METODO DE DESCOMPOSICION DE LA DIFERENCIA ENTRE DOS TASAS GENERALES

ALBINO BOCAZ S

ABRIL/MAYO 1984

(Version corregida y ampliada de la primera version de Junio-Julio 1982)

Metodo de descomposición de la diferencia entre dos tasas generales

1.-Introducción

Cuando se compara dos tasas o dos promedios generales,la diferencia que se observa entre estos dos tasas o promedios está influida,por una parte, por la composición diferente de las poblaciones comparadas(efecto de estructura) y por otra parte,a que las tasas o promedios específicos de esas dos poblaciones son diferentes.

Esta misma situación se presenta cuando,para una misma población, se trata de determinar los efectos de estructura y de cambio en las tasas especificas de la diferencia observada entre dos tasas o promedios generales,en dos momentos determinados.

Asi,por ejemplo,si se considera los promedios de hijos nacidos vivos para mujeres urbanas y rurales de un país en un momento determinado,segun edad a la primera unión,duración de la unión y nivel educacional,la diferencia entre el promedio general rural y el promedio general urbano,puede descomponerse entre la diferencia debido a la diferente composición de estas dos poblaciones según los factores señalados y a las diferencias que se presentan en las tasas específicas(o promedios) según el grado de especificidad indicado.Esta segunda componente estará explicada por otros factores estructurales cuya importancia podrá determinarse posteriormente.

El método de descomposición de las diferencia entre dos tasas o promedios generales tiene como propósito determinar cuanta de la diferencia observada entre dos tasas o promedios generales se debe a la composición diferente de esas poblaciones bajo comparación y cuanto a que los promedios específicos son diferentes,aún al grado de especificación considerado.

El método de descomposición,en primera etapa, determinas los pesos relativos adjudicables a la composicion diferente y a la especificidad de las tasas. Teniendo en esta única etapa una coincidencia con el denominado método de estandarización.Sin embargo,el método considera una etapa posterior al proceder a la determinación de los efectos de composición debido a cada uno de los factores estructurales consideradaos.Obviamente que esta segunda etapa del método será justificable en su realización en la medida que tenga una importancia significativa el efecto global de composicion.

2.-Descomposición en el caso de un solo factor

Aunque éste es el caso más sencillo,la relación básica de descomposición,en que la diferencia de las tasas generales se separa en el efecto debido a composicion y el efecto debido a la especificidad de las tasas,es totalmente general.

En efecto sean $(\bar{y}^{(1)} ; \bar{y}^{(2)})$ las tasas generales correspondientes a las poblaciones (1) y (2).La diferencia de estas dos tasas generales

$$\Delta \bar{y} = \bar{y}^{(2)} - \bar{y}^{(1)} \qquad (1)$$

es igual a

$$\Delta\bar{y} = \sum c_i^{(2)}\,\bar{y}_i^{(2)} - \sum c_i^{(1)}\bar{y}_i^{(1)} \qquad (2)$$

Si introducimos la diferencias

$$\Delta\,\bar{y}_i = \bar{y}_i^{(2)} - \bar{y}_i^{(1)} \qquad (3)$$

$$\Delta\, c_i = c_i^{(2)} - c_i^{(1)} \qquad (4)$$

la tasa general de la poblacion (2) puede escribirse como

$$\bar{y}_2 = \sum (c_i^{(1)} + \Delta c_i)(\bar{y}_i^{(1)} + \Delta\,\bar{y}_i)$$

$$= \sum c_i^{(1)}\,\bar{y}_i^{(1)} + \sum c_i^{(1)}\Delta\,\bar{y}_i + \sum \bar{y}_i^{(1)}\Delta c_i + \sum \Delta c_i\,\Delta\bar{y}_i$$

$$= \sum (\bar{y}_i^{(1)} + \Delta\,\bar{y}_i/2)\,\Delta\, c_i + \sum (c_i^{(1)} + \Delta\, c_i/2)\,\Delta\,\bar{y}_i$$

$$\Delta\,\bar{y} = \sum \bar{\bar{y}}_i\,\Delta c_i + \sum \bar{c}_i\,\Delta\bar{y}_i \qquad (5)$$

siendo

$$\bar{\bar{y}}_i = (\,\bar{y}_i^{(1)} + \bar{y}_i^{(2)}\,)/2 \qquad (6)$$

$$\bar{c}_i = (c_i^{(1)} + c_i^{(2)}\,)/2 \qquad (7)$$

De esa manera si denotamos por (C) a la componente ($\sum \bar{\bar{y}}_i\ c_i$) y por (Y) a la componente($\sum \bar{c}_i\ \bar{y}_i$) ,la relacion (5) puede escribirse

$$\Delta\,\bar{y} = C+Y \qquad (8)$$

siendo(C) la componente debido al efecto de composicion e (Y) la componente debido a la diferencia entre las tasas especificas.

Ejemplo

De acuerdo con la Encuesta Nacional de Fecundidad levantada en Mexico bajo el Programa de Encuesta Mundial de Fecundidad(WFS),para las mujeres alguna vez casadas o unidas que se unieron en edades 20-24 años,las distribuciones segun años de educación y segun edad a la fecha de la encuesta como el promedio de hijos nacidos vivos son las siguientes

Años de educacion	Mujeres urbanas Composicion	Mujeres urbanas Promedio hijos	Mujeres rurales Composicion	Mujeres rurales Promedio hijos
0	8.84	4.383	22.64	5.630
1-3	20.79	4.588	44.23	4.611
4-6	31.33	3.559	27.05	4.170
7-9	27.75	2.620	3.56	3.118
10+	11.29	1.983	2.52	1.833
Total	100.00 (n=1063)	3.407	100.00 (n=477)	4.600

Edad (años)	Mujeres urbanas Composicion	Mujeres urbanas Promedio hijos	Mujeres rurales Composicion	Mujeres rurales Promedio hijos
20-24	16.56	0.881	14.67	0.814
25-29	26.43	2.160	21.38	2.520
30-34	18.63	3.591	18.45	4.580
35-39	15.80	4.821	18.45	5.886
40-44	11.10	5'356	12.79	7.574
45-49	11.48	5.803	14.26	7.309
Total	100.00 (n=1063)	3.408	100.00 (n=477)	4.600

a) Efecto de composición debido a educación

Educacion	$c_i^{(1)}$	$c_i^{(2)}$	Δc_i	$\bar{y}_i^{(1)}$	$\bar{y}_i^{(2)}$	$\bar{\bar{y}}_i$
0	8.84	22.64	13.80	4.383	5.630	5.0065
1-3	20.79	44.23	23.44	4.588	4.611	4.5995
4-6	31.33	27.05	-4.28	3.559	4.170	3.8645
7-9	27.75	3.56	-24.19	2.620	3.118	2.869
10+	11.29	2.52	- 8.77	1.983	1.833	1.908

$\Delta\bar{y}$= 4.600-3.407= $\underline{1.193}$ $\qquad C=\sum \bar{\bar{y}}_i \Delta c_i = \underline{0.7423}$

de donde se deduce $\quad Y=\Delta\bar{y}- C=$ 1.193-0.7423= $\underline{0.4507}$

con lo cual se puede cons tatar que el efecto de la composición diferente según educación de las mujeres rurales respecto las mujeres urbanas nos indica que este efecto es (67.2%) de la diferencia observada entre las tasas generales. El efecto de la especificidad de las tasas (fecundidad diferencial) es (37.8%).

b) Efecto de composición debido a la edad

Edad	$c_j^{(1)}$	$c_j^{(2)}$	Δc_j	$\bar{y}_j^{(1)}$	$\bar{y}_j^{(2)}$	$\bar{\bar{y}}_j$
20-24	16.56	14.67	- 1.89	0.881	0.814	0.8475
25-29	26.43	21.38	- 5.05	2.160	2.520	2.340
30-34	18.63	18.45	- 0.18	3.591	4.580	4.0855
35-39	15.80	18.45	2.65	4.821	5.886	5.3535
40-44	11.10	12.79	1.69	5.356	7.574	6.465
45-49	11.48	14.26	2.78	5.803	7.309	6.556

$\Delta\bar{y}$= 4.600-3.408= $\underline{1.192}$; $\quad C=\sum \bar{\bar{y}}_j \Delta c_j= \underline{0.2918}$ $\quad$; $Y= \underline{0.9002}$

de modo que el efecto relativo de la edad es (24.5%) y el de la especificidad de las tasas (75.5%) .

3.-Descomposicion en el caso de dos factores

Ya se ha indicado en el caso anterior que la primera etapa del método de descomposición consiste en descomponer la diferencia observada entre las tasas generales en dos componentes: una componente (C) de efecto de composición y otra componente (Y) debida a efecto de la especificidad de las tasas consideradas.

En el caso de dos factores se tiene para cada una de las poblaciones

$$\bar{y}^{(1)} = \sum_i \sum_j c_{ij}^{(1)} \bar{y}_{ij}^{(1)} \qquad (9)$$

$$\bar{y}^{(2)} = \sum_i \sum_j c_{ij}^{(2)} y_{ij}^{(2)} \qquad (10)$$

La tasa general correspondiente a la población (2) puede escribirse

$$y^{(2)} = \sum_i \sum_j (c_{ij}^{(1)} + \Delta c_{ij})(y_{ij}^{(1)} + \Delta \bar{y}_{ij})$$

$$= \sum_i \sum_j c_{ij}^{(1)} \bar{y}_{ij}^{(1)} + \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij}^{(1)} + \Delta \bar{y}_{ij}^{(1)}/2) \Delta c_{ij} + \sum_i \sum_j (c_{ij}^{(1)} + \Delta c_{ij}/2) \bar{y}_{ij}$$

o sea $$\Delta \bar{y} = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \Delta c_{ij} + \sum_i \sum_j \bar{c}_{ij} \Delta \bar{y}_{ij} = C+Y \qquad (11)$$

relación análoga a la indicada en (5) y (8).

La etapa siguiente consiste en descomponer el efecto (C) en los efectos debido a cada uno de los factores considerados.En el caso de dos factores es importante señalar que la magnitud de los efectos de cada factor depende del orden en que ellos se consideren,pudiendo comprobarse empíricamente que las contribuiones son significativamente diferentes.

Consideraremos el caso en que adoptamos el orden (ij),condicionando la descomposición de (C) al factor (i).En este caso tenemos

$$c_{ij} = n_{ij}/n = (n_{ij}/n_i)(n_i/n) = (c_{ij}/i)(c_i) \qquad (12)$$

con lo cual $$C = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \Delta (c_{ij/i} \times c_i)$$

Adoptando como $$\Delta c_{ij/i} = c_{ij/I}^{(2)} - c_{ij/i}^{(1)} \qquad (13)$$

$$\Delta c_i = c_i^{(2)} - c_i^{(1)} \qquad (14)$$

incremento la función (z) definida como

$$z = (c_{ij/i}) (c_i)$$

$$z + \Delta z = (c_{ij/i} + \Delta c_{ij/i})(c_i + \Delta c_i)$$

$$\Delta z = (c_{ij/i} + \Delta c_{ij/i}/2) \Delta c_i + (c_i + \Delta c_i/2) \Delta c_{ij/i}$$

$$\Delta z = \bar{c}_{ij/i} \Delta c_i + \bar{c}_i \Delta c_{ij/i} \tag{16}$$

de manera que

$$C = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} (\bar{c}_{ij/i}) \Delta c_i + \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \bar{c}_i \Delta c_{ij/i}$$

o lo que es lo mismo $C = C_{i/i} + C_{j/i}$ (17)

siendo

$$C_{i/i} = \sum_i \sum_j (\bar{\bar{y}}_{ij} \bar{c}_{ij/i}) \Delta c_i . \tag{18}$$

$$C_{j/i} = C - C_{i/i} \tag{19}$$

Ahora bien si se adopta el orden (ji), esto es, condicionando la descomposición de (C) a(j), se tendrá

$$C = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \Delta (c_{ij/j} \times c_j) \tag{20}$$

siendo $c_{ij/j} = n_{ij}/n_j \;\; ; \;\; c_j = n_j/n$ (21)

y de esa manera se logrará

$$C = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \bar{c}_{ij/j} \Delta c_j + \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \bar{c}_j \Delta c_{ij/j}$$

$$C = C_{j/j} + C_{i/j} \tag{22}$$

siendo

$$C_{j/j} = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \bar{c}_{ij/j} \Delta c_j \tag{23}$$

$$C_{i/j} = C - C_{j/j} \tag{24}$$

Dado que $(C_{i/i})$ es diferente de $(C_{i/j})$ es lógico adoptar para el efecto de (i), el promedio de estas dos determinaciones o sea

$$C_i = (C_{i/i} + C_{i/j})/2 = C/2 + (C_{i/i} - C_{j/j})/2 \tag{25}$$

y si se introduce el proemdio $\bar{C} = (C_{i/i} + C_{j/j})/2$ (26)

se tendrá

$$C_i = C/2 + (C_{i/i} - \bar{C}) \tag{27}$$

$$C_j = C/2 + (C_{j/j} - \bar{C}) \tag{28}$$

Es interesante llamar la atención que las cantidades $(C_{i/i};\; C_{j/j})$ se pueden determinar usando las medias marginales $(\bar{\bar{y}}_i)$ e $(\bar{\bar{y}}_j)$ lo que implica el uso de un proceso numérico mas sencillo y valores muy semejantes a los obtenidos con el uso de las relaciones(18) y (23).

En efecto

$$C_{i/i}=\sum_{i}\sum_{j}\bar{y}_{ij}\;\bar{c}_{ij/i}\,\Delta c_i=\sum_{i}\sum_{j}(\bar{y}^{(1)}_{ij}+\bar{y}^{(2)}_{ij})(c^{(1)}_{ij/i}+c^{(2)}_{ij/i})\Delta c_i/4$$

$$=\sum_{i}\sum_{j}\bar{y}^{(1)}_{ij}c^{(1)}_{ij/i}\,\Delta c_i/4\;+\sum_{i}\sum_{j}\bar{y}^{(2)}_{ij}c^{(2)}_{ij/i}\,\Delta c_i/4\;+\sum_{i}\sum_{j}(\bar{y}^{(2)}_{ij}-\Delta y_{ij})\;c^{(2)}_{ij/i}\Delta c_i/4$$

$$+\sum_{i}\sum_{j}(\bar{y}^{(1)}_{ij}+\Delta y_{ij})\;c^{(1)}_{ij/i}\Delta c_i/4$$

$$C_{i/i}=\sum_{i}\sum_{j}\bar{y}^{(1)}_{ij}c^{(1)}_{ij/i}\,\Delta c_i/2\;+\sum_{i}\sum_{j}\bar{y}^{(2)}_{ij}\;c^{(2)}_{ij/i}\,\Delta c_i/2\;-\sum_{i}\sum_{j}\bar{y}_{ij}\,\Delta c_i\;\Delta c_{ij/i}\;/4$$

pero $\sum_{i}\sum_{j}\bar{y}^{(1)}_{ij}\;c_{ij/i}\,\Delta c_i/2=\sum_{i}\sum_{j}(y_{ij}/n_{ij})(n_{ij}/n_i)\,\Delta c_i/2=\sum_{i}\sum_{j}(y_{ij}/n_i)\,\Delta c_i/2=$

$$=\sum_{i}(y_i/n_i)\,\Delta c_i/2=\sum_{i}\bar{y}_i\,\Delta c_i/2$$

de modo que $C_{i/i}=\sum_{i}\bar{\bar{y}}_i\,\Delta c_i/2\;-\sum_{i}\sum_{j}\Delta y_{ij}\,\Delta c_{ij/i}\Delta c_i/4$

lo que conduce a la aproximaciones

$$C_{i/i}=\sum_{i}\bar{\bar{y}}_i\Delta c_i\qquad;\qquad C_{j/j}=\sum_{j}\bar{\bar{y}}_j\,\Delta c_j \tag{29}$$

Ejemplo

Consideraremos, el caso presentado para la Encuesta Nacional de Fecundidad realizada em México bajo el programa WFS teniendo en cuenta la distribución de las mujeres urbanas y rurales según los dos factores indicados anteriormente: educación y edad, para las mujeres que se unieron en edades comprendidas en el intervalo 20-24 años.

	MUEJERES URBANAS						MUJERES RURALES					
Edad	Educación (en años)						Educación(en años)					
	0	1-3	4-6	7-9	10+	Total	0	1-3	4-6	7-9	10+	Total
20-24	11	31	45	51	17	155	1	18	31	4	3	57
	(8)	(27)	(48)	(64)	(29)	(176)	(3)	(28)	(30)	(5)	(4)	(70)
25-29	43	120	212	154	78	607	39	120	83	6	9	257
	(15)	(43)	(93)	(84)	(46)	(281)	(14)	(50)	(29)	(4)	(5)	(102)
30-34	55	181	241	195	39	711	85	186	101	28	3	403
	(16)	(40)	(62)	(62)	(18)	(198)	(17)	(43)	(22)	(5)	(1)	(88)
35-39	93	211	312	150	43	809	152	217	133	9	7	518
	(19)	(36)	(64)	(36)	(13)	(168)	(26)	(34)	(24)	(2)	(2)	(88)
40-44	69	241	169	127	27	633	130	248	78	6	-	462
	(14)	(36)	(35)	(28)	(5)	(118)	(18)	(32)	(10)	(1)	-	(61)
45-49	141	231	205	96	34	707	201	184	112	-	-	497
	(22)	(39)	(31)	(21)	(9)	(122)	(30)	(24)	(14)	-	-	(68)
Total	412	1015	1184	773	238	3622	608	973	538	53	22	2194
	(94)	(221)	(333)	(295)	(120)	(1063)	(108)	(211)	(219)	(17)	(12)	(477)

De allí se deduce el promedio de hijos por mujer según edad y educación

	MUJERES URBANAS					MUJERES RURALES				
	Educación (en años)					Educación (en años)				
Edad	0	1-3	4-6	7-9	10+	0	1-3	4-6	7-9	10+
20-24	1.375	1.148	0.938	0.797	0.586	0.333	0.643	1.033	0.800	0.750
25-29	2.867	2.791	2.280	1.833	1.696	2.786	2.400	2.862	1.500	1.800
30-34	3.438	4.525	3.887	3.145	2.167	5.000	4.326	4.591	5.600	3.000
35-39	4.895	5.861	4.875	4.167	3.308	5.846	6.382	5.542	4.500	3.500
40-44	4.929	6.694	4.829	4.536	5.400	7,222	7.750	7.800	6.000	-----
45-49	6.409	5.923	6.613	4.571	3.778	6.700	7.667	8.000	----	----

Las distribuciones de mujeres condicionadas a la edad son :

	$c_{ij/i}^{(1)}$ (URBANO)						$c_{ij/i}^{(2)}$ (RURAL)					
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL
1	4.55	15.34	27.27	36.36	16.48	100.0	4.29	40.00	42.86	7.14	5.71	100.0
2	5.34	15.30	33.10	29.89	16.37	100.0	13.73	49.02	28.43	3.92	4.90	100.0
3	8.08	20.20	31.32	31.31	9.09	100.0	19.32	48.86	25.00	5.68	1.14	100.0
4	11,31	21.43	38.09	21.43	7.74	100.0	29.55	38.64	27.27	2.27	2.27	100.0
5	11.86	30.51	29.66	23.73	4.24	100.0	29.51	52.46	16.39	1.64	---	100.0
6	18.03	31.97	25.41	17.21	7.38	100.0	44.12	35.29	20.59	---	---	100.0

y las distribuciones de mujeres condicionadas a educación son:

	$c_{ij/j}^{(2)}$ (RURAL)					$c_{ij/j}^{(1)}$ (URBANO)				
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
1	2.78	13.17	23.26	29.41	33.33	8.51	12.22	14.41	21.70	24.17
2	12.96	23.70	22.48	23.53	41.67	15.96	19.46	27.93	28.47	38.33
3	15.74	20.38	17.06	29.41	8.33	17.02	18.10	18.62	21.02	15.00
4	24.07	16.11	18.60	11.77	16.67	20.21	16.29	19.22	12.20	10.83
5	16.67	15.17	7.75	5.88	---	14.83	16.28	10.51	9.49	4.17
6	27.78	11.37	10.85	---	---	23.41	17.65	9.31	7.12	7.50
TOT	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Las tasas medias $(\bar{\bar{y}}_{ij})$ promediando las tasas correspondientes son

i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
1	0.854	0.896	0.986	0.798	0.668
2	2.826	2.596	2.571	1.666	1.748
3	4.219	4.426	4.239	4.372	2.584
4	5.370	6.122	5.208	4.334	3.404
5	6.076	7.222	6.314	5.268	2.700
6	6.554	6.795	7.306	2.286	1.889

de modo que se tiene:

i	$\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij}\ \bar{c}_{ij/i}$	Δc_i
1	0.8791	-1.88
2	2.3629	-5.05
3	4.2409	-0.19
4	5.3219	2.65
5	6.4321	1.69
6	6.2688	2.78

$C_{i/i}= 0.2801$

j	$\sum_i \bar{\bar{y}}_{ij}\ \bar{c}_{ij/J}$	Δc_j
1	4.9734	13.78
2	4.6397	23.45
3	3.8876	- 4.29
4	2.7449	-24.17
5	1.7879	- 8.77

$C_{j/j} = 0.7863$

Por otra parte

$\sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij}\ c_{ij}^{(1)} = \underline{3.6417}$; $\sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij}\ c_{ij}^{(2)} = \underline{4.3230}$; $\bar{y}_1=(3622/1063)=\underline{3.4073}$

$\bar{y}_2= (2194/477)= \underline{4.5996}$

de modo que $\Delta\,\bar{y}= 4.5996-3.4073= \underline{1.1923}$

representa la diferencia entre el promedio de hijos por mujer de las mujetes rurales respecto de las mujeres urbanas.

Además $C=\sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij}\ \Delta c_{ij} = 4.3230-3.6417= \underline{0.6813}$

de modo que el efecto de composición es (57.14%),excediendo al efecto debido a la especificidad de las tasas.

Se tiene además $C_{j/i}= 0.6813-0.2801=\underline{0.4012}$

que sería el efecto de educacion considerando previamente el efecto de la edad(0.2801)

$$C_{i/j}= 0.6813-0.7863= -\underline{0.1050}$$

representa el efecto de la edad considerando previamente el efecto d educación.De esta manera es facil ver que el efecto de la edad varía segun el orden en que se considera en la determinacion del efecto en la composicion.

Finalmente se tiene:

$$C_i=(C_{i/i}+C_i/j)/2= (0.2801-0.1050)/2=\underline{0.0876}$$

$$C_j=(C_{j/j}+C_j/i)/2= (0.7863+0.4012)/2=\underline{0.5937}$$

con lo cual el efecto de composición debido a la edad,respecto al total del efecto de composicion, es (0.0876/0.6813)=12.86% y el correspondiente a la educacion (0.5937/0.6813)=87.14% ,indicando la importancia significativa de la estructura educacional en el medio rural con respecto al medio urbano.

La determinacion de los valores aproximados de $(C_{i/i})$ y $(C_{j/j})$ es la siguiente

i	$\bar{y}_i^{(1)}$	$\bar{y}_i^{(2)}$	$\bar{\bar{y}}_i$	Δc_i
1	0. 881	0.814	0.8475	-1.88
2	2.160	2.520	2.3400	-5.05
3	3.591	4.580	4.0855	-0.19
4	4.815	5.886	5.3505	2.65
5	5.364	7.574	6.4690	1.69
6	5.795	7.309	6.5520	2.75

j	$\bar{y}_j^{(1)}$	$\bar{y}_j^{(2)}$	$\bar{\bar{y}}_j$	Δc_j
1	4.3830	5.6296	5.0063	13.78
2	4.5928	4.6114	4.6021	23.45
3	3.5556	4.1705	3.6830	- 4.29
4	2.6203	3.1176	2.8690	-24.17
5	1.9833	1.8333	1.9083	- 8.77

$C_{i/i} \neq \sum_i \bar{\bar{y}}_i \Delta c_i = \underline{0.2914}$ $\qquad$ $C_{j/j} \neq \sum_j \bar{\bar{y}}_j \Delta c_j = \underline{0.7425}$

$C_{j/i} \neq C - C_{i/i} = \underline{0.3899}$ $\qquad$ $C_{i/j} = C - C_{j/j} = \underline{-0.0612}$

de modo que $\quad C_i \neq (0.2914-0.0612)/2 = \underline{0.1151} \quad (0.0876)$

$C_j \neq (0.7425+0.3899)/2 = \underline{0.5662} \quad (0.5937)$

indicandose entre parentesis los valores obtenidos usando el procedimiento exacto. Puede verse ,en este caso particular, que el método aproximado subestima el efecto de composición debido a la educación.Sin embargo,pese al sesgo producido,el efecto de la estructura educacional,diferente del grupo rural,es altamente significativo.

Ejemplo

De acuerdo la Encuesta Nacional de Fecundidad levantada en Colombia en 1976 bajo el Progrema de Encuesta Mundial de Fecundidad(WFS), la distribución relativa de (2851) mujeres que han tenido una sola unión segun edad a la unión y tiempo vivido en unión,es la que se indica a continuación junto a los promedios de hijos por mujer teniendo en cuenta el área de residencia de las madres(urbana o rural).

	MUJERES URBANAS Duración de la unión(en años)								PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER Duracion de la unión(en años)							
i/j	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30+	TOT	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30+	TOT
1	6.9	1.4	1.5	0.8	0.6	1.1	0.8	7.1	1.29	2.85	3.79	6.87	7.00	8.50	9.13	5.20
2	6.7	4.7	4.8	4.0	3.2	1.7	0.8	25.9	1.23	2.69	4.21	5.41	6.75	8.97	8.93	4.11
3	6.6	4.4	4.0	3.3	1.7	1.3	0.2	21.5	1.20	2.72	4.28	5.81	7.00	8.84	9.67	3.79
4	5.5	3.8	2.5	2.3	2.0	1.3	---	17.4	1.13	2.54	4.26	5.25	6.43	7.08	---	3.47
5	4.7	3.7	3.0	2.0	1.3	0.5	---	15.2	1.14	2.45	3.98	5.81	5.84	7.30	---	3.26
6	3.1	2.1	2.3	1.5	0.6	--	---	9.6	1.17	2.77	3.88	5.00	4.64	--	--	2.98
7	1.3	1.1	0.6	0.3	--	--	--	3.3	1.16	2.57	4.73	4.60	--	--	--	2.55
TOT	28.8	21.2	18.7	14.2	9.4	5.8	1.8	100.0	1.18	2.64	4.14	5.56	6.48	8.29	9.09	3.72

MUJERES RURALES
Duracion de la union (en años)

i/j	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30+	TOT
1	1.3	3.4	2.5	1.9	1.0	1.0	0.4	11.5
2	8.2	6.6	5.9	4.2	3.3	2.0	0.9	31.1
3	5.2	5.0	2.8	3.9	2.7	2.4	0.1	22.1
4	4.2	3.2	1.8	1.4	2.3	1.1	--	14.0
5	3.1	2.8	1.7	1.8	1.1	0.7	--	11.2
6	1.8	1.5	0.7	1.3	1.1	--	--	6.4
7	1.9	1.1	0.7	---	---	--	--	3.7
	25.7	23.6	16.1	14.5	11.5	7.2	1.4	100.0

PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER
Duracion de la union (en años)

i/j	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30+	TOT
1	1.69	3.06	5.17	7.17	9.20	11.40	13.00	5.66
2	1.16	3.53	5.38	7.15	8.88	10.55	8.67	4.92
3	1.43	3.14	5.85	7.23	8.62	8.39	12.00	5.07
4	1.17	3.29	5.89	7.79	8.55	9.64	---	4.81
5	1.50	3.22	6.18	7.61	7.00	8.33	---	4.60
6	1.88	3.07	7.14	4.46	6.09	---	---	4.02
7	2.00	3.27	4.33	--	--	--	--	2.78
	1.40	3.27	5.61	7.05	8.32	9.63	10.14	4.85

i(-15 años;15-17;18-19;20-21;22-24;25-29;30+)

Para la determinación del efecto de composicion notando que

$$C=\sum_{ij}\bar{\bar{y}}_{ij}(c_{ij}^{(2)}-c_{ij}^{(1)})=\sum_{ij}(\bar{y}_{ij}^{(2)}+\bar{y}_{ij}^{(1)})(c_{ij}^{(2)}-c_{ij}^{(1)})$$

$$C=(\Delta\bar{y})/2+(\bar{y}_{2.1}-\bar{y}_{1.2})/2 \quad ; \quad \bar{y}_{1.2}=\sum_{ij}c_{ij}^{(1)}\bar{y}_{ij}^{(2)} \quad ; \quad \bar{y}_{2.1}=\sum_{ij}c_{ij}^{(2)}\bar{y}_{ij}^{(1)}$$

siendo $(\bar{y}_{1.2})$ el promedio esperado en la población (1) con las tasas de la población (2) y ocurriendo lo opuesto para el promedio $(\bar{y}_{2.1})$.

Con las cifras indicadas en el cuadro anterior se encuentra

$\bar{y}^{(1)}=3.7250$; $\bar{y}^{(2)}=4.8459$; $\bar{y}_{1.2}=4.7334$; $\bar{y}_{2.1}=3'9081$

$\bar{y}=\bar{y}^{(2)}-\bar{y}^{(1)}=\underline{1.1209}$ $\bar{y}_{2.1}-\bar{y}_{1.2}=-0.8253$; $C=(1.1209-0.8253)/2=\underline{0.1478}$

y el efecto de la fecundidad especifica

$$Y=\Delta\bar{y}-C=1.1209-0.1478=\underline{0.9731}$$

pudiendo comprobarse que la fecundidad especifica de las mujeres urbanas difiere significativamente de las mujeres rurales.Aparte del efecto de la edad a la primera unión y de la duración de la union se puede afirmar las mujer urbana tiene una meta acerca de tamaño de familia menor que la mujer rural.Este deseo,voluntario o instintivo, conduce a la mujer urbana a prácticas anticonceptivas o abortivas.

Para la determinación de los valores de $(C_{i/i})$ y $(_{j/j})$ usamos el mismo procedimiento de cálculo.

$C_{i/i}=1.1209/2+(3.8498-4.7800)/2=0.0954$

$C_{j/j}=1.1209/2+(3.8684-4.6794)/2=0.1550$

$\bar{C}_1=(C_{i/i}+C_{j/j})/2=0.1252$

de manera que el efecto de la edad a la union es

$$C_i = 1.1209/2 + (0.0954-0.1252) = \underline{0.531}$$

y para la duracion de la union

$$C_j = 1.1209/2 + (0.1550-0.1252) = \underline{0.591}$$

de maneta que el efecto de la duración de la unión es levemente mayor que el de la edad a la unión, indicando este resultado, que estos factores tienen, para el caso de Colombia, una importancia relativa de (13.2%), en la diferencia observada entre el promedio general rural respecto del urbano.

4.- Des composicion en el caso de tres factores

Ampliaremos la descomposición de la diferencia entre dos tasas generales considerando el efecto simultáneo de tres factores estructurales. Como ejemplo puede citarse el caso de la diferencia entre el promedio de hijos por mujer entre mujeres rurales y mujeres urbanas considerando: la edad de la mujer, la edad a la primera unión y sus años de educación.

La primera etapa del metodo consiste en determinar los efectos (C) e (Y) debido a composición y especificidad de las tasas, para proceder posteriormente a la descomposicion del efecto (C).

Enel caso de tres factores se tiene

$$\Delta \bar{y} = \bar{y}^{(2)} - \bar{y}^{(1)} = \sum_i \sum_j \sum_k \bar{y}^{(2)}_{ijk} \, c^{(2)}_{ijk} - \sum_i \sum_j \sum_k \bar{y}^{(1)}_{ijk} \, c^{(1)}_{ijk} \qquad (30)$$

Adoptando

$$\bar{y}^{(2)}_{ijk} - \bar{y}^{(1)}_{ijk} = \Delta \bar{y}_{ijk} \qquad (31)$$

$$c^{(2)}_{ijk} - c^{(1)}_{ijk} = \Delta c_{ijk} \qquad (32)$$

La tasa(o promedio) general de la población (2) es

$$\bar{y}^{(2)} = \sum_i\sum_j\sum_k (\bar{y}^{(1)}_{ijk} + \Delta y_{ijk})(c_{ijk} + \Delta c_{ijk})$$

o sea $\bar{y}^{(2)} - \bar{y}^{(1)} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk} \Delta c_{ijk} + \sum_i\sum_j\sum_k \bar{c}_{ijk} \Delta \bar{y}_{ijk} = C+Y$

siendo $$C = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk} \Delta c_{ijk} \quad ; \quad Y = \Delta \bar{y} - C \qquad (33)$$

relaciones de tipo análogo a las indicadas en (11),(5) y (8).

La descomposición de (C) puede realizarse de tres maneras diferentes.La primera considerando el par (ij) y obteniéndose por residuo la componente ($C_{k/ij}$); la segunda considerando el par (ik) y por residuo se obtiene ($C_{j/ik}$) y finalmente el par (jk) que nos da por residuo la componente ($C_{i/JK}$).

Considerando el par (ij) se tiene

$$C = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk} \Delta(c_{ijk/ij} \times c_{ij}) = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\, \bar{c}_{ijk}\, \Delta c_{ij} + \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\, \bar{c}_{ij}\, \Delta c_{ijk/ij}$$

$$C = C_{ij/ij} + C_{k/ij} \qquad (34)$$

La descomposición de ($C_{ij/ij}$) puede hacerse adoptando el orden (ij) o bien el orden (ji).Para el primer caso se tiene

$$C_{ij/ij} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\, \bar{c}_{ijk/ij}\, \bar{c}_{ij/i}\, \Delta c_i + \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\, \bar{c}_{ijk/ij}\, \bar{c}_i\, \Delta c_{ij/i}$$

$$C_{ij/ij} = C_{i/ij} + C_{j/ij} \qquad (35)$$

y para el segundo caso

$$C_{ij/ij} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\, \bar{c}_{ijk/ij}\, \bar{c}_{ij/j}\, \Delta c_j + \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\, \bar{c}_{ijk/ij}\, \bar{c}_j\, \Delta c_{ij/j}$$

$$C_{ij/ij} = C_{j/ji} + C_{i/ji} \qquad (36)$$

La estimación del efecto del factor (i) es

$$\hat{C}_i = (C_{i/ij} + C_{i/ji})/2 = (C_{i/ij} + C_{ij/ij} - C_{j/ji})/2$$

$$\hat{C}_i = C_{ij/ij}/2 + (C_{i/ij} - C_{j/ji})/2 \qquad (37)$$

y por residuo $$\hat{C}_j = C_{ij/ij}/2 + (C_{j/ji} - C_{i/ij})/2 \qquad (38)$$

teniéndose además de acuerdo (34)

$$\hat{C}_k = C - C_{ij/ij} \qquad (39)$$

Considerando el par (ik) los efectos de (i),(j) y (k) pueden deducirse de las relaciones (37),(38)y (39) intercambiando (j) y(k), de modo que

$$\hat{C}_i = C_{ik/ik}/2 + (C_{i/ik} - C_{k/ki})/2 \qquad (40)$$

$$\hat{C}_j = C - C_{ik/ik} \qquad (41)$$

$$\hat{C}_k = C_{ik/ik}/2 + (C_{k/ki} - C_{i/ik})/2 \qquad (42)$$

siendo

$$C_{ik/ik} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\,\bar{c}_{ijk}\,\Delta c_{ik} \qquad (43)$$

$$C_{i/ik} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\,\bar{c}_{ijk/ik}\,\bar{c}_{ik/i}\,\Delta c_i \qquad (44)$$

$$C_{k/ki} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\,\bar{c}_{ijk/ik}\,\bar{c}_{ik/k}\,\Delta c_k \qquad (45)$$

De la misma manera considerando el par (jk) ,intercambiando (i) y(j) en las relaciones anteriores se tiene

$$\hat{C}_i = C - C_{jk/jk} \qquad (46)$$

$$\hat{C}_j = C_{jk/jk}/2 + (C_{j/jk} - C_{k/kj})/2 \qquad (47)$$

$$\hat{C}_k = C_{jk/jk}/2 + (C_{k/kj} - C_{j/jk})/2 \qquad (48)$$

siendo

$$C_{jk/jk} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\,\bar{c}_{ijk}\,\Delta c_{jk} \qquad (49)$$

$$C_{j/jk} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\,\bar{c}_{ijk/jk}\,\bar{c}_{jk/j}\,\Delta c_j \qquad (50)$$

$$C_{k/kj} = \sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\,\bar{c}_{ijk/jk}\,\bar{c}_{jk/k}\,\Delta c_k \qquad (51)$$

Si aceptamos que $C_{i/ij} = C_{i/ik};\ C_{j/ji} = C_{j/jk};\ C_{k/ki} = C_{k/kj}$ (52)

denotando por $\bar{C}_1 = (C_{i/ij} + C_{j/jk} + C_{k/ki})/3$ (53)

$$\bar{C}_2 = (C_{ij/ij} + C_{ik/ik} + C_{jk/jk})/3 \qquad (54)$$

promediando los valores (C_i) dados por las relaciones (37),(40)y (46) se tiene para el efecto del factor estructural (i),la estimación

$$C_i = C/3 - (C_{jk/jk} - \bar{C}_2)/2 + (C_{i/ij} - \bar{C}_1)/2 \qquad (55)$$

y para los efectos de (j) y (k)

$$C_j = C/3 - (C_{ik/ik} - \bar{C}_2)/2 + (C_{j/ji} - \bar{C}_1)/2 \qquad (56)$$

$$C_k = C/3 - (C_{ij/ij} - \bar{C}_2)/2 + (C_{k/ki} - \bar{C}_1)/2 \qquad (57)$$

Consideremos las determinaciones de valores aproximados para $(C_{ij/ij})$ y $(C_{i/ij})$ que tienen la ventaja de simplificar el proceso numérico.

$$C_{ij/ij} = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ijk} \, \bar{c}_{ijk} \, \Delta c_{ij}$$

expresión análoga a $(C_{i/i})$ indicada por la relación (19) si se agrega el subindice (j) que nos conduce a la aproximación

$$C_{ij/ij} = \sum_i \sum_j \bar{\bar{y}}_{ij} \, \Delta c_{ij} \qquad (58)$$

teniendo en cuenta la relación (29)

De la misma manera se tendrán las aproximaciones

$$C_{ik/ik} = \sum_i \sum_k \bar{\bar{y}}_{ik} \, \Delta c_{ik} \quad ; \quad C_{jk/jk} = \sum_j \sum_k \bar{\bar{y}}_{jk} \, \Delta c_{jk}$$

En cuanto al valor aproximado de $(C_{i/ij})$ se tiene una expresión del tipo

$$z = \sum (\bar{u}\bar{v}\bar{w}) \, \Delta c \qquad (59)$$

Notando que $\quad \bar{u}\,\bar{v} = (u + \Delta u/2)(v + \Delta v/2) = uv + u\,\Delta v/2 + v\,\Delta u/2 + \Delta u\,\Delta v/4$

y que $\quad \overline{uv} = uv + \Delta(uv)/2 = uv + u\,\Delta v/2 + v\,\Delta u/2 + \Delta u\,\Delta v/2$

se deduce que $\quad \overline{uv} = \bar{u}\,\bar{v} + \Delta u\,\Delta v/4 \qquad (60)$

y para $(\overline{u\,v\,w})$ se tendrá

$$\overline{u\,v\,w} = \bar{u}(\overline{v\,w}) + u\,\Delta(vw)/4 = \bar{u}(\bar{v}\bar{w} + \Delta v\,\Delta w/4) + u(\bar{v}\,\Delta w + \bar{w}\,\Delta v)/4$$

o sea que $\quad \overline{u\,v\,w} = \bar{u}\,\bar{v}\,\bar{w} + (\bar{u}\,\Delta v\,\Delta w + \bar{v}\,\Delta u\,\Delta w + \bar{w}\,\Delta u\,\Delta v)/4$

y despreciando la suma entre paréntesis se llega a la aproximación

$$\overline{u\,v\,w} = \bar{u}\,\bar{w}\,\bar{w} \qquad (61)$$

con lo cual $\quad C_{i/ij} = \sum_i \sum_j \sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk} \, \bar{c}_{ijk/ij} \, \bar{c}_{ij/i} \, \Delta c_i =$

$$= \sum_i \sum_j \sum_k (\overline{y_{ijk} \, c_{ijk/ij} \, c_{ij/i}}) \, \Delta c_i \doteq \sum_i \bar{\bar{y}}_i \, \Delta c_i \qquad (61)$$

y de la misma manera

$$C_{j/ji} = \sum_j \bar{\bar{y}}_j \, \Delta c_j \;;\; C_{i/ik} = \sum_i \bar{\bar{y}}_i \, \Delta c_i \quad ; \quad C_{k/ki} = \sum_k \bar{\bar{y}}_k \, \Delta c_k \qquad (62)$$

$$c_{j/jk} = \sum_{j} \bar{\bar{y}}_j \Delta c_j \quad ; \quad c_{k/kj} = \sum_{K} \bar{\bar{y}}_k \Delta c_k$$

que nos sirve de apoyo para justificar la hipótesis indicada por la relación (52)

Ejemplo

De acuerdo la Encuesta Nacional de Fecundidad levantada en República Dominicana bajo el Programa de Encuesta Mundial de Fecundidad(WFS) para las mujeres que se han unido antes de los (20) años se conoce la distribución de acuerdo: edad (i); educación(j) y edad a la unión (k) y el promedio de hijos por mujer para cada una de las (ijk) categorías con i= 7(-20;20-24;25-29;30-34;35-39;40-44 y 45-49) j= 5(0 años;1-3;4-6;7-9;10+ años); k=2(-15 años;15-19 años).

Para las mujeres urbanas se tiene la siguiente composición $(c_{ijk}^{(1)})$ de acuerdo las dos categorías de edad a la primera unión:

	k=1						k=2					
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL
1	0.121	1.689	1.689	0.241	0.120	3.860	0.603	2.171	2.775	2.895	0.965	9.409
2	0.724	1,930	1.689	0.482	---	4.825	1.447	4.946	6.273	4.101	1.568	18.335
3	0.121	1.447	2.654	0.121	0.241	4.584	0.724	3.498	7.238	2.774	1.689	15.923
4	0.241	0.724	0.965	0.241	----	2.171	0.844	4.946	3.739	1.086	0.603	11.218
5	0.965	1.448	0.965	0.482	----	3.860	1.327	3.981	3.015	1.086	0.362	9.771
6	0.482	0.483	0.724	0.362	----	2.051	0.965	2.775	1.930	0.724	0.241	6.635
7	0.603	0.724	0.482	0.121	----	1.930	1.689	1.689	1.447	0.121	0.482	5.428
	3.257	8.445	8.168	2.050	0.361	23.281	7.599	24.006	26.417	12.787	5.910	76.719

y los siguientes promedios de hijos por mujer $(\bar{y}_{ijk}^{(1)})$

	k=1						k=2					
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL
1	0.000	1.286	1.000	1.500	2.000	1.156	0.600	0.667	0.217	0.417	0.375	0.423
2	3.667	2.500	2.429	2.000	---	2.600	2.000	1.902	1.769	1.588	1.077	1.724
3	6.000	5.333	3.636	2.000	3.000	4.158	3.667	3.517	3.633	2.870	2.571	3.364
4	5.500	8.667	6.000	4.000	---	6.611	6.429	5.195	5.640	4.556	2.600	4.925
5	4.500	7.667	6.625	6.000	----	6.406	6.636	6.454	5.640	5.555	5.000	6.074
6	8.250	7.250	5.000	4.000	---	6.118	7.375	6.130	6.375	5.833	7.000	6.382
7	7.800	5.833	7.500	4.000	---	6.750	7.643	4.857	5.083	7.000	3.000	5.667
	5.444	4.714	3.803	3.588	2.667	4.326	5.286	4.156	3.493	2.481	2.184	3.608

Para las mujeres rurales se tiene la siguiente composición $(c_{ijk}^{(2)})$

	k=1						k=2					
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL
1	0.991	2.860	0.880	0.110	---	4.841	0.770	3.301	2.860	1.650	---	8.581
2	1.100	2.860	1.101	0.110	---	5.171	2.860	7.151	5.941	1.870	---	17.822
3	0.770	2.311	1.320	---	---	4.401	1.430	5.391	4.620	0.880	0.330	12.651
4	0.880	1.870	0.440	---	---	3.190	1.650	4.070	2.750	0.440	---	8.910
5	1.100	2.090	0.220	0.110	---	3.520	3.080	5.611	1.650	0.440	0.220	11.001
6	1.540	1.430	0.110	---	---	3.080	1.760	4.291	0.880	0.330	---	7.261
7	0.990	0.770	0.220	---	---	1.980	3.300	3.301	0.770	0.220	---	7.591
	7.271	14.191	4.291	0.330	---	26.183	14.850	33.116	19.471	5.830	0.550	73.817

y los siguientes promedios de hijos por mujer ($\bar{\bar{y}}^{(2)}_{ijk}$)

			k=1						k=2			
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL
							0.571	0.600	0.808	0.467	---	0.641
1	0.818	1.423	1.125	---	---	1.295	2.038	2.123	2.056	1.176	---	1.988
2	3.333	2.846	3.400	1.000	---	2.851	4.154	3.816	4.095	3.375	3.667	3.922
3	5.286	5.381	4.583	---	---	5.825	5.467	5.811	6.240	3.750	---	5.778
4	6.500	5.647	7.000	---	---	6.069	7.393	7.822	8.200	10.00	5.500	7.830
5	5.900	8.263	10.000	7.000	---	7.594	7.500	8.128	6.500	8.667	---	7.803
6	10.50	8.769	9.000	---	---	9.643	8.000	8.400	8.857	15.00	---	8.464
7	6.556	11.571	11.00	---	---	9.000						
	5.896	5.171	4.538	2.667	---	5.260	5.630	5.080	3.938	3.113	4.400	4.729

con los valores indicados se obtiene

$$\sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij1}\, c^{(2)}_{ij1} = 1.3125 \qquad \sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij2}\, c^{(2)}_{ij2} = 3.2106 \ :$$

$$\sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij1}\, c^{(1)}_{ij1} = 1.0819 \qquad \sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij2}\, c^{(1)}_{ij2} = 3.0424$$

con lo cual $C=\sum_i\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{ijk}\, \Delta c_{ijk} = \underline{0.3988}$

Como por otra parte $\Delta\bar{y}^{(1)} = \underline{3.7756;}$ $\bar{y}^{(2)} = \underline{4.8680}$ o sea $\Delta\bar{y} = \underline{1.0924}$

de modo que el efecto de especificidad de las tasas es

$$Y = \Delta\bar{y} - C = \underline{0.6936}$$

de esa manera de la diferencia observada entre el promedio rural y el promedio urbano ; 0.3988 (36.5%) se debe a efecto de composición y el resto (0.6936(63.5%) se debe a que difieren las tasas específicas.

Para determinacion aproximada de $(C_{ij/ij})$ necesitamos

	$c_{ij}^{(2)}$						$c_{ij}^{(1)}$					
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL
1	1.760	6.162	3.740	1.760	---	13.422	0.724	3.860	4.463	3.136	1.086	13.269
2	3.960	10.011	7.041	1.980	---	22.992	2.171	6.876	7.961	4.584	1.568	23.160
3	2.200	7.701	5.941	0.880	0.330	17.052	0.845	4.946	9.891	2.895	1.930	20.507
4	2.530	5.941	3.190	0.440	---	12.101	1.086	5.670	4.704	1.327	0.603	13.390
5	4.180	7.701	1.870	0.550	0.220	14.521	2.292	5.428	3.981	1.568	0.362	13.631
6	3.300	5.721	0.990	0.330	---	10.341	1.447	3.257	2.654	1.086	0.241	8.685
7	4.291	4.070	0.990	0.220	---	9.571	2.292	2.412	1.930	0.241	0.413	7.358
	22.221	47.307	23.762	6.160	0.550	100.00	10.857	32.449	35.584	14.837	6.273	100.00

	$\bar{y}_{ij}^{(2)}$						$\bar{y}_{ij}^{(1)}$					
i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOTAL
1	1.067	0.982	0.882	0.438	---	0.877	0.500	0.938	0.514	0.500	0.556	0.636
2	2.306	2.330	2.266	1.167	---	2.206	2.556	2.070	1.909	1.632	1.077	1.906
3	4.550	4.286	4.204	3.375	3.667	4.232	4.000	4.049	3.634	2.833	2.625	3.541
4	5.826	5.759	6.345	3.750	---	5.854	6.222	5.638	4.974	4.454	2.600	5.198
5	7.000	7.986	8.412	9.400	5.500	7.773	5.737	6.778	5.879	5.692	5.000	6.168
6	8.900	8.288	6.778	8.667	---	8.351	7.667	6.296	6.000	5.222	7.000	6.319
7	7.667	9.000	9.333	15.00	---	8.577	7.684	5.150	5.688	5.500	3.000	5.951
	5.718	5.119	4.046	3.089	4.400	4.868	5.333	4.301	3.573	2.634	2.212	3.776

con lo cual $\sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij}\, c_{ij}^{(2)}=4.8066$; $\sum_i\sum_j \bar{\bar{y}}_{ij}\, c_{ij}^{(1)} = 4.3404$ $\sum_i\sum_j \bar{y}_{ij}\, \Delta c_{ij}=$ $\underline{0.4662}$

que representa el valor aproximado para $(C_{ij/ij})$.

Para la determinación aproximada de $(C_{ik/ik})$ se necesita

	$c_{ik}^{(2)}$			$c_{ik}^{(1)}$		
i	k=1	k=2	TOTAL	k=1	k=2	TOTAL
1	4.840	8.581	13.421	3.860	9.409	13.269
2	5.170	17.822	22.992	4.825	18.335	23.160
3	4.401	12.651	17.052	4.584	15.923	20.507
4	3.190	8.911	12.101	2.171	11.219	13.390
5	3.521	11.001	14.522	3.860	9.771	13.631
6	3.080	7.261	10.341	2.051	6.634	8.685
7	1.980	7.591	9.571	1.930	5.428	7.358
	26.182	73.818	100.00	23.281	76.710	100.00

$\bar{y}^{(2)}_{ik}$

i	k=1	k=2	TOTAL
1	1.295	0.641	0.877
2	2.957	1.988	2.206
3	5.125	3.922	4.232
4	6.069	5.778	5.854
5	7.594	7.830	7.773
6	9.643	7.803	8.351
7	9.000	8.464	8.575
	5.260	4.729	4.868

$\bar{y}^{(1)}_{ik}$

k=1	k=2	TOTAL
1.156	0.423	0.636
2.600	1.724	1.906
4.158	3.364	3.541
6.611	4.925	5.198
6.406	6.074	6.168
6.118	6.382	6.319
6.750	5.667	5.951
4.326	3.608	3.776

obteniéndose $\sum_i\sum_k \bar{\bar{y}}_{ik}\, c^{(2)}_{ik} = 4.3849$ $\sum_i\sum_k \bar{\bar{y}}_{ik}\, c^{(1)}_{ik} = 4.2198$

y por diferencia el valor aproximado $C_{ik/ik} =$ 0.1651

Para la determinación del valor aproximado de $(C_{jk/jk})$ se necesita

$c^{(2)}_{jk}$

j	k=1	k=2	TOTAL
1	7.371	14.851	22.222
2	14.192	33.113	47.305
3	4.290	19.472	23.762
4	0.330	5.831	6.161
5	---	0.550	0.550
	26.183	73.817	100.000

$c^{(1)}_{jk}$

k=1	k=2	TOTAL
3.257	7.599	10.856
8.444	24.005	32.449
9.168	26.417	35.585
2.051	12.786	14.837
0.362	5.911	6.273
23.282	76.718	100.000

$\bar{y}^{(2)}_{jk}$

j	k=1	k=2	TOTAL
1	5.896	5.630	5.718
2	5.209	5.080	5.119
3	4.539	3.938	4.046
4	2.667	3.113	3.089
5	---	4.400	4.400

$\bar{y}^{(1)}_{jk}$

k=1	k=2	TOTAL
5.444	5.286	5.333
4.714	4.156	4.301
3.803	3.493	3.493
3.588	2.481	2.634
2.667	2.184	2.212

obteniéndose $\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{jk}\, c^{(2)}_{jk} = 4.5559$; $\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{jk}\, c^{(1)}_{jk} = 4.1122$; $\sum_j\sum_k \bar{\bar{y}}_{jk}\, \Delta c_{jk} = 0.4437$

que representa el valor aproximado para $(C_{jk/jk})$..

La determinación aproximada de $(C_{i/ij})$ necesita

i	$c_i^{(2)}$	$\bar{y}_i^{(2)}$	$c_i^{(1)}$	$\bar{y}_i^{(1)}$
1	13.422	0.877	13.269	0.636
2	22.992	2.206	23.160	1.906
3	17.052	4.232	20.507	3.541
4	12.101	5.854	13.390	5.198
5	14.521	7.773	13.631	6.168
6	10.341	8.351	8.685	6.319
7	9.571	8.577	7.358	5.951
	100.000	4.868	100.000	3.776

$$\sum_i \bar{\bar{y}}_i\, c_i^{(2)} = 4.3714$$

$$\sum_i \bar{\bar{y}}_i\, c_i^{(1)} = 4.2349$$

$$C_{i/ij} \neq \sum_i \bar{\bar{y}}_i \Delta c_i = \underline{0.1365}$$

Para la determinación aproximada de ($C_{j/ji}$) se tiene

j	$c_j^{(2)}$	$\bar{y}_j^{(2)}$	$c_j^{(1)}$	$\bar{y}_j^{(1)}$
1	22.222	5.718	10.856	5.333
2	47.305	5.119	32.449	4.301
3	23.762	4.046	35.585	3.573
4	6.161	3.089	14.837	2.634
5	0.550	4.400	6.273	2.212
	100.000	4.868	100.000	3.776

$$\sum_j \bar{y}_j\, c_j^{(2)} = 4.5559$$

$$\sum_j \bar{y}_j\, c_j^{(1)} = 4.1161$$

$$C_{j/ji} \neq \sum_j \bar{\bar{y}}_j \Delta c_j = \underline{0.4938}$$

Para la determinación aproximada de ($C_{k/ki}$) se tiene

k	$c_k^{(2)}$	$\bar{y}_k^{(2)}$	$c_k^{(1)}$	$\bar{y}_k^{(1)}$
1	26.183	5.260	23.282	4.326
2	73.817	4.729	76.718	3.668
	100.000	4.868	100.000	3.776

$$\sum_k \bar{\bar{y}}_k\, c_k^{(2)} = 4.3538$$

$$\sum_k \bar{\bar{y}}_k\, c_k^{(1)} = 4.3365$$

de modo que el valor aproximado de ($C_{k/ki}$) es $\underline{0.0173}$

El valor de $\bar{C}_2$ es igual a $(C_{ij/ij} + C_{ik/ik} + C_{jk/jk})/3 = (0.4662+0.1651+0.4437)/3$

lo que nos $\bar{C}_2 = \underline{0.3583}$

El valor de ($\bar{C}_1$) es $(C_{i/ij} + C_{j/ji} + C_{k/ki})/3 = (0.1365+0.4398+0.0173)/3 = \underline{0.1979}$

De manera que los efectos de los factores (i),(j) y (k) son

$$C_i = 0.3988/3-(0.4437-0.3583)/2+(0.1365-0.1979)/2 = 0.0595$$
$$C_j = 0.3988/3-(0.1651-0.3583)/2+(0.4398-0.1979)/2 = 0.3505$$
$$C_k = 0.3988/3-(0.4662-0.3583)/2+(0.0173-0.1979)/2 = -0.0113$$

pudiendo comprobarse que la educación es el factor estructural mas importante en el efecto de composición cubriendo (87.9%) del efecto (C). El efecto de la edad es de poca significación al igual que el de edad al casarse siendo (14.9%) y (-2.8%) respecto del efecto de composición.

Finalmente puede decirse que siendo el efecto de especificidad de las tasas (Y) el mas importante ((63.5%), este analisis de descomposición nos indica que existen otros factores, distintos a los indicados que explicarían la diferencia entre la fecundidad de mujeres rurales respecto de las mujeres urbanas. Algunos de estos factores obviamente estan correlacionados con los (tres) que se han indicado.

5.-Descomposición en el caso de cuatro factores

Un caso sencillo que puede citarse es el que se presenta cuando se compara la diferencia entre el promedio de hijos por mujer de dos paises de la region que han participado en la Encuesta Mundial de Fecundidad y se desea determinar cuanta de la diferencia observada entre esps promedios se debe el efecto de la composicion por edad,de la edad a la primera union,de los años de educacion de la mujer y de area de residencia a la fecha en que se ha realizado la encuesta.

Como en los casos anteriores,la primera etapa de la descomposición consiste en determinar el efecto de composición(C) y el efecto (Y) debido a la diferencia en las tasas específicas.(promedios).

Se tiene que la diferencia entre los promedios generales es

$$\Delta \bar{y} = \bar{y}^{(2)} - \bar{y}^{(1)} = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l \bar{y}^{(2)}_{ijkl}\, c^{(2)}_{ijkl} - \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l \bar{y}^{(1)}_{ijkl}\, c^{(1)}_{ijkl} \tag{64}$$

introduciendo $\Delta \bar{y}_{ijkl} = \bar{y}^{(1)}_{ijkl} - \bar{y}^{(1)}_{ijkl}$; $c^{(2)}_{ijkl} - c^{(1)}_{ijkl} = \Delta c_{ijkl}$ (65)

el promedio general(tasa) de la población (2) puede escribirse como

$$\bar{y}^{(2)} = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l (\bar{y}^{(1)}_{ijkl} + \bar{y}_{ijkl})(c^{(1)}_{ijkl} + c_{ijkl})$$

lo que nos da

$$\Delta \bar{y} = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l \bar{\bar{y}}_{ijkl}\,\Delta c_{ijkl} + \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l \bar{c}_{ijkl}\,\Delta \bar{y}_{ijkl} = C + Y \tag{66}$$

relación análoga a las relaciones (11) y (33).

El efecto (C) puede descomponerse considerando primeramente el trío(ijk) , o sea teniendo en cuenta que $(c_{ijkl} = (n_{ijkl}/n)$ puede escribirse como

$$c_{ijkl} = (n_{ijkl}/n_{ijk})(n_{ijk}/n) = (c_{ijkl/ijk})^* (c_{ijk}) \tag{67}$$

de modo que

$$C = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l \bar{\bar{y}}_{ijkl}\,\Delta (c_{ijkl/ijk} * c_{ijk})$$

$$C = \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l \bar{\bar{y}}_{ijkl}\,\bar{c}_{ijkl/ijk}\,\Delta c_{ijk} + \sum_i\sum_j\sum_k\sum_l \bar{\bar{y}}_{ijkl}\,\bar{c}_{ijk}\,\Delta c_{ijk/ijk}$$

$$C = C_{ijk/ijk} + C_{l/ijk} \tag{68}$$

lográndose la primera "estimación" del efecto de (l)

$$\hat{C}_l = C - C_{ijk/ijk} \tag{69}$$

La descomposición de $(C_{ijk/ijk})$ debe seguir la línea de descomposición indicada para el caso de tres factores.

Considerando la descomposición condicionada a (ij) se tiene

$$C_{ijk/ijk}=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{l}\bar{\bar{y}}_{ijkl}\ \bar{c}_{ijkl}\ \bar{c}_{ijk/ij}\ \Delta c_{ij} + \sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{l}\bar{\bar{y}}_{ijkl}\ \bar{c}_{ijkl}\ \bar{c}_{ij}\ \Delta c_{ijk/ij}$$

$$C_{ijk/ijk}= C_{ij/ijk} + C_{k/ijk} \tag{70}$$

teniéndose una primera "estimación"del efecto (k)

$$\hat{C}_{k/ijk}= C_{ijk/ijk} - C_{ij/ijk} \tag{71}$$

una vez que se determinado el efecto conjunto de (ij): $C_{ij/ijk}$

Por otra parte el efecto $(C_{ij/ijk})$ puede descomponerse ,ya sea condicionando a(i) o bien condicionando a (j). En el primer caso se obtiene

$$C_{ij/ijk}=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{l}\bar{\bar{y}}_{ijkl}\ \bar{c}_{ijkl/ijk}\ \bar{c}_{ijk/ij}\ \bar{c}_{ij/i}\ \Delta c_{i}+ C_{j/ijk}$$

$$C_{ij/ijk}= C_{i/ijk} + C_{j/ijk} \tag{72}$$

lo que nos permite tener una estimación del efecto (j) a través de

$$\hat{C}_{j/ijk} = C_{ij/ijk} - C_{i/ijk} \tag{73}$$

una vez que se ha determinado el efecto de composición $(C_{i/ijk})$

En el segundo caso se logra

$$C_{ij/ijk}=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k}\sum_{l}\bar{\bar{y}}_{ijkl}\ \bar{c}_{ijkl/ijk}\ \bar{c}_{ijk/ij}\ \bar{c}_{ij/j}\ \Delta c_{j} +C_{i/jik}$$

$$C_{ij/ijk}= C_{j/jik} + C_{i/jik}$$

deduciendo el efecto de (i) a través de

$$\hat{C}_{i/jik}= C_{ij/ijk} - C_{j/jik} \tag{74}$$

una vez que se ha determinado el valor de $(C_{j/jik})$

Promediando las estimaciones anteriores se logra para el trío (ijk) considerando el par condicional (ij) :

$$\hat{C}_{l}= C- C_{ijk/ijk} \quad ; \quad \hat{C}_{k}= C_{ijk/ijk}- C_{ij/ijk}$$

$$\hat{C}_{i}= (C_{i/ijk}+C_{ij/ijk} -C_{j/ijk})/2 \ ; \quad \hat{C}_{j}=(C_{j/ijk} +C_{ij/ijk}-C_{i/ijk})/2 \tag{75}$$

que representa la primera manera de estimar los efectos de composición de los factores (i),(j),(k) y (l).

Si consideramos el trío (ijk) pero condicionando posteriormente al par (ik) se obtiene-por permutación de los subíndices (j) y (k)

$$C_1 = C - C_{ijk/ijk} \quad ; \quad C_j = C_{ijk/ijk} - C_{ik/ikj}$$

$$C_i = (C_{i/ikj} + C_{ik/ikj} - C_{k/kij})/2 \quad ; \quad C_k = (C_{k/kij} + C_{ik/ikj} - C_{i/ikj})/2 \qquad (76)$$

y finalmente considerando el trío (ijk) y condicionando posteriormente al par (jk), se obtiene- permutando (i) y (j) en las relaciones (75)

$$C_1 = C - C_{ijk/ijk} \quad ; \quad C_i = C_{ijk/ijk} - C_{jk/jki}$$

$$C_j = (C_{j/jki} + C_{jk/jki} - C_{k/kji})/2$$

$$C_k = (C_{k/kji} + C_{jk/jki} - C_{j/jki})/2 \qquad (77)$$

Las diferentes estimaciones de los efectos de los factores (i),(j),(k) y (1) dependen como puede verse a traves de las relaciones (75);(76) y (77) del orden en que se consideren los factores en la descomposicion.

Si se acepta que el valor de ($C_{(m)/(m)(n)}$), siendo (m) un solo subíndice o varios subíndices al igual que (n), es aproximadamente igual a ($C_{(m)/(m)}$) los efectos de (i),(j),(k) y (1),promediando todas estas posibles permutaciones de los factores(i),(j) y (k), son iguales a

$$C_i = C_{ijk/ijk}/3 - (C_{jk/jki} - \bar{C}_{2.1})/2 + (C_{i/ijk} - \bar{C}_{1.1})/2$$

$$C_j = C_{ijk/ijk}/3 - (C_{ik/ikj} - \bar{C}_{2.1})/2 + (C_{j/jik} - \bar{C}_{1.1})/2 \qquad (78)$$

$$C_k = C_{ijk/ijk}/3 - (C_{ij/ijk} - \bar{C}_{2.1})/2 + (C_{k/kij} - \bar{C}_{1.1})2$$

$$C_1 = C - C_{ijk/ijk}$$

siendo $\bar{C}_{2.1} = (C_{ij/ijk} + C_{ik/ikj} + C_{jk/jki})/3 \doteq (C_{ij/ij} + C_{ik/ik} + C_{jk/jk})/3$

$\bar{C}_{1.1} = (C_{i/i} + C_{j/j} + C_{k/k})/3$

pudiendo comprobarse que $C_i + C_j + C_k + C_1 = C$

Aparte del trío (ijk) se debe considerar los tres trios adicioanles siguientes: (ljk);(ilk) e(ijl) para los cuales se tiene,en virtud de las relaciones (78)

<u>Trio (lkj)</u> $C_i = C - C_{ljk/ljk}$; $C_j = C_{ljk/ljk}/3 - (C_{lk/lkj} - \bar{C}_{2.i})/2 + (C_{j/jlk} - \bar{C}_{1.i})/2$

$C_k = C_{ljk/ljk}/3 - (C_{lj/ljk} - \bar{C}_{2.i})/2 + (C_{k/klj} - \bar{C}_{1.i})/2$

$C_1 = C_{ljk/ljk}/3 - (C_{jk/jkl} - \bar{C}_{2.i})/2 + (C_{l/ljk} - \bar{C}_{1.i})/2$

siendo $\bar{C}_{2.i} = (C_{jk/jk} + C_{jl/jl} + C_{kl/kl})/3$

$\bar{C}_{1.i} = (C_{j/j} + C_{k/k} + C_{1/1})/3$

29

Trío (ilk)

$$C_i = C_{ilk/ilk}/3 - (C_{lk/lki} - \bar{C}_{2.j}) + (C_{i/ilk} - \bar{C}_{1.j})/2$$
$$C_j = C - C_{ilk/ilk}$$
$$C_k = C_{ilk/ilk} - (C_{il/ilk} - \bar{C}_{2.j})/2 + (C_{k/kil} - \bar{C}_{1.j})/2$$
$$C_l = C_{ilk/ilk} - (C_{ik/ikl} - \bar{C}_{2.j})/2 + (C_{l/kil} - \bar{C}_{1.j})/2$$

siendo

$$\bar{C}_{2.j} = (C_{ik/ik} + C_{il/il} + C_{kl/kl})/3$$
$$\bar{C}_{1.j} = (C_{i/i} + C_{l/l} + C_{k/k})/3 \qquad (80)$$

y finalmente para el trío (ijl) se tiene

$$C_i = C_{ijl/ijl}/3 - (C_{jl/jli} - \bar{C}_{2.k})/2 + (C_{i/ijl} - \bar{C}_{1.k})/2$$
$$C_j = C_{ijl/ijl} - (C_{il/ilj} - \bar{C}_{2.k})/2 + (C_{j/jil} - \bar{C}_{1.k})/2$$
$$C_k = C - C_{ijl/ijl}$$
$$C_l = C_{ijl/ijl} - (C_{ij/ijl} - \bar{C}_{2.k})/2 + (C_{l/lij} - \bar{C}_{1.k})/2$$

siendo

$$\bar{C}_{2.k} = (C_{ij/ij} + C_{il/il} + C_{jl/jl})/3$$
$$\bar{C}_{1.k} = (C_{i/i} + C_{j/j} + C_{l/l})/3 \qquad (81)$$

Todas estas posibles estimaciones de los efectos de composición, según sea la ruta seguida para la determinación de efectos, se pueden reunir, en un solo juego de estimaciones, promediando las relaciones indicadas en (78), (79), (80) y (81) llegándose finalmente al siguiente juego de estimadores de los efectos

$$C_i = C/4 - (C_{jkl/jkl} - \bar{C}_3)/3 - (\bar{C}_{2.i} - \bar{C}_2)/2 + (C_{i/ijk} - \bar{C}_1)/3$$
$$C_j = C/4 - (C_{ikl/ikl} - \bar{C}_3)/3 - (\bar{C}_{2.j} - \bar{C}_2)/2 + (C_{j/jki} - \bar{C}_1)/3$$
$$C_k = C/4 - (C_{ijl/ijl} - \bar{C}_3)/3 - (\bar{C}_{2.k} - \bar{C}_2)/2 + (C_{k/kij} - \bar{C}_1)/3$$
$$C_l = C/4 - (C_{ijk/ijk} - \bar{C}_3)/3 - (\bar{C}_{2.l} - \bar{C}_2)/2 + (C_{l/ljk} - \bar{C}_1)/3 \qquad (84)$$

siendo

$$\bar{C}_3 = (C_{ijk/ijk} + C_{ikl/ikl} + C_{jkl/jkl} + C_{ijl/ijl})/4$$
$$\bar{C}_2 = (C_{ij/ij} + C_{ik/ik} + C_{il/il} + C_{jk/jk} + C_{jl/jl} + C_{kl/kl})/6 \qquad (85)$$
$$\bar{C}_1 = (C_{i/i} + C_{j/j} + C_{k/k} + C_{l/l})/4$$

pudiendo comprobarse que las estimaciones indicadas cumplen con la condición

$$C_i + C_j + C_k + C_l = C \qquad (86)$$

Ejemplo

Las Encuestas Nacionales de Fecundidad,realizadas en Costa Rica y República Dominicana,bajo el Programa Encuesta Mundial de Fecundidad(WFS) han permitido co-conocer la variacion del promedio de hijos por mujer,alguna vez casada o unida, segun edad(i);años de instruccion sprobados(j); edad a la primera union(k) y area de residencia(l).

De acuerdo las tabulaciones disponibles en CELADE por haber participado en el Análisis Comparativo de las Encuestas realizadas en América Latina,en los cuadros que más abajo se indican,se han considerado las mujeres que se han unido sea en edades comprendidas entre 15-19 años (k=1) o bien en 20-24 años (k=2). con residencia ,a la fecha de la encuesta, ya sea en el área rural (l=1) o bien en el área urbana(l=2) y con instruccion :0,1-3,4-6,7-9 y 10 + años :j=1;j=2; j=3;j=4;j=5.Finalmente las edades que se han considerado han sido:20-24;25-29; 30-34;35-39;40-44;45-49 años para i=1;i=2;i=3;i=4;i=5;i=6.

COSTA RICA

MUJERES RURALES
unidas entre 15-19

i/j	1	2	3	4	5	TOT
1	6	34	127	18	11	196
2	11	54	83	6	4	158
3	17	51	60	5	2	135
4	27	54	40	1	1	123
5	28	47	27	1	1	104
6	17	33	19	-	-	69
	106	273	356	31	19	785

PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER
unida entre 15-19

j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
1.833	2.353	1.929	1.444	1.182	1.916
3.636	3.759	3.398	2.833	1.500	3.468
6.765	6.098	5.117	5.000	3.000	5.659
8.185	7.537	7.300	5.000	5.000	7.561
9.500	10.28	8.704	3.000	6.000	9.548
11.118	10.97	9.210	----	----	10.522
7.943	6.762	4.315	2.452	1.895	(5.5236)

MUJERES RURALES
unidas entre 20-24

i/j	1	2	3	4	5	TOT
1	1	9	39	5	6	60
2	5	21	54	8	11	99
3	4	31	33	1	4	73
4	6	21	21	4	4	56
5	9	36	16	1	2	64
6	15	24	23	-	-	62
	40	142	186	19	27	414

PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER
unidas entre 20-24

j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
2.000	1.556	1.026	0.800	0.667	1.067
2.200	2.143	2.204	1.500	1.909	2.101
4.500	4.387	3.637	5.000	3.500	4.014
6.333	7.143	4.524	4.750	3.000	5.607
9.222	6.861	6.000	11.00	7.500	7.062
8.333	8.167	9.609	----	---	8.742
6.925	5.549	3.715	2.684	2.444	(4.5242)

MUJERES URBANS
unidas entre 15-19

i/j	1	2	3	4	5	TOT
1	0	9	76	32	39	156
2	1	19	44	20	17	101
3	5	15	47	17	19	103
4	7	23	36	12	16	94
5	6	22	27	6	8	69
6	9	23	31	5	13	81
	28	111	261	92	112	604

PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER
unidas entre 15-19

j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
---	1.444	1.803	1.594	1.359	1.628
2.000	3.053	2.977	2.700	2.529	2.851
6.400	5.667	4.000	3.765	3.211	4.175
4.857	7.087	5.639	3.917	3.375	5.330
9.833	7.773	6.370	5.000	5.500	6.898
9.444	7.217	7.129	6.200	4.692	6.963
7.571	5.910	4.031	3.011	2.821	(4.161)

COSTA RICA (continuacion)

MUJERES URBANAS unidas entre 20-24 — PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER unidas entre 20-24 años

i/j	1	2	3	4	5	TOT	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
1	1	73	32	14	42	93	1.000	1.250	0.812	0.643	0.738	0.774
2	2	15	61	24	73	175	2.500	2.067	1.820	1.750	1.411	1.669
3	2	18	49	15	50	134	3.500	3.722	3.641	2.400	2.480	2.806
4	3	7	36	11	32	89	7.333	5.000	4.000	4.090	3.188	3.910
5	3	14	34	8	14	73	7.333	5.643	4.206	5.750	4.429	4.822
6	4	15	31	8	15	73	7.500	8.133	6.097	4.000	4.267	5.986
	15	73	243	80	226	637	5.800	4.644	3.107	2.625	2.150	(2.947)

REPUBLICA DOMINICANA

MUJERES RURALES unidas entre 15-19 — PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER unidas entre 15-19 años

i/j	1	2	3	4	5	TOT	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
1	26	65	54	17	--	162	2.038	2.123	2.056	1.176	---	1.988
2	13	49	42	8	3	115	4.154	3.816	4.095	3.375	3.667	3.922
3	15	37	25	4	-	81	5.467	5.811	6.240	3.750	---	5.778
4	28	51	15	4	2	100	7.393	7.882	8.200	10.000	5.500	7.830
5	16	39	8	3	-	66	7.500	8.128	6.500	8.667	---	7.803
6	30	30	7	2	-	69	8.000	8.400	8.857	15.000	---	8.464
	128	271	151	38	5	593	5.906	5.576	4.477	4.158	4.400	(5.266)

MUJERES RURALES unidas entre 20-24 — PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER unidas entre 20-24 años

i/j	1	2	3	4	5	TOT	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
1	1	8	13	11	1	34	0.000	0.125	0.692	0.636	1.000	0.529
2	6	8	13	3	2	32	0.667	2.625	2.385	1.333	2.000	2.000
3	3	7	12	1	1	24	3.000	5.714	3.500	6.000	3.000	4.167
4	7	20	6	1	2	36	6.571	7.650	3.833	4.000	6.500	6.639
5	5	13	1	-	-	19	7.800	6.538	2.000	-----	-----	6.632
6	12	14	1	-	-	27	5.833	7.857	14.000	-----	-----	7.185
	34	70	46	16	6	172	4.941	5.857	2.630	1.312	3.500	(4.308)

MUJERES URBANAS unidas entre 15-19 — PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER unidas entre 15-19 años

i/j	1	2	3	4	5	TOT	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
1	12	41	52	34	13	152	2.000	1.902	1.769	1.588	1.077	1.724
2	6	29	60	23	14	132	3.667	3.517	3.633	2.870	2.571	3.364
3	7	41	31	9	5	93	6.429	5.195	4.710	4.556	2.600	4.925
4	11	33	25	9	3	81	6.636	6.454	5.640	5.555	5.000	6.074
5	8	23	16	6	2	55	7.375	6.130	6.375	5.833	7.000	6.382
6	14	14	12	1	4	45	7.643	4.857	5.083	7.000	3.000	5.667
	58	181	196	82	41	558	5.690	4.503	3.878	3.085	2.537	(4.054)

REPUBLICA DOMINICANA(continuación)

MUJERES URBANAS
unidas entre 20-24

i/j	1	2	3	4	5	TOT
1	2	9	7	12	18	48
2	-	9	13	18	14	54
3	1	12	9	14	11	47
4	4	9	11	8	11	43
5	6	9	3	6	5	29
6	3	5	12	5	6	31
	16	53	55	63	65	252

PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER
unidas entre 20-24 años

j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	TOT
0.500	0.889	0.714	1.000	0.556	0.750
---	1.778	1.462	1.889	1.357	3.364
0.000	4.333	3.000	3.286	2.364	4.925
6.500	3.778	3.454	4.000	4.364	6.074
6.167	3.333	4.000	4.333	3.600	6.382
6.333	4.800	4.417	4.800	3.167	5.667
5.188	3.094	2.800	2.762	2.154	(2.837)

Con las cifras anteriores,la diferencia entre la fecundidad de la mujer rural respecto de la mujer urbana,en estos países es de (1.640) para Costa Rica y (1.376) para República Dominicana como puede verse a continuación

COSTA RICA

Edad de unión	Mujeres rurales	Edad de union	Mujeres urbanas
15-19	5.5236* 785 = 4336	15-19	4.161* 604 = 2513
20-24	4.5242* 414 = 1873	20-24	2.947* 637 = 1877
Total	5.178 *1199 = 6209	Total	3.538*1241 = 4390

REPUBLICA DOMINICANA

Edad de union	Mujeres rurales	Edad de union	Mujeres urbanas
15-19	5.266* 593 = 3123	15-19	4.054* 558 = 2262
20-24	4.308* 172 = 741	20-24	2.837* 252 = 715
Total	5.051* 765 = 3864	Total	3.675* 810 = 2977

La diferencia de fecundidad segun la edad a la primera unión para el caso de Costa Rica es (1.363) hijos por mujer y para República Dominicana de (1.244).Si se acepta que entre esos grupos de mujeres existe (4.5) años de mayor exposicion al riesgo de embarazo,se tendría que el incremento medio de la paridez para las mujeres de Costa Rica sería (0.303) hijos por año frente a (0.276) para la mujer dominicana.

Psaremos aconsiderar los valores de los diferentes efectos.iniciando el proceso de descomposicion determinando la diferencia entre las medias generales de estos países para considerar a continuación el efecto debido a composición (C).

De acuerdo las cifras indicadas más arriba,el total de mujeres de Costa Rica de (20-24) años que se han unido entre 15 y 24 años es 2440(1199+1241) con un total de 10599 hijos,lo que nos (4.3438) hijos por mujer.
Igualmente para el caso de las mujeres de Republica Dominicana con un total de 1575 mujeres encuestadas(765+810) y 6841 hijos(3864+2977) se tiene(4.3435) hijos por mujer.Estas cifras nos indican que no existe diferencia entre estos indicadores generales de fecundidad ,no obstante que se puede apreciar diferencias en composición segun los factores considerados y diferencias en la fecundidad específica.

En resumen ;la diferencia $(\Delta\bar{y}) = 4.3438 - 4.3435 = 0.0003$ que vamos a descomponeral en el efecto (C) de composición y el efecto (Y) de especifidad de la fecundidad.

El efecto de composición es igual a

$$C = \sum_{ijkl} \bar{\bar{y}}_{ijkl}\, \Delta c_{ijkl} = \sum_{ijkl} \bar{\bar{y}}_{ijkl}\, (c^{(1)}_{ijkl} - c^{(2)}_{ijkl})$$

$$= 4.2567 - 4.4662 = -0.2095$$

o sea que por composición las mujeres de Costa Rica tendrían menor fecundidad - pudiendo verse mas adelante-que ello se debe a que la estructura educacional es muy diferente a las mujeres dominicanas y que las mujeres de Costa Rica tienden a casarse mas tardiamente. que aquellas.

El efecto de especifidad de la fecundidad se obtiene por diferencia con respecto a $(\Delta\bar{y})$

$$Y = \Delta\bar{y} - C = 0.0003 + 0.2095 = 0.2098$$

que es de sentido contrario al efecto de composición y lo que nos indica que la fecundídad específica de la mujer costarricense es mayor que la de la mujer d ominicana .

Realizando todas las determinaciones de los efectos de composición, según que se considere un solo factor o varios, se encuentra

Tres factores	Dos factores		Un factor
$C_{ijk/ijk} = -0.3086$	$C_{ij/ij} = -0.1056$	$C_{jk/jk} = -0.6250$	$C_{i/i} = 0.1618$
$C_{ijl/ijl} = -0.0450$	$C_{ik/ik} = -0.0974$	$C_{jl/jl} = -0.4383$	$C_{j/j} = -0.4894$
$C_{ikl/ikl} = -0.0921$	$C_{il/il} = 0.1448$	$C_{kl/kl} = -0.1742$	$C_{k/k} = -0.2105$
$C_{jkl/jkl} = -0.5650$	Promedio: $\bar{C}_2 = -0.2151$		$C_{l/l} = 0.0086$
Promedio: $\bar{C}_3 = -0.2527$			Promedio: $\bar{C}_1 = -0.1324$

teniéndose ademas los promedios de "exclusión" de un factor

$\bar{C}_{2.i} = -0.4108$; $\bar{C}_{2.j} = -0.0423$; $\bar{C}_{2.k} = -0.1314$; $\bar{C}_{2.l} = -0.2760$

Con los valores (C) anotados se encuentra:

Para el efecto del factor (i): <u>edad</u>

$$C_i = C/4 - (C_{jkl/jkl} - \bar{C}_3)/3 - (\bar{C}_{2.i} - \bar{C}_2)/2 + (C_i - \bar{C}_1)/3 =$$

$$C_i = -0.2095/4 - (-0.5650+0.2527)/3 - (-0.4108+0.2151)/2 + (0.1618+0.1324)/3 = \underline{0.2476}$$

Para el efecto del factor (j): <u>años de educación</u>

$$C_j = C/4 - (C_{ikl/ikl} - \bar{C}_3)/3 - (\bar{C}_{2.j} - \bar{C}_2)/2 + (C_j - \bar{C}_1)/3$$

$$C_j = -0.2095/4 - (-0.0921+0.2527)/3 = (-0.0428+0.2151)/2 + (-0.3894+.1324)/3 = \underline{-0.3136}$$

Para el efecto del factor (k): <u>edad a la unión</u>

$$C_k = C/4 - (C_{ijl/ijl} - \bar{C}_3)3 - (\bar{C}_{2.k} - \bar{C}_2)/2 + (C_k - \bar{C}_1)/3$$

$$C_k = -0.2095/4 - (-0.0450+0.2527)/3 - (-0.1314+0.2151)/2 + (-0.2105+0.1324)/3 = \underline{-0.1895}$$

Para el efecto del factor (l): <u>area de residencia</u>

$$C_l = C/4 - (C_{ijk/ijk} - \bar{C}_3)/3 - (\bar{C}_{2.l} - \bar{C}_2)/2 + (C_l - \bar{C}_1)/3$$

$$C_l = -0.2095/4 - (-0.3086+0.2527)/3 - (-0.2760+0.2151)/2 + (0.0086+0.1324)/3 = \underline{0.0437}$$

de esa manera por efecto de la estructura de edad ,l afecundidad de las mujeres de Costa Rica sería mayor(valor significativo) en cambio por estructura educacional y edad a la union la fecundidad general sería menor.El efceto de la composición por residencia es muy reducido o sea que ambas poblaciones tienen un grado de urbanización relativamente semejante.

La determinación de los valores ($C_{(h)} = \sum_{(h)} \bar{\bar{y}}_{(h)}\, c_{(h)}$) puede realizarse evitando la determinacion de la tasa media conjunta imponderada ($\bar{\bar{y}}_{(h)}$) . En efecto

$$C_{(h)} = \sum_{(h)} (\bar{y}^{(1)}_{(h)} + \bar{y}^{(2)}_{(h)})(c^{(2)}_{(h)} - c^{(1)}_{(h)})/2 \qquad (87)$$

o sea $$C_{(h)} = (\sum_{(h)} \bar{y}^{(2)}_{(h)} c^{(2)}_{(h)} - \sum_{(h)} \bar{y}^{(1)}_{(h)} c^{(1)}_{(h)})/2 + (\sum_{(h)} \bar{y}^{(1)}_{(h)} c^{(2)}_{(h)} - \sum_{(h)} \bar{y}^{(2)}_{(h)} c^{(1)}_{(h)})/2 \qquad (88)$$

$$C_{(h)} = (\Delta \bar{y})/2 + (\bar{y}_{2/1} - \bar{y}_{1/2})/2 \quad . \qquad (89)$$

siendo ($\Delta \bar{y}$) la diferencia entre las tasas generales; ($\bar{y}_{2/1}$) la tasa"esperada" en la población (2) con las tasas específicas de la población (1) e ($\bar{y}_{1/2}$) la tasa "esperada" en la población (1) con las tasas de la población (2)

Vea mos la situación indicada determinando el valor de la componente ($C_{ikl/ikl}$).

COSTA RICA

	MUJERES RURALES			PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER		MUJERES URBANAS			PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER	
i/k	k=1	k=2	TOT	k=1	k=2	k=1	k=2	TOT	k=1	k=2
1	196	60	256	1.913	1.067	156	93	249	1.628	0.774
2	158	99	257	3.468	2.101	101	175	276	2.851	1.669
3	135	73	208	5.659	4.014	103	134	237	4.175	2.806
4	123	56	179	7.561	5.607	94	89	183	5.330	3.910
5	104	64	168	9.548	7.062	69	73	142	6.899	4.822
6	69	62	131	10.522	8.742	81	73	154	6.963	5.986
	785	414	1199			604	637	1241		

REPUBLICA DOMINICANA

	MUJERES RURALES			PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER		MUJERES URBANAS			PROMEDIO DE HIJOS POR MUJER	
i/k	k=1	k=2	TOT	k=1	k=2	k=1	k=2	TOT	k=1	k=2
1	162	34	196	1.988	0.529	152	48	200	1.724	0.750
2	115	32	147	3.922	2.000	132	54	186	3.364	1.630
3	81	24	105	5.778	4.167	93	47	140	4.925	3.213
4	100	36	136	7.830	6.639	81	43	124	6.074	4.140
5	66	19	85	7.803	6.632	55	29	84	6.382	4.241
6	69	27	96	8.464	7.185	45	31	76	5.667	4.484
	593	172	765			558	252	810		

Con las cifras indicadas se encuentra, para las medias "esperadas", los valores $\bar{y}_{2/1} = 4.2217$; $\bar{y}_{1/2} = 4.4067$ de modo que

$$C_{ik1/ik1} = (4.2217-4.4067)/2+(0.0003/2) = \underline{-0.0924}$$

6.-Conclusion

El metodo de descomposición de la diferencia de dos tasas generales (o promedios) permite determinar las magnitudes de la contribución por efecto conjunto de los factores estructurales considerados y de la contribucion por efecto de las diferencias entre las tasas especificas(o promedios).

Puede ocurrir el caso que las dos tasas generales comparadas no difieran, en cuyo caso el efecto de composición es de igual magnitud,pero de sentido contrario, al efecto debido a la diferencia entre las tasas especificas.

El metodo de descomposición permite determinar los efectos de composición de los diferentes factores estructurales que se hna tenido en cuenta,permitiendo detectar aquellos factores que no contribuyen substancialmente en la diferencia de las tasas generales comparadas como auqéllos cuya importancia es altamente significativa. Este es el caso que se ha podido comprobar, a través de los ejemplos que se han indicado, que la diferencia de esas tasas generales se debe en gran medida a la diferente estructura educacional de las poblaciones comparadas.

En los ejemplos indicados no se ha podido encontrar el caso en que el efecto de composición haya resultado prácticamente nulo, debiéndose toda la diferencia a la diferencia entre las tasas específicas. No parece lógico que se presente una situácion de esta naturaleza, aunque se podría sostener que es posible elaborar un caso teórico en que se cumpliera esta situación y que los efectos de composición de cada uno de los factores considerados se compensarn para originar, un efecto, conjunto de composición, igual a cero.

En el desarrollo de las relaciones que se aplican en el método de descomposición se ha podido comprobar que el orden en que se consideran los factores conduce a estimaciones diferentes de los efectos de los diversos factores. De esa manera, siguiendo la línea de pensamiento de Das Gupta(*), es necesario considerar todas las posibles permutaciones (o rutas) en la descomposicion y determinando, una vez que se han considerado todas esas posibles permutaciones o recorridos, determinar un promedio de todas esas estimaciones para lograr los efectos "definitivos" de cada factor.

Para el caso de (dos) factores, las relaciones (27) y (28) que se aplican en este caso nos indican que es necesario determinar el valor promedio de los efectos de un solo factor, considerando posteriormente el otro.

Para el caso de (tres) factores, se deben aplicar las relaciones (55), (56) y (57) en donde puede verse, igualmente, que intervienen los promedios de los efectos de uno o dos factores, condicionando el resto de los factores.

Para el caso de (cuatro) factores, se deben usar las relaciones (84) y (85) en que aparecen los promedios de los efectos de 1, 2, , o 3 factores condicionando el resto de ellos a un cierto orden secuencial. En este caso los promedios indicados para cada factor implica haber considerado las (24) permutaciones posibles de esos factores, tal como se indica en el desarrollo de las diferetes (tríadas) consideradas. Las relaciones (84) y (85) nos permiten, a través de determinaciones muy simplificadas, considerar todas esas rutas.

(*) Das Gupta P. A general method of descomposing a difference between two rates into several components. Demography Vol 15 # 1. February 1978