pedro l. astudillo

INFLUENCIA DE UN ERROR DE LA TASA CENTRAL ANUAL DE MORTALIDAD EN EL CALCULO DE UNA TABLA DE MORTALIDAD, CALCULADA POR EL METODO DE REED Y MERREL

Serie C, N° 85

distribución interna

I N D I C E

Estas notas tienen por objeto determinar qué error se comete en el cálculo de algunas funciones que normalmente aparecen de las tablas de mortalidad, cuando se las calcula por la forma propuesta por Reed y Merrell.

En este método, como se sabe, se calculan los valores de la probabilidad de morir en los n años que siguen a haber alcanzado la edad x$({}_nq_x)$, a partir de los valores de la tasa central anual de mortalidad $({}_nm_x)$, mediante la siguiente relación:

$${}_nq_x = 1 - e^{-n\,{}_nm_x - 0{,}008(n)^3\,{}_nm_x^2}$$

Si se tiene en cuenta que la ${}_nm_x$ es un valor observado, estará afectado de un "error de observación", entonces necesariamente la ${}_nq_x$, y todas las restantes funciones que se calculen a partir de ella, quedarán afectadas por el "error de observación" de la ${}_nm_x$.

Pareciera que resulta innecesario justificar la importancia de la evaluación de los errores de cálculo por el uso de cifras aproximadas, no obstante se resumen tres argumentos que se dan frecuentemente en los textos sobre esta cuestión.

a) Evitar la pérdida de tiempo en el cálculo de cifras que indefectiblemente están afectadas por el error.

b) Evitar el uso de refinamientos metodológicos, sustituyéndolos por otros simples y expeditivos cuando los resultados por uno y otro camino sólo difieran en cifras afectadas, probablemente, por el error.

c) El más importante, sin duda, evitar la falsa ilusión de gran exactitud que crean los resultados calculados con gran cantidad de cifras decimales, cuando muchas de ellas serán ciertas solo por un azar si están afectados por un error.

El cálculo de errores es más o menos imprescindible en todo trabajo con cifras aproximadas obtenidas de la observación. Tanto más en el caso, la construcción de tablas de mortalidad para regiones de Latinoamérica, donde los datos observados (registros demográficos) son muy deficientes en general.

Se puede anotar finalmente que la fórmula de Reed y Merrell, con su forma exponencial, facilita notablemente el cálculo de los errores como también permite expresiones, para éstos, muy sencillas en el caso de la función de sobrevivientes y de la población estacionaria, y más sencilla aún para la función ${}_nq_x$ ya citada. En cambio no ocurre lo mismo para la función T_x y, por lo tanto, para $\overset{o}{e}_x$.

Independientemente de lo dicho anteriormente quiere señalarse que el presente trabajo puede tener algún interés en otros aspectos.

Puede ser útil, por ejemplo, para que el usuario sepa qué margen de seguridad debe adjudicarle a una determinada función de la tabla y para algunas edades. Se verá que, para un mismo error de la m_x, dos funciones quedan en general afectadas con distinta intensidad por el error, que, para una misma función, depende de la edad y de la magnitud de la ${}_nm_x$, que a ciertos valores, para determinadas edades, de una misma función puede asignársele gran confianza no obstante que las m_x sean muy deficientes, lo cual nos advierte que una función dará mejores resultados en unos casos que en otros. Un ejemplo puede resultar útil. La relación de supervivencia (${}_nP_x$), tiene su mayor importancia en la proyección de poblaciones. Como se verá el error relativo de la ${}_nP_x$ es creciente con la edad, por lo tanto si se las emplea en la proyección de población escolar, por ejemplo, se obtendrán mejores resultados, que si se las emplean en proyectar el grupo de 60 años y más. Es más, puede ocurrir que para este caso el error sea tal que resulten inaplicables y no obstante sirvan ajustadamente para el primer propósito.

En otro orden, este trabajo podría tener utilidad en el ajuste de funciones de la tabla en la medida que aporta información sobre la variación del error en la función.

Asimismo una aplicación parcial frente a la presencia de un error presunto en una m_x particular, debiéndose admitir que este caso es muy frecuente.

Definiciones, símbolos y fórmulas básicas

${}_nm_x$: Tasa central anual de mortalidad. Este es un valor observado. Se denominará sencillamente tasa central de mortalidad o bien tasa central.

${}_nD_x^z$: Muertes con edades comprendidas entre x y x+n años ocurridas durante el año z.

${}_nN_x^z$: Población con edades comprendidas entre x y x+n, a mediados del año z.

l_x : El número de personas que -según la tabla- alcanzan la edad x entre las l_0 personas iniciales. Por comodidad en lo que sigue será $l_0 = 1$.

${}_np_x$: Probabilidad de que una persona de edad exacta x, alcance la edad x+n.

${}_nq_x$: Probabilidad de que una persona de edad exacta x muera dentro de los n años siguientes al momento en que alcanzó la edad x.

${}_nL_x$: Número de personas con edades entre x y x+n.

Además conviene recordar aquí algunos símbolos y resultados de la teoría de errores por el uso de cifras aproximadas.

Si Δa es el error de una magnitud α, cuya medida aproximada es a, se tiene:

$$\Delta a = a - \alpha \qquad \text{y además} \qquad \text{(I)}$$

$$\delta a = \frac{|\Delta a|}{\alpha} = \frac{|a - \alpha|}{\alpha} \qquad \text{(Ia)}$$

(I) representa el error absoluto de la magnitud que se observa y (I_a) el error relativo. En el segundo caso es conveniente modificar levemente la definición. Como en realidad lo que se obtiene, en lo que sigue, es generalmente el error relativo, para tener una idea del signo del error se ha tomado I_a con el signo que corresponda a Δa. Además como α es desconocida se considera el valor aproximado que resulta de sustituir α por a, esto es

$$\delta a = \frac{\Delta a}{\alpha} \cong \frac{\Delta a}{a}$$

No habiendo confusión se pondrá finalmente:

$$\delta a = \frac{\Delta a}{a} \qquad \text{(II)}$$

Si la magnitud α que se observa es una magnitud variable "y", en ese caso conviene sustituir "errores" por diferenciales y entonces tendremos, siempre con la igualdad representando sólo una aproximación:

$$\Delta y = dy \quad \text{y además} \qquad \text{(III)}$$

$$\delta y = \frac{dy}{y} = d(\log \cdot y) \qquad \text{(IV)}$$

Formas aproximadas del:

El error del producto y del cociente se derivan inmediatamente de III y IV:

error relativo

$$\delta(u \cdot v) = \delta u + \delta v \qquad \Delta(uv) = v(\Delta u) + u(\Delta v) \qquad \text{(V)}$$

$$\delta(u:v) = \delta u - \delta v \qquad \Delta(u:v) = \frac{v(\Delta u) - u(\Delta v)}{v^2} \qquad \text{(VI)}$$

absoluto

Nota

Para ilustración, en el gráfico siguiente se muestra por qué dy es aproximadamente igual a Δy.

Demostración error relativo:

$\boxed{y = uv}$

$\delta y = \ln y = \ln(uv) = \ln u + \ln v =$

$\delta y = \delta u + \delta v$

(y)

$y = u : v$

$\delta y = \ln(u:v) = \ln u - \ln v$

$\delta y = \delta u - \delta v$

Demostración error absoluto:

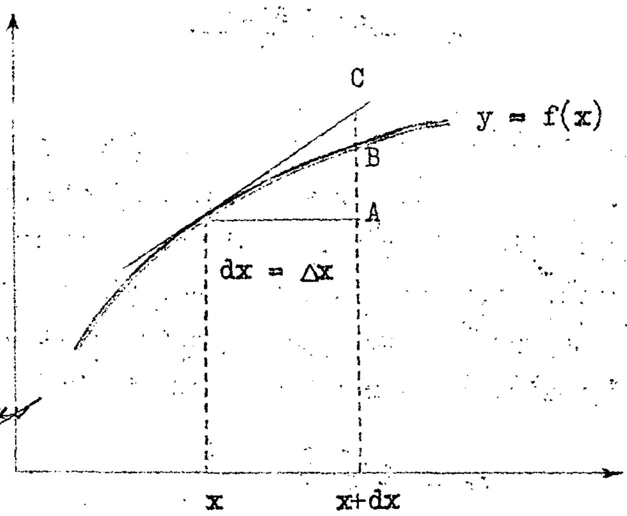
$y = u \cdot v$

$y + \Delta y = (u+\Delta u)(v+\Delta v)$

$\Delta y = \cancel{uv} + u\Delta v + v\Delta u + \Delta u \Delta v - \cancel{uv}$

$\Delta y = u\Delta v + v\Delta u$

(Se desprecia por ser un infinitésimo de orden superior.)



$AB = \Delta y$

$AC = dy$

Aquí d_x vale exactamente Δx. Cuando se reemplaza Δy por dy la aproximación será por exceso o por defecto según que la curva sea cóncava o convexa. Además la aproximación será tanto mejor a medida que $y = f(x)$ se parezca, en el intervalo $(x, x+\Delta x)$, más a una línea recta. Salvo quizás para las edades extremas esto se cumple con las funciones de la tabla de mortalidad.

Además, cuando en las demostraciones se reemplaza dm_x por $(\delta m_x)\cdot(m_x)$ es porque se considera a la m_x como una función de la edad x.

El error de la ${}_nm_x$

Conviene destacar dos casos de acuerdo con la edad x, según sea x mayor o menor que cinco años. Además los dos casos clásicos en las tablas abreviadas de mortalidad, n=5 y n=10. En el caso x>5 la expresión propuesta por Reed y Merrell es:

$$ {}_5q_x = 1 - e^{-5\ {}_5m_x - 0.008(5)^3\ {}_5m_x^2} \quad \text{para } n = 5, \quad y \qquad (1)$$

$$ {}_{10}q_x = 1 - e^{-10\ {}_{10}m_x - 0.008(10)^3\ {}_{10}m_x^2} \quad \text{para } n = 10 \qquad (1_a)$$

Luego a partir de las ${}_nq_x$ se calculan las demás funciones.

Sin perjuicio de anotar los resultados para el caso n=10 se razonará exclusivamente para n=5 y por lo tanto, no habiendo posibilidad de confusión se suprimirá el subíndice n de las funciones por comodidad.

Siendo por definición

$$m_x = \frac{D_x}{N_x}$$

el error de la m_x dependerá de los errores de D_x y de N_x. De VI se tiene:

$$\Delta m_x = \frac{N_x(\Delta D_x) - D_x(\Delta N_x)}{N_x^2} \qquad (2)$$

$$\delta m_x = \delta D_x - \delta N_x \tag{3}$$

En la práctica generalmente ocurrirá que tanto D_x como N_x son aproximaciones por defecto de la verdadera magnitud de los fenómenos que representan. Por lo tanto puede admitirse que, salvo algún caso excepcional,

$$\Delta D_x,\ \delta D_x,\ \Delta N_x \text{ y } \delta N_x$$

tienen todos el signo negativo (según I).

Entonces, $|\delta m_x|$ será menor que el mayor entre $|\delta D_x|$ y $|\delta N_x|$. Además el signo de δm_x será positivo si $|\delta D_x| < |\delta N_x|$ y negativo en caso contrario.

En esto se ve la inconveniencia de hacer correcciones unilaterales de las muertes o de la población, para calcular las tasas centrales, si no se tiene un acabado conocimiento de ambos errores, cosa bastante dudosa por otra parte.

Si hacemos

$$\delta D_x = k_x\ \delta N_x$$

y reemplazamos en (3), se tiene:

$$\delta m_x = (1-k_x) \cdot \delta N_x$$

que puede resultar una expresión útil del error de la tasa como función del error censal y la relación de los errores censales y del registro de defunciones, quedando referida únicamente al error censal si k_x es constante. Si el error del registro de defunciones es muy pequeño o despreciable, en relación con el error censal, se puede tomar $k = 0$.

Resumiendo lo anterior se tiene:

i) El error absoluto de la m_x es (aproximadamente) igual a la diferencia entre los correspondientes errores de las D_x y la N_x.

ii) Si se supone que signo δD_x = signo δN_x entonces $|\delta m_x|$ es menor que el mayor entre $|\delta D_x|$ y $|\delta N_x|$.

iii) Además, en la condición anterior, signo δm_x es positivo si $|\delta N_x| > |\delta D_x|$ y negativo si $|\delta N_x| < |\delta D_x|$.

Si cualquiera de las desigualdades anteriores es válida para todas las x entonces el signo de δm_x será constante y en tal caso se obtendrá una tabla que refleja la mortalidad por exceso (sig. $\delta m_x = +$) o por defecto (sig. $\delta m_x = -$), de las condiciones de mortalidad de la población que se analiza.

En cualquier caso el valor de δm_x será una cantidad desconocida. En cambio muchas veces será posible determinar ciertos límites probables de variación. Como ejemplo puede citarse el trabajo de Zulma Camisa "Evaluación y ajuste del censo de población de 1960, por sexo y edad y tabla abreviada de mortalidad, 1959-1961". En este trabajo, con apoyo de consideraciones teóricas se calculan valores para las Δm_x, si bien no se emplean considerándolos "errores" en el sentido aquí indicado. De todos modos en el trabajo citado se muestra una vía para determinar límites probables para δm_x.

Otras veces será posible determinar la magnitud probable de un δm_x determinado. También este caso es importante.

El error de la p_x

De la fórmula de Reed y Merrell, (1), se tiene:

$$p_x = e^{-(5m_x + m_x^2)} \qquad \text{(siempre } x > 5\text{)}$$

De las expresiones aproximadas para los errores relativos y absolutos dados en III y IV se deduce de inmediato:

$$\Delta p_x = dp_x = -(5 + 2m_x)\, e^{-(5m_x + 2m_x^2)}\, dm_x \qquad (4)$$

y además

$$\delta p_x = d(\log p_x) = -(5 + 2m_x)\, dm_x$$

y tomando finalmente

$$dm_x = m_x\, d(\log m_x) = m_x \cdot \delta m_x$$

y reemplazando queda la expresión del error relativo:

$$\delta p_x = -(5m_x + 2m_x^2) \cdot \delta m_x \tag{5}$$

De (5) se deduce que:

i) El sentido del error de la p_x cometido por el efecto de un error inicial en la m_x, es contrario al de este último: $\text{sig}(\delta p_x) = -\text{sig}(\delta m_x)$. Esto naturalmente es lo que se esperaba.

ii) En valor absoluto, δp_x crece a medida que crece m_x, dependiendo de la variación de $5m_x + 2m_x^2$. Hasta valores de m_x muy próximos a 0.2, se tendrá que siempre $|\delta p_x| < |\delta m_x|$. Para valores superiores de la m_x la desigualdad se invierte y $|\delta p_x|$ empezará a superar rápidamente a $|\delta m_x|$. Para poblaciones con una esperanza de vida al nacer superior a 40 años, valores mayores de 0.2 para la tasa central de mortalidad sólo se registran para el grupo abierto 85 años y más. Por lo tanto se puede afirmar que -salvo para ese grupo- siempre será $|\delta_n p_x| < |\delta_n m_x|$.

Para el caso n=10 de (1a) se deduce:

$$\Delta_{10} p_x = -(10 + 16\,{}_{10}m_x)\, e^{-(10\,{}_{10}m_x - 8\,{}_{10}m_x^2)}\, d_{10}m_x \tag{4a}$$

$$\delta_{10} p_x = -(10\,{}_{10}m_x + 16\,{}_{10}m_x^2)\, \delta_{10}m_x \tag{5a}$$

El error de la q_x

La expresión del error de la q_x es algo más compleja que para el error de la p_x.

De la fórmula de Reed y Merrell y según IV se tiene:

$$\delta q_x = \frac{5m_x + 2m_x^2}{e^{5m_x + m_x^2} - 1} \cdot \delta m_x = f(m_x) \cdot \delta m_x \tag{6}$$

Para referir la variación de δq_x a la de δm_x, es útil observar algunas características de la función:

$$f(m_x) = \frac{5m_x + 2m_x^2}{e^{(5m_x+m_x^2)} - 1}$$

Se demuestra muy fácilmente, por ejemplo que:

a) Aplicando límites a $f(m_x)$ se tiene

$$1 > f(m_x) > o \qquad \text{para} \quad o < m_x < +\infty$$

b) El signo de la derivada, $f'(m_x)$ depende del signo de la diferencia

$$q_x - m_x$$

Entonces podemos concluir que:

i) En (6) se ve que $sig(\delta q_x) = sig(\delta m_x)$, para $m_x > 0$

ii) De a) que $\delta q_x \leq m_x$, siendo válida la igualdad en el único caso, inexistente, de $m_x = 0$

iii) De b) que para cualquier edad se verifica que

$$\delta q_x > \delta q_{x+n} \quad \text{si} \quad m_x < m_{x+n} \quad y \quad \delta m_x = \delta m_{x+n}$$

y por lo tanto el error de la q_x disminuye cuando crece la m_x.

La variación de los errores de la p_x y de la q_x ofrecen así características opuestas en cuanto al signo y al sentido de la variación con el crecimiento de la m_x.

No obstante, la fórmula de Reed y Merrell produce en general mejores resultados, para la q_x, en el sentido de la influencia del error de la m_x, puesto que en este caso nunca, (para valores positivos de m_x) se verifica que

$$|\delta q_x| > |\delta m_x|.$$

Al respecto resultan útiles dos gráficos insertados al final. En ellos se expresa el error relativo de la p_x y de la q_x, medidas en unidades del error relativo de la m_x. δq_x para el intervalo de la m_x, $0 < m_x < 0.450$, que aparece en el gráfico, varía entre $1\delta m_x$ y aproximadamente $\frac{1}{4}\delta m_x$, tomando el valor de $\frac{1}{2}\delta m_x$, para un nivel de la tasa central de mortalidad, levemente superior a 0.16. δp_x (o mejor $|\delta p_x|$) es rápidamente creciente siendo igual a una vez δm_x, para el nivel 0.2 de la tasa central, duplicando δm_x para el nivel 0,350, el cual es un valor raro de encontrar en tablas correspondientes a países latinoamericanos.

Para n=10, la fórmula (6) toma la forma:

$$\delta_{10} q_x = \frac{10\,{}_{10}m_x + 16\,{}_{10}m_x^2}{e^{10\,{}_{10}m_x + 8\,{}_{10}m_x^2} - 1}\,\delta_{10} m_x \qquad (6a)$$

El error de la l_x

Considerando que la l_x es igual al producto de todas las probabilidades p_x anteriores, es muy fácil deducir a partir de V la expresión de δl_x.

De

$$l_{5n} = p_{5(n-1)}\, p_{5(n-2)} \cdots\cdots p_5\, l_5$$

Si se prescinde del error aportado por l_5 se tiene:

$$\delta l_{5n} = \delta p_{5(n-1)} + \delta p_{5(n-2)} + \ldots + \delta p_5 = \sum_{i=1}^{n-1} \delta p_{5i} \qquad (7)$$

Reemplazando en (7) el valor de δp_{5i} su igual dado en (5) se tiene:

$$\delta l_{5n} = -\sum_{i=1}^{n-1} (5m_x+m_x^2)\,\delta m_x$$

En el caso de que los errores de las p_x sean todos del mismo signo, o lo que es lo mismo, que lo sea el signo de δm_x, (7) muestra que el error relativo de una l_{5n} es igual en valor absoluto y signo, a la suma de todos los errores relativos de las p_{5i}, para $i = 1,2,\ldots,(n-1)$. En caso contrario (7) escrita

$$|\delta l_{5n}| \leqslant \sum_{i=1}^{n-1} |\delta p_{5i}| \qquad (8)$$

daría la expresión de la cota superior del error de la l_x.

En general debemos esperar que (7) coincida con (8). La coincidencia se produciría (signo δm_x = constante) si el error censal se mantuviera sistemáticamente inferior, o superior, al correspondiente error del registro de las defunciones.

El aspecto desfavorable de esta situación la constituye el hecho de que a medida que se avanza con la edad, el error δl_x, no sólo crece al agregar un nuevo sumando, sino que a partir de la edad en que los m_x son crecientes, este nuevo término agregado es mayor que todos los anteriores.

En los países donde existe un mayor nivel de la mortalidad y por lo tanto encontraremos valores altos para la m_x, ocurre que esta situación siempre está asociada a estadísticas demográficas muy deficientes y por lo tanto se debe esperar que δm_x sea muy grande. Entonces el nivel de exactitud de la l_x, sería deficiente por este doble motivo, en esos casos.

En el gráfico 3 se ha computado el error relativo -o en la cota superior- de tres l_x correspondientes a las tablas modelo de las Naciones Unidas (hombres) de nivel 40, 60 y 80, siempre expresadas en unidades de δm_x. En este caso, distinto a los anteriores, debe admitirse la limitación de considerar δm_x = constante.

Se supone que estas tablas han sido construidas a partir de valores de m_x observados y por la fórmula de Reed y Merrell.

Por último se deja señalado aquí, como nota de interés, aunque ajena al propósito de la evaluación de los errores de las funciones enumeradas, que según la teoría de las aproximaciones numéricas, se tiene, según la fórmula IV:

$$d(\log.\ l_x) = +\delta l_x$$

Siendo ese diferencial, como se sabe igual a $-\mu_x\, d_x$, queda, en una tabla calculada, la función μ_x referida al error de la l_x.

Para n=10 se tiene

$$|l_{10n}| \leq \sum_{i=1}^{n} |\delta p_{10i}| \tag{8a}$$

Error de la L_x

En las tablas de vida la L_x se obtiene de alguna de las dos alternativas:

a) $L_x = \int_x^{x+5} l_x\, dx$ o bien b) $L_x = \dfrac{d_x}{m_x}$

En el caso a), el error δL_x se genera del modo siguiente:

$$L_x - \Delta L_x = \int_x^{x+5} (l_x - \Delta l_x)\, dx$$

donde l_x y L_x son los valores calculados y

Δl_x y ΔL_x los errores cometidos.

Entonces:

$$\Delta L_{5n} = \int_{5n}^{5(n+1)} \Delta l_x\, dx = 5\,\Delta l_{5(n+\theta)} \qquad \text{con } 0 \leq \theta \leq 1$$

Bajo el supuesto de un error creciente de la l_x con la edad n, se tiene la doble acotación:

$$5\,\Delta l_{5n} \leq \Delta L_{5n} \leq 5\,\Delta l_{5(n+1)} \tag{9}$$

De una manera similar se puede obtener una acotación análoga para L_{5n}.

$$\delta L_{5n} = \frac{\int_{5n}^{5(n+1)} \Delta l_x\, dx}{\int_{5n}^{5(n+1)} l_x\, dx} = \frac{\Delta l_{5(n+\theta_1)}}{\Delta l_{5(n+\theta_2)}} \qquad \text{con } 0 \leq \theta_1, \theta_2 \leq 1$$

Bajo el supuesto anterior y teniendo en cuenta las desigualdades:

$$\Delta l_5 < \Delta l_{5(n+\theta_1)} < \Delta l_{5(n+1)}$$

y

$$l_{5n} > l_{5(n+\theta_2)} > l_{5(n+1)}$$

Se puede acotar δL_{5n} del modo siguiente:

$$\delta l_{5i} < \delta L_{5i} < \delta l_{5(i+1)} \tag{10}$$

(9) y (10) nos indican que para el error relativo de la L_x valen las mismas consideraciones que se hagan para el error relativo de la l_x.

En el caso de que la L_x se deduzca según b), se tiene, según (V):

$$\delta L_x = \delta d_x - \delta m_x$$

Siendo $d_x = l_x\, q_x$ se tiene que $\delta d_x = \delta l_x + \delta q_x$, reemplazando:

$$\delta L_x = \delta l_x + \delta q_x - \delta m_x \tag{11}$$

Esta expresión resulta interesante analizarla un poco.

Supongamos primero que δl_x es creciente con la edad (signo δm_x = constante), entonces se tiene que:

$$|\delta l_x + \delta q_x - \delta m_x| = |\delta l_x - (\delta m_x - \delta q_x)| \geq |\delta l_x|$$

en todos los casos debido a que, como se vio anteriormente los signos de δm_x y δq_x son iguales entre sí y contrarios al signo de δl_x, por lo tanto signo $(\delta m_x - \delta q_x)$ = signo (δm_x) y por lo tanto es válida la desigualdad.

La acotación inferior para $|\delta L_x|$ resulta en este caso mayor que la obtenida en (10) integrando la l_x. El límite superior dependerá que en (11) $\delta q_x - \delta m_x$ se mantenga inferior o superior a δp_x para que este límite sea menor o mayor que el dado en (10). Se puede demostrar que para $m_x > 0$, siempre el límite superior dado en (11) será mayor que el correspondiente dado en (10). Esta situación, ~~totalmente teórica~~ indica, para el caso analizado, (sig (m_x)= constante) la conveniencia de calcular L_x integrando l_x. Debe considerarse no obstante que (10) no contempla el error introducido por el cálculo aproximado de la integral. Este error no podrá minimizarse para las x extremas y por lo tanto la bondad teórica de (10) sobre (11) no siempre podrá reflejarse en la práctica.

En otro aspecto, conviene señalar que a partir del error de la L_x, se deduce fácilmente que el error relativo de la relación de supervivencia:

$$P_x = \frac{L_{x+n}}{L_x}$$

es similar al correspondiente de la P_x.

Tabla 1

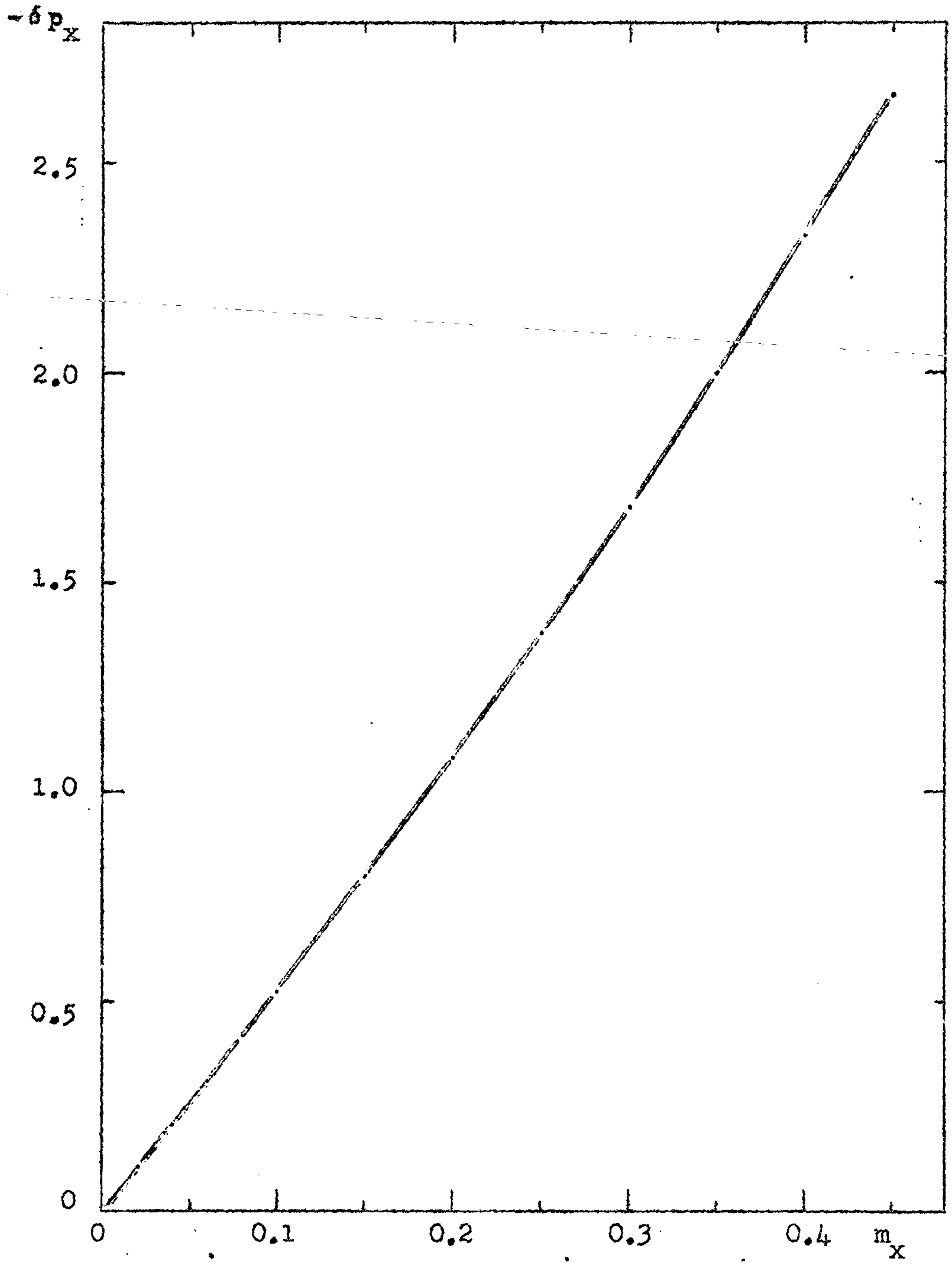
VALORES DE $-\delta p_x$ Y δq_x MEDIDOS EN UNIDADES DE δm_x PARA DISTINTOS VALORES DE m_x

m_x	$-\delta p_x$ a/	δq_x b/
0.000	0.000	1.000
0.020	0.101	0.956
0.040	0.203	0.909
0.060	0.307	0.865
0.080	0.413	0.824
0.100	0.520	0.782
0.150	0.795	0.507
0.200	1.080	0.590
0.250	1.375	0.507
0.300	1.680	0.430
0.350	1.995	0.363
0.400	2.320	0.302
0.450	2.655	0.250

a/ $-\delta p_x = (5m_x + 2m_x^2)\,\delta m_x$ b/ $\delta q_x = \dfrac{5m_x + 2m_x^2}{e^{5m_x + m_x^2} - 1} \cdot \delta m_x$

Gráfico 1

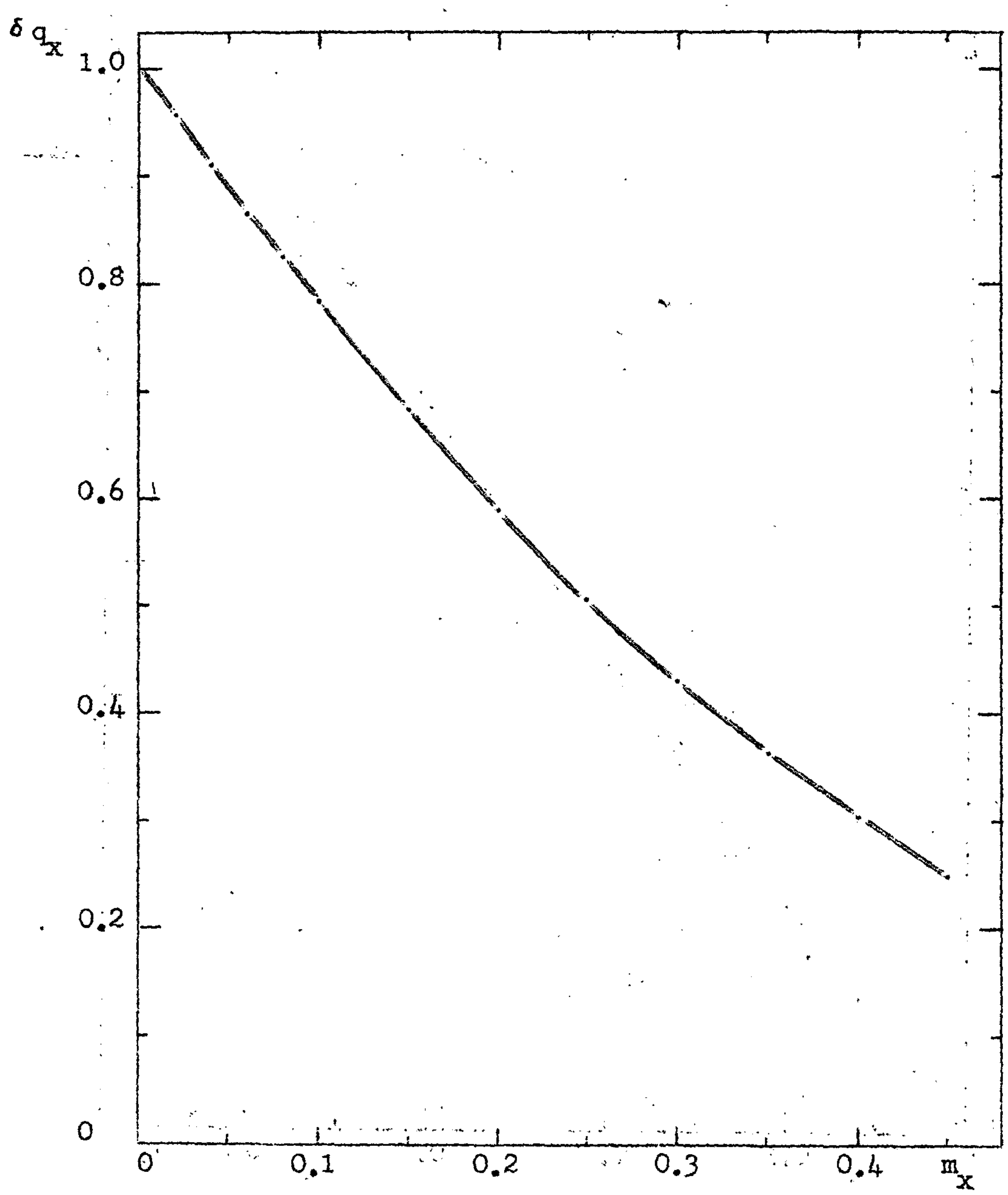
MAGNITUD DE $-\delta p_x$, MEDIDO EN UNIDADES DE δm_x PARA DISTINTOS VALORES DE m_x



Fuente: Tabla 1.

Gráfico 2

MAGNITUD DE δq_x MEDIDO EN UNIDADES DE δm_x
PARA DISTINTOS VALORES DE m_x



Fuente: Tabla 1.

Tabla 2

VALORES DE $-\delta l_x$ DE TRES l_x (HOMBRES) DE LAS TABLAS MODELO DE LAS NACIONES UNIDAS, NIVELES 40, 60 Y 80, CORRESPONDIENTES A UNA e_o^o DE 40, 50 Y 60.4 AÑOS

(Medidos en unidades de δm_x y bajo el supuesto de que estas tablas han sido construidas a partir de valores observados de m_x mediante la fórmula de Reed y Merrell y un δm_x = constante)

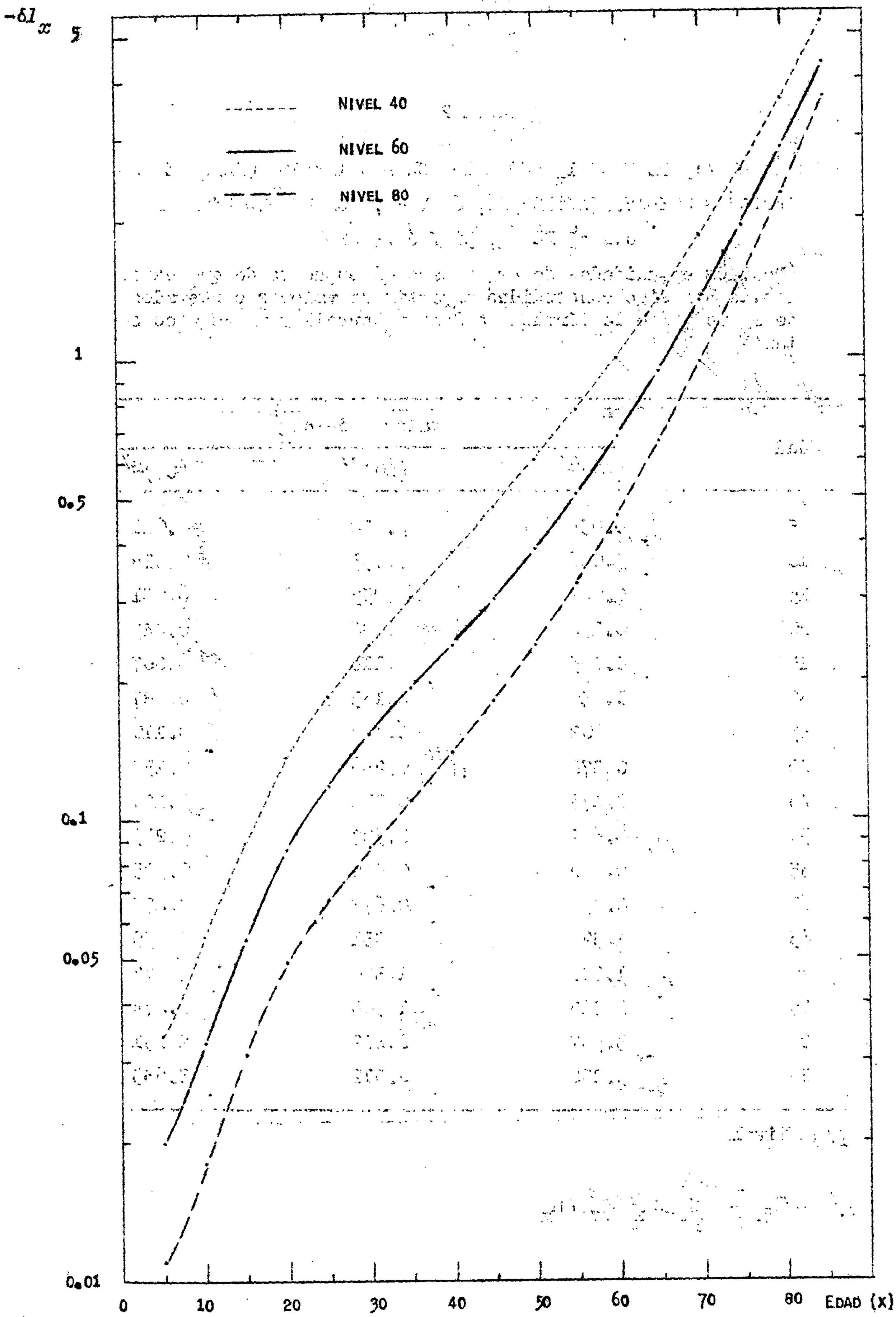
Edad	Valores de $-\delta l_x$ b/		
	(40) a/	(60) a/	(80) a/
5	0.034	0.020	0.011
10	0.056	0.033	0.018
15	0.089	0.055	0.031
20	0.136	0.086	0.049
25	0.185	0.118	0.067
30	0.240	0.153	0.087
35	0.302	0.192	0.110
40	0.378	0.239	0.139
45	0.475	0.302	0.180
50	0.601	0.387	0.239
55	0.768	0.506	0.325
60	0.996	0.677	0.457
65	1.322	0.931	0.659
70	1.806	1.320	0.977
75	2.518	1.908	1.474
80	3.587	2.812	2.251
85	5.282	4.312	3.633

a/ Nivel.

b/ $-\delta l_{5n} = \sum_{1}^{n-1} (5m_x + 2m_x^2)\,\delta m_x$

GRÁFICO 3

MAGNITUD DE $-\delta l_x$ DE TRES TABLAS MODELO, MEDIDO EN UNIDADES DE δm_x, SUPONIENDO ESTE CONSTANTE



FUENTE: TABLA 2.

Para los tres niveles considerados en la tabla 2, los tres cuadros siguientes muestran cuál sería la i-ésima cifra decimal de la l_x (con $l_o = 1$) afectada para distintos niveles de δm_x. La cifra anterior, esto es, la (i-1)ésima, podría eventualmente quedar afectada por +1 o -1.

Siempre debe tenerse en cuenta que el nivel de δm_x que se considere debe estimarse constante.

Tabla 3a

TABLA MODELO NIVEL 40,
HOMBRES

Edad	l_x	Valores de δm_x				
		0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
5	0.72050	5	4	4	3	3
10	0.69672	5	4	4	3	3
15	0.68147	5	4	4	3	3
20	0.65943	5	4	4	3	3
25	0.62941	4	4	3	3	2
30	0.59888	4	4	3	3	2
35	0.56727	4	4	3	3	2
40	0.53321	4	3	3	2	2
45	0.49425	4	3	3	2	2
50	0.44894	4	3	3	2	2
55	0.39649	4	3	3	2	2
60	0.33603	4	3	3	2	2
65	0.26824	4	3	3	2	2
70	0.19466	4	3	3	2	2
75	0.12102	4	3	3	2	2
80	0.05993	4	3	3	2	2
85	0.02023	4	3	3	2	2

Tabla 3b

TABLA MODELO NIVEL 60

Edad	l_x	Valores de $6m_x$				
		0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
5	0.80180	5	5	4	4	3
10	0.78599	5	4	4	3	3
15	0.77546	5	4	4	3	3
20	0.75900	5	4	4	3	3
25	0.73575	5	4	4	3	3
30	0.71240	4	4	3	3	2
35	0.68846	4	4	3	3	2
40	0.66247	4	4	3	3	2
45	0.63172	4	4	3	3	2
50	0.59345	4	3	3	2	2
55	0.54521	4	3	3	2	2
60	0.48466	4	3	3	2	2
65	0.40908	4	3	3	2	2
70	0.31847	4	3	3	2	2
75	0.21751	4	3	3	2	2
80	0.12198	4	3	3	2	2
85	0.04943	4	3	3	2	2

Tabla 3c

TABLA MODELO NIVEL 80

Edad	l_x	Valores de δm_x				
		0.001	0.005	0.01	0.05	0.1
5	0.88513	6	5	5	4	4
10	0.87579	5	5	4	4	3
15	0.86913	5	4	4	3	3
20	0.85831	5	4	4	3	3
25	0.84291	5	4	4	3	3
30	0.82744	5	4	4	3	3
35	0.81142	5	4	4	3	3
40	0.79336	4	4	3	3	2
45	0.77073	4	4	3	3	2
50	0.73990	4	3	3	2	2
55	0.69757	4	3	3	2	2
60	0.64008	4	3	3	2	2
65	0.56180	4	3	3	2	2
70	0.46000	4	3	3	2	2
75	0.33638	4	3	3	2	2
80	0.20646	4	3	3	2	2
85	0.09569	4	3	3	2	2

Las tablas 3a, 3b y 3c muestran objetivamente que:

a) Varias l_x pierden cifras exactas cuando el nivel de mortalidad aumenta, independientemente de la magnitud del error de la m_x .

b) Es muy problemático conseguir para todas las l_x, aún para bajos niveles de mortalidad, cinco cifras exactas. Esta exactitud no se logra aún para las l_x, correspondientes a un nivel 80 -70 años de vida al nacer- y para un δm_x = constante = 1 por mil, error que puede considerarse representativo de una alta precisión estadística en los registros.