

Instituto Latinoamericano de
Planificación Económica y Social
Santiago, Julio de 1966

EL USO DE PRECIOS SOMBRA EN LA EVALUACION DE PROGRAMAS*

S. Chakravarty

* Programa de Capacitación, Cátedra de Teoría y Práctica de la Planificación en América Latina. Copiado de Capital Formation and Economic Development, editado por P.N. Rosenstein-Rodan (Londres 1964).

EL USO DE PRECIOS SOMBRA EN LA EVALUACION DE PROGRAMAS^{1/}

S. Chakravarty

I. Introducción

Algunos trabajos recientes sobre problemas de desarrollo económico han marcado su énfasis en una proposición importante: en los países subdesarrollados pueden usarse los precios sombra de los factores productivos en lugar de los precios fijados en el mercado para determinar las prioridades de programa de inversiones.^{2/} Entendemos por programa de inversiones un estudio que nos permite determinar una composición óptima para el producto y una tecnología óptima para cada uno de los sectores productivos.

El propósito de este trabajo es discutir críticamente un conjunto de temas conectados con el uso de los precios sombra en la evaluación de tales programas. Estos temas son los siguientes:

- a) ¿Qué significa exactamente precio sombra?
- b) ¿Cómo estimar los precios sombra de los factores productivos más relevantes?
- c) La determinación aproximada de los mismos cuando está fuera de nuestro alcance una solución exacta.
- d) Condiciones bajo las cuales los precios sombra permiten una asignación óptima de prioridades
- e) Y, finalmente, averiguar si hay situaciones donde, aunque los precios sombra no conduzcan en general a una asignación adecuada de prioridades, puedan usarse para elegir entre alternativas relevantes dentro de especificaciones algo más estrechas contenidas

1/ Agradezco al Profesor P.N. Rosenstein-Rodan por la sugerencia del tema y por sus estimulantes comentarios. Agradezco también a los Profesores R.M. Solow, R.S. Eckaus y I.M.D. Little y Señor Anisur Rahman por sus agudas discusiones. Ninguno de ellos, sin embargo, debe ser responsabilizado por los puntos de vista que aquí expresan.

2/ J. Tinbergen, The Design of Development (Baltimore, Johns Hopkins Press, 1958); H.B. Chenery y P.G. Clark, Interindustry Economics (New York, John Wiley, 1959); H.B. Chenery, "Política y Programa de Desarrollo", Boletín Económico para América Latina, III, N° 1 (marzo 1958).

dentro de un programa general óptimo determinado directamente. Para adelantar la conclusión a la que se llega más adelante, puede anotarse que, puestos en la situación real con la que probablemente nos enfrentaremos, hay sólo una respuesta afirmativa a la pregunta e), lo que nos ilustra en cierta medida la importancia de los precios sombra en la evaluación de programas.

Por lo que tiene que ver con los problemas de estimación, ilustraremos nuestro razonamiento con referencias a los precios sombra del capital y del cambio extranjero, puesto que aparecen en la discusión habitual como dos de los más importantes factores productivos en el contexto de la planificación en áreas subdesarrolladas. Pudiera parecer un poco extraño considerar al capital y al cambio extranjero como dos factores separados, dado que la definición usual de factor de la producción se entiende en términos de un grupo de agentes productivos que tienen elasticidad de sustitución muy alta entre ellos, pero entre los cuales y otros agentes productivos la elasticidad de sustitución es cero o aproximadamente cero. En este sentido cabe preguntarse si el capital y el cambio extranjero son sustitutos tan imperfectos el uno del otro como para considerarlos factores separados. Debemos llamar la atención de que no hay nada a priori en esta división. La basamos en el supuesto, muy realista para muchos países subdesarrollados, de que las posibilidades de exportación e importación a precios más o menos estables son extremadamente bajas o prácticamente inexistentes. Esto significa que las posibilidades de sustitución están tan severamente limitadas como para que sea una simplificación aceptable el considerarlos como factores separados.

II. El concepto y la lógica de los precios sombra

En el lenguaje de la programación los precios sombra no son más que los multiplicadores de Lagrange de un problema de optimización sujeto a restricciones. Una forma equivalente de definirlos es como los valores de la solución óptima del llamado problema "dual" simétrico. En el sentido económico, su significado no es otro que el del valor de la productividad marginal de los factores productivos en una situación óptima, donde todos los usos alternativos han sido tomados en cuenta. La razón de por qué los /precios sombra

precios sombra se consideran importantes en economía, la encontramos en la teoría neoclásica de la asignación de recursos, la cual nos enseña que el valor del producto nacional, a precios dados para los bienes finales, se maximiza cuando los factores productivos se emplean de manera de igualar los valores de sus productividades con los de sus respectivas rentas.

Ocurre también que las reglas del juego asociadas a la competencia perfecta llevan a un resultado idéntico, o sea, equivalencia de las productividades marginales con las rentas. Pero la conexión con los aspectos institucionales de la competencia perfecta es, en este contexto, puramente incidental. Lo que importa es la utilización de los precios como parámetros cuando se decide cuánto producir. Los precios vigentes en una economía subdesarrollada se desvían de los precios resultantes de la solución óptima de un problema de programación por muchas razones: el contexto institucional de la competencia perfecta está casi totalmente ausente; hay deficiencia de oferta estructural que no responde a cambios de precios, lo que en algunos casos no está desvinculado del problema, grave desde el punto de vista sociológico, de que la productividad marginal del trabajo es cero, y que, por consiguiente, el precio sombra del trabajo debería también ser cero, aunque el mercado deba asignar un nivel de salarios mayor que cero para mantener el nivel de subsistencia; existe el problema de que los precios no reflejan, y por lo tanto no transmiten, tanto desde el lado del costo como del lado de la demanda, todas las influencias tanto directas e indirectas, de la misma manera que lo harían en condiciones de menor rigidez.

Por lo tanto, es obvio que si nuestro objetivo es maximizar el ingreso nacional, los precios que deben servirnos de referencia al planificar la inversión no son los de mercado sino los llamados precios sombra.

Sin embargo, algunas dificultades pueden surgir en esta etapa: ¿Cómo calculamos estos precios sombra? Aunque los obtuviéramos a partir de la optimización de un programa en el sentido discutido más arriba^{*/}, pueden no ser apropiados, puesto que el interés del planificador puede no estar dirigido a maximizar la corriente del producto nacional sino a algún otro objetivo o combinación de objetivos.

La segunda dificultad, sin embargo, puede no ser importante en cierto

^{*/} Se refiere a la maximización del valor del producto nacional (N. del T.)

sentido, dado que la lógica del uso del precio sombra es relativamente independiente de la naturaleza de la función de preferencia específica que se haya propuesto. El concepto de precio sombra, interpretado desde el punto de vista de la programación, es perfectamente neutral con respecto al tipo de maximización utilizado; aunque no lo es su interpretación como "los precios que se hubieran formado en condiciones de competencia perfecta". Pero hay un problema distinto relacionado con esta dificultad y que no es puramente semántico: se trata de la proposición empírica de que los planificadores sugieren, y si tienen poder llevan a cabo, ciertos tipos de inversión que produce efectos sobre prolongados, aunque finitos, períodos de tiempo. En casos extremos estos proyectos no producen efecto alguno durante un cierto tiempo. No sería correcto, pues, tomar en cuenta sólo el impacto inmediato sobre el ingreso nacional al evaluar tales proyectos. Pero, entonces los precios sombra calculados a partir de la actual situación de escasez de los factores no serán adecuados, porque no toman en cuenta las situaciones futuras.

Las dotaciones de los factores primarios más relevantes cambian continuamente y, por lo tanto, sus aspectos de escasez varían a medida que se planifica el desarrollo económico. De ahí que lo que necesitamos para tales propósitos no sean meramente los precios sombra relativos a un punto del tiempo, sino su evolución durante un período, o, en otras palabras, la secuencia de los precios sombra.

El uso de los precios sombra implícitos en la maximización del producto actual, sin una estimación de su secuencia futura pudiera llevar a un sesgo sistemático en la evaluación en detrimento de los proyectos de largo alcance.

Sin embargo, una vez que los valores y la secuencia de estos precios hayan sido determinados, no hay duda que simplificará enormemente el problema que plantea la ausencia de una asignación detallada de prioridades. Es posible calcular las relaciones beneficio-costos adecuadas para evaluar los proyectos de inversión basándose en estas estimaciones. Estas relaciones pueden ser utilizadas para lograr una selección de proyectos que tenga en cuenta todas las interdependencias existentes, tanto en un instante como durante todo un período de tiempo.

/Dicho lo

Dicho lo anterior, volvamos a la primera dificultad que consideramos crucial: ¿Cómo determinamos los precios sombra adecuados? Si fuera posible determinarlos determinaríamos también el módulo óptimo de acumulación de capital y vice versa. Pero aconsejar a los planificadores que resuelvan este problema por programación dinámica, por más simple que pueda ser la estructura matemática del planteo, no es ofrecerles nada práctico.^{3/} A este nivel, la discusión sobre los precios sombra se centra precisamente en las posibilidades de encontrar alguna aproximación que no requiera la solución completa de un problema de programación dinámica. Por lo tanto, lo que debemos hacer en primer lugar es resolver un modelo de programación con un grado de agregación relativamente elevado y determinar la secuencia de los precios de grupos importantes de factores productivos, tales como trabajo, capital y cambio extranjero. Logradas estas estimaciones gruesas, es posible usarlas para la asignación detallada de prioridades entre proyectos de inversión en distintos sectores.

Ya sería andar un buen trecho en la búsqueda de métodos más eficientes de evaluación de programas el calcular los precios sombra en términos muy agregados - y, por lo tanto, en forma aproximada - conjuntamente con la decisión de elegir los proyectos que maximizan ya sea el valor de los ingresos netos o el valor actual de las ganancias, calculados en base a dichos precios.

Un procedimiento más aproximado sería utilizar algunas características cualitativas generales del proceso de acumulación de capital en una economía cuyas características estructurales se conocen y hacer ciertas estimaciones aproximadas de rangos, dentro de los cuales deberían estar los precios sombra de los factores productivos más importantes. Esto es lo que hemos intentado hacer en nuestra discusión sobre la tasa de interés de sombra basándonos en las características cualitativas de un proceso de crecimiento multisectorial. En este punto la cuestión es establecer ciertos límites sin pretender exactitud cuantitativa alguna.

El hecho de que los métodos actualmente usados en la práctica de la

^{3/} S. Chakravarty "An Outline Method for Programme Evaluation" en Capital Formation and Economic Development, editado por P.N. Rosenstein-Rodan (Londres, 1964); R. Dorfman, P.A. Samuelson y R. Solow, "Programación Lineal y Análisis Económico" (New York, McGraw-Hill, 1958, en inglés; Madrid, Aguilar, 1962, en español).

programación del desarrollo se basen casi exclusivamente en los precios corrientes de mercado de los factores primarios, tan alejados de sus valores intrínsecos, hace que el empleo de estos precios sombra aproximados conduzca a una asignación de recursos más eficiente, en tanto las estimaciones sean correctas en un sentido cualitativo.

III. El problema de la estimación

El precio sombra del cambio extranjero

Es un hecho conocido el que el precio sombra del cambio extranjero en muchos países subdesarrollados que sufren dificultades crónicas de balanza de pagos sea sustancialmente mayor que la tasa oficial de cambio. La razón para tales sostenes en los precios de la moneda extranjera es la de que - en virtud de la baja elasticidad precio, tanto de exportaciones como importaciones - no funciona el mecanismo de mercado libre para igualar la oferta y la demanda, o que cuando funciona, lo hace a expensas del crecimiento del ingreso. Más aún, existen opiniones muy difundidas en el sentido que las dificultades de la balanza de pagos de los países en vías de desarrollo son de carácter transitorio, de manera que una vez que ciertos cambios estructurales han sido puestos en marcha, la demanda excesiva por importaciones o la distracción de bienes exportables hacia usos internos debiera cesar, con lo que posibilitaría el acercamiento a la tasa de cambio de equilibrio. ^{4/}

Por lo tanto, siempre que sea necesario mantener una tasa oficial de cambio distinta de la tasa de sombra, será apropiado usar esta última para discriminar entre programas alternativos, o, en casos marginales, entre proyectos alternativos. Dado que los sectores, tanto como los procesos dentro de cada sector, difieren sustancialmente en cuanto a los requerimientos de cambio extranjero directos y acumulados, es esencial hacer esta distinción de tasas para tomar en cuenta la restricción relativa al equilibrio balanza de pagos. Si estas restricciones se refirieran a diferentes instantes en el tiempo, sería necesario usar una trayectoria temporal de la tasa de cambio de sombra en lugar de una tasa única aplicable en todos los periodos.

^{4/} Puede arguirse en favor de la devaluación de la moneda nacional en lugar de dejar que la tasa de cambio busque su propio nivel. Esto, sin embargo, introduce problemas que no son de carácter puramente económico. Más aún, las devaluaciones demasiado frecuentes motivadas por variaciones en la composición de las importaciones de sucesivos planes, puede introducir el mismo tipo de influencia, desestabilizarlas con las que produce el método de tasa de cambio fluctuantes.

El procedimiento normal para determinar la tasa de cambio de sombra en un instante del tiempo es resolver un problema de programación del siguiente tipo:

Maximizar una cierta función de preferencia - por ejemplo, valor del ingreso nacional - sujeto a especificaciones de tecnología y a un nivel determinado de factores primarios, que incluye la disponibilidad de cambio extranjero. Estos modelos han sido extensamente estudiados por Chenery, quien generalmente expresa su función de preferencia como una minimización de las necesidades de capital sujetas a restricciones de demanda final, tecnología y disponibilidades de cambio extranjero.^{5/} Chenery también considera la sustitución de importaciones como un problema de selección planteable aún cuando no existan alternativas tecnológicas. Cuando las exportaciones no son infinitamente elásticas, se nos plantea un problema de programación no lineal que también ha sido estudiado por dicho autor.^{6/} Tomando en cuenta lo dicho en el capítulo I, cuando extendamos el tipo de problema que Chenery ha considerado estáticamente a fin de tener presente la interdependencia en el tiempo - en la forma usual de relaciones recursivas que caracterizan un modelo dinámico - la función de preferencia correspondiente podremos expresarla de muchas maneras.

Existen algunos estudios en este sentido, aunque referidos a contextos un tanto diferentes.^{7/}

Pero todo esto plantea como consecuencia un problema realmente complejo, característico de los modelos dinámicos del tipo de Leontief; aunque en parte, las dificultades pueden ser reducidas aprovechando las ventajas de

^{5/} Un enfoque más general que incluyera el déficit del balance de pagos (o superavit), así como la tasa de crecimiento del ingreso dentro de la función de bienestar social, no podría implementarse, a menos que tuviéramos un método para determinar numéricamente la tasa relativa de sustitución entre los diferentes objetivos de política económica. No existen métodos muy adecuados para esto, a pesar de la contribución de Frisch. R. Frisch, The Numerical Determination of the Coefficients a Preference Function (Noruega, Universidad de Oslo) (mimeografiado).

^{6/} H.B. Chenery y H. Uzawa, Non-linear Programming in Economic Development en "Studies in Linear and Non-linear Programming", editado por K.J. Arrow, L. Hurwicz y H. Uzawa (Stanford University Press, 1958).

^{7/} Dorfman, Samuelson y Solow, op. cit. Cap. XII.

la cuasi-triangularidad (triangularidad en bloques). El modo de solucionar estas dificultades desde el punto de vista del cálculo, es como sigue:

En primer lugar, desarrollar un modelo de programación, lineal o no lineal, que enfatice los sectores en los cuales el comercio internacional tiene una escala significativa, ya sea como proveedor o como consumidor de cambio extranjero. Los restantes sectores pueden agregarse considerablemente. En segundo lugar, resolver el problema de maximización resultante y calcular la tasa de cambio de sombra a partir de este análisis aproximativo. Este método asocia la noción de optimización a la de precios sombra de los factores productivos, dentro del mismo marco de referencia con el que hemos venido trabajando.

Un procedimiento alternativo hubiera sido calcular la demanda y la oferta de cambio extranjero y determinar luego la tasa que las equilibra. Es necesario dejar en claro que dado que este equilibrio puede lograrse a diferentes niveles de ingreso, nada garantiza que esta tasa de equilibrio sea la misma que la tasa de sombra definida en los párrafos anteriores. Sin embargo, esta estimación puede ser útil para resumir toda la información importante vinculada al comercio exterior de que se dispone en un plan del desarrollo. Este cálculo puede hacerse a un nivel más o menos desagregado. Como es lógico, la exactitud de las estimaciones mejorará cuanto más detallada sea la información disponible.

La siguiente notación se empleará en la forma para determinar la tasa de cambio de sombra:

- $[e]$ - Vector columna de exportaciones
- $[e']$ - es el correspondiente vector fila
- $[w]$ - Vector columna de la inversión por sectores de origen
- $[w']$ - Vector columna de la inversión por sectores de destino
- $[c]$ - Vector columna del consumo final
- $[p]$ - Vector de precios de los bienes nacionales
- p_m - Precio de las importaciones, se supone por simplificación que son homogéneas
- k - Tasa de cambio de sombra
- m_1 - Materias primas importadas
- m_2 - Importación de bienes de capital
- m_3 - Importación de bienes de consumo

/Coeficientes:

Coefficientes:

$[A]$ - Matriz de coeficientes de flujo

$[v_1]$ - Vector fila de importaciones por unidad de producción bruta. Pueden ser llamados también requerimientos de importaciones no competitivas por unidad de producción.

$[v_2]$ - Vector fila de importaciones por unidad de inversión en los sectores de destino. Representa el componente importado del programa de inversión.

v_3 - Función que expresa la dependencia de las importaciones de bienes de consumo en función del consumo nacional y de los precios relativos nacionales y extranjeros.

M - Valor total de las importaciones (valuadas a precios internos).

E - Valor total de las exportaciones (valuadas a precios internos).

D - Déficit del balance de pagos aceptable. No tiene por qué ser un valor único sino que puede indicar un rango dentro del cual debe caer el déficit.

El problema consiste en determinar el valor o los valores de "k" de tal manera que los déficit de balance de pagos queden confinados dentro de un cierto rango predeterminado que estará fijado por las posibilidades de recibir préstamos externos. En virtud de que las estimaciones serán muy poco precisas, es conveniente trabajar con diversos valores de "k" correspondientes a todo el rango de posibilidades asignado a "D". Podemos, en principio, buscar varias soluciones numéricas para conseguir una tabla que relacione valores de la tasa de cambio de sombra con el parámetro "D" que se ha supuesto varía en un cierto rango. Esto supone que el plan especifica un juego de valores de $[e]$, $[w]$ y $[c]$ y que los coeficientes de A permanecerán constantes; por lo tanto, "k" resulta la única variable y debe adaptarse de acuerdo a todos los valores prefijados. Será muy conveniente, sin embargo, determinar la sensibilidad de "k" al ajuste en algunas de las magnitudes físicas antes dichas, que son pasibles de ser controladas en algún grado, por ejemplo $[w]$, que nos da la componente importada de la inversión, o $[c]$, importaciones de bienes de consumo. La ecuación resultante será la siguiente:

$$\sqrt{D} =$$

$$\begin{aligned}
 \bar{D} &= M - E \\
 &= k p_m m - e' p \\
 &= k p_m (m_1 + m_2 + m_3) - e' p \\
 &= k p_m \left[\bar{v}_1 \right] (I-A)^{-1} (e + w + c) + v_2 \left[\bar{w} \right] + v_3 (c, p - p_m) - \\
 &\quad - (p_1 e_1 + p_2 e_2 + \dots p_n e_n)
 \end{aligned}$$

Por generalidad la fórmula considera n valores para el quantum de exportaciones, pero algunos de éstos deben ser iguales a 0 dado que hay sectores, servicios por ejemplo, que no exportan. La dimensionalidad en la multiplicación matricial se ha tenido también en cuenta, porque $\left[\bar{v}_1 \right]$ es (1 x n), $(I-A)^{-1}$ es (n x n), y $(e + w + c)$ es (n x 1). Por lo tanto, toda la expresión es (1 x 1) y debe ser multiplicada por "p_m" para obtener el valor en moneda extranjera de los requerimientos de materias primas importadas.

$\left[\bar{w} \right]$ y $\left[\bar{w}_1 \right]$ están conectados por la siguiente ecuación matricial:
 $\left[\bar{w} \right] = W \left[\bar{w} \right]$ donde W es la matriz de los coeficientes de inversión.^{8/}

Cada "p_n" puede escribirse de la siguiente manera:

$p_i = \left[\bar{p} \right] \left[\bar{a}_i \right] + v_i k p_m + \text{otros términos } i = 1 \dots n$. $\left[\bar{a}_i \right]$ es el vector columna correspondiente al sector i de la matriz de coeficientes técnicos. Los otros términos indican la influencia de todos los otros factores primarios que se supone son importantes. Por lo tanto, hemos definido (n + 1) ecuaciones para determinar las (n + 1) incógnitas, la tasa de cambio de sombra "k" y los "n" precios internos. Esta interdependencia se debe a que la producción interna de bienes necesita importaciones y, por lo tanto, los precios de los bienes internos dependen de los precios de los bienes de las importaciones expresados en moneda nacional.

El análisis anterior puede fácilmente extenderse para tomar en cuenta la heterogeneidad de las importaciones y, de esta manera, no hacer necesario el supuesto de que existe un solo tipo de importaciones que se utiliza para varios propósitos diferentes (dicha extensión es puramente algebraica y no necesita ser explicada).

^{8/} Una discusión de esta matriz véase en The Logic of Investment Planning de este mismo autor (Amsterdam, North Holland Publishing Company, 1959) Cap. V.

De la discusión anterior surge claramente que las exportaciones se han supuesto determinadas exógenamente. Esto es una simplificación, aunque no difícil de justificar, cuando la elasticidad de precios de las importaciones es muy baja en términos absolutos o en términos relativos a los demás factores. En estos otros factores incluimos tanto el nivel de la demanda mundial determinada por el crecimiento mundial del ingreso, como la expansión de la demanda interna de mercaderías exportables. Si la elasticidad precio se supusiera significativa, deberíamos también tomarlo en cuenta, creando así una nueva complicación en el análisis, lo que implicaría la necesidad de restringir considerablemente el número de sectores para conservar la simplicidad del modelo.

La Tasa de Interés de Sombra

La tasa de interés de sombra se mira comúnmente como un concepto más difícil que el de la tasa de interés del cambio extranjero. Una razón podría ser el hecho de que en el caso del cambio extranjero tenemos en cuenta exclusivamente flujos, de tal manera que las importaciones representan un flujo de demanda de moneda extranjera, en tanto que las exportaciones representan el flujo de oferta correspondiente. La tasa de cambio de sombra es la que equilibra oferta y demanda de cambio extranjero. Con la tasa de interés de sombra tomamos en cuenta relaciones entre stocks y flujos, y estos stocks presentan una gran variedad. Más aún, tienen diferentes grados de durabilidad. Por lo tanto, sería extremadamente complejo el determinar una medida única de estos stocks, tal cual se hace cuando se habla del monto de capital y de la tasa de interés. La presencia de una doble ambigüedad en los números índices, una debida a la variedad sectorial y la otra debida a los aspectos intertemporales del problema de la valuación del capital, hace que la interpretación de una medida única aparezca conceptualmente dudosa. A pesar de esto, estudios hechos en base a modelos más rigurosos que consideran múltiples bienes del capital, parecen indicar que dicha medida tiene un significado heurístico.^{9/} Desde el punto de vista lógico, la manera más rigurosa de hallar estas tasas de

^{9/} P.A. Samuelson y R.M. Solow, A Complete Capital Model Involving Heterogeneous Capital Goods, "Quarterly Journal of Economics", Vol. LXX, Nov. 1956.

interés, una para cada stock que se igualarán en determinadas circunstancias, es expresar el problema de decisión que se plantea en términos de programación dinámica, especificando adecuadamente condiciones iniciales y restricciones. La elección de restricciones realistas no es nada fácil. En la mayoría de los problemas económicos que se desarrollan en el tiempo, no es posible permitir a las variables llegar al infinito, en virtud de que el espacio definido por las posibilidades de política económica no es compacto.^{10/}

Todas estas consideraciones teóricas son malos consuelos para un planificador cuyas autoridades políticas estén interesadas en racionar el escaso capital disponible entre un número de proyectos alternativos. Es cierto que si contamos con la solución del complejo problema de programación dinámica implícito en este aspecto de la planificación, conoceremos al mismo tiempo la tasa de interés de sombra, dado que el programa de acumulación de capital determina dicha tasa de interés de sombra. En tal contexto podremos utilizarla para descentralizar las decisiones de inversión mediante el arbitrio de especificar normas muy sencillas de evaluación para quienes deben llevar a cabo la política correspondiente. Pero cuando esto no sea factible, se hace necesario un método más sencillo para ordenar proyectos. Para este propósito cualquier procedimiento de cálculo que utilice una tasa de interés de sombra, aún cuando sólo fuera aceptable en términos cualitativos, será más útil que aquél que trabaje con la tasa de interés observada en el mercado, en toda economía caracterizada por imperfecciones de mercado, etc.

En los párrafos siguientes discutiremos algunas consideraciones relativas a la tasa de interés de sombra, bajo los siguientes supuestos:

- (A) Los stocks de capital deben crecer todos a la misma tasa proporcional y las funciones de producción son lineales y homogéneas.
- (B) Las tasas de crecimiento relativas de los stocks serán diferentes entre sí, pero se mantiene el supuesto de homogeneidad lineal.

^{10/} Por una discusión de este punto véase On the Existence of an Optimum Savings Programme de este autor (Cambridge, Mass. Center of International Studies, M.I.T., 1960). (Mimeografiado).

(C) Se supone que las funciones de producción no satisfacen las condiciones de homogeneidad lineal y que no existe la igualdad de tasas de crecimiento de todos los sectores.

Discutiremos estos casos en el orden anteriormente expuesto,

(A) Esta situación será dividida en adelante en los siguientes casos:

i) Cuando no existe demanda final; ii) cuando el sistema admite demanda final, es decir, que no todo el producto neto se reinvierte. Una ilustración del caso i) es el modelo dinámico cerrado enunciado por Von Neumann en los primeros años de la década del 30. Las conclusiones específicas del modelo de Von Neumann son bien conocidas y no requieren repetición. Von Neumann estableció como el más importante resultado de su investigación la hoy famosa igualdad de la tasa de interés y la máxima tasa de crecimiento balanceado que el sistema puede alcanzar. La tasa máxima de crecimiento balanceado satisface, como es sabido, el criterio de eficiencia intertemporal. Pero como tal, define sólo una entre las infinitas trayectorias eficientes posibles. Solow y Samuelson demostraron que para situaciones suficientemente distantes en el tiempo, y funciones de preferencia que comprendan los productos de varios sectores, el mejor ritmo de crecimiento del sistema será el determinado por la tasa máxima de crecimiento sostenido, excepto para un número finito de períodos. La longitud de este período en el cual el sistema puede desviarse de la trayectoria de Von Neumann, es independiente del horizonte temporal. Evidentemente, estas conclusiones son verdaderas para sistemas cerrados, es decir, sistemas que no admiten consumo autónomo. Pero como primera aproximación para economías con un nivel muy bajo de ingreso real, no es necesariamente un error usar un modelo cerrado, particularmente si es del tipo Von Neumann que permite diferentes módulos de consumo de la misma manera que incluye diferentes técnicas para producir un bien determinado. Por lo tanto, la conclusión expuesta más arriba no es necesariamente irrelevante desde el punto de vista empírico, aunque puedan tenerse reservas sobre su muy especial naturaleza.

El modelo de Von Neumann de una economía cerrada en expansión ha sido generalizado por Solow y por Malinvaud, quienes levantaron el supuesto de que todo el producto neto se reinvierte. En otras palabras, supusieron que

/el coeficiente

el coeficiente del ahorro era menor que la unidad. Aunque distinta en presentación, ambos autores arriban a la misma relación entre la tasa de interés y la tasa de crecimiento.

La siguiente expresión de la relación corresponde a Solow,^{11/} quien considera que tanto los capitalistas como los asalariados ahorran proporciones constantes de su ingreso:

$$\rho = \frac{g}{\sigma_R + \frac{1-D}{D} \sigma_W}$$

donde:

ρ = tasa de interés

g = tasa de crecimiento

σ_R = tasa de ahorro de los no asalariados

σ_W = coeficiente de ahorro de los asalariados

D = proporción de los beneficios en el total del ingreso.

Es evidente que si $\rho \geq g$, en tanto que el denominador es ≤ 1 , el denominador puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{D \sigma_R + (1 + D) \sigma_W}{D}$$

La expresión $D \sigma_R + (1-D) \sigma_W$ no es otra cosa que el promedio ponderado de dos coeficientes de ahorro, o sea, coeficiente de ahorro para la economía en su conjunto. Por lo tanto, podremos escribir $\rho = \frac{g}{s/D}$, donde s es el coeficiente total de ahorro. Puede comprobarse fácilmente que esta relación es una mera generalización del resultado de Von Neumann. En el supuesto específico de Von Neumann que $\sigma_R = 1$ y $\sigma_W = 0$, dicha fórmula indica que $s = g$. Cuando σ_W asume valores positivos aparecen nuevas constelaciones de coeficientes para las cuales la igualdad es posible. Sin embargo, la fórmula admite la posibilidad teórica de que la tasa de interés sea menor que la tasa de crecimiento, aunque toda evidencia empírica nos permita dejar de lado esta posibilidad por ser poco realista. Por lo tanto, no estamos errados al considerar la igualdad como el caso límite.

^{11/} R.M. Solow, Notes Towards a Wicksellian Theory of Distributive Share (Cambridge, Mass. Department of Economics, M.I.T., 1961) (mimeografiado).

A partir de las informaciones obtenidas por S.J. Patel,^{12/} puede concluirse que s/D en la India debe caer entre 0.5 y 0.3 dependiendo de la clasificación que se adopte del ingreso de las familias. Así, si suponemos una tasa máxima de crecimiento sostenido del ingreso al 4 por ciento, la tasa de interés caerá entre el 8 y el 12 por ciento. Es obvio que a medida que la tasa de crecimiento tiende a ser mayor, el valor de equilibrio de la tasa de interés sube, y que al contrario, con una tasa de interés más elevada, el ahorro tiende a descender.

El uso de la fórmula antes mencionada nos permite calcular límites para la tasa de interés de sombra siempre y cuando nuestro conocimiento a priori nos indique claramente que la "escasez real" de capital es mayor que la indicada por la tasa corriente de interés. En tal caso, los límites están dados por la tasa corriente por un lado, y por la fórmula que conecta la tasa de interés con la tasa máxima de crecimiento sostenido por el otro. La tasa máxima posible de crecimiento sostenido puede calcularse a partir de la información que generalmente contienen las dos matrices estudiadas por Leontief.*/ La tasa máxima de crecimiento sostenido está determinada por la raíz de Frobenius de la matriz $B(I-A)^{-1}$, que es no-negativa siempre que adoptemos los supuestos de Leontief. Para situaciones más generales las dificultades de cálculos serían mucho mayores.^{13/}

Hay dos puntos que deben recordarse en este contexto:

1. La tasa de interés tal cual se calcula con el método propuesto no es la "tasa de interés" como comunmente se entiende en conexión con el mercado de capitales o de dinero. Esto debe ser obvio porque el modelo no introduce la incertidumbre y la correspondiente distinción entre los varios tipos de actividades.

2. La tasa de interés tal cual se deduce de la fórmula de Solow es diferente de la mera tasa de descuento temporal. Aquélla toma en cuenta

^{12/} Indian Economic Review, febrero 1956.

*/ Se refiere a las matrices de coeficientes técnicos (A) y de requerimientos de capital por unidad marginal de producción (B). (N. del T.).

^{13/} Al usar la fórmula en el caso de la generalización de la situación de Von Neumann, debemos considerar si la decisión sobre la tasa de ahorro es óptima. Si no lo fuera, la tasa de interés calculada por medio de la expresión de Solow, no mediría la escasez real de capital.

tanto la productividad como el esfuerzo de abstención en el consumo. La influencia de la productividad se toma en cuenta en el numerador, en tanto que el coeficiente de ahorro resume la influencia de la abstención del consumo. Detrás de esta abstención está el factor de preferencia temporal. Podemos estimar la tasa de descuento temporal vinculada a este problema si suponemos que la tasa de ahorro observada es el resultado de decisión operacional de maximizar la suma de los valores descontados del consumo en un período del tiempo. Este criterio es similar al del famoso modelo de Ramsey de ahorro óptimo. La diferencia consiste en que se introduce una tasa de descuento distinta de cero, lo que Ramsey hubiera encontrado éticamente inapropiado, y en la restricción que supone el reducir el problema de trayectoria máxima a un problema de punto máximo. Por problema de punto máximo entendemos el problema de maximizar una integral de utilidades descontadas mediante una única elección de tasa de ahorro. El período de tiempo puede ser finito o infinito, dependiendo del punto de vista del planificador. En el caso del período finito debiera haber una provisión estado final. Según todo lo anterior, es posible encontrar para cada tasa de ahorro la subyacente tasa de preferencia temporal.

Este problema ha sido investigado por Tinbergen.^{14/} Este autor analiza un conjunto de relaciones de equilibrio que incluyen la tasa de descuento temporal, la tasa de ahorro y el coeficiente de capital, basándose en diferentes hipótesis relativas a la función de utilidad. La función de utilidad en la que se apoya el caso más simple del estudio es una logarítmica. Es conveniente hacer notar, sin embargo, que nuestro problema es, desde el punto de vista lógico, inverso al de Tinbergen. Su interés está en encontrar la tasa de ahorro correspondiente a valores dados del coeficiente de capital y de preferencia temporal. En cambio, lo que nosotros deseamos es conocer la preferencia temporal subyacente, suponiendo que tenemos la tasa óptima de ahorro y que los restantes parámetros permanecen iguales.

Las conclusiones de Tinbergen pueden ser generalizadas introduciendo tipos más generales de función de producción y de utilidad que las logarítmicas o hiperbólicas por él consideradas.

^{14/} J. Tinbergen, The Optimum Rate of Saving, "The Economic Journal", Vol. LXVI, diciembre 1956.

(B) Vamos a analizar ahora la situación en la cual se supone que los sectores no crecen a la misma tasa proporcional, aunque todas las funciones de producción relevantes conservan las necesarias de propiedades de convexidad.

En este caso, tanto los precios relativos como la tasa de interés, no serán ya constantes. Dado que la tasa de crecimiento no es más un número único que caracteriza todo el proceso, tendremos que considerar como si existiera un estado de equilibrio, moviéndose en el tiempo, y, por lo tanto, relación entre la tasa de crecimiento y la tasa de interés será siempre cambiante. Más aún, la "tasa de crecimiento" es, en este caso, un concepto ambiguo en sí mismo. También las variadas tasas propias de interés no son ya iguales a la tasa propia de interés del numerario. Es, por lo tanto, muy claro que no podremos decir mucho sobre este problema en tanto no afrontemos la solución de un problema de programación dinámica. En principio, una solución óptima es siempre posible en el caso B), pero para alcanzarla tendríamos que especificar primero las condiciones terminales apropiadas, los stocks iniciales y el módulo de consumo durante todo el período. Habiendo hecho esto tenemos que aplicar las técnicas usuales de maximización en el tiempo.^{15/}

IV. Cálculo de Prioridades

En esta sección vamos a exponer el método de calcular prioridades en una programación de inversión usando los precios sombra. Tendremos que tener presente que cuando se calculan las relaciones beneficio-costos de un proyecto cualquiera, se lo hace como parte integrante de un programa dado y no solamente para el proyecto aislado. Esto se deduce del hecho que los proyectos están necesariamente interconectados e implica ciertos supuestos sobre el resto de la economía. Así es que un proyecto puede ser elegido entre un conjunto de proyectos competitivos siempre que el resto de los programas puedan suponerse relativamente no afectados por esta elección. Podemos considerar también una situación más general, donde

^{15/} Estos problemas se han considerado en Outline of a Method for Programme Evaluation de este autor, en "Capital Formation and Economic Development" editado por P.N. Rosenstein-Rodan, ya citado. Por una referencia general véase Dorfman, Samuelson y Solow, op.cit.

exista un paquete de proyectos técnicamente inseparables que puede ser desglosado en decisiones políticas autónomas. En este caso, todo el paquete debiera ser tratado como una unidad y los cálculos de beneficio-costos tendrían que computarse para esta unidad en su conjunto. Las palabras técnicamente inseparables son importantes en este contexto. El supuesto de homogeneidad lineal es crucial por lo que hace a la aplicabilidad del argumento de los precios sombra del modo que comúnmente se entiende. Esto se debe a que la lógica de la aplicación de los precios sombra es en esencia un argumento en favor del desglose de las decisiones políticas. Las decisiones políticas descentralizadas en situaciones caracterizadas por retornos crecientes o economías externas significativas puede llevar a una producción insuficiente o a ninguna producción. Esto puede causar dificultades con respecto al resto del programa, allí donde las producciones de los sectores anteriores sean ingredientes tecnológicamente necesarios. Por lo tanto, se deduce que en estas situaciones el mejor procedimiento es resolver el problema simultáneo como un ejemplo de decisión política coordinada.^{16/}

La ventaja de la técnica de los precios sombra se acrecienta considerablemente cuando es posible suponer que el complejo problema de la planificación puede descomponerse en las siguientes etapas:

- a) Cuánto ha de invertirse en total en un determinado número de años.
- b) Cómo distribuir la inversión total entre los diferentes sectores de economía.
- c) Cómo elegir el mejor método de utilizar los recursos asignados a un sector.

Si las etapas son estrictamente consecutivas es posible pensar que al nivel b) se llegue a la decisión basada en la maximización del ingreso durante un período de tiempo sujeto a todas las interdependencias en producción, inversión y consumo. Esto podría indicar de un modo grosero cuánto se debe invertir en cada sector. Si hubiera sectores como los sectores sociales

^{16/} Las posibilidades de decisiones políticas descentralizadas en situaciones caracterizadas por la ausencia de los supuestos clásicos de homogeneidad e interdependencia han sido investigadas en un importante trabajo de K.J. Arrow y L. Hurwicz, The Centralization and Computation en "Resource Allocation" y "Essays in Economics and Econometrics"; volumen en honor de Harold Hotelling, editado por R.W. Pfouts (Chapel Hill, University of North Carolina Press, 1960).

donde la inversión se hace independientemente de cualquier proceso de maximización, deberíamos considerar solamente el restante subconjunto de sectores para nuestros propósitos de decisión.

Para una secuencia de la producción en el tiempo determinado, la decisión en la etapa c) puede tomarse en base al uso de la tasa de interés de sombra, tratando de que los costos sean minimizados.

Tanto en teoría como en la práctica, las etapas no son totalmente distintas y podríamos encontrarnos con casos donde las decisiones al nivel b y c se tomen simultáneamente. En estas circunstancias las técnicas de precios sombra podrían ser reemplazadas por métodos más generales como los de programación dinámica.

Estudiaremos ahora el problema en forma cuantitativa. Usaremos la siguiente notación:

$W_i(t)$ - Inversión en el proyecto por unidad de tiempo

$F_i(t)$ - El componente importado de la inversión por unidad de tiempo

$$F_i = aW_i \text{ donde } 0 \leq a \leq 1.$$

g - Período de maduración de la inversión

n - Período de operación del proyecto

r - Tasa de interés de sombra

k - Tasa de cambio de sombra

$D(t)$ - Los gastos corrientes de operación de un proyecto.

Luego, el costo de un proyecto puede calcularse de la siguiente manera:

Tenemos $F_i = aW_i$, por lo tanto $H_i = (1-a)W_i$, donde H_i es el componente nacional de la inversión. Dado que valuamos el componente importado de la inversión a la tasa de cambio de sombra tendremos:

$$\begin{aligned} kaW_i + (1-a)W_i &= W_i(ka + 1 - a) \\ &= W_i \{1 - a(1-k)\} \end{aligned}$$

Supongamos que conocemos el cálculo de la inversión:

$W(t)$. Luego, en el costo de las inversiones en el proyecto puede calcularse:

$$C = \sum_{t=g}^0 W(t) \{1 - a(1-k)\} (1+r)^{-t} + \int_0^n D(t) (1+r)^{-t}$$

El primer término en el miembro de la derecha expresa la inversión que

/se hace

se hace durante el período de gestación del proyecto, en tanto que el último término indica los costos incurridos durante el período de explotación. La regla de decisión consiste en minimizar C para una trayectoria dada de producción. Dicho de otra manera, los proyectos a comparar son aquellos que tienen la misma trayectoria de producción determinada por la solución del problema de planificación global. Dentro de estos proyectos se elegirá el que minimice el costo total durante todo el período de gestación y explotación del proyecto. En pocas palabras, nuestra discusión ha indicado claramente que la técnica de usar precios sombra es muy útil como un procedimiento abreviado para determinar un sistema relativamente eficiente de evaluación de programas. La calificación de la eficiencia la hacemos porque en presencia de procesos de producción no convexos en ciertos sectores, el uso de precios sombra no permite alcanzar una constelación eficiente de todo el sistema. El uso de precios sombra es ventajoso aún cuando los valores usados sean solamente aproximados, siempre que esta aproximación se haga en la dirección correcta. Si se tienen los datos, el cálculo de la tasa de cambio de sombra no presenta grandes dificultades. Pueden usarse provechosamente tanto el procedimiento simplificado que hemos propuesto en este trabajo como el método más elaborado de programación lineal usado por Chenery. Con respecto a la tasa de interés de sombra, las dificultades conceptuales son mayores. Usando el procedimiento de aproximación delineado más arriba, calculamos que la tasa de interés de sombra en la India cae en un rango que oscila entre el 8 y el 12 por ciento. La tasa exacta de interés de sombra puede ser más alta que ésta, pero es muy poco probable que pudiera ser más baja que la dada por este rango. Esto ya nos da una base para juzgar proyectos que serían económicos sólo si la tasa fuera del 4 o 4 1/2 por ciento.

La relevancia de la utilización de los precios sombra en la solución de los problemas prácticos puede ilustrarse claramente mediante el problema de la elección entre importar fertilizantes o importar maquinaria para una planta de fertilizantes o importar maquinaria para que los productores de fertilizantes produzcan su equipo. Los modelos más simples de la escuela austríaca limitaban la elección a un par de alternativas, allí el costo de
/un proyecto

un proyecto es la oportunidad perdida con los otros. Pero esto se torna muy difícil de aplicar cuando existe una gama de posibilidades para cada unidad de inversión. En tales circunstancias el costo de oportunidad de una unidad de inversión es medible con la tasa de interés de sombra. De la misma manera el costo de una unidad de inversión puede valorarse a la tasa de cambio de sombra o a la tasa oficial de cambio. Si tomamos por ejemplo una tasa de cambio de sombra de Rs. 6 por dólar y una tasa de interés entre 8 y 12 por ciento, podemos calcular el costo de cada tipo de proyecto en el período de gestación, dado el calendario de inversiones. Más aún, con módulos de producción dados, en el caso de la producción agrícola, hemos podido calcular el costo total para cada proyecto, es decir, costos de inversión y costos de operación. Naturalmente a igualdad de las otras condiciones el proyecto con el menor costo será el seleccionado.

La misma línea de razonamiento puede ser aplicada a problemas tales como la elección entre varios tipos de usinas energéticas. Una contribución interesante en este aspecto es el trabajo del profesor P.N. Rosenstein-Rodan sobre la contribución de la energía atómica al programa de desarrollo de la India.

Todo esto quiere sugerir que el método de los precios sombra como instrumento de decisión política es sumamente fructífero, siempre que se tengan presentes sus limitaciones.

