entonces $C_2 t+1 = (1 + T_t) \frac{C_1 t+1}{\bar{O}_1 t+1}$

El que $C_2 t+1 \geq C_1 t+1$ dependerá de los valores que se asuman para T_1 y \bar{O}_1 .

Cuando el $T_t \geq \bar{O}_1 t+1$ el $C_2 t+1 > C_1 t+1$

para $(T_{t+1}) \leq \bar{O}_1 t+1$ el $C_2 t+1 \leq C_1 t+1$

Estos últimos son los valores asumidos por Marx y Lenin en los ejemplos numéricos que presentan sobre la reproducción. Más adelante consideraremos este punto que más bien es de carácter empírico. En los ejemplos numéricos, Marx utilizó valores de $T = 1$ y de $\bar{O} = 4$.

5. Las tasas de crecimiento y el vínculo entre ellas.

Sobre la base de la explicitación anterior se pueden derivar algunas conclusiones generales acerca del comportamiento de las tasas de crecimiento del capital constante y del capital variable en cada uno de los sectores y la relación existente entre ellos.

Dado que $C_1 t+1 = C_1 t + d C_1 t+1 = C_1 t + (1 - CO_1 t+1) \frac{O_1 t+1}{1 + O_1 t+1} P_1 t$

$$\frac{C_1 t+1}{C_1 t} = 1 + (1 - CO_1 t+1) \frac{O_1 t+1}{1 + O_1 t+1} \frac{P_1 t}{C_1 t}$$

y como $\frac{P_1 t}{C_1 t} = T_1 t$ $\frac{V_1 t}{C_1 t} = T_1 t \frac{1}{C_1 t}$

$$(9) \frac{d C_{1 t+1}}{C_{1 t}} = \frac{(1 - CO_{1 t+1})}{(1 + O_{1 t+1})} \frac{O_{1 t+1}}{\bar{O}_{1 t}} T_{1 t}$$

O sea que la tasa de crecimiento del capital constante del sector 1 depende de la propensión a consumir de los capitalistas del sector; de la composición orgánica marginal y media del capital del sector y del grado de explotación.

De la expresión (6) se ve inmediatamente que

$$(10) \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} = \frac{(1 - CO_{1 t+1})}{(1 + O_{1 t+1})} T_{1 t}$$

O sea que la tasa de crecimiento del capital variable está en razón inversa a la composición orgánica marginal del capital y de la propensión a consumir y en razón directa al grado de explotación.

El vínculo entre las tasas de crecimiento del capital constante del sector 1 con la del capital variable del mismo está en razón directa con la composición marginal del capital para valores de $CO_{t+1} < 1$. O sea,

$$\frac{\frac{d C_{1 t+1}}{C_{1 t}}}{\frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}}} = \frac{O_{1 t+1}}{\bar{O}_{1 t}}$$

$$\text{Si } O_{1 t+1} \geq \bar{O}_{1 t} \quad \text{entonces} \quad \frac{d C_{1 t+1}}{C_{1 t}} \geq \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}}$$

$$\text{Si } O_{1 t+1} < \bar{O}_{1 t} \quad \text{entonces} \quad \frac{d C_{1 t+1}}{C_{1 t}} < \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}}$$

Respecto del incremento del capital variable en el sector 2, éste queda definido como

$$d V_{2 t+1} = \frac{1}{O_{2 t+1}} d C_{2 t+1} \quad \text{según se expresa en (3)}$$

y el $V_{2 t+1} = V_{2 t} + d V_{2 t+1} = V_{2 t} + \frac{1}{O_{2 t+1}} d C_{2 t+1}$

Dividiendo ambos miembros por $V_{2 t}$ y restando 1 queda,

$$\frac{d V_{2 t+1}}{V_{2 t}} = \frac{1}{O_{2 t+1}} \frac{d C_{2 t+1}}{V_{2 t}} = \frac{1}{O_{2 t+1}} \frac{d C_{2 t+1}}{C_{2 t}} \frac{C_{2 t}}{V_{2 t}} = \frac{\bar{O}_{2 t}}{O_{2 t+1}} \frac{d C_{2 t+1}}{C_{2 t}}$$

O sea que la tasa de crecimiento del capital variable del sector 2 depende de la tasa de crecimiento del capital constante corregido por la discrepancia entre la composición orgánica media y marginal del capital.

a) Comparación de las tasas de crecimiento del capital variable del sector 1 de un período a otro.

Recordemos que $\frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} = \frac{1 - CO_{1 t+1}}{1 + O_{1 t+1}} \cdot \bar{r}_{1 t}$

La relación entre la tasa actual y la del período anterior queda definida como:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}}}{\frac{d V_{1 t}}{V_{1 t-1}}} &= \frac{\frac{1 - CO_{1 t+1}}{1 + O_{1 t+1}} \cdot \bar{r}_{1 t}}{\frac{1 - CO_{1 t}}{1 + O_{1 t}} \cdot \bar{r}_{1 t-1}} = \frac{\frac{1 - CO_{1 t+1}}{1 + O_{1 t+1}}}{\frac{1 - CO_{1 t}}{1 + O_{1 t}}} \cdot \frac{\bar{r}_{1 t}}{\bar{r}_{1 t-1}} \\ &= \frac{S_{t+1}}{r_{t+1}} \cdot \frac{\bar{r}_{1 t}}{\bar{r}_{1 t-1}} \end{aligned}$$

haciendo, para simplificar la notación,

$$S_{t+1} = \frac{1 - CO_1 \ t+1}{1 - CO_1 \ t}$$

o sea, al índice de crecimiento del ahorro y

$$r_{t+1} = \frac{1 + O_1 \ t+1}{1 + O_1 \ t}$$

al índice de crecimiento de la composición orgánica.

Nos interesa analizar el comportamiento de las tasas de crecimiento del capital variable del sector 1. Para ello establecemos la diferencia entre numerador y denominador ($S_{t+1} \ T_{1 \ t} - S_t \ T_{1 \ t-1}$); si esa diferencia es negativa la tasa de crecimiento de los salarios disminuye; si es cero, el crecimiento es igual; y si es positiva, se acelera el crecimiento de los salarios.

$$(A) \ S_{t+1} \ T_{1 \ t} - r_t \ T_{1 \ t-1} = (S_{t+1} - r_t) \ T_{1 \ t} + (T_{1 \ t} - T_{1 \ t-1}) \ r_t$$

El valor de esta expresión se muestra en el cuadro siguiente, para valores de $CO < 1$

Cuadro 1

$T_{1 \ t} - T_{1 \ t-1}$ $(S_{t+1} - r_t)$	$T_{1 \ t} - T_{1 \ t-1}$			$(S_{t+1} - r_t)$		
	0	>0	<0	0	>0	<0
	Valor de la expresión (A)			Comparación en tasas de crecimiento de los salarios		
= 0	= 0	> 0	< 0	$\frac{dV_{t+1}}{V_t} - \frac{dV_t}{V_{t-1}}$	$\frac{dV_{t+1}}{V_t} - \frac{dV_t}{V_{t-1}}$	$\frac{dV_{t+1}}{V_t} - \frac{dV_t}{V_{t-1}}$
> 0	> 0	> 0	≈ 0	>	>	indeterminado
< 0	< 0	≈ 0	< 0	<	indeterminado	<

En palabras los resultados quedan expresados en los siguientes términos:

- i) Si el coeficiente de ahorro crece más rápido que la composición orgánica marginal del capital ante un grado de explotación creciente o constante, el capital variable acelera su crecimiento. Resulta indeterminado el comportamiento cuando la tasa de explotación es decreciente.
 - ii) Cuando la tasa de ahorro crece al mismo ritmo que la composición marginal del capital, el comportamiento de la tasa de crecimiento de los salarios de un período a otro se acelera, disminuye o permanece constante si el grado de explotación aumenta, disminuye o permanece constante, respectivamente.
 - iii) Cuando la tasa de ahorro crece a un ritmo menor que la composición orgánica marginal del capital, el ritmo de crecimiento de la tasa de salarios decrece cuando el grado de explotación permanece constante o disminuye. En el caso de aumento del grado de explotación, el comportamiento del crecimiento de los salarios queda indeterminado dependiendo de la magnitud del cambio en la tasa de explotación.
- b) Comparación de las tasas de crecimiento del capital constante y variable, en ambos sectores.

El examen de las expresiones (9) y (10) señala que la única diferencia entre las tasas de crecimiento del capital constante y del capital variable en el sector 1 proviene de la discrepancia entre la composición orgánica marginal y media del capital

$$\left(\frac{O_{1 \ t+1}}{\bar{O}_{1 \ t}} \right)$$

Entonces, si $0 \leq CO_{1 \ t+1} < 1$ y si

$$i) \quad O_{1 \ t+1} > \bar{O}_{1 \ t} \quad \text{entonces} \quad \frac{d C_{1 \ t+1}}{C_{1 \ t}} > \frac{d V_{1 \ t+1}}{V_{1 \ t}}$$

$$ii) \quad C_{i \ t+1} < \bar{C}_{i \ t} \quad \text{entonces} \quad \frac{d C_{i \ t+1}}{C_{i \ t}} < \frac{d V_{i \ t+1}}{V_{i \ t}}$$

$$iii) \quad C_{i \ t+1} = \bar{C}_{i \ t} \quad \text{entonces} \quad \frac{d C_{i \ t+1}}{C_{i \ t}} = \frac{d V_{i \ t+1}}{V_{i \ t}}$$

$$iv) \quad \text{Si } CO_{i \ t+1} = 1 \quad \text{entonces} \quad \frac{d C_{i \ t+1}}{C_{i \ t}} = \frac{d V_{i \ t+1}}{V_{i \ t}} = 0 \quad \text{que es}$$

el caso de la reproducción simple.

c) Comparación de las tasas de crecimiento del capital constante del sector 2 y del capital variable del sector 1.

Veamos ahora la comparación entre el crecimiento de equilibrio del capital constante en el sector 2 y el comportamiento del capital variable del sector 1. Consideremos la relación 11' que para facilidad la reproducimos a continuación.

$$(11') \quad \frac{d C_{2 \ t+1}}{C_{2 \ t}} = \left(\frac{d V_{1 \ t+1}}{V_{1 \ t}} + \frac{d CO_{1 \ t+1}}{CO_{1 \ t}} \cdot CO_{1 \ t} \cdot P_{1 \ t} \right) \frac{V_{1 \ t}}{C_{1 \ t}} +$$

$$+ \left(\frac{d V_{1 \ t}}{V_{1 \ t-1}} \cdot \frac{P_{1 \ t}}{P_{1 \ t-1}} + \frac{d P_{1 \ t}}{P_{1 \ t-1}} \right) \cdot \frac{P_{1 \ t-1} \cdot CO_{1 \ t}}{C_{1 \ t}}$$

i) Si $CO_{1 \ t} = 0$ la expresión (11') queda

$$\frac{d C_{2 \ t+1}}{C_{2 \ t}} = \frac{d V_{1 \ t+1}}{V_{1 \ t}} \cdot \frac{V_{1 \ t}}{C_{1 \ t}}$$

$$\frac{V_1 t}{G_t} = 1 \quad \text{por expresión (4')} \quad \text{y} \quad \frac{d V_1 t+1}{V_1 t} > 0 \quad \text{por expresión (10)}$$

$$\text{luego} \quad \frac{d C_2 t+1}{C_2 t} = \frac{d V_1 t+1}{V_1 t} > 0$$

ii) Para valores de CO_1 entre cero y 1; es decir $0 < CO_1 < 1$,

$$\frac{d CO_1 t+1}{CO_1 t} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{d P_1 t}{P_{t-1}} = 0$$

La expresión (11') queda

$$\frac{d C_2 t+1}{C_2 t} = \frac{d V_1 t+1}{V_1 t} \cdot \frac{V_1 t}{G_1 t} + \frac{d V_1 t}{V_1 t-1} \cdot \frac{P_1 t-1 CO_1 t}{G_1 t}$$

O sea que la tasa de crecimiento del capital constante en el sector 2 es el promedio ponderado a las tasas de crecimiento del capital variable del sector 1.

- Si $O_1 t+1 > O_1 t$ entonces $\frac{d V_1 t+1}{V_1 t} < \frac{d V_1 t}{V_1 t-1}$ por comparación de

la expresión (10) con su igual desfasada un período. Por consiguiente,

$$\frac{d C_2 t+1}{C_2 t} > \frac{d V_1 t+1}{V_1 t}$$

- Si $O_1 t+1 = O_1 t$ entonces $\frac{d V_1 t+1}{V_1 t} = \frac{d V_1 t}{V_1 t-1}$ Por lo tanto

$$\frac{d C_2 t+1}{C_2 t} = \frac{d V_1 t+1}{V_1 t}$$

- Si $O_{1 t+1} < O_{1 t}$ entonces $\frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} > \frac{d V_{1 t}}{V_{1 t}}$ Por lo tanto

$$\frac{d C_{2 t+1}}{C_{2 t}} < \frac{d V_{t+1}}{V_{t+1}}$$

iii) Si $\frac{d CO_{1 t+1}}{CO_{1 t}} < 0$ $\frac{d T_{1 t}}{T_{1 t-1}} = 0$ y $0 < CO_1 < 1$

Examinemos primero el comportamiento de la tasa de salarios de un período a otro en el sector 1.

$$\frac{d V_{t+1}}{V_t} = \frac{1 - CO_{1 t+1}}{1 + O_{1 t+1}} T_{1 t}$$

$$\frac{d V_t}{V_{t-1}} = \frac{1 - CO_{1 t}}{1 + O_{1 t}} T_{1 t-1}$$

- Si $O_{1 t} \geq O_{1 t+1} \Rightarrow \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} > \frac{d V_{1 t}}{V_{1 t-1}}$

- Si $O_{1 t} < O_{1 t+1} \Rightarrow \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} \leq \frac{d V_t}{V_{1 t-1}}$

indeterminación que se resuelve estableciendo hipótesis adicionales respecto del crecimiento del coeficiente de ahorro y de la composición orgánica.

- Si $\frac{(1 - CO_{1 t+1})}{(1 - CO_{1 t})} > \frac{1 + O_{t+1}}{1 + O_t} \Rightarrow \frac{d V_{t+1}}{V_t} > \frac{d V_t}{V_{t-1}}$

$$- \text{ Si } \left(\frac{1 - CO_1 t+1}{1 - CO_1 t} \right) = \frac{1 + O_{t+1}}{1 + O_t} \Rightarrow \frac{d V_{t+1}}{V_t} = \frac{d V_t}{V_{t-1}}$$

$$- \text{ Si } \left(\frac{1 - CO_1 t+1}{1 - CO_1 t} \right) < \frac{1 + O_{t+1}}{1 + O_t} \Rightarrow \frac{d V_{t+1}}{V_t} > \frac{d V_t}{V_{t-1}}$$

La expresión (11') bajo las hipótesis de este acápite queda

$$\frac{d C_{2 t+1}}{C_{2 t}} = \left[\frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} + \frac{d CO_1 t+1}{CO_1 t} \cdot CO_1 t \cdot \pi_{1 t} \right] \frac{V_{1 t}}{C_{1 t}} + \frac{d V_{1 t}}{V_{1 t-1}} \frac{P_{1 t-1} CO_1 t}{C_{1 t}}$$

$$- \text{ Si } \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} \geq \frac{d V_{1 t}}{V_{1 t-1}} \text{ entonces } \frac{d C_{2 t+1}}{C_{2 t}} < \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}}$$

porque $\frac{d CO_1 t+1}{CO_1 t} < 0$ por hipótesis.

Como se vio antes (pág. 12) la condición de esta hipótesis parcial implica que el coeficiente de ahorro crezca más aprisa o igual que la composición orgánica del capital. La proposición se restablecería en los siguientes términos: si el coeficiente de ahorro crece más aprisa o igual que la composición orgánica entonces el capital constante del sector 2 crece más lentamente que el capital variable del sector 1.

$$- \text{ Para el caso que resta; es decir, cuando } \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}} < \frac{d V_t}{V_t} \text{ lo cual}$$

supone que la tasa de crecimiento del coeficiente de ahorro es menor que la tasa a que crece la composición orgánica del capital, no queda clara la relación que debe existir entre

$$\frac{d C_{2 t+1}}{C_{2 t}} \quad \text{y} \quad \frac{d V_{1 t+1}}{V_{1 t}}$$

II. EL ESQUEMA DE REPRODUCCION SIMPLE

El esquema de reproducción simple interesa: 1) porque "cuando existe acumulación, la reproducción simple es siempre parte de ella";^{5/} 2) es ésta la parte de la reproducción que con mayor profundidad estudió Marx. En este esquema se analiza con todo su detalle la reposición del capital fijo tanto en dinero como en especie y, dentro del capital constante se distingue el capital fijo del capital circulante; se incorpora un sector de bienes de consumo de lujo; se introduce la influencia de las diversas rotaciones de los distintos elementos materiales que compone el capital; 3) porque la definición misma de la reproducción simple sugiere que la única hipótesis implícita coherente en términos lógicos que se impone al comportamiento demográfico es uno tal que la población debe ser necesariamente estacionaria; o en otros términos, que crece a tasa nula. La premisa de la reproducción simple es que "un capital social de determinado valor produce la misma masa de valores-mercancías en el año actual que en el anterior y satisface la misma cantidad de necesidades, aunque las formas de las mercancías puedan variar en el proceso de reproducción".^{6/} En términos del comportamiento demográfico la única manera de que una masa de valores-mercancías satisfagan la misma cantidad de necesidades en el año actual que en el anterior es: primero que el volumen de población sea el mismo de un año a otro, o sea que crezca a tasa nula, con lo cual queda definida la población estacionaria, y segundo que la composición por edad y sexo sea en este año igual al del año anterior, condición a la cual responde la población estable.^{7/}

^{5/} El Capital, pág. 307, Vol. II

^{6/} El Capital, pág. 307, Vol. II (Lo subrayado es nuestro)

^{7/} Una población cualquiera, con su correspondiente distribución por edad, por sexo y cerrada -o sea cuyo efectivo recibe incorporaciones sólo por nacimientos y pérdidas sólo por muertes, sin recibir influencias por emigración e inmigración- que está sometida a un régimen constante en el tiempo de fecundidad por edad y mortalidad por edad y sexo, tiende a una población límite que se denomina población estable, cuya característica es que crece a una tasa constante, con estructura por edad y sexo también constante. Cuando el régimen de fecundidad constante por edad y de mortalidad constante en el tiempo por edad y sexo conduce, en el límite, a una tasa de crecimiento nula de la población, se dice

(Continúa)

De la afirmación anterior no se puede derivar que a la reproducción ampliada le deba necesariamente corresponder un comportamiento demográfico del tipo de la población estable o de la población estacionaria.

Marx aclara que "la reproducción simple sobre la misma escala constituye una abstracción, puesto que, de una parte, la ausencia de toda acumulación o reproducción en escala ampliada es, sobre una base capitalista, un supuesto absurdo, y de otra parte las condiciones en que se produce no permanecen absolutamente iguales (como aquí se supone) en distintos años".^{8/} Del mismo modo, el concepto de población estacionaria es un concepto abstracto e irreal porque tender a un límite es acercarse a él sin nunca alcanzarlo. Así como "las características de la población estable permiten describir las propiedades del conjunto de condiciones demográficas";^{9/} el esquema de reproducción simple permite estudiar las propiedades del conjunto de condiciones económicas y sociales visto desde el ángulo de la circulación del capital global de la sociedad en sus aspectos más simples.

Como ya se adelantara en el capítulo anterior, el esquema de reproducción simple es un caso particular del esquema de reproducción ampliada que surge como tal bajo ciertas hipótesis específicas. Fundamentalmente ellas son que el coeficiente de consumo asume el valor 1 permaneciendo constante en el tiempo y que la composición orgánica del capital y el grado de explotación también se mantienen constantes de un período a otro.

Visto de otra manera ese conjunto de hipótesis resulta como consecuencia de la definición misma de la reproducción simple. O sea, que de un período a otro se produce la misma masa de valores-mercancías y que los capitalistas consumen individualmente la totalidad de la plusvalía. Bajo esta definición, la composición orgánica del capital y el grado de explotación deben permanecer constantes de un período a otro. Fácilmente se demuestra esto tomando la definición de valor (1) y la distribución de ese valor (1'). O sea de (1) y (1') para el sector 1 se tiene que,

(continuación)

7/ que dicha población es estacionaria, siendo este un caso particular de la población estable. Véase Lotka, J. Alfred, Teoría Analítica de las Asociaciones Biológicas, CELADE, Santiago de Chile 1969. Naciones Unidas, El Concepto de Población Estable, Estudios sobre Población N°39, New York, 1970. Somoza, Jorge, Tablas de Mortalidad, CELADE, Serie B, N° 14, Enero 1970.

8/ El Capital, pág. 307, Vol. II

9/ Op.cit. Naciones Unidas pág. vii

$$C_1 t + V_1 t + P_1 t = C_1 t+1 + V_1 t+1 + P_1 t = W_1 t \equiv W_1 t+1$$

lo cual se puede escribir así:

$$(a) \quad V_1 t (\bar{O}_1 t + T_1 t + 1) = V_1 t+1 (\bar{O}_1 t+1 + T_1 t+1 + 1) = W_1 t \equiv W_1 t+1$$

Ahora, la proporción entre valor y salarios tiene que ser igual de un período a otro. O sea,

$$\frac{W_1 t}{V_1 t} = \frac{W_1 t+1}{V_1 t+1} \quad \text{de donde} \quad V_1 t = V_1 t+1$$

y entonces tiene que cumplirse también la siguiente igualdad:

$$(\bar{O}_1 t + T_1 t + 1) = (\bar{O}_1 t+1 + T_1 t+1 + 1)$$

igualdad que se cumple cuando 1) $\bar{O}_1 t = \bar{O}_1 t+1$ y $T_1 t = T_1 t+1$

2) hay cambios compensatorios de un período a otro entre O y T de modo que el resultado de la suma sea igual en uno y otro período. Sin embargo este último caso no puede ocurrir porque ello conduciría a un cambio en la masa de los valores-mercancías del sector 2. En efecto, utilizando la condición de equilibrio

$$C_2 t = C_2 t+1 = V_1 t+1 + P_1 t$$

Como $V_1 t+1 = V_1 t$ entonces el grado de explotación T_1 debe permanecer constante pues de otro modo no se cumpliría la igualdad de equilibrio $C_2 t = C_2 t+1$. Esto muestra que el grado de explotación debe permanecer constante. Siendo así \bar{O}_1 debe mantenerse también constante para que se cumpla la igualdad (a) anterior.

Se ve entonces que en el caso de la reproducción simple son constantes, en el transcurso del tiempo los siguientes parámetros: $CO_1 = 1$, O_1 , T_1 . En estas condiciones no hace falta ya que intervenga explícitamente la variable tiempo y se cumplen las siguientes condiciones:

$$(1a) \quad C_1 + V_1 + P_1 = W_1$$

$$(4a) \quad C_2 = V_1 + P_1$$

$$(5a) \quad d C_1 = 0$$

$$(6a) \quad d V_1 = 0$$

$$(4^{na}) \quad C_2 = \left(1 + \frac{1 + T_1 O_1}{1 + O_1} \right) V_1$$

Cuando $T_1 = 1$ como es la hipótesis usada por Marx, entonces

$$C_2 = 2 V_1$$

$$(7'a) \quad d C_2 = 0$$

$$(4^{naa}) \quad C_2 = \frac{2}{O_1} C_1$$

1. Primera ampliación sectorial del esquema: el sector de bienes de lujo.

Se parte de la base de la existencia de dos sectores: el productor de medios de producción (sector 1) y el productor de medios de consumo (sector 2). El sector 2 a su vez se clasifica en medios de vida necesarios que entran en el consumo individual tanto del capitalista como del asalariado y el sub-sector de medios de consumo de lujo, mercancías que son destinadas al consumo individual de la clase capitalista. Estos últimos productos sólo pueden cambiarse por la plusvalía invertida como renta.

Los sectores serán designados como sigue:

Sector 1 = productor de medios de producción

Sector 2 = productor de medios de consumo necesarios

Sector 3 = productor de medios de consumo de lujo

α_1 = proporción que de la plusvalía que se destina al consumo se aplica a la compra de bienes del sector 2

$(1 - \alpha_1)$ = proporción que de la plusvalía que se destina al consumo se aplica a la compra de bienes del sector 3

Las ecuaciones del sistema de reproducción simple con tres sectores se pueden escribir de la siguiente manera:

Expresión de valor

Destino de la plusvalía

$$C_1 + V_1 + P_1 = W_1 = C_1 + V_1 + CO_1 \alpha_1 P_1 + CO_1 (1 - \alpha_1) P_1$$

$$(II 1) \quad C_2 + V_2 + P_2 = W_2 = C_2 + V_2 + CO_2 \alpha_2 P_2 + CO_2 (1 - \alpha_2) P_2$$

$$C_3 + V_3 + P_3 = W_3 = C_3 + V_3 + CO_3 \alpha_3 P_3 + CO_3 (1 - \alpha_3) P_3$$

El sistema debe cumplir las siguientes tres condiciones para encontrarse en una situación de equilibrio.

$$C_1 + C_2 + C_3 = W_1$$

$$(II 2) \quad V_1 + V_2 + V_3 + CO_1 \alpha_1 P_1 + CO_2 \alpha_2 P_2 + CO_3 \alpha_3 P_3 = W_2$$

$$CO_1 (1 - \alpha_1) P_1 + CO_2 (1 - \alpha_2) P_2 + CO_3 (1 - \alpha_3) P_3 = W_3$$

De aquí resulta que

$$C_2 + C_3 = V_1 + CO_1 \alpha_1 P_1 + CO_1 (1 - \alpha_1) P_1 = V_1 + CO_1 P_1$$

$$(II 2') \quad C_2 + CO_2 (1 - \alpha_2) P_2 = V_1 + V_3 + CO_1 \alpha_1 P_1 + CO_3 \alpha_3 P_3$$

$$C_3 + V_3 + CO_3 \alpha_3 P_3 = C_1 (1 - \alpha_1) P_1 + CO_2 (1 - \alpha_2) P_2$$

La proporcionalidad de los sectores en condiciones de equilibrio.

El sistema (II 2') expresado en términos de los coeficientes estructurales y en función del capital variable queda como sigue,

$$(a) \quad O_2 V_2 + O_3 V_3 = V_1 (1 + CO_1 T_1)$$

$$(II 2'') \quad (b) \quad V_2 (O_2 + CO_2 (1 - \alpha_2) T_2) = V_1 (1 + CO_1 \alpha_1 T_1) + V_3 (1 + CO_3 \alpha_3 T_3)$$

$$(c) \quad V_3 (O_3 + 1 + CO_3 \alpha_3 T_3) = V_1 T_1 (1 - \alpha_1) CO_1 + V_2 T_2 CO_2 (1 - \alpha_2)$$

De la primera igualdad de (II 2'') resulta

$$(II 3) \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + CO_1 T_1}{O_2} - \frac{O_3}{O_2} \frac{V_3}{V_1}$$

De la tercera igualdad de (II 2'') resulta

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{\frac{CO_1 (1 - \alpha_1) T_1}{(1 + O_3 + CO_3 \alpha_3 T_3)} + \frac{CO_2 (1 - \alpha_2) T_2}{(1 + O_3 + CO_3 \alpha_3 T_3)} \frac{(1 + CO_1 T_1)}{O_2}}{1 + \frac{O_3}{O_2} \frac{CO_2 (1 - \alpha_2) T_2}{(1 + O_3 + CO_3 \alpha_3 T_3)}}$$

$$(II\ 4) \quad \frac{V_3}{V_1} = \frac{O_2 CO_1 (1 - \alpha_1) T_1 + CO_2 (1 - \alpha_2) T_2 (1 + CO_1 T_1)}{O_2 (1 + O_3 + CO_3 \alpha_3 T_3) + O_3 CO_2 (1 - \alpha_2) T_2}$$

En el caso de reproducción simple, por definición $CO_1 = 1$ y en el ejemplo numérico que se presenta en El Capital, el valor de los parámetros es:

$$O_1 = 4 \quad \alpha_1 = \frac{3}{5} \quad T_1 = 1$$

Cuando la composición orgánica de los tres sectores es la misma y cuando los α_i de los sectores son iguales, las expresiones II 4 y II 3, quedan

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{1 - \alpha}{0} \quad y \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{0} - \frac{(1 - \alpha)}{0}$$

Asignando los valores antes mencionados

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{1}{10} \quad y \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{5}$$

Si $V_1 = 1000$ entonces

$$V_2 = 400 \quad V_3 = 100 \quad C_1 = 4000 \quad C_2 = 1600 \quad C_3 = 400$$

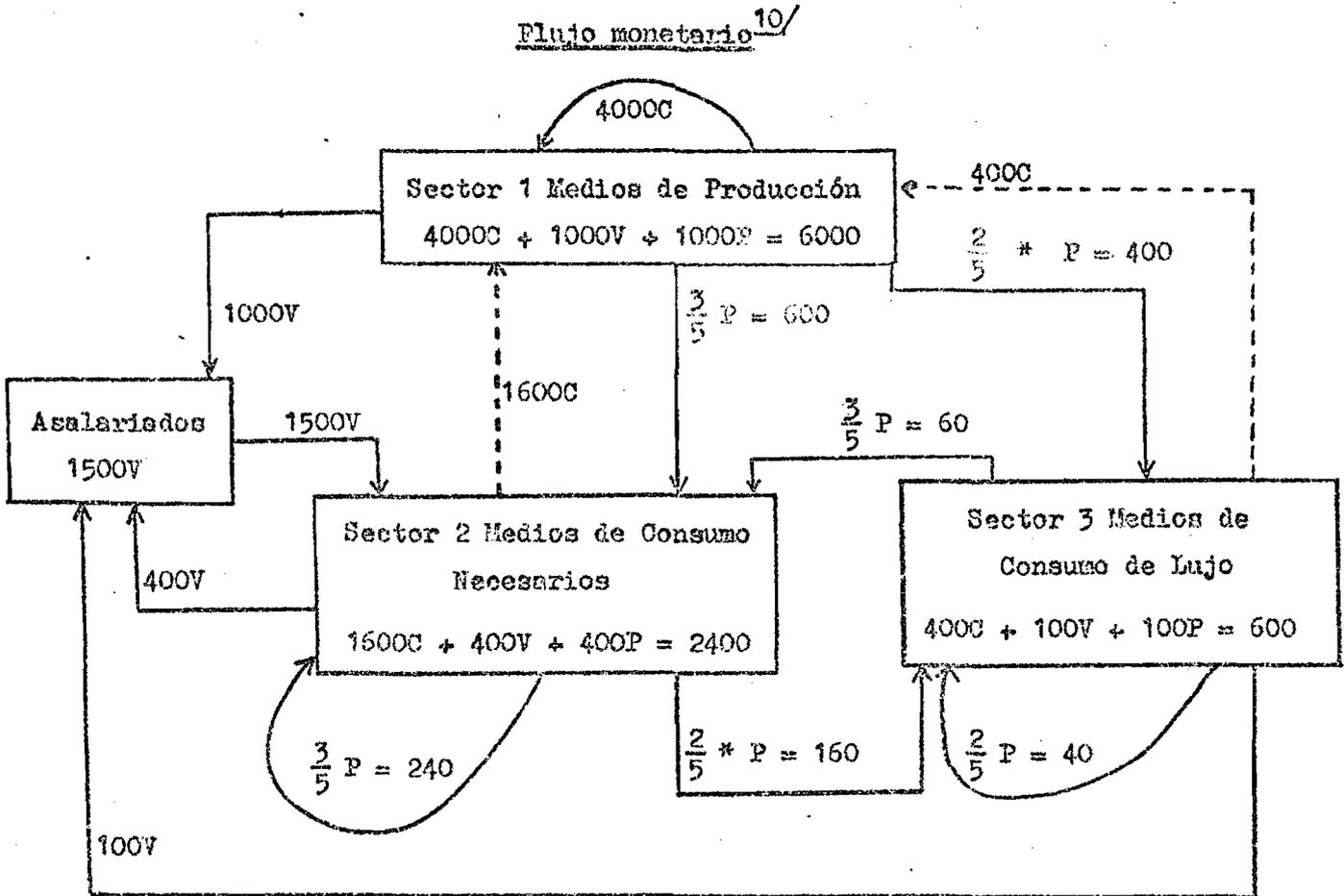
O sea,

$$4000 (C_1) + 1000 (V_1) + 600 (\alpha_1 P_1) + 400 ((1 - \alpha_1) P_1) = 6000$$

$$1600 (C_2) + 400 (V_2) + 240 (\alpha_2 P_2) + 160 ((1 - \alpha_2) P_2) = 2400$$

$$\frac{400 (C_3)}{6000} + \frac{100 (V_3)}{1500} + \frac{60 (\alpha_3 P_3)}{900} + \frac{40 ((1 - \alpha_3) P_3)}{600} = 600$$

En el gráfico siguiente se representa el esquema anterior



Como lo señala Marx, el esquema se cumple cualesquiera sean los valores de los parámetros, a condición de que se respeten las condiciones II 3 y II 4. A título de ejemplo se puede presentar otro conjunto de parámetros:

^{10/} El flujo de las mercancías se obtiene cambiando en sentido contrario la dirección establecida para las flechas. Véase Marx, C., El Capital, Vol. II.

$$\text{Sea } CO_1 = 1 \quad O_1 = 4$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \quad \alpha_2 = \frac{1}{4} \quad \alpha_3 = \frac{1}{5} \quad T_1 = 1 \quad T_2 = 2 \quad T_3 = 4$$

$$V_1 = 1000$$

Entonces

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{(4 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1) + (1 \times \frac{3}{4} \times 2 \times 2)}{4(1 + 4 + (1 \times \frac{1}{5} \times 4)) + (4 \times 1 \times \frac{3}{4} \times 2)} = \frac{5}{\frac{146}{5}} = 0,171232$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 0,5 - 0,171232 = 0,328768$$

Con esas proporciones que resultan del valor de los parámetros se construye el siguiente esquema de reproducción simple:

4000	C ₁	+ 1000	V ₁	+ 500	α ₁ P ₁	+ 500	(1 - α ₁)P ₁	= 6000	W ₁
1315,08	C ₂	+ 328,77	V ₂	+ 164,38	α ₂ P ₂	+ 493,16	(1 - α ₂)P ₂	= 2301,39	W ₂
684,92	C ₃	+ 171,23	V ₃	+ 136,98	α ₃ P ₃	+ 547,94	(1 - α ₃)P ₃	= 1541,07	W ₃
6000,00		1500,00		801,36		1541,00			

Como se puede apreciar, el esquema que resulta es uno de equilibrio en el que la suma del capital constante demandado es igual al valor de las mercancías producidas por el sector 1; la suma de los salarios pagados y de la plusvalía destinada al consumo de bienes necesarios es igual al valor de las mercancías producidas por el sector 2; y finalmente, la suma de la plusvalía aplicada al consumo de mercancías de lujo es igual al valor de las mercancías del sector 3. ^{11/}

^{11/} Las pequeñas diferencias que se observan en el esquema se deben a problemas de redondeo.

El examen de las expresiones II 3 y II 4 indica que si no se establecen restricciones a los valores de T se pueden construir ejemplos numéricos de equilibrio en los cuales no se cumplan las relaciones $C_1 > C_2 > C_3$, $V_1 > V_2 > V_3$ y $W_1 > W_2 > W_3$. Veamos algunos de los posibles casos que se pueden presentar para ilustrar la afirmación anterior.

De la expresión II 4 se pueden definir en valor de T_1 tal que la expresión

$$\frac{V_3}{V_1} \geq 1$$

$$\frac{V_1}{V_3} = 1 \quad \text{cuando} \quad T_1 = \frac{O_2 (1 + O_3 + CO_3 \alpha_3) + CO_2 (1 - \alpha_2) T_2 (O_3 - 1)}{CO_1 (O_2 (1 - \alpha_1) + CO_2 (1 - \alpha_2) T_2)}$$

Supongamos $CO_1 = 1$; $O_1 = 4$; $\alpha_1 = \frac{3}{5}$; $T_2 = 1$; $T_3 = 1$ y si calculamos el valor de T. que hace $\frac{V_3}{V_1} = 1$ se encuentra que $T_1 = 11,8$

Supongamos entonces que $T_1 = 12$

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{122}{120} = 1,0166 \quad \text{y} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{134}{60} = 2,2333$$

Con estas proporciones y los valores asignados a los parámetros, el esquema de reproducción simple queda como sigue:

Sector	C	V	αP	$(1 - \alpha)P$	W
1	4000	1000	7200	4800	17000
2	8937	2233	1339	893	13398
3	4067	1016	610	406	6099
Total	17000	4249	9149	6099	

En este ejemplo debe observarse que $V_2 > V_3 > V_1$ y que $C_2 > C_3 > C_1$. Mientras que la proporcionalidad del sector 1 comparado con el sector 2 y 3 está directamente vinculado con el valor de T_1 , la proporcionalidad entre el sector 2 y 3 se vincula también con el valor que asuman los coeficientes α_1 ; es decir, con la parte que de la plusvalía destinada al consumo se gaste en bienes necesarios y de lujo.

Supóngase que se planteen el siguiente conjunto de valores:

$$O_1 = 4 \quad \alpha_1 = 0 \quad \mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_3 = \frac{3}{5} \quad T_1 = 12 \quad T_2 = T_3 = 1$$

$$CO_1 = 1 \quad V_1 = 1000$$

$$\text{Entonces } \frac{V_3}{V_1} = 2,21667 \quad \text{y} \quad \frac{V_2}{V_1} = 1,0333$$

El esquema de reproducción queda;

Sector	C	V	αP	$(1 - \alpha)P$	W
1	4000	1000	0	12000	17000
2	4132	1033	619	414	6198
3	8868	2217	1329	887	13301
Total	17000	4250	1948	13301	

Como se puede observar en este ejemplo, el cambio producido en α_1 comparado con el ejemplo anterior conduce a que: $V_3 > V_2 > V_1$ y $C_3 > C_2 > C_1$.

Debe observarse que si bien los ejemplos presentados son teóricamente posibles, no necesariamente tienen que ser realistas. Hay que destacar que los valores del T asignados al ejemplo numérico son arbitrarios y se han usado para ilustrar la posibilidad de que el sector de bienes de lujo tenga una proporcionalidad distinta a la que resulta de asignar otro conjunto de valores. La determinación de los valores del T es un problema empírico a estimar en una investigación aparte. Sin embargo, cabe destacar que en todos los ejemplos presentados por Marx y otros autores que han seguido sus pasos, se ha considerado que $T_1 = 1$. Dos comentarios caben al respecto. Uno referido a la igualdad de T entre los distintos sectores que se puede justificar apelando a la competencia y libertad de movimiento de los trabajadores que opera como elemento que tiende a igualar el grado de explotación entre los distintos sectores productivos. El segundo se refiere a que T sea igual a 1 y en este sentido no parece haber razón teórica que justifique la asignación de dicho valor.