

**CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA  
CELADE - San José**

**COMPARACION DE METODOS ANALITICOS  
PARA AJUSTAR O DESCRIBIR  
LA FECUNDIDAD**

---

**Arie Hoekman  
Universidad Estatal  
de Groningen, Holanda**

**Enero de 1985  
San José, Costa Rica**

**CELADE - SISTEMA DOCPAL  
DOCUMENTACION  
SOBRE POBLACION EN \*  
AMERICA LATINA**

22864



## RECONOCIMIENTOS

---

En el período comprendido entre febrero y octubre de 1984, he permanecido en Costa Rica, realizando una investigación que es parte necesaria de mi tesis de grado para optar a la Maestría en Demografía de la Universidad Estatal de Groningen, Holanda.

Mi presencia en este país ha sido posible gracias a la acogida que me brindara el Centro Latinoamericano de Demografía de las Naciones Unidas que, además de facilitarme el lugar físico para el desarrollo de mis actividades, tuvo en todo momento la mejor disposición de colaboración a lo largo de mi trabajo. Lo mismo debo decir, sin lugar a dudas, de todos y cada uno de los integrantes del personal de la Institución. Al mismo tiempo, ellos, de una manera muy original y solidaria, hicieron posible el financiamiento de mi regreso al Holanda.

Creo importante mencionar, además, y en lugar muy principal, lo valiosa que ha sido mi experiencia de estos meses, tanto en el campo netamente profesional, como en el conocimiento y comprensión de una realidad social y económica de un país centroamericano, inmerso en una situación convulsionada y llena de contradicciones. Tengo la certeza de regresar a mi país enriquecido con todas estas vivencias.

No hay duda que la lista de personas a quienes debo expresar mis agradecimientos ocuparía un muy largo espacio. Para todas, ellas, desde ya, mis más sinceras expresiones de gratitud. No puedo, sin embargo, pasar por alto la mención de aquellos con quienes más de cerca trabajé y sin cuya colaboración desinteresada y sin reservas, el producto de mi esfuerzo hubiese sido de una menor calidad y riqueza.

Entre las personas a quienes debo expresar mi gratitud, se encuentra en primer lugar Dirk Jaspers, supervisor de mi tesis, cuyas valiosas observaciones contribuyeron al mejoramiento de mi trabajo. Y, además, por la amistad y el afecto que él y Laura me brindaron.

A Jorge Canales, que siempre estuvo dispuesto a contribuir con sus consejos en el campo teórico y práctico, especialmente en la asesoría de la parte final del trabajo. Sin duda, mi contacto diario con todo el personal ha contribuido al mejoramiento de mi manejo del idioma español. Sin embargo, Enrique Pemjean, que se encargó voluntariamente de revisar este documento, fue quien me acompañó pacientemente por el difícil camino de las concordancias, los verbos transitivos y los irregulares.

Una mención especial merecen, sin duda, los señores Antonio Ortega, Jefe de la Sede de CELADE en San José y Manuel Rincón, Experto Demógrafo, quienes además de haber posibilitado mi estadía en la institución, estuvieron siempre dispuestos a brindarme su desinteresado consejo en las dudas que me surgían en el campo teórico. Para ellos, mi especial reconocimiento, sobre todo pensando en la confianza que ambos demostraron en mi capacidad técnica.

Domingo Primante y Harry Hernández, cada uno en su especialidad, estuvieron siempre dispuestos a entregarme su conocimiento y experiencia lo hicieron siempre con entusiasmo y singular eficacia.

Por último, mil gracias a Mayra Chaverri, que se encarga de la tediosa labor de mecanografiar los originales, a Juanita, Flora, Vilma, Flory, Orlando, y a todos los que han hecho de mi estadía en San José un cúmulo de gratos recuerdos.



**C O N T E N I D O**

|                       | Página |
|-----------------------|--------|
| Reconocimiento.....   | i      |
| Resumen/Abstract..... | vi     |

**PARTE I**

|   |    |
|---|----|
| Capítulo 1. INTRODUCCION.....   | 1  |
| 1.1 Proyección de la población.....   | 1  |
| 1.1.1 Utilización.....  | 1  |
| 1.1.2 Métodos: una clasificación.....   | 2  |
| 1.1.3 Proyecciones de población por el método<br>de componentes.....                                  | 9  |
| 1.2 Análisis y proyección de la fecundidad.....   | 12 |
| 1.2.1 La fecundidad como componentes.....   | 12 |
| 1.2.2 Métodos para el análisis y la proyección...   | 12 |
| 1.3 Objetivo de este estudio.....   | 15 |
| 1.3.1 Análisis comparativo de la proyección de<br>la fecundidad.....                                  | 15 |
| 1.3.2 El caso de Costa Rica.....  | 17 |
| Capítulo 2. PROYECCION TRANSVERSAL DE LA FECUNDIDAD....   | 18 |
| 2.1 Introducción.....   | 18 |
| 2.1.1 La fecundidad: estructura y nivel.....  | 18 |
| 2.1.2 La fecundidad en Costa Rica.....  | 19 |
| 2.2 La proyección de la fecundidad de Costa Rica:<br>1980-2025.....                                   | 27 |
| 2.2.1 La proyección del nivel de la fecundidad.   | 27 |
| 2.2.2 La proyección de la estructura de la fe-<br>cundidad.....                                       | 33 |
| 2.3 Proyección de la fecundidad de Costa Rica para<br>años calendarios y edades simples: 1982-2025... | 37 |
| 2.3.1 Proyección del nivel de la fecundidad...  | 37 |
| 2.3.2 Proyección de la estructura de la fecundidad  | 41 |

|  | Página |
|--|--------|
| Capítulo 3. PROYECCION DE LA FECUNDIDAD POR COHORTES.....  | 49     |
| 3.1 Observaciones generales.....   | 49     |
| 3.1.1 Análisis transversal y análisis longitu -<br>dinal: diferencias e interrelaciones.....   | 49     |
| 3.1.2 Las ventajas de un análisis longitudinal..   | 50     |
| 3.1.3 Los problemas de un análisis longitudinal.   | 52     |
| 3.2 Estimaciones de las tasas de fecundidad longi -<br>tudinales.....  | 53     |
| 3.2.1 Los datos básicos.....   | 53     |
| 3.2.2 La transformación de tasas transversales<br>en longitudinales.....   | 56     |
| 3.3 Estimación del tamaño final de la familia a par -<br>tir de la fecundidad acumulada e incompleta dis -<br>ponible para cada una de las cohortes..... | 62     |
| 3.3.1 Extrapolación de la fecundidad acumulada<br>e incompleta.....  | 62     |
| 3.3.2 Verificación de la extrapolación de mane -<br>ra gráfica.....  | 63     |
| 3.3.3 Verificación de la extrapolación mediante<br>la información sobre hijos tenidos e hijos<br>deseados.....   | 67     |
| 3.3.4 Evolución de la tasa de fecundidad final<br>estimada y proyectada de las cohortes:<br>1895-1955.....   | 70     |
| 3.4 Proyección de la fecundidad para las cohortes<br>de mujeres nacidas en el período 1956-2010.....   | 71     |
| 3.4.1 Proyección de las tasas finales de fecun -<br>didad.....   | 71     |
| 3.4.2 Proyección de la estructura de la fecundi -<br>dad por edades de las cohortes 1955-2010..  | 76     |
| 3.5 Transformación de la fecundidad por cohortes ex -<br>trapoladas y proyectada a tasas de fecundidad -<br>transversales para el período 1983-2025..... | 80     |
| Capítulo 4. RESUMEN Y CONCLUSIONES.....  | 84     |
| Anexo I. Características generales de Costa Rica....   | 91     |
| Anexo II. Cuadros de la fecundidad proyectada transv.  | 98     |
| Anexo III. Cuadros de la fecun.proyectada longitudinal.  | 102    |

COMPARACION DE METODOS ANALITICOS PARA DESCRIBIR Y  
PROYECTAR LA FECUNDIDAD

**PARTE II**

|   |     |
|---|-----|
| Capítulo 1. INTRODUCCION.....   | 109 |
| 1.1 Observaciones generales.....                                      | 109 |
| 1.2 Criterio para comparar los métodos.....                           | 111 |
| Capítulo 2. EL MODELO GOMPERTZ LINEALIZADO.....                       | 113 |
| 2.1 Características del modelo.....                                   | 113 |
| 2.2 Estimación de los parámetros.....                                 | 115 |
| 2.3 Aplicación del modelo a la fecundidad de Costa Rica               | 118 |
| 2.4 Significación de los parámetros $\alpha$ y $\beta$ .....          | 127 |
| Capítulo 3. LA CURVA DE MAKEHAM.....                                  | 133 |
| 3.1 Características del modelo.....                                   | 133 |
| 3.2 Determinación de los parámetros.....                              | 135 |
| 3.3 Aplicación a la fecundidad de Costa Rica.....                     | 137 |
| Capítulo 4. EL MODELO BILOGISTICO.....                                | 144 |
| 4.1 Características del modelo.....                                   | 144 |
| 4.2 Estimación de los parámetros.....                                 | 146 |
| 4.3 Aplicación a los datos.....                                       | 149 |
| 4.4 Significación de los parámetros.....                              | 157 |
| Capítulo 5. EL MODELO BILOGISTICO MODIFICADO.....                     | 164 |
| 5.1 Características del modelo.....                                   | 165 |
| 5.2 Estimación de los parámetros.....                                 | 166 |
| 5.3 Aplicación del modelo a la fecundidad de Costa Rica               | 171 |
| 5.4 Significación de los parámetros.....                              | 183 |
| Capítulo 6. EL MODELO GOMPERTZ MODIFICADO O "GOMPERTZ-<br>LOGIT"..... | 189 |
| 6.1 Características del modelo.....                                   | 190 |
| 6.2 Aplicación del modelo a la fecund. de Costa Rica.                 | 192 |
| 6.3 Significación de los parámetros.....                              | 201 |
| Capítulo 7. OTRAS FUNCIONES PARA DESCRIBIR LA FECUNDIDAD              | 204 |
| Capítulo 8. RESUMEN Y CONCLUSIONES.....                               | 208 |
| BIBLIOGRAFIA.....   | 217 |

## **RESUMEN**

---

El presente documento se ha dedicado a dos diferentes estudios comparativos, pero relacionados entre sí. En la primera parte, se van a comparar a fondo dos diferentes métodos para la proyección de la fecundidad en Costa Rica: una proyección transversal y otra longitudinal. Lo más significativo es que ambas proyecciones se efectuarán para tasas de fecundidad por edades simples.

Como los datos básicos para la proyección de la fecundidad son tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edades, se necesita un método que permita desagregarlas, y así obtener las tasas de la fecundidad por edades simples. Desde luego, en la parte II se hará énfasis en el análisis comparativo de métodos analíticos que pueden ser útiles para tal propósito. Además, se aprovechará esta parte II para hacer un análisis comparativo entre métodos que se puedan utilizar para la proyección de la estructura de la fecundidad.

## **ABSTRAC**

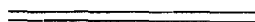
---

This document is dedicated to two different but interrelated comparative studies. In the first part, basically, a comparison will be made between two different methods to project the fertility of Costa Rica: one projection will be transversal and the other for cohorts. The most significant aspect is that both projections will be carried out for fertility rates for single years of age of the mother.

As for the fact that the basic data for the projection of fertility are given in fertility rates for five years groups of age, one needs a method that permits desegregating those rates to obtain the fertility rates for single years of age. Hence, in the second part the emphasis will be laid on the comparative analysis of analytical methods that could be useful to serve this goal. At the same time, this second part will be used to compare methods that could serve in the projection on the fertility distribution.

\* \* \*

P A R T E I



PROYECCIONES DE LA FECUNDIDAD



## Capítulo 1.

### INTRODUCCION

En este estudio el objetivo principal es obtener estimaciones del nivel y estructura de la fecundidad que sirvan de base a proyecciones de la fecundidad. Para tal efecto, en esta primera parte se consideran dos métodos diferentes de proyección de la fecundidad.

Antes de seguir hacia este primer objetivo, se quiere presentar una visión general sobre proyecciones de la población, y más específicamente el lugar que tiene la proyección de la fecundidad en ellas.

#### 1.1 Proyecciones de la población

##### 1.1.1 Utilización

Se han propuesto numerosas definiciones de la demografía que, en su diversidad, reflejan en cierta medida la evolución que el concepto ha seguido en el tiempo. Mientras unas destacan como elemento definitorio su objeto (las poblaciones humanas, sus componentes y sus cambios), otras atienden a los métodos empleados o a tal o cual característica o aspecto particular, de donde resulta muy difícil dar una definición que satisfaga los distintos criterios y puntos de vista sustentados (CELADE, 1975, 1979).

Una de las intenciones de la demografía es la explicación de cambios ocurridos en una población humana; este objetivo esta, en parte, determinado por la necesidad de explicar los cambios en el tamaño y la estructura de la población o subpoblaciones (que se pueden identificar dentro de la población en conjunto), ya que tienen importante influencia sobre el desarrollo

socioeconómico. En la medida en que los procesos demográficos puedan ser mejor explicados, será más probable que las proyecciones <sup>1/</sup> tengan, a su vez, mejor sentido y que éstas puedan ser utilizadas en poder anticipar efectivamente los efectos socioeconómicos del desarrollo demográfico esperado (Zwart, 1983; Albersen y Hockman: 1984).

Proyecciones acertadas de población son de gran importancia en la formulación de los programas de desarrollo socioeconómico para un país o parte de él. La mayoría de los países utilizan proyecciones de población en su planificación socioeconómica. Cada vez más, las proyecciones demográficas son instrumentos indispensables para establecer, con cierto margen aceptable de error, aspectos tales como los volúmenes y características de consumidores de bienes y servicios o de los potenciales de oferta y demanda de mano de obra (Rincón: 1984). Naturalmente, entre los países, el nivel en que se utilizan proyecciones de población, varía según el grado de compromiso del Gobierno en la planificación de la economía y de la seguridad social, y con la disponibilidad de datos demográficos y otras fuentes para hacer proyecciones (United Nations: 1981).

Entre las diversas formas de proyecciones hay diferencia según los datos disponibles, los métodos usados, las hipótesis que haya sobre las futuras condiciones o tendencias en el pasado y el futuro. No todos los cálculos sobre las futuras tendencias demográficas tienen por objeto lograr la cifra más probable que la población alcanzará en el futuro. Sin embargo, en general, se puede decir que los métodos de proyecciones tienen por objeto dar las mejores indicaciones sobre lo que puede acontecer con el crecimiento de una población y/o de sus componentes, mediante una extrapolación de las tendencias pasadas y la experiencia en otros países con situaciones similares, con la idea de prever el comportamiento demográfico

---

<sup>1/</sup> Definición de proyección de una población, es la siguiente: "La medida exacta de la condición de una población futura que va a existir si los regímenes y suposiciones incorporados en el método de la proyección se mostraran válidos en adelante".



dentro de ciertos márgenes de error (Rincón: 1978). Una suposición, necesaria para este tipo de proyecciones, es que no habían catástrofes (guerras, pestes, etc.), o, en general, hechos extraordinarios no previsibles.

A causa de la evidente incertidumbre acerca del desarrollo demográfico futuro, es corriente presentar dos o más proyecciones alternativas. Generalmente se eligen, de todas las proyecciones, la más probable y será la recomendada para su utilización para la planificación socioeconómica. En la práctica, esta proyección funcionará como una previsión de la población futura. \*

### 1.1.2 Los métodos; una clasificación

a. Métodos matemáticos. Los métodos matemáticos son conceptualmente los más sencillos y ordinariamente requieren relativamente poco tiempo para su aplicación. Estos métodos aplican alguna fórmula matemática directa a la población total de uno o más censos, para obtener proyecciones de la población en conjunto. Hay varias fórmulas que se pueden utilizar para proyectar poblaciones, pero realmente pocas son suficientemente adecuadas. Por ejemplo, las fórmulas polinomiales, incluyendo extrapolaciones lineales, no tienen muchas aplicaciones. Sin embargo, varios tipos de fórmulas exponenciales se usan ampliamente (Shryoch and Siegel et al.: 1975).

Estas fórmulas incluyen curvas geométricas, por ejemplo

$$N_t = N_0 e^{rt}$$

y curvas logísticas, por ejemplo

$$N_t = \frac{K}{1 + e^{a+bt}}, \text{ donde:}$$

$N_t$  y  $N_0$  significan, respectivamente, la población en tiempo  $t$  y la población actual;  $r$  es la tasa de crecimiento;  $a$  y  $b$  son constantes; y  $K$  denota un valor elegido como máximo de la curva.

La primera curva significa suponer un crecimiento constante de la población en el tiempo. Por otra parte, la segunda curva implica un crecimiento decreciente en el tiempo.

Las curvas geométricas se pueden utilizar con la última tasa intercensal de crecimiento, o con otras informaciones adicionales. Dado que las tasas de crecimiento probablemente van a cambiar a largo plazo, las fórmulas sólo son recomendables para hacer proyecciones por tiempo limitado.

El ajuste de una curva logística es algo más complejo y requiere más observaciones durante un período más largo. En tal situación, es posible hacer proyecciones para un período prolongado. Otra ventaja está en que con esta fórmula no se llegará a una población irreal en corto tiempo, ya que, por construcción, está acotada, lo que implica tasas de crecimiento decrecientes. Pero, como todas las curvas matemáticas, la logística es bastante mecánica; por eso, puede ser aconsejable no aplicarla para un plazo muy largo.

b. Métodos económicos. Dentro de ciertos límites, los componentes de cambios demográficos (la mortalidad, la fecundidad y la migración) responden a las condiciones económicas del país. Los métodos económicos se apoyan, para la formulación de hipótesis, en los análisis de interacciones entre las variables económicas y el crecimiento de la población (Rincón: 1978). La proyección por estos métodos resulta más adecuada para una región pequeña, ya que el crecimiento poblacional de pequeñas unidades geográficas depende mucho de la migración interna, y este componente está determinado fuertemente por factores económicos (Naciones Unidas: 1956).

Tenemos que entender que hasta ahora no existen las condiciones para hacer proyecciones demográficas en base a previsiones sobre el futuro.

económico, ya que no se pueden anticipar todas las variaciones del comportamiento de las variables socioeconómicas en el futuro. Además, todavía no se sabe exactamente, cuáles son las interrelaciones entre las variables demográficas y variables socioeconómicas.

La hipótesis de fluctuación de Grauman y Eastelin es, en el mejor caso, un poco más sólida en comparación con otras <sup>2/</sup> (Lee: 1976; Tabah: 1980 ). Aunque estas hipótesis tratan sobre la relación entre fluctuaciones económicas y fluctuaciones en la fecundidad.

Las Naciones Unidas están buscando un sistema para crear modelos demoeconómicos para proyectar la población como producto de estos modelos, pero hasta ahora no lo han logrado y, aparentemente, tampoco será posible a corto plano (Tabah: 1981).

---

<sup>2/</sup> John Grauman (1960) estableció una hipótesis acerca de la existencia de una relación negativa entre la tasa de entrada a la fuerza de trabajo y la tasa de fecundidad. Su idea se fundamentó en la observación de que un cambio entre alta fecundidad y baja fecundidad en generaciones sucesivas produce oscilaciones en el mercado de trabajo, formándose ciclos y repercusiones. Así, las cohortes pequeñas nacidas en la década de 1930 en los Estados Unidos, fueron los padres de las grandes cohortes del "baby boom" producido después de la segunda Guerra Mundial, y, estos, a su vez, han reducido notablemente su fecundidad. Según esta hipótesis, las cohortes pequeñas nacidas desde 1960, van a ser, al final, las generaciones originarias de un nuevo "baby boom" que ocurrirá en la década de 1990.

Richard Easterlin (1965) pudo demostrar, también para los Estados Unidos, que el tamaño de la población masculina de edad 35 a 64, en relación a la de edad 15 a 34 predijo fielmente fluctuaciones en la fecundidad; mientras más baja es la razón entre ambos grupos, y mientras la posibilidad de progresar laboralmente sea también baja, las motivaciones para tener hijos serán igualmente bajas (Lee: 1976; Tabah: 1980; Easterlin 1965; Easterlin et al.: 1978).

c. Métodos de "los componentes". Estos son métodos que se apoyan en la consideración directa, y en forma separada, de cada uno de los componentes de la dinámica demográfica (la fecundidad, la mortalidad y la migración). Como el método se aplica generalmente, por grupos de edades y sexo, se están obteniendo proyecciones para las estructuras citadas; la población total se obtiene en ese caso a través de la combinación de las proyecciones por grupos de edades y por sexo (Shryoch and Siegel et al. 1975). También se pueden obtener valiosos productos secundarios, como son varias medidas de la fecundidad y mortalidad futuras, así como estimaciones del efecto de niveles alternativos de la fecundidad, mortalidad o migración, en el crecimiento y tamaño de la población.

Recientemente, el método de los componentes se ha elaborado aún más, transformándolo en un procedimiento para formular simulaciones del comportamiento humano para cada miembro de la población, estimando por ejemplo, la probabilidad de matrimonio, alumbramiento, migración y defunción dentro de un período dado del futuro (Naciones Unidas: 1978).

d. Otros métodos. Hay varios otros métodos para proyectar una población. En general, estos métodos se aplican para proyectar el tamaño de subpoblaciones.

Bastante conocidos son los métodos que relacionan la (sub) población en estudio a la población total (para la cual sí se efectúa una proyección más elaborada). Así, pueden proyectarse las razones entre el tamaño de las dos poblaciones para obtener el tamaño futuro de la subpoblación. Existen también métodos que relacionan la población a variables socioeconómicas, por ejemplo, a la demanda de mano de obra en una región, o el número de viviendas actual, o anticipada en tal región (Pittinger: 1976).

En la mayoría de los casos, estos métodos surgen más bien porque no hay información confiable para aplicar el método de componentes. Los datos necesarios para efectuar una proyección por el método de componentes muchas veces no están disponibles para unidades geográficas más pequeñas.

Los datos que quizás están disponibles, generalmente no son tan confiables para unidades más pequeñas que para unidades amplias, es decir, fluctuaciones proporcionales de un año al otro en el número de nacimientos y muertes ocurridas son menos fuertes para unidades amplias.

### 1.1.3 Proyecciones de población por el método de componentes

a. Justificación. Anteriormente se describieron en forma breve los métodos; una descripción detallada estaría fuera del objetivo de este trabajo. El método escogido está determinado básicamente por los datos disponibles. Lo que pasa es que la mayoría de los métodos utilizados para proyectar una población se ven restringidos en su aplicación, incluso en países con estadísticas de relativa buena calidad (Rincón: 1978).

Aunque los métodos matemáticos pueden dar resultados razonablemente precisos, todos tienen una debilidad: un defecto analítico. Los valores de parámetros de varias ecuaciones no tienen una significación directa en los procesos demográficos que formaron el crecimiento, y cuándo, al ser llevados al futuro, darán al crecimiento proyectado. Algo así puede decirse sobre los métodos económicos o los otros métodos que tampoco pueden ofrecer perspectivas demográficas (12).

La razón para analizar una población y los procesos de cambio por medio de sus componentes, se basa en dos observaciones empíricas:

- a) En la historia reciente de muchos países, las tasas de fecundidad fluctuaron rápidamente, mientras que las tasas de mortalidad mostraron una declinación más o menos constante.
- b) Los cambios en los componentes demográficos fundamentales varían según la edad y, además, las estructuras por edad de las poblaciones son distintas entre una población y otra, y también son diferentes para la misma población en épocas diferentes de su historia.

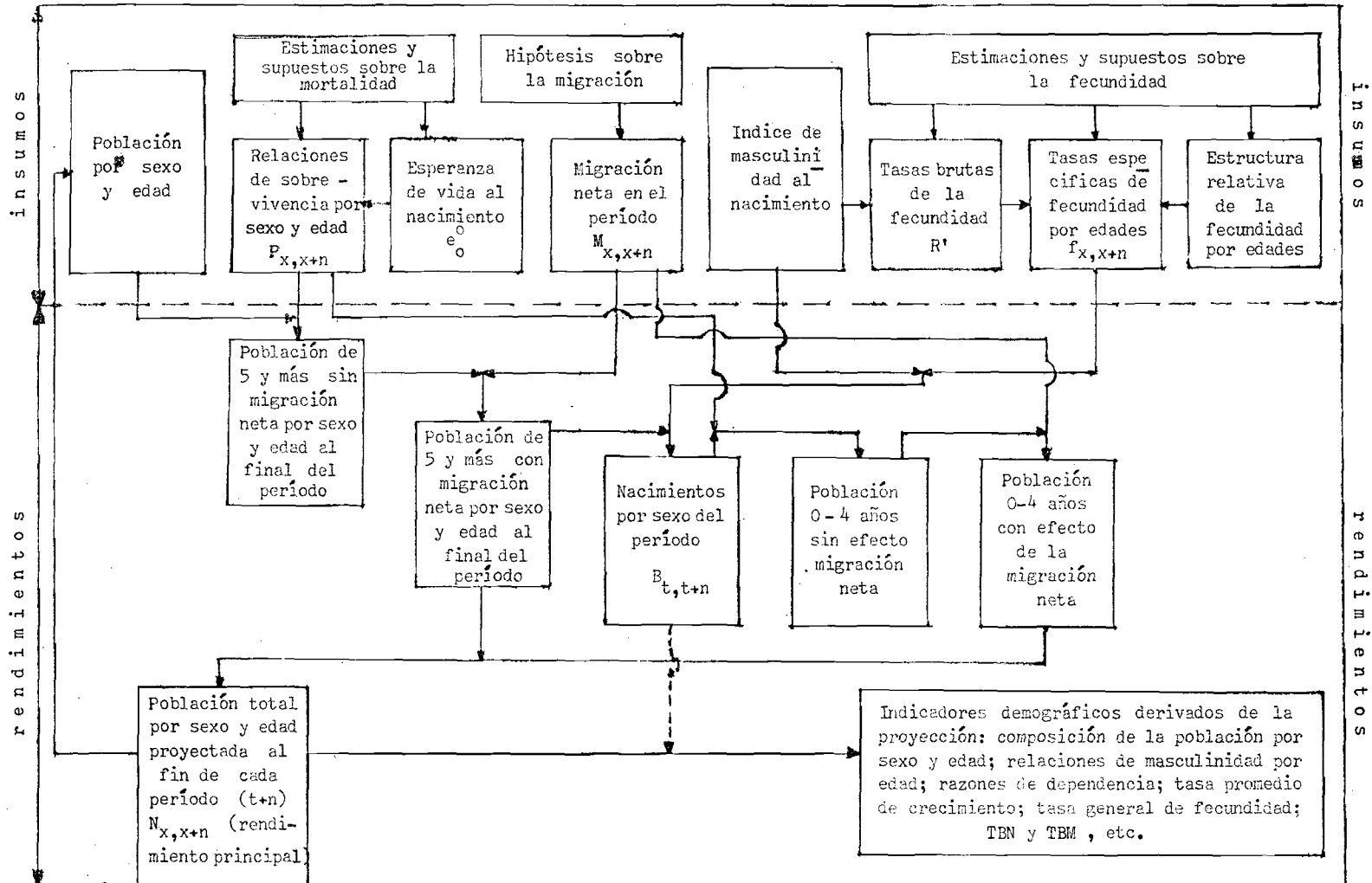
Esto se debe a que la estructura por edad de una población refleja los efectos mancomunados del comportamiento histórico de cada uno de los componentes demográficos. Así mismo, existen relaciones entre los componentes y la estructura por edades y entre los componentes mismos. Es claro que sería difícil modelar estas interrelaciones con métodos menos depurados (12).

b. Esquema para la preparación de proyecciones. La figura 1.1, representa un diagrama de flujo que describe los pasos básicos requeridos para la preparación de las proyecciones, por medio del método de componentes como se utilizan en las Naciones Unidas, señalando los factores de insumos y rendimientos y los procedimientos de interacción de ellos.

Simplemente, el método de los componentes consiste en aplicar hipótesis sobre las futuras tendencias de la fecundidad, la mortalidad y la migración a la estructura por sexo y edad de la población, en el período básico de la proyección. Cada grupo por sexo y edades se avanza en el tiempo mediante la aplicación de probabilidades hipotéticas de supervivencia; los nacimientos que se agregan a la población durante el período de proyección se calculan aplicando tasas específicas proyectadas de fecundidad al número proyectado de mujeres en edad de procrear, y el número estimado de nacimientos se avanza en el tiempo merced a las probabilidades proyectadas de supervivencia. La estructura resultante por sexo y edad para cualquier año futuro dado se ajusta a continuación añadiendo o sustrayendo el número hipotético de futuros migrantes en cada grupo por sexo y edad. (Naciones Unidas: 1956; 1975).

Figura 1.1.

PASOS BASICOS PARA LAS PROYECCIONES DE LAS NACIONES UNIDAS



Fuente: Prospects of Population: Methodology and Assumptions: papers on the Ad Hoc Group of Experts on Demographic Projections; UN., Headquarter, 17-11 November 1971, p. 21, (Population Studies No. 67), UN. New York, 1979 (revisado por el autor).

## 1.2 Análisis y proyección de la fecundidad

### 1.2.1 La fecundidad como componente

En vista de la fecha en que la mortalidad, en muchos países, ya alcanzó un nivel moderadamente bajo y dado que la migración internacional es generalmente de menor importancia, está claro que la fecundidad es, en la mayoría de los países, el componente que más determina el crecimiento de la población (Klinger: 1981). Además, la fecundidad es el componente que tiene más efecto sobre la estructura por edades de la población. Por lo tanto, en las proyecciones de la población (a nivel nacional) el componente más sensible es la fecundidad. A nivel regional (dentro de un país), puede ser que la migración interna sea el factor más importante en el crecimiento de la población.

### 1.2.2 Métodos para el análisis y la proyección

Los datos básicos para el análisis de la fecundidad son los nacimientos ocurridos a la población femenina clasificada por edades. Normalmente, estos datos se obtienen a través de los registros vitales. Sin embargo, a veces el subregistro en los hechos vitales es muy alto, y desde luego las estimaciones obtenidas no son muy confiables. Usando datos de encuestas o censos y utilizando métodos indirectos de estimación, sin embargo, también pueden obtenerse las estimaciones necesarias, con mucho menos márgenes de error. De estos métodos de estimación, se cree que el método denominado "la técnica de razones P/F" y el método de "hijos propios" son los más conocidos y más utilizados en este campo. La técnica de la razón P/F fue desarrollada por Brass (1975) y, sobre todo, Cho (1973), es conocido por su trabajo en el campo del método de hijos propios.



Como se pudo observar en la figura 1.1, para efectuar proyecciones por el método de componentes, como estimaciones de la fecundidad se necesita : las tasas de fecundidad por (grupos de) edades y la tasa global de fecundidad <sup>3/</sup> (o la tasa bruta de reproducción <sup>4/</sup>).

Cabe destacar en este momento que los datos de la fecundidad necesarios para la proyección -según el modelo de las Naciones Unidas presentado en la figura 1.1- son estimaciones transversales, las cuales se pueden obtener a través de un análisis transversal o un análisis longitudinal. El primero implica analizar la fecundidad por períodos y el segundo el análisis de la fecundidad por generación.

Para realizar un estudio de tipo longitudinal, se requiere que los nacimientos estén clasificados según edad de la madre, y según año de nacimiento de la madre. En los países latinoamericanos la información sobre los nacimientos según año de nacimiento de la madre, generalmente no está disponible; sin embargo, bajo ciertos supuestos, es posible realizar análisis longitudinales.

Como consecuencia de lo anterior, se puede distinguir proyecciones de la fecundidad por períodos, así como proyecciones por cohortes. Los resultados obtenidos a través de las últimas, deben ser transformados en tasas de fecundidad transversales para ser aplicado en la proyección de la población.

---

3/ Según la definición dada por Camisa (1982): la tasa global de fecundidad se interpreta como el número de hijos que en promedio tendría cada mujer de una cohorte hipotética de mujeres que cumplieron las dos condiciones siguientes:

- a) Que durante el período fértil tuvieran sus hijos de acuerdo a las tasas de fecundidad por edad de la población en estudio, y
- b) Que no estuvieran expuestas a riesgo de mortalidad desde el nacimiento hasta el término del período fértil

4/ Según la definición dada por Camisa (1982): la tasa bruta de reproducción se interpreta como el número de hijas que en promedio tendría cada mujer de una cohorte hipotética de mujeres que cumplieran las mismas condiciones mencionadas (nota 3/).

Los métodos para proyectar la fecundidad son varios. Un método muy sencillo consiste en usar el modelo de descenso de la fecundidad de las Naciones Unidas (1973). Sin embargo, la mayoría de los métodos para proyectar la fecundidad son bastante elaborados. Se puede pensar en modelos basados en procesos estocásticos o en "técnicas de simulación Montercalo" (Lee: 1979). Estos modelos pueden usarse para proyectar tasas de fecundidad usados en sistemas de proyección de los componentes por cohortes, pero en la práctica, esto no se hizo. Ello puede deberse a la brecha existente entre los requisitos de los modelos y la disponibilidad de datos sobre la fecundidad de la población que se quiere proyectar (Pittinger: 1976). En la mayoría de los países solamente se dispone de tasas transversales de la fecundidad agrupadas en grupos quinquenales y no hay información para períodos largos. Eso significa que no es posible obtener los datos correspondientes para cohortes.

Hay otros modelos que tratan de prever el "comportamiento futuro" (Pittinger: 1976) <sup>5/</sup>. Ya se han mencionado las hipótesis de Grauman (1960) y Easterlin (1965) como ejemplos de métodos económicos, en la parte sobre métodos y proyecciones de la población. Estas hipótesis, sobre todo, tratan de prever la fecundidad a través de los cambios en el campo socioeconómico. En realidad, estos modelos tampoco se utilizan mucho, debido a la incertidumbre que hay sobre las interrelaciones existentes entre la fecundidad y las variables socioeconómicas.

La elaboración de las perspectivas de la fecundidad en países en desarrollo, se apoyan por lo general en la teoría de la transición demográfica. Algunas veces las tendencias propuestas se basan en la experiencia de un

---

<sup>5/</sup> Un ejemplo de ellos puede ser el modelo de "home production", o, como ya se ha mencionado, la hipótesis de Easterlin, pero ninguno de los dos es muy utilizado. Esto no quiere decir que estos modelos no sean buenos, pero un aspecto que debe mencionarse es que según Pittinger (1976) los dos, frecuentemente, han dado resultados contradictorios.

país en particular, que ya avanzó en el proceso de la transición demográfica; en otras situaciones, es posible que se haga a partir de consideraciones intuitivas derivadas del análisis del desarrollo histórico del país y de sus propias perspectivas inmediatas (Rincón: 1984).

### 1.3 Objetivos de este estudio

#### 1.3.1 Análisis comparativo de la proyección de la fecundidad

De los tres componentes que se debe proyectar independientemente para la aplicación de proyecciones de población por el método de componentes, la fecundidad resulta, como ya se dijo anteriormente, ser el del impacto más grande sobre el tamaño y estructura por edades de la población futura. Por lo tanto es muy importante proyectar este componente con el mayor cuidado posible.

Ya que hay diferentes maneras de proyectar, resulta interesante comparar los resultados de diferentes proyecciones. Este es, entonces, el objetivo básico del estudio. Sin embargo, por falta de los datos básicos, no es posible aplicar cualquier método de proyección. Por otra parte, el tiempo limitado de la investigación implica otra selección de los métodos posibles.

Los registros vitales, en la mayor parte del mundo, sólo registran, para nuestros fines, la fecha de nacimiento y la edad de la madre. Puede ser que registren también el número de orden del nacimiento según hijos tenidos por la madre. Sin embargo, lo importante es que los datos básicos son de forma transversal; desde luego la fecundidad generalmente se proyecta de manera transversal.

Aunque no se obtiene la información sobre el comportamiento reproductivo de las mujeres por cohorte, es posible, bajo ciertos supuestos, estimar

tal comportamiento a través de las tasas transversales de la fecundidad por edades. Desde luego, otra proyección podría ser una basada en un análisis longitudinal.

En este trabajo se analizará la proyección de la fecundidad basada en los análisis transversal y longitudinal.

En el capítulo 2 se presenta la proyección de la fecundidad de manera transversal, siguiendo en grandes líneas la proyección efectuada por el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) y la Dirección General de Estadística y Censos de Costa Rica, para Costa Rica (1983). Además se presenta una posible extensión para años calendarios y edades simples.

El interés del capítulo 3 está en la proyección de la fecundidad de manera longitudinal por cada cohorte y también por edades simples. Posteriormente se regresará a las tasas transversales de la fecundidad por edad.

El capítulo 4 contiene los resúmenes y conclusiones de esta primera parte del trabajo. En este capítulo se compararán los resultados obtenidos a través de las dos proyecciones de la fecundidad que se han efectuado.

En base a las conclusiones obtenidas en la Parte II donde se efectuará un análisis comparativo de diferentes fórmulas matemáticas que pueden ser útiles para describir, ajustar o proyectar la estructura de la fecundidad por edades, fue posible hacer las proyecciones como se presentarán en los siguientes capítulos.

Una buena descripción de la estructura de la fecundidad permite obtener las tasas por edades simples, suponiendo que el comportamiento reproductivo dentro de los grupos de edades quinquenales estuviesen de acuerdo con lo que la función prescribe. Así, la función puede ajustar una estructura por edades simples, normalmente muy afectada por fluctuaciones fuertes cuando se obtiene directamente de los datos básicos por edades simples.

La razón para que se efectúen proyecciones por edades simples y años calendarios es que las proyecciones de población por quinquenios y grupos quinquenales de edad no siempre son los más adecuados para la planificación socioeconómica <sup>6/</sup>. Existe un gran interés por contar con proyecciones por años calendarios, lo que implica la necesidad de proyectar la fecundidad por edades simples.

### 1.3.2 El caso de Costa Rica

El hecho de realizar este trabajo en Costa Rica no fue la única razón para elegir este país como campo del estudio; debe agregarse también que este país es el único en Centro América que dispone de datos de relativa buena calidad. Otra consideración valedera es que Costa Rica es un país sobre cuya historia y situación demográfica se ha publicado mucho. Con base en esa rica información se decidió, especialmente por el último método elegido, tomar la fecundidad de las mujeres costarricenses como ejemplo para un estudio del funcionamiento de los diferentes métodos.

El objetivo de este estudio es, como se ha dicho, comparar diferentes métodos para analizar y proyectar la fecundidad, y por eso no se ha dado una descripción extensiva de la historia y situación demográfica de Costa Rica. En el anexo I se puede encontrar algunas características generales del país y su situación demográfica.

Se cree que la bibliografía que presentamos sea suficientemente extensiva para que el lector interesado pueda obtener más información sobre la situación demográfica de Costa Rica.

---

<sup>6/</sup> Las interpolaciones que normalmente se efectúan para obtener la población por edades simples, y/o la población por años calendarios, no dan resultados satisfactorios en poblaciones donde la fecundidad está en proceso de cambio (descenso).

## Capítulo 2.

### PROYECCION TRANSVERSAL DE LA FECUNDIDAD

En este capítulo se presentará, después de haber discutido la fecundidad de Costa Rica en el período 1950-1982, la proyección transversal de la fecundidad que forma parte de la proyección efectuada por el Centro Latinoamericano de Demografía y la Dirección General de Estadística y Censos de Costa Rica, la cual sigue la metodología que generalmente se utiliza para las proyecciones de los países latinoamericanos.

Posteriormente, se efectuará, tomando en cuenta las mismas consideraciones que formaban base de la proyección de CELADE/DGEC, una proyección de la fecundidad por años calendarios y edades simples.

#### 2.1 Introducción

##### 2.1.1 La fecundidad: estructura y nivel

En general, la fecundidad se expresa a través de las tasas de fecundidad por edades y de la suma de las mismas (tasa global de la fecundidad) lo que constituye una medida resumen del nivel general en un período dado (generalmente un año).

La tasa global de la fecundidad (TGF) puede interpretarse como el número medio de hijos por mujer al final del período reproductivo de una cohorte hipotética de mujeres que ha estado sujeta a la fecundidad por edades de un momento determinado, en la hipótesis de que ésa fuera la fecundidad que tendría a cada edad la cohorte considerada y suponiendo además que la mortalidad de las mujeres es nula hasta el fin del período reproductivo (Chackiel: 1979).

La distribución relativa de las tasas de fecundidad por edades indica, por lo tanto, la forma en que las mujeres han ido teniendo sus hijos a través de la edad (tiempo). En ese sentido, es posible encontrar diferentes estructuras de la fecundidad para un nivel determinado de esa variable.

Sin embargo, en general, la distribución relativa y el nivel están asociados entre sí; no son conceptos totalmente independientes. Tal es así, que comúnmente se acepta que a un nivel bajo de fecundidad le corresponde una estructura por edades más joven y menos dispersa que con respecto a un nivel de alta fecundidad (Naciones Unidas: 1963).

La medición de la fecundidad, en principio, se hace en base a los nacimientos registrados según la edad de la madre y a los datos de los censos de población. Sin embargo, lo cual hace necesario utilizar otros métodos. Por ejemplo, se puede utilizar información recogida en censos y/o encuestas mediante preguntas específicas, que permiten aplicar, entre otros: la técnica de las razones P/F (Brass, 1975) y el método de hijos propios (Cho : 1975).

En el caso de Costa Rica, existe un registro que cubre casi todos los nacimientos ocurridos (especialmente después de 1968), por lo cual la medición de la fecundidad se hace de manera directa (DGEC/CELADE: 1976)

### 2.1.2 La fecundidad en Costa Rica

Al final de la década de 1950, la fecundidad de Costa Rica fue una de las más altas del mundo. En la década de los años sesenta y en los primeros años de la década del setenta, ese tan elevado nivel de la TGF bajó considerablemente. Durante el período 1960-1980 la TGF bajó de 7.29 a 3.65. La fecundidad, por lo tanto, se ha reducido a la mitad en 20 años, lo que constituye un cambio espectacular, sin precedentes entre los países de América Latina y que se ha observado muy pocas veces a nivel mundial en un período tan corto. Sin embargo, y no obstante el descenso ocurrido, todavía el nivel

de fecundidad de Costa Rica es sólo moderadamente bajo, encontrándose bastante lejos del que exhiben los países industrializados (menos de 2 hijos por mujer). Incluso en el contexto latinoamericano, aunque la fecundidad de Costa Rica es inferior a la del promedio de la región (poco más de 4 hijos), no es tan baja como la de Cuba (alrededor de 2 hijos) o la de los países de la Zona Sur Templada (menos de 3 hijos) (Rosero *et al.* 1984). Si el nivel actual de la fecundidad se mantuviera, implicaría que la población de Costa Rica tiene todavía un potencial de crecimiento significativo.

En el cuadro 2.1 se presentan las tasas globales de fecundidad (TGF) de Costa Rica para cada año del período 1950-1982. Obsérvese que, no obstante el descenso rápido que ha experimentado la fecundidad en los años sesenta y en parte de la década del setenta, en el período 1975-1980, el nivel de la fecundidad se mantuvo alrededor de 3.7 hijos por mujer. Esto no era lo esperado después de un descenso tan rápido, pero como se plantea en el Boletín No. 7 de las Naciones Unidas (1963), parece que Costa Rica no es el único país donde se ha presentado tal característica. En dicha publicación se lee lo siguiente:

"Si se comparan las actuales tasas brutas de reproducción de los países de baja fecundidad con las tasas de algunos de esos países antes de la transición, calculadas grosso modo, se manifiesta un hecho curioso, que tal vez sea significativo. En general, y salvo algunas excepciones, parece que el efecto de la transición haya sido el disminuir a la mitad las tasas brutas de reproducción. Así, pues, se dan hoy tasas brutas de reproducción del orden de 1,0 - 1,25 en una mayoría de países cuyas tasas anteriores a la transición parecen haber sido de 2,5 o quizás menos, mientras que las tasas actuales oscilan entre 1,6 y 1,95 en la mayoría de los países que anteriormente eran superiores a 3. Antes de la transición, la esperanza de vida al nacer en muchos de esos países parece haber sido de poco más de 30 años. Es decir, que, en las condiciones reinantes, sólo la mitad de cada generación, o quizá una proporción incluso menor, llegaba a la edad madura. Actualmente, con una esperanza de vida de casi 70 años y aún más, casi el 95 por ciento de los nacidos vivos llegan a la edad madura. La disminución de la tasa bruta de reproducción a la mitad de su valor anterior, junto con esta doble posibilidad de supervivencia, equivale, poco más o menos, al restablecimiento de la anterior tasa neta de reproducción. En resumidas cuentas, es aproximadamente correcto decir, como regla general empírica, que las poblaciones en las que se ha producido un gran descenso de la fecundidad tienden ahora hacia tasas de reproducción aproximadamente iguales a las que tenían antes".



Cuadro 2.1

COSTA RICA: TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD Y  
TASAS GLOBALES DE FECUNDIDAD (TGF)  
1950-1982 a/ b/

grupos de edades

| Años | ----- |       |       |       |       |       |       | tgf   |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 |       |
| 1950 | 0.114 | 0.314 | 0.319 | 0.263 | 0.190 | 0.086 | 0.014 | 6.500 |
| 1951 | 0.116 | 0.321 | 0.325 | 0.262 | 0.195 | 0.086 | 0.014 | 6.595 |
| 1952 | 0.118 | 0.327 | 0.331 | 0.262 | 0.199 | 0.086 | 0.014 | 6.685 |
| 1953 | 0.121 | 0.334 | 0.337 | 0.261 | 0.204 | 0.085 | 0.015 | 6.785 |
| 1954 | 0.123 | 0.340 | 0.342 | 0.261 | 0.208 | 0.085 | 0.015 | 6.870 |
| 1955 | 0.126 | 0.347 | 0.349 | 0.260 | 0.213 | 0.084 | 0.015 | 6.970 |
| 1956 | 0.123 | 0.345 | 0.358 | 0.258 | 0.211 | 0.087 | 0.015 | 6.985 |
| 1957 | 0.123 | 0.344 | 0.348 | 0.266 | 0.219 | 0.088 | 0.016 | 7.020 |
| 1958 | 0.121 | 0.346 | 0.342 | 0.270 | 0.208 | 0.086 | 0.016 | 6.945 |
| 1959 | 0.130 | 0.361 | 0.352 | 0.283 | 0.219 | 0.087 | 0.015 | 7.235 |
| 1960 | 0.122 | 0.357 | 0.354 | 0.297 | 0.223 | 0.089 | 0.016 | 7.290 |
| 1961 | 0.121 | 0.345 | 0.345 | 0.293 | 0.225 | 0.097 | 0.016 | 7.210 |
| 1962 | 0.117 | 0.332 | 0.339 | 0.285 | 0.220 | 0.094 | 0.016 | 7.015 |
| 1963 | 0.119 | 0.333 | 0.339 | 0.280 | 0.225 | 0.094 | 0.016 | 7.030 |
| 1964 | 0.113 | 0.315 | 0.325 | 0.266 | 0.218 | 0.089 | 0.016 | 6.710 |
| 1965 | 0.111 | 0.305 | 0.318 | 0.256 | 0.215 | 0.088 | 0.016 | 6.545 |
| 1966 | 0.109 | 0.293 | 0.303 | 0.243 | 0.212 | 0.086 | 0.015 | 6.305 |
| 1967 | 0.108 | 0.279 | 0.283 | 0.228 | 0.195 | 0.085 | 0.014 | 5.960 |
| 1968 | 0.105 | 0.262 | 0.259 | 0.215 | 0.173 | 0.079 | 0.012 | 5.525 |
| 1969 | 0.103 | 0.248 | 0.244 | 0.197 | 0.158 | 0.072 | 0.012 | 5.170 |
| 1970 | 0.103 | 0.239 | 0.231 | 0.188 | 0.144 | 0.069 | 0.012 | 4.930 |
| 1971 | 0.099 | 0.228 | 0.213 | 0.172 | 0.129 | 0.065 | 0.010 | 4.580 |
| 1972 | 0.103 | 0.224 | 0.204 | 0.161 | 0.124 | 0.058 | 0.010 | 4.420 |
| 1973 | 0.101 | 0.212 | 0.189 | 0.144 | 0.109 | 0.050 | 0.010 | 4.075 |
| 1974 | 0.105 | 0.208 | 0.179 | 0.136 | 0.100 | 0.046 | 0.009 | 3.915 |
| 1975 | 0.105 | 0.207 | 0.178 | 0.130 | 0.092 | 0.040 | 0.008 | 3.800 |
| 1976 | 0.105 | 0.205 | 0.176 | 0.122 | 0.086 | 0.035 | 0.007 | 3.680 |
| 1977 | 0.107 | 0.210 | 0.184 | 0.127 | 0.084 | 0.034 | 0.005 | 3.755 |
| 1978 | 0.107 | 0.210 | 0.184 | 0.132 | 0.087 | 0.036 | 0.006 | 3.810 |
| 1979 | 0.107 | 0.205 | 0.182 | 0.130 | 0.084 | 0.032 | 0.005 | 3.725 |
| 1980 | 0.107 | 0.198 | 0.179 | 0.130 | 0.080 | 0.030 | 0.005 | 3.645 |
| 1981 | 0.103 | 0.199 | 0.176 | 0.128 | 0.079 | 0.030 | 0.004 | 3.595 |
| 1982 | 0.096 | 0.193 | 0.172 | 0.126 | 0.077 | 0.029 | 0.004 | 3.485 |

\*/ Fuentes y notas en página 22.

Continuación Cuadro 2.1. Fuentes:

Fuentes: Rodríguez, V., Ortega, A., y Fernández, R., Costa Rica: la mortalidad y la fecundidad en el período 1950-1979, Centro Latinoamericano de Demografía y Comité de Población y Demografía. Documento de trabajo para el Panel de América Latina. Versión revisada (inédito), San José, Costa Rica, diciembre de 1980.

Rosero, B., L., "La situación demográfica de Costa Rica", Anexo III, en Séptimo Seminario Nacional de Demografía, San José, Costa Rica, 1979.

Dirección General de Estadística y Censos, Estadísticas Vitales del período 1976-1982.

Dirección General de Estadística y Censos y Centro Latinoamericano de Demografía, Evaluación del censo de 1972 y proyecciones de población por sexo y grupos de edades 1950-2000, San José, Costa Rica, 1976.

Dirección General de Estadística y Censos y Centro Latinoamericano de Demografía, Costa Rica: estimaciones y proyecciones de población 1950-2025, CELADE Fascículo F/CR1.1, San José, Costa Rica, octubre de 1983

Notas:

a/ Desde 1950 hasta 1976, con excepción de 1967 y 1972, se usaron los datos como fueron presentados por Virginia Rodríguez, Antonio Ortega y Rogelio Fernández. Para 1967 y 1973 se tomaron los datos según Luis Rosero. Los datos de 1967 también tomaron en cuenta la corrección según Gómez (1972). Para 1973, Rosero agregó 3 mil nacimientos ocurridos en la Clínica Carit a los datos disponibles en el Anuario Estadístico 1973 de la Dirección General de Estadística y Censos.

Desde 1976 en adelante se consideraron los nacimientos registrados prorrateando los de madres cuya edad se desconoce. La población femenina a mitad de cada año se tomó de las proyecciones de la población (DGEC y CELADE).

b/ Las tasas de 1975-1980 se han ajustado a los estimados por CELADE (DGEC/CELADE: 1983) que tomó en cuenta el efecto de la inmigración en este período (Durán et al. 1981). Para 1981 y 1982 se tomó el factor de ajuste para 1980, que era muy pequeño, para ajustar los datos de estos dos años. También, prorrateando los nacimientos ocurridos de madres cuya edad se desconoce.

En el cuadro 2.1 se presentan también las tasas de fecundidad por grupos de edades quinquenales, calculadas en base a datos sobre los nacimientos registrados y corregidos, y estimaciones de la población femenina a mitad de cada año. Hasta 1967, se tomó el total de nacimientos según la corrección de Gómez (1972). Desde 1968 en adelante se consideraron los nacimientos registrados, prorrateando los de madres cuya edad se desconoce<sup>7/</sup>.

Las tasas de fecundidad por edades muestran que el descenso se ha dado en todas las edades, pero que ha sido más marcado en las edades mayores (véase el gráfico 2.1). La evolución de la fecundidad por edades ha seguido un comportamiento diferencial en el tiempo. En una primera etapa, el descenso ocurrió en mayor medida entre las mujeres jóvenes (20-34 años), pero luego, conforme avanza el proceso, el descenso se generalizó también a las mujeres de mayor edad y en su etapa final son las tasas de esas edades más altas las que han experimentado las mayores disminuciones. El único grupo que siguió mostrando una tasa bastante alta es el de 15-19 años (Rosero et al.: 1984).

La tasa de las mujeres de 15-19 años se ha reducido, entre 1960 y 1982, en apenas un 21 por ciento y la del grupo 20-24 en un 46 por ciento, mientras que en las edades posteriores a los 35 años la disminución supera el 65 por ciento.

Los cambios en la estructura por edades se ven claramente al analizar las estructuras relativas, que se presentan en el cuadro 2.2 y en el gráfico 2.2. Se observa que las mujeres, en el transcurso del tiempo, además de haber tenido menos hijos, finalizaron la formación de la familia más pronto que hace 20 años.

---

<sup>7/</sup> Desde 1968 en adelante, los nacimientos inscritos con más de 10 años de retraso han sido muy pocos, por lo que la Dirección General de Estadística y Censos de Costa Rica sólo incluyó la estimación de los ocurridos. Naturalmente, para los años anteriores a 1968 se han inscrito los ocurridos por los años respectivos (DGEC/CELADE: 1976).

Cuadro 2.2 COSTA RICA. ESTRUCTURAS RELATIVAS DE LA FECUNDIDAD,  
EDAD MEDIA AL TENER HIJOS Y DESVIACION ESTANDAR.  
1950-1982

| Años | grupos de edades |       |       |       |       |       |       | m      | $\sigma$ a/ |
|------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------------|
|      | 15-19            | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 |        |             |
| 1950 | 0.088            | 0.242 | 0.245 | 0.202 | 0.146 | 0.066 | 0.011 | 29.096 | 7.003       |
| 1951 | 0.088            | 0.243 | 0.246 | 0.199 | 0.148 | 0.065 | 0.011 | 29.066 | 7.001       |
| 1952 | 0.088            | 0.245 | 0.248 | 0.196 | 0.149 | 0.064 | 0.010 | 29.037 | 6.996       |
| 1953 | 0.089            | 0.246 | 0.248 | 0.192 | 0.150 | 0.063 | 0.011 | 29.003 | 7.006       |
| 1954 | 0.090            | 0.247 | 0.249 | 0.190 | 0.151 | 0.062 | 0.011 | 28.977 | 7.003       |
| 1955 | 0.090            | 0.249 | 0.250 | 0.187 | 0.153 | 0.060 | 0.011 | 28.931 | 6.995       |
| 1956 | 0.088            | 0.247 | 0.256 | 0.185 | 0.151 | 0.062 | 0.011 | 28.967 | 6.984       |
| 1957 | 0.088            | 0.245 | 0.248 | 0.189 | 0.156 | 0.063 | 0.011 | 29.074 | 7.023       |
| 1958 | 0.087            | 0.249 | 0.246 | 0.194 | 0.150 | 0.062 | 0.012 | 29.012 | 6.996       |
| 1959 | 0.090            | 0.249 | 0.243 | 0.196 | 0.151 | 0.060 | 0.010 | 28.955 | 6.980       |
| 1960 | 0.084            | 0.245 | 0.243 | 0.204 | 0.153 | 0.061 | 0.011 | 29.122 | 6.949       |
| 1961 | 0.084            | 0.239 | 0.239 | 0.203 | 0.156 | 0.067 | 0.011 | 29.272 | 7.029       |
| 1962 | 0.083            | 0.237 | 0.242 | 0.203 | 0.157 | 0.067 | 0.011 | 29.300 | 7.023       |
| 1963 | 0.085            | 0.237 | 0.241 | 0.199 | 0.160 | 0.067 | 0.011 | 29.296 | 7.046       |
| 1964 | 0.084            | 0.235 | 0.242 | 0.198 | 0.162 | 0.066 | 0.012 | 29.333 | 7.052       |
| 1965 | 0.085            | 0.233 | 0.243 | 0.196 | 0.164 | 0.067 | 0.012 | 29.360 | 7.077       |
| 1966 | 0.086            | 0.232 | 0.240 | 0.193 | 0.168 | 0.068 | 0.012 | 29.379 | 7.111       |
| 1967 | 0.091            | 0.234 | 0.237 | 0.191 | 0.164 | 0.071 | 0.012 | 29.320 | 7.169       |
| 1968 | 0.095            | 0.237 | 0.234 | 0.195 | 0.157 | 0.071 | 0.011 | 29.192 | 7.172       |
| 1969 | 0.100            | 0.240 | 0.236 | 0.191 | 0.153 | 0.070 | 0.012 | 29.062 | 7.196       |
| 1970 | 0.104            | 0.242 | 0.234 | 0.191 | 0.146 | 0.070 | 0.012 | 28.950 | 7.232       |
| 1971 | 0.108            | 0.249 | 0.233 | 0.188 | 0.141 | 0.071 | 0.011 | 28.805 | 7.236       |
| 1972 | 0.117            | 0.253 | 0.231 | 0.182 | 0.140 | 0.066 | 0.011 | 28.592 | 7.251       |
| 1973 | 0.124            | 0.260 | 0.232 | 0.177 | 0.134 | 0.061 | 0.012 | 28.347 | 7.252       |
| 1974 | 0.134            | 0.266 | 0.229 | 0.174 | 0.128 | 0.059 | 0.011 | 28.087 | 7.249       |
| 1975 | 0.138            | 0.272 | 0.234 | 0.171 | 0.121 | 0.053 | 0.011 | 27.822 | 7.132       |
| 1976 | 0.143            | 0.279 | 0.239 | 0.166 | 0.117 | 0.048 | 0.010 | 27.582 | 7.034       |
| 1977 | 0.142            | 0.280 | 0.245 | 0.169 | 0.112 | 0.045 | 0.007 | 27.453 | 6.886       |
| 1978 | 0.140            | 0.276 | 0.241 | 0.173 | 0.114 | 0.047 | 0.008 | 27.592 | 6.955       |
| 1979 | 0.144            | 0.275 | 0.244 | 0.174 | 0.113 | 0.043 | 0.007 | 27.466 | 6.866       |
| 1980 | 0.147            | 0.272 | 0.246 | 0.178 | 0.110 | 0.041 | 0.007 | 27.418 | 6.842       |
| 1981 | 0.143            | 0.277 | 0.245 | 0.178 | 0.110 | 0.042 | 0.006 | 27.410 | 6.797       |
| 1982 | 0.138            | 0.277 | 0.247 | 0.181 | 0.110 | 0.042 | 0.006 | 27.486 | 6.770       |

Fuente: Véase el cuadro 2.1

Véase nota a/ en página siguiente.

Eso último se refleja también en los dos parámetros presentados en el cuadro 2.2.: la edad media al tener hijos y la desviación estándar. Así, en el período 1950-1982, la edad media bajó de casi 29.5 años a alrededor de 27.5. Por su parte la desviación estándar bajó de 7.3 a 6.8. Es decir, que en general, este comportamiento sigue lo esperado, en el sentido de que cuando la fecundidad baja, la estructura por edades se hace más joven y más concentrada.

Sin embargo, hay períodos en que esta tendencia esperada no se cumplió. Por ejemplo, en el período 1965 a 1975 la TGF bajó de 6.5 a 3.8 hijos por mujer, mientras que la desviación estándar aumentó de 7.08 a 7.25. En cuanto a la edad media, se nota que, entre 1950 y 1970, su valor se mantuvo más o menos constante alrededor de los 29 años, mientras que la fecundidad sí había bajado. Después de 1975, el nivel no ha cambiado mucho, mientras que la edad media y la desviación han bajado. La razón para eso es que la disminución ocurrida en la fecundidad ha sido el resultado de un cambio intergeneracional iniciado en 1960 por las cohortes más jóvenes y que se extendió al resto de las edades conforme estas cohortes iban envejeciendo.

---

Nota a/ del cuadro 2.2.

El cálculo de la desviación típica tiene un margen de error, debido al agrupamiento de los datos en clases (error de agrupamiento). Para ajustarlo a la realidad, se utilizó la varianza corregida (Varianza corregida = varianza de datos agrupados -  $c^2/12$ ).

$$\text{Pues : } \sigma^2 = \frac{\sum \bar{x}^2 c f_x}{\sum c f_x} - \frac{\sum (\bar{x} c f_x)^2}{\sum c f_x} - c^2/12$$

donde  $c$  es el tamaño del intervalo de clase (en este caso  $c = 5$ ),

$\bar{x}$  es el punto medio de cada grupo de edad,

$c f_x$  es la tasa de fecundidad del grupo  $x, x+c$

La corrección introducida  $-c^2/12$  se conoce como "corrección de Sheppard". Se utiliza en distribuciones continuas, donde las "colas" van gradualmente a cero en ambas direcciones (Spiegel: 1969; Kendall y Stuart: 1973).

Gráfico 2.1: TASAS DE FECUNDIDAD POR GRUPOS DE EDADES COSTA RICA, 1960, 1971 Y 1982

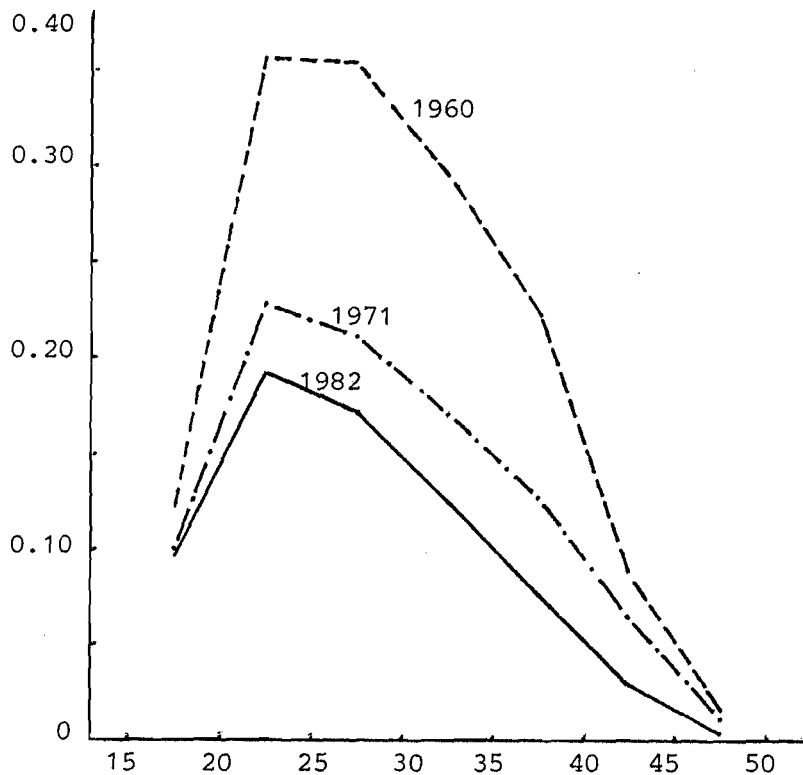
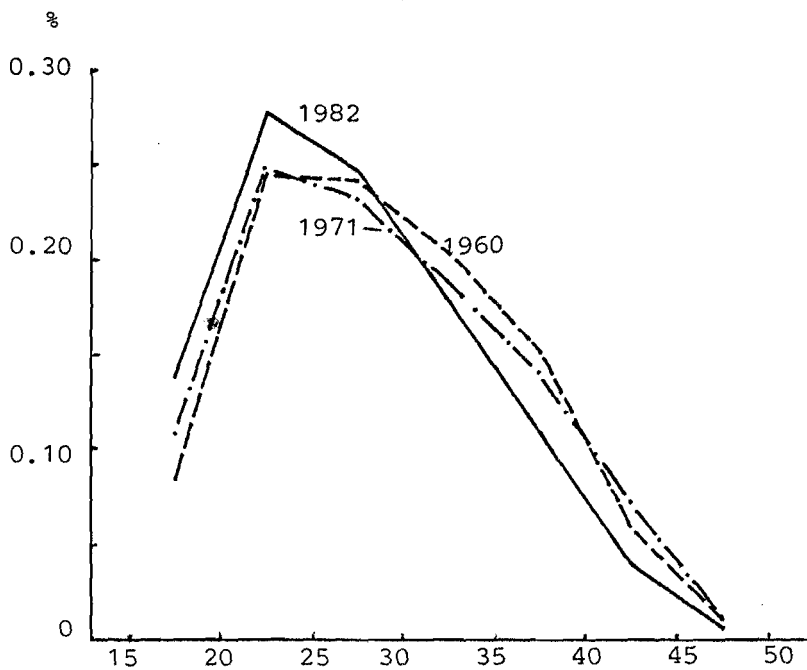


Gráfico 2.2: DISTRIBUCION RELATIVA DE LA FECUNDIDAD COSTA RICA, 1960, 1971 Y 1982



## 2.2 La proyección de la fecundidad de Costa Rica: 1980-2025

Esta proyección, como se indicó en el capítulo anterior, se efectúa generalmente en dos etapas: primero, se proyecta el nivel de la fecundidad (la tasa global de fecundidad o tasa bruta de reproducción), y luego se proyecta la estructura de la fecundidad por edades, obteniendo las tasas de fecundidad por edades.

Hay muchos métodos posibles para proyectar la fecundidad de manera transversal; en el capítulo anterior ya se han mencionado algunos.

En esta sección se sigue la proyección de la fecundidad que efectuó CELADE/DGEC para Costa Rica (1983). Esta proyección se realizó según la última metodología que utiliza CELADE (Chackiel: 1982), la cual es el resultado del mejoramiento continuo de los métodos y de la experiencia acumulada al efectuar proyecciones. Además, es el resultado de que, continuamente, la calidad y disponibilidad de los datos básicos ha aumentado.

### 2.1.1 La proyección del nivel de la fecundidad

Para la proyección de la fecundidad se parte de la tendencia histórica estimada y el nivel de la fecundidad del período más reciente posible. A partir de esta información y tomando en cuenta, entre otros, programas de planificación familiar en el futuro, condiciones económicas del país, nivel de instrucción de la mujer, las experiencias en la tendencia de la fecundidad en otros países, niveles ya alcanzados por los países más desarrollados, etc., se establece un nivel de la fecundidad para un futuro a corto o mediano plazo (por ejemplo, para el quinquenio 1995-2000). En base a esa proyección del nivel de la fecundidad, se obtienen los niveles de cada quinquenio de la proyección haciendo uso de una función matemática, en este caso la logística. (Chackiel: 1982; Rincón: 1984; ONU: 1978).

Además del nivel estimado para un período reciente y el nivel proyectado (para el período 1995-2000), la aplicación de la logística requiere fijar dos asíntotas.

El límite superior representa un nivel que la fecundidad pudo haber tenido en el pasado. Este valor es determinado por medio del examen de las tendencias pasadas de la fecundidad, en los casos en que se dispone de datos, o sencillamente, por medio de la imputación de un valor posible <sup>8/</sup>. En cuanto a la asíntota inferior, se puede tomar, por ejemplo, un valor del nivel de la fecundidad que corresponde al nivel de reemplazo, o uno que refleja la fecundidad más baja observada en el mundo.

El uso de la función logística refleja un criterio general para proyectar la fecundidad. Tal criterio está basado en la teoría de la transición demográfica, que supone que en el largo plazo la fecundidad descenderá hasta llegar a un nivel de reemplazo.

La función de la logística utilizada tiene la forma siguiente:

$$\text{TGF}(t) = K_1 + \frac{K_2}{1 + e^{a+bt}}$$

en que:

TGF(t) = Tasa Global de Fecundidad en el momento t

$K_1 + K_2$  = Asíntota Superior

$K_1$  = Asíntota Inferior

a,b = Parámetros

t = Tiempo.

---

<sup>8/</sup> Los estudios del "Institut National d'Études Demographiques" en París ayudan en la provisión de información sobre los límites biológicos de fecundidad (Henry: 1957)



Como ya se dijo, a fin de definir la función son necesarios cuatro pivotes, pues debe contarse con los valores de  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $a$  y  $b$ . Para definir  $a$  y  $b$  se necesitan dos valores de TGF(t) (16): uno que corresponde al último valor estimado (por ejemplo la TGF del quinquenio 1975-1980), y otro que es el valor proyectado para el momento (t) en el futuro (por ejemplo el nivel del quinquenio 1995-2000).

Es sabido que el desarrollo futuro de la fecundidad está determinado por muchos factores y, por lo tanto, su proyección es más difícil que la de la mortalidad. Como la fecundidad es el componente demográfico más importante para la determinación del tamaño y estructura futuros de la población, se desarrollaron cuatro hipótesis para el período de la proyección 1980-2025: una "constante", que implica una fecundidad constante durante todo el período de la proyección, manteniendo el nivel inicial, una hipótesis "media", que contempla la proyección más probable del nivel de la fecundidad; y dos hipótesis adicionales, llamadas "alta" y "baja", que permiten obtener un margen de variación posible de la fecundidad y, por lo tanto, de la población futura.

En el caso de la proyección de Costa Rica, se estableció como punto de partida un nivel de 3,74 hijos por mujer para el quinquenio 1975-1980. En base a diferentes consideraciones, tales como las mencionadas anteriormente y el resultado de algunas investigaciones de la fecundidad de Costa Rica, que indican que la TGF probablemente no llegará a un valor inferior al tres, sino hasta después del quinquenio 1990-1995 (Rosero, 1981 ; Rosero, 1983; Rosero et.al. 1984), se estableció una TGF igual a 2.85 para el quinquenio 1995-2000. Entonces, la función logística fue determinada tomando los dos valores de la TGF preestablecidos:

$$\text{TGF}(0) \quad 1975-1980 \quad = \quad 3,47 \quad (\text{observada})$$

$$\text{TGF}(T) \quad 1995-2000 \quad = \quad 2,85 \quad (\text{proyectada}),$$

además, se tomó como asíntota inferior un valor de 1,845 hijos por mujer, y como asíntota superior uno de 5,965 <sup>9/</sup>

Los parámetros  $a$  y  $b$ , en la función logística, se pueden explicar en la forma siguiente:

$$\text{Para } t = 0 \quad a = \ln \frac{K_1 + K_2 - \text{TGF}(0)}{\text{TGF}(0) - K_1}$$

$$\text{Para } t = T \quad b = \ell/T \ln \frac{K_1 + K_2 - \text{TGF}(T)}{\text{TGF}(T) - K_1} - a \quad ,$$

la fórmula resultante es:

$$\text{TGF}(t) = 1.845 + \frac{4,120}{\ell + e^{0,16054 + 0,04854(t)}}$$

con  $t$  variando de 0 a 45 (con intervalos de 5), siendo 0 el quinquenio 1975-1980, 5 en el quinquenio 1980-1985, etc.

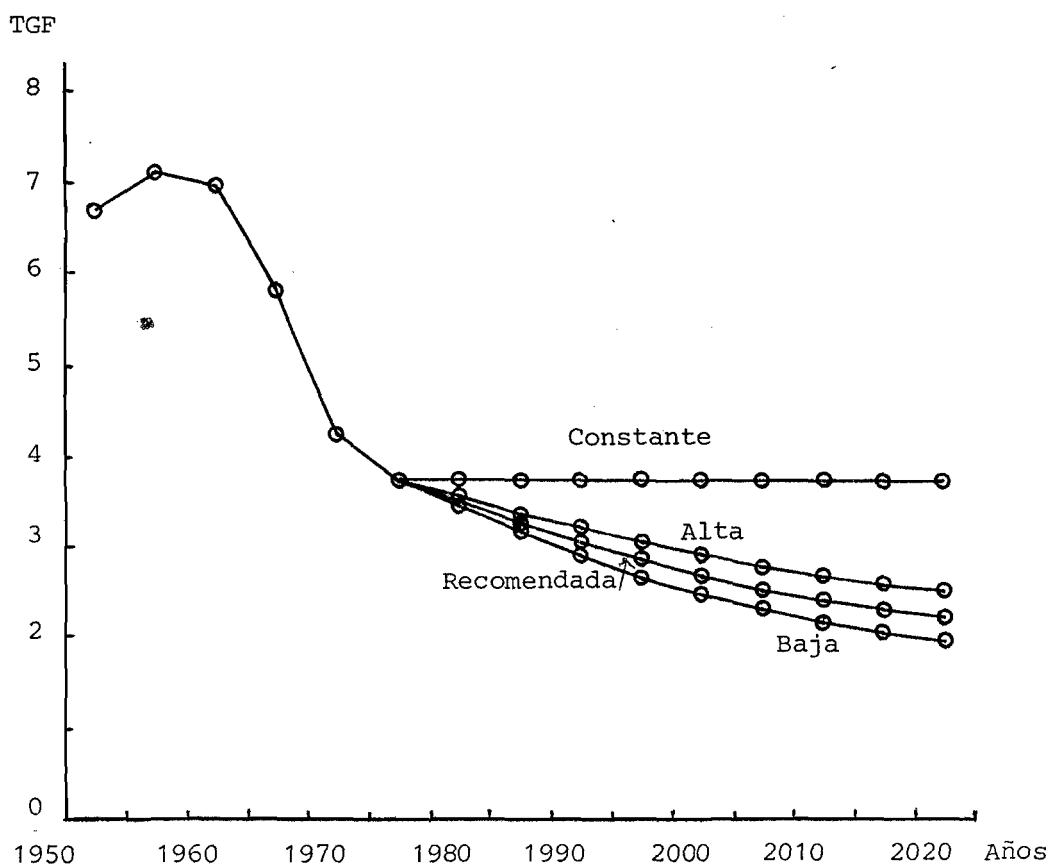
Para fijar la TGF de las variantes alta y baja, se tomaron como punto de referencia los niveles estimados para la media. Suponiendo que el grado de incertidumbre de las estimaciones de los niveles de la fecundidad es cada vez mayor para el futuro más lejano, se fijaron las TGF de las otras variantes aumentando cada vez más la diferencia con la tasa de la variante media (Jaspers-Faijer: 1984).

---

<sup>9/</sup> Estos valores de  $K_1$  y  $K_2$  fueron estimados de tal manera que la TGF del quinquenio 1980-1985, alcanzara un valor de 3,50 aproximadamente. Este valor fue estimado a través de los datos disponibles de los años 1980 y 1981 y suponiendo que el descenso observado después de 1978 continuará.

En el gráfico 2.3 se muestra la evolución de las tasas globales de fecundidad según las diversas alternativas elaboradas, por quinquenios, en el período 1950-2025. En el cuadro 2.3 se han presentado los valores correspondientes.

Gráfico 2.3: TASAS GLOBALES DE FECUNDIDAD SEGUN LAS DIVERSAS ALTERNATIVAS ELABORADAS, POR QUINQUENIOS PERIODO 1950-2025



Fuente: Véase el cuadro 2.3

Cuadro 2.3 COSTA RICA. TASA GLOBAL DE FECUNDIDAD POR QUINQUENIOS, DEL PERIODO 1950-2025

| Período     | Tasa global de fecundidad según hipótesis |      |       |      |
|-------------|---|------|-------|------|
|             | Constante                                 | Alta | Media | Baja |
| 1950 - 1955 |   |      | 6,72  |      |
| 1955 - 1960 |   |      | 7,11  |      |
| 1960 - 1965 |   |      | 6,95  |      |
| 1965 - 1970 |   |      | 5,80  |      |
| 1970 - 1975 |   |      | 4,26  |      |
| 1975 - 1980 | 3,74                                      | 3,74 | 3,74  | 3,74 |
| -----       |   |      |       |      |
| 1980 - 1985 | 3,74                                      | 3,55 | 3,50  | 3,45 |
| 1985 - 1990 | 3,74                                      | 3,36 | 3,26  | 3,16 |
| 1990 - 1995 | 3,74                                      | 3,20 | 3,05  | 2,90 |
| 1995 - 2000 | 3,74                                      | 3,05 | 2,85  | 2,65 |
| 2000 - 2005 | 3,74                                      | 2,90 | 2,68  | 2,47 |
| 2005 - 2010 | 3,74                                      | 2,77 | 2,53  | 2,31 |
| 2010 - 2015 | 3,74                                      | 2,66 | 2,40  | 2,17 |
| 2015 - 2020 | 3,74                                      | 2,57 | 2,29  | 2,05 |
| 2020 - 2025 | 3,74                                      | 2,51 | 2,21  | 1,96 |

Fuente: Dirección General de Estadística y Censos y CELADE, Estimaciones y proyecciones de población, Costa Rica, 1950-2025, CELADE, Fasc./CR.1, San José, Costa Rica.

### 2.2.2 La proyección de la estructura de la fecundidad

Para proyectar la estructura de la fecundidad por edades se aplicó la función de Gompertz linealizada. Véase la Parte II, capítulo 2, para el desarrollo del modelo.

El primer paso de la aplicación consiste en evaluar la tendencia pasada de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , que determinan, respectivamente, la edad media y la concentración de la estructura de la fecundidad por edades en relación con una estándar.

Como estructura estándar se tomó la del quinquenio 1975-1980, donde los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  tienen, por definición, valores de 0 y 1, respectivamente.

Para la proyección de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  se fijó primero la estructura que corresponde a un nivel de reemplazo. Igual que en la proyección anterior, se tomó como "límite" para este nivel el modelo teórico de baja fecundidad y cúspide temprana del Boletín No. 7 de Naciones Unidas (1963). (Jaspers-Faijer: 1984).

En el gráfico 2.4 se muestra el comportamiento de  $\alpha$  y  $\beta$  en el pasado, según el nivel de la fecundidad a la cual corresponde la estructura 10/. En este gráfico se observa que:

- $\alpha$  tiene valores mayores que cero, indicando que la edad media fue mayor que la estructura de 1975-1980, cuando el nivel de la fecundidad fue más alto. Se puede ver, además, que  $\alpha$  es decreciente en función del nivel de la fecundidad.

---

10/ Aunque Chackiel, J, (1979) presente en su artículo la tendencia de  $\alpha$  y  $\beta$  como función del tiempo, aquí se presenta la manera utilizada por Dirk Jaspers (1984), ya que esta forma queda mejor reflejada la relación entre la estructura y el nivel de la fecundidad.

$-\beta$  tiene valores menores que uno, indicando que la concentración de la estructura fue menor cuando el nivel fue más alto que en el período 1975-1980. Se puede apreciar también que la concentración se inició recientemente.

La interpolación entre los valores de los parámetros iniciales y los "límites", se hizo tomando en cuenta:

- la tendencia pasada de ellos, y
- los valores correspondientes a las estructuras de la fecundidad de 1980 y 1981 los cuales corresponden a niveles más bajos que los del quinquenio base.

Dado que se proyectaron algunos niveles por debajo del nivel de reemplazo (en la variante baja), fue necesario extrapolar la tendencia de  $\alpha$  y  $\beta$ .

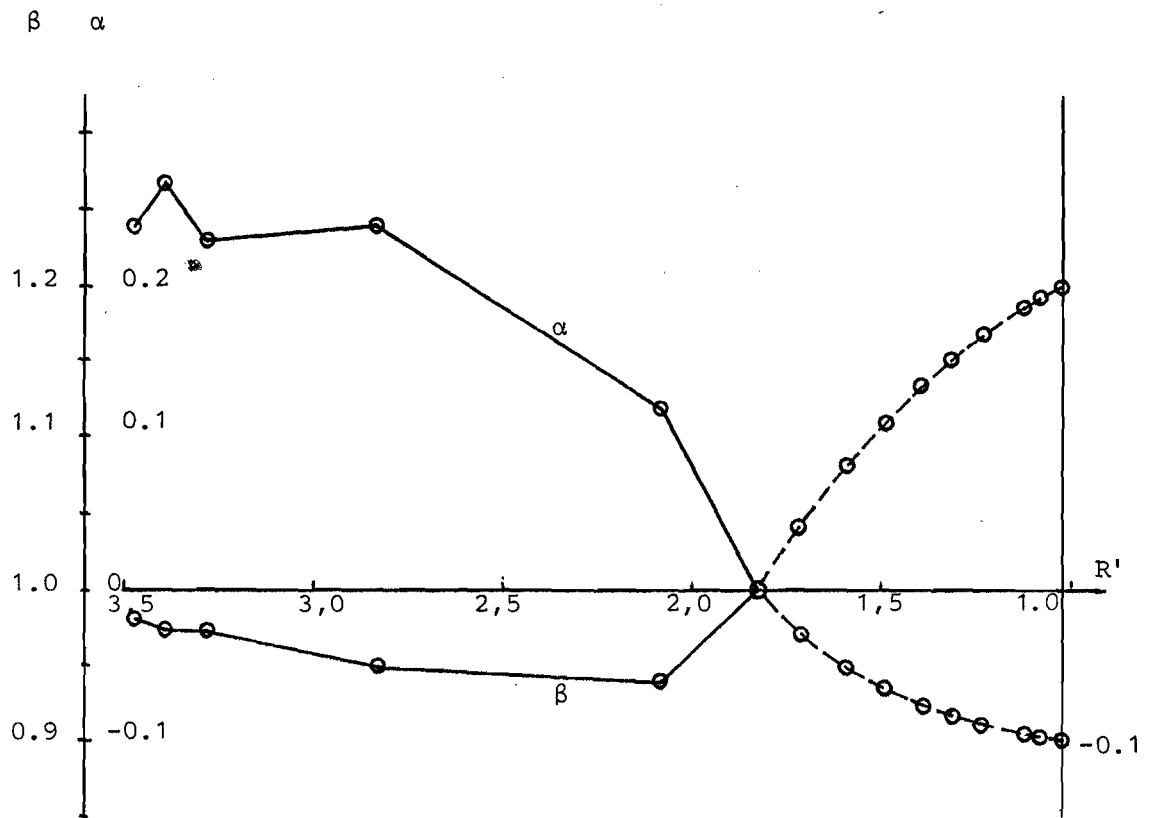
Para obtener las estructuras según variante, primero se leen, en el eje horizontal, la TGF y los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  correspondientes (gráfico 2.4), y luego se reproduce la estructura relativa mediante la relación

$$V(x) = \alpha + \beta v^s(x)$$

Relacionando estas estructuras con la TGF proyectada, se obtienen las tasas de fecundidad por edades necesarias para la proyección de la población.

(Los resultados para la variante media se presentan en los cuadros 2.4 y 2.5).

Gráfico 2.4: COSTA RICA. COMPORTAMIENTO DE  $\alpha$  Y  $\beta$  DE LA FUNCION GOMPERTZ LINEALIZADA, SEGUN  $R'$  ESTIMADA A PARTIR DE LAS ESTRUCTURAS DE LA FECUNDIDAD DE LOS QUINQUENIOS 1950-1955 A 1975-1980 Y EL COMPORTAMIENTO PROYECTADO PARA NIVELES DE FECUNDIDAD MAS BAJOS



Fuente: Jaspers, F., D.: Costa Rica. Revisión de la proyección de población, 1950-2025 (borrador en discusión). CELADE, San José, Costa Rica, 1984.

Cuadro 2.4 COSTA RICA: PROYECCION DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD APLICANDO LA FUNCION DE GOMPERTZ LINEALIZADA

| Quinquenios | Grupos de edades |       |       |       |       |       |       |
|-------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|             | 15-19            | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 |
| 1975-80     | 0.142            | 0.276 | 0.242 | 0.171 | 0.114 | 0.047 | 0.008 |
| 1980-85     | 0.143            | 0.288 | 0.246 | 0.168 | 0.107 | 0.041 | 0.006 |
| 1985-90     | 0.143            | 0.300 | 0.251 | 0.165 | 0.101 | 0.036 | 0.005 |
| 1990-95     | 0.141            | 0.308 | 0.254 | 0.163 | 0.096 | 0.033 | 0.004 |
| 1995-00     | 0.140            | 0.315 | 0.257 | 0.161 | 0.092 | 0.031 | 0.004 |
| 2000-05     | 0.138            | 0.320 | 0.259 | 0.160 | 0.090 | 0.029 | 0.003 |
| 2005-10     | 0.136            | 0.324 | 0.262 | 0.160 | 0.088 | 0.028 | 0.003 |
| 2020-15     | 0.134            | 0.327 | 0.263 | 0.159 | 0.087 | 0.027 | 0.003 |
| 2015-20     | 0.134            | 0.329 | 0.264 | 0.159 | 0.086 | 0.026 | 0.003 |
| 2020-25     | 0.133            | 0.330 | 0.265 | 0.158 | 0.085 | 0.026 | 0.003 |

Fuente: Jaspers, F., Dirk, Costa Rica; revisión de la proyección de la población 1950-2025 (borrador para discusión) CELADE-San José, C.R. 1984.

Cuadro 2.5 COSTA RICA: PROYECCION DE LAS TASAS DE FECUNDIDAD POR EDADES DE LOS QUINQUENIOS DEL PERIODO DE LA PROYECCION 1975-80 A 2020-25. (Hipótesis Media)

| Quinquenios | Grupos de edades |       |       |       |       |       |       | TGF  | m     | s    |
|-------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|------|
|             | 15-19            | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 |      |       |      |
| 1975-80     | 0.106            | 0.207 | 0.181 | 0.128 | 0.085 | 0.035 | 0.006 | 3.74 | 27.56 | 6.95 |
| 1980-85     | 0.100            | 0.202 | 0.172 | 0.118 | 0.075 | 0.029 | 0.005 | 3.50 | 27.28 | 6.79 |
| 1985-90     | 0.093            | 0.195 | 0.163 | 0.108 | 0.066 | 0.024 | 0.003 | 3.26 | 27.05 | 6.63 |
| 1990-95     | 0.086            | 0.188 | 0.155 | 0.100 | 0.059 | 0.020 | 0.003 | 3.05 | 26.91 | 6.50 |
| 1995-00     | 0.080            | 0.180 | 0.147 | 0.092 | 0.053 | 0.017 | 0.002 | 2.85 | 26.79 | 6.40 |
| 2000-05     | 0.074            | 0.172 | 0.139 | 0.086 | 0.048 | 0.015 | 0.002 | 2.68 | 26.72 | 6.32 |
| 2005-10     | 0.070            | 0.164 | 0.132 | 0.081 | 0.044 | 0.014 | 0.002 | 2.53 | 26.68 | 6.26 |
| 2010-15     | 0.065            | 0.157 | 0.126 | 0.076 | 0.042 | 0.013 | 0.001 | 2.40 | 26.64 | 6.22 |
| 2015-20     | 0.061            | 0.151 | 0.121 | 0.073 | 0.039 | 0.012 | 0.001 | 2.29 | 26.62 | 6.19 |
| 2020-25     | 0.059            | 0.146 | 0.117 | 0.070 | 0.038 | 0.011 | 0.001 | 2.21 | 26.60 | 6.17 |

Fuente: Jaspers, F., Dirk, Costa Rica; revisión..., op.cit.



## 2.3 Proyección de la fecundidad de Costa Rica para años calendarios y edades simples: 1982-2025

Debido a la necesidad de contar con proyecciones de población por años calendarios y edades simples (necesidad expresada por diferentes países e instituciones) se presenta en esta sección una metodología para proyectar la fecundidad con tales propósitos.

### 2.3.1 Proyección del nivel de la fecundidad

La proyección de la tasa global de la fecundidad para cada año calendarios no es difícil, una vez efectuada una proyección por quinquenio, ya que con la definición de la función logística, queda definida la TGF de cualquier momento en el futuro. Así, para obtener las TGF de cada año del período 1980-2025, se podría haber tomado directamente la función logística determinada por CELADE (véase la sección anterior).

Sin embargo, proyectar por años calendarios facilita el tomar en cuenta las últimas estimaciones disponibles sobre el nivel de la fecundidad. Así, se presenta aquí una proyección que parte de la estimación de la fecundidad del año 1982. Por lo demás, se tomaron las mismas consideraciones que utiliza el CELADE, es decir el mismo valor de la TGF para el momento 1998.0 (punto medio del quinquenio 1995-2000), que es 2.85 hijos por mujer, así como los mismos valores para los asíntotas de la función logística (asíntota superior 5.965 y la inferior, para la variante media, igual a 1.845).

La función logística para la variante media resultante tiene la siguiente forma:

$$TGF(t) = 1.845 + \frac{4.120}{1 + e^{0.41360 + 0.04630(t)}}$$

En el cuadro 2.6, se presentan las TGF proyectadas con esta función para el período 1982-2025, así como las proyectadas para las otras variantes. Se muestra gráficamente la evolución del nivel estimado y proyectado para el período 1950-2025. Del año 1982 parte la proyección del nivel según las cuatro variantes y desde el año 1978 sale la proyección del nivel para la variante "media", según la proyección por quinquenios que hizo el CELADE. Se puede observar que la proyección para años calendarios - dado que se partió de las mismas consideraciones que tomó en cuenta CELADE - es casi igual a la proyección por quinquenios. La única diferencia es que la proyección efectuada aquí prevé niveles un poco más bajos en los próximos años, y algo más altos al acercarse al final de la proyección. Esto se explica por el hecho que se partió del año 1982, que mostraba una fecundidad algo más baja que la prevista en la proyección de CELADE.

Claro está que con una proyección por años calendarios se puede (y se debe) tomar en cuenta hechos temporales que pueden afectar la fecundidad a corto plazo. Como título de ejemplo se puede citar para el caso de Costa Rica.

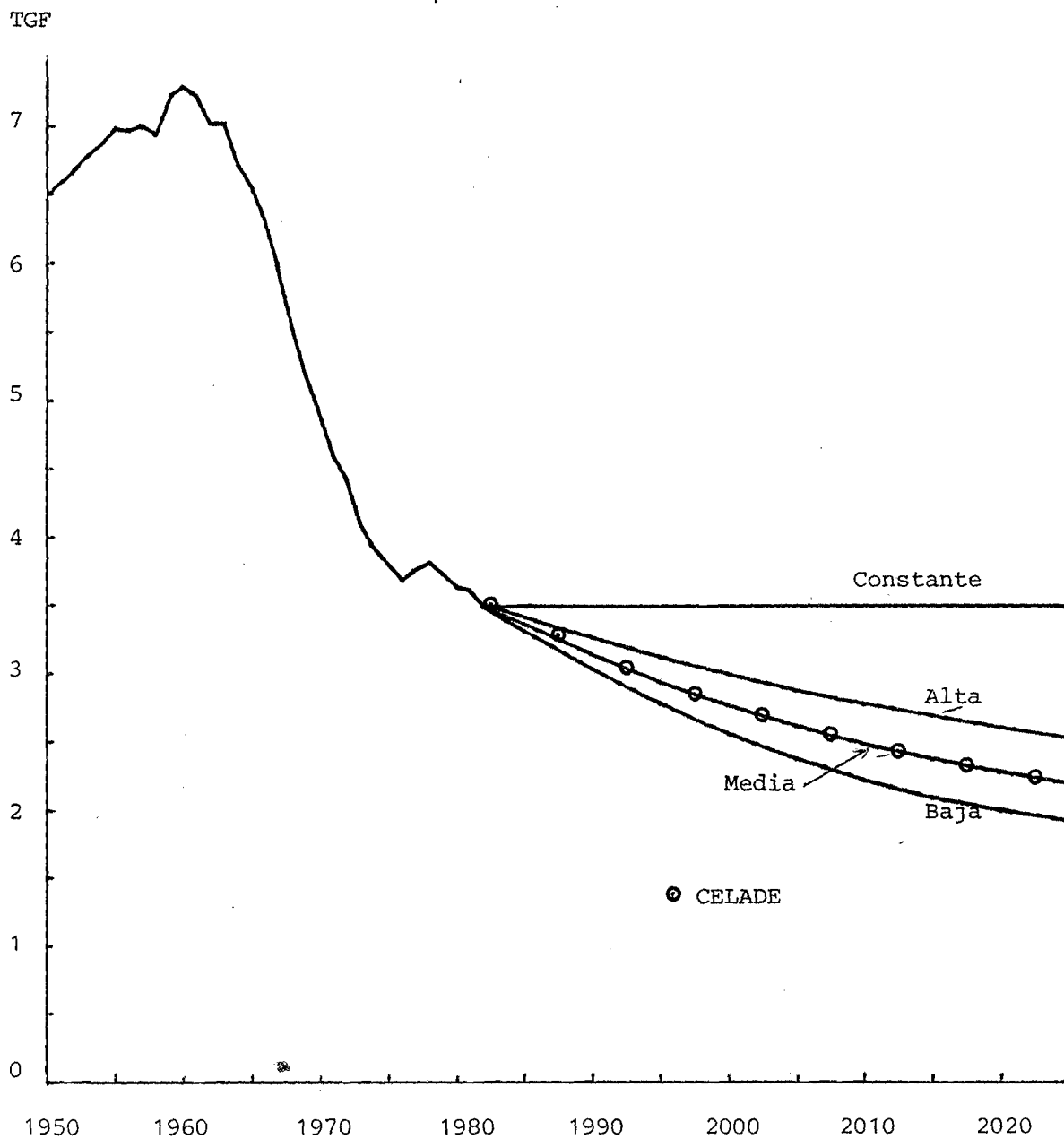
Es un supuesto, pero al autor le parece que la visita del Papa a Costa Rica en marzo de 1983 podría haber tenido un efecto sobre la fecundidad. De la población costarricense, un 95 por ciento se declaran católicos y una elevada proporción de ellos son practicantes (Rosero et al.: 1984); de ahí puede concluirse que la gente, probablemente, optó por un comportamiento más acorde con lo que el Vaticano prescribe en el campo de la reproducción humana.

En entrevistas personales que el autor realizó en mayo de 1984, en la provincia de Guanacaste, se obtuvo la idea que el número de mujeres que se han acostumbrado a ir a los centros regionales de planificación realmente bajó en un porcentaje <sup>\*</sup> muy significativo después de la visita del Papa.

Cuadro 2.6 COSTA RICA: PROYECCIONES DE LA  
FECUNDIDAD, 1982-2025

| V a r i a n t e s |            |        |        |           |
|-------------------|------------|--------|--------|-----------|
| Var               | Baja       | Media  | Alta   | Constante |
|                   | a = 0.2985 | 0.4136 | 0.5298 |           |
| Años              | b = 0.0567 | 0.0463 | 0.0330 |           |
| 1982              | 3.485      | 3.485  | 3.485  | 3.485     |
| 1983              | 3.425      | 3.440  | 3.455  | 3.485     |
| 1984              | 3.366      | 3.394  | 3.425  | 3.485     |
| 1985              | 3.308      | 3.350  | 3.395  | 3.485     |
| 1986              | 3.250      | 3.306  | 3.366  | 3.485     |
| 1987              | 3.193      | 3.263  | 3.337  | 3.485     |
| 1988              | 3.137      | 3.220  | 3.308  | 3.485     |
| 1989              | 3.083      | 3.178  | 3.280  | 3.485     |
| 1990              | 3.029      | 3.136  | 3.251  | 3.485     |
| 1991              | 2.976      | 3.096  | 3.224  | 3.485     |
| 1992              | 2.924      | 3.056  | 3.196  | 3.485     |
| 1993              | 2.874      | 3.017  | 3.169  | 3.485     |
| 1994              | 2.824      | 2.978  | 3.143  | 3.485     |
| 1995              | 2.776      | 2.941  | 3.116  | 3.485     |
| 1996              | 2.730      | 2.904  | 3.091  | 3.485     |
| 1997              | 2.684      | 2.868  | 3.065  | 3.485     |
| 1998              | 2.640      | 2.833  | 3.040  | 3.485     |
| 1999              | 2.597      | 2.798  | 3.015  | 3.485     |
| 2000              | 2.556      | 2.765  | 2.991  | 3.485     |
| 2001              | 2.516      | 2.732  | 2.967  | 3.485     |
| 2002              | 2.477      | 2.700  | 2.944  | 3.485     |
| 2003              | 2.439      | 2.669  | 2.921  | 3.485     |
| 2004              | 2.403      | 2.639  | 2.898  | 3.485     |
| 2005              | 2.368      | 2.610  | 2.876  | 3.485     |
| 2006              | 2.335      | 2.581  | 2.854  | 3.485     |
| 2007              | 2.303      | 2.554  | 2.832  | 3.485     |
| 2008              | 2.272      | 2.527  | 2.811  | 3.485     |
| 2009              | 2.242      | 2.501  | 2.791  | 3.485     |
| 2010              | 2.213      | 2.476  | 2.771  | 3.485     |
| 2011              | 2.186      | 2.452  | 2.751  | 3.485     |
| 2012              | 2.160      | 2.428  | 2.732  | 3.485     |
| 2013              | 2.134      | 2.405  | 2.713  | 3.485     |
| 2014              | 2.110      | 2.383  | 2.694  | 3.485     |
| 2015              | 2.087      | 2.362  | 2.676  | 3.485     |
| 2016              | 2.065      | 2.341  | 2.658  | 3.485     |
| 2017              | 2.044      | 2.322  | 2.641  | 3.485     |
| 2018              | 2.024      | 2.302  | 2.624  | 3.485     |
| 2019              | 2.005      | 2.284  | 2.607  | 3.485     |
| 2020              | 1.987      | 2.266  | 2.591  | 3.485     |
| 2021              | 1.969      | 2.249  | 2.575  | 3.485     |
| 2022              | 1.953      | 2.232  | 2.560  | 3.485     |
| 2023              | 1.937      | 2.216  | 2.545  | 3.485     |
| 2024              | 1.922      | 2.201  | 2.530  | 3.485     |
| 2025              | 1.907      | 2.186  | 2.516  | 3.485     |

Gráfico 2.5: COSTA RICA. PROYECCION DE LA FECUNDIDAD PARA AÑOS CALENDARIOS SEGUN LAS CUATRO VARIANTES Y PROYECCION DE LA FECUNDIDAD POR QUINQUENIOS SEGUN CELADE. VARIANTE MEDIA. (19502025)



La visita fue en marzo de 1983, y entonces es de esperar que sus efectos en ese sentido se noten desde fines de 1983 <sup>11/</sup>. Tomando eso en cuenta, parece que lo que se hizo -partiendo de las mismas consideraciones que CELADE utilizó en su proyección- es bien defendible, dado que en esta proyección se consideró que la fecundidad bajará más lentamente (en promedio) que en los últimos cinco años.

### 2.3.2 Proyección de la estructura de la fecundidad por edades

Al igual que en el caso anterior de la proyección del nivel de la fecundidad, la proyección de la estructura de la fecundidad por edades se podría haber tomado directamente para obtener tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edades para cada año calendario de la proyección. Es decir, utilizando la misma proyección de los parámetros alfa y beta, se puede obtener la estructura para cada año, una vez establecido el nivel de la fecundidad.

Sin embargo, efectuar proyecciones por años calendarios y edades simples utilizando tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edades, no es lo más lógico, ya que esto implicaría una pérdida de información y por lo tanto de exactitud.

Por tal razón, aquí se presenta una manera para proyectar la estructura de la fecundidad por años simples y años calendarios.

El problema que surge es que es necesario contar con una estructura estándar por edades simples, normalmente la estructura de un año o período

---

<sup>11/</sup> Al fin del estudio se obtuvieron los datos sobre el número de nacimientos ocurridos en los primeros tres meses del año 1984. Comparando estos datos con la información disponible sobre los nacimientos ocurridos en los primeros tres meses del año 1983, parece que se presenta un leve aumento en la fecundidad.

reciente, así como con estructuras por edades simples de años anteriores. Sin embargo, normalmente no existen estos datos, y cuando los hay, están afectados por errores aleatorios y mala declaración de la edad, entre otros. En este último caso, haría falta efectuar algunos ajustes y correcciones.

En general, como en el caso de Costa Rica, los datos básicos son las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad, lo que significa que se debe desagregar dichas tasas a edades simples. Esto puede lograrse utilizando una función matemática que puede describir en forma precisa la estructura observada y que permita estimar las tasas por edades simples.

En la parte II de este estudio, se presentan diferentes funciones para describir la estructura de la fecundidad. Comparando los resultados de cada una, se llega a la conclusión que la función "biológica modificada" propuesta por Bocaz (1981) logra describir una estructura observada más exacta que cualquiera otra función analizada.

Utilizando esta función, se obtuvieron las estructuras de la fecundidad por edades simples, en base a las tasas de fecundidad estimadas para el período 1950-1982, presentadas en el cuadro 2.1, para cada año de este período.

En la parte II de este estudio también se ha analizado la bondad de algunos modelos para proyectar la estructura de la fecundidad, (como es utilizada por CELADE) comparando principalmente las funciones de Gompertz linealizada y la biológica propuesta por Bocaz (1979). Ambas funciones permiten cambiar una estructura estándar en otra con los dos parámetros alfa y beta. En ambas funciones, la significación de dichos parámetros es parecida, en el sentido que alfa mantiene una relación muy estrecha con la edad media de la estructura de la fecundidad y beta con la desviación estándar de la misma.

Al comparar ambos modelos se concluye que la biológica es preferible sobre la Gompertz linealizada, ya que la primera logra describir mejor una estructura observada.

Los pasos para proyectar la estructura por edades con la función biológica, son los mismos que los presentados en la sección anterior con la Gompertz linealizada. Es decir, primero se selecciona una estructura estándar (ahora por edades simples), en este caso la correspondiente al año 1982. Relacionando las estructuras de los años anteriores a la estructura estándar con la función biológica, se obtiene la tendencia de los parámetros alfa y beta. Ahora, el cálculo de los parámetros alfa y beta de la función se hace mediante una regresión lineal, dado que se obtiene información para edades simples.

Posteriormente, para poder proyectar dichos parámetros, se selecciona una distribución por edades meta. De la misma forma que se hizo anteriormente se tomó el modelo teórico de baja fecundidad y cúspide temprana del Boletín No. 7 de las Naciones Unidas (1963) como límite, suponiendo que ésta será la estructura correspondiente a una TGF de 2.186 (nivel proyectado para el año 2025 por la variante "media"). La interpolación entre los valores iniciales ( $\alpha = 0$  y  $\beta = 1$ ) y los correspondientes al modelo límite ( $\alpha = -0.333$  y  $\beta = 1.124$ ), se realizó de manera gráfica suponiendo una relación lineal entre la evolución de la TGF y de los parámetros alfa y beta a mano alzada, tomando en cuenta la tendencia observada de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  (gráfico 2.6).

En el gráfico 2.7 se muestran los parámetros estimados y proyectados según el tiempo, y en el cuadro 2.7 se presentan las estructuras relativas resultantes para el período 1982-2025. Por otra parte, las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edades pueden verse en el cuadro 2.8, junto con la tasa global de fecundidad proyectada y la edad media y la desviación estándar de la estructura por edades.

Finalmente, se presentan gráficamente las estructuras proyectadas para los años 2000 y 2025 según el modelo biológico, partiendo del año 1982 como estándar (véase gráfico 2.8). Obviamente, es arbitraria la elección del modelo; sin embargo, mirando las estructuras proyectadas en la parte II, se trata de establecer un criterio para mostrar la "bondad" del modelo biológico sobre el modelo Gompertz linealizado para hacer proyecciones de la estructura de la fecundidad.

Gráfico 2.6: COSTA RICA. EVOLUCION DE  $\alpha$  Y  $\beta$  DE LA FUNCION BILOGISTICA, SEGUN EL NIVEL DE LA FECUNDIDAD (TGF) ESTIMADA A PARTIR DE LAS ESTRUCTURAS DE LA FECUNDIDAD DE LOS AÑOS 1950-1982 Y LA EVOLUCION PROYECTADA PARA NIVELES DE FECUNDIDAD MAS BAJOS. VARIANTE MEDIA

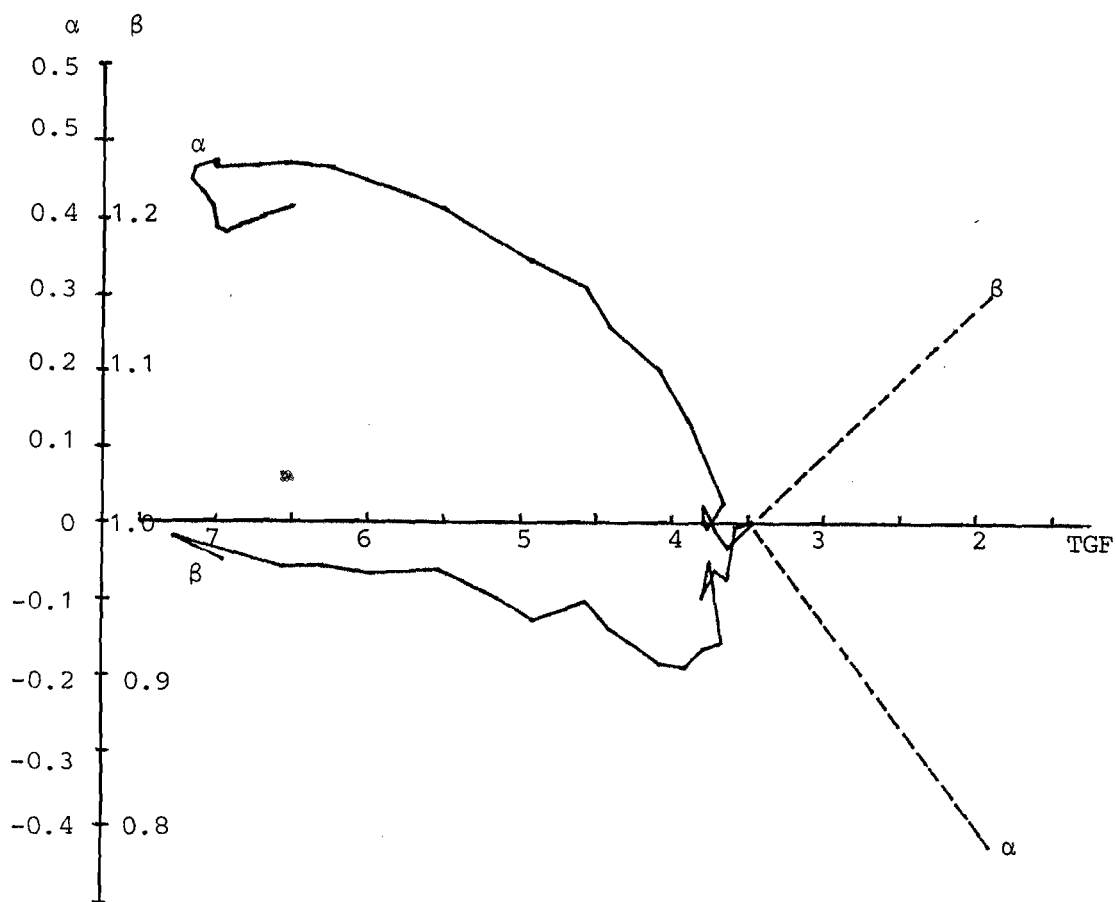
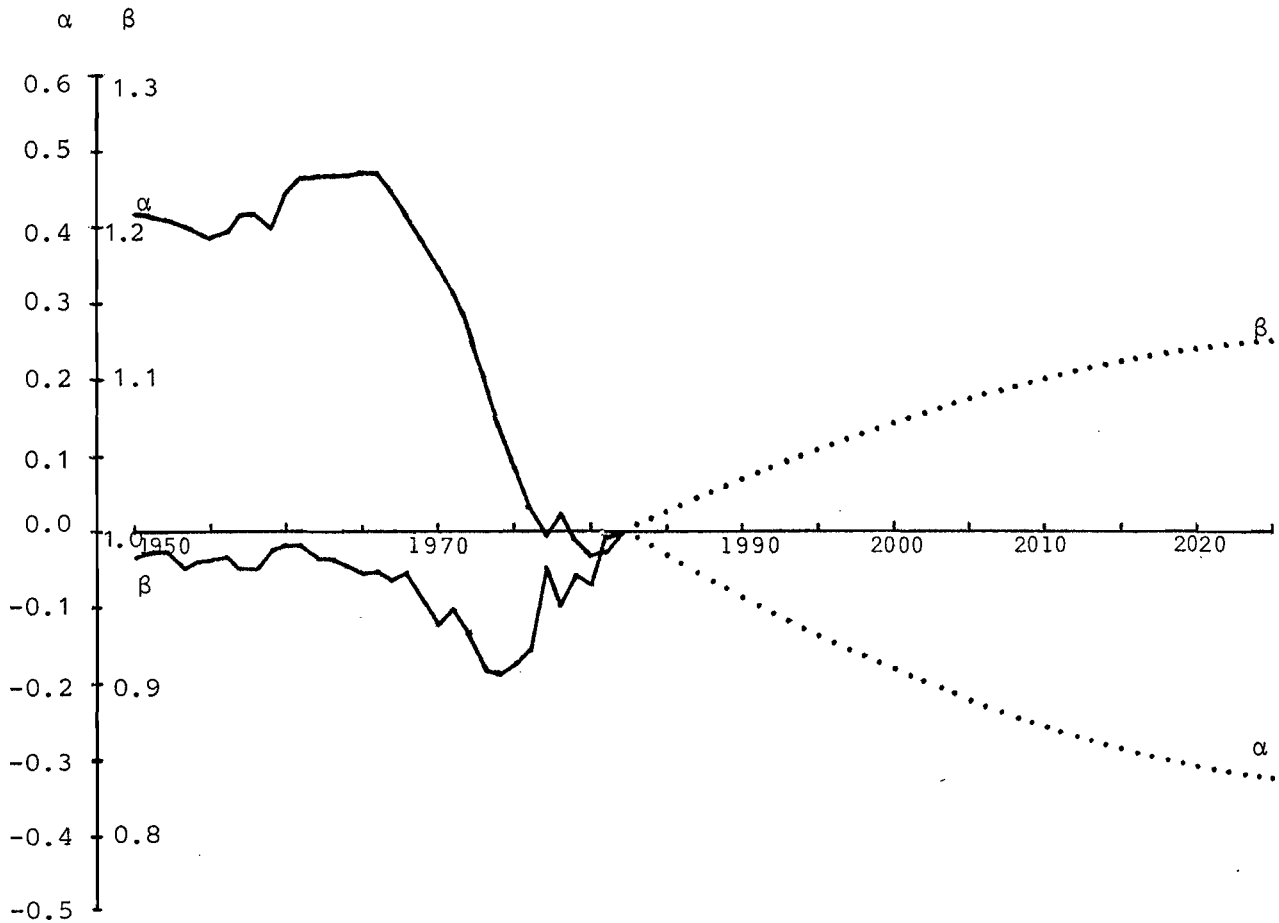




Gráfico 2.7: COSTA RICA. EVOLUCION DE  $\alpha$  Y  $\beta$  DE LA FUNCION BILOGISTICA SEGUN EL TIEMPO, ESTIMADA A PARTIR DE LA ESTRUCTURA DE FECUNDIDAD DE LOS AÑOS 1950-1982 Y EL COMPORTAMIENTO PROYECTADO PARA NIVELES DE FECUNDIDAD MAS BAJOS. VARIANTE MEDIA



Cuadro 2.7 COSTA RICA: ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD  
1982-2025. VARIANTE MEDIA

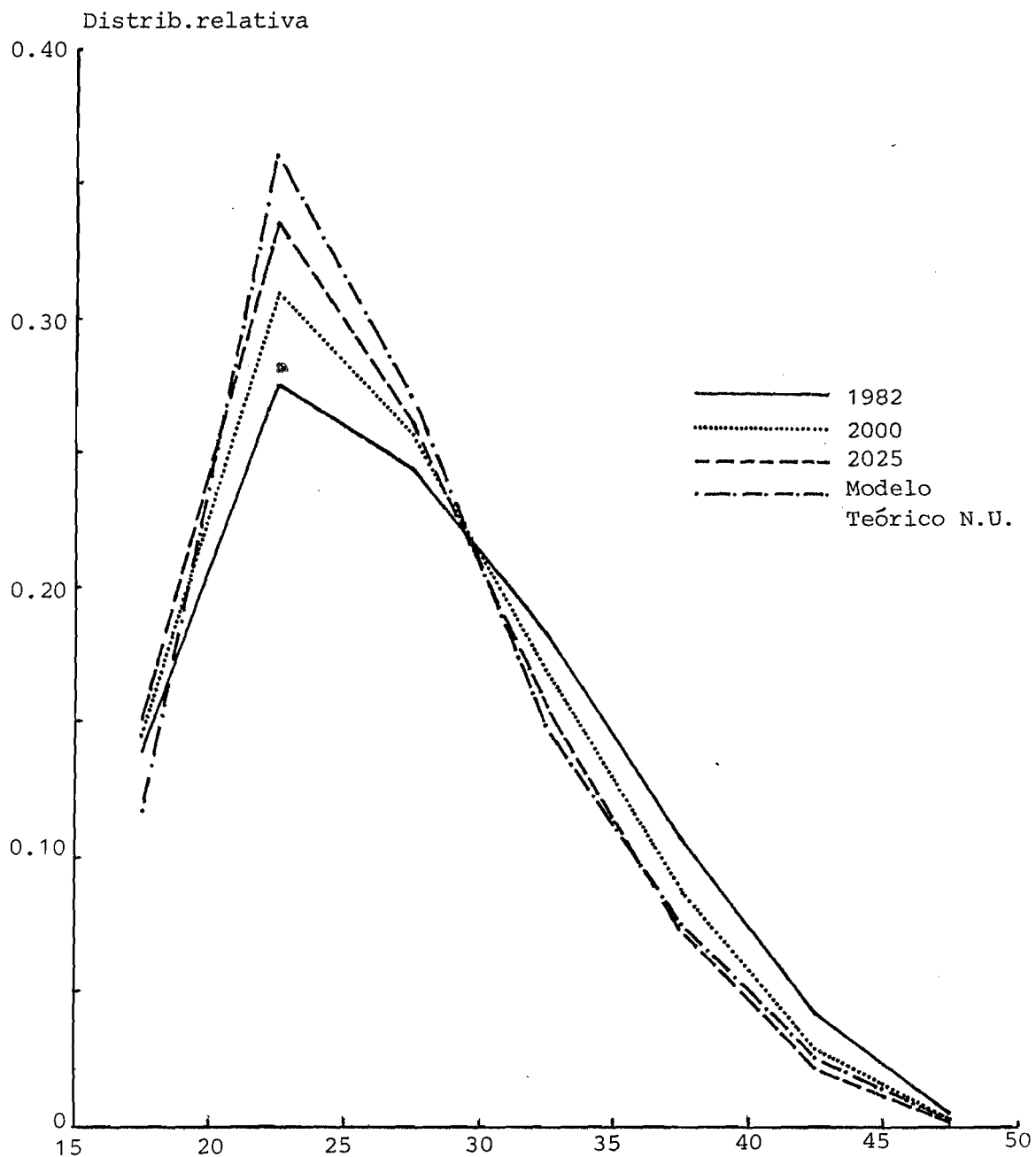
| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1982 | 0.138 | 0.276 | 0.247 | 0.183 | 0.108 | 0.042 | 0.006 |
| 1983 | 0.138 | 0.278 | 0.248 | 0.182 | 0.107 | 0.041 | 0.005 |
| 1984 | 0.139 | 0.280 | 0.248 | 0.181 | 0.106 | 0.040 | 0.005 |
| 1985 | 0.139 | 0.282 | 0.249 | 0.181 | 0.104 | 0.039 | 0.005 |
| 1986 | 0.140 | 0.284 | 0.250 | 0.180 | 0.103 | 0.039 | 0.005 |
| 1987 | 0.140 | 0.286 | 0.250 | 0.179 | 0.102 | 0.038 | 0.005 |
| 1988 | 0.140 | 0.288 | 0.251 | 0.178 | 0.101 | 0.037 | 0.005 |
| 1989 | 0.141 | 0.290 | 0.252 | 0.177 | 0.099 | 0.036 | 0.005 |
| 1990 | 0.141 | 0.292 | 0.252 | 0.177 | 0.098 | 0.035 | 0.004 |
| 1991 | 0.142 | 0.294 | 0.253 | 0.176 | 0.097 | 0.035 | 0.004 |
| 1992 | 0.142 | 0.296 | 0.253 | 0.175 | 0.096 | 0.034 | 0.004 |
| 1993 | 0.142 | 0.297 | 0.254 | 0.174 | 0.095 | 0.033 | 0.004 |
| 1994 | 0.143 | 0.299 | 0.254 | 0.173 | 0.094 | 0.033 | 0.004 |
| 1995 | 0.143 | 0.301 | 0.255 | 0.173 | 0.093 | 0.032 | 0.004 |
| 1996 | 0.143 | 0.302 | 0.255 | 0.172 | 0.092 | 0.032 | 0.004 |
| 1997 | 0.144 | 0.304 | 0.256 | 0.171 | 0.091 | 0.031 | 0.004 |
| 1998 | 0.144 | 0.306 | 0.256 | 0.170 | 0.090 | 0.031 | 0.004 |
| 1999 | 0.145 | 0.307 | 0.257 | 0.170 | 0.089 | 0.030 | 0.003 |
| 2000 | 0.145 | 0.309 | 0.257 | 0.169 | 0.088 | 0.029 | 0.003 |
| 2001 | 0.145 | 0.310 | 0.257 | 0.168 | 0.087 | 0.029 | 0.003 |
| 2002 | 0.146 | 0.312 | 0.258 | 0.168 | 0.086 | 0.029 | 0.003 |
| 2003 | 0.146 | 0.313 | 0.258 | 0.167 | 0.085 | 0.028 | 0.003 |
| 2004 | 0.146 | 0.314 | 0.258 | 0.166 | 0.084 | 0.028 | 0.003 |
| 2005 | 0.146 | 0.316 | 0.258 | 0.166 | 0.084 | 0.027 | 0.003 |
| 2006 | 0.147 | 0.317 | 0.259 | 0.165 | 0.083 | 0.027 | 0.003 |
| 2007 | 0.147 | 0.318 | 0.259 | 0.164 | 0.082 | 0.027 | 0.003 |
| 2008 | 0.147 | 0.319 | 0.259 | 0.164 | 0.081 | 0.026 | 0.003 |
| 2009 | 0.148 | 0.321 | 0.259 | 0.163 | 0.081 | 0.026 | 0.003 |
| 2010 | 0.148 | 0.322 | 0.260 | 0.163 | 0.080 | 0.026 | 0.003 |
| 2011 | 0.148 | 0.323 | 0.260 | 0.162 | 0.080 | 0.025 | 0.003 |
| 2012 | 0.148 | 0.324 | 0.260 | 0.161 | 0.079 | 0.025 | 0.003 |
| 2013 | 0.149 | 0.325 | 0.260 | 0.161 | 0.078 | 0.025 | 0.003 |
| 2014 | 0.149 | 0.326 | 0.260 | 0.160 | 0.078 | 0.024 | 0.003 |
| 2015 | 0.149 | 0.327 | 0.260 | 0.160 | 0.077 | 0.024 | 0.002 |
| 2016 | 0.149 | 0.328 | 0.261 | 0.159 | 0.077 | 0.024 | 0.002 |
| 2017 | 0.149 | 0.329 | 0.261 | 0.159 | 0.076 | 0.024 | 0.002 |
| 2018 | 0.150 | 0.330 | 0.261 | 0.158 | 0.076 | 0.023 | 0.002 |
| 2019 | 0.150 | 0.330 | 0.261 | 0.158 | 0.075 | 0.023 | 0.002 |
| 2020 | 0.150 | 0.331 | 0.261 | 0.158 | 0.075 | 0.023 | 0.002 |
| 2021 | 0.150 | 0.332 | 0.261 | 0.157 | 0.075 | 0.023 | 0.002 |
| 2022 | 0.150 | 0.333 | 0.261 | 0.157 | 0.074 | 0.023 | 0.002 |
| 2023 | 0.150 | 0.334 | 0.261 | 0.156 | 0.074 | 0.022 | 0.002 |
| 2024 | 0.151 | 0.334 | 0.261 | 0.156 | 0.073 | 0.022 | 0.002 |
| 2025 | 0.151 | 0.335 | 0.261 | 0.155 | 0.073 | 0.022 | 0.002 |

Cuadro 2.8 COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD: EDAD MEDIA AL TENER HIJOS; LA DESVIACION ESTANDAR, 1982-2025.  
VARIANTE MEDIA

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | TGF   | m      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1982 | 0.096 | 0.193 | 0.172 | 0.127 | 0.076 | 0.029 | 0.004 | 3.485 | 27.491 | 6.757 |
| 1983 | 0.095 | 0.191 | 0.170 | 0.125 | 0.074 | 0.028 | 0.004 | 3.440 | 27.442 | 6.731 |
| 1984 | 0.094 | 0.190 | 0.169 | 0.123 | 0.072 | 0.027 | 0.004 | 3.394 | 27.392 | 6.705 |
| 1985 | 0.093 | 0.189 | 0.167 | 0.121 | 0.070 | 0.026 | 0.003 | 3.350 | 27.345 | 6.679 |
| 1986 | 0.092 | 0.188 | 0.165 | 0.119 | 0.068 | 0.025 | 0.003 | 3.306 | 27.298 | 6.654 |
| 1987 | 0.091 | 0.187 | 0.163 | 0.117 | 0.066 | 0.025 | 0.003 | 3.263 | 27.253 | 6.630 |
| 1988 | 0.090 | 0.186 | 0.162 | 0.115 | 0.065 | 0.024 | 0.003 | 3.220 | 27.208 | 6.605 |
| 1989 | 0.089 | 0.184 | 0.160 | 0.113 | 0.063 | 0.023 | 0.003 | 3.178 | 27.164 | 6.581 |
| 1990 | 0.089 | 0.183 | 0.158 | 0.111 | 0.062 | 0.022 | 0.003 | 3.136 | 27.121 | 6.558 |
| 1991 | 0.088 | 0.182 | 0.157 | 0.109 | 0.060 | 0.022 | 0.003 | 3.096 | 27.080 | 6.535 |
| 1992 | 0.087 | 0.181 | 0.155 | 0.107 | 0.059 | 0.021 | 0.003 | 3.056 | 27.039 | 6.513 |
| 1993 | 0.086 | 0.179 | 0.153 | 0.105 | 0.057 | 0.020 | 0.002 | 3.017 | 26.999 | 6.491 |
| 1994 | 0.085 | 0.178 | 0.152 | 0.103 | 0.056 | 0.020 | 0.002 | 2.978 | 26.960 | 6.469 |
| 1995 | 0.084 | 0.177 | 0.150 | 0.102 | 0.054 | 0.019 | 0.002 | 2.941 | 26.923 | 6.448 |
| 1996 | 0.083 | 0.176 | 0.148 | 0.100 | 0.053 | 0.018 | 0.002 | 2.904 | 26.886 | 6.428 |
| 1997 | 0.083 | 0.174 | 0.147 | 0.098 | 0.052 | 0.018 | 0.002 | 2.868 | 26.851 | 6.408 |
| 1998 | 0.082 | 0.173 | 0.145 | 0.097 | 0.051 | 0.017 | 0.002 | 2.833 | 26.816 | 6.388 |
| 1999 | 0.081 | 0.172 | 0.144 | 0.095 | 0.050 | 0.017 | 0.002 | 2.798 | 26.782 | 6.369 |
| 2000 | 0.080 | 0.171 | 0.142 | 0.093 | 0.049 | 0.016 | 0.002 | 2.765 | 26.750 | 6.351 |
| 2001 | 0.079 | 0.169 | 0.141 | 0.092 | 0.047 | 0.016 | 0.002 | 2.732 | 26.718 | 6.333 |
| 2002 | 0.079 | 0.168 | 0.139 | 0.090 | 0.046 | 0.015 | 0.002 | 2.700 | 26.687 | 6.315 |
| 2003 | 0.078 | 0.167 | 0.138 | 0.089 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.669 | 26.657 | 6.298 |
| 2004 | 0.077 | 0.166 | 0.136 | 0.088 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.639 | 26.629 | 6.282 |
| 2005 | 0.076 | 0.165 | 0.135 | 0.086 | 0.044 | 0.014 | 0.002 | 2.610 | 26.601 | 6.266 |
| 2006 | 0.076 | 0.164 | 0.134 | 0.085 | 0.043 | 0.014 | 0.002 | 2.581 | 26.574 | 6.250 |
| 2007 | 0.075 | 0.163 | 0.132 | 0.084 | 0.042 | 0.014 | 0.001 | 2.554 | 26.548 | 6.234 |
| 2008 | 0.074 | 0.161 | 0.131 | 0.083 | 0.041 | 0.013 | 0.001 | 2.527 | 26.523 | 6.221 |
| 2009 | 0.074 | 0.160 | 0.130 | 0.082 | 0.040 | 0.013 | 0.001 | 2.501 | 26.499 | 6.207 |
| 2010 | 0.073 | 0.159 | 0.129 | 0.080 | 0.040 | 0.013 | 0.001 | 2.476 | 26.476 | 6.194 |
| 2011 | 0.073 | 0.158 | 0.127 | 0.079 | 0.039 | 0.012 | 0.001 | 2.452 | 26.454 | 6.181 |
| 2012 | 0.072 | 0.157 | 0.126 | 0.078 | 0.038 | 0.012 | 0.001 | 2.428 | 26.431 | 6.168 |
| 2013 | 0.071 | 0.156 | 0.125 | 0.077 | 0.038 | 0.012 | 0.001 | 2.405 | 26.410 | 6.156 |
| 2014 | 0.071 | 0.155 | 0.124 | 0.076 | 0.037 | 0.012 | 0.001 | 2.383 | 26.390 | 6.144 |
| 2015 | 0.070 | 0.154 | 0.123 | 0.076 | 0.037 | 0.011 | 0.001 | 2.362 | 26.371 | 6.133 |
| 2016 | 0.070 | 0.154 | 0.122 | 0.075 | 0.036 | 0.011 | 0.001 | 2.341 | 26.352 | 6.122 |
| 2017 | 0.069 | 0.153 | 0.121 | 0.074 | 0.035 | 0.011 | 0.001 | 2.322 | 26.335 | 6.112 |
| 2018 | 0.069 | 0.152 | 0.120 | 0.073 | 0.035 | 0.011 | 0.001 | 2.302 | 26.317 | 6.101 |
| 2019 | 0.068 | 0.151 | 0.119 | 0.072 | 0.034 | 0.011 | 0.001 | 2.284 | 26.301 | 6.091 |
| 2020 | 0.068 | 0.150 | 0.118 | 0.071 | 0.034 | 0.010 | 0.001 | 2.266 | 26.284 | 6.082 |
| 2021 | 0.068 | 0.149 | 0.117 | 0.071 | 0.034 | 0.010 | 0.001 | 2.249 | 26.269 | 6.073 |
| 2022 | 0.067 | 0.149 | 0.117 | 0.070 | 0.033 | 0.010 | 0.001 | 2.232 | 26.254 | 6.064 |
| 2023 | 0.067 | 0.148 | 0.116 | 0.069 | 0.033 | 0.010 | 0.001 | 2.216 | 26.240 | 6.056 |
| 2024 | 0.066 | 0.147 | 0.115 | 0.069 | 0.032 | 0.010 | 0.001 | 2.201 | 26.227 | 6.048 |
| 2025 | 0.066 | 0.146 | 0.114 | 0.068 | 0.032 | 0.010 | 0.001 | 2.186 | 26.213 | 6.040 |

Gráfico 2.8

COSTA RICA: PROYECCION DE LA ESTRUCTURA, DISTRIBUCION RELATIVA DE LA FECUNDIDAD DE LOS AÑOS 1982, 2000, 2025 Y LA DEL MODELO TEORICO DE LAS NACIONES UNIDAS



### Capítulo 3.

#### PROYECCION DE LA FECUNDIDAD POR COHORTES

En el capítulo anterior se presentó una metodología para proyectar la fecundidad en forma transversal. En este capítulo se efectuará un análisis longitudinal, con el fin de proyectar la fecundidad por cohortes, partiendo también de datos transversales.

En primera instancia, se tratarán las diferencias y las interrelaciones entre los análisis transversal y longitudinal, y más específicamente, las ventajas y desventajas del análisis longitudinal. Luego nos dedicaremos a la reconstrucción de la fecundidad por cohortes en base a tasas transversales. Por último, se explicará la proyección de la fecundidad por cohortes, y después la traducción de esa proyección en la proyección por períodos.

La idea de efectuar un análisis y proyección longitudinal surgió después de haber leído un trabajo de Laura Ortíz, quien trató en grandes líneas de hacer lo mismo en base de las ideas propuestas por Bourgeois-Pichat (1976).

#### 3.1 Observaciones generales

##### 3.1.1 Análisis transversal y análisis longitudinal: diferencias e interrelaciones

Las tasas de fecundidad según la edad, observadas en un momento dado, son determinadas por dos categorías de factores: en primer lugar, factores básicos relacionados con la noción de una sociedad sobre la familia ;

y en segundo lugar, factores circunstanciales relacionados con la situación temporal (Bourgeois-Pichat: 1976).

Cuando se totalizan todas las tasas de fecundidad de las mujeres según la edad en un año dado, para calcular el promedio del número de hijos por cada mujer, lo que se hace, de hecho, es totalizar los "comportamientos" de un grupo de generaciones; es, en el fondo, la representación de la fecundidad de una cohorte hipotética.

La tasa global de la fecundidad así obtenida mediría, como R. Pressat estableció en su artículo en homenaje a Louis Henry, la "intensidad" con que se presentan los hechos y la distribución relativa de fecundidad por edades; el calendario <sup>12/</sup> (Pressat: 1977). Si las generaciones sucesivas no modifican su comportamiento reproductivo, habría una relación muy sencilla entre el promedio corriente del número de hijos por cada mujer y el promedio del número de hijos tenidos por cada generación; el "calendario" y la intensidad de la fecundidad por las cohortes reales y las cohortes hipotéticas llegan a ser iguales.

Pero ocurre que las generaciones sucesivas tienen distintos calendarios y la relación citada no se verifica, según se va a ver claramente en la segunda sección de este capítulo.

### 3.1.2 Las ventajas de un análisis longitudinal

Como hemos dicho antes, básicamente, la fecundidad es determinada por la noción de la sociedad sobre la familia: ¿cuál es el tamaño ideal de la familia? ¿qué piensa la sociedad sobre el uso de anticonceptivos?, etc., son ejemplos de esto, y forman parte de esa noción. Entonces, por medio de

---

<sup>12/</sup> En francés es "calendrier". En español no existe una palabra para referirse a este concepto, la que más se acerca es "patrón" (Chackiel: 1979). Sin embargo, se parte del hecho que se encontrará la palabra "calendario" en la literatura; también aquí se utilizará este término.

las tasas de fecundidad transversales es muy difícil determinar las variaciones cronológicas que ocurren en el comportamiento de diferentes generaciones de mujeres, según cambios en la noción mencionada. Desde luego, se puede cuestionar legítimamente la validez de una "perspectiva" de la fecundidad basada en el análisis de tasas transversales (Bourgeois-Pichat: 1976).

Metodológicamente, aquí se presentan dificultades. Cuando, por ejemplo, en una proyección se determina un nivel de estabilización base de los índices corrientes, el procedimiento equivale a atribuir a las generaciones un comportamiento de índole corriente, o sea un comportamiento que puede ser influido por factores corrientes y que puede no corresponder al comportamiento básico de las generaciones, que es lo único de importancia para el futuro (Bourgeois-Pichat: 1979). Entonces, en vista del propósito de hacer una proyección de la fecundidad, parece mejor basar esta proyección en un análisis longitudinal. No sólo metodológicamente, sino también analíticamente, el análisis longitudinal parece mejor.

Así, la tasa de fecundidad final (TFF) que representa la descendencia final de las mujeres al fin de su vida fértil, es una tasa real ocurrida, no una tasa hipotética como la TGF obtenida con un análisis transversal. Además, las tasas por cohortes se prefieren porque con estas tasas no puede existir ambigüedad en relación a la población en estudio (Pressat: 1972). La tasa de fecundidad por mujeres de 29 años en el año 1950, por ejemplo, es una mezcla de la fecundidad tenida por dos cohortes, la de 1920 y la de 1921. El tamaño de estas dos cohortes no es igual y, además, la última ordinariamente tiene una fecundidad un poco más alta, porque su edad es menor (Pressat: 1972). Naturalmente, este problema es más claro cuando se estudian edades simples y no grupos quinquenales. No sólo son mejores como medidas las tasas por cohortes, sino que también son mejores utensilios analíticos. Por el hecho que las tasas de descendencia permiten la separación de la fecundidad en una parte que se puede atribuir a situaciones del año en estudio y por otra parte, a las características de las distintas cohortes observadas.

En nuestra opinión, se puede mencionar otra importante ventaja del análisis longitudinal. Siempre es de interés, según al paradigma que Louis Henry estableció en la demografía con el análisis de fenómenos vitales, relacionar el acontecimiento observado a un acontecimiento que necesariamente lo precedió (Pressat: 1972). En este sentido, el nacimiento de un niño se puede relacionar al año de nacimiento de la madre o el padre; el nacimiento de un segundo hijo en una familia se puede relacionar al año de nacimiento del primer hijo; o se puede relacionar el nacimiento del hijo al año de matrimonio de una pareja, es decir, relacionándolo a la duración del matrimonio, claro está que este paradigma se puede cumplir mejor con un análisis longitudinal.

### 3.1.3 Los problemas de un análisis longitudinal

Cuando se toman los 50 años de edad como límite de la vida reproductiva de las mujeres, se podría conocer al 1/1/1983, por ejemplo, sólo la descendencia final de las mujeres nacidas en 1932 y antes. Por lo tanto, para una visión clara de la fecundidad por cohortes, deberán tenerse datos desde largo tiempo. Este es exactamente el gran problema de muchos países o regiones. Todavía hay bastantes regiones donde no hay tantos datos disponibles, o si los hay, no se pueden utilizar por la muy baja calidad de ellos. Centro América no es, en ese sentido, una excepción. La calidad de los datos disponibles de Nicaragua y Honduras por ejemplo, es discutible. Costa Rica, sin embargo, es un caso diferente, ya que es uno de los pocos países latinoamericanos con datos demográficos confiables. Sin embargo, las estimaciones confiables de la fecundidad se refieren solamente al período 1950-1982. Para efectuar un análisis longitudinal, este período es muy corto, ya que no permite conocer la experiencia reproductiva completa de ninguna cohorte. Por lo tanto, hace falta hacer supuestos sobre la fecundidad anterior a 1950.



Además, en Costa Rica, como en la mayoría de los países, sólo se dispone de datos transversales; entonces, en base a estos datos se tiene que llegar a estimaciones de la fecundidad para las diferentes cohortes. En la siguiente sección de este capítulo, se mostrará cómo se puede efectuar esta transformación.

Parece importante transcribir en este momento las conclusiones sobre el uso de estos procedimientos, a las que han llegado las Naciones Unidas. El grupo Ad Hoc de Expertos sobre Proyecciones de Población en 1977, "fue de la opinión de que la Secretaría de las Naciones Unidas no debería encargarse de elaborar y consumir tiempo en estudios diseñados para aplicar el método de fecundidad de cohortes para proyectar la fecundidad excepto, quizás, para un número limitado de países donde los patrones de conducta reproductiva, así como de matrimonios y divorcios, tiendan a cambiar radicalmente y en los que existan datos satisfactorios".

Dado que los calendarios reproductivos han cambiado radicalmente en Costa Rica, como se pudo observar en el capítulo anterior, se es de la opinión que un estudio diseñado para aplicar el método de fecundidad de cohortes para proyectar la fecundidad, vale la pena.

### **3.2 Estimaciones de las tasas de fecundidad longitudinales**

#### **3.2.1 Los datos básicos**

Como se ha dicho en la sección anterior, se necesita, para poder obtener tasas de fecundidad por cohortes, disponer del número de nacimientos ocurridos cada año según el año de nacimiento de la madre.

En el caso de Costa Rica, como en la mayoría de los países, las estadísticas vitales suministran solamente el número de nacimientos según edad de la madre en años cumplidos, sin distinguir la generación a que las mujeres pertenecen, implicando que las tasas de fecundidad que se calculan en base a estos datos son de tipo transversal.

Sin embargo, aquí se mostrará que sí es posible transformar las tasas transversales en (aproximaciones) de tasas longitudinales.

Ya que las tasas de fecundidad fueron estimadas para grupos quinquenales de edad de las mujeres, éstas serán los datos básicos sobre los cuales se efectuaron las transformaciones.

Las tasas que fueron utilizadas como datos básicos son las mismas presentadas en el capítulo anterior para el período 1950-1982. Sin embargo, como hemos indicado anteriormente, para efectuar un análisis longitudinal se debe disponer de datos de un período más largo, para lo cual fue necesario estimar las tasas de fecundidad para los años anteriores a 1950.

En el período anterior a 1950 parece que la tasa global de fecundidad no ha cambiado mucho, según puede verse en diferentes fuentes de la literatura pertinente. Rosero ha calculado las tasas de fecundidad matrimonial y las tasas de fecundidad general, para el período 1910-1982 y, aunque las tasas no eran constantes, tampoco cambiaron mucho en el período 1910-1950 (Rosero: 1983).

Para obtener las tasas de fecundidad por edades se siguió el trabajo de Rosero. Lo que se hizo fue lo siguiente: Primero, se tomaron las tasas de la fecundidad para el período 1950-1954 y la TGF para este período y se calculó la estructura de la fecundidad en ese período. Se supuso que esa estructura no ha cambiado en los años anteriores a 1950. Segundo, se supuso que lo que ha cambiado es el nivel y éste se estimó a través del cambio de las tasas de fecundidad generales, y la relación estimada entre tales tasas y la tasa global de fecundidad. Entonces lo único que hubo que hacer fue calcular el factor de diferencia entre la TGF de 1950-1954 y cada año antes de este período, y multiplicar las tasas de fecundidad por este factor. Así, se obtuvieron las tasas de fecundidad y la TGF para cada año antes de 1950, las cuales se presentan en el cuadro 3.1

Cuadro 3.1 COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD (POR CADA MUJER); TASA GLOBAL DE FECUNDIDAD; EDAD MEDIA DE TENER HIJOS Y LA FECUNDIDAD GENERAL CORRESPONDIENTE. 1910-1949

| Años | Grupos de edades |       |       |       |       |       |       | tgf   | m      | fg    |
|------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
|      | 15-19            | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 |       |        |       |
| 1910 | 0.116            | 0.326 | 0.323 | 0.255 | 0.198 | 0.081 | 0.015 | 6.553 | 29.001 | 203.5 |
| 1911 | 0.121            | 0.340 | 0.337 | 0.266 | 0.207 | 0.084 | 0.015 | 6.836 | 29.001 | 212.3 |
| 1912 | 0.120            | 0.336 | 0.333 | 0.263 | 0.204 | 0.084 | 0.015 | 6.768 | 29.001 | 210.2 |
| 1913 | 0.121            | 0.338 | 0.335 | 0.265 | 0.206 | 0.084 | 0.015 | 6.810 | 29.001 | 211.5 |
| 1914 | 0.124            | 0.347 | 0.344 | 0.271 | 0.211 | 0.086 | 0.016 | 6.984 | 29.001 | 216.9 |
| 1915 | 0.122            | 0.342 | 0.339 | 0.267 | 0.208 | 0.085 | 0.015 | 6.875 | 29.001 | 213.5 |
| 1916 | 0.117            | 0.328 | 0.325 | 0.256 | 0.199 | 0.081 | 0.015 | 6.595 | 29.001 | 204.8 |
| 1917 | 0.120            | 0.336 | 0.333 | 0.263 | 0.204 | 0.084 | 0.015 | 6.762 | 29.001 | 210.0 |
| 1918 | 0.115            | 0.324 | 0.321 | 0.253 | 0.197 | 0.081 | 0.015 | 6.521 | 29.001 | 202.5 |
| 1919 | 0.105            | 0.294 | 0.292 | 0.230 | 0.179 | 0.073 | 0.013 | 5.918 | 29.001 | 183.8 |
| 1920 | 0.109            | 0.307 | 0.304 | 0.240 | 0.187 | 0.076 | 0.014 | 6.179 | 29.001 | 191.9 |
| 1921 | 0.109            | 0.305 | 0.302 | 0.238 | 0.185 | 0.076 | 0.014 | 6.131 | 29.001 | 190.4 |
| 1922 | 0.110            | 0.308 | 0.305 | 0.241 | 0.187 | 0.077 | 0.014 | 6.195 | 29.001 | 192.4 |
| 1923 | 0.110            | 0.308 | 0.305 | 0.240 | 0.187 | 0.076 | 0.014 | 6.189 | 29.001 | 192.2 |
| 1924 | 0.112            | 0.313 | 0.311 | 0.245 | 0.190 | 0.078 | 0.014 | 6.305 | 29.001 | 195.6 |
| 1925 | 0.112            | 0.314 | 0.311 | 0.245 | 0.191 | 0.078 | 0.014 | 6.311 | 29.001 | 196.0 |
| 1926 | 0.120            | 0.337 | 0.334 | 0.263 | 0.205 | 0.084 | 0.015 | 6.781 | 29.001 | 210.6 |
| 1927 | 0.121            | 0.339 | 0.336 | 0.265 | 0.206 | 0.084 | 0.015 | 6.817 | 29.001 | 211.7 |
| 1928 | 0.121            | 0.339 | 0.336 | 0.265 | 0.206 | 0.084 | 0.015 | 6.830 | 29.001 | 212.1 |
| 1929 | 0.122            | 0.341 | 0.338 | 0.267 | 0.207 | 0.085 | 0.015 | 6.865 | 29.001 | 213.2 |
| 1930 | 0.119            | 0.334 | 0.331 | 0.261 | 0.203 | 0.083 | 0.015 | 6.727 | 29.001 | 208.9 |
| 1931 | 0.118            | 0.330 | 0.328 | 0.258 | 0.201 | 0.082 | 0.015 | 6.649 | 29.001 | 206.5 |
| 1932 | 0.114            | 0.321 | 0.318 | 0.251 | 0.195 | 0.080 | 0.014 | 6.453 | 29.001 | 200.4 |
| 1933 | 0.111            | 0.312 | 0.309 | 0.244 | 0.190 | 0.078 | 0.014 | 6.279 | 29.001 | 195.0 |
| 1934 | 0.110            | 0.308 | 0.305 | 0.241 | 0.187 | 0.077 | 0.014 | 6.195 | 29.001 | 192.4 |
| 1935 | 0.112            | 0.314 | 0.311 | 0.245 | 0.191 | 0.078 | 0.014 | 6.321 | 29.001 | 196.3 |
| 1936 | 0.111            | 0.313 | 0.310 | 0.244 | 0.190 | 0.078 | 0.014 | 6.295 | 29.001 | 195.5 |
| 1937 | 0.110            | 0.308 | 0.305 | 0.241 | 0.187 | 0.077 | 0.014 | 6.195 | 29.001 | 192.4 |
| 1938 | 0.111            | 0.312 | 0.310 | 0.244 | 0.190 | 0.078 | 0.014 | 6.285 | 29.001 | 195.2 |
| 1939 | 0.109            | 0.307 | 0.304 | 0.240 | 0.186 | 0.076 | 0.014 | 6.170 | 29.001 | 191.6 |
| 1940 | 0.110            | 0.308 | 0.305 | 0.241 | 0.187 | 0.077 | 0.014 | 6.199 | 29.001 | 192.5 |
| 1941 | 0.110            | 0.310 | 0.307 | 0.242 | 0.188 | 0.077 | 0.014 | 6.237 | 29.001 | 193.7 |
| 1942 | 0.106            | 0.297 | 0.294 | 0.232 | 0.181 | 0.074 | 0.013 | 5.976 | 29.001 | 185.6 |
| 1943 | 0.111            | 0.313 | 0.310 | 0.244 | 0.190 | 0.078 | 0.014 | 6.292 | 29.001 | 195.4 |
| 1944 | 0.107            | 0.299 | 0.297 | 0.234 | 0.182 | 0.074 | 0.013 | 6.025 | 29.001 | 187.1 |
| 1945 | 0.114            | 0.321 | 0.318 | 0.251 | 0.195 | 0.080 | 0.014 | 6.456 | 29.001 | 200.5 |
| 1946 | 0.109            | 0.307 | 0.305 | 0.240 | 0.187 | 0.076 | 0.014 | 6.182 | 29.001 | 192.0 |
| 1947 | 0.109            | 0.306 | 0.304 | 0.239 | 0.186 | 0.076 | 0.014 | 6.166 | 29.001 | 191.5 |
| 1948 | 0.108            | 0.303 | 0.301 | 0.237 | 0.184 | 0.075 | 0.014 | 6.105 | 29.001 | 189.6 |
| 1949 | 0.107            | 0.300 | 0.297 | 0.234 | 0.182 | 0.074 | 0.013 | 6.031 | 29.001 | 187.3 |

### 3.2.2 La transformación de tasas transversales en longitudinales

Aquí se describirá cómo se obtienen tasas por cohortes a partir de tasas transversales. Dado que se trabajará con tasas por edades detalladas, el primer paso consiste en describir la estructura de la fecundidad por grupos quinquenales de edades con una función matemática, que permite obtener aquellas.

Para tal descripción se utilizó, otra vez, la función "biológica modificada" propuesta por Bocaz, (Bocaz: 1981) ya que esta función resulta dar mejores resultados (véase parte II. capítulos 5 y 8).

Los pasos de la transformación de las tasas transversales de la fecundidad en tasas longitudinales, son los siguientes:

1) Se supone que la fecundidad acumulada  $F(x)$  se comporta con la edad en cada año según la función biológica modificada de la forma siguiente:

$$F(x) = \frac{TGF}{1 + e^a + b \ln(1/p_x - 1) + c \ln p_x + d \cdot e^{mp_x}}$$

donde:

$F(x)$  = la fecundidad acumulada a la edad  $x$  ( $15 < x < 50$ )

TGF = la tasa global de fecundidad, o  $F(50)$

$p_x$  =  $(x - \alpha) / (w - \alpha)$

$\alpha$  = edad inicial;  $w$  = edad final (en ese caso  $\alpha = 15$ ;  $w = 50$ )

$a, b, c, d$  = son parámetros

$m$  = una variable cuyo valor se establece exógenamente a través de un proceso iterativo de estimación.

Los coeficientes  $a, b, c, d$ , se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Y(x) &= \ln(\text{TGF}/F(x) - 1) \\ &= a + b \ln(1/p_x - 1) + c \ln p_x + d e^{m p x} \end{aligned}$$

Como  $m$  es una variable constante para cada año, se puede escribir la función de manera lineal con las variables controladas -las funciones de edad- estandarizadas. Así, la función toma la forma:

$$Y(x) = a + b x_2 + c x_3 + d x_4$$

que permite usar el principio de mínimos cuadrados para la determinación aproximada de los parámetros. En efecto, el modelo bilogístico modificado puede escribirse como:

$$z_1 = \beta z_2 + \beta z_3 + \beta z_4$$

determinándose los coeficientes "beta" por la relación

$$\beta = R^{-1} r_1$$

siendo (R) la matriz de correlación de las variables controladas (función de edad)

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{23} & r_{24} \\ r_{23} & 1 & r_{34} \\ r_{24} & r_{34} & 1 \end{bmatrix} \quad r_1 = \begin{bmatrix} r_{12} \\ r_{13} \\ r_{14} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_{12} \\ \beta_{13} \\ \beta_{14} \end{bmatrix}$$

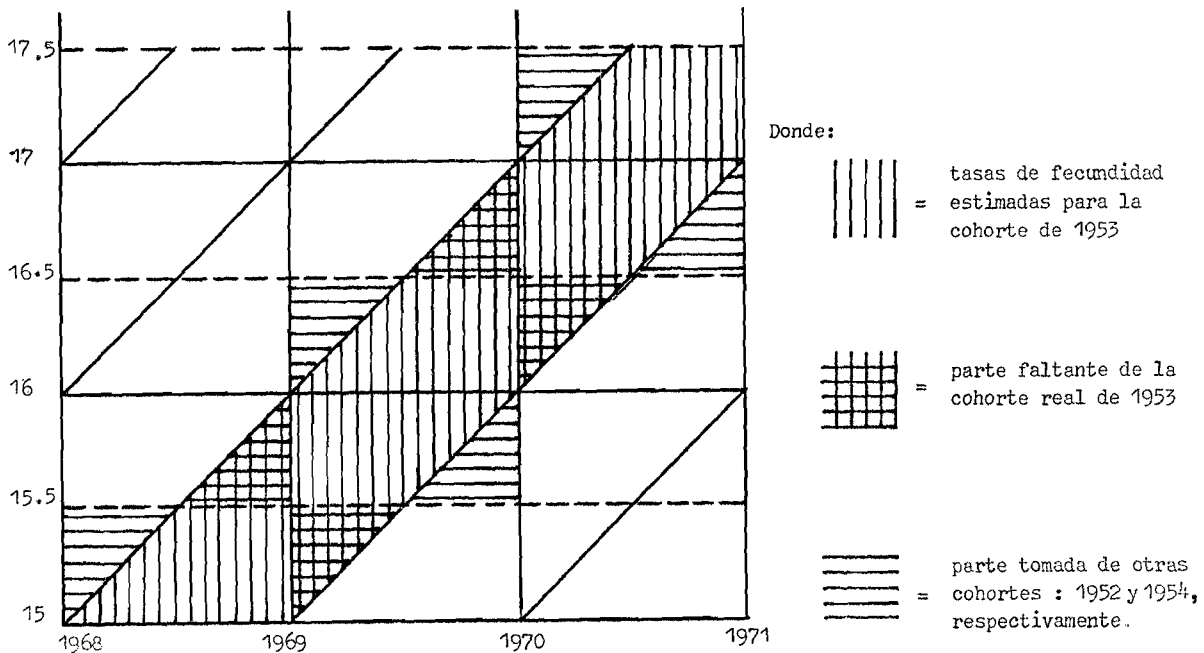
Una vez establecidos estos parámetros, queda determinada la función bilogística modificada y, por lo tanto, la fecundidad acumulada (ajustada) para cualquier edad.

2) Con la descripción de la curva de la fecundidad acumulada para cada año calendario entre 1910 y 1982, queda determinada la  $F(x)$  para cada edad  $x$ , y por lo tanto se puede obtener cualquier tasa de fecundidad.

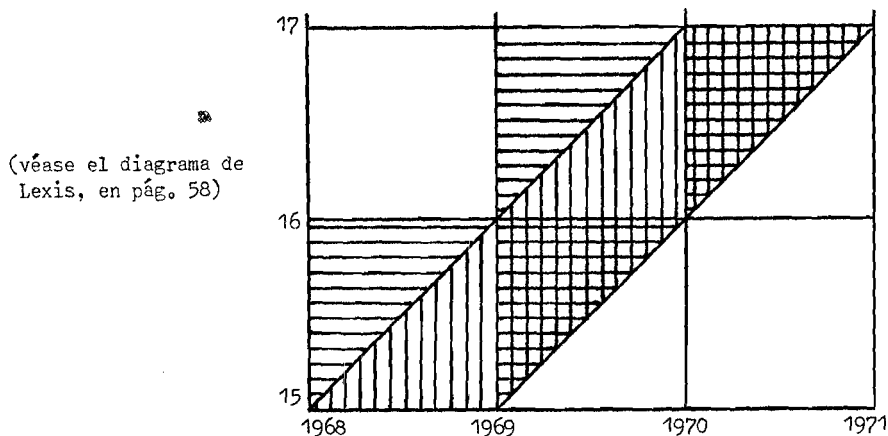
Aquí se calcularon las tasas de fecundidad por edades "medias" (es decir la tasa de fecundidad para el grupo de edad  $x - .5, x + .5$ ), mediante la resta de  $F(x + 0.5)$  y  $F(x - 0.5)$ . Por ejemplo:

$$0,5f_{15} = F_{15.5} - F_{15} \quad (F_{15} = 0), \quad 1f_{15.5} = F_{16.5} - F_{15.5}$$

Se utilizaron estas tasas de fecundidad por edades medias, porque se supone que con ellas se obtiene una mejor aproximación de las tasas de fecundidad por cohortes. El motivo de este procedimiento se explica en el siguiente diagrama de Lexis:



Obviamente, también se podrían haber tomado tasas de fecundidad por edades simples, pero así es más difícil encontrar una buena aproximación de las tasas de fecundidad por cohortes. Ello se comprueba fácilmente con un diagrama de Lexis.



Así, se están mezclando la fecundidad de dos cohortes para representar las tasas de una cohorte <sup>13/</sup>.

Usando tasas por edades simples, se está tomando 1/2 parte de la fecundidad en una tasa transversal de otra cohorte en la representación de una tasa por cohortes. Por otra parte como se puede observar en el primer diagrama de Lexis, si se trabaja con tasas por edades medias, solamente se están tomando (2x) 1/8 parte de la fecundidad en una tasa transversal de otras dos cohortes en la representación de una tasa por cohorte.

La suposición es que el error cometido al mezclar partes de la fecundidad experimentada por varias cohortes en la estimación de la fecundidad por una cohorte es desechable. Ahora, la mezcla es de tres cohortes sucesivas, en donde la cohorte central es la que se quiere representar. Como

---

<sup>13/</sup> Hay otras posibles maneras para aproximar las tasas longitudinales. Si se fuera a tomar, por ejemplo, la fecundidad para cada décima parte de una edad y así, utilizando factores de separación, calcular la tasa longitudinal correspondiente, es obvio que el error cometido sería menor. Sin embargo, desde un punto de vista de simplicidad, ese método no es preferible.

son tasas de fecundidad, se ha excluido el efecto que pueden tener diferentes estructuras de población femenina. La parte tomada de una cohorte diferente (cada vez 1/8 parte del cuadro pequeño) se supone que corresponde a la misma parte que se pierde un año anterior o un año después; o sea, son intercambiables.

3) La transformación de las tasas de fecundidad específicas transversales en tasas específicas por cohortes se hace fácilmente suponiendo que

$${}_{15}f^a, f^{a+1}_{15.5}, f^{a+2}_{16.5}, \dots, f^{a+34}_{48.5}, f^{a+35}_{49.5}, {}_{50}f^{a+36}$$

representa las tasas específicas de la cohorte de las mujeres que nacieron hace  $a-15$  años.

Con esta información puede calcularse la fecundidad acumulada por cada edad media en cada cohorte de mujeres y, naturalmente, la tasa final de fecundidad (TFF), o sea, la descendencia final.

En el anexo 3 se presentan todas las estimaciones de la fecundidad acumulada para cada edad desde la cohorte de 1895 hasta la de 1967. (Sin embargo, sólo los datos por encima de la línea de trazos escalonada representan tales estimaciones. La forma en que se han obtenido los datos por bajo de esta línea, se explicará en el párrafo siguiente.

En el cuadro 3.2 se presentan las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad de las cohortes de las mujeres nacidas entre 1895-1932. Estas tasas fueron estimadas tomando el promedio de la fecundidad acumulada de las edades medias alrededor de las edades múltiples de cinco. Se observa que todas las cohortes tienen una fecundidad final parecida (más o menos 6.5 hijos por mujer). Llama la atención que aunque la tasa global de fecundidad del período 1957-1963 fue mayor que 7 hijos, ninguna cohorte tuvo una descendencia final tan alta. La cohorte de 1927 fue la que presentó la fecundidad más alta, con 6.72 hijos por mujer. Por su parte, las mujeres que cumplieron 50 años en 1982, o sea la cohorte de 1932, habían tenido aún 6.4 hijos, mientras que en este año la tasa global de fecundidad resultaba ser menor a 3.5 hijos por mujer.



Cuadro 3.2 COSTA RICA: TASAS DE LA FECUNDIDAD MEDIA AL TENER HIJOS; LA DESVIACION ESTANDAR; COHORTES 1895-1932

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | TFF   | m      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1895 | 0.124 | 0.317 | 0.305 | 0.275 | 0.181 | 0.081 | 0.014 | 6.489 | 28.953 | 6.969 |
| 1896 | 0.123 | 0.311 | 0.309 | 0.277 | 0.179 | 0.081 | 0.014 | 6.464 | 28.970 | 6.949 |
| 1897 | 0.121 | 0.306 | 0.315 | 0.275 | 0.177 | 0.080 | 0.014 | 6.441 | 28.988 | 6.925 |
| 1898 | 0.120 | 0.302 | 0.321 | 0.272 | 0.176 | 0.080 | 0.014 | 6.424 | 29.002 | 6.903 |
| 1899 | 0.118 | 0.303 | 0.327 | 0.267 | 0.176 | 0.080 | 0.014 | 6.414 | 29.015 | 6.882 |
| 1900 | 0.112 | 0.306 | 0.332 | 0.262 | 0.176 | 0.080 | 0.014 | 6.409 | 28.996 | 6.870 |
| 1901 | 0.111 | 0.310 | 0.334 | 0.259 | 0.175 | 0.080 | 0.014 | 6.410 | 28.975 | 6.864 |
| 1902 | 0.110 | 0.316 | 0.331 | 0.256 | 0.174 | 0.080 | 0.014 | 6.412 | 28.942 | 6.862 |
| 1903 | 0.111 | 0.322 | 0.327 | 0.255 | 0.174 | 0.080 | 0.013 | 6.415 | 28.897 | 6.875 |
| 1904 | 0.111 | 0.328 | 0.321 | 0.255 | 0.173 | 0.080 | 0.014 | 6.417 | 28.885 | 6.890 |
| 1905 | 0.112 | 0.333 | 0.316 | 0.255 | 0.174 | 0.080 | 0.015 | 6.417 | 28.862 | 6.919 |
| 1906 | 0.115 | 0.334 | 0.312 | 0.254 | 0.174 | 0.080 | 0.015 | 6.413 | 28.844 | 6.957 |
| 1907 | 0.118 | 0.331 | 0.308 | 0.253 | 0.174 | 0.082 | 0.015 | 6.407 | 28.846 | 6.995 |
| 1908 | 0.121 | 0.326 | 0.307 | 0.252 | 0.174 | 0.084 | 0.015 | 6.396 | 28.875 | 7.028 |
| 1909 | 0.122 | 0.320 | 0.307 | 0.251 | 0.174 | 0.087 | 0.015 | 6.380 | 28.917 | 7.057 |
| 1910 | 0.122 | 0.315 | 0.306 | 0.251 | 0.174 | 0.088 | 0.016 | 6.365 | 28.974 | 7.080 |
| 1911 | 0.121 | 0.311 | 0.305 | 0.252 | 0.176 | 0.089 | 0.016 | 6.352 | 29.037 | 7.091 |
| 1912 | 0.119 | 0.309 | 0.304 | 0.253 | 0.179 | 0.089 | 0.016 | 6.345 | 29.087 | 7.099 |
| 1913 | 0.117 | 0.308 | 0.303 | 0.253 | 0.182 | 0.090 | 0.016 | 6.344 | 29.136 | 7.098 |
| 1914 | 0.114 | 0.307 | 0.303 | 0.252 | 0.187 | 0.090 | 0.016 | 6.348 | 29.186 | 7.093 |
| 1915 | 0.113 | 0.307 | 0.303 | 0.253 | 0.190 | 0.091 | 0.016 | 6.360 | 29.228 | 7.090 |
| 1916 | 0.113 | 0.306 | 0.304 | 0.254 | 0.191 | 0.091 | 0.016 | 6.380 | 29.276 | 7.089 |
| 1917 | 0.112 | 0.305 | 0.305 | 0.258 | 0.193 | 0.092 | 0.016 | 6.405 | 29.304 | 7.093 |
| 1918 | 0.112 | 0.304 | 0.305 | 0.262 | 0.194 | 0.094 | 0.016 | 6.435 | 29.340 | 7.091 |
| 1919 | 0.112 | 0.303 | 0.304 | 0.268 | 0.195 | 0.096 | 0.015 | 6.469 | 29.359 | 7.093 |
| 1920 | 0.112 | 0.303 | 0.305 | 0.273 | 0.197 | 0.097 | 0.015 | 6.505 | 29.388 | 7.073 |
| 1921 | 0.111 | 0.304 | 0.306 | 0.276 | 0.201 | 0.097 | 0.014 | 6.543 | 29.413 | 7.037 |
| 1922 | 0.110 | 0.305 | 0.310 | 0.279 | 0.205 | 0.095 | 0.013 | 6.584 | 29.423 | 7.000 |
| 1923 | 0.110 | 0.305 | 0.316 | 0.281 | 0.209 | 0.092 | 0.012 | 6.627 | 29.415 | 6.951 |
| 1924 | 0.110 | 0.304 | 0.323 | 0.284 | 0.212 | 0.089 | 0.012 | 6.667 | 29.381 | 6.901 |
| 1925 | 0.111 | 0.303 | 0.330 | 0.289 | 0.210 | 0.086 | 0.011 | 6.699 | 29.325 | 6.845 |
| 1926 | 0.112 | 0.305 | 0.335 | 0.294 | 0.206 | 0.081 | 0.011 | 6.718 | 29.237 | 6.785 |
| 1927 | 0.112 | 0.310 | 0.339 | 0.297 | 0.201 | 0.076 | 0.010 | 6.720 | 29.143 | 6.708 |
| 1928 | 0.111 | 0.315 | 0.342 | 0.299 | 0.195 | 0.070 | 0.009 | 6.700 | 29.001 | 6.626 |
| 1929 | 0.109 | 0.322 | 0.344 | 0.298 | 0.186 | 0.064 | 0.007 | 6.658 | 28.834 | 6.533 |
| 1930 | 0.110 | 0.328 | 0.348 | 0.292 | 0.176 | 0.059 | 0.006 | 6.597 | 28.639 | 6.449 |
| 1931 | 0.112 | 0.334 | 0.349 | 0.286 | 0.164 | 0.053 | 0.006 | 6.513 | 28.421 | 6.367 |
| 1932 | 0.115 | 0.339 | 0.348 | 0.278 | 0.150 | 0.047 | 0.006 | 6.407 | 28.192 | 6.298 |

### 3.3 Estimación del tamaño final de la familia a partir de la fecundidad acumulada e incompleta disponible para cada una de las cohortes

#### 3.1.1 Extrapolación de la fecundidad acumulada incompleta

El método utilizado para hacer las estimaciones se basó, en parte, en un artículo de Jean Bourgeois-Pichat llamado "Consecuencias económicas y sociales de las tendencias demográficas en Europa hasta el año 2000 y en fechas posteriores" (Bourgeois-Pichat: 1976). Este autor, con el propósito de realizar un análisis longitudinal de la fecundidad de Francia entre 1860-1980, estimaba el tamaño final de la familia de las cohortes que en 1975 no habían concluido su vida fértil, basándose en el comportamiento de la fecundidad acumulada, o descendencia por encima de las edades exactas 15, 20, 25, ..., 45 años, experimentada por las cohortes de mujeres nacidas entre 1915 y 1926.

En el caso de Costa Rica, los datos se extienden hasta 1982. Si se supone que el número de nacimientos por ocurrir correspondientes a mujeres de más de 50 años de edad es insignificante, la cohorte más joven que ha tenido su descendencia final en 1982, es la que alcanza la edad de 50 años en 1982, o sea la cohorte nacida en 1932.

Las cohortes nacidas poco después de 1932 ya casi han cumplido su vida reproductiva y, la fracción de la descendencia final faltante puede estimarse a través de una extrapolación. La dificultad reside en saber hasta dónde es posible llegar con esa clase de estimación y cuál es el mejor método que se puede emplear para tal fin.

Cuando se observan las tasas de fecundidad por encima de 35.5 años de edad, se sabe que esa parte de la vida reproductiva no contribuye mucho a la descendencia final. Hasta los 35.5 años, casi siempre un 90 por ciento de la descendencia final ya se ha dado en las cohortes. Con esa información, se supone que es posible, dentro de pequeños márgenes de error, hacer extrapolaciones.

Las extrapolaciones se hicieron a través de una regresión lineal en las 5 cohortes anteriores, entre las edades  $x$  y  $x+1$ . Como se dispone de la información sobre la edad  $x$ , se puede estimar la fecundidad acumulada para  $x+1$  a través de la información obtenida de tal regresión lineal. Tomando la cohorte de 1945, por ejemplo, la última edad para la que se conoce la fecundidad cumplida es 37.5. Lo que se hace es calcular los factores de diferencia entre 37.5 y 38.5 para las 5 cohortes anteriores, o sea las cohortes de 1940 hasta 1944. De esta manera se puede hacer una regresión lineal, y con la información del comportamiento de la línea recta, puede calcularse la fecundidad estimada para 38.5 años de edad en la cohorte de 1945.

Con un margen de error algo más grande, se puede extender la extrapolación hasta la cohorte de 1955, es decir extrapolar la fecundidad por encima de 27.5 años de edad de las cohortes anteriores. Antes de poder aceptar los resultados de esta extrapolación se requiere, sin embargo, un mayor análisis.

### 3.3.2 Verificación de la extrapolación de manera gráfica

Para verificar si los resultados de la extrapolación de la fecundidad acumulada incompleta -especialmente los que corresponden a las cohortes de 1947 a 1955- fueron aceptables, se les comparó gráficamente con la tendencia de la fecundidad transversal por encima de la edad  $x$ , siguiendo la idea propuesta por Bourgeois-Pichat.

Como ya se ha mencionado, existe una relación muy sencilla entre la tasa de la fecundidad total medida de manera transversal y la descendencia final de una generación cuando el calendario de formación de la familia se mantiene constante de una generación a otra; la curva de la Tasa Global de Fecundidad coincide por lo tanto con la curva de la Tasa Final de Fecundidad. No obstante, también se ha señalado que ese es un caso teórico y nunca se presentará esa situación, porque siempre hay cambios en el "calendario", por una u otra razón. Sin embargo, en situaciones relativamente

estables, las curvas pueden mostrar gran similitud cuando están traspasando la curva de la TGF por un intervalo igual a la edad media al tener hijos. La relación entre la descendencia final y la tasa global de fecundidad puede aplicarse también relacionando la descendencia por encima de cierta edad  $x$ . Solamente variará la magnitud del intervalo. Este intervalo es aproximadamente igual a la edad media al tener hijos entre la edad  $x$  y 50. Así, se encontró que para la fecundidad por encima de 20.5 años este intervalo fue aproximadamente 30 años, y para la fecundidad por encima de 40.5 años tal intervalo fue de 43 años.

En los gráficos 3.1 a, b y c, se presentan las relaciones supuestas. Los efectos de las variaciones cronológicas disminuyen visiblemente a medida que se consideran grupos de mayores edades. La línea continua representan la tasa de fecundidad total después de los  $x$  años traspuesta al intervalo respectivo. La línea punteada representa la descendencia final después de los  $x$  años.

En los gráficos se señala con | | la parte extrapolada. En el gráfico 3.1 a. se ven que estos trazos se fijaron para las cohortes desde 1932 hasta 1937 para la fecundidad final después de los 45.5 años de edad. Gráficamente, parece que se hizo la extrapolación después 45.5 años para cada cohorte, pero en realidad se extrapoló la fecundidad para cada cohorte después de la última edad conocida.

Así, se siguió extrapolando cada cohorte un año más en el tiempo, hasta la cohorte de 1955. La línea punteada que puede observarse en los gráficos después de los trazos -por ejemplo para la curva de la descendencia final después de los 35.5 años- es el resultado de siguientes extrapolaciones.

Es obvio, viendo los gráficos, que este método de extrapolar es bastante conservador, en el sentido de que la descendencia por encima de la edad  $x$ , casi no cambia después de la cohorte de 1950 para las edades más avanzadas. Esto se puede comprobar también en los porcentajes de la fecundidad acumulada a la edad  $x$  en el total (supuesto). (Véase gráfico 3.2).

Gráfico 3.1A: COSTA RICA. DESCENDENCIA FINAL POR GENERACION MAS DE 40.5 AÑOS Y MAS DE 45.5 AÑOS

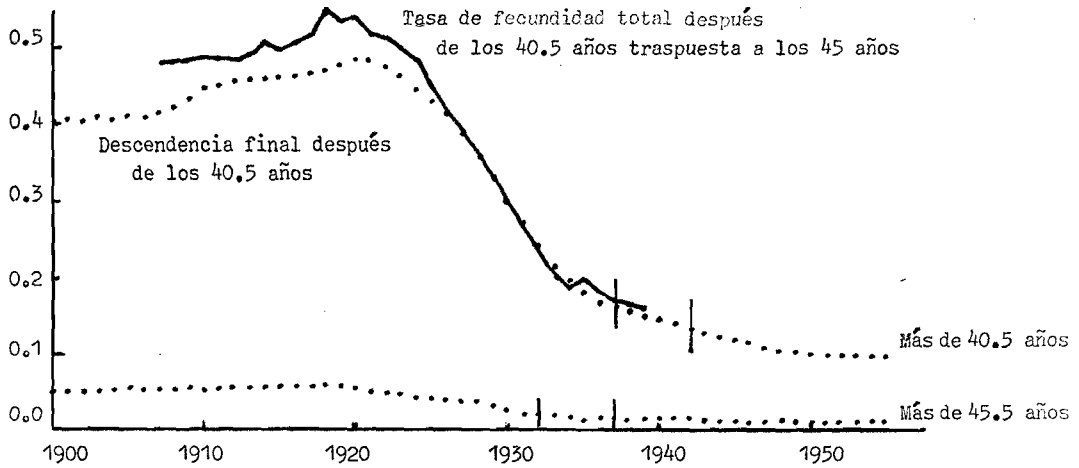


Gráfico 3.1B: MAS DE 30.5 AÑOS Y MAS DE 35.5 AÑOS

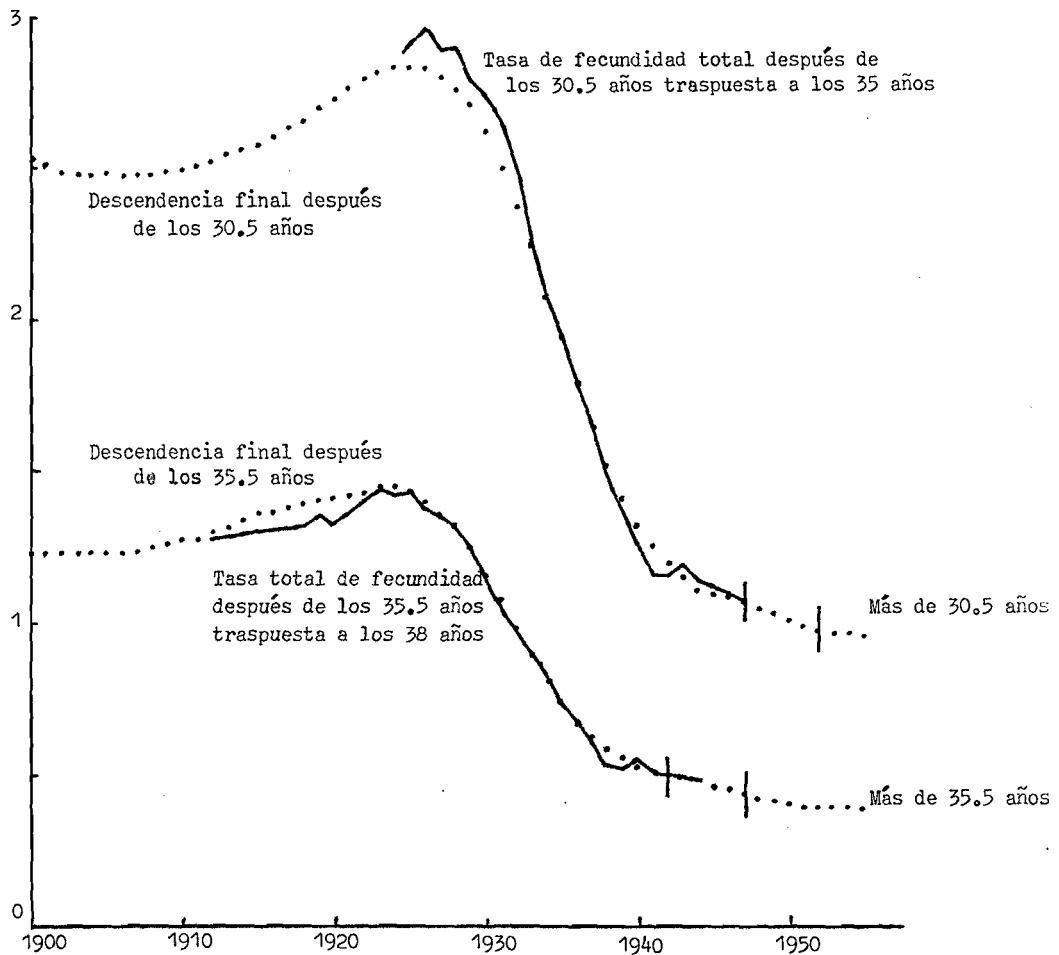


Gráfico 3.1C. COSTA RICA. DESCENDENCIA FINAL POR GENERACION MAS DE 20.5 AÑOS Y MAS DE 25.5 AÑOS

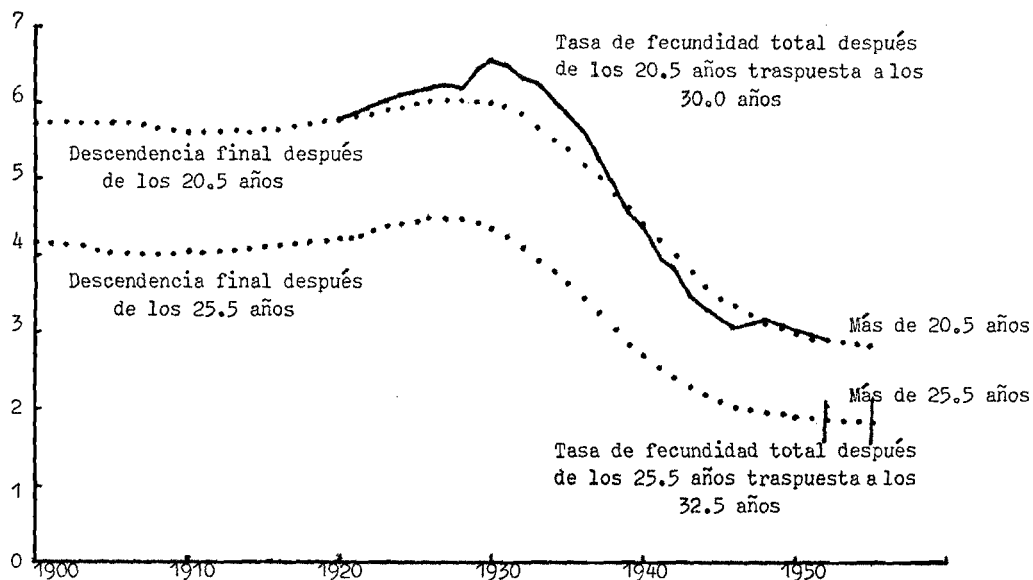
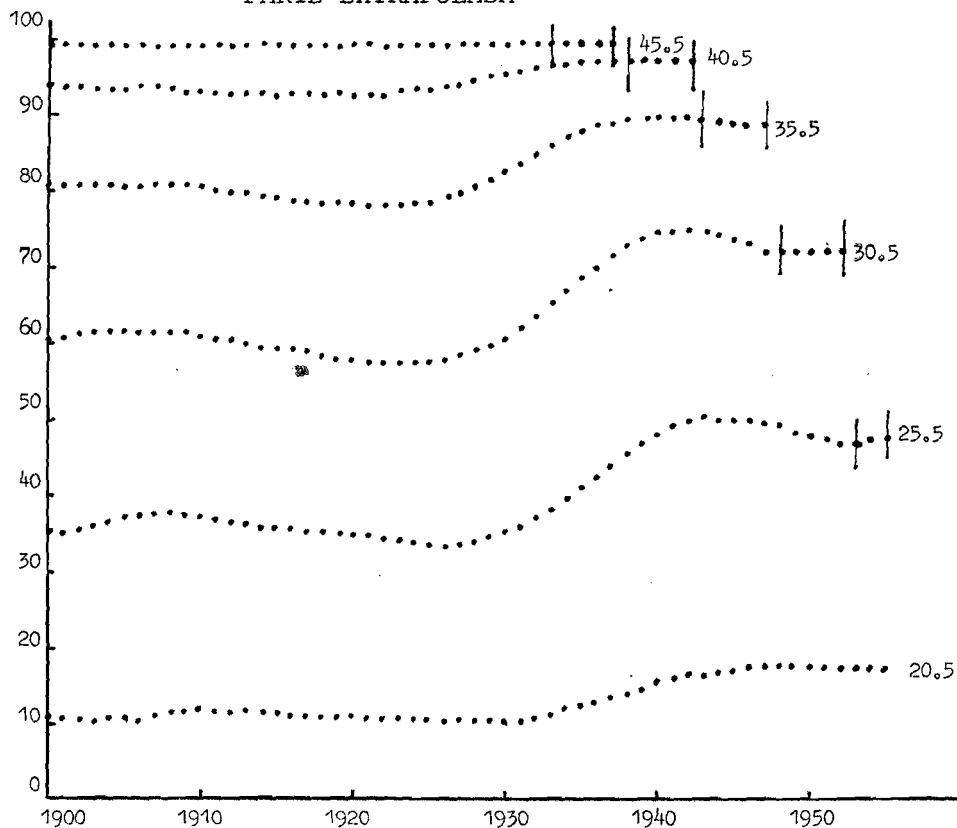


Gráfico 3.2. COSTA RICA. PORCENTAJES EN LA DESCENDENCIA FINAL PARA LAS EDADES 20.5...45.5 (COHORTES 1900-1955) Y PARTE EXTRAPOLADA



Cuadro 3.3 NUMERO MEDIO DE HIJOS VIVOS Y NUMERO DESEADO DE HIJOS EN LAS CUATRO ENCUESTAS (Mujeres en unión)

| Edad y duración de la unión | Urbano      |                |             |                | Rural       |                |             |                |
|-----------------------------|-------------|----------------|-------------|----------------|-------------|----------------|-------------|----------------|
|                             | 1964        |                | 1976        |                | 1969        |                | 1976        |                |
|                             | Hijos vivos | Total deseados | Hijos vivos | Total deseados | Hijos vivos | Total deseados | Hijos vivos | Total deseados |
| Total                       | 3.5         | 4.1            | 3.1         | 3.9            | 5.0         | 4.9            | 4.4         | 4.7            |
| 20-24                       | 1.8         | 3.7            | 1.3         | 3.2            | 2.4         | 4.2            | 1.7         | 3.5            |
| 25-29                       | 2.8         | 3.8            | 1.9         | 3.4            | 3.8         | 4.6            | 2.7         | 4.0            |
| 30-34                       | 3.6         | 4.2            | 2.9         | 3.8            | 5.4         | 5.0            | 4.3         | 4.8            |
| 35-39                       | 4.3         | 4.2            | 4.0         | 4.2            | 6.7         | 5.2            | 5.8         | 5.3            |
| 40-44                       | 4.6         | 4.4            | 4.8         | 4.6            | 6.7         | 5.3            | 7.2         | 5.7            |
| 45-49                       | 4.5         | 4.6            | 5.3         | 4.9            | 7.5         | 5.4            | 7.5         | 5.6            |

Fuente: Rodríguez, V., Rosero, L, Gómez, M., Determinantes de la fecundidad en Costa Rica; Análisis longitudinal de tres encuestas, pp. 48-51, Dirección Gral. de Estadística y Censos, Costa Rica; International Statistical Institute; World Fertility Survey, 1983.

Cuadro 3.4 COSTA RICA: TAMAÑO IDEAL DE LA FAMILIA

| Año aproximado de nacimiento | Edad en la encuesta | Encuesta   | Ideal (hijos) | Zona   |
|------------------------------|---------------------|------------|---------------|--------|
| 1930-1934                    | 30-34               | ENF - 1964 | 4.1           | urbana |
| 1935-1939                    | 30-34               | ENF - 1969 | 5.0           | rural  |
| 1935-1939                    | 25-29               | ENF - 1964 | 3.8           | urbana |
| 1940-1944                    | 20-24               | ENF - 1964 | 3.6           | urbana |
| 1940-1944                    | 25-29               | ENF - 1969 | 4.5           | rural  |
| 1945-1949                    | 20-24               | ENF - 1969 | 4.2           | rural  |
| 1951-1956                    | 20-24               | ENF - 1976 | 3.4           |        |
| 1956-1961                    | 10-24               | EPA - 1981 | 3.6           |        |
| 1961-1966                    | 15-19               | EPA - 1981 | 3.4           |        |

Fuente: Rodríguez, C., et.al.: Determinantes de...., op.cit., 1983





En el gráfico 3.2 puede observarse cómo la extrapolación para la descendencia final a los 25.5 años muestra un aumento del porcentaje en el total para esta edad. Esto se debe al hecho de que la extrapolación fue influida por los datos del período 1975-1978, que mostró un leve aumento en la TGF y la tasa del grupo de 20-24 años de edad.

### 3.3.3 Verificación de la extrapolación mediante la información sobre hijos tenidos e hijos deseados

En esta sección se trata de verificar la extrapolación mediante la información sobre los hijos tenidos e hijos deseados, es decir viendo cómo se comportan las diferencias entre la descendencia final estimada (extrapolada) y el número deseado de hijos (o tamaño ideal de la familia). Se supone que estas diferencias tienen que ser más o menos iguales (relativamente) para todas las cohortes, para que se justifique la extrapolación.

La Dirección General de Estadística y Censos de la República de Costa Rica ha llevado a cabo de tres encuestas de fecundidad -en los años 1964, 1969 y 1976 (Rodríguez et al. 1983). Además, existen datos obtenidos a través de dos encuestas sobre la prevalencia anticonceptiva efectuadas en 1978 y 1981 (Rosero: 1981). En estas encuestas se preguntó, entre otras, a las mujeres sobre el tamaño de la familia que consideraban como ideal o cuántos hijos deseaban tener.

A través de los datos provenientes de estas fuentes de información se construyeron los cuadros 3.3 y 3.4 en los que se pueden ver los ideales de las mujeres de diferentes grupos de cohortes.

Los datos de las encuestas 1964 y 1969 no se pueden usar mucho, porque son incompletos y no se tiene idea sobre el número deseado por toda la población en los diferentes grupos de edades; solamente pueden dar una pequeña indicación. Los datos de las encuestas de 1976, 1979 y 1981, son mejores en el sentido que permiten obtener alguna idea sobre el número deseado por todas las mujeres en determinados grupos de edades.

Sin embargo, antes de hacer especulaciones sobre la relación entre tamaño de la familia deseada y realizada, se requiere señalar aquí que en las encuestas no se usaron las mismas preguntas y tiene que estar claro qué es lo que realmente significa número de hijos deseados, tamaño ideal de la familia, o número esperado. Además, la mayoría de los datos disponibles solamente tratan sobre mujeres en unión.

En este estudio no hay espacio suficiente para investigar y contestar tales interrogantes. Sin embargo, consideradas estas limitaciones, es posible ver los datos como indicaciones sobre la fecundidad final esperada por diferentes cohortes y hacer comparaciones con los datos calculados por medio de extrapolación.

En 1976, la población de mujeres en unión de 20-24 años de edad en la zona rural tuvo 1.7 hijos vivos y la población del mismo grupo de edad en la zona urbana tuvo 1.3 hijos vivos. Los totales deseados por ambos grupos eran 3.5 y 3.2 respectivamente. En el año 1976 se estimó que el 49 por ciento de la población femenina de 20-24 años de edad vivía en la zona urbana (Boletín Demográfico No. 28: 1981). Aceptando que tal porcentaje urbano es el mismo para mujeres en unión, esta información nos permite suponer que: la población de mujeres en unión de 20-24 años de edad en 1976 tuvo 1.5 hijos vivos y deseó, como promedio 3.35 hijos. Las cohortes correspondientes a ese grupo de edad en 1976 eran las del período 1951-1956 y la fecundidad realizada fue en promedio 1.0 hijos y la fecundidad final estimada era en promedio 3.50 hijos para las cohortes de 1951-1956. Dado que a la fecha en ese grupo no todas las mujeres ya estaban unidas, puede explicarse la gran diferencia entre los hijos vivos en 1976 para ambas poblaciones. Por otra parte, el total de hijos deseados por las mujeres en unión es muy cercano al valor estimado de la fecundidad final.

Lo mismo se ha hecho para otros grupos de edades; para las cohortes de 1946-1951, la fecundidad se estima alrededor de 3.8 hijos para las mujeres de 25-29 años de edad en 1976, cifra también muy cercana al número de hijos deseados (alrededor de 3.7 hijos). La misma relación existe para

el grupo de 30-34 años de edad en 1976. El número total deseado para 4.3 en promedio y la extrapolación para las cohortes de 1941-1946 resultó en una fecundidad final de 4.5.

El grupo de 20-24 años de edad en 1981, reportó un ideal de 3.6 hijos. La fecundidad final para las cohortes de 1956-1961, que correspondieron con ese grupo de edad en 1981, se estimó en 3.4. La desviación debe ser el resultado de la extrapolación, que no se puede extender sobre tantas cohortes. Por otro lado, es el resultado de que, aparentemente, las mujeres de las cohortes 1956-1961 desean en promedio más hijos que las mujeres de las cohortes 1951-1956.

La visión final es que realmente los dos valores (número de hijos deseado por mujeres en unión y la fecundidad final estimada) son casi iguales, aunque la fecundidad estimada casi siempre está por encima del número de hijos deseados. Esto último puede ser explicado por el hecho que no se logrará efectivamente controlar la fecundidad, y/o puede ser el resultado de una fecundidad extramarital muy alta (lo que realmente está pasando en los últimos años <sup>14/</sup>).

Desde luego, según estos dos métodos de verificación se es de la opinión que el método de extrapolación, como ha sido presentado en este estudio sirve, en general, al propósito. Los resultados obtenidos aparentemente no desvían tanto en su comportamiento con los datos observados de la fecundidad acumulada por encima de edad (gráficos 3.a b, y c) y datos sobre el nivel que puede esperarse si las mujeres no cambiaran sobre sus ideas sobre el tamaño ideal de la familia. Así, se estima que la extrapolación está justificada hasta la cohorte de 1955.

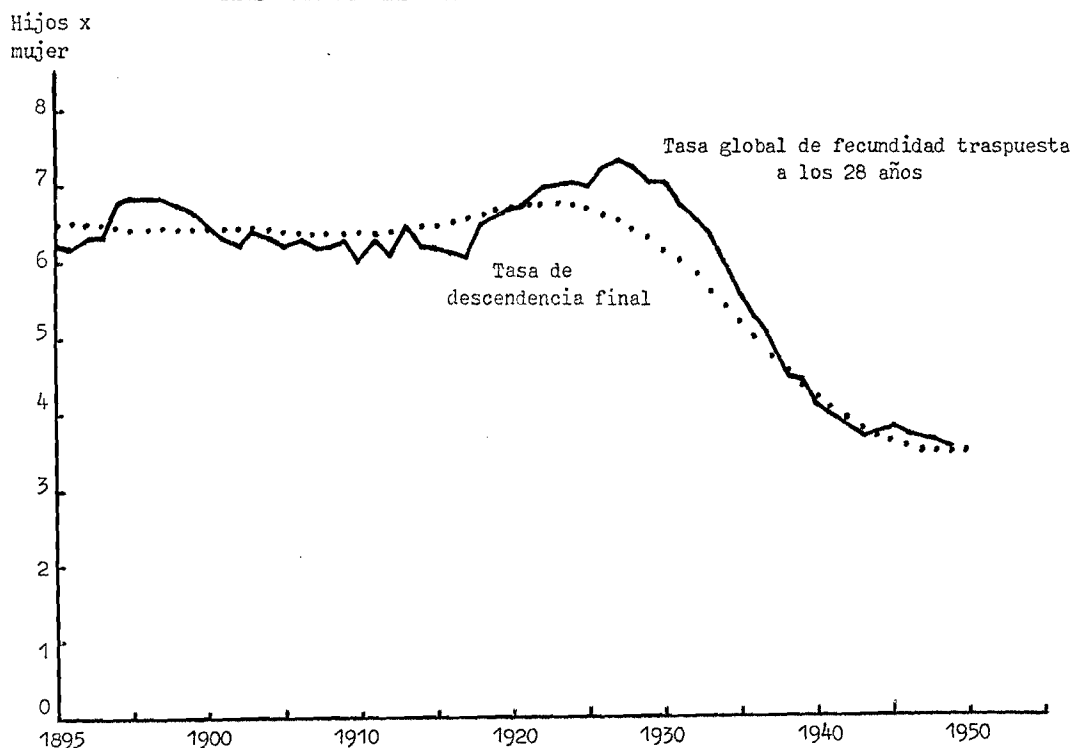
---

<sup>14/</sup> En su estudio "Determinantes de la fecundidad en Costa Rica", Rosero (1983) mostró muy claramente que la fecundidad extramarital no bajó después del año 1970, mientras que la fecundidad general bajó bastante. En 1970 las dos tasas eran 45.0 y 153.0 y en 1982, 46.6 y 120.0, respectivamente (tasas por mil)

3.3.4 Evolución de la tasa de fecundidad final estimada y proyectada de las cohortes de 1895-1955

La verificación de la extrapolación dio resultados aceptables, por lo cual se acepta este tipo de proyección. Las tasas de fecundidad final se presentanen el gráfico 3.3 para las cohortes de 1895-1955 conjuntamente con la evolución de la tasa global de fecundidad traspasado con 28 años (la edad media al tener hijos, en promedio en el período 1950-1982). La no coincidencia de las curvas en algunos momentos se debe al hecho que las mujeres continuamente cambiaron su calendario (por ejemplo en el período 1955-1960 casi todos los grupos de edades aumentaron considerablemente su fecundidad y eso no fue acompañado con un aumento tan fuerte en la descendencia final de las mujeres en tales grupos de edades).

Gráfico 3.3 COSTA RICA. TASAS GLOBALES DE FECUNDIDAD TRASPUESTAS A LOS 28 AÑOS (1922-1982) Y LA DESCENDENCIA FINAL PARA LAS COHORTES DE 1895 HASTA 1955



Se observa que el descenso de la fecundidad se inició a partir de la cohorte de 1930; además, se observa que las mujeres nacidas en 1954 tendrán una descendencia final igual a la Tasa Global de Fecundidad observada en el año 1982.

### 3.4 Proyección de la fecundidad para las cohortes de mujeres nacidas en el período desde 1955

#### 3.4.1 Proyección de las tasas finales de fecundidad

Para hacer la proyección de la fecundidad por cohortes hasta el año 2010, fue necesario estimar la fecundidad total de las cohortes que en 1982 no habían iniciado su vida fértil (cohortes de mujeres nacidas entre 1968 y 2010), pero además es necesario estimar la fecundidad total para las cohortes que aún no han concluido gran parte de su vida fértil (cohortes de 1956 hasta 1967). Esta proyección se hizo de acuerdo a la tendencia de la fecundidad final estimada para las mujeres nacidas entre 1895 y 1955, estableciéndose cuatro hipótesis para el comportamiento reproductivo de las cohortes. Dado que se conoce parcialmente la fecundidad de las cohortes de 1955-1967, se tiene que tomar en cuenta esas tasas.

Las tasas de fecundidad final extrapoladas en la sección anterior hasta para la cohorte de 1955, indican que la fecundidad permanecerá aproximadamente constante entre las cohortes de 1951 y 1955.

También, la información obtenida a través de las encuestas de la fecundidad, indica que es muy probable que dentro de las cohortes nacidas en la década de 1950 la tasa de fecundidad final no será muy distinta y es posible que las cohortes de 1956-1961 muestren una TFF mayor que las cohortes de 1951-1956.

Los mismos criterios que orientan la fijación de la dinámica futura de la fecundidad de las cohortes son, en gran parte, iguales a los utilizados en la proyección de la fecundidad según el análisis transversal,

utilizando en este caso la información sobre las tendencias de la fecundidad final en Costa Rica para las cohortes 1895-1955, y se consideran los siguientes supuestos:

- a) se supone que la fecundidad para las cohortes que recientemente han entrado en la vida fértil se mantiene más o menos constante.
- b) se supone que la fecundidad, finalmente, descenderá a un nivel de reemplazo, aunque no se sabe cuándo la Tasa Neta de Reproducción llegará a un valor de 1.

Desde la cohorte de 1955 se postulan diferentes hipótesis:

- a) Hipótesis "Constante". Es una hipótesis que tiene más un valor académico que un valor práctico; sin embargo, a corto plazo puede ser que esta hipótesis corresponda más a los niveles experimentados que las otras hipótesis.

Con esa hipótesis se supone que el comportamiento de las mujeres, estimado para los últimos años considerados, no variará. Si se toman en cuenta los últimos datos disponibles sobre el número de hijos deseados esa hipótesis no parece tan irreal. Como Rosero señala en su artículo sobre los determinantes socioeconómicos de la fecundidad en Costa Rica: "Desde mediados de los 70 (y en el futuro próximo) se entra en una época de relativa estabilidad. Parece ser un período de convergencia hacia un valor de alrededor de tres hijos de fecundidad total. Acercarse a él dependerá en lo fundamental de la reducción de la fecundidad indeseada". (Rosero, 1983).

- b) Hipótesis "Alta". De la misma manera que puede sostenerse que, para las cohortes desde 1956 hasta 1977, en número de hijos al final de su vida reproductiva no será menor que 3. Así, se supone que el descenso de la TFF será bastante lento y además que la cohorte de 2010 no llegará a un nivel de reemplazo.

- c) Hipótesis "Media". Se considera el nivel actual, y su estabilidad, como una etapa de descenso en un movimiento constante hasta una fecundidad más baja. Se supone que antes de la cohorte de 2010 ya las mujeres van a tener una fecundidad igual a la de reemplazo.
- d) Hipótesis "Baja". Esa hipótesis supone que al final del período de proyección la fecundidad de las cohortes de mujeres ya llegará a un nivel de alrededor de 1.8 hijos por mujer. En la actualidad es una de las fecundidades más bajas jamás observadas en una cohorte.

Partiendo ahora de consideraciones parecidas a las de capítulo anterior para proyectar la TGF, y las características propias de las cohortes, se estableció para cada variante la TFF para la cohorte de 1985. Para la variante Media resultó en una TFF de 2.5 hijos.

Como ya se mencionó en el capítulo II, uno de los criterios generales para proyectar la fecundidad está basado en la teoría de la transición demográfica, que supone que en el largo plazo esta variable descenderá hasta llegar a una situación de reemplazo. Este descenso podría describirse en general, mediante un comportamiento de tipo logístico. Para ello, se usa la misma función que se ha utilizado en el capítulo II.

A continuación se presentan los valores propuestos para  $K_1 + K_2$  (asíntota superior),  $K_1$  (asíntota inferior),  $TFF(T)$  (la cohorte de 1985 y  $TFF(0)$  (la descendencia final estimada para la cohorte de 1955) para las tres variantes "Alta", "Media" y "Baja".

|             | <u>Baja</u> | <u>Media</u> | <u>Alta</u> |
|-------------|-------------|--------------|-------------|
| $K_1 + K_2$ | 3.650       | 3.650        | 3.650       |
| $K_1$       | 1.80        | 2.00         | 2.00        |
| $TFF(0)$    | 3.464       | 3.464        | 3.464       |
| $TFF(1985)$ | 2.300       | 2.500        | 2.750       |

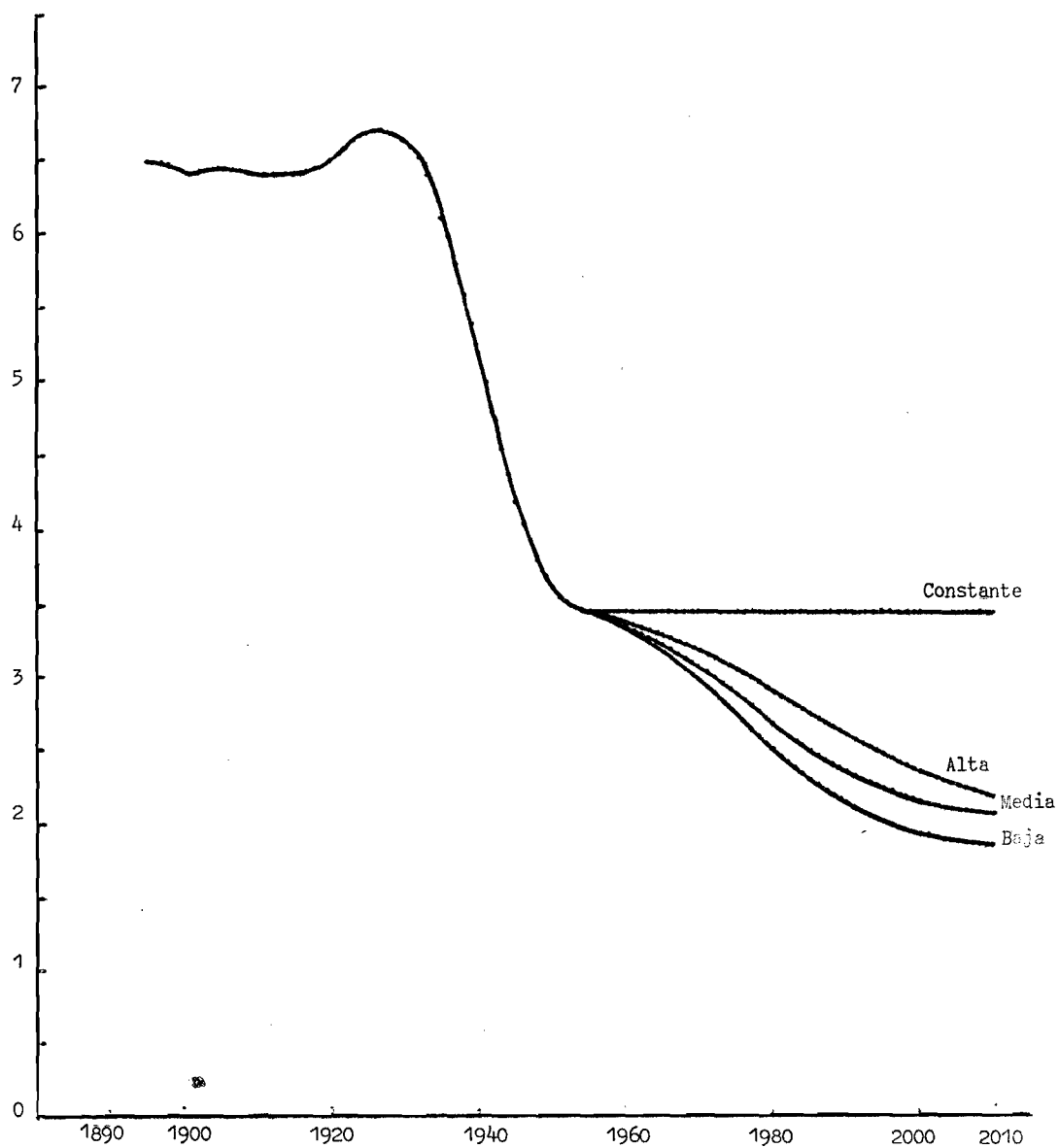
De esta manera se calcularon las TFF desde la cohorte de 1955 hasta la del año 2010. En el cuadro 3.5 y el gráfico 3.4 se presentan los valores resultantes.

Cuadro 3.5 COSTA RICA: PROYECCIONES DE LA FECUNDIDAD  
1955-2010

|      | Baja        | Media   | Alta    | Constante |
|------|-------------|---------|---------|-----------|
|      | a = -2.1328 | -2.0040 | -2.0040 |           |
| Años | b = 0.1042  | 0.0946  | 0.0729  |           |
| 1955 | 3.454       | 3.454   | 3.454   | 3.454     |
| 1956 | 3.435       | 3.437   | 3.441   | 3.454     |
| 1957 | 3.414       | 3.419   | 3.427   | 3.454     |
| 1958 | 3.392       | 3.399   | 3.413   | 3.454     |
| 1959 | 3.368       | 3.379   | 3.398   | 3.454     |
| 1960 | 3.342       | 3.357   | 3.382   | 3.454     |
| 1961 | 3.315       | 3.333   | 3.365   | 3.454     |
| 1962 | 3.285       | 3.308   | 3.347   | 3.454     |
| 1963 | 3.254       | 3.282   | 3.329   | 3.454     |
| 1964 | 3.220       | 3.254   | 3.310   | 3.454     |
| 1965 | 3.185       | 3.225   | 3.290   | 3.454     |
| 1966 | 3.148       | 3.194   | 3.269   | 3.454     |
| 1967 | 3.109       | 3.163   | 3.247   | 3.454     |
| 1968 | 3.068       | 3.129   | 3.224   | 3.454     |
| 1969 | 3.025       | 3.095   | 3.201   | 3.454     |
| 1970 | 2.982       | 3.060   | 3.177   | 3.454     |
| 1971 | 2.937       | 3.024   | 3.152   | 3.454     |
| 1972 | 2.890       | 2.986   | 3.126   | 3.454     |
| 1973 | 2.843       | 2.949   | 3.100   | 3.454     |
| 1974 | 2.796       | 2.910   | 3.073   | 3.454     |
| 1975 | 2.748       | 2.871   | 3.045   | 3.454     |
| 1976 | 2.699       | 2.832   | 3.017   | 3.454     |
| 1977 | 2.651       | 2.793   | 2.988   | 3.454     |
| 1978 | 2.604       | 2.755   | 2.959   | 3.454     |
| 1979 | 2.557       | 2.716   | 2.930   | 3.454     |
| 1980 | 2.511       | 2.678   | 2.900   | 3.454     |
| 1981 | 2.466       | 2.641   | 2.870   | 3.454     |
| 1982 | 2.422       | 2.604   | 2.840   | 3.454     |
| 1983 | 2.380       | 2.568   | 2.810   | 3.454     |
| 1984 | 2.339       | 2.534   | 2.780   | 3.454     |
| 1985 | 2.300       | 2.500   | 2.750   | 3.454     |
| 1986 | 2.263       | 2.468   | 2.720   | 3.454     |
| 1987 | 2.228       | 2.437   | 2.691   | 3.454     |
| 1988 | 2.194       | 2.407   | 2.662   | 3.454     |
| 1989 | 2.163       | 2.379   | 2.633   | 3.454     |
| 1990 | 2.134       | 2.352   | 2.605   | 3.454     |
| 1991 | 2.106       | 2.326   | 2.577   | 3.454     |
| 1992 | 2.080       | 2.302   | 2.550   | 3.454     |
| 1993 | 2.056       | 2.280   | 2.524   | 3.454     |
| 1994 | 2.034       | 2.258   | 2.498   | 3.454     |
| 1995 | 2.014       | 2.238   | 2.473   | 3.454     |
| 1996 | 1.995       | 2.220   | 2.449   | 3.454     |
| 1997 | 1.977       | 2.202   | 2.426   | 3.454     |
| 1998 | 1.961       | 2.186   | 2.403   | 3.454     |
| 1999 | 1.947       | 2.171   | 2.381   | 3.454     |
| 2000 | 1.933       | 2.157   | 2.360   | 3.454     |
| 2001 | 1.921       | 2.144   | 2.340   | 3.454     |
| 2002 | 1.910       | 2.132   | 2.321   | 3.454     |
| 2003 | 1.899       | 2.121   | 2.302   | 3.454     |
| 2004 | 1.890       | 2.111   | 2.285   | 3.454     |
| 2005 | 1.881       | 2.102   | 2.268   | 3.454     |
| 2006 | 1.874       | 2.093   | 2.252   | 3.454     |
| 2007 | 1.867       | 2.085   | 2.237   | 3.454     |
| 2008 | 1.860       | 2.078   | 2.223   | 3.454     |
| 2009 | 1.855       | 2.071   | 2.209   | 3.454     |
| 2010 | 1.849       | 2.065   | 2.196   | 3.454     |



Gráfico 3.4 COSTA RICA: LA DESCENDENCIA FINAL DE LAS MUJERES;  
COHORTES 1895-2010. VALORES EXTRAPOLADOS HASTA  
1955 Y PROYECTADOS DESDE 1955 UTILIZANDO UNA  
FUNCION LOGISTICA PARA CUATRO VARIANTES



### 3.4.2 Proyección de la estructura de la fecundidad por edades de cohortes 1955-2010

Para proyectar la estructura por edades de la fecundidad de las cohortes de las mujeres nacidas después de 1955, se utiliza la misma metodología usada en la proyección transversal en el capítulo anterior. Es decir, se hizo uso de la función bilogística, cuya fórmula y característica están descritas en la parte II de este trabajo. También en este caso se seleccionó el modelo teórico de la estructura por edades correspondiente a una baja fecundidad y teniendo una cúspide temprana del Boletín No. 7 de las Naciones Unidas (1963). Como estructura estándar se tomó la de la cohorte de 1955.

Para proyectar los parámetros alfa y beta se tomó en cuenta, además de los parámetros correspondientes al modelo límite, el comportamiento de dichos parámetros para las cohortes de 1895 a 1955, en relación al nivel de la descendencia final de cada cohorte.

En el gráfico 3.5 se presenta la tendencia de los parámetros de las cohortes de 1895-1955 y la proyección de ellos para niveles de fecundidad más bajos. En el gráfico 3.6 se presenta la misma evolución de estos parámetros, pero ahora en función de la cohorte y no, como en el gráfico anterior, en relación con la descendencia final de cada cohorte.

En el cuadro 3.6 se presentan los valores de alfa y beta, la edad media y la desviación estándar, así como la tasa final de fecundidad proyectada, para cada cohorte de las mujeres nacidas entre 1955 y 1960, (variante media).

Las tasas de fecundidad se obtuvieron a través de la estructura relativa y la descendencia final, proyectadas para cada cohorte. Este fue el procedimiento para todas las cohortes a partir de 1955, aunque se disponía de algunas tasas "observadas" de las cohortes de mujeres nacidas entre 1956 y 1967, dado que estas mujeres ya habían entrado en su período reproductivo en (o antes) de 1982. Se tomaron las tasas estimadas con la bilogística en

Gráfico 3.5 COSTA RICA: EVOLUCION DE LOS PARAMETROS  $\alpha$  Y  $\beta$  DE LA FUNCION BILOGISTICA SEGUN EL NIVEL DE FECUNDIDAD ESTIMADA A PARTIR DE LAS ESTRUCTURAS DE LAS COHORTES 1895-1955 Y LA EVOLUCION PROYECTADA PARA NIVELES DE FECUNDIDAD MAS BAJOS

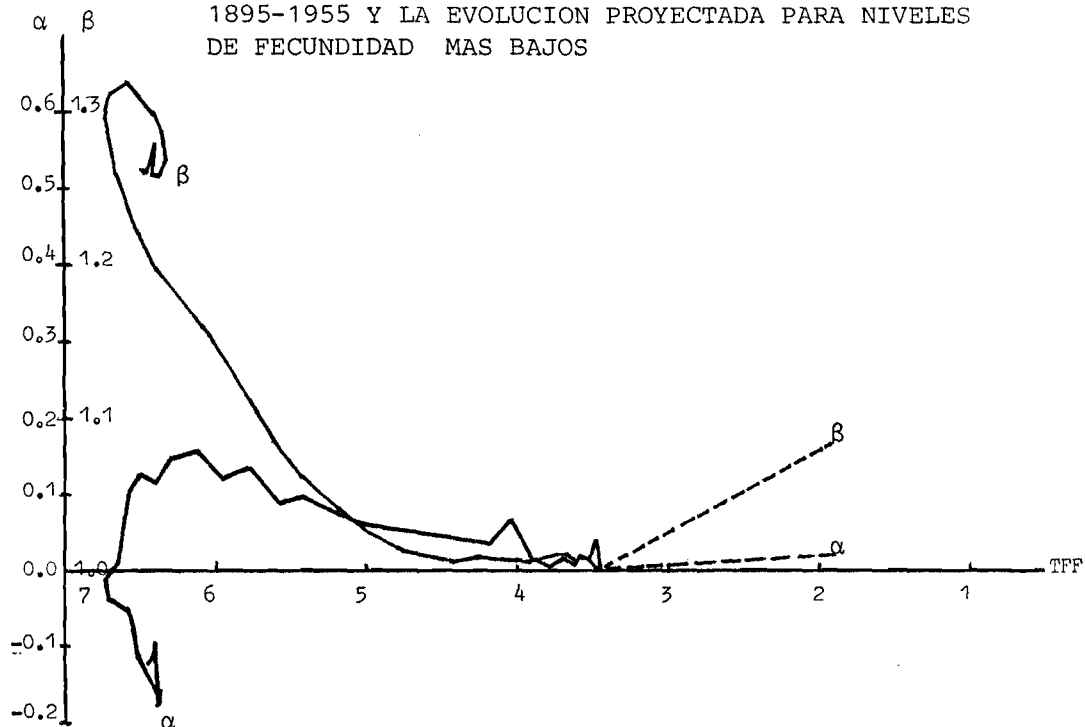
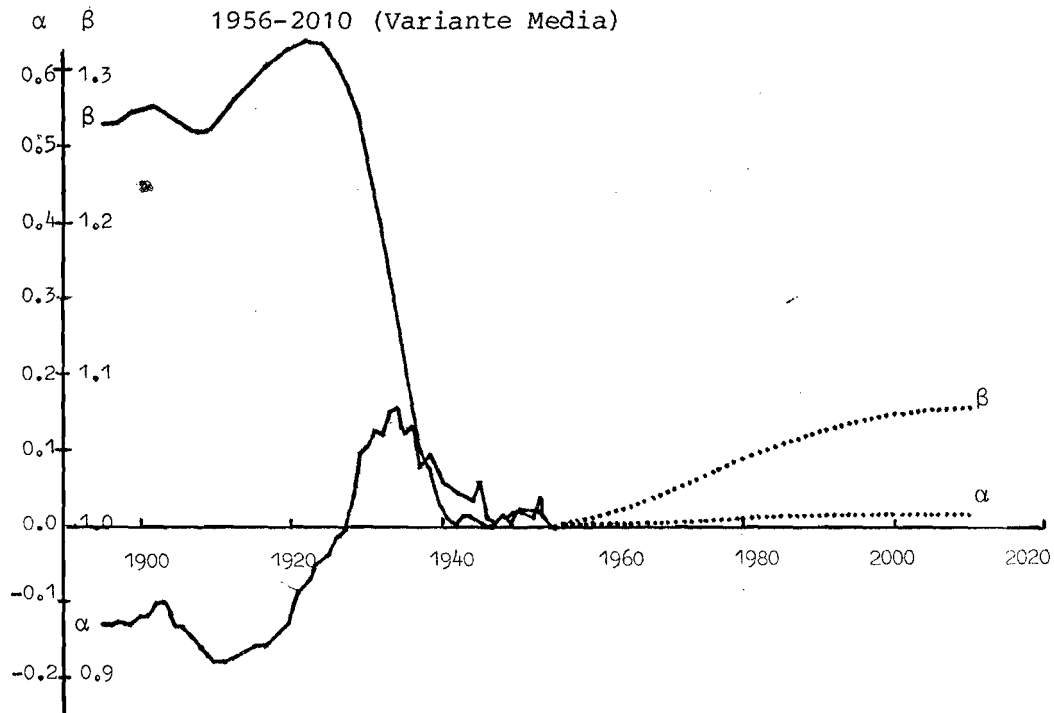


Gráfico 3.6 COSTA RICA: EVOLUCION DE  $\alpha$  Y  $\beta$  DE LA FUNCION BILOGISTICA SEGUN EL TIEMPO ESTIMADO A PARTIR DE LAS COHORTES DE 1895-1955 Y LA EVOLUCION PROYECTADA PARA LAS COHORTES 1956-2010 (Variante Media)



Cuadro 3.6

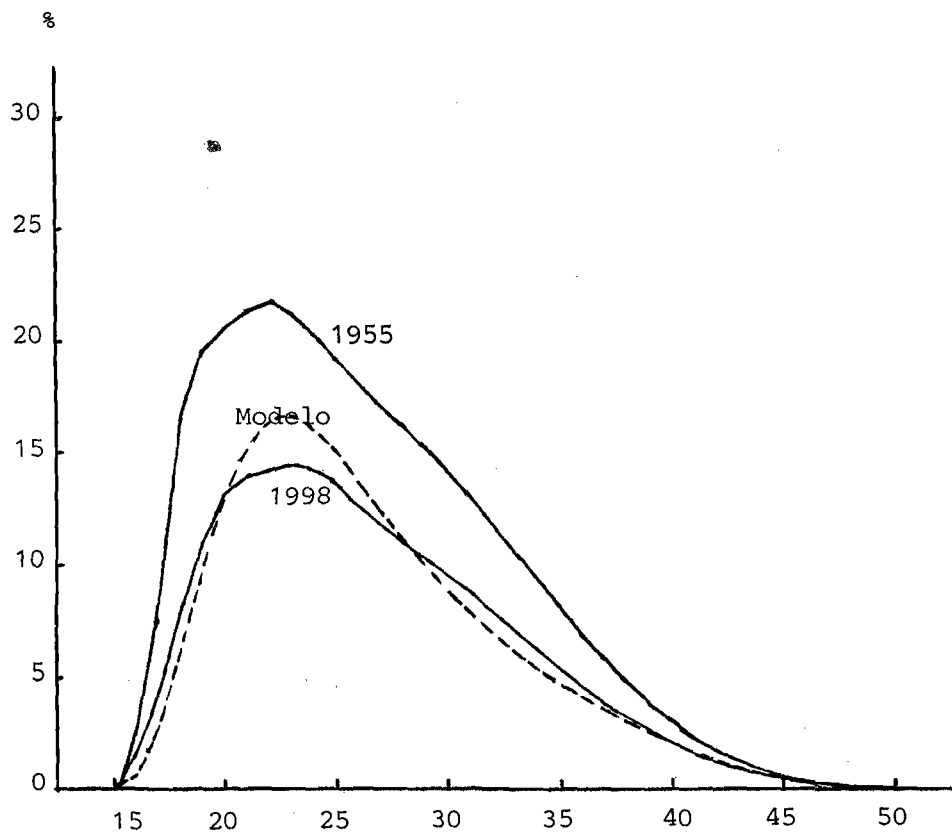
COSTA RICA: TASAS FINALES; EDAD MEDIA AL TENER HIJOS;  
LA DESVIACION ESTANDAR Y LOS VALORES DE ALFA Y BETA.  
HIPOTESIS MEDIA. 1955-2010

| Años | TFF    | M       | s      | alfa   | beta   |
|------|--------|---------|--------|--------|--------|
| 1955 | 3.4540 | 26.8512 | 6.4070 | 0.0000 | 1.0000 |
| 1956 | 3.4370 | 26.8508 | 6.4028 | 0.0002 | 1.0010 |
| 1957 | 3.4190 | 26.8503 | 6.3984 | 0.0004 | 1.0020 |
| 1958 | 3.3990 | 26.8498 | 6.3934 | 0.0007 | 1.0031 |
| 1959 | 3.3790 | 26.8493 | 6.3885 | 0.0009 | 1.0042 |
| 1960 | 3.3570 | 26.8488 | 6.3831 | 0.0012 | 1.0055 |
| 1961 | 3.3330 | 26.8482 | 6.3772 | 0.0015 | 1.0068 |
| 1962 | 3.3080 | 26.8476 | 6.3711 | 0.0018 | 1.0083 |
| 1963 | 3.2820 | 26.8470 | 6.3648 | 0.0021 | 1.0097 |
| 1964 | 3.2540 | 26.8463 | 6.3579 | 0.0024 | 1.0113 |
| 1965 | 3.2250 | 26.8456 | 6.3509 | 0.0028 | 1.0130 |
| 1966 | 3.1940 | 26.8448 | 6.3433 | 0.0032 | 1.0147 |
| 1967 | 3.1630 | 26.8441 | 6.3358 | 0.0035 | 1.0165 |
| 1968 | 3.1290 | 26.8433 | 6.3276 | 0.0040 | 1.0184 |
| 1969 | 3.0950 | 26.8425 | 6.3194 | 0.0044 | 1.0203 |
| 1970 | 3.0600 | 26.8417 | 6.3110 | 0.0048 | 1.0223 |
| 1971 | 3.0240 | 26.8408 | 6.3023 | 0.0052 | 1.0243 |
| 1972 | 2.9860 | 26.8400 | 6.2933 | 0.0057 | 1.0265 |
| 1973 | 2.9490 | 26.8391 | 6.2844 | 0.0061 | 1.0286 |
| 1974 | 2.9100 | 26.8382 | 6.2751 | 0.0066 | 1.0308 |
| 1975 | 2.8710 | 26.8373 | 6.2659 | 0.0071 | 1.0330 |
| 1976 | 2.8320 | 26.8365 | 6.2567 | 0.0076 | 1.0352 |
| 1977 | 2.7930 | 26.8356 | 6.2475 | 0.0080 | 1.0374 |
| 1978 | 2.7550 | 26.8348 | 6.2385 | 0.0085 | 1.0395 |
| 1979 | 2.7160 | 26.8339 | 6.2294 | 0.0090 | 1.0417 |
| 1980 | 2.6780 | 26.8331 | 6.2205 | 0.0094 | 1.0439 |
| 1981 | 2.6410 | 26.8323 | 6.2118 | 0.0099 | 1.0460 |
| 1982 | 2.6040 | 26.8315 | 6.2032 | 0.0103 | 1.0481 |
| 1983 | 2.5680 | 26.8307 | 6.1949 | 0.0108 | 1.0501 |
| 1984 | 2.5340 | 26.8299 | 6.1870 | 0.0112 | 1.0520 |
| 1985 | 2.5000 | 26.8292 | 6.1791 | 0.0116 | 1.0540 |
| 1986 | 2.4680 | 26.8285 | 6.1718 | 0.0120 | 1.0558 |
| 1987 | 2.4370 | 26.8279 | 6.1646 | 0.0124 | 1.0575 |
| 1988 | 2.4070 | 26.8273 | 6.1578 | 0.0127 | 1.0592 |
| 1989 | 2.3790 | 26.8267 | 6.1513 | 0.0131 | 1.0608 |
| 1990 | 2.3520 | 26.8261 | 6.1452 | 0.0134 | 1.0623 |
| 1991 | 2.3260 | 26.8256 | 6.1392 | 0.0137 | 1.0638 |
| 1992 | 2.3020 | 26.8251 | 6.1338 | 0.0140 | 1.0652 |
| 1993 | 2.2800 | 26.8246 | 6.1288 | 0.0143 | 1.0664 |
| 1994 | 2.2580 | 26.8242 | 6.1238 | 0.0146 | 1.0676 |
| 1995 | 2.2380 | 26.8238 | 6.1192 | 0.0148 | 1.0688 |
| 1996 | 2.2200 | 26.8234 | 6.1152 | 0.0150 | 1.0698 |
| 1997 | 2.2020 | 26.8230 | 6.1111 | 0.0152 | 1.0708 |
| 1998 | 2.1860 | 26.8227 | 6.1075 | 0.0154 | 1.0717 |
| 1999 | 2.1710 | 26.8224 | 6.1041 | 0.0156 | 1.0726 |
| 2000 | 2.1570 | 26.8221 | 6.1009 | 0.0158 | 1.0734 |
| 2001 | 2.1440 | 26.8219 | 6.0980 | 0.0159 | 1.0741 |
| 2002 | 2.1320 | 26.8216 | 6.0953 | 0.0161 | 1.0748 |
| 2003 | 2.1210 | 26.8214 | 6.0928 | 0.0162 | 1.0754 |
| 2004 | 2.1110 | 26.8212 | 6.0906 | 0.0163 | 1.0760 |
| 2005 | 2.1020 | 26.8210 | 6.0886 | 0.0165 | 1.0765 |
| 2006 | 2.0930 | 26.8209 | 6.0865 | 0.0166 | 1.0770 |
| 2007 | 2.0850 | 26.8207 | 6.0847 | 0.0167 | 1.0774 |
| 2008 | 2.0780 | 26.8206 | 6.0832 | 0.0167 | 1.0778 |
| 2009 | 2.0710 | 26.8204 | 6.0816 | 0.0168 | 1.0782 |
| 2010 | 2.0650 | 26.8203 | 6.0803 | 0.0169 | 1.0786 |

lugar de las tasas "observadas" ( interpoladas con la función bilogística modificada), ya que el cambio de tasas observadas a las tasas proyectadas hubiera sido muy brusco, resultando en tasas irregulares.

En el gráfico 3.7 se presentan las tasas de fecundidad de la cohorte de 1955 (la estructura estándar) y de la cohorte 1998. Además, se muestran las tasas correspondientes al modelo teórico tomado como distribución meta para la proyección de los parámetros.

Gráfico 3.7 COSTA RICA: DISTRIBUCION DE LA FECUNDIDAD POR EDADES DE COHORTES 1955 Y 1998 Y LA DISTRIBUCION DE LA FECUNDIDAD DEL MODELO TEORICO DE LAS NACIONES UNIDAS (Baja fecundidad cúspide temprana)



### 3.5 Transformación de la fecundidad por cohortes extrapoladas y proyectada a tasas de fecundidad transversales para el período 1983-2025

Para poder efectuar una proyección de población como lo han hecho las Naciones Unidas (la cual fue descrita en el primer capítulo), hace falta contar con tasas transversales de fecundidad por edades.

Esto implica que ahora, después de haber efectuado la proyección de la fecundidad por cohortes, se tiene que transformar las tasas longitudinales en tasas transversales. Aunque se efectuó la proyección por cohortes por edades simples\* ('medias'), la transformación se presenta aquí en grupos quinquenales de edad, pero también por años calendario, con el propósito de resumir los resultados.

Esta transformación se efectuó suponiendo que la tasa de fecundidad para cada edad media ( $x + .5$ ) de cada cohorte ( $x - a$ ) en el año  $a$ , es igual a la tasa (transversal) de la edad media ( $x + .5$ ) del año  $a$ . De esta manera, se obtienen las tasas de fecundidad para cada año por edades medias y, desde luego, también las tasas por grupos quinquenales de edad. La obtención de tasas quinquenales implicaba también suponer que la fecundidad alrededor de una edad múltiplo de cinco, muestra un comportamiento lineal, (por ejemplo entre 19.5 y 20.5, para poder calcular la tasa de fecundidad del grupo de edad 15-19).

En el cuadro 3.7 se presentan las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad para el período 1980-2025, calculados a través de la proyección de la fecundidad por cohortes (variante 'media'). Como se observa, en dicho cuadro también se ha presentado la tasa global de fecundidad, la edad media al tener hijos y la desviación estándar para cada año. (Para las otras variantes se presentan los mismos cuadros en el Anexo 3). Obsérvese cómo la edad media y la desviación estándar muestran fluctuaciones bastante fuertes; lo mismo sucede en las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad, donde pueden observarse oscilaciones, aunque las tasas siempre están disminuyendo en el tiempo.

Cuadro 3.7 COSTA RICA: TASAS DE LA FECUNDIDAD MEDIA AL TENER HIJOS, LA DESVIACION ESTANDAR. 1980-2025. VARIANTE MEDIA

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | TGF   | m      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1980 | 0.107 | 0.197 | 0.179 | 0.133 | 0.077 | 0.031 | 0.005 | 3.646 | 27.433 | 6.854 |
| 1981 | 0.103 | 0.198 | 0.176 | 0.130 | 0.075 | 0.031 | 0.004 | 3.598 | 27.435 | 6.811 |
| 1982 | 0.097 | 0.192 | 0.172 | 0.128 | 0.076 | 0.030 | 0.004 | 3.487 | 27.496 | 6.767 |
| 1983 | 0.094 | 0.200 | 0.174 | 0.125 | 0.072 | 0.028 | 0.004 | 3.479 | 27.363 | 6.644 |
| 1984 | 0.093 | 0.199 | 0.173 | 0.124 | 0.070 | 0.027 | 0.004 | 3.447 | 27.345 | 6.629 |
| 1985 | 0.091 | 0.198 | 0.172 | 0.123 | 0.068 | 0.026 | 0.004 | 3.409 | 27.303 | 6.585 |
| 1986 | 0.090 | 0.196 | 0.171 | 0.123 | 0.067 | 0.024 | 0.004 | 3.374 | 27.271 | 6.544 |
| 1987 | 0.089 | 0.195 | 0.170 | 0.122 | 0.066 | 0.024 | 0.004 | 3.348 | 27.284 | 6.550 |
| 1988 | 0.088 | 0.193 | 0.169 | 0.122 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.312 | 27.248 | 6.493 |
| 1989 | 0.086 | 0.191 | 0.168 | 0.121 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.283 | 27.251 | 6.470 |
| 1990 | 0.085 | 0.189 | 0.167 | 0.120 | 0.063 | 0.022 | 0.003 | 3.251 | 27.247 | 6.449 |
| 1991 | 0.084 | 0.187 | 0.166 | 0.120 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.224 | 27.265 | 6.444 |
| 1992 | 0.082 | 0.186 | 0.165 | 0.119 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.194 | 27.276 | 6.430 |
| 1993 | 0.081 | 0.184 | 0.164 | 0.118 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.160 | 27.276 | 6.406 |
| 1994 | 0.079 | 0.181 | 0.162 | 0.118 | 0.062 | 0.021 | 0.003 | 3.134 | 27.320 | 6.432 |
| 1995 | 0.078 | 0.179 | 0.161 | 0.117 | 0.062 | 0.021 | 0.002 | 3.100 | 27.318 | 6.402 |
| 1996 | 0.077 | 0.177 | 0.159 | 0.116 | 0.061 | 0.021 | 0.003 | 3.071 | 27.361 | 6.435 |
| 1997 | 0.075 | 0.175 | 0.158 | 0.115 | 0.061 | 0.020 | 0.003 | 3.035 | 27.359 | 6.408 |
| 1998 | 0.074 | 0.173 | 0.156 | 0.114 | 0.060 | 0.020 | 0.002 | 3.002 | 27.381 | 6.409 |
| 1999 | 0.073 | 0.171 | 0.155 | 0.113 | 0.060 | 0.020 | 0.003 | 2.969 | 27.406 | 6.425 |
| 2000 | 0.072 | 0.169 | 0.153 | 0.112 | 0.059 | 0.020 | 0.003 | 2.936 | 27.428 | 6.435 |
| 2001 | 0.070 | 0.166 | 0.151 | 0.110 | 0.059 | 0.020 | 0.002 | 2.898 | 27.421 | 6.403 |
| 2002 | 0.069 | 0.164 | 0.150 | 0.109 | 0.058 | 0.020 | 0.002 | 2.863 | 27.433 | 6.403 |
| 2003 | 0.068 | 0.162 | 0.148 | 0.108 | 0.058 | 0.019 | 0.003 | 2.828 | 27.449 | 6.413 |
| 2004 | 0.067 | 0.160 | 0.146 | 0.107 | 0.057 | 0.019 | 0.003 | 2.794 | 27.466 | 6.425 |
| 2005 | 0.066 | 0.158 | 0.145 | 0.106 | 0.056 | 0.019 | 0.003 | 2.759 | 27.471 | 6.422 |
| 2006 | 0.065 | 0.156 | 0.143 | 0.104 | 0.055 | 0.019 | 0.003 | 2.723 | 27.475 | 6.421 |
| 2007 | 0.064 | 0.154 | 0.141 | 0.103 | 0.055 | 0.018 | 0.003 | 2.689 | 27.476 | 6.420 |
| 2008 | 0.063 | 0.152 | 0.139 | 0.102 | 0.054 | 0.018 | 0.003 | 2.654 | 27.474 | 6.416 |
| 2009 | 0.062 | 0.150 | 0.138 | 0.100 | 0.053 | 0.018 | 0.002 | 2.621 | 27.472 | 6.413 |
| 2010 | 0.061 | 0.148 | 0.136 | 0.099 | 0.052 | 0.018 | 0.002 | 2.588 | 27.466 | 6.409 |
| 2011 | 0.061 | 0.147 | 0.135 | 0.098 | 0.052 | 0.017 | 0.002 | 2.556 | 27.459 | 6.406 |
| 2012 | 0.060 | 0.145 | 0.133 | 0.096 | 0.051 | 0.017 | 0.002 | 2.524 | 27.450 | 6.401 |
| 2013 | 0.059 | 0.144 | 0.131 | 0.095 | 0.050 | 0.017 | 0.002 | 2.493 | 27.438 | 6.396 |
| 2014 | 0.059 | 0.142 | 0.130 | 0.094 | 0.049 | 0.016 | 0.002 | 2.464 | 27.423 | 6.390 |
| 2015 | 0.058 | 0.141 | 0.129 | 0.093 | 0.048 | 0.016 | 0.002 | 2.435 | 27.408 | 6.380 |
| 2016 | 0.058 | 0.140 | 0.127 | 0.091 | 0.048 | 0.016 | 0.002 | 2.408 | 27.391 | 6.378 |
| 2017 | 0.057 | 0.138 | 0.126 | 0.090 | 0.047 | 0.015 | 0.002 | 2.381 | 27.375 | 6.371 |
| 2018 | 0.057 | 0.137 | 0.125 | 0.089 | 0.046 | 0.015 | 0.002 | 2.356 | 27.355 | 6.360 |
| 2019 | 0.056 | 0.136 | 0.124 | 0.088 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.332 | 27.334 | 6.350 |
| 2020 | 0.056 | 0.135 | 0.122 | 0.087 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.309 | 27.313 | 6.344 |
| 2021 | 0.056 | 0.134 | 0.121 | 0.086 | 0.044 | 0.014 | 0.002 | 2.288 | 27.292 | 6.335 |
| 2022 | 0.055 | 0.133 | 0.120 | 0.085 | 0.043 | 0.014 | 0.002 | 2.267 | 27.270 | 6.327 |
| 2023 | 0.055 | 0.133 | 0.120 | 0.084 | 0.043 | 0.014 | 0.002 | 2.247 | 27.247 | 6.316 |
| 2024 | 0.055 | 0.132 | 0.119 | 0.083 | 0.042 | 0.013 | 0.002 | 2.229 | 27.226 | 6.306 |
| 2025 | 0.054 | 0.131 | 0.118 | 0.082 | 0.041 | 0.013 | 0.002 | 2.212 | 27.204 | 6.296 |

Cuadro 3.8 COSTA RICA: ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD (VARIANTE MEDIA), 1980-2025

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1980 | 0.147 | 0.270 | 0.245 | 0.182 | 0.106 | 0.042 | 0.008 |
| 1981 | 0.144 | 0.275 | 0.244 | 0.180 | 0.106 | 0.043 | 0.006 |
| 1982 | 0.139 | 0.275 | 0.246 | 0.183 | 0.108 | 0.042 | 0.006 |
| 1983 | 0.135 | 0.288 | 0.250 | 0.180 | 0.103 | 0.040 | 0.006 |
| 1984 | 0.134 | 0.289 | 0.251 | 0.180 | 0.101 | 0.039 | 0.006 |
| 1985 | 0.134 | 0.290 | 0.252 | 0.181 | 0.100 | 0.037 | 0.006 |
| 1986 | 0.134 | 0.291 | 0.254 | 0.182 | 0.099 | 0.036 | 0.005 |
| 1987 | 0.133 | 0.291 | 0.254 | 0.182 | 0.098 | 0.036 | 0.006 |
| 1988 | 0.132 | 0.291 | 0.256 | 0.184 | 0.097 | 0.035 | 0.005 |
| 1989 | 0.131 | 0.291 | 0.256 | 0.184 | 0.098 | 0.034 | 0.005 |
| 1990 | 0.131 | 0.291 | 0.257 | 0.185 | 0.097 | 0.034 | 0.005 |
| 1991 | 0.130 | 0.291 | 0.258 | 0.186 | 0.098 | 0.033 | 0.005 |
| 1992 | 0.129 | 0.290 | 0.258 | 0.186 | 0.099 | 0.033 | 0.005 |
| 1993 | 0.128 | 0.290 | 0.259 | 0.187 | 0.099 | 0.032 | 0.004 |
| 1994 | 0.127 | 0.290 | 0.259 | 0.188 | 0.099 | 0.033 | 0.005 |
| 1995 | 0.126 | 0.289 | 0.259 | 0.188 | 0.100 | 0.033 | 0.004 |
| 1996 | 0.125 | 0.289 | 0.260 | 0.188 | 0.100 | 0.033 | 0.005 |
| 1997 | 0.124 | 0.288 | 0.260 | 0.189 | 0.100 | 0.033 | 0.004 |
| 1998 | 0.123 | 0.288 | 0.260 | 0.189 | 0.101 | 0.034 | 0.004 |
| 1999 | 0.123 | 0.287 | 0.261 | 0.190 | 0.101 | 0.034 | 0.005 |
| 2000 | 0.122 | 0.287 | 0.261 | 0.190 | 0.101 | 0.034 | 0.005 |
| 2001 | 0.121 | 0.287 | 0.261 | 0.191 | 0.101 | 0.034 | 0.004 |
| 2002 | 0.121 | 0.287 | 0.262 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.004 |
| 2003 | 0.120 | 0.286 | 0.262 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.005 |
| 2004 | 0.120 | 0.286 | 0.262 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.005 |
| 2005 | 0.119 | 0.286 | 0.262 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.005 |
| 2006 | 0.119 | 0.286 | 0.262 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.005 |
| 2007 | 0.119 | 0.286 | 0.262 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.005 |
| 2008 | 0.119 | 0.286 | 0.263 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.005 |
| 2009 | 0.119 | 0.287 | 0.263 | 0.191 | 0.102 | 0.034 | 0.005 |
| 2010 | 0.119 | 0.287 | 0.263 | 0.191 | 0.101 | 0.034 | 0.005 |
| 2011 | 0.119 | 0.287 | 0.263 | 0.191 | 0.101 | 0.034 | 0.005 |
| 2012 | 0.119 | 0.288 | 0.263 | 0.191 | 0.101 | 0.034 | 0.005 |
| 2013 | 0.119 | 0.288 | 0.264 | 0.191 | 0.100 | 0.033 | 0.005 |
| 2014 | 0.119 | 0.289 | 0.264 | 0.190 | 0.100 | 0.033 | 0.005 |
| 2015 | 0.119 | 0.289 | 0.264 | 0.190 | 0.100 | 0.033 | 0.005 |
| 2016 | 0.120 | 0.290 | 0.264 | 0.190 | 0.099 | 0.033 | 0.005 |
| 2017 | 0.120 | 0.290 | 0.264 | 0.189 | 0.098 | 0.032 | 0.005 |
| 2018 | 0.120 | 0.291 | 0.265 | 0.189 | 0.098 | 0.032 | 0.004 |
| 2019 | 0.121 | 0.292 | 0.265 | 0.189 | 0.097 | 0.032 | 0.004 |
| 2020 | 0.121 | 0.293 | 0.265 | 0.188 | 0.097 | 0.032 | 0.004 |
| 2021 | 0.121 | 0.293 | 0.265 | 0.188 | 0.096 | 0.031 | 0.004 |
| 2022 | 0.122 | 0.294 | 0.266 | 0.187 | 0.096 | 0.031 | 0.004 |
| 2023 | 0.122 | 0.295 | 0.266 | 0.187 | 0.095 | 0.031 | 0.004 |
| 2024 | 0.122 | 0.296 | 0.266 | 0.187 | 0.094 | 0.030 | 0.004 |
| 2025 | 0.123 | 0.297 | 0.266 | 0.186 | 0.094 | 0.030 | 0.004 |



Recuérdese que hasta el año 2025 los datos están afectados por la extrapolación efectuada. Después de este año, todas las tasas resultan de la proyección que se hizo partiendo de la cohorte de 1955.

Así, era de esperar que los grupos de mayor edad ( $> = 30$ ) fueran a tener un peso considerable en el total de la fecundidad y, además, que los grupos de menor edad ( $< = 29$ ) un menor peso en el total, que cuando se hace una proyección transversal. En el cuadro 3.8 se presenta la estructura resultante para la variante "Media" en el período 1980-2025. Obsérvese como los pesos en el total que cada grupo de edad tiene fluctúan considerablemente.

## Capítulo 4.

### RESUMEN Y CONCLUSIONES

En los dos capítulos anteriores, se han presentado, fundamentalmente, dos métodos para proyectar la fecundidad. En el capítulo 2 se proyectó la fecundidad de manera transversal y en el capítulo siguiente de manera longitudinal.

La fecundidad está determinada por dos tipos de factores: en primer lugar, factores básicos, relacionados a la noción que una sociedad tiene sobre la familia y, en segundo lugar, factores circunstanciales, relacionados con la situación temporal (Bourgeois-Pichat: 1976). Es decir, efectos del tiempo, y efectos de cambios en el comportamiento reproductivo de las mujeres de diferentes generaciones. Si se proyecta la fecundidad de manera transversal no se toma en cuenta, en forma directa, la influencia de diferentes generaciones. Por otro lado, una proyección longitudinal no toma en cuenta el posible efecto de tiempo.

En la primera parte del capítulo 2, después de haber discutido la tendencia histórica en los niveles y estructuras de la fecundidad en Costa Rica, se siguió la proyección elaborada por la Dirección General de Estadística y Censos y CELADE para el período 1950-2025 (Jaspers: 1984). En dicha proyección se utilizó la metodología que últimamente CELADE está aplicando para las proyecciones de la población de países latinoamericanos. Esta proyección se efectuó por quinquenios y por grupos quinquenales de edad, y fue realizada en dos etapas. En la primera se proyectó el nivel de la fecundidad en base a diferentes consideraciones y haciendo uso de la función logística (citadas en Naciones Unidas: 1973; Chackiel: 1982; Rincón: 1984).

Luego, se proyectó la estructura relativa de la fecundidad por edades, utilizando la función Gompert linealizada (citada en Brass: 1981; Brass inédito a,b; Kandiah: 1977, Chackiel: 1982).

Debido al gran interés que existe en diferentes países para poder contar con proyecciones de población por edades simples y años calendario, en la segunda parte del capítulo 2, se presentó un método para proyectar la fecundidad según esas características. Para tal propósito, fue necesario obtener tasas por edades simples a partir de tasas por grupos quinquenales de edad, lo que se hizo utilizando la función bilogística modificada propuesta por Bocaz (1981). Posteriormente, se continuó con las dos etapas de proyección según se indicó anteriormente, con la única excepción que se utilizó la función bilogística (Bocaz: 1979; Bocaz inédito y citada en Soto: 1978), en lugar de la Gompertz linealizada para proyectar la estructura relativa de la fecundidad. Se prefirió dicha función debido a que, según el análisis comparativo efectuado en la parte II de este estudio, el modelo bilogístico describe en forma más precisa la estructura observada que la función de Gompertz linealizada.

En el tercer capítulo se presenta la proyección de la fecundidad por cohortes. Ya que los datos básicos disponibles son de tipo transversal, fue necesario efectuar, en primer instancia, una transformación de las tasas transversales en tasas longitudinales. Para eso se utilizó otra vez la función bilogística modificada con el fin de describir la estructura por edades y desagregar las tasas de fecundidad por grupos quinquenales en edades simples (medias). En base a esas tasas resultantes, se estimó la fecundidad de las cohortes de las mujeres nacidas entre 1895 y 1967.

Para proyectar la fecundidad por cohortes, se utilizó un método propuesto por Bourgeois-Pichat (1976). Ya que las cohortes de las mujeres nacidas después de 1932 en 1982 aún no han completado totalmente su período fértil, solamente se conoce parte de su descendencia final. Sin embargo, sí se conoce gran parte de fecundidad de las mujeres nacidas entre 1933 y 1952 (supuestamente más del 72 por ciento de su descendencia final).

Por lo tanto, se extrapoló la tendencia observada de la fecundidad de cada una de esas cohortes, basándose en la experiencia de cohortes anteriores. Los resultados de esta extrapolación fueron verificados con la evolución (transversal) de la fecundidad por encima de la edad observada en el período 1950-1982, y con los resultados de encuestas de fecundidad en cuanto al número de hijos deseados (Rosero: 1982; 1983; Rosero et al. 1984). Para las cohortes nacidas después de 1955 se proyectó la fecundidad de manera igual a lo realizado en la proyección transversal.

El último paso de la proyección longitudinal consistió en transformar las tasas por cohortes, extrapoladas y proyectadas, en tasas transversales para el período 1983-2025.

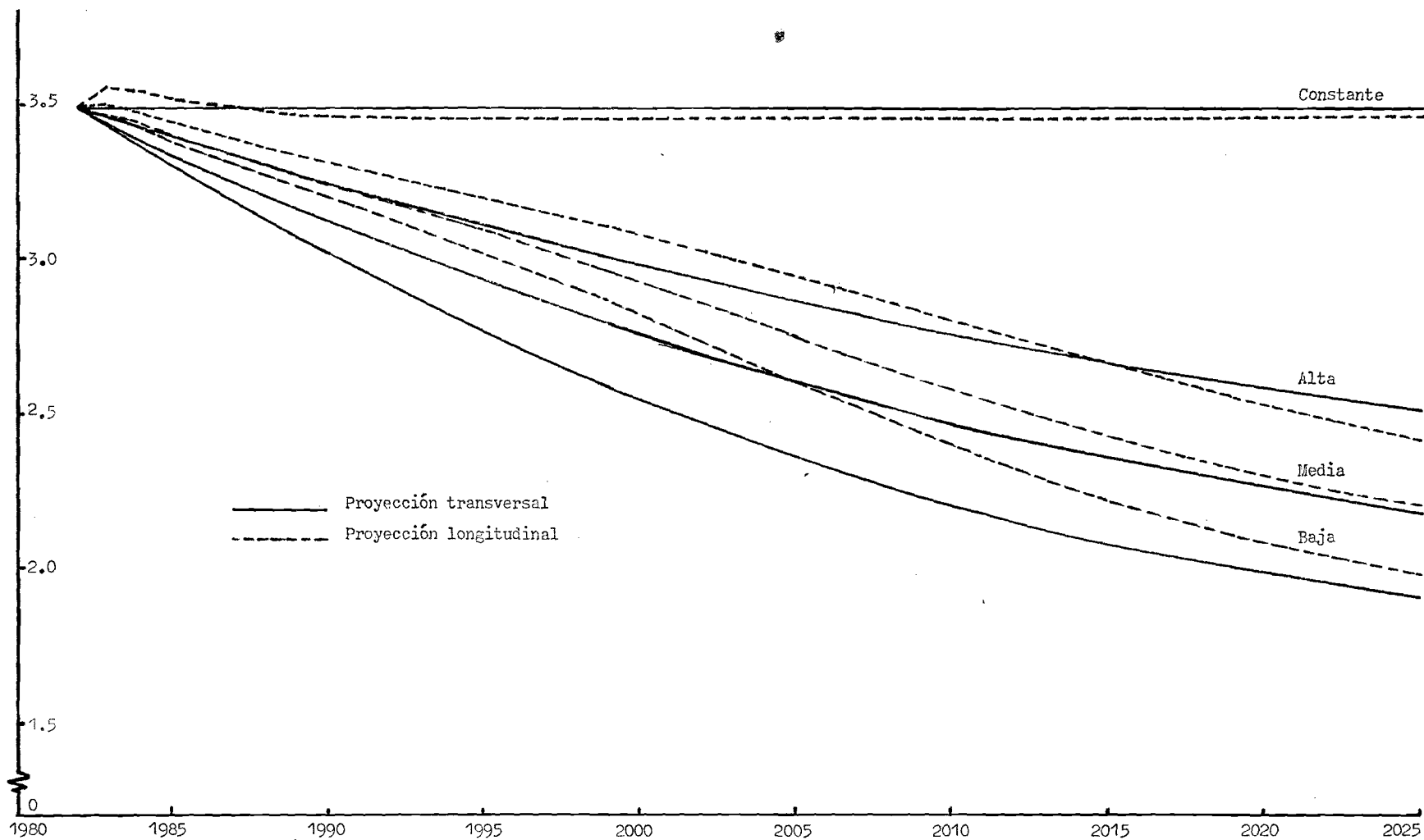
En el gráfico 4.1 se presentan los resultados de la proyección del nivel de la fecundidad según los dos métodos de proyección analizados y según las cuatro hipótesis (de cada una de las dos). Se observa que ambas proyecciones, si se comparan los niveles proyectados para el año 2025, no difieren mucho entre sí <sup>15/</sup>. Llama la atención, además, que la tendencia de la proyección por cohortes es más regular que lo esperado. Esto puede ser explicado, entre otras razones, por el suavizamiento que produjo el trabajo con grupos quinquenales de edad y se utilizó una función matemática para la desagregación de tales tasas. Además la extrapolación se hizo mediante una regresión lineal que, también introduce una regularidad.

La proyección por cohortes, con respecto a la proyección transversal, muestra un descenso de la fecundidad más lento al principio de la proyección y un descenso más rápido al final.

---

<sup>15/</sup> Debe quedar claro que parte de las diferencias pueden ser explicadas por el hecho que las hipótesis en ambas proyecciones no fueron totalmente iguales. Se trató de fijar el nivel de la cohorte de las diferentes variantes igual a los niveles proyectados para el año 2025 según las proyecciones transversales. Esto se hizo asumiendo una edad media al tener hijos igual a 27 años. Así, los niveles de la fecundidad proyectada para el año 2025 fueron traspasadas por 27 años para que las cohortes de 1998 reflejaran dichos niveles.

Gráfico 4.1 COSTA RICA: PROYECCIONES DEL NIVEL DE LA FECUNDIDAD (TGF). COMPARACION ENTRE LA PROYECCION TRANSVERSAL Y LA PROYECCION DE LA TGF RESULTANTE DE LA PROYECCION LONGITUDINAL PARA LAS CUATRO VARIANTES. PERIODO 1982-2025



Aunque los niveles proyectados con ambas proyecciones son muy parecidos al final del período de la proyección, se observa que especialmente en la primera parte existen diferencias; por ejemplo en la TGF de la variante media hay diferencias de alrededor de .15 hijos.

Las diferencias entre las tres variantes ("Baja", "Media" y "Alta" ) de la proyección por cohortes son pequeñas al comienzo, abriéndose en la segunda parte. Esto se explica por el hecho que en las tres variantes, se utilizó la misma técnica para extrapolar la fecundidad de las cohortes in completas. Es claro que se podrían haber efectuado diferentes extrapolaciones para cada variante, con el resultado de ampliar las diferencias al comienzo en las tasas transversales resultantes.

Al comparar los resultados de las dos proyecciones por grupos de edades, se observa en el gráfico 4.2 que, aunque los niveles son bastante parecidos, las tasas por edades del 2025 sí presentan diferencias. La estructura resultante de la proyección por cohortes es una estructura mucho más parecida a la inicial (1982), que la de la proyección transversal. Esto resulta del hecho que la fecundidad en las edades jóvenes -en la proyección para niveles más bajos de la fecundidad que la fecundidad en las edades más avanzadas. Otra diferencia que llama la atención es que la edad media y la desviación estándar de las estructuras por edades proyectadas de la proyección por cohortes fluctúan en el período de la proyección, (véase cuadros 3.7, 3.8 y 3 a, c del Anexo II ), mientras que dichas medidas de la estructura en la otra proyección muestran una tendencia regular decreciente (véase los cuadros 2.7, 2.8 y 2 a y b del Anexo II). En este sentido la proyección longitudinal tenderá a reflejar más lo que puede observarse en la evolución de tales medidas de la estructura en el pasado (véase el cuadro 2.2).

Por último, se quiere hacer una pequeña evaluación de los dos métodos para proyectar la fecundidad. Obviamente no es fácil determinar cuál método se puede considerar más adecuado y metodológicamente más correcto . Ambas tienen sus ventajas y sus problemas.

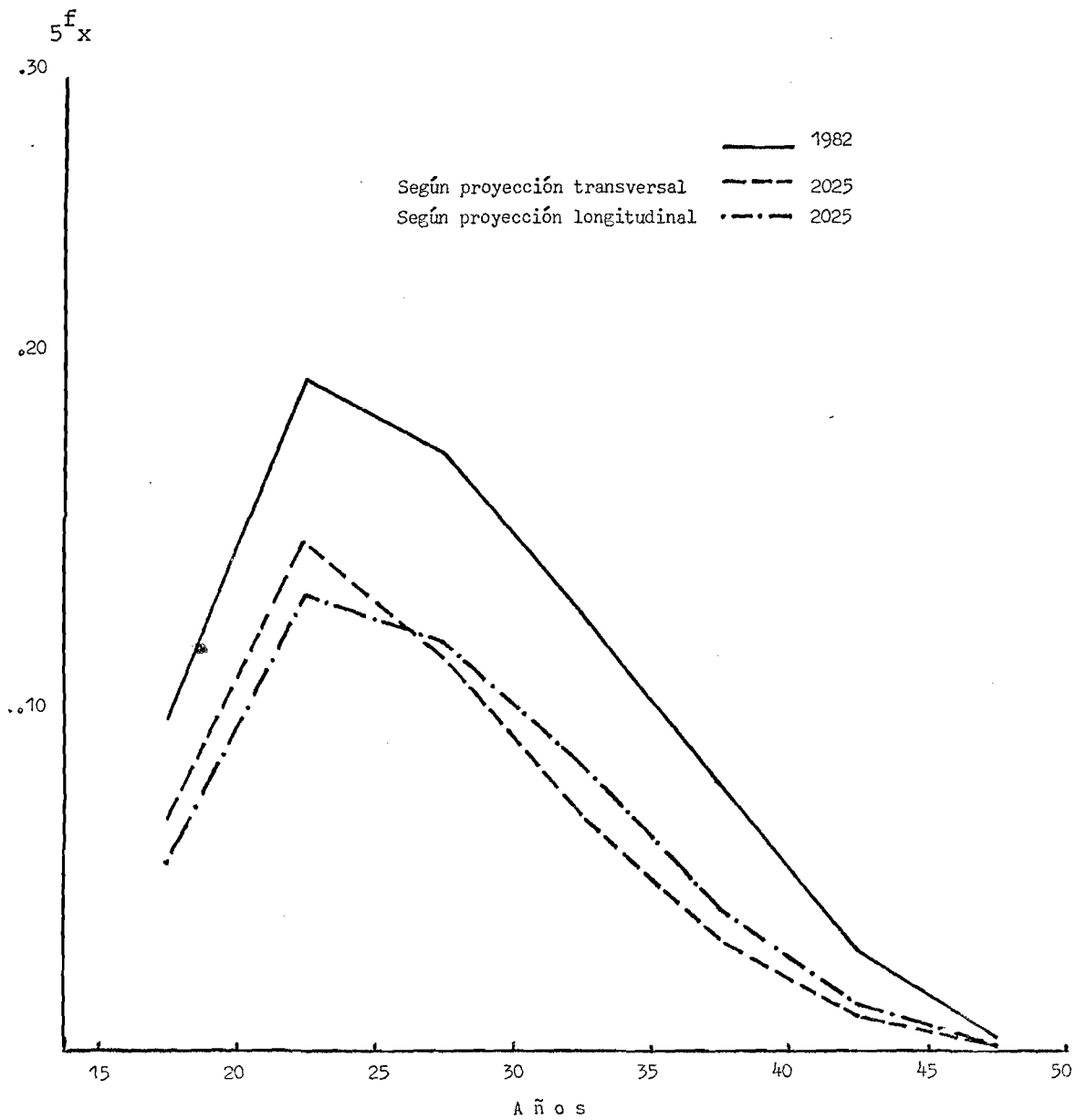
Analizar la fecundidad por cohortes tiene una ventaja metodológica, en el sentido de que sus tasas son más puras, y las medidas resúmenes (p. e. la descendencia a cierta edad o la tasa total de fecundidad) son hechos reales y no hipotéticos. Por otra parte, no resulta tan difícil extrapolar la fecundidad de las cohortes incompletas bajo el supuesto que ésta no cambiará mucho de una cohorte a otra. Además, en la proyección se pueden tomar en cuenta los resultados de encuestas de fecundidad en cuanto al número de hijos deseados, aunque se debe tener mucho cuidado con estos datos, ya que un deseo no significa realidad y la noción sobre el tamaño ideal de la familia puede cambiar fuertemente en el tiempo. La manera de proyectar presentada en este estudio parece conducir a proyecciones conservadoras ya que se supone que las tendencias futuras se definirán en base a las experiencias de cohortes más viejas.

Por su parte, la proyección transversal es menos conservadora, ya que está basada en análisis de períodos, que pueden mostrar diferencias mucho más bruscas debido a diferentes causas. Claro está que este tipo de proyección, implícitamente, toma en cuenta elementos propios de las cohortes; debido al hecho que no es aceptable que las tasas de fecundidad por edades fluctúen bruscamente año por año.

Se ha presentado un panorama algo más positivo para la proyección por cohortes, sin embargo, tiene sus limitaciones. El problema está en que en la mayoría de los países, como en Costa Rica, no existen los datos básicos necesarios para efectuar un análisis longitudinal, implicando que debe par tirse de datos transversales, lo que obviamente conduce a estimaciones aproximadas de las tasas por cohortes. Además, se necesitan datos de un período suficientemente largo para poder reconstruir la experiencia completa de algunas cohortes. En el caso de Costa Rica, esto implica hacer ciertos supuestos sobre la fecundidad antes de 1950.

Es posible que, las proyecciones de la fecundidad, pudiesen obtenerse a través de una combinación de ambos métodos presentados. En todo caso parece ser recomendable -en los países donde se cuenta con suficiente información básica-, además de hacer una proyección transversal (lo que normalmente se efectúa), realizar una proyección por cohortes.

Gráfico 4.2 COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD PARA 1982 Y CÓMO PROYECTADA SEGUN LA PROYECCION TRANSVERSAL Y LA PROYECCION LONGITUDINAL PARA 2025





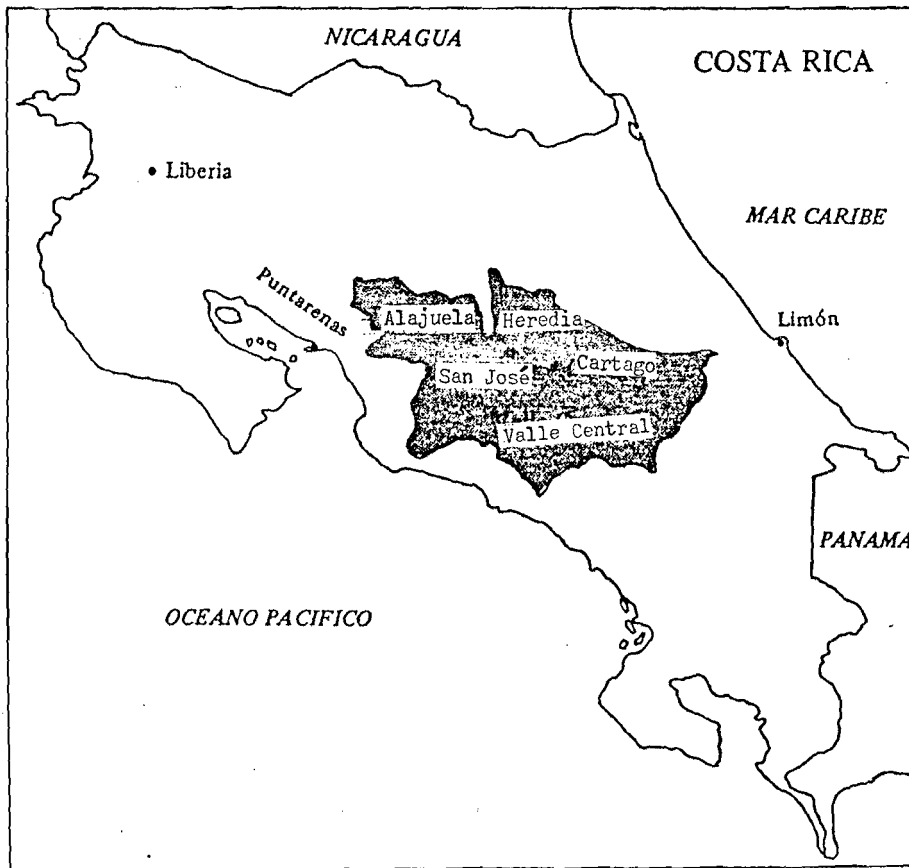
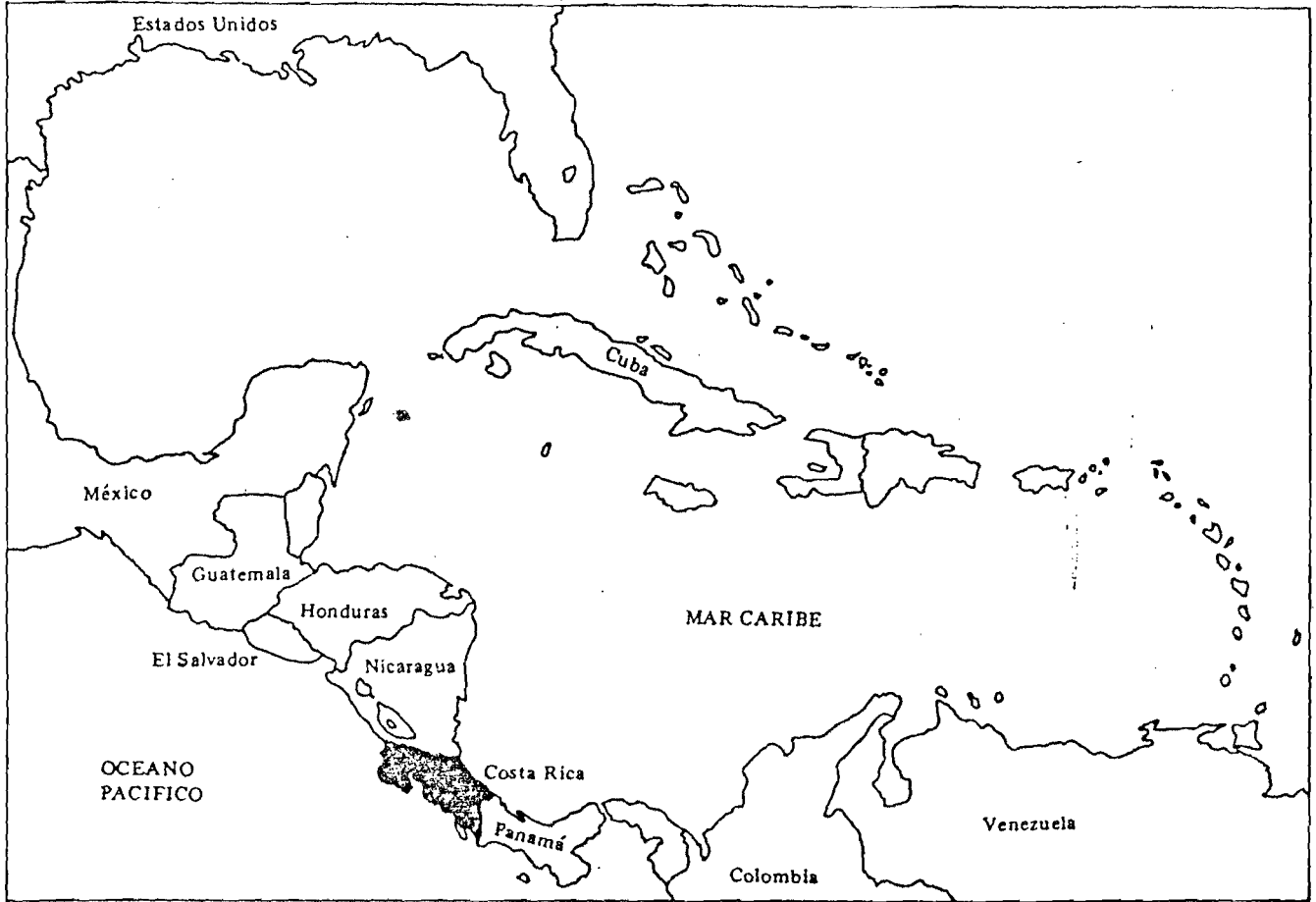
**A N E X O I.**

**COSTA RICA: CARACTERISTICAS GENERALES**

---

---

MAPA DE LOS PAISES DE CENTROAMERICA Y EL CARIBE



Costa Rica es un pequeño país de 51 100 kilómetros cuadrados, situado en América Central, en la sección más angosta del Continente Americano (véase mapa). Limita hacia el norte con Nicaragua y hacia el Sur con Panamá y tiene costas tanto en el Océano Pacífico como en el Océano Atlántico (Mar Caribe). Estimaciones obtenidas a partir del censo de 1984, sitúan su población, a mediados de 1984, en 2.47 millones, lo que determina una densidad de 48 habitantes por kilómetro cuadrado. Por lo tanto, Costa Rica es el tercer país más densamente poblado de la América Continental, siendo superado sólo por El Salvador y Guatemala.

Las características climáticas y la fertilidad del suelo, así como razones históricas, han hecho del Valle Central el centro político, económico, social y demográfico del país desde la época colonial. Como consecuencia de ello, una gran parte de la población costarricense (60 por ciento) se encuentra en esa pequeña fracción del territorio (15 por ciento). El principal núcleo urbano es el Area Metropolitana de San José (que incluye a la capital de la República) cuya población representa un 25 por ciento de la población del país.

La economía de Costa Rica es fundamentalmente agroexportadora y ha dependido tradicionalmente de la exportación del café y del banano; más recientemente se observa una diversificación: la cría de ganado, por ejemplo. No obstante un proceso de industrialización basado en la sustitución de importaciones, lo que ha bajado la importancia relativa de la agricultura en el Producto Interno Bruto (PIB), la economía sigue siendo básicamente agrícola. Del total exportado en 1977, el 56 por ciento fue producto de las ventas de café y banano y el 72 por ciento de bienes agropecuarios en general. Las severas dificultades económicas que afronta el país desde 1980, tiene su origen, principalmente, en un fuerte desbalance entre sus exportaciones e importaciones. Ahora Costa Rica es un país con una de las deudas externas per cápita más altas en el mundo.

En el cuadro I.1, se compara la situación relativa de Costa Rica en varios aspectos, con respecto a los países centroamericanos y Panamá.

Tomando el Producto Nacional Bruto per cápita como indicador, se observa que junto con Panamá, es el país de mayor desarrollo económico del área con 1 820 dólares de producto per cápita alcanzado en 1979. Sin embargo, más importante que este índice de progreso económico son los índices de desarrollo social, pues a través de amplios programas de educación, salud, seguridad social y otros, Costa Rica ha alcanzado sus mejores éxitos en esta materia. Así, para mencionar algunos, el país ha logrado disminuir el analfabetismo al 10 por ciento (5 por ciento entre las generaciones más jóvenes) y la mortalidad infantil a 19 por mil nacimientos.

Cabe anotar, sin embargo, que desde 1980, cuando Costa Rica entró en un período de crisis y de fuerte contracción económica, el nivel de bienestar ya no es tan favorable. En 1982, el producto interno bruto por habitante era un poco superior al nivel alcanzado en 1970. En el período 1981-1983, el Producto Interno Bruto por habitante cayó en más del 20 por ciento.

Cuadro I.1

ALGUNOS INDICES DEMOGRAFICOS, ECONOMICOS Y SOCIALES  
DE LOS PAISES CENTROAMERICANOS ALREDEDOR DE 1979

| Concepto   | Costa Rica | El Salvador | Guatemala | Honduras | Nicaragua | Panamá |
|--|------------|-------------|-----------|----------|-----------|--------|
| - Población (millones)   | 2.2        | 4.4         | 6.8       | 3.6      | 2.6       | 1.8    |
| - Densidad (hab/km <sup>2</sup> )                                    | 44         | 210         | 62        | 33       | 22        | 24     |
| - Crecimiento demográfico anual (°/o para 1970-79)                   | 2.6        | 2.9         | 2.9       | 3.3      | 3.3       | 2.3    |
| - Tasa total de fecundidad (hijos por mujer)                         | 3.5        | 5.8         | 5.5       | 6.8      | 6.3       | 4.0    |
| - Tasa de prevalencia anticonceptiva (°/o en unión usando)           | 64         | 34          | ..        | 9        | 19        | 47     |
| - Esperanza de vida (años)   | 72         | 63          | 59        | 58       | 56        | 70     |
| - Tasa de mortalidad infantil (por mil nacidos vivos)                | 19         | 60          | ..        | 118      | ..        | 47     |
| - Población con acceso a agua potable (°/o en 1975)                  | 77         | 53          | 40        | 46       | 70        | 79     |
| - Población urbana (°/o)   | 43         | 41          | 39        | 36       | 53        | 54     |
| - Analfabetismo (°/o entre los de 10 y más años de edad)             | 10         | 38          | 40        | 58       | 10        | 20     |
| - Matrícula universitaria (°/o respecto a los de 20-24 años de edad) | 19         | 8           | 5         | 7        | 11        | 21     |
| - Producto Nacional Bruto per cápita (dólares)                       | 1820       | 670         | 1020      | 530      | 660       | 1400   |
| - PIB de origen agrícola (°/o)                                       | 19         | 28          | ..        | 32       | 29        | ..     |
| - Consumo de energía per cápita (kg. equivalente de carbón)          | 842        | 351         | 251       | 248      | 455       | 947    |

Fuente: Banco Mundial. *Informe Sobre el Desarrollo Mundial, 1981*. Washington, 1981.

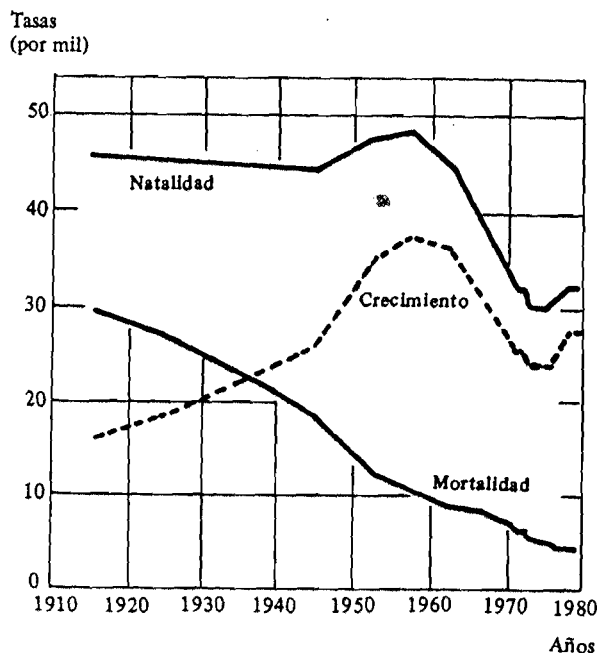
En cuanto a los aspectos étnicos y religiosos, la población costarricense es bastante homogénea. La religión católica es, sino la única, la más importante del país (cerca del 95 por ciento de los habitantes se declaran católicos y una elevada proporción de ellos son practicantes). La gran mayoría de la población es mestiza de origen español, con un componente indígena muy bajo

### Tendencias demográficas

En el cuadro I.2 y el gráfico I.1 se presenta la evolución demográfica de Costa Rica, a través de las tasas de mortalidad, natalidad y crecimiento natural. La población costarricense ha alcanzado una fase avanzada de la transición demográfica, la cual se inició con la baja de la mortalidad en las primeras décadas de este siglo y la aceleración de su descenso después de 1940. La natalidad se mantuvo en un nivel elevado e incluso aumentó en la década de los 50. Esto hizo que la población del país creciera cada vez más rápidamente, hasta alcanzar en 1960 ese vertiginoso crecimiento natural de 3.8 por ciento anual; uno de los más altos observados en el mundo. Sin embargo, a partir de este último año, la natalidad inició un proceso de rápida disminución que, consecuentemente, ha reducido el ritmo de crecimiento. En la etapa más reciente, posterior a 1975, el descenso se interrumpe y la tasa de natalidad tiende a crecer levemente, lo que resultó en una tasa de crecimiento de 2.8 por ciento en 1980. Estas fluctuaciones recientes no se deben tanto a aumentos de la fecundidad, sino más bien al hecho de que el número de mujeres en edad reproductiva ha crecido significativamente en los últimos años.

La tasa bruta de mortalidad, por su parte, es una de las más bajas del mundo. Esto se debe al hecho que la población costarricense tiene una estructura por edades joven, y que la mortalidad es baja. Esto último se refleja en una tasa de mortalidad infantil de tan sólo 19 por mil y una esperanza de vida al nacimiento de 73 años, valores que son parecidos a los de los países desarrollados.

Gráfico I.1  
TASAS DE NATALIDAD, MORTALIDAD Y CRECIMIENTO  
NATURAL  
COSTA RICA, 1910-1978



Fuente: cuadro I.2

Cuadro I.2  
EVOLUCION DE LAS TASAS DE NATALIDAD, MORTALIDAD,  
CRECIMIENTO NATURAL, MORTALIDAD INFANTIL Y  
FECUNDIDAD TOTAL  
COSTA RICA, 1910-1980

| Año           | Nata-<br>lidad | Mortalidad | CreCIMien-<br>to natural | Mortali-<br>dad<br>infantil | Fecundi-<br>dad<br>(hijos) |
|---------------|----------------|------------|--------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| Tasas por mil |                |            |                          |                             |                            |
| 1910-20       | 46             | 30         | 16                       | 195                         | ..                         |
| 1920-30       | 46             | 27         | 19                       | 207                         | ..                         |
| 1930-40       | 45             | 23         | 22                       | 151                         | ..                         |
| 1940-50       | 44             | 18         | 26                       | 112                         | ..                         |
| 1950-60       | 48             | 12         | 36                       | 89                          | 6.9                        |
| 1960          | 48             | 10         | 38                       | 76                          | 7.3                        |
| 1965          | 42             | 9          | 33                       | 75                          | 6.5                        |
| 1970          | 33             | 7          | 26                       | 63                          | 4.9                        |
| 1975          | 30             | 5          | 25                       | 38                          | 3.8                        |
| 1976          | 30             | 5          | 25                       | 33                          | 3.7                        |
| 1977          | 31             | 5          | 26                       | 28                          | 3.8                        |
| 1978          | 32             | 4          | 28                       | 22                          | 3.9                        |
| 1979          | 32             | 4          | 28                       | 22                          | 3.8                        |
| 1980          | 32             | 4          | 28                       | 19                          | 3.7                        |

Fuentes: -Luis Rosero, "La Situación Demográfica de Costa Rica", en *Séptimo Seminario Nacional de Demografía*, San José, 1979, pp. 1-43.  
-*Anuarios Estadísticos* de la Dirección General de Estadística y Censos.  
-Para 1979 y 1980, datos provisionales aún no publicados.

Vale la pena destacar aquí que Costa Rica cuenta con estadísticas de los hechos vitales que son bastante confiables y que, por lo tanto, permiten seguir muy de cerca la evolución de las tendencias demográficas. Se estima que el registro de defunciones tiene una integridad cercana al 95 por ciento y que el de los nacimientos prácticamente no adolece de subregistro. El problema con las estadísticas de nacimientos es el de la inscripción tardía, que afecta a alrededor del 6 por ciento de ellos. Sin embargo, se ha comprobado que la cifra de nacimientos que se dejan de inscribir en un año se compensa en el mismo año con la de los inscritos tardíamente. La única duda para el cálculo de tasas demográficas está en el hecho que no se conoce el número de migrantes. Hay indicios de un incremento de la población extranjera en el país, pero todavía no hay datos disponibles sobre el tamaño de esa población. Los resultados del censo de 1984 permitirán mayor información sobre el tema.

BIBLIOGRAFIA

Rosero, Luis, Fecundidad y anticoncepción en Costa Rica, 1981; Resultados de la Segunda Encuesta de Prevalencia anticonceptiva, págs.9-15, Westinghouse Health Systems, Asociación Demográfica Costarricense, San José, Costa Rica, 1981.

Rosero, Luis, Gómez, Miguel y Rodríguez, Virginia: Determinantes de la fecundidad en Costa Rica: análisis longitudinal de tres encuestas, págs. 7-15, Dirección General de Estadística y Censos de Costa Rica, San José, Costa Rica, 1981.

CEPAL, "Balance preliminar de la economía latinoamericana en 1983", Notas sobre la economía y el desarrollo de América Latina, Nos. 387 y 388, diciembre de 1983.









Cuadro II.1 COSTA RICA: LA FECUNDIDAD ACUMULADA POR EDADES SIMPLES, DATOS DESDE 1982 HASTA 2025

| años | 15.0  | 17.0  | 18.0  | 19.0  | 20.0  | 21.0  | 22.0  | 23.0  | 24.0  | 25.0  | 26.0  | 27.0  | 28.0  | 29.0  | 30.0  | 31.0  | 32.0  | 33.0  | 34.0  | 35.0  | 36.0  | 37.0  | 38.0  | 39.0  | 40.0  | 41.0  | 42.0  | 43.0  | 44.0  | 45.0  | 46.0  | 47.0  | 48.0  | 49.0  | 50.0  |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1982 | 0.015 | 0.072 | 0.174 | 0.314 | 0.480 | 0.684 | 0.858 | 1.055 | 1.251 | 1.443 | 1.630 | 1.810 | 1.985 | 2.147 | 2.303 | 2.450 | 2.588 | 2.715 | 2.833 | 2.940 | 3.037 | 3.123 | 3.199 | 3.264 | 3.319 | 3.364 | 3.400 | 3.429 | 3.450 | 3.465 | 3.475 | 3.481 | 3.484 | 3.485 | 3.485 |
| 1983 | 0.014 | 0.071 | 0.172 | 0.310 | 0.476 | 0.659 | 0.851 | 1.047 | 1.242 | 1.433 | 1.619 | 1.797 | 1.968 | 2.131 | 2.285 | 2.429 | 2.565 | 2.690 | 2.804 | 2.911 | 3.006 | 3.090 | 3.163 | 3.230 | 3.284 | 3.329 | 3.366 | 3.407 | 3.421 | 3.431 | 3.434 | 3.436 | 3.439 | 3.440 | 3.440 |
| 1984 | 0.014 | 0.070 | 0.169 | 0.306 | 0.471 | 0.653 | 0.844 | 1.039 | 1.233 | 1.422 | 1.606 | 1.783 | 1.953 | 2.113 | 2.265 | 2.408 | 2.541 | 2.664 | 2.778 | 2.880 | 2.973 | 3.055 | 3.126 | 3.188 | 3.239 | 3.282 | 3.316 | 3.342 | 3.362 | 3.376 | 3.385 | 3.390 | 3.393 | 3.394 | 3.394 |
| 1985 | 0.014 | 0.068 | 0.167 | 0.303 | 0.466 | 0.647 | 0.837 | 1.031 | 1.223 | 1.412 | 1.595 | 1.770 | 1.937 | 2.094 | 2.244 | 2.387 | 2.518 | 2.639 | 2.750 | 2.851 | 2.941 | 3.021 | 3.091 | 3.151 | 3.201 | 3.242 | 3.275 | 3.301 | 3.319 | 3.333 | 3.341 | 3.347 | 3.349 | 3.350 | 3.350 |
| 1986 | 0.013 | 0.067 | 0.165 | 0.299 | 0.461 | 0.641 | 0.830 | 1.023 | 1.214 | 1.401 | 1.582 | 1.756 | 1.922 | 2.079 | 2.227 | 2.366 | 2.495 | 2.614 | 2.723 | 2.821 | 2.909 | 2.987 | 3.055 | 3.113 | 3.162 | 3.202 | 3.234 | 3.259 | 3.277 | 3.290 | 3.298 | 3.303 | 3.305 | 3.306 | 3.306 |
| 1987 | 0.013 | 0.066 | 0.162 | 0.296 | 0.457 | 0.635 | 0.823 | 1.015 | 1.205 | 1.391 | 1.570 | 1.743 | 1.907 | 2.062 | 2.208 | 2.344 | 2.471 | 2.588 | 2.695 | 2.792 | 2.878 | 2.954 | 3.020 | 3.077 | 3.124 | 3.163 | 3.194 | 3.217 | 3.235 | 3.247 | 3.255 | 3.260 | 3.262 | 3.263 | 3.263 |
| 1988 | 0.013 | 0.065 | 0.160 | 0.292 | 0.452 | 0.629 | 0.816 | 1.007 | 1.195 | 1.380 | 1.558 | 1.729 | 1.891 | 2.044 | 2.188 | 2.323 | 2.448 | 2.563 | 2.668 | 2.762 | 2.846 | 2.921 | 2.985 | 3.040 | 3.086 | 3.124 | 3.153 | 3.176 | 3.193 | 3.205 | 3.213 | 3.217 | 3.219 | 3.220 | 3.220 |
| 1989 | 0.012 | 0.064 | 0.158 | 0.289 | 0.447 | 0.624 | 0.810 | 0.999 | 1.186 | 1.369 | 1.546 | 1.715 | 1.875 | 2.027 | 2.169 | 2.302 | 2.425 | 2.537 | 2.640 | 2.733 | 2.815 | 2.888 | 2.951 | 3.004 | 3.049 | 3.085 | 3.114 | 3.136 | 3.152 | 3.164 | 3.171 | 3.175 | 3.177 | 3.178 | 3.178 |
| 1990 | 0.012 | 0.062 | 0.156 | 0.285 | 0.443 | 0.618 | 0.803 | 0.990 | 1.177 | 1.358 | 1.534 | 1.701 | 1.860 | 2.009 | 2.150 | 2.280 | 2.401 | 2.512 | 2.613 | 2.703 | 2.784 | 2.855 | 2.916 | 2.968 | 3.011 | 3.046 | 3.074 | 3.096 | 3.111 | 3.122 | 3.129 | 3.133 | 3.135 | 3.136 | 3.136 |
| 1991 | 0.012 | 0.061 | 0.153 | 0.282 | 0.438 | 0.612 | 0.796 | 0.982 | 1.167 | 1.348 | 1.522 | 1.687 | 1.844 | 1.992 | 2.131 | 2.259 | 2.379 | 2.487 | 2.586 | 2.675 | 2.754 | 2.823 | 2.883 | 2.933 | 2.975 | 3.009 | 3.036 | 3.057 | 3.072 | 3.083 | 3.090 | 3.093 | 3.096 | 3.096 |       |
| 1992 | 0.011 | 0.060 | 0.151 | 0.279 | 0.434 | 0.607 | 0.789 | 0.974 | 1.158 | 1.337 | 1.509 | 1.673 | 1.829 | 1.975 | 2.112 | 2.238 | 2.355 | 2.462 | 2.559 | 2.646 | 2.723 | 2.791 | 2.849 | 2.898 | 2.938 | 2.972 | 2.999 | 3.019 | 3.033 | 3.043 | 3.050 | 3.054 | 3.055 | 3.056 | 3.056 |
| 1993 | 0.011 | 0.059 | 0.149 | 0.276 | 0.430 | 0.601 | 0.782 | 0.967 | 1.149 | 1.326 | 1.497 | 1.660 | 1.814 | 1.958 | 2.093 | 2.219 | 2.333 | 2.438 | 2.533 | 2.618 | 2.694 | 2.760 | 2.816 | 2.864 | 2.904 | 2.936 | 2.962 | 2.981 | 2.995 | 3.005 | 3.011 | 3.015 | 3.016 | 3.017 | 3.017 |
| 1994 | 0.011 | 0.058 | 0.147 | 0.272 | 0.425 | 0.596 | 0.776 | 0.958 | 1.140 | 1.316 | 1.485 | 1.646 | 1.798 | 1.941 | 2.073 | 2.197 | 2.310 | 2.413 | 2.506 | 2.590 | 2.664 | 2.728 | 2.783 | 2.830 | 2.869 | 2.900 | 2.925 | 2.943 | 2.957 | 2.966 | 2.972 | 2.976 | 2.977 | 2.978 | 2.978 |
| 1995 | 0.011 | 0.057 | 0.145 | 0.269 | 0.421 | 0.590 | 0.769 | 0.951 | 1.131 | 1.305 | 1.473 | 1.633 | 1.783 | 1.924 | 2.055 | 2.176 | 2.288 | 2.389 | 2.481 | 2.563 | 2.635 | 2.698 | 2.752 | 2.798 | 2.835 | 2.866 | 2.889 | 2.908 | 2.921 | 2.930 | 2.936 | 2.939 | 2.940 | 2.941 | 2.941 |
| 1996 | 0.010 | 0.056 | 0.143 | 0.266 | 0.417 | 0.585 | 0.763 | 0.943 | 1.121 | 1.295 | 1.461 | 1.619 | 1.768 | 1.907 | 2.036 | 2.156 | 2.266 | 2.365 | 2.455 | 2.536 | 2.606 | 2.668 | 2.721 | 2.765 | 2.802 | 2.831 | 2.854 | 2.872 | 2.885 | 2.893 | 2.899 | 2.902 | 2.903 | 2.904 | 2.904 |
| 1997 | 0.010 | 0.055 | 0.141 | 0.263 | 0.413 | 0.580 | 0.756 | 0.935 | 1.112 | 1.285 | 1.449 | 1.606 | 1.753 | 1.890 | 2.018 | 2.136 | 2.244 | 2.342 | 2.430 | 2.509 | 2.578 | 2.638 | 2.690 | 2.733 | 2.769 | 2.797 | 2.820 | 2.837 | 2.849 | 2.858 | 2.863 | 2.866 | 2.868 | 2.868 | 2.868 |
| 1998 | 0.010 | 0.055 | 0.139 | 0.260 | 0.409 | 0.574 | 0.750 | 0.928 | 1.104 | 1.274 | 1.438 | 1.592 | 1.738 | 1.874 | 2.000 | 2.116 | 2.223 | 2.319 | 2.406 | 2.483 | 2.551 | 2.609 | 2.660 | 2.702 | 2.737 | 2.765 | 2.786 | 2.803 | 2.815 | 2.823 | 2.828 | 2.831 | 2.833 | 2.833 | 2.833 |
| 1999 | 0.010 | 0.054 | 0.138 | 0.257 | 0.404 | 0.569 | 0.743 | 0.920 | 1.095 | 1.264 | 1.426 | 1.579 | 1.723 | 1.857 | 1.982 | 2.096 | 2.201 | 2.296 | 2.381 | 2.457 | 2.523 | 2.581 | 2.630 | 2.671 | 2.705 | 2.732 | 2.753 | 2.769 | 2.781 | 2.788 | 2.793 | 2.796 | 2.798 | 2.798 | 2.798 |
| 2000 | 0.010 | 0.053 | 0.136 | 0.255 | 0.401 | 0.564 | 0.737 | 0.913 | 1.086 | 1.254 | 1.415 | 1.566 | 1.709 | 1.842 | 1.965 | 2.074 | 2.180 | 2.274 | 2.357 | 2.432 | 2.497 | 2.553 | 2.601 | 2.641 | 2.674 | 2.701 | 2.721 | 2.737 | 2.748 | 2.756 | 2.761 | 2.763 | 2.765 | 2.765 | 2.765 |
| 2001 | 0.009 | 0.052 | 0.134 | 0.252 | 0.397 | 0.559 | 0.731 | 0.905 | 1.077 | 1.244 | 1.403 | 1.554 | 1.695 | 1.826 | 1.947 | 2.058 | 2.160 | 2.252 | 2.334 | 2.407 | 2.470 | 2.526 | 2.572 | 2.612 | 2.644 | 2.670 | 2.690 | 2.705 | 2.716 | 2.723 | 2.728 | 2.730 | 2.732 | 2.732 | 2.732 |
| 2002 | 0.009 | 0.051 | 0.132 | 0.249 | 0.393 | 0.554 | 0.725 | 0.898 | 1.069 | 1.234 | 1.392 | 1.541 | 1.680 | 1.810 | 1.930 | 2.040 | 2.140 | 2.230 | 2.311 | 2.382 | 2.445 | 2.499 | 2.545 | 2.583 | 2.614 | 2.640 | 2.659 | 2.674 | 2.684 | 2.691 | 2.696 | 2.698 | 2.700 | 2.700 | 2.700 |
| 2003 | 0.009 | 0.050 | 0.131 | 0.247 | 0.389 | 0.550 | 0.719 | 0.891 | 1.061 | 1.225 | 1.381 | 1.529 | 1.667 | 1.795 | 1.913 | 2.021 | 2.120 | 2.209 | 2.288 | 2.358 | 2.420 | 2.473 | 2.518 | 2.555 | 2.586 | 2.610 | 2.629 | 2.644 | 2.654 | 2.661 | 2.665 | 2.668 | 2.669 | 2.669 | 2.669 |
| 2004 | 0.009 | 0.050 | 0.129 | 0.244 | 0.386 | 0.545 | 0.713 | 0.884 | 1.053 | 1.215 | 1.370 | 1.517 | 1.653 | 1.780 | 1.897 | 2.004 | 2.101 | 2.189 | 2.266 | 2.335 | 2.395 | 2.447 | 2.491 | 2.528 | 2.558 | 2.582 | 2.600 | 2.614 | 2.624 | 2.631 | 2.635 | 2.638 | 2.639 | 2.639 | 2.639 |
| 2005 | 0.009 | 0.049 | 0.128 | 0.242 | 0.382 | 0.540 | 0.708 | 0.877 | 1.045 | 1.206 | 1.360 | 1.505 | 1.640 | 1.765 | 1.881 | 1.986 | 2.082 | 2.168 | 2.245 | 2.313 | 2.372 | 2.423 | 2.466 | 2.502 | 2.531 | 2.554 | 2.573 | 2.588 | 2.596 | 2.602 | 2.606 | 2.609 | 2.610 | 2.610 | 2.610 |
| 2006 | 0.008 | 0.048 | 0.126 | 0.239 | 0.379 | 0.536 | 0.702 | 0.871 | 1.037 | 1.197 | 1.349 | 1.493 | 1.627 | 1.751 | 1.865 | 1.969 | 2.063 | 2.148 | 2.224 | 2.290 | 2.348 | 2.398 | 2.440 | 2.476 | 2.504 | 2.527 | 2.545 | 2.558 | 2.567 | 2.574 | 2.577 | 2.580 | 2.581 | 2.581 | 2.581 |
| 2007 | 0.008 | 0.048 | 0.125 | 0.237 | 0.375 | 0.532 | 0.697 | 0.864 | 1.029 | 1.188 | 1.340 | 1.482 | 1.614 | 1.737 | 1.850 | 1.952 | 2.046 | 2.129 | 2.204 | 2.269 | 2.326 | 2.375 | 2.417 | 2.451 | 2.479 | 2.501 | 2.519 | 2.531 | 2.541 | 2.547 | 2.551 | 2.553 | 2.554 | 2.554 | 2.554 |
| 2008 | 0.008 | 0.047 | 0.123 | 0.234 | 0.372 | 0.527 | 0.691 | 0.858 | 1.022 | 1.179 | 1.329 | 1.470 | 1.602 | 1.723 | 1.834 | 1.936 | 2.028 | 2.110 | 2.184 | 2.248 | 2.304 | 2.352 | 2.393 | 2.426 | 2.454 | 2.476 | 2.492 | 2.505 | 2.514 | 2.520 | 2.524 | 2.526 | 2.527 | 2.527 | 2.527 |
| 2009 | 0.008 | 0.046 | 0.122 | 0.232 | 0.369 | 0.523 | 0.686 | 0.852 | 1.014 | 1.171 | 1.320 | 1.459 | 1.589 | 1.709 | 1.820 | 1.920 | 2.011 | 2.092 | 2.164 | 2.228 | 2.283 | 2.330 | 2.370 | 2.403 | 2.430 | 2.451 | 2.467 | 2.480 | 2.488 | 2.494 | 2.498 | 2.500 | 2.501 | 2.501 | 2.501 |
| 2010 | 0.008 | 0.046 | 0.121 | 0.230 | 0.366 | 0.519 | 0.681 | 0.845 | 1.007 | 1.163 | 1.310 | 1.449 | 1.578 | 1.696 | 1.805 | 1.904 | 1.994 | 2.074 | 2.145 | 2.208 | 2.262 | 2.308 | 2.347 | 2.380 | 2.406 | 2.427 | 2.443 | 2.455 | 2.464 | 2.469 | 2.473 | 2.475 | 2.476 | 2.476 | 2.476 |
| 2011 | 0.008 | 0.045 | 0.120 | 0.228 | 0.363 | 0.515 | 0.676 | 0.840 | 1.000 | 1.155 | 1.301 | 1.439 | 1.566 | 1.684 | 1.792 | 1.890 | 1.978 | 2.057 | 2.127 | 2.189 | 2.242 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

Cuadro II.2a

COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD; EDAD MEDIA AL TENER HIJOS;  
 DESVIACION ESTANDAR: 1982-2025. VARIANTE BAJA

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | TGF   | n      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1982 | 0.096 | 0.193 | 0.172 | 0.127 | 0.076 | 0.029 | 0.004 | 3.485 | 27.491 | 6.757 |
| 1983 | 0.095 | 0.191 | 0.170 | 0.125 | 0.073 | 0.028 | 0.004 | 3.425 | 27.426 | 6.723 |
| 1984 | 0.094 | 0.190 | 0.167 | 0.122 | 0.071 | 0.027 | 0.004 | 3.366 | 27.362 | 6.689 |
| 1985 | 0.092 | 0.188 | 0.165 | 0.119 | 0.068 | 0.026 | 0.003 | 3.308 | 27.301 | 6.655 |
| 1986 | 0.091 | 0.186 | 0.163 | 0.116 | 0.066 | 0.024 | 0.003 | 3.250 | 27.239 | 6.622 |
| 1987 | 0.090 | 0.185 | 0.161 | 0.113 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.193 | 27.180 | 6.590 |
| 1988 | 0.089 | 0.183 | 0.158 | 0.111 | 0.062 | 0.022 | 0.003 | 3.137 | 27.122 | 6.558 |
| 1989 | 0.087 | 0.181 | 0.156 | 0.108 | 0.060 | 0.021 | 0.003 | 3.083 | 27.066 | 6.528 |
| 1990 | 0.086 | 0.180 | 0.154 | 0.106 | 0.058 | 0.020 | 0.002 | 3.029 | 27.011 | 6.497 |
| 1991 | 0.085 | 0.178 | 0.151 | 0.103 | 0.056 | 0.020 | 0.002 | 2.976 | 26.958 | 6.468 |
| 1992 | 0.084 | 0.176 | 0.149 | 0.101 | 0.054 | 0.019 | 0.002 | 2.924 | 26.906 | 6.439 |
| 1993 | 0.083 | 0.175 | 0.147 | 0.098 | 0.052 | 0.018 | 0.002 | 2.874 | 26.856 | 6.411 |
| 1994 | 0.081 | 0.173 | 0.145 | 0.096 | 0.050 | 0.017 | 0.002 | 2.824 | 26.807 | 6.383 |
| 1995 | 0.080 | 0.171 | 0.143 | 0.094 | 0.049 | 0.016 | 0.002 | 2.776 | 26.760 | 6.357 |
| 1996 | 0.079 | 0.169 | 0.140 | 0.092 | 0.047 | 0.016 | 0.002 | 2.730 | 26.716 | 6.332 |
| 1997 | 0.078 | 0.168 | 0.138 | 0.090 | 0.046 | 0.015 | 0.002 | 2.684 | 26.672 | 6.307 |
| 1998 | 0.077 | 0.166 | 0.136 | 0.088 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.640 | 26.630 | 6.283 |
| 1999 | 0.076 | 0.164 | 0.134 | 0.086 | 0.043 | 0.014 | 0.002 | 2.597 | 26.589 | 6.259 |
| 2000 | 0.075 | 0.163 | 0.132 | 0.084 | 0.042 | 0.014 | 0.001 | 2.556 | 26.550 | 6.237 |
| 2001 | 0.074 | 0.161 | 0.130 | 0.082 | 0.041 | 0.013 | 0.001 | 2.516 | 26.513 | 6.215 |
| 2002 | 0.073 | 0.159 | 0.129 | 0.081 | 0.040 | 0.013 | 0.001 | 2.477 | 26.477 | 6.194 |
| 2003 | 0.072 | 0.158 | 0.127 | 0.079 | 0.039 | 0.012 | 0.001 | 2.439 | 26.442 | 6.174 |
| 2004 | 0.071 | 0.156 | 0.125 | 0.077 | 0.038 | 0.012 | 0.001 | 2.403 | 26.408 | 6.155 |
| 2005 | 0.071 | 0.155 | 0.123 | 0.076 | 0.037 | 0.011 | 0.001 | 2.368 | 26.377 | 6.136 |
| 2006 | 0.070 | 0.153 | 0.122 | 0.074 | 0.036 | 0.011 | 0.001 | 2.335 | 26.347 | 6.118 |
| 2007 | 0.069 | 0.152 | 0.120 | 0.073 | 0.035 | 0.011 | 0.001 | 2.303 | 26.318 | 6.101 |
| 2008 | 0.068 | 0.150 | 0.119 | 0.072 | 0.034 | 0.010 | 0.001 | 2.272 | 26.290 | 6.085 |
| 2009 | 0.067 | 0.149 | 0.117 | 0.070 | 0.033 | 0.010 | 0.001 | 2.242 | 26.263 | 6.069 |
| 2010 | 0.067 | 0.148 | 0.116 | 0.069 | 0.033 | 0.010 | 0.001 | 2.213 | 26.237 | 6.054 |
| 2011 | 0.066 | 0.146 | 0.114 | 0.068 | 0.032 | 0.010 | 0.001 | 2.186 | 26.213 | 6.040 |
| 2012 | 0.065 | 0.145 | 0.113 | 0.067 | 0.031 | 0.009 | 0.001 | 2.160 | 26.190 | 6.026 |
| 2013 | 0.065 | 0.144 | 0.112 | 0.066 | 0.031 | 0.009 | 0.001 | 2.134 | 26.168 | 6.012 |
| 2014 | 0.064 | 0.143 | 0.110 | 0.065 | 0.030 | 0.009 | 0.001 | 2.110 | 26.147 | 6.000 |
| 2015 | 0.063 | 0.142 | 0.109 | 0.064 | 0.029 | 0.009 | 0.001 | 2.087 | 26.127 | 5.988 |
| 2016 | 0.063 | 0.141 | 0.108 | 0.063 | 0.029 | 0.009 | 0.001 | 2.065 | 26.107 | 5.977 |
| 2017 | 0.062 | 0.140 | 0.107 | 0.062 | 0.028 | 0.008 | 0.001 | 2.044 | 26.089 | 5.966 |
| 2018 | 0.062 | 0.139 | 0.106 | 0.061 | 0.028 | 0.008 | 0.001 | 2.024 | 26.072 | 5.955 |
| 2019 | 0.061 | 0.138 | 0.105 | 0.061 | 0.028 | 0.008 | 0.001 | 2.005 | 26.056 | 5.945 |
| 2020 | 0.061 | 0.137 | 0.104 | 0.060 | 0.027 | 0.008 | 0.001 | 1.987 | 26.040 | 5.936 |
| 2021 | 0.060 | 0.136 | 0.103 | 0.059 | 0.027 | 0.008 | 0.001 | 1.969 | 26.025 | 5.927 |
| 2022 | 0.060 | 0.135 | 0.102 | 0.059 | 0.026 | 0.008 | 0.001 | 1.953 | 26.011 | 5.919 |
| 2023 | 0.059 | 0.134 | 0.102 | 0.058 | 0.026 | 0.008 | 0.001 | 1.937 | 25.998 | 5.910 |
| 2024 | 0.059 | 0.133 | 0.101 | 0.057 | 0.026 | 0.007 | 0.001 | 1.922 | 25.985 | 5.903 |
| 2025 | 0.059 | 0.133 | 0.100 | 0.057 | 0.025 | 0.007 | 0.001 | 1.907 | 25.972 | 5.895 |

Cuadro II.2b

COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD; EDAD MEDIA AL TENER HIJOS;  
DESVIACION ESTANDAR: 1982-2025. VARIANTE ALTA

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | TGF   | m      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1982 | 0.096 | 0.193 | 0.172 | 0.127 | 0.076 | 0.029 | 0.004 | 3.485 | 27.491 | 6.757 |
| 1983 | 0.095 | 0.192 | 0.171 | 0.126 | 0.074 | 0.029 | 0.004 | 3.455 | 27.458 | 6.740 |
| 1984 | 0.095 | 0.191 | 0.170 | 0.125 | 0.073 | 0.028 | 0.004 | 3.425 | 27.426 | 6.723 |
| 1985 | 0.094 | 0.190 | 0.169 | 0.123 | 0.072 | 0.027 | 0.004 | 3.395 | 27.393 | 6.705 |
| 1986 | 0.094 | 0.190 | 0.167 | 0.122 | 0.071 | 0.027 | 0.004 | 3.366 | 27.362 | 6.689 |
| 1987 | 0.093 | 0.189 | 0.166 | 0.120 | 0.069 | 0.026 | 0.003 | 3.337 | 27.331 | 6.672 |
| 1988 | 0.092 | 0.188 | 0.165 | 0.119 | 0.068 | 0.026 | 0.003 | 3.308 | 27.301 | 6.655 |
| 1989 | 0.092 | 0.187 | 0.164 | 0.118 | 0.067 | 0.025 | 0.003 | 3.280 | 27.271 | 6.639 |
| 1990 | 0.091 | 0.186 | 0.163 | 0.116 | 0.066 | 0.024 | 0.003 | 3.251 | 27.240 | 6.623 |
| 1991 | 0.090 | 0.186 | 0.162 | 0.115 | 0.065 | 0.024 | 0.003 | 3.224 | 27.212 | 6.608 |
| 1992 | 0.090 | 0.185 | 0.161 | 0.114 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.196 | 27.183 | 6.592 |
| 1993 | 0.089 | 0.184 | 0.160 | 0.112 | 0.063 | 0.023 | 0.003 | 3.169 | 27.155 | 6.576 |
| 1994 | 0.089 | 0.183 | 0.159 | 0.111 | 0.062 | 0.022 | 0.003 | 3.143 | 27.128 | 6.562 |
| 1995 | 0.088 | 0.182 | 0.157 | 0.110 | 0.061 | 0.022 | 0.003 | 3.116 | 27.100 | 6.546 |
| 1996 | 0.088 | 0.182 | 0.156 | 0.109 | 0.060 | 0.021 | 0.003 | 3.091 | 27.075 | 6.532 |
| 1997 | 0.087 | 0.181 | 0.155 | 0.107 | 0.059 | 0.021 | 0.003 | 3.065 | 27.048 | 6.518 |
| 1998 | 0.086 | 0.180 | 0.154 | 0.106 | 0.058 | 0.021 | 0.002 | 3.040 | 27.023 | 6.504 |
| 1999 | 0.086 | 0.179 | 0.153 | 0.105 | 0.057 | 0.020 | 0.002 | 3.015 | 26.997 | 6.490 |
| 2000 | 0.085 | 0.179 | 0.152 | 0.104 | 0.056 | 0.020 | 0.002 | 2.991 | 26.973 | 6.476 |
| 2001 | 0.085 | 0.178 | 0.151 | 0.103 | 0.055 | 0.019 | 0.002 | 2.967 | 26.949 | 6.463 |
| 2002 | 0.084 | 0.177 | 0.150 | 0.102 | 0.055 | 0.019 | 0.002 | 2.944 | 26.926 | 6.450 |
| 2003 | 0.084 | 0.176 | 0.149 | 0.101 | 0.054 | 0.019 | 0.002 | 2.921 | 26.903 | 6.437 |
| 2004 | 0.083 | 0.175 | 0.148 | 0.100 | 0.053 | 0.018 | 0.002 | 2.898 | 26.880 | 6.424 |
| 2005 | 0.083 | 0.175 | 0.147 | 0.099 | 0.052 | 0.018 | 0.002 | 2.876 | 26.858 | 6.412 |
| 2006 | 0.082 | 0.174 | 0.146 | 0.098 | 0.051 | 0.018 | 0.002 | 2.854 | 26.837 | 6.400 |
| 2007 | 0.082 | 0.173 | 0.145 | 0.097 | 0.051 | 0.017 | 0.002 | 2.832 | 26.815 | 6.388 |
| 2008 | 0.081 | 0.172 | 0.144 | 0.096 | 0.050 | 0.017 | 0.002 | 2.811 | 26.795 | 6.376 |
| 2009 | 0.081 | 0.172 | 0.143 | 0.095 | 0.049 | 0.017 | 0.002 | 2.791 | 26.775 | 6.365 |
| 2010 | 0.080 | 0.171 | 0.142 | 0.094 | 0.049 | 0.016 | 0.002 | 2.771 | 26.756 | 6.354 |
| 2011 | 0.080 | 0.170 | 0.141 | 0.093 | 0.048 | 0.016 | 0.002 | 2.751 | 26.736 | 6.343 |
| 2012 | 0.079 | 0.169 | 0.141 | 0.092 | 0.047 | 0.016 | 0.002 | 2.732 | 26.718 | 6.333 |
| 2013 | 0.079 | 0.169 | 0.140 | 0.091 | 0.047 | 0.016 | 0.002 | 2.713 | 26.699 | 6.322 |
| 2014 | 0.078 | 0.168 | 0.139 | 0.090 | 0.046 | 0.015 | 0.002 | 2.694 | 26.681 | 6.312 |
| 2015 | 0.078 | 0.167 | 0.138 | 0.089 | 0.046 | 0.015 | 0.002 | 2.676 | 26.664 | 6.302 |
| 2016 | 0.078 | 0.167 | 0.137 | 0.089 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.658 | 26.647 | 6.292 |
| 2017 | 0.077 | 0.166 | 0.136 | 0.088 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.641 | 26.631 | 6.283 |
| 2018 | 0.077 | 0.165 | 0.136 | 0.087 | 0.044 | 0.014 | 0.002 | 2.624 | 26.614 | 6.274 |
| 2019 | 0.076 | 0.165 | 0.135 | 0.086 | 0.044 | 0.014 | 0.002 | 2.607 | 26.598 | 6.265 |
| 2020 | 0.076 | 0.164 | 0.134 | 0.086 | 0.043 | 0.014 | 0.002 | 2.591 | 26.583 | 6.256 |
| 2021 | 0.076 | 0.163 | 0.133 | 0.085 | 0.043 | 0.014 | 0.001 | 2.575 | 26.568 | 6.247 |
| 2022 | 0.075 | 0.163 | 0.133 | 0.084 | 0.042 | 0.014 | 0.001 | 2.560 | 26.554 | 6.239 |
| 2023 | 0.075 | 0.162 | 0.132 | 0.084 | 0.042 | 0.013 | 0.001 | 2.545 | 26.540 | 6.231 |
| 2024 | 0.075 | 0.162 | 0.131 | 0.083 | 0.041 | 0.013 | 0.001 | 2.530 | 26.526 | 6.223 |
| 2025 | 0.074 | 0.161 | 0.130 | 0.082 | 0.041 | 0.013 | 0.001 | 2.516 | 26.513 | 6.215 |



**A N E X O    I I I**

- Cuadro III.1:    COSTA RICA: MATRIZ DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA  
POR EDADES "MEDIAS" PARA LAS COHORTES DE  
1895-1967
- .2:    COSTA RICA: MATRIZ DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA  
PROYECTADA POR EDADES MEDIAS PARA LAS COHORTES  
DE 1955-2020
- .3:    COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD ESPECIFICAS,  
EDAD MEDIA AL TENER HIJOS Y DESVIACION ESTANDAR  
1982-2025.    VARIANTES a) BAJA, b) ALTA y  
c) CONSTANTE





Cuadro III.1 COSTA RICA. LA FECONDIDAD POR CADA MEDIO AÑO DE LAS COHORTES. DATOS DISPONIBLES DESDE 1995 HASTA 1967

| años | 15.5  | 16.5  | 17.5  | 18.5  | 19.5  | 20.5  | 21.5  | 22.5  | 23.5  | 24.5  | 25.5  | 26.5  | 27.5  | 28.5  | 29.5  | 30.5  | 31.5  | 32.5  | 33.5  | 34.5  | 35.5  | 36.5  | 37.5  | 38.5  | 39.5  | 40.5  | 41.5  | 42.5  | 43.5  | 44.5  | 45.5  | 46.5  | 47.5  | 48.5  | 49.5  | 50    |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1895 | 0.001 | 0.024 | 0.103 | 0.255 | 0.480 | 0.757 | 1.062 | 1.397 | 1.734 | 2.043 | 2.363 | 2.677 | 2.986 | 3.287 | 3.586 | 3.873 | 4.170 | 4.457 | 4.730 | 4.988 | 5.225 | 5.442 | 5.634 | 5.803 | 5.949 | 6.079 | 6.188 | 6.276 | 6.347 | 6.400 | 6.439 | 6.465 | 6.480 | 6.487 | 6.489 | 6.489 |
| 1896 | 0.001 | 0.024 | 0.104 | 0.259 | 0.480 | 0.746 | 1.057 | 1.381 | 1.686 | 2.008 | 2.327 | 2.643 | 2.956 | 3.260 | 3.557 | 3.846 | 4.165 | 4.452 | 4.726 | 4.979 | 5.214 | 5.424 | 5.612 | 5.778 | 5.927 | 6.056 | 6.164 | 6.253 | 6.322 | 6.376 | 6.415 | 6.440 | 6.455 | 6.462 | 6.464 | 6.464 |
| 1897 | 0.001 | 0.024 | 0.105 | 0.258 | 0.471 | 0.742 | 1.042 | 1.335 | 1.654 | 1.974 | 2.295 | 2.611 | 2.928 | 3.235 | 3.534 | 3.825 | 4.164 | 4.452 | 4.720 | 4.971 | 5.199 | 5.404 | 5.589 | 5.758 | 5.907 | 6.034 | 6.143 | 6.230 | 6.301 | 6.354 | 6.391 | 6.417 | 6.432 | 6.439 | 6.441 | 6.441 |
| 1898 | 0.001 | 0.024 | 0.105 | 0.251 | 0.468 | 0.730 | 1.001 | 1.308 | 1.625 | 1.948 | 2.269 | 2.593 | 2.908 | 3.238 | 3.560 | 3.870 | 4.171 | 4.453 | 4.719 | 4.962 | 5.184 | 5.387 | 5.574 | 5.743 | 5.890 | 6.019 | 6.125 | 6.213 | 6.284 | 6.348 | 6.395 | 6.434 | 6.462 | 6.474 | 6.474 |       |
| 1899 | 0.001 | 0.025 | 0.101 | 0.251 | 0.460 | 0.697 | 0.982 | 1.287 | 1.607 | 1.930 | 2.258 | 2.580 | 2.920 | 3.252 | 3.573 | 3.885 | 4.180 | 4.460 | 4.717 | 4.954 | 5.173 | 5.379 | 5.566 | 5.732 | 5.881 | 6.007 | 6.114 | 6.203 | 6.271 | 6.325 | 6.362 | 6.388 | 6.404 | 6.411 | 6.414 | 6.414 |
| 1900 | 0.001 | 0.023 | 0.103 | 0.247 | 0.436 | 0.685 | 0.968 | 1.274 | 1.596 | 1.925 | 2.253 | 2.600 | 2.941 | 3.272 | 3.595 | 3.902 | 4.194 | 4.465 | 4.715 | 4.949 | 5.172 | 5.377 | 5.562 | 5.730 | 5.876 | 6.003 | 6.110 | 6.196 | 6.267 | 6.318 | 6.358 | 6.384 | 6.400 | 6.407 | 6.409 | 6.409 |
| 1901 | 0.001 | 0.025 | 0.101 | 0.232 | 0.430 | 0.677 | 0.964 | 1.272 | 1.597 | 1.926 | 2.278 | 2.628 | 2.967 | 3.301 | 3.619 | 3.922 | 4.205 | 4.449 | 4.714 | 4.954 | 5.176 | 5.378 | 5.566 | 5.730 | 5.877 | 6.004 | 6.108 | 6.198 | 6.266 | 6.317 | 6.359 | 6.385 | 6.401 | 6.408 | 6.410 | 6.410 |
| 1902 | 0.001 | 0.023 | 0.093 | 0.230 | 0.427 | 0.663 | 0.943 | 1.274 | 1.602 | 1.956 | 2.310 | 2.657 | 3.001 | 3.329 | 3.642 | 3.936 | 4.211 | 4.471 | 4.723 | 4.961 | 5.179 | 5.385 | 5.568 | 5.734 | 5.881 | 6.004 | 6.113 | 6.198 | 6.271 | 6.325 | 6.363 | 6.389 | 6.403 | 6.410 | 6.412 | 6.412 |
| 1903 | 0.001 | 0.022 | 0.093 | 0.229 | 0.429 | 0.660 | 0.949 | 1.283 | 1.633 | 1.989 | 2.342 | 2.693 | 3.029 | 3.353 | 3.657 | 3.943 | 4.215 | 4.480 | 4.731 | 4.964 | 5.187 | 5.388 | 5.572 | 5.739 | 5.881 | 6.010 | 6.114 | 6.205 | 6.275 | 6.328 | 6.367 | 6.391 | 6.407 | 6.414 | 6.415 | 6.415 |
| 1904 | 0.001 | 0.021 | 0.093 | 0.231 | 0.431 | 0.683 | 0.974 | 1.311 | 1.663 | 2.018 | 2.375 | 2.719 | 3.052 | 3.366 | 3.662 | 3.944 | 4.220 | 4.484 | 4.731 | 4.967 | 5.187 | 5.387 | 5.574 | 5.735 | 5.883 | 6.006 | 6.118 | 6.206 | 6.276 | 6.328 | 6.365 | 6.392 | 6.409 | 6.414 | 6.417 | 6.417 |
| 1905 | 0.001 | 0.022 | 0.094 | 0.232 | 0.434 | 0.689 | 1.000 | 1.339 | 1.691 | 2.050 | 2.399 | 2.739 | 3.062 | 3.367 | 3.658 | 3.946 | 4.222 | 4.482 | 4.733 | 4.966 | 5.184 | 5.388 | 5.566 | 5.734 | 5.876 | 6.009 | 6.116 | 6.203 | 6.272 | 6.325 | 6.364 | 6.391 | 6.407 | 6.414 | 6.417 | 6.417 |
| 1906 | 0.001 | 0.022 | 0.094 | 0.234 | 0.437 | 0.709 | 1.023 | 1.364 | 1.718 | 2.068 | 2.413 | 2.744 | 3.057 | 3.358 | 3.656 | 3.942 | 4.214 | 4.478 | 4.725 | 4.958 | 5.178 | 5.373 | 5.560 | 5.721 | 5.874 | 6.000 | 6.107 | 6.195 | 6.264 | 6.318 | 6.359 | 6.386 | 6.403 | 6.411 | 6.413 | 6.413 |
| 1907 | 0.001 | 0.021 | 0.097 | 0.237 | 0.434 | 0.729 | 1.045 | 1.386 | 1.734 | 2.079 | 2.414 | 2.735 | 3.044 | 3.351 | 3.647 | 3.930 | 4.205 | 4.465 | 4.712 | 4.947 | 5.168 | 5.363 | 5.542 | 5.716 | 5.861 | 6.000 | 6.107 | 6.195 | 6.264 | 6.318 | 6.359 | 6.387 | 6.405 | 6.407 | 6.407 |       |
| 1908 | 0.001 | 0.024 | 0.097 | 0.247 | 0.467 | 0.744 | 1.059 | 1.393 | 1.735 | 2.075 | 2.399 | 2.715 | 3.031 | 3.336 | 3.628 | 3.914 | 4.185 | 4.445 | 4.694 | 4.919 | 5.140 | 5.337 | 5.530 | 5.695 | 5.840 | 5.964 | 6.089 | 6.195 | 6.283 | 6.340 | 6.381 | 6.419 | 6.438 | 6.445 | 6.445 |       |
| 1909 | 0.001 | 0.022 | 0.102 | 0.253 | 0.474 | 0.750 | 1.059 | 1.389 | 1.722 | 2.050 | 2.371 | 2.694 | 3.008 | 3.309 | 3.605 | 3.888 | 4.158 | 4.419 | 4.658 | 4.895 | 5.107 | 5.318 | 5.502 | 5.666 | 5.809 | 5.932 | 6.049 | 6.145 | 6.222 | 6.282 | 6.324 | 6.352 | 6.369 | 6.377 | 6.380 | 6.380 |
| 1910 | 0.001 | 0.024 | 0.105 | 0.256 | 0.476 | 0.746 | 1.052 | 1.375 | 1.697 | 2.020 | 2.348 | 2.669 | 2.979 | 3.284 | 3.574 | 3.857 | 4.130 | 4.380 | 4.631 | 4.868 | 5.087 | 5.288 | 5.471 | 5.633 | 5.776 | 5.913 | 6.030 | 6.128 | 6.205 | 6.265 | 6.307 | 6.336 | 6.354 | 6.362 | 6.365 | 6.365 |
| 1911 | 0.001 | 0.024 | 0.103 | 0.255 | 0.471 | 0.738 | 1.036 | 1.348 | 1.668 | 1.997 | 2.324 | 2.641 | 2.954 | 3.253 | 3.546 | 3.830 | 4.091 | 4.355 | 4.596 | 4.810 | 5.029 | 5.231 | 5.435 | 5.600 | 5.758 | 5.897 | 6.015 | 6.113 | 6.190 | 6.249 | 6.293 | 6.323 | 6.341 | 6.349 | 6.352 | 6.352 |
| 1912 | 0.001 | 0.023 | 0.104 | 0.253 | 0.467 | 0.726 | 1.016 | 1.324 | 1.650 | 1.979 | 2.301 | 2.621 | 2.928 | 3.230 | 3.524 | 3.796 | 4.071 | 4.324 | 4.582 | 4.816 | 5.032 | 5.235 | 5.410 | 5.568 | 5.748 | 5.888 | 6.006 | 6.104 | 6.182 | 6.243 | 6.287 | 6.317 | 6.334 | 6.343 | 6.345 | 6.345 |
| 1913 | 0.001 | 0.025 | 0.104 | 0.252 | 0.459 | 0.711 | 0.998 | 1.312 | 1.637 | 1.961 | 2.286 | 2.600 | 2.910 | 3.213 | 3.495 | 3.781 | 4.046 | 4.317 | 4.564 | 4.796 | 5.011 | 5.207 | 5.405 | 5.585 | 5.745 | 5.885 | 6.004 | 6.102 | 6.182 | 6.244 | 6.289 | 6.316 | 6.334 | 6.342 | 6.344 | 6.344 |
| 1914 | 0.001 | 0.024 | 0.102 | 0.245 | 0.446 | 0.697 | 0.988 | 1.302 | 1.621 | 1.949 | 2.268 | 2.585 | 2.896 | 3.187 | 3.484 | 3.759 | 4.041 | 4.302 | 4.547 | 4.777 | 4.998 | 5.205 | 5.404 | 5.586 | 5.747 | 5.887 | 6.006 | 6.104 | 6.189 | 6.249 | 6.290 | 6.320 | 6.337 | 6.346 | 6.348 | 6.348 |
| 1915 | 0.001 | 0.024 | 0.099 | 0.239 | 0.438 | 0.692 | 0.983 | 1.291 | 1.615 | 1.937 | 2.259 | 2.577 | 2.876 | 3.182 | 3.467 | 3.760 | 4.032 | 4.290 | 4.534 | 4.762 | 4.994 | 5.211 | 5.412 | 5.593 | 5.753 | 5.896 | 6.017 | 6.120 | 6.198 | 6.258 | 6.302 | 6.332 | 6.350 | 6.358 | 6.360 | 6.360 |
| 1916 | 0.001 | 0.023 | 0.096 | 0.234 | 0.436 | 0.691 | 0.976 | 1.289 | 1.608 | 1.931 | 2.255 | 2.561 | 2.875 | 3.169 | 3.452 | 3.745 | 4.012 | 4.262 | 4.502 | 4.725 | 4.945 | 5.152 | 5.345 | 5.523 | 5.684 | 5.821 | 6.000 | 6.103 | 6.182 | 6.243 | 6.287 | 6.316 | 6.334 | 6.343 | 6.345 | 6.345 |
| 1917 | 0.001 | 0.022 | 0.094 | 0.234 | 0.433 | 0.686 | 0.974 | 1.285 | 1.604 | 1.930 | 2.240 | 2.562 | 2.864 | 3.177 | 3.469 | 3.760 | 4.018 | 4.271 | 4.512 | 4.742 | 4.965 | 5.183 | 5.441 | 5.626 | 5.789 | 5.936 | 6.055 | 6.156 | 6.236 | 6.300 | 6.345 | 6.377 | 6.394 | 6.403 | 6.405 | 6.405 |
| 1918 | 0.001 | 0.021 | 0.094 | 0.234 | 0.433 | 0.687 | 0.974 | 1.282 | 1.604 | 1.916 | 2.243 | 2.561 | 2.875 | 3.174 | 3.468 | 3.754 | 4.028 | 4.282 | 4.516 | 4.747 | 4.975 | 5.193 | 5.453 | 5.657 | 5.800 | 6.018 | 6.121 | 6.200 | 6.264 | 6.309 | 6.340 | 6.358 | 6.367 | 6.370 | 6.370 |       |
| 1919 | 0.001 | 0.023 | 0.095 | 0.232 | 0.435 | 0.686 | 0.971 | 1.281 | 1.589 | 1.918 | 2.231 | 2.561 | 2.870 | 3.170 | 3.459 | 3.734 | 4.019 | 4.276 | 4.562 | 4.816 | 5.056 | 5.281 | 5.485 | 5.675 | 5.839 | 5.985 | 6.110 | 6.220 | 6.304 | 6.369 | 6.414 | 6.444 | 6.460 | 6.467 | 6.468 | 6.469 |
| 1920 | 0.001 | 0.021 | 0.094 | 0.233 | 0.433 | 0.682 | 0.970 | 1.266 | 1.592 | 1.906 | 2.241 | 2.557 | 2.866 | 3.163 | 3.448 | 3.744 | 4.032 | 4.312 | 4.581 | 4.838 | 5.081 | 5.304 | 5.515 | 5.700 | 5.871 | 6.020 | 6.154 | 6.261 | 6.347 | 6.409 | 6.454 | 6.482 | 6.498 | 6.503 | 6.504 | 6.505 |
| 1921 | 0.001 | 0.022 | 0.095 | 0.231 | 0.430 | 0.681 | 0.956 | 1.269 | 1.579 | 1.916 | 2.237 | 2.553 | 2.859 | 3.152 | 3.438 | 3.738 | 4.050 | 4.333 | 4.605 | 4.865 | 5.106 | 5.337 | 5.543 | 5.737 | 5.912 | 6.071 | 6.201 | 6.309 | 6.391 | 6.453 | 6.496 | 6.523 | 6.536 | 6.542 | 6.543 | 6.543 |
| 1922 | 0.001 | 0.021 | 0.091 | 0.229 | 0.429 | 0.689 | 0.959 | 1.257 | 1.591 | 1.913 | 2.234 | 2.546 | 2.848 | 3.143 | 3.433 | 3.737 | 4.074 | 4.360 | 4.636 | 4.894 | 5.143 | 5.368 | 5.585 | 5.785 | 5.968 | 6.122 | 6.254 | 6.357 | 6.438 | 6.498 | 6.540 | 6.563 | 6.577 | 6.585 | 6.584 | 6.584 |
| 1923 | 0.001 | 0.020 | 0.093 | 0.230 | 0.422 | 0.675 | 0.951 | 1.233 | 1.592 | 1.914 | 2.231 | 2.539 | 2.863 | 3.183 | 3.497 | 3.806 | 4.106 | 4.366 | 4.616 | 4.858 | 5.109 | 5.348 | 5.569 | 5.776 | 5.962 | 6.207 | 6.307 | 6.409 | 6.48  |       |       |       |       |       |       |       |

Cuadro III.2 COSTA RICA. LA FECUNDIDAD POR CADA MEDIO AÑO DE LAS COHORTES. DATOS PROYECTADOS DESDE 1955 HASTA 2010

|    | 15.5  | 16.5  | 17.5  | 18.5  | 19.5  | 20.5  | 21.5  | 22.5  | 23.5  | 24.5  | 25.5  | 26.5  | 27.5  | 28.5  | 29.5  | 30.5  | 31.5  | 32.5  | 33.5  | 34.5  | 35.5  | 36.5  | 37.5  | 38.5  | 39.5  | 40.5  | 41.5  | 42.5  | 43.5  | 44.5  | 45.5  | 46.5  | 47.5  | 48.5  | 49.5  | 50    |       |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 55 | 0.002 | 0.032 | 0.113 | 0.242 | 0.414 | 0.608 | 0.812 | 1.026 | 1.240 | 1.444 | 1.644 | 1.850 | 2.066 | 2.177 | 2.338 | 2.489 | 2.629 | 2.758 | 2.874 | 2.978 | 3.070 | 3.149 | 3.212 | 3.274 | 3.320 | 3.358 | 3.387 | 3.409 | 3.426 | 3.433 | 3.445 | 3.450 | 3.452 | 3.453 | 3.454 | 3.454 |       |
| 56 | 0.002 | 0.032 | 0.112 | 0.240 | 0.411 | 0.604 | 0.807 | 1.020 | 1.233 | 1.438 | 1.633 | 1.821 | 1.996 | 2.167 | 2.327 | 2.477 | 2.617 | 2.745 | 2.860 | 2.964 | 3.055 | 3.134 | 3.202 | 3.258 | 3.304 | 3.342 | 3.371 | 3.392 | 3.409 | 3.420 | 3.428 | 3.433 | 3.435 | 3.436 | 3.437 | 3.437 |       |
| 57 | 0.002 | 0.031 | 0.111 | 0.238 | 0.408 | 0.600 | 0.802 | 1.014 | 1.226 | 1.430 | 1.624 | 1.811 | 1.986 | 2.155 | 2.315 | 2.465 | 2.604 | 2.731 | 2.846 | 2.949 | 3.040 | 3.118 | 3.185 | 3.242 | 3.287 | 3.325 | 3.353 | 3.375 | 3.392 | 3.402 | 3.410 | 3.415 | 3.417 | 3.418 | 3.419 | 3.419 |       |
| 58 | 0.002 | 0.031 | 0.110 | 0.236 | 0.405 | 0.596 | 0.796 | 1.007 | 1.218 | 1.422 | 1.614 | 1.801 | 1.974 | 2.143 | 2.302 | 2.451 | 2.589 | 2.716 | 2.830 | 2.933 | 3.023 | 3.101 | 3.167 | 3.223 | 3.268 | 3.305 | 3.334 | 3.355 | 3.372 | 3.383 | 3.390 | 3.395 | 3.397 | 3.398 | 3.399 | 3.399 |       |
| 59 | 0.002 | 0.031 | 0.109 | 0.234 | 0.402 | 0.591 | 0.791 | 1.001 | 1.210 | 1.413 | 1.604 | 1.790 | 1.963 | 2.131 | 2.289 | 2.437 | 2.574 | 2.701 | 2.814 | 2.916 | 3.006 | 3.083 | 3.149 | 3.205 | 3.250 | 3.286 | 3.314 | 3.336 | 3.352 | 3.363 | 3.370 | 3.375 | 3.377 | 3.378 | 3.379 | 3.379 |       |
| 60 | 0.002 | 0.030 | 0.108 | 0.232 | 0.398 | 0.586 | 0.785 | 0.993 | 1.202 | 1.403 | 1.593 | 1.778 | 1.950 | 2.117 | 2.274 | 2.422 | 2.558 | 2.684 | 2.797 | 2.898 | 2.987 | 3.064 | 3.129 | 3.184 | 3.229 | 3.265 | 3.293 | 3.314 | 3.330 | 3.341 | 3.349 | 3.353 | 3.355 | 3.356 | 3.357 | 3.357 |       |
| 61 | 0.002 | 0.030 | 0.106 | 0.229 | 0.394 | 0.581 | 0.778 | 0.985 | 1.192 | 1.392 | 1.582 | 1.765 | 1.936 | 2.102 | 2.259 | 2.405 | 2.541 | 2.666 | 2.778 | 2.878 | 2.967 | 3.043 | 3.108 | 3.162 | 3.206 | 3.242 | 3.270 | 3.291 | 3.307 | 3.317 | 3.325 | 3.329 | 3.331 | 3.332 | 3.333 | 3.333 |       |
| 62 | 0.002 | 0.029 | 0.105 | 0.227 | 0.390 | 0.575 | 0.771 | 0.977 | 1.183 | 1.381 | 1.569 | 1.752 | 1.922 | 2.087 | 2.242 | 2.388 | 2.525 | 2.647 | 2.758 | 2.857 | 2.945 | 3.021 | 3.085 | 3.139 | 3.183 | 3.218 | 3.246 | 3.266 | 3.282 | 3.292 | 3.300 | 3.304 | 3.306 | 3.307 | 3.308 | 3.308 |       |
| 63 | 0.002 | 0.029 | 0.104 | 0.224 | 0.386 | 0.570 | 0.764 | 0.968 | 1.172 | 1.370 | 1.557 | 1.738 | 1.907 | 2.071 | 2.225 | 2.370 | 2.504 | 2.627 | 2.737 | 2.836 | 2.923 | 2.998 | 3.062 | 3.115 | 3.158 | 3.194 | 3.221 | 3.241 | 3.257 | 3.267 | 3.274 | 3.278 | 3.280 | 3.281 | 3.282 | 3.282 |       |
| 64 | 0.002 | 0.029 | 0.102 | 0.221 | 0.382 | 0.565 | 0.756 | 0.958 | 1.161 | 1.357 | 1.543 | 1.723 | 1.891 | 2.054 | 2.207 | 2.350 | 2.483 | 2.605 | 2.715 | 2.813 | 2.899 | 2.973 | 3.036 | 3.089 | 3.132 | 3.167 | 3.193 | 3.214 | 3.229 | 3.239 | 3.246 | 3.251 | 3.252 | 3.253 | 3.254 | 3.254 |       |
| 65 | 0.002 | 0.028 | 0.101 | 0.218 | 0.377 | 0.557 | 0.748 | 0.949 | 1.150 | 1.345 | 1.529 | 1.708 | 1.874 | 2.036 | 2.188 | 2.330 | 2.462 | 2.583 | 2.691 | 2.789 | 2.874 | 2.947 | 3.010 | 3.062 | 3.104 | 3.139 | 3.165 | 3.185 | 3.198 | 3.200 | 3.210 | 3.217 | 3.222 | 3.223 | 3.224 | 3.225 | 3.225 |
| 66 | 0.002 | 0.028 | 0.099 | 0.215 | 0.372 | 0.550 | 0.739 | 0.938 | 1.138 | 1.331 | 1.514 | 1.691 | 1.856 | 2.017 | 2.167 | 2.309 | 2.439 | 2.559 | 2.667 | 2.763 | 2.847 | 2.920 | 2.982 | 3.034 | 3.075 | 3.109 | 3.135 | 3.155 | 3.170 | 3.179 | 3.186 | 3.191 | 3.193 | 3.193 | 3.194 | 3.194 |       |
| 67 | 0.002 | 0.027 | 0.098 | 0.212 | 0.367 | 0.544 | 0.731 | 0.928 | 1.126 | 1.317 | 1.499 | 1.675 | 1.839 | 1.997 | 2.147 | 2.287 | 2.416 | 2.535 | 2.642 | 2.737 | 2.821 | 2.892 | 2.954 | 3.005 | 3.046 | 3.080 | 3.105 | 3.124 | 3.139 | 3.149 | 3.155 | 3.160 | 3.161 | 3.162 | 3.163 | 3.163 |       |
| 68 | 0.002 | 0.027 | 0.096 | 0.209 | 0.362 | 0.536 | 0.721 | 0.917 | 1.113 | 1.302 | 1.482 | 1.656 | 1.819 | 1.976 | 2.125 | 2.263 | 2.391 | 2.509 | 2.615 | 2.709 | 2.792 | 2.862 | 2.923 | 2.973 | 3.014 | 3.047 | 3.072 | 3.091 | 3.106 | 3.115 | 3.122 | 3.126 | 3.127 | 3.128 | 3.129 | 3.129 |       |
| 69 | 0.002 | 0.026 | 0.094 | 0.204 | 0.357 | 0.529 | 0.712 | 0.905 | 1.100 | 1.287 | 1.466 | 1.639 | 1.799 | 1.955 | 2.102 | 2.240 | 2.366 | 2.483 | 2.587 | 2.680 | 2.762 | 2.832 | 2.892 | 2.942 | 2.982 | 3.014 | 3.039 | 3.058 | 3.072 | 3.081 | 3.088 | 3.092 | 3.093 | 3.094 | 3.095 | 3.095 |       |
| 70 | 0.001 | 0.025 | 0.093 | 0.202 | 0.351 | 0.521 | 0.702 | 0.894 | 1.086 | 1.272 | 1.448 | 1.620 | 1.779 | 1.934 | 2.079 | 2.215 | 2.341 | 2.456 | 2.559 | 2.651 | 2.732 | 2.801 | 2.860 | 2.909 | 2.949 | 2.981 | 3.005 | 3.024 | 3.038 | 3.047 | 3.053 | 3.057 | 3.058 | 3.059 | 3.060 | 3.060 |       |
| 71 | 0.001 | 0.025 | 0.091 | 0.199 | 0.346 | 0.514 | 0.693 | 0.882 | 1.072 | 1.256 | 1.431 | 1.600 | 1.758 | 1.911 | 2.055 | 2.190 | 2.314 | 2.428 | 2.530 | 2.621 | 2.701 | 2.769 | 2.827 | 2.876 | 2.915 | 2.946 | 2.970 | 2.988 | 3.002 | 3.011 | 3.017 | 3.021 | 3.023 | 3.023 | 3.024 | 3.024 |       |
| 72 | 0.001 | 0.024 | 0.089 | 0.195 | 0.340 | 0.506 | 0.682 | 0.869 | 1.058 | 1.240 | 1.412 | 1.580 | 1.736 | 1.888 | 2.030 | 2.163 | 2.286 | 2.398 | 2.500 | 2.589 | 2.668 | 2.736 | 2.793 | 2.841 | 2.879 | 2.910 | 2.933 | 2.951 | 2.965 | 2.973 | 2.979 | 2.983 | 2.985 | 2.986 | 2.986 | 2.986 |       |
| 73 | 0.001 | 0.024 | 0.087 | 0.192 | 0.334 | 0.498 | 0.672 | 0.857 | 1.043 | 1.223 | 1.394 | 1.560 | 1.715 | 1.865 | 2.006 | 2.137 | 2.259 | 2.370 | 2.470 | 2.559 | 2.636 | 2.703 | 2.759 | 2.806 | 2.844 | 2.874 | 2.897 | 2.915 | 2.928 | 2.936 | 2.942 | 2.946 | 2.948 | 2.948 | 2.949 | 2.949 |       |
| 74 | 0.001 | 0.023 | 0.086 | 0.188 | 0.329 | 0.490 | 0.662 | 0.844 | 1.028 | 1.206 | 1.376 | 1.540 | 1.692 | 1.841 | 1.980 | 2.110 | 2.230 | 2.340 | 2.438 | 2.526 | 2.603 | 2.668 | 2.724 | 2.770 | 2.807 | 2.837 | 2.860 | 2.877 | 2.889 | 2.898 | 2.904 | 2.907 | 2.909 | 2.909 | 2.910 | 2.910 |       |
| 75 | 0.001 | 0.023 | 0.084 | 0.185 | 0.323 | 0.482 | 0.651 | 0.832 | 1.013 | 1.189 | 1.357 | 1.519 | 1.670 | 1.817 | 1.954 | 2.083 | 2.201 | 2.310 | 2.407 | 2.493 | 2.569 | 2.633 | 2.688 | 2.733 | 2.770 | 2.799 | 2.822 | 2.838 | 2.851 | 2.859 | 2.865 | 2.868 | 2.870 | 2.870 | 2.871 | 2.871 |       |
| 76 | 0.001 | 0.022 | 0.082 | 0.181 | 0.317 | 0.474 | 0.641 | 0.819 | 0.999 | 1.172 | 1.338 | 1.498 | 1.647 | 1.792 | 1.928 | 2.055 | 2.173 | 2.280 | 2.375 | 2.460 | 2.535 | 2.598 | 2.652 | 2.697 | 2.733 | 2.762 | 2.784 | 2.800 | 2.812 | 2.820 | 2.826 | 2.829 | 2.831 | 2.831 | 2.832 | 2.832 |       |
| 77 | 0.001 | 0.022 | 0.080 | 0.177 | 0.311 | 0.466 | 0.631 | 0.806 | 0.984 | 1.155 | 1.319 | 1.477 | 1.625 | 1.768 | 1.902 | 2.028 | 2.144 | 2.249 | 2.344 | 2.428 | 2.501 | 2.564 | 2.617 | 2.661 | 2.696 | 2.724 | 2.746 | 2.762 | 2.774 | 2.782 | 2.787 | 2.790 | 2.792 | 2.793 | 2.793 |       |       |
| 78 | 0.001 | 0.021 | 0.079 | 0.174 | 0.306 | 0.458 | 0.621 | 0.794 | 0.969 | 1.139 | 1.300 | 1.457 | 1.603 | 1.744 | 1.877 | 2.001 | 2.115 | 2.220 | 2.313 | 2.396 | 2.468 | 2.530 | 2.582 | 2.625 | 2.660 | 2.688 | 2.709 | 2.724 | 2.736 | 2.744 | 2.749 | 2.753 | 2.754 | 2.754 | 2.755 | 2.755 |       |
| 79 | 0.001 | 0.021 | 0.077 | 0.171 | 0.300 | 0.450 | 0.611 | 0.782 | 0.954 | 1.122 | 1.281 | 1.436 | 1.580 | 1.720 | 1.851 | 1.974 | 2.087 | 2.190 | 2.281 | 2.363 | 2.434 | 2.495 | 2.546 | 2.589 | 2.623 | 2.650 | 2.671 | 2.686 | 2.698 | 2.705 | 2.710 | 2.714 | 2.715 | 2.715 | 2.716 | 2.716 |       |
| 80 | 0.001 | 0.020 | 0.075 | 0.167 | 0.295 | 0.442 | 0.601 | 0.769 | 0.940 | 1.106 | 1.263 | 1.416 | 1.558 | 1.697 | 1.826 | 1.947 | 2.058 | 2.160 | 2.251 | 2.331 | 2.401 | 2.461 | 2.511 | 2.553 | 2.586 | 2.613 | 2.634 | 2.649 | 2.660 | 2.667 | 2.673 | 2.676 | 2.677 | 2.677 | 2.678 | 2.678 |       |
| 81 | 0.001 | 0.020 | 0.074 | 0.164 | 0.289 | 0.435 | 0.591 | 0.757 | 0.926 | 1.090 | 1.245 | 1.396 | 1.537 | 1.674 | 1.802 | 1.921 | 2.031 | 2.131 | 2.221 | 2.300 | 2.369 | 2.428 | 2.477 | 2.519 | 2.551 | 2.578 | 2.598 | 2.612 | 2.624 | 2.631 | 2.636 | 2.639 | 2.640 | 2.640 | 2.641 | 2.641 |       |
| 82 | 0.001 | 0.019 | 0.072 | 0.161 | 0.284 | 0.427 | 0.581 | 0.745 | 0.912 | 1.074 | 1.227 | 1.377 | 1.516 | 1.651 | 1.777 | 1.895 | 2.003 | 2.102 | 2.190 | 2.269 | 2.337 | 2.395 | 2.444 | 2.484 | 2.516 | 2.542 | 2.562 | 2.576 | 2.587 | 2.594 | 2.599 | 2.602 | 2.603 | 2.603 | 2.604 | 2.604 |       |
| 83 | 0.001 | 0.019 | 0.071 | 0.158 | 0.279 | 0.420 | 0.572 | 0.734 | 0.899 | 1.059 | 1.210 | 1.358 | 1.495 | 1.628 | 1.753 | 1.876 | 2.002 | 2.119 | 2.232 | 2.325 | 2.392 | 2.440 | 2.480 | 2.520 | 2.552 | 2.571 | 2.585 | 2.593 | 2.598 | 2.599 | 2     |       |       |       |       |       |       |

Cuadro III.3a

COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD, EDAD MEDIA AL TENER HIJOS;  
DESVIACION ESTANDAR: 1980-2025. VARIANTE BAJA

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | TGF   | m      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1980 | 0.107 | 0.197 | 0.179 | 0.133 | 0.077 | 0.031 | 0.005 | 3.646 | 27.433 | 6.854 |
| 1981 | 0.103 | 0.198 | 0.176 | 0.130 | 0.078 | 0.031 | 0.004 | 3.598 | 27.435 | 6.811 |
| 1982 | 0.097 | 0.192 | 0.172 | 0.128 | 0.076 | 0.030 | 0.004 | 3.497 | 27.496 | 6.767 |
| 1983 | 0.092 | 0.199 | 0.173 | 0.125 | 0.072 | 0.028 | 0.004 | 3.466 | 27.391 | 6.639 |
| 1984 | 0.091 | 0.198 | 0.173 | 0.124 | 0.070 | 0.027 | 0.004 | 3.432 | 27.377 | 6.624 |
| 1985 | 0.089 | 0.196 | 0.172 | 0.123 | 0.068 | 0.026 | 0.004 | 3.391 | 27.341 | 6.579 |
| 1986 | 0.088 | 0.194 | 0.171 | 0.123 | 0.067 | 0.024 | 0.004 | 3.352 | 27.315 | 6.537 |
| 1987 | 0.086 | 0.192 | 0.170 | 0.122 | 0.066 | 0.024 | 0.004 | 3.322 | 27.335 | 6.544 |
| 1988 | 0.085 | 0.190 | 0.169 | 0.122 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.282 | 27.306 | 6.487 |
| 1989 | 0.083 | 0.188 | 0.167 | 0.121 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.248 | 27.315 | 6.463 |
| 1990 | 0.082 | 0.186 | 0.166 | 0.120 | 0.063 | 0.022 | 0.003 | 3.211 | 27.319 | 6.443 |
| 1991 | 0.080 | 0.184 | 0.165 | 0.119 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.178 | 27.346 | 6.438 |
| 1992 | 0.078 | 0.181 | 0.163 | 0.119 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.142 | 27.364 | 6.425 |
| 1993 | 0.077 | 0.179 | 0.162 | 0.118 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.103 | 27.373 | 6.401 |
| 1994 | 0.075 | 0.176 | 0.160 | 0.117 | 0.062 | 0.021 | 0.003 | 3.071 | 27.423 | 6.428 |
| 1995 | 0.073 | 0.174 | 0.158 | 0.116 | 0.062 | 0.021 | 0.002 | 3.029 | 27.430 | 6.399 |
| 1996 | 0.072 | 0.171 | 0.157 | 0.115 | 0.061 | 0.021 | 0.003 | 2.994 | 27.481 | 6.432 |
| 1997 | 0.070 | 0.168 | 0.155 | 0.113 | 0.061 | 0.020 | 0.003 | 2.950 | 27.485 | 6.406 |
| 1998 | 0.069 | 0.166 | 0.153 | 0.112 | 0.060 | 0.020 | 0.002 | 2.910 | 27.514 | 6.408 |
| 1999 | 0.067 | 0.163 | 0.151 | 0.111 | 0.059 | 0.020 | 0.003 | 2.869 | 27.546 | 6.425 |
| 2000 | 0.066 | 0.160 | 0.149 | 0.110 | 0.059 | 0.020 | 0.003 | 2.828 | 27.576 | 6.437 |
| 2001 | 0.064 | 0.157 | 0.147 | 0.108 | 0.058 | 0.020 | 0.002 | 2.783 | 27.572 | 6.405 |
| 2002 | 0.063 | 0.155 | 0.144 | 0.107 | 0.057 | 0.019 | 0.002 | 2.740 | 27.587 | 6.405 |
| 2003 | 0.062 | 0.152 | 0.142 | 0.105 | 0.057 | 0.019 | 0.003 | 2.698 | 27.609 | 6.417 |
| 2004 | 0.060 | 0.150 | 0.140 | 0.104 | 0.056 | 0.019 | 0.003 | 2.655 | 27.626 | 6.431 |
| 2005 | 0.059 | 0.147 | 0.138 | 0.102 | 0.055 | 0.019 | 0.003 | 2.613 | 27.634 | 6.430 |
| 2006 | 0.058 | 0.145 | 0.136 | 0.100 | 0.054 | 0.018 | 0.003 | 2.571 | 27.638 | 6.430 |
| 2007 | 0.057 | 0.142 | 0.134 | 0.099 | 0.053 | 0.018 | 0.003 | 2.529 | 27.639 | 6.426 |
| 2008 | 0.056 | 0.140 | 0.132 | 0.097 | 0.052 | 0.018 | 0.002 | 2.489 | 27.635 | 6.426 |
| 2009 | 0.055 | 0.138 | 0.130 | 0.096 | 0.051 | 0.017 | 0.002 | 2.448 | 27.629 | 6.423 |
| 2010 | 0.054 | 0.136 | 0.128 | 0.094 | 0.050 | 0.017 | 0.002 | 2.409 | 27.622 | 6.421 |
| 2011 | 0.054 | 0.134 | 0.126 | 0.092 | 0.049 | 0.017 | 0.002 | 2.372 | 27.609 | 6.418 |
| 2012 | 0.053 | 0.133 | 0.124 | 0.091 | 0.048 | 0.016 | 0.002 | 2.335 | 27.593 | 6.413 |
| 2013 | 0.052 | 0.131 | 0.122 | 0.089 | 0.047 | 0.016 | 0.002 | 2.299 | 27.574 | 6.406 |
| 2014 | 0.050 | 0.129 | 0.120 | 0.088 | 0.046 | 0.016 | 0.002 | 2.266 | 27.552 | 6.399 |
| 2015 | 0.051 | 0.128 | 0.119 | 0.086 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.233 | 27.530 | 6.392 |
| 2016 | 0.051 | 0.126 | 0.117 | 0.085 | 0.045 | 0.015 | 0.002 | 2.202 | 27.506 | 6.384 |
| 2017 | 0.050 | 0.125 | 0.116 | 0.083 | 0.044 | 0.015 | 0.002 | 2.173 | 27.479 | 6.374 |
| 2018 | 0.050 | 0.124 | 0.114 | 0.082 | 0.043 | 0.014 | 0.002 | 2.145 | 27.451 | 6.364 |
| 2019 | 0.049 | 0.123 | 0.113 | 0.081 | 0.042 | 0.014 | 0.002 | 2.118 | 27.423 | 6.354 |
| 2020 | 0.049 | 0.122 | 0.112 | 0.080 | 0.041 | 0.013 | 0.002 | 2.093 | 27.391 | 6.340 |
| 2021 | 0.049 | 0.121 | 0.111 | 0.078 | 0.040 | 0.013 | 0.002 | 2.070 | 27.361 | 6.329 |
| 2022 | 0.048 | 0.120 | 0.110 | 0.077 | 0.039 | 0.013 | 0.002 | 2.049 | 27.332 | 6.316 |
| 2023 | 0.048 | 0.119 | 0.109 | 0.076 | 0.039 | 0.012 | 0.002 | 2.028 | 27.302 | 6.303 |
| 2024 | 0.048 | 0.119 | 0.108 | 0.075 | 0.038 | 0.012 | 0.002 | 2.009 | 27.274 | 6.291 |
| 2025 | 0.048 | 0.118 | 0.107 | 0.075 | 0.037 | 0.012 | 0.002 | 1.991 | 27.245 | 6.278 |

Cuadro III.3b

COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD; EDAD MEDIA AL TENER HIJOS;  
DESVIACION ESTANDAR: 1980-2025. VARIANTE ALTA

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | TGF   | m      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1980 | 0.107 | 0.197 | 0.179 | 0.133 | 0.077 | 0.031 | 0.005 | 3.646 | 27.433 | 6.854 |
| 1981 | 0.103 | 0.198 | 0.176 | 0.130 | 0.078 | 0.031 | 0.004 | 3.598 | 27.435 | 6.811 |
| 1982 | 0.097 | 0.192 | 0.172 | 0.128 | 0.076 | 0.030 | 0.004 | 3.487 | 27.496 | 6.767 |
| 1983 | 0.096 | 0.202 | 0.174 | 0.125 | 0.072 | 0.028 | 0.004 | 3.500 | 27.319 | 6.653 |
| 1984 | 0.095 | 0.201 | 0.173 | 0.124 | 0.070 | 0.027 | 0.004 | 3.472 | 27.292 | 6.638 |
| 1985 | 0.094 | 0.200 | 0.173 | 0.123 | 0.068 | 0.026 | 0.004 | 3.439 | 27.242 | 6.593 |
| 1986 | 0.094 | 0.199 | 0.172 | 0.123 | 0.067 | 0.024 | 0.004 | 3.410 | 27.201 | 6.552 |
| 1987 | 0.093 | 0.198 | 0.171 | 0.122 | 0.066 | 0.024 | 0.004 | 3.389 | 27.206 | 6.558 |
| 1988 | 0.092 | 0.197 | 0.171 | 0.122 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.359 | 27.161 | 6.501 |
| 1989 | 0.091 | 0.196 | 0.170 | 0.121 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.337 | 27.154 | 6.477 |
| 1990 | 0.090 | 0.194 | 0.169 | 0.121 | 0.063 | 0.022 | 0.003 | 3.312 | 27.141 | 6.455 |
| 1991 | 0.089 | 0.193 | 0.168 | 0.120 | 0.063 | 0.022 | 0.003 | 3.293 | 27.150 | 6.448 |
| 1992 | 0.088 | 0.192 | 0.167 | 0.120 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.271 | 27.153 | 6.435 |
| 1993 | 0.087 | 0.190 | 0.167 | 0.119 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.246 | 27.145 | 6.409 |
| 1994 | 0.086 | 0.189 | 0.166 | 0.119 | 0.062 | 0.021 | 0.003 | 3.229 | 27.178 | 6.434 |
| 1995 | 0.085 | 0.188 | 0.165 | 0.118 | 0.062 | 0.021 | 0.002 | 3.203 | 27.170 | 6.403 |
| 1996 | 0.084 | 0.186 | 0.164 | 0.118 | 0.062 | 0.021 | 0.003 | 3.184 | 27.206 | 6.434 |
| 1997 | 0.083 | 0.185 | 0.163 | 0.117 | 0.062 | 0.020 | 0.003 | 3.156 | 27.197 | 6.406 |
| 1998 | 0.082 | 0.183 | 0.162 | 0.116 | 0.061 | 0.020 | 0.002 | 3.133 | 27.214 | 6.406 |
| 1999 | 0.081 | 0.181 | 0.161 | 0.115 | 0.061 | 0.020 | 0.003 | 3.110 | 27.236 | 6.420 |
| 2000 | 0.080 | 0.180 | 0.160 | 0.115 | 0.060 | 0.020 | 0.003 | 3.085 | 27.255 | 6.428 |
| 2001 | 0.079 | 0.178 | 0.158 | 0.114 | 0.060 | 0.020 | 0.002 | 3.057 | 27.247 | 6.396 |
| 2002 | 0.078 | 0.176 | 0.157 | 0.113 | 0.060 | 0.020 | 0.002 | 3.030 | 27.258 | 6.395 |
| 2003 | 0.077 | 0.175 | 0.156 | 0.112 | 0.059 | 0.020 | 0.003 | 3.004 | 27.274 | 6.403 |
| 2004 | 0.075 | 0.173 | 0.155 | 0.111 | 0.059 | 0.019 | 0.003 | 2.978 | 27.293 | 6.415 |
| 2005 | 0.074 | 0.171 | 0.153 | 0.111 | 0.058 | 0.019 | 0.003 | 2.950 | 27.303 | 6.412 |
| 2006 | 0.073 | 0.170 | 0.152 | 0.110 | 0.058 | 0.019 | 0.003 | 2.923 | 27.310 | 6.409 |
| 2007 | 0.072 | 0.168 | 0.151 | 0.109 | 0.057 | 0.019 | 0.003 | 2.895 | 27.319 | 6.408 |
| 2008 | 0.072 | 0.166 | 0.150 | 0.108 | 0.057 | 0.019 | 0.003 | 2.866 | 27.325 | 6.405 |
| 2009 | 0.071 | 0.165 | 0.148 | 0.107 | 0.056 | 0.019 | 0.003 | 2.838 | 27.331 | 6.403 |
| 2010 | 0.070 | 0.163 | 0.147 | 0.106 | 0.056 | 0.018 | 0.002 | 2.809 | 27.335 | 6.399 |
| 2011 | 0.069 | 0.161 | 0.146 | 0.105 | 0.055 | 0.018 | 0.002 | 2.781 | 27.337 | 6.395 |
| 2012 | 0.068 | 0.160 | 0.144 | 0.104 | 0.054 | 0.018 | 0.002 | 2.753 | 27.341 | 6.394 |
| 2013 | 0.067 | 0.158 | 0.143 | 0.103 | 0.054 | 0.018 | 0.002 | 2.725 | 27.343 | 6.391 |
| 2014 | 0.066 | 0.157 | 0.142 | 0.102 | 0.053 | 0.018 | 0.002 | 2.697 | 27.343 | 6.388 |
| 2015 | 0.065 | 0.155 | 0.140 | 0.101 | 0.053 | 0.017 | 0.002 | 2.670 | 27.341 | 6.384 |
| 2016 | 0.065 | 0.154 | 0.139 | 0.100 | 0.052 | 0.017 | 0.002 | 2.642 | 27.340 | 6.380 |
| 2017 | 0.064 | 0.152 | 0.138 | 0.099 | 0.051 | 0.017 | 0.002 | 2.616 | 27.338 | 6.376 |
| 2018 | 0.063 | 0.151 | 0.136 | 0.098 | 0.051 | 0.017 | 0.002 | 2.589 | 27.333 | 6.371 |
| 2019 | 0.063 | 0.149 | 0.135 | 0.097 | 0.050 | 0.016 | 0.002 | 2.563 | 27.327 | 6.366 |
| 2020 | 0.062 | 0.148 | 0.134 | 0.096 | 0.050 | 0.016 | 0.002 | 2.538 | 27.321 | 6.362 |
| 2021 | 0.061 | 0.147 | 0.133 | 0.095 | 0.049 | 0.016 | 0.002 | 2.513 | 27.314 | 6.357 |
| 2022 | 0.061 | 0.145 | 0.132 | 0.094 | 0.048 | 0.016 | 0.002 | 2.489 | 27.306 | 6.352 |
| 2023 | 0.060 | 0.144 | 0.130 | 0.093 | 0.048 | 0.015 | 0.002 | 2.466 | 27.297 | 6.347 |
| 2024 | 0.060 | 0.143 | 0.129 | 0.092 | 0.047 | 0.015 | 0.002 | 2.442 | 27.287 | 6.340 |
| 2025 | 0.059 | 0.142 | 0.128 | 0.091 | 0.047 | 0.015 | 0.002 | 2.421 | 27.277 | 6.335 |

Cuadro III.3c

COSTA RICA: TASAS DE FECUNDIDAD; EDAD MEDIA AL TENER HIJOS;  
 DESVIACION ESTANDAR: 1980-2025. VARIANTE CONSTANTE

| Año  | 15-19 | 20-24 | 25-29 | 30-34 | 35-39 | 40-44 | 45-49 | T6F   | m      | s     |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| 1980 | 0.107 | 0.197 | 0.179 | 0.133 | 0.077 | 0.031 | 0.005 | 3.646 | 27.433 | 6.854 |
| 1981 | 0.103 | 0.198 | 0.176 | 0.130 | 0.078 | 0.031 | 0.004 | 3.598 | 27.435 | 6.811 |
| 1982 | 0.097 | 0.192 | 0.172 | 0.128 | 0.076 | 0.030 | 0.004 | 3.487 | 27.496 | 6.767 |
| 1983 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.125 | 0.072 | 0.028 | 0.004 | 3.556 | 27.203 | 6.671 |
| 1984 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.124 | 0.070 | 0.027 | 0.004 | 3.539 | 27.159 | 6.656 |
| 1985 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.123 | 0.068 | 0.026 | 0.004 | 3.518 | 27.092 | 6.610 |
| 1986 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.123 | 0.067 | 0.024 | 0.004 | 3.501 | 27.034 | 6.567 |
| 1987 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.066 | 0.024 | 0.004 | 3.494 | 27.019 | 6.571 |
| 1988 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.479 | 26.957 | 6.512 |
| 1989 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.064 | 0.023 | 0.003 | 3.473 | 26.932 | 6.486 |
| 1990 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.022 | 0.003 | 3.465 | 26.902 | 6.461 |
| 1991 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.022 | 0.003 | 3.463 | 26.893 | 6.453 |
| 1992 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.460 | 26.879 | 6.437 |
| 1993 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.455 | 26.855 | 6.410 |
| 1994 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.458 | 26.872 | 6.432 |
| 1995 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.021 | 0.002 | 3.454 | 26.849 | 6.401 |
| 1996 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.021 | 0.003 | 3.457 | 26.868 | 6.430 |
| 1997 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.453 | 26.847 | 6.403 |
| 1998 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.021 | 0.002 | 3.454 | 26.850 | 6.403 |
| 1999 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.857 | 6.416 |
| 2000 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.456 | 26.863 | 6.425 |
| 2001 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.002 | 3.453 | 26.845 | 6.397 |
| 2002 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.002 | 3.453 | 26.845 | 6.397 |
| 2003 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.454 | 26.851 | 6.407 |
| 2004 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2005 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2006 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2007 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2008 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2009 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2010 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2011 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2012 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2013 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2014 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2015 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2016 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2017 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2018 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2019 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2020 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2021 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2022 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2023 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2024 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |
| 2025 | 0.102 | 0.207 | 0.174 | 0.122 | 0.063 | 0.020 | 0.003 | 3.455 | 26.858 | 6.418 |

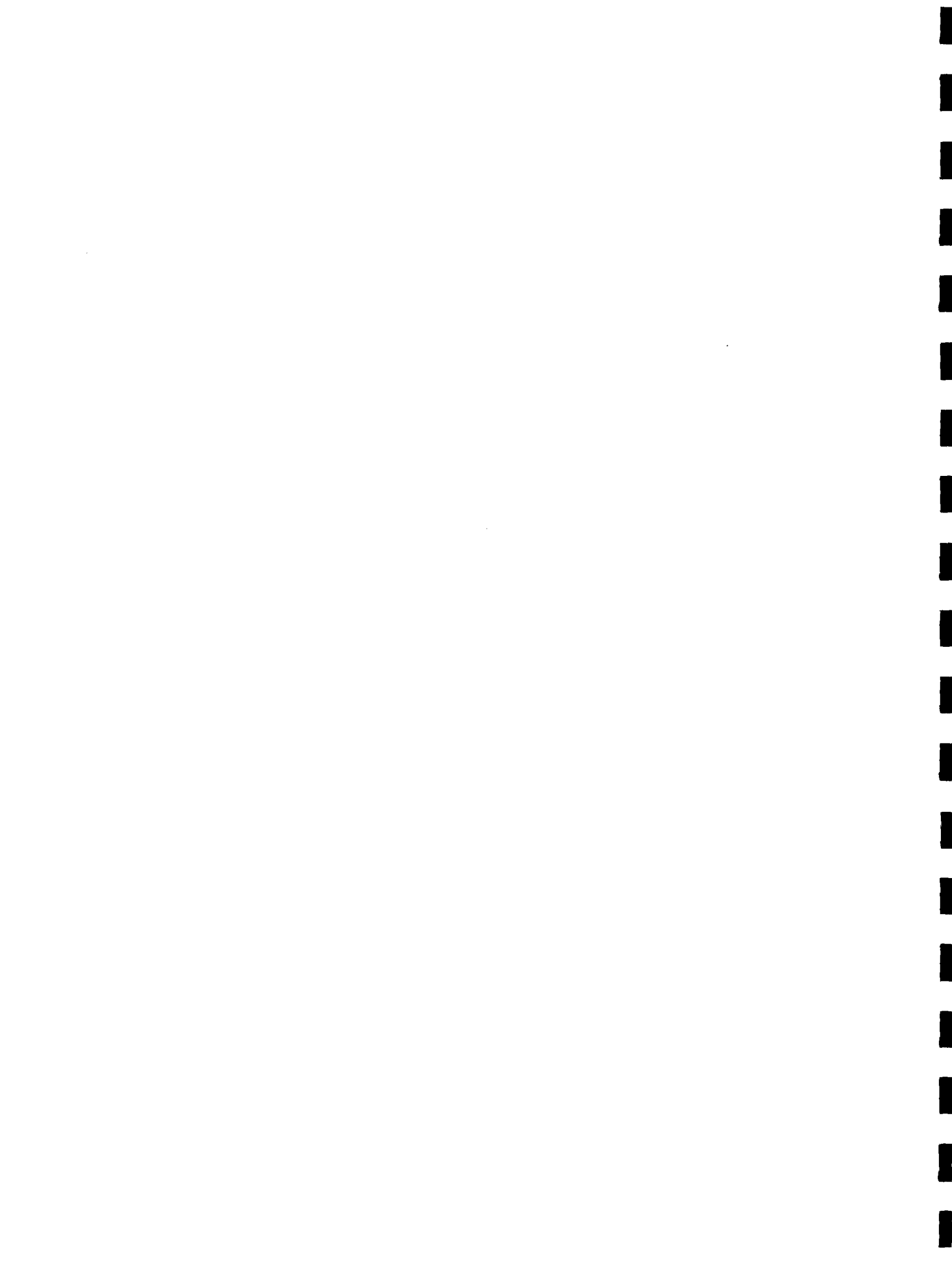


P A R T E   I I

---

---

AJUSTE DE LA FECUNDIDAD;  
COMPARACIONES DE ALGUNOS METODOS





## Capítulo 1

### INTRODUCCION

El objetivo principal de esta investigación ha sido el de obtener estimaciones del nivel y estructura de la fecundidad de Costa Rica que sirviera de base a proyecciones de la fecundidad. Para este efecto, en la parte primera de este estudio se consideraron dos diferentes métodos de proyección de la fecundidad: transversal y longitudinal, por edades detalladas.

El objetivo anterior implicó que era necesario buscar un método que permitiera representar, de la mejor forma, la estructura de la fecundidad observada, su evolución en el tiempo y a la vez que hiciera posible desagregar estas tasas por edades detalladas con el menor margen de error posible. Esto constituye el objetivo secundario de este estudio y que se desarrolla en esta parte.

#### 1.1 Observaciones generales

En esta segunda parte se revisan varios procedimientos que han sido sugeridos en la literatura como útiles para describir, ajustar y suavizar el patrón de la fecundidad, en particular, para grupos quinquenales de edad. Estos métodos matemáticos, a su vez, permiten desagregar este patrón para obtener las tasas de fecundidad por edades simples o, como se mostró en el capítulo 3, parte I. para tasas de fecundidad por edades medias.

Los procedimientos que se detallan a continuación son comparados en función de su "bondad" para describir la estructura de la fecundidad por edades de las mujeres costarricenses en el período 1950-1982.

En el capítulo siguiente la atención se centra en el modelo denominado "Gompertz linealizado" cuyo origen se encuentra en Gompertz (1825) y que ha sido desarrollado por Brass (1981; inédito a,b) y Kandiah (1977).

En el tercer capítulo se utiliza la "curva de Makeham" desarrollada por Cuther (1984) en base de la curva propuesta por Makeham (1860).

El modelo "bilogístico" es el interés del capítulo 4. Esta presentación sigue el desarrollo sugerido por Bocaz (1979).

El capítulo 5 se concentra en la aplicación del modelo "bilogístico modificado". Esta presentación está basada en la función bilogística del capítulo anterior, modificada por Bocaz (1981).

El capítulo 6 se dedicó a la presentación del modelo "Gompertz modificado" como ha sido propuesto por Bocaz, quien construyó este modelo con base en los modelos Gompertz linealizado y bilogístico modificado <sup>16/</sup>.

En el capítulo 7 se revisan varias otras funciones analíticas para describir el comportamiento de la fecundidad. Incluye las funciones de "Hadwiger", "Gamma", "Lognormal", "beta", y "polinomial", procedimientos que están disponibles en el programa desarrollado por Duchene y Gillet de Stefano (1974). Adicionalmente, la estructura de fecundidad por edades fue estimada mediante la aplicación del modelo de Coale y Trussell (1974).

Finalmente, en el capítulo 8 se comparan los métodos mencionados en los capítulos anteriores y se resumen las principales conclusiones de esta parte.

---

<sup>16/</sup> Este modelo no se ha publicado. La información proviene de comunicación personal con el autor.

## 1.2 Criterio para comparar los métodos

Como nuestro objetivo es buscar métodos que describan de la mejor forma posible la estructura de la fecundidad en el caso de Costa Rica, se ha definido un criterio que permite comparar la "bondad" del ajuste de los distintos métodos.

Este criterio denominado "delta" ( $\Delta$ )<sup>17/</sup> sigue las proposiciones hechas por Luther (1984) y consiste, básicamente, en minimizar los errores cometidos entre los valores observados y estimados de las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad. En concreto, este criterio está definido por:

$$\Delta = D / (2 \cdot TGF) \cdot 100$$

donde  $D$  representa la suma de las desviaciones absolutas entre las tasas observadas y estimadas multiplicada por cada tamaño del intervalo correspondiente y TGF denota la Tasa Global de Fecundidad estimada.

Desde luego,  $D$  puede expresarse como:

$$D = \sum a \left| \left( \frac{f}{a \cdot x} - \frac{\hat{f}}{a \cdot x} \right) \right|$$

donde  $a$  es el intervalo de grupo de edad;  $\frac{f}{a \cdot x}$  la tasa de fecundidad específica en el intervalo  $x, x+a$ , observada;  $\frac{\hat{f}}{a \cdot x}$  la misma tasa pero estimada.

En forma general, para cualquier tramo de edad, la fórmula de  $\Delta$  será:

$$\Delta_{s,t} = \frac{D_{s,t}}{2 |F(t) - F(s)|}$$

---

<sup>17/</sup> "Delta" también es conocido como la función de densidad (Luther: 1984)

donde  $D_{s,t}$  es la suma de las desviaciones absolutas entre las tasas observadas y estimadas en el tramo de edad  $s$  hasta  $t$ , con  $15 < s < t < 50$ ; y  $F(t)$ ,  $F(s)$  corresponden a la fecundidad hasta la edad  $t$  y  $s$  respectivamente.

En este estudio, por lo tanto,  $\Delta$  denota el porcentaje del área sobre el derivado de la curva ajustada que debe ser redistribuido para que las tasas estimadas coincidan con las tasas observadas para todos los grupos quinquenales de edad dentro de las edades exactas 15 y 50.

## Capítulo 2

### EL MODELO GOMPERTZ LINEALIZADO

En este capítulo se quiere revisar y aplicar el modelo Gompertz linealizado a la fecundidad de Costa Rica en el período 1950-1982. La descripción del modelo sigue, en su mayor parte, la presentación de Chackiel (1979, 1982).

#### 2.1 Características del modelo

La curva de Gompertz (Gompertz: 1825) es conocida desde hace mucho tiempo por su buena descripción de la mortalidad adulta por edades (véase por ejemplo, Makeham: 1860; Spurgeon: 1947), y por sus buenas propiedades teóricas (véase Smith y Keyfitz: 1977; Wolfenden: 1925).

En su forma general, esta curva está representada por:

$$F(x) = l g^{c^x} \quad (2.1)$$

donde:  $F(x)$  es una función de la variable  $x$ , y  $l$ ,  $g$ ,  $c$  son parámetros.

Basados en su buena descripción de la mortalidad, muchos autores <sup>18/</sup> han planteado la posibilidad de representar la fecundidad actual acumulada, o la paridez media (número medio de hijos por mujer a una edad determinada) a través de la función de Gompertz. Incluso se han desarrollado métodos de estimación de la tasa global de fecundidad basados en esta función (Brass: 1977).

Representando la fecundidad acumulada mediante la función de Gompertz, se obtiene:

$$F(x) = (TGF)A^{B^x} \quad (2.2)$$

donde:

$F(x)$  - es la fecundidad acumulada hasta la edad  $x$ , es decir

$$F(x) = \int_{x=\alpha}^{\beta} f(x) \quad \text{siendo } \alpha \text{ y } \beta \text{ los límites de la vida reproductiva y } f(x) \text{ la tasa específica de fecundidad a la edad } x.$$

(TGF) - es la Tasa Global de Fecundidad, que es el valor de  $F(x)$  para la edad límite superior del período reproductivo.

A y B - son parámetros positivos y menores que 1.

Mediante una doble transformación logarítmica de la función de Gompertz, Brass (1977) desarrolló un método para estimar la fecundidad o ajustar la estructura <sup>19/</sup>.

---

<sup>18/</sup> Véase por ejemplo, los trabajos de Carrasco (1972); Martín (1967); Spielman (1976) y Denton y Spencer (1974).

<sup>19/</sup> El procedimiento descrito en este capítulo se inspira también en las ideas de Kandiah (1977), pero el método es conocido como el "Gompertz relacionado" presentado por Brass (1981, inédito, a y b). Chackiel (1982) presentó el modelo descrito acá como el modelo usado habitualmente en CELADE para proyectar las estructuras de la fecundidad.

Mediante dos transformaciones logarítmicas, se obtiene:

$$\ln \left( - \ln \frac{F(x)}{TGF} \right) = x \ln B + \ln (- \ln A) \quad (2.3)$$

lo que constituye una recta de la forma:

$$V(x) = a_0 + b_0 x \quad (2.4)$$

en que:

$$V(x) = \ln \left( - \ln \frac{F(x)}{TGF} \right) \quad (2.4.1)$$

$$a_0 = \ln (- \ln A) \quad (2.4.2)$$

$$b_0 = \ln B \quad (2.4.3)$$

Ahora, ese método -conjuntamente con las tabulaciones de Coale y Trussell (1974)- es, probablemente, el método más utilizado para obtener estructuras modelos de la fecundidad. El método propuesto por Coale y Trussell, y las estructuras modelo publicadas por ellos, son muy buenos; sin embargo, parece que el método de Gompertz linealizado es el más fácil de usar (Luther: 1984). La flexibilidad del modelo desarrollado por Brass frente a la rigidez de los intentos anteriores de utilizar la función de Gompertz debe ser la razón de ese éxito (Chackiel: 1982).

## 2.2 Estimación de los parámetros

La estimación de los parámetros del modelo de Gompertz linealizado sigue el procedimiento descrito por Chackiel (1979; 1982). Este procedimiento está basado en los artículos previos de Brass y Kandiah.

El cálculo de los parámetros  $a_0$  y  $b_0$  del modelo definido por (2.4) se hace utilizando un "método de promedios". Para tasas quinquenales de edad, es el siguiente:

$$\bar{v}_1 = \frac{V(20) + V(25) + V(30)}{3} ; \bar{x}_1 = (20 + 25 + 30)/3$$

y

$$\bar{v}_2 = \frac{V(35) + V(40) + V(45)}{3} ; \bar{x}_2 = (35 + 40 + 45)/3$$

$$\bar{v}_1 = a_0 + b_0 \bar{x}_1 \tag{2.5.1}$$

$$\bar{v}_2 = a_0 + b_0 \bar{x}_2 \tag{2.5.2}$$

lo que resulta en:

$$b_0 = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}, \text{ y por consiguiente} \tag{2.6.1}$$

$$a_0 = \bar{v}_1 - b_0 \bar{x}_1 \tag{2.6.2}$$

Considérese ahora como estándar una población cualquiera, caracterizada por  $F^S(x)$  y  $TGF^S$ , de acuerdo a lo definido en (2.2). En este caso puede expresarse:

$$V^S(x) = a_s + b_x x \tag{2.7}$$

dado que,

$$V^S(x) = \ln - \ln\left(\frac{F^S(x)}{TGF^S}\right) \tag{2.7.1}$$



Si  $V(x)$  y  $V^S(x)$  se comportan linealmente con respecto a la edad  $x$ , entonces existe una relación lineal entre ellos: <sup>20/</sup>

$$V(x) = \alpha + \beta V^S(x) \quad (2.8)$$

donde:

$$\alpha = a_0 - a_s \frac{b_0}{b_s}, \quad y \quad (2.8.1)$$

$$\beta = \frac{b_0}{b_s} \quad (2.8.2)$$

Por lo tanto, la relación (2.8) muestra que bastaría definir un estándar cuyos valores de  $V^S(x)$  son conocidos y estimar  $\alpha$  y  $\beta$  para obtener los valores correspondientes de  $V(x)$

Para la estimación de  $\alpha$  y  $\beta$  hay varios procedimientos. Uno de ellos es el de estimar los parámetros directamente a partir de (2.8.1) y (2.8.2), lo que supone haber utilizado el método de promedios definido por (2.5.1) y (2.5.2). Otro procedimiento consiste en aplicar el método de promedios en forma directa a las dos poblaciones  $V(x)$  y  $V^S(x)$ , como sigue:

---

<sup>20/</sup> Esto se demuestra fácilmente, ya que:

$$V(x) = a_0 + b_0 x = a_0 + b_0 \left( \frac{V^S(x) - a_s}{b_s} \right)$$

luego,

$$V(x) = a_0 - a_s \frac{b_0}{b_s} + \frac{b_0}{b_s} V^S(x) = \alpha + \beta V^S(x)$$

$$\bar{V}_1 = \alpha + \beta \bar{V}_1^S \quad (2.9.1)$$

y

$$\bar{V}_2 = \alpha + \beta \bar{V}_2^S \quad (2.9.2)$$

en que:

$$\beta = \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{V}_2^S - \bar{V}_1^S} \quad (2.9.3)$$

y

$$\alpha = \bar{V}_1 - \beta \bar{V}_1^S \quad (2.9.4)$$

El desarrollo planteado arriba tiene gran similitud con lo que Brass ha desarrollado en el campo de la mortalidad a través del sistema logito (Brass: 1974).

### 2.3 Aplicación del modelo a la fecundidad de Costa Rica

Para ilustrar los métodos orientados a la obtención de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $\alpha$  y  $\beta$  señalados en la sección anterior, se ha seleccionado la información sobre la fecundidad de Costa Rica en los años 1950, 1960, 1970 y 1980.

Se muestra con detalle la estimación de estos parámetros para el año 1960 y los resultados se incluyen en el cuadro 2.1. En dicho cuadro se presenta información sobre las tasas específicas de fecundidad, las correspondientes tasas de fecundidad acumulada y el nivel de fecundidad representado por la TGF para los años mencionados. El cuadro también incluye información sobre  $V(x)$ , obtenida de la relación definida por (2.4.1) en la primera sección de este capítulo.

Cuadro 2.1 APLICACION DEL MODELO GOMPertz LINEALIZADO. ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD, AÑOS 1950, 1960, 1970, 1980, CON 1970 COMO ESTANDAR, COSTA RICA

| Grupos de edades | 1950    |           |          | 1960    |           |          | 1970   |           |          | 1980    |           |          |
|------------------|---------|-----------|----------|---------|-----------|----------|--------|-----------|----------|---------|-----------|----------|
|                  | $5f_x$  | $F_x/TGF$ | $V_x$    | $5f_x$  | $F_x/TGF$ | $V_x$    | $5f_x$ | $F_x/TGF$ | $V_x$    | $5f_x$  | $F_x/TGF$ | $V_x$    |
| 15 - 19          | .114    |           | .88951   | .122    |           |          | .103   |           |          | .107    |           |          |
| 20 - 24          | .314    | .08769    | .10526   | .357    | .08368    | .90858   | .239   | .10446    | .81490   | .198    | .14678    | .65172   |
| 25 - 29          | .319    | .32923    | -.59051  | .354    | .32853    | .10757   | .231   | .34686    | .05717   | .179    | .41838    | -.13770  |
| 30 - 34          | .263    | .57462    | -1.37667 | .297    | .57133    | -.58020  | .188   | .58114    | -.61108  | .130    | .66392    | -.89260  |
| 35 - 39          | .190    | .77692    | -2.52524 | .223    | .77503    | -1.36709 | .144   | .77181    | -1.35086 | .090    | .84325    | -1.76213 |
| 40 - 44          | .086    | .92308    | -4.52565 | .089    | .92795    | -2.59367 | .069   | .91785    | -2.45665 | .030    | .95199    | -3.01180 |
| 45 - 49          | .014    | .98923    |          | .016    | .98903    | -4.50672 | .012   | .98783    | -4.40267 | .005    | .99588    | -5.49100 |
| TGF              | 6.500   |           |          | 7.290   |           |          | 4.930  |           |          | 3.645   |           |          |
| $\bar{V}_1$      | .1347   |           |          | .1443   |           |          | .0870  |           |          | .1262   |           |          |
| $\bar{V}_2$      | -2.8092 |           |          | -2.8225 |           |          | -.2737 |           |          | -3.4216 |           |          |
| a                | 5.0413  |           |          | 5.0889  |           |          | 4.5036 |           |          | 5.3662  |           |          |
| b                | -.1963  |           |          | -.1978  |           |          | -.1767 |           |          | -.2197  |           |          |

Para calcular los valores de  $\underline{a}$  y  $\underline{b}$  se utiliza el "método de promedios", de acuerdo a (2.5.1) y (2.5.2)

$$\bar{x}_1 = 25; \quad \bar{V}_1 = \frac{0.90858 + 0.10717 - 0.58020}{3} = 0.1443$$

$$\bar{x}_2 = 40; \quad \bar{V}_2 = \frac{-1.36709 - 2.59367 - 4.50672}{3} = -2.8225$$

Por consiguiente:

$$b = \frac{-2.8225 - 0.1443}{40 - 25} = -0.1978$$

y

$$a = 0.1443 - (-0.1978 * 25) = 5.0889$$

Desde luego:  $V(x) = 5.0889 - 0.1978 * x$

La función estimada anteriormente describe, entonces, la fecundidad para cualquier edad entre los 15 y 50 años. Esta estimación, junto con los valores observados se muestra en los gráficos 2.1 y 2.2 para los años 1950 y 1980, respectivamente.

Considérese ahora un estándar, por ejemplo los valores de  $V(x)$  para el año 1970. Ya se ha dicho que si hay una relación lineal de  $V(x)$  y  $V^S(x)$  respecto a la edad  $x$ , también habría una relación lineal entre ellos. En el gráfico 2.3 se muestra tal relación lineal supuesta. La abscisa representa los valores del estándar  $V^S(x)$ , mientras que en la ordenada se miden los valores de  $V(x)$  correspondientes a los años 1960 y 1980.

De manera similar, para el año 1970 considerado como estándar, se obtuvo la estimación de los parámetros  $\underline{a}_s$  y  $\underline{b}_s$  resultando la siguiente relación lineal

$$V^S(x) = 4.5036 - 0.1767 x$$

Gráfico 2.1 GOMPERTZ LINEALIZADO: TASAS DE FECUNDIDAD POR GRUPOS QUINQUE-NALES Y ESTIMADAS POR EDADES SIMPLES. COSTA RICA, 1950-1980

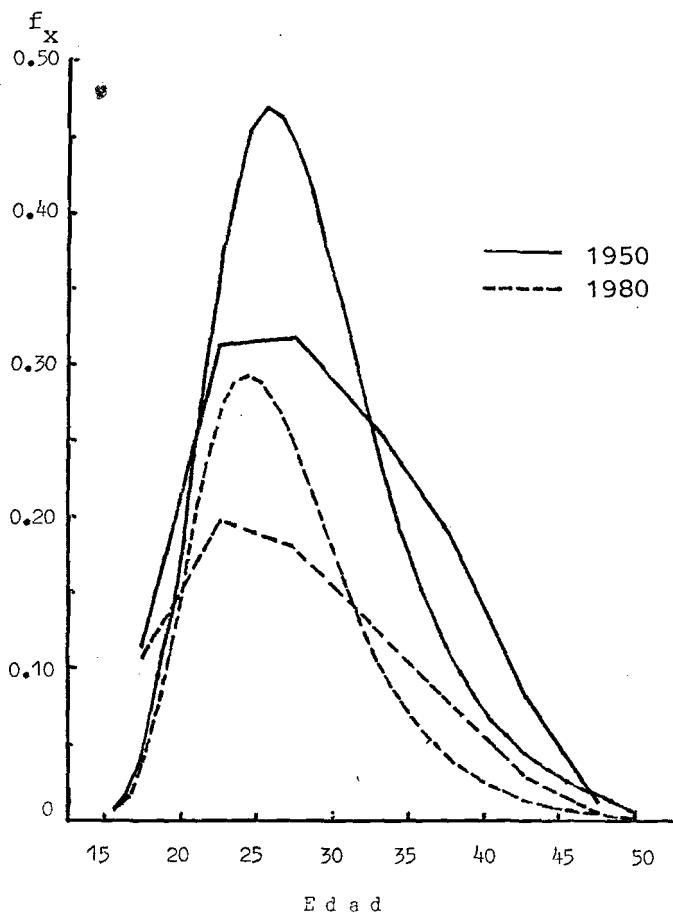


Gráfico 2.2 GOMPERTZ LINEALIZADO: FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADA Y ESTIMADA. COSTA RICA: 1950 Y 1980

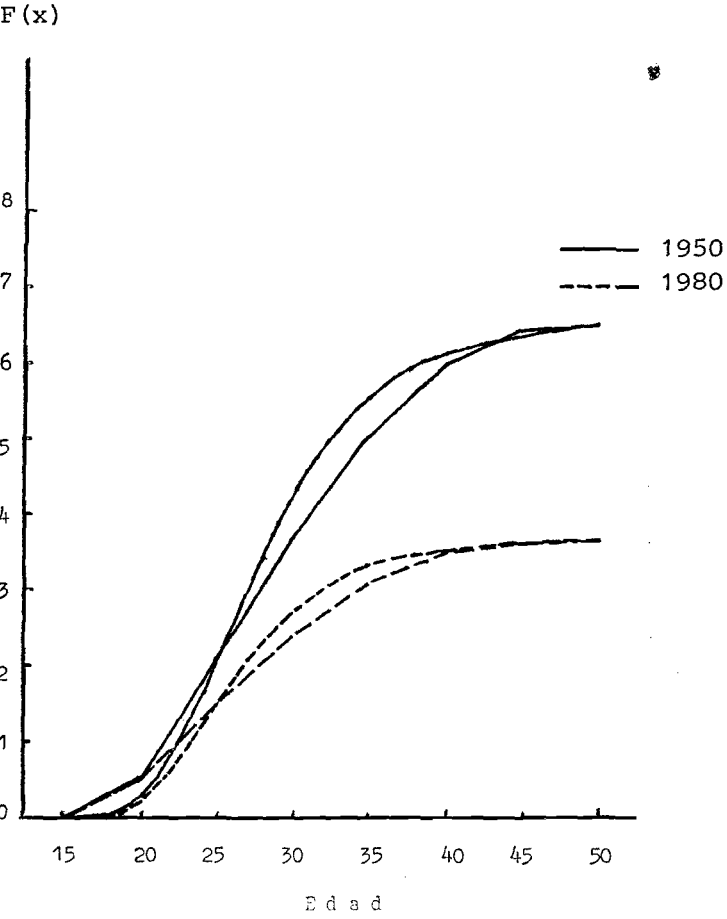
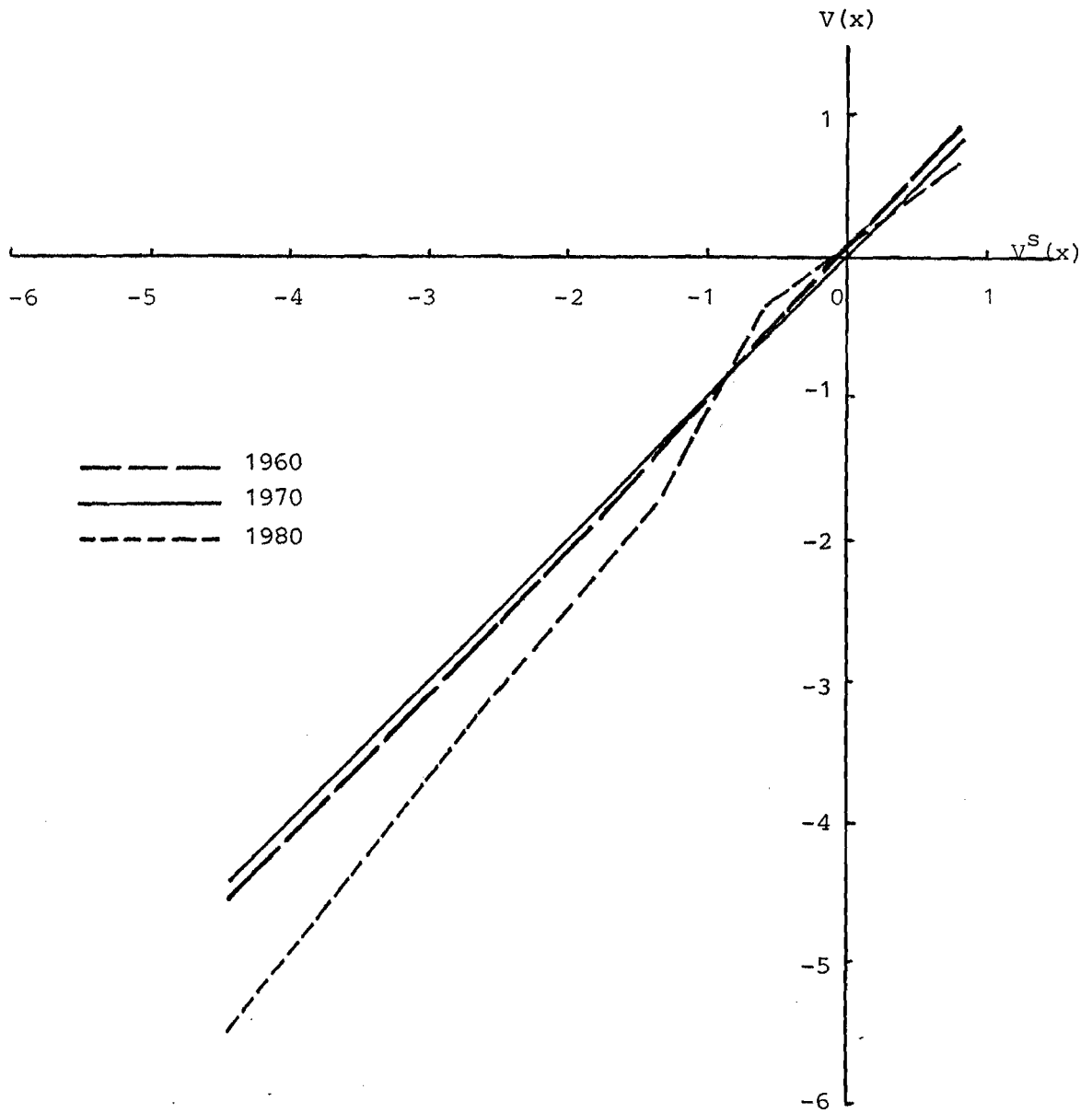


Gráfico 2.3 GOMPERTZ LINEALIZADO: RELACION ENTRE  $V(x)$  Y  $V^S(x)$   
COSTA RICA, AÑOS 1960 Y 1980, CONSIDERADO COMO  
ESTANDAR 1970



De acuerdo al procedimiento señalado en las ecuaciones (2.8), (2.8.1) y (2.8.2) es posible relacionar  $V(x)$  con  $V^S(x)$  para obtener estimaciones de  $\alpha$  y  $\beta$ . En cuyo caso:

$$\begin{aligned} V(x) &= \frac{5.0889 - 4.5036 - 0.1978}{-0.1767} + \frac{-0.1978}{-0.1767 V^S(x)} \\ &= 0.0475 + 1.1194 V^S(x) \\ &= \alpha + \beta V^S(x) \end{aligned}$$

Alternativamente,  $\alpha$  y  $\beta$  pueden ser obtenidos de acuerdo al "método de promedios", planteado en las ecuaciones (9.1) a (9.4), lo que resulta en las siguientes estimaciones:

$$\beta = \frac{-2.8225 - 0.1443}{-2.7370 - 0.0870} = 1.0505$$

y

$$\alpha = 0.1443 - *0.0879 = .0529$$

Obsérvese que, según las dos maneras para obtener los valores de  $\alpha$  y  $\beta$ , difieren entre sí. Eso se debe al hecho de que el supuesto de linealidad no se muestra respaldado por la observación empírica aquí considerada.

En vista que los resultados señalan una menor desviación entre las tasas observadas y estimadas, utilizando el segundo método, se ha preferido estimar  $\alpha$  y  $\beta$  de acuerdo a este método de promedios y que presumiblemente se obtienen mejores resultados.

A través de  $\alpha$  y  $\beta$  y los valores de  $V^S(x)$  se obtienen nuevos valores de  $V(x)$ , y así se calculan las estimaciones de las tasas de fecundidad



acumuladas. El cuadro 2.2 presenta tales estimaciones, conjuntamente con la fecundidad acumulada observada. Adicionalmente, se incluye información sobre los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , y además de la desviación estándar ( $\sigma$ ) y el coeficiente de correlación ( $\Gamma$ ).

Las estimaciones de la fecundidad acumulada presentadas en el cuadro 2.2 sirven de base para obtener las tasas de fecundidad específicas estimadas. Ellas se muestran en el cuadro 2.3, y se incluye información sobre  $\sigma$ ,  $r$  y valores del criterio "delta" ( $\Delta$ ).

Se observa que las tasas estimadas no son muy distintas a la tasas de fecundidad observadas por grupos quinquenales de edad. El valor de la desviación estándar es muy pequeño para cada año y, como era de esperar, el valor del coeficiente de correlación es muy alto. En cuanto a  $\Delta$  los valores no son tan altos; no hay más que 3.2 por ciento de desviación entre las dos curvas. Sin embargo, se ve que el modelo puede describir la estructura de 1950 de mejor manera que la del año 1970. Eso se debe en gran parte a la elección del año estándar. En otro ejercicio se han calculado los valores de  $\Delta$  para cada año del período 1950-1982, tomando 1982 como estándar y así sólo para el año 1956 se obtuvo un valor de  $\Delta$  poco mayor a 3.

Cuadro 2.2 GOMPERTZ LINEALIZADO: FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADA Y ESTIMADA Y OTROS PARAMETROS ESTIMADOS. COSTA RICA, 1950, 1960, 1970, 1980; CON 1970 COMO ESTANDAR

| Edades exactas | 1950  |         | 1960  |         | 1970  |        | 1980  |         |
|----------------|-------|---------|-------|---------|-------|--------|-------|---------|
|                | $F_x$ | $F'_x$  | $F_x$ | $F'_x$  | $F_x$ | $F'_x$ | $F_x$ | $F'_x$  |
| 20             | 0.570 | 0.598   | 0.610 | 0.654   | 0.515 | 0.515  | 0.535 | 0.464   |
| 25             | 2.140 | 2.142   | 2.395 | 2.376   | 1.710 | 1.710  | 1.525 | 1.556   |
| 30             | 3.735 | 3.692   | 4.165 | 4.121   | 2.865 | 2.865  | 2.410 | 2.467   |
| 35             | 5.050 | 5.033   | 5.650 | 5.564   | 3.805 | 3.805  | 3.070 | 3.092   |
| 40             | 6.000 | 5.954   | 6.765 | 6.674   | 4.525 | 4.525  | 3.470 | 3.484   |
| 45             | 6.430 | 6.420   | 7.210 | 7.200   | 4.870 | 4.870  | 3.620 | 3.628   |
| 50             | 6.500 | 6.500   | 7.290 | 7.290   | 4.930 | 4.930  | 3.645 | 3.645   |
| $\alpha$       |       | .04690  |       | .05637  |       | .0000  |       | -.22772 |
| $\beta$        |       | 1.00025 |       | 1.01064 |       | 1.0000 |       | 1.16693 |
| $\sigma$       |       | .04886  |       | .05794  |       | .0000  |       | .03862  |
| $r$            |       | .999953 |       | .999865 |       | 1.0000 |       | .999635 |

$\sigma$  = desviación estándar

$r$  = coeficiente de correlación.

Cuadro 2.3 GOMPERTZ LINEALIZADO: DESCRIPCION DE LAS TASAS DE FECUNDIDAD POR GRUPOS QUINQUENALES DE EDAD. COSTA RICA, 1950, 1960, 1970, 1980; CON 1970 COMO ESTANDAR (Observada =  ${}_5^f_x$ ; estimada =  ${}_5^{f'}_x$ )

| Grupos de edades | 1950       |               | 1960       |               | 1970       |               | 1980       |               |
|------------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|------------|---------------|
|                  | ${}_5^f_x$ | ${}_5^{f'}_x$ | ${}_5^f_x$ | ${}_5^{f'}_x$ | ${}_5^f_x$ | ${}_5^{f'}_x$ | ${}_5^f_x$ | ${}_5^{f'}_x$ |
| 15-19            | .114       | .112          | .122       | .131          | .103       | .103          | .107       | .093          |
| 20-24            | .314       | .309          | .357       | .344          | .239       | .239          | .198       | .218          |
| 25-29            | .319       | .310          | .354       | .399          | .231       | .231          | .179       | .182          |
| 30-34            | .263       | .268          | .297       | .289          | .188       | .188          | .130       | .125          |
| 35-39            | .190       | .184          | .223       | .222          | .144       | .144          | .080       | .078          |
| 40-44            | .086       | .093          | .089       | .105          | .069       | .069          | .030       | .029          |
| 45-49            | .014       | .016          | .016       | .018          | .012       | .012          | .005       | .003          |
| $\sigma$         | .00611     |               | .01144     |               | .0000      |               | .01032     |               |
| $r$              | .999076    |               | .998867    |               | 1.0000     |               | .993406    |               |
| $\Delta$         | 1.3846     |               | 1.8519     |               | 0.0000     |               | 3.2236     |               |

## 2.4 Significación de los parámetros $\alpha$ y $\beta$

Sin duda,  $\alpha$  y  $\beta$  son los parámetros que diferencian la estructura observada de la estándar. El parámetro  $\alpha$  representa fundamentalmente la diferencia en la edad media de la fecundidad y  $\beta$  está más ligado con la dispersión de las tasas de fecundidad por edades. Los gráficos 2.4 y 2.5 permiten apreciar estas relaciones.

Cuando se mantiene  $\beta = 1$  constante y se hace variar  $\alpha$  (gráfico 2.4); se observa que un  $\alpha < 0$  traslada la curva hacia la izquierda, significando una menor edad media de la fecundidad y un  $\alpha > 0$  conduce a lo contrario.

En el gráfico 2.5 se toma  $\alpha = 0$  constante y se hace variar  $\beta$ , observándose que un  $\beta > 1$  significa mayor concentración de las tasas con respecto al estándar y un  $\beta < 1$ , por lo tanto, una menor concentración.

En resumen:

$$\beta = 1 \begin{cases} \alpha < 0 & \text{edad media de la fecundidad menor que la estándar.} \\ \alpha > 0 & \text{edad media de la fecundidad mayor que la estándar.} \end{cases}$$
$$\alpha = 0 \begin{cases} \beta > 1 & \text{mayor concentración de las tasas de fecundidad por edades} \\ & \text{que la estándar.} \\ \beta < 1 & \text{menor concentración de las tasas de fecundidad por edades} \\ & \text{que la estándar.} \end{cases}$$

Si, tal como se mencionó antes, existe asociación entre el nivel de la fecundidad y su estructura (representada en este caso por  $\alpha$  y  $\beta$ ) es de esperar que si la fecundidad considerada es más baja que la correspondiente a la estándar, se dé la combinación de un  $\alpha < 0$  con  $\beta > 1$  y, si se trata de un nivel más elevado, se esperaría un  $\alpha > 0$  con  $\beta < 1$ . Esta sería una regla general, que permitiría estudiar la coherencia de la información de un país que experimenta cambios en los niveles de su fecundidad pero, sin duda, la realidad es mucho más compleja y es posible que se den combinaciones distintas a las descritas (Chackiel: 1982).

Gráfico 2.4 GOMPERTZ LINEALIZADO: MODIFICACIONES DE LA ESTRUCTURA RELATIVA DE LA FERTILIDAD DE COSTA RICA 1970, TOMANDO  $\beta = 1$  Y HACIENDO VARIAR  $\alpha$  MEDIANTE LA RELACION  $V(x) = \alpha + \beta V^S(x)$

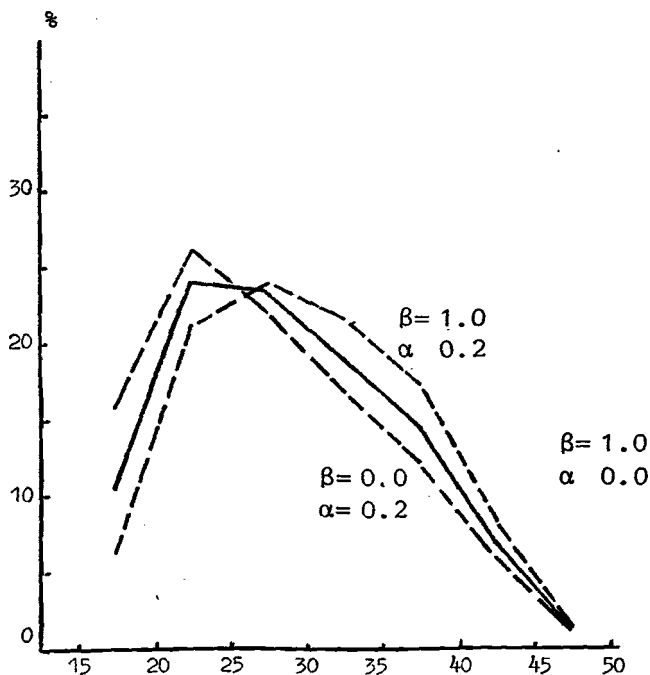
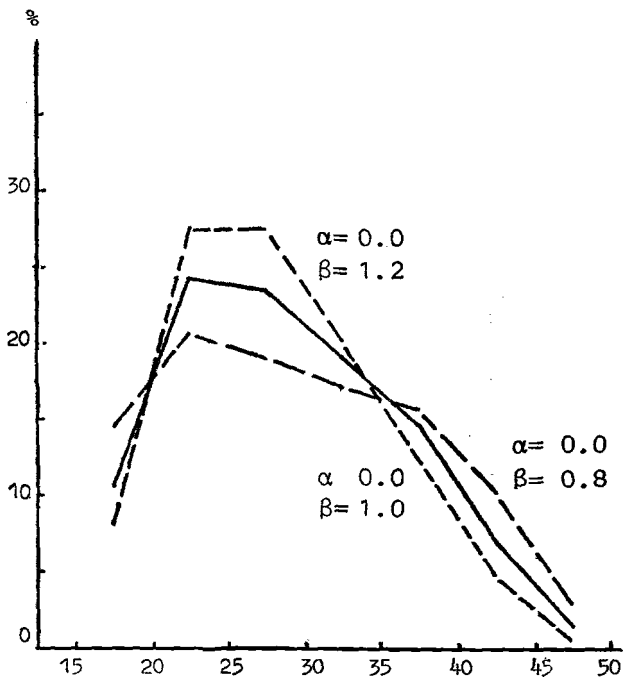


Gráfico 2.5 GOMPERTZ LINEALIZADO: MODIFICACIONES DE LA ESTRUCTURA RELATIVA DE LA FE-CUNDIDAD DE COSTA RICA 1970, TOMANDO  $\alpha = 0$  Y HACIENDO VARIAR  $\beta$  MEDIANTE LA RELACION  $V(x) = \alpha + \beta V^S(x)$



## 2.5 Proyección de la estructura

Tomando en cuenta que la distribución relativa de las tasas de fecundidad depende en definitiva del nivel de la fecundidad correspondiente a cada grupo de edades, existe la posibilidad de hacer proyecciones de la estructura mediante los resultados obtenidos de la proyección del nivel.

Si el nivel general de la fecundidad, y su distribución relativa, están asociados entre sí, es de esperar entonces que también haya cierta relación entre el nivel general y los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , dado que estos definen una estructura por edades de la fecundidad determinada a partir de una estructura estándar. Para analizar estos aspectos, y considerando las variaciones de la fecundidad para un país o región a través del tiempo, podría tomarse la siguiente relación:

$$V(x,t) = \alpha(t) + \beta(t) V^S(x,t_s)$$

en que:

- $t$  - es el momento o período  $t$
- $t_s$  - es el momento o período que corresponde a la estructura estándar elegida.

$$V(x,t) = \ln \left[ -\ln(F(x,t) / TGF(t)) \right]$$

$V^S(x,t_s)$  - igual al anterior pero con respecto al momento  $t_s$

$\alpha(t)$  y  $\beta(t)$  - son  $\alpha$  y  $\beta$ , pero en este planteo son función del tiempo.

Sin embargo, como se espera que haya relación entre el nivel y la estructura de la fecundidad, parece mejor expresar los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  como función de tal nivel, para que después puedan relacionarse los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  al tiempo, o sea al valor del nivel en el tiempo.

La proyección de la estructura generalmente se hace adaptando una distribución meta para el último período de la proyección, interpolando para los períodos intermedios en base a los valores adoptados para la Tasa Bruta de Reproducción o la Tasa Global de Fecundidad. Esta estructura puede ser tomada de modelos teóricos o de países con niveles de fecundidad similares al adoptado para el final de la proyección.

En este estudio se tomó como distribución meta el modelo teórico de la fecundidad denominado "modelo de la estructura de baja fecundidad y cuspide temprana" de las Naciones Unidas (1965). Así, se obtienen los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  ligados a la distribución meta en un momento futuro y el nivel proyectado para tal momento. Tomando la estructura de la fecundidad para el año 1982 como estándar, se obtiene los siguientes valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para el año 2025; el último año de la proyección:  $\alpha = -.13617$ ;  $\beta = 1.1228$ .

En el gráfico 2.6 se muestra la evolución de  $\alpha$  y  $\beta$  como función del nivel de la fecundidad para los niveles observados en Costa Rica en el período 1950-1982 y la evolución propuesta de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ . En este gráfico se observa que la evolución propuesta para  $\alpha$  y  $\beta$  como función del nivel no es lineal. Este supuesto, en nuestro caso, solamente sirve para mostrar que puede elegirse también otra forma para interpolar los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  (cualquiera que sirva al propósito de la proyección). Sin embargo, por razones de simplicidad, es mejor suponer que  $\alpha$  y  $\beta$  se comportarán linealmente con referencia a cambios en el nivel.

De los valores de la TGF proyectada, se calcularon los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  correspondientes para el período 1982-2025, y así se ha construido la curva para el período 1982-2025 presentada en el gráfico 2.7.

Luego de haber obtenido los valores de  $\alpha(t)$  y  $\beta(t)$ , para cada período de la proyección, se procede a estimar  $V(x,t)$  mediante la relación :  
$$V(x,t) = \alpha(t) + \beta(t) \cdot V^S(x,t)$$
 y a partir de estos valores se llega a la estructura proyectada.



Gráfico 2.6 COSTA RICA. COMPORTAMIENTO DE  $\alpha$  Y  $\beta$  DE LA FUNCION GOMPERTZ LINEALIZADO SEGUN LA TGF ESTIMADA A PARTIR DE LAS ESTRUCTURAS DE LA FECUNDIDAD DE LOS AÑOS 1950 1982 Y EL COMPORTAMIENTO PROYECTADO PARA NIVELES DE FECUNDIDAD MAS BAJOS

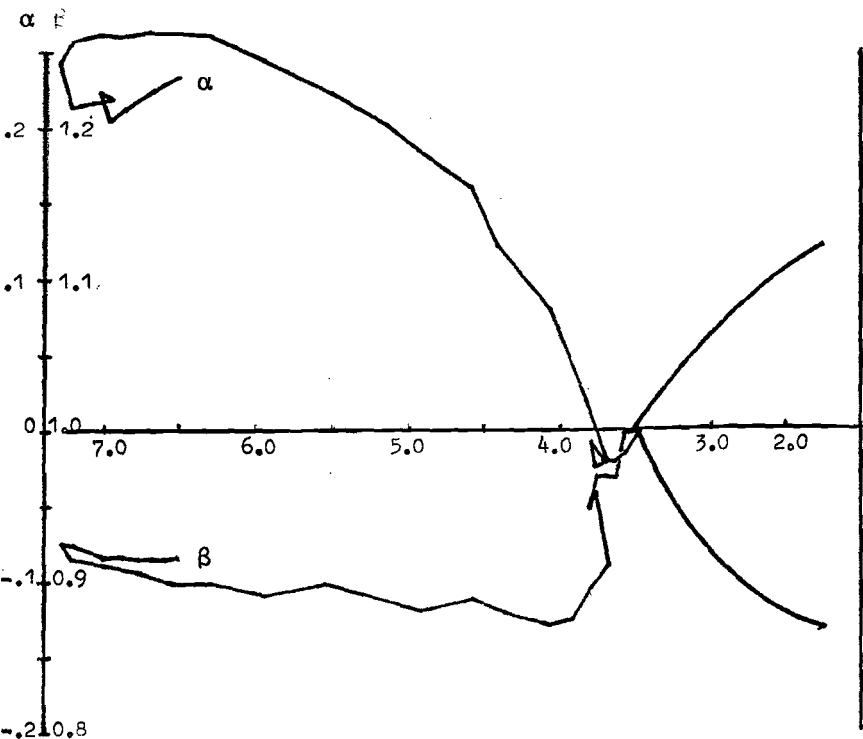
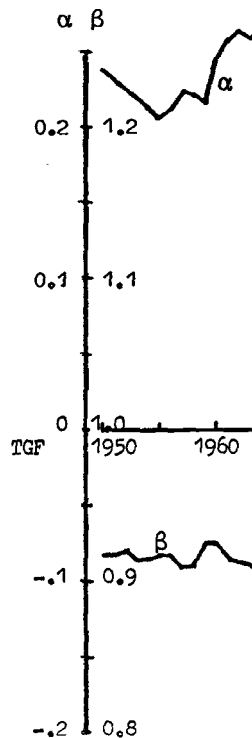
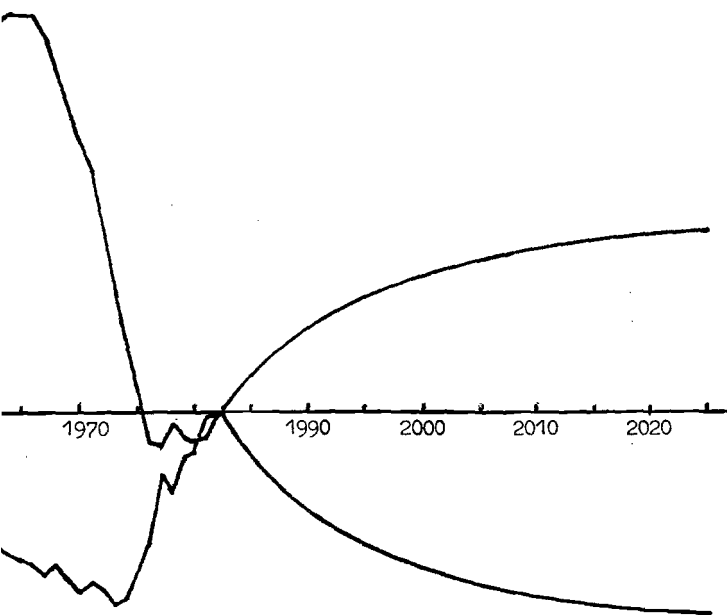


Gráfico 2.7

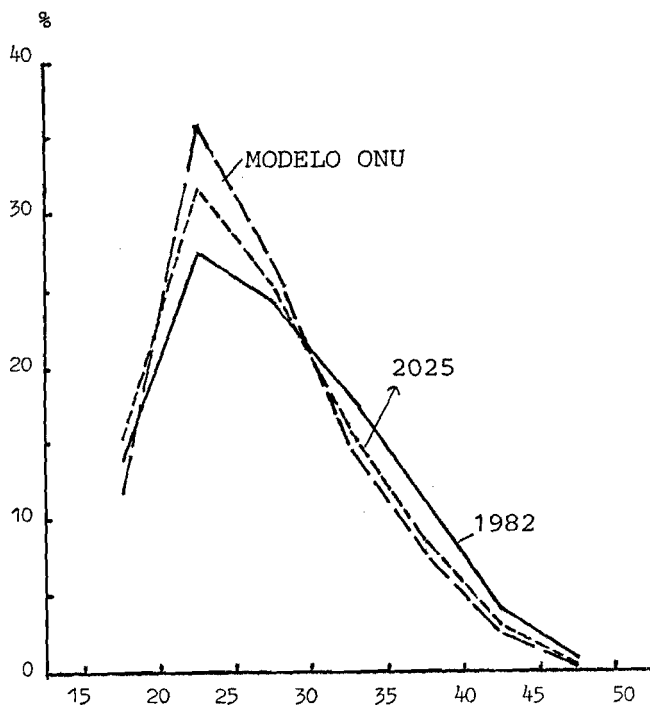


COSTA RICA. COMPORTAMIENTO DE  $\alpha$  Y  $\beta$  DE LA FUNCION GOMPERTZ LINEALIZADO SEGUN EL TIEMPO ESTIMADO A PARTIR DE LAS ESTRUCTURAS DE LA FECUNDIDAD DE LOS AÑOS 1950-1982 Y EL COMPORTAMIENTO PROYECTADO PARA EL PERIODO 1982-2025



En el gráfico 2.8 se representan gráficamente la estructura relativa para algunos años. También se ha presentado la distribución relativa del modelo teórico utilizado como la distribución meta para el año 2025. Se ve claramente cómo la función estandarizada transforma la curva del modelo teórico. Así, la estructura meta está transformada por la experiencia típica del país.

Gráfico 2.8 GOMPERTZ LINEALIZADO: PROYECCION DE LA ESTRUCTURA. COSTA RICA, 1982, 2025, CON 1982 COMO ESTANDAR



### Capítulo 3.

#### LA CURVA DE MAKEHAM

En este capítulo se discutirá la aplicación de la curva de Makeham (1960) en la estimación del nivel y estructura de la fecundidad. El desarrollo siguiente seguirá la presentación hecha por Luther (1984) en su artículo referido al ajuste de la fecundidad por edades específicas mediante el uso de esta curva.

Al igual que la curva de Gompertz (1825), la curva de Makeham también se reconoce por su buen ajuste de la mortalidad adulta. Sin embargo, contrariamente a la curva de Gompertz, la curva de Makeham nunca ha sido muy usada para estimaciones en el campo de la fecundidad.

#### 3.1 Características del modelo

La curva de Makeham tiene la siguiente forma:

$$F(x) = k s^x g^{c^x} \quad x > 0 \quad (s > 0, 0 < g < 1, 0 < c < 1) \quad (3.1)$$

donde en el caso de la fecundidad:

$F(x)$  es la fecundidad acumulada a la edad exacta  $x$  con parámetros  $k$ ,  $s$ ,  $g$  y  $c$ .

Nótese que, si el parámetro  $s = 1$  estamos en presencia de la curva de Gompertz (Véase el capítulo 2: (2.1). Murphy y Nagnur (1972) presumían que la estimación de la fecundidad a través de esta curva traería dificultades, dada la inclusión de este parámetro extra. Otros (Keyfitz: 1977 y Spurgeon: 1947) han criticado el uso de la curva en la experiencia de la mortalidad, dada la necesidad de procedimientos, a veces ad hoc, para lograr un buen ajuste. Luther, en su reciente artículo, ha tratado de refutar estos argumentos.

Si se denota a las razones parciales de la fecundidad acumulada a edad  $\underline{x}$  y  $x+a$  por:

$${}_a R_x = F(x) / F(x+a) \quad (3.2)$$

ajusta las razones  ${}_a R_x = F(x) / F(x+a)$ , donde  $a > 0$  es el tramo del intervalo de edad por mujeres en la vida reproductiva (típicamente  $a = 1$  ó  $a = 5$ ) Entonces, para estas edades  $\underline{x}$  sigue que:

$${}_a R_x^{-1} = s^a g^{c^{(x+a)} - c^x} \quad (3.2.1)$$

por consiguiente, mediante dos transformaciones logarítmicas se obtiene:

$$\begin{aligned} -\ln(s^a {}_a R_x) &= (\ln g) (c^{x+a} - c^x) \\ &= (-\ln g) c^x (1 - c^a) \end{aligned}$$

de modo que,

$$\ln [-\ln (s^a {}_a R_x)] = (\ln c) x + \ln(-\ln g) + \ln(1 - c^a) \quad (3.3)$$

Con los parámetros  $s$ ,  $g$ , y  $c$  ( $s > 0$ ,  $0 < g < 1$ ,  $0 < c < 1$ ), la curva permite ajustar las razones de la fecundidad acumulada,  ${}_aR_x$ , en forma parcial. Entonces para cualquier edad  $x$  los puntos  $(x, y)$  donde  $y = \ln \left[ \ln(s {}_aR_x) \right]$  están en una línea recta con la pendiente  $\ln c$  y la intersección de  $y$ ;  $\ln(1 - c^a) + \ln(-\ln g)$ .

Este procedimiento de linealización sencillo presentado por Luther (1984), permite la estimación de la fecundidad acumulada para las edades específicas de las mujeres (o paridez) a la edad exacta  $x$ . Así, se obtiene también un control para el ajuste de la curva de Makeham a la fecundidad acumulada para la edad específica,  $F(x)$ , parcial o global, es decir, el ajuste de las razones  $F(x) / F(x+a)$  sobre cualquier tramo de edades. Y, finalmente, permite también determinar los parámetros del ajuste óptimo sobre cualquier tramo de edades.

Al igual que en los otros modelos, debe recordarse que las razones  $F(x) / F(x+a)$  no se ven muy afectadas por los errores acumulativos en los valores de  $F(x)$ , especialmente a las edades en donde las razones son suficientemente cercanas entre sí. Además, se puede ajustar con cierta precisión estas razones parciales  $F(x) / F(x+a)$  exactas, sin necesidad de confiar o aún de disponer de todos los valores de  $F(x)$ , incluyendo los de la TGF. Entonces, es posible obtener las razones faltantes y, por tanto, el patrón relativo de la fecundidad por edad, por medio de extrapolación.

### 3.2 Determinación de parámetros

La estimación del modelo requiere estimar los parámetros  $k$ ,  $s$ ,  $g$  y  $c$ . Para determinar  $s$ , se toma la diferencia de (3.3) valorado para las edades  $x+a$  y  $x$ . Eso resulta en:

$$\ln \left[ -\ln(s {}_aR_{x+a}) \right] - \ln \left[ -\ln(s {}_aR_x) \right] = a \ln c \quad (3.4)$$

lo que implica que

$$\frac{-\ln s^a - \ln {}_aR_{x+a}}{-\ln s^a - \ln {}_aR_x} = c^a \quad (3.5)$$

y, por consiguiente

$$\ln {}_aR_{x+a} = c^a \ln {}_aR_x + a(c^a - 1) (\ln s) \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) indica que si la curva de Makeham con parámetros  $\underline{s}$ ,  $\underline{g}$ , y  $\underline{c}$  ajusta las razones  ${}_aR_x$  de la fecundidad acumulada parcialmente por estas edades  $\underline{x}$ , los puntos  $(X, Y)$  con  $X = \ln {}_aR_x$  e  $Y = \ln {}_aR_{x+a}$  están en una línea recta con la pendiente  $c^a$  y la intersección de  $Y = a(c^a - 1)(\ln s)$ . Determinando los valores de la pendiente y la intersección de  $Y$  se puede derivar el valor de  $\underline{s}$ . Los valores de  $\underline{c}$  y  $\underline{g}$  se obtienen a través de (3.3), y la pendiente produce el parámetro  $\underline{c}$ , mientras  $\underline{g}$  puede encontrarse a través de la intersección de  $\underline{y}$  (Dado que  $g = e^{\ln g}$ , basta con encontrar a  $\ln g$ ). El factor de escala,  $\underline{k}$ , puede ser determinado por alguna suposición sobre la TGF o sobre la fecundidad acumulada en algún tramo de edad. Para el propósito de ese estudio, se toma  $\underline{k}$  igual a la relación entre la fecundidad acumulada observada entre las edades 45 y 20 y el valor del ajuste entre estas edades.

Finalmente, el ajuste de la fecundidad incluye una constante para asegurarse que la  $F(x)$  estimada "a la edad del comienzo de la fecundidad" realmente es cero <sup>21/</sup>. Con la incorporación de esta constante, la curva de Makeham toma la forma:

$$F(x) = k s^x g^{c^x} - b \quad (3.7)$$

---

<sup>21/</sup> Para Costa Rica y, de acuerdo con la edad tomada como mínima en los otros métodos, se consideró 15 años como la edad mínima.

### 3.3 Aplicación a los datos de Costa Rica

Al igual que en el capítulo anterior, se considera la información de la fecundidad de las mujeres costarricenses para los años 1950, 1960, 1970 y 1980, trata de información sobre la fecundidad por grupos quinquenales por lo que el intervalo  $a = 5$ .

Por lo tanto, en este caso la ecuación (3.6) está representada por:

$$\ln {}_5R_{x+5} = c^5 (\ln {}_5R_x) + 5(c^5 - 1) (\ln s)$$

y la ecuación (3.3) por:

$$\ln [\ln(s^5 {}_5R_x)] = (\ln c) x + \ln(-\ln g) + \ln(1 - c^5)$$

Luther observó, la razón  ${}_5R_{20} = F(20) / F(25)$  es muy sensible a los cambios en  $F(2)$ . Por tanto sería posible obtener mejores resultados en los ajustes de (3.6) y (3.3) si se ignoran las observaciones asociadas a las edades 20 y 25 <sup>22/</sup>. Lo mismo se podría decir para las observaciones que involucran  $F(50)$ , es decir  ${}_5R_{45}$ . A través de extrapolación hacia atrás y hacia adelante es posible obtener las estimaciones para los grupos de edades extremos excluidos.

Para efecto de facilitar comparaciones, en el cuadro 3.1 se presentan los resultados para los años tomados como ejemplo para el modelo del capítulo anterior. Estos resultados también se muestran en el gráfico 3.1 utilizando los valores de la columna 4 se pueden poner los puntos (X, Y) en forma gráfica, donde  $X = \ln {}_5R_x$  e  $Y = 5 \ln {}_5R_x + 5$ . El ajuste de (3.6) con mínimos cuadrados para los puntos de  $x = 25, 30$  y  $35$ , resulta en la línea recta  $Y = AX + B$  donde  $A = c^5$  y  $B = 5(c^5 - 1) (\ln s)$ .

---

<sup>22/</sup> Es decir  $(\ln {}_5R_{20}, \ln {}_5R_{25})$  y  $(20, \ln(-\ln(s^5 {}_5R_{20})))$  respectivamente.



Cuadro 3.1 MAKEHAM. CALCULOS PARA EL PROCEDIMIENTO DE AJUSTE. COSTA RICA, 1950, 1960, 1970 Y 1980

| Edad<br>x   | Fecundidad<br>acumulada | ${}_5R_x =$<br>$F(x)/F(x+5)$ | $\ln {}_5R_x$<br>(x, y) | $y = \ln[-\ln(s^5 {}_5R_x)]$<br>para $s = .9867$ | Edad<br>x  | (2)   | (3)   | (4)     | (5)     |
|---|-------------------------|------------------------------|-------------------------|--|--|-------|-------|---------|---------|
|   | {2}                     | (3)                          | (4)                     | (5)  |  |       |       |         |         |
| <b>A. 1950</b>  |                         |                              |                         |  | <b>B. 1960</b>   |       |       |         |         |
| 20  | .570                    | .2644                        | -1.3229                 | .3291  | 20   | .610  | .2547 | -1.3677 | .3769   |
| 25  | 2.140                   | .5739                        | -.5569                  | -.4718   | 25   | 2.395 | .5750 | -.5533  | -.4409  |
| 30  | 3.735                   | .7396                        | -.3016                  | -.9979   | 30   | 4.165 | .7372 | -.3049  | -.9289  |
| 35  | 5.050                   | .8417                        | -.1724                  | -1.4299  | 35   | 5.650 | .8352 | -.1801  | -1.3087 |
| 40  | 6.000                   | .9331                        | -.0692                  | -1.9934  | 40   | 6.765 | .9383 | -.0637  | -1.8723 |
| 45  | 6.430                   | .9892                        | -.0108                  | -2.5529  | 45   | 7.210 | .9890 | -.0110  | -2.2912 |
| 50  | 6.500                   |                              |                         |  | 50   | 7.290 |       |         |         |
| $Y = .6055 X + .0264 \Rightarrow s = .9867$<br>$y = -.1000 x + 2.045 \Rightarrow c = .9049$<br>$g = e^{-19.2545}$<br>$F(x) = 15.2039(.9867)^x e^{-19.2545} (.9049)^x - .1733$ |                         |                              |                         |  | $Y = .6260 X + .0337 \Rightarrow s = .9821$<br>$y = -.0935 x + 1.9907 \Rightarrow c = .9108$<br>$g = e^{-17.9170}$<br>$F(x) = 22.3255(.9821)^x e^{-17.9170} (.9108)^x - .2070$ |       |       |         |         |
| <b>C. 1970</b>  |                         |                              |                         |  | <b>D. 1980</b>   |       |       |         |         |
| para $s = .9926$  |                         |                              |                         |  |  |       |       |         |         |
| 20  | .515                    | .3012                        | -1.2001                 | .2128  | 20   | .535  | .3508 | -1.0475 | -.0928  |
| 25  | 1.710                   | .5969                        | -.5161                  | -.5922   | 25   | 1.525 | .6302 | -.4618  | -.6703  |
| 30  | 2.865                   | .7530                        | -.2837                  | -1.1370  | 30   | 2.420 | .7883 | -.2379  | -1.2458 |
| 35  | 3.805                   | .8409                        | -.1733                  | -1.5589  | 35   | 3.070 | .8847 | -.1225  | -1.7584 |
| 40  | 4.525                   | .9292                        | -.0735                  | -2.2026  | 40   | 3.470 | .9586 | -.0423  | -2.3849 |
| 45  | 4.870                   | .9878                        | -.0122                  | -3.0090  | 45   | 3.620 | .9931 | -.0069  | -2.8692 |
| 50  | 4.930                   |                              |                         |  | 50   | 3.645 |       |         |         |
| $Y = .5919 X + .0515 \Rightarrow s = .9926$<br>$y = -.1051 x + 2.0418 \Rightarrow c = .9003$<br>$g = e^{-18.8540}$<br>$F(x) = 8.3753(.9926)^x e^{-18.8540} (.9003)^x - .1515$ |                         |                              |                         |  | $Y = .5682 X + .0215 \Rightarrow s = .9901$<br>$y = -.1131 x + 2.1618 \Rightarrow c = .8930$<br>$g = e^{-20.1081}$<br>$F(x) = 6.654(.9901)^x e^{-20.1081} (.8930)^x - .1442$   |       |       |         |         |

Gráfico 3.1 MAKEHAM: AJUSTE DE LA ECUACION  
(3.6) COSTA RICA. 1950, 1980

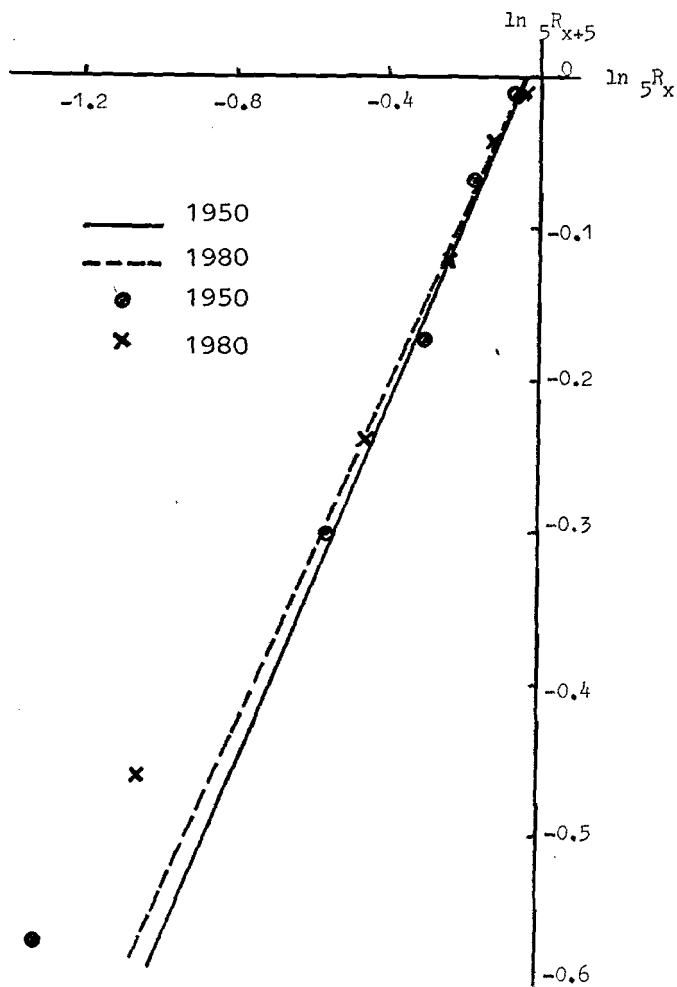
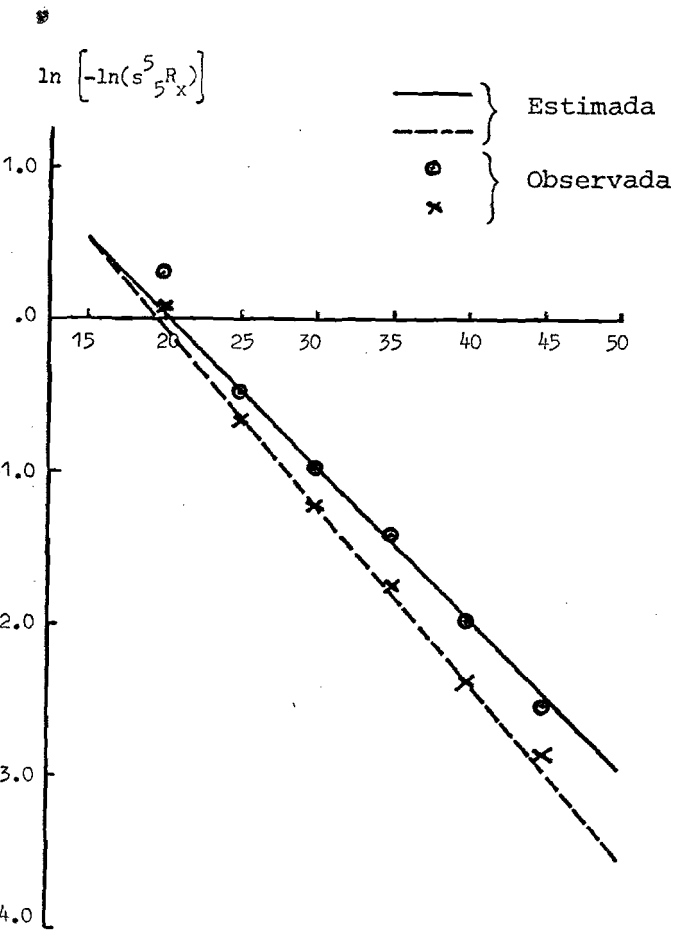


Gráfico 3.2 MAKEHAM: AJUSTE DE LA ECUACION (3.3). COSTA RICA, 1950, 1980



Para los datos de Costa Rica de 1960, la línea calculada es:

$$Y = .6260 X + .0337$$

Siendo así la pendiente

$$c^5 = .6260 \quad y,$$

$$c = .9160$$

Dado que la intersección de  $y$  es:

$$5(c^5 - 1)(\ln s) = .0337, \text{ se obtiene}$$

$$\ln s = -.0181, \text{ y así}$$

$$s = .9821$$

Con ese valor de  $s$ , la línea de la ecuación (3.3) es ajustada mediante el uso del método de mínimos cuadrados ordinario a los puntos  $(x, y)$  donde  $y = \ln \left[ -\ln (s^5 {}_5R_x) \right]$  para las edades  $x = 25, 30, 35$  y  $40$ . (Los valores se encuentran en las primeras y últimas columnas del cuadro 3.1), y los puntos se grafican conjuntamente con la línea (3.3) en el gráfico 3.2. Esto resulta en:

$$y = -.0935 x + 1.9007$$

siendo así la pendiente

$$\ln c = -.0935 \text{ y, por eso}$$

$$c = .9108$$

Obsérvese que esta determinación de  $\underline{c}$  es casi igual al valor obtenido de (3.6). No son iguales porque los ajustes no son perfectos. La determinación de  $\underline{c}$  a través de (3.3) es la que debe utilizarse, porque (3.3) da el ajuste que llevará a las estimaciones de las tasas específicas de la fecundidad.

Dado que la intersección de  $Y; \ln(1 - c^5) + \ln(-\ln g) = 1.9006$ ,  
 $g = e^{-17.9170}$

consiguientemente,

$$F(x) = \ln(.9821)^x e^{-17.910(.9108)^x} - b, \quad 15 \leq x \leq 46$$

El valor del factor de proporcionalidad  $k$ , se determina a través de la relación  $F(45) - F(20)$  observada y  $F(45) - F(20)$  estimada sin  $k$ . Para los datos de Costa Rica, 1960, ese factor tiene un valor de 22.3255 (6.600 : .2956). Luego, el valor de  $\underline{b}$  se obtiene tomando  $x = 15$  y con el supuesto de  $F(15) = 0$ . Siendo así

$$F(x) = 22.3255(.29821)^x e^{-17.910(.9108)^x} - .2066$$

De aquí se ha construido el cuadro 3.2, donde se puede ver el comportamiento de las tasas  ${}_a f_x$  estimadas <sup>23/</sup>. En relación con las tasas observadas se puede apreciar que los resultados no son muy satisfactorios.

23/ Para calcular las tasas, Luther propone utilizar las siguientes reglas

$${}_5 f_{15} = F(20) - F(15) / 5 \quad \text{cuando } TGF \leq 3.5$$

$${}_5 f_{15} = F(20) - F(16) / 5 \quad \text{cuando } TGF > 3.5$$

$${}_5 f_{45} = F(46) - F(45) / 5$$

$${}_5 f_x = F(x+5) - F(x) / 5 \quad \text{para } x = 20, 25, 30, 35, 40$$

Normalmente, la cúspide de la curva estará entre 46 y 50 años de edad, y por eso él propone la regla de  ${}_5 f_{45}$ . En general, para cualquier función continua con un máximo se puede encontrar que

$$x = \text{máximo si } \frac{\delta F(x)}{\delta x} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\delta^2 F(x)}{\delta x^2} < 0$$

(cont. en página 142)

Viendo las tasas de fecundidad estimadas, se observa que la curva de Makeham puede representar la tasa del primer grupo de edad bastante bien, pero parece que presenta dificultades con la descripción de la segunda, tercera y cuarta tasas. De los 4 años tomados como ejemplo, parece que en todos el modelo subestima la tasa del grupo de 20-24 años de edad y sobrestima bastante la tasa del grupo siguiente. La diferencia entre la tasa observada y estimada del grupo de 20-24 años de edad, en los cuatro años, siempre es más que 10 por ciento. En general, se observa que la descripción de la fecundidad del año 1980 no es tan mala. Sin embargo, el valor de  $\Delta$  todavía es mayor que 2.5 para este año.

En cuanto a la fecundidad acumulada, las diferencias entre los valores observados y estimados no son tan grandes, debido al hecho que las diferencias más o menos se equilibran. Sin embargo, la fecundidad acumulada estimada a los 50 años de edad no es igual a la observada, es decir la TGF observada es distinta al valor estimado. La función no se delimita a esta edad y al valor observado de la TGF.

Debe decirse que, para los datos de Costa Rica, se obtienen los mejores resultados, en términos de  $\Delta$ , al no ignorar los grupos de edades extremos (15-19; 45-49).

---

Continuación nota 23/

En este caso la edad en que la curva obtiene su punto máximo es

$$x = \frac{\ln(-\ln s) - \ln [(\ln c) (\ln g)]}{\ln c}$$

Cuadro 3.2 MAKEHAM. TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD Y FECUNDIDAD ACUMULADA, OBSERVADA Y ESTIMADA. COSTA RICA, 1950, 1960, 1970, 1980

| Grupos de edades                                       | 1950   |         | 1960   |         | 1970   |         | 1980   |         |
|--|--------|---------|--------|---------|--------|---------|--------|---------|
|  | $5f_x$ | $5f'_x$ | $5f_x$ | $5f'_x$ | $5f_x$ | $5f'_x$ | $5f_x$ | $5f'_x$ |
| Tasas específicas de fecundidad observadas y estimadas |        |         |        |         |        |         |        |         |
| 15-19  | .114   | .121    | .122   | .136    | .103   | .099    | .107   | .106    |
| 20-24  | .314   | .276    | .357   | .308    | .239   | .212    | .198   | .182    |
| 25-29  | .319   | .332    | .354   | .374    | .231   | .243    | .179   | .187    |
| 30-34  | .263   | .284    | .297   | .325    | .188   | .203    | .130   | .138    |
| 35-39  | .190   | .187    | .223   | .214    | .144   | .137    | .080   | .079    |
| 40-44  | .086   | .094    | .089   | .101    | .069   | .076    | .030   | .033    |
| 45-49  | .014   | .009    | .016   | .009    | .012   | .010    | .005   | .003    |
| $\sigma$   | .0178  |         | .0245  |         | .0131  |         | .0075  |         |
| r  | .3869  |         | .9815  |         | .9859  |         | .9936  |         |
| $\Delta$   | 3.6236 |         | 4.7195 |         | 3.2416 |         | 2.6807 |         |
| $\Delta_{20,50}$                                       | 3.6945 |         | 4.7470 |         | 3.4494 |         | 3.0415 |         |
| Fecundidad acumulada observada y estimada              |        |         |        |         |        |         |        |         |
| Edad x   | .570   |         | .605   |         | .610   |         | .679   |         |
| 20   | 2.140  |         | 1.983  |         | 2.395  |         | 2.217  |         |
| 25   | 3.735  |         | 3.643  |         | 4.165  |         | 4.087  |         |
| 30   | 5.050  |         | 5.062  |         | 5.650  |         | 5.711  |         |
| 35   | 6.000  |         | 5.998  |         | 6.765  |         | 6.779  |         |
| 40   | 6.430  |         | 6.466  |         | 7.210  |         | 7.285  |         |
| 45   | 6.900  |         | 6.513  |         | 7.290  |         | 7.329  |         |
| 50   | .07146 |         | .08750 |         | .07382 |         | .03930 |         |
| $\sigma$   | .99957 |         | .99944 |         | .99959 |         | .99973 |         |
| r  |        |         |        |         |        |         |        |         |

## Capítulo 4

### EL MODELO BILOGISTICO

En este capítulo se revisará el modelo bilogístico y su aplicación a la fecundidad de Costa Rica en el período 1950-1982.

El desarrollo del modelo bilogístico puede apreciarse en la presentación hecha por Soto (1978), basada en un trabajo previo de Bocaz (1979)<sup>24/</sup> Por otro lado, se presenta un método alternativo para calcular los parámetros a y b que es análogo al método utilizado en el modelo de Gompertz linealizado.

#### 4.1 Características del modelo

La función "bilogística" tiene la siguiente forma:

$$F(x) = k(1 + e^{V(x)})^{-1} \quad (4.1)$$

donde  $F(x)$  es la función bilogística que depende de  $V(x) = a + b Z(x)$ , siendo  $Z(x)$  una función de  $x$  y a, b son parámetros; k es un factor de proporcionalidad. Es una fórmula bastante nueva y ha sido poco aplicada, pero las aplicaciones a datos de nupcialidad y fecundidad han resultado satisfactorios (Bocaz: 1979; Soto: 1978)

---

<sup>24/</sup> Bocaz ha investigado el comportamiento del modelo bilogístico en varias otras publicaciones inéditas; ellas se citan en la bibliografía.



Para el análisis de fecundidad esta función (4.1) se especializa como sigue.

Considérese primero  $p$ , que es una proporción cualquiera, y como tal varía entre 0 y 1. Se puede definir el logito de ( $p$ ):

$$\text{logito de } p = \ln \left[ \frac{(1-p)}{p} \right] \quad (4.2)$$

En el caso de la fecundidad que se está estudiando, las proporciones  $p$  son:

$$p_{Y_x} = \frac{F(x)}{\text{TGF}} \quad (4.3.1)$$

$$p_{z_x} = \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha} \quad (4.3.2)$$

donde

$F(x)$  es la fecundidad acumulada hasta la edad  $x$

$\text{TGF}$  es la Tasa Global de Fecundidad, o la fecundidad acumulada al término de la vida fértil

$(x - \alpha)$  es el tiempo transcurrido del período fértil

$(\beta - \alpha)$  es el tramo del período fértil desde el inicio al término.

Designemos los logitos de estas proporciones como  $Y(x)$  y  $z(x)$  respectivamente, deduciéndose, de acuerdo a la definición de un logito (4.2), como:

$$Y(x) = \ln \left[ \frac{\left(1 - \frac{F(x)}{\text{TGF}}\right) / \frac{F(x)}{\text{TGF}}}{\frac{F(x)}{\text{TGF}}} \right] = \ln \left[ \frac{\text{TGF} - F(x)}{\text{TGF}} * \frac{\text{TGF}}{F(x)} \right] = \ln \left( \frac{\text{TGF}}{F(x)} - 1 \right)$$

$$Y(x) = \ln \left( \frac{\text{TGF}}{F(x)} - 1 \right) \quad (4.4)$$

$$z(x) = \ln \left[ \left(1 - \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}\right) / \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} \right] = \ln \left( \frac{\beta-\alpha-x+\alpha}{\beta-\alpha} * \frac{\beta-\alpha}{x-\alpha} \right) =$$

$$= \ln \left( \frac{\beta-x}{x-\alpha} \right) = \ln \left( \frac{\beta-\alpha}{x-\alpha} - 1 \right)$$

$$z(x) = \ln \left( \frac{\beta-\alpha}{x-\alpha} - 1 \right) \tag{4.5}$$

El modelo, en su forma básica, se puede expresar como:

$$Y(x) = a + b z(x) \tag{4.6}$$

que corresponde a la función bilogística:

$$\ln \left( \frac{TGF}{F(x)} - 1 \right) = a + b \ln \left( \frac{\beta-\alpha}{x-\alpha} - 1 \right) \tag{4.7}$$

que también se puede expresar como:

$$F(x) = \frac{TGF}{1 + e^{a + b z(x)}} \tag{4.7.1.}$$

donde:

$z(x)$  es la función logística de  $P_x$ , de la forma descrita anteriormente.

#### 4.2 Estimación de parámetros

Los parámetros  $a$  y  $b$  normalmente se calculan a través de la ecuación de regresión. Conocido el coeficiente de correlación (o coeficiente de correlación óptimo en el caso de no disponerse de una TGF, y así se hace variar TGF hasta obtener el  $r_{12}$  óptimo)<sup>25/</sup> es fácil determinar (a) y (b) mediante las relaciones:

---

<sup>25/</sup> Otra posibilidad está en hacer variar la edad al inicio y/o término del período fértil.

$$b = r_{12} \frac{s_{z(x)}}{s_{Y(x)}}$$

$$a = \bar{Y} - b \bar{z}$$

Cuando se dispone de pocas observaciones, se propone, en analogía con el método utilizado en el modelo Gompertz linealizado, calcular los parámetros a y b de la función linealizada (4.6) mediante el método de promedios.

A modo de ilustración, revisemos la estimación de a y b mediante el método de promedios. Definido por las relaciones siguientes:

$$\bar{Y}_1 = a + b \bar{z}_1 \quad (4.8.1)$$

$$\bar{Y}_2 = a + b \bar{z}_2 \quad (4.8.2)$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{Y(25) + Y(30) + Y(35)}{3}; \quad \bar{z}_1 = \frac{z(25) + z(30) + z(35)}{3}$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{Y(30) + Y(35) + Y(40)}{3}; \quad \bar{z}_2 = \frac{z(30) + z(35) + z(40)}{3}$$

Nótese que en el cálculo de  $\bar{Y}_1$  y  $\bar{Y}_2$  se han destacado valores asociados a las edades extremas, es decir 20 y 45. Esta decisión, aunque arbitraria, permitiría evitar los posibles efectos de las razones TGF/F(x) cuando se evalúan para edades extremas. Es sabido que estos extremos normalmente no están en línea con el resto de las observaciones para edades intermedias.<sup>26/</sup>

---

<sup>26/</sup> Algo similar se observó en la estimación de los parámetros mediante el método de la curva de Makeham discutido en el capítulo anterior.

Nuevamente es posible obtener b y a de acuerdo a:

$$b = \frac{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1}{\bar{z}_2 - \bar{z}_1} \quad (4.9.1)$$

$$a = \bar{Y}_1 - b \bar{z}_1 \quad (4.9.2)$$

La manera de estandarizar es igual a la que se ha presentado en el capítulo 2 (ver ecuaciones (2.7) hasta 2.9.4). En síntesis, bajo el supuesto de que las funciones  $Y(x)$  e  $Y^S(x)$  son lineales respecto a  $z(x)$  donde s denota la población estándar, también existiría una relación lineal entre ellas, es decir,

$$Y^S(x) = a_s + b_s z(x) \quad ; \quad Y(x) = a_0 + b_0 z(x) \quad (4.10)$$

y desde luego

$$Y(x) = \alpha + \beta Y^S(x) \quad (4.11)$$

y, por tanto, los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  tienen la siguiente forma:

$$\alpha = a_0 - a_s b_0/b_s \quad (4.12.1)$$

$$\beta = b_0/b_s \quad (4.12.2)$$

Alternativamente, mediante el método de los promedios y bajo el supuesto de linealidad,  $\alpha$  y  $\beta$  también pueden calcularse de acuerdo a las siguientes relaciones:

$$\bar{Y}_1 = \alpha + \beta \bar{Y}_1^S \quad (4.13.1)$$

$$\bar{Y}_2 = \alpha + \beta \bar{Y}_2^S \quad (4.13.2)$$

Así, se obtiene

$$\beta = \frac{\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1}{\bar{Y}_2^S - \bar{Y}_1^S} ; \quad \alpha = \bar{Y}_1 - \beta \bar{Y}_1^S \quad (4.14)$$

El desarrollo del modelo planteado arriba tiene en común con el modelo Gompertz linealizado una gran similitud con el sistema logito desarrollado por Brass (1974).

#### 4.3 Aplicación a los datos

Para explicitar el modelo se ha seleccionado la información sobre la fecundidad por grupos quinquenales de edad de Costa Rica para los años 1950, 1960, 1970 y 1980.

El cálculo de los parámetros básicos del modelo a y b, como se discutió en la sección anterior es sensible al método seleccionado para la estimación de la función bilogística  $F(x)$ . Como estamos interesados en la mejor representación de la fecundidad, hemos estimado la función en base al método de mínimos cuadrados y al método de promedios, en sus alternativas con y sin tomar en cuenta los puntos correspondientes a las edades extremas. Los resultados de estas estimaciones para los años 1950 y 1970 se presentan en el cuadro 4.1.

Adicionalmente, se seleccionó el año 1970 como estándar y se estimaron de nuevo los valores de la fecundidad acumulada mediante los tres métodos.

Si se considera a  $r$  y  $\sigma$  como criterio para medir la bondad del ajuste se puede apreciar que el método de promedios propuesto da mejores resultados, no sólo cuando se toma el año 1970 como estándar para el año 1950, sino también en la estimación de la fecundidad acumulada de ambos años por separado.

Cuadro 4.1 MODELO BILOGISTICO. METODOS ALTERNATIVOS PARA CALCULAR a Y b. COSTA RICA, 1950-1970\*

| Edad   | 1950  |        |          |          |          | 1970    |         |        |         |          |  |
|--|-------|--------|----------|----------|----------|---------|---------|--------|---------|----------|--|
|  | $F_x$ | $Y_x$  | $F'_x$   | $F''_x$  | $F'''_x$ | $F^S_x$ | $Y^S_x$ | $F'_x$ | $F''_x$ | $F'''_x$ |  |
| 20   | .570  | 2.342  | .520     | .559     | .584     | .515    | 2.149   | .469   | .289    | .507     |  |
| 25   | 2.240 | 0.712  | 2.013    | 2.062    | 2.033    | 1.710   | 0.633   | 1.626  | 1.665   | 1.624    |  |
| 30   | 3.735 | -0.301 | 3.856    | 3.873    | 3.750    | 2.865   | -.327   | 2.968  | 2.982   | 2.873    |  |
| 35   | 5.050 | -1.248 | 5.271    | 5.260    | 5.130    | 3.805   | -1.219  | 3.989  | 3.980   | 3.866    |  |
| 40   | 6.000 | -2.485 | 6.065    | 6.051    | 5.965    | 4.525   | -2.413  | 4.598  | 4.567   | 4.495    |  |
| 45   | 6.430 | -4.520 | 5.411    | 6.415    | 6.376    | 4.870   | -4.397  | 4.852  | 4.847   | 4.821    |  |
| 50   | 6.500 |        | 6.500    | 6.500    | 6.500    | 4.930   |         | 4.930  | 4.930   | 4.930    |  |
| a  |       |        | -.9166   | -.9167   | -.8117   |         |         | -.9290 | -.9290  | -.8121   |  |
| b  |       |        | 1.8249   | 1.8368   | 1.7443   |         |         | 1.7877 | 1.7498  | 1.6623   |  |
| $\sigma$   |       |        | 0.12010  | 0.11010  | 0.06130  |         |         |        |         |          |  |
| r  |       |        | 0.99896  | 0.99910  | 0.99967  |         |         |        |         |          |  |
| $\alpha$   |       |        | 0.05772  | 0.05864  | 0.04062  |         |         | 0.0000 | 0.0000  | 0.0000   |  |
| $\beta$  |       |        | 1.04878  | 1.04977  | 1.04966  |         |         | 1.0000 | 1.0000  | 1.0000   |  |
| Fecundidad acumulada estimada con 1970 como estándar** |       |        |          |          |          |         |         |        |         |          |  |
|  |       |        | $F_x$    |          |          |         |         |        |         |          |  |
| 20   |       |        | .5861    | .5845    | .5943    | .515    |         |        |         |          |  |
| 25   |       |        | 2.1258   | 2.1236   | 2.1495   | 1.710   |         |        |         |          |  |
| 30   |       |        | 3.7104   | 3.7094   | 3.7380   | 2.865   |         |        |         |          |  |
| 35   |       |        | 5.0193   | 5.0196   | 5.0396   | 3.805   |         |        |         |          |  |
| 40   |       |        | 5.9945   | 5.9952   | 6.0034   | 4.525   |         |        |         |          |  |
| 45   |       |        | 6.4323   | 6.4325   | 6.4337   | 4.870   |         |        |         |          |  |
| 50   |       |        | 6.500    | 6.500    | 6.500    | 4.930   |         |        |         |          |  |
| $\sigma$   |       |        | 0.01844  | 0.01867  | 0.01127  | 0.000   |         |        |         |          |  |
| r  |       |        | 0.999976 | 0.999974 | 0.999995 | 1.000   |         |        |         |          |  |

\*  $F_x$  es la fecundidad acumulada observada a la edad exacta x;  $F'_x$  es la fecundidad acumulada estimada, según (4.6), regresión lineal;  $F''_x$  y  $F'''_x$  la fecundidad acumulada estimada según (4.8.1) y (4.8.2), método de promedios con y sin tomar en cuenta las edades extremas, respectivamente.

\*\* De acuerdo a (4.11) hasta (4.14)

Aquí cabe señalar que en este estudio siempre se ha obtenido la mejor descripción de la fecundidad a través de a y b calculados según el método de promedios. Sin embargo, aunque en el caso que se tomó 1970 como estándar también pareció que ese método daba las mejores descripciones de la fecundidad por grupos de edades, para otros estándares puede suceder lo contrario. Desde luego se propone que se siga utilizando el método de mínimos cuadrados en situaciones en las que no hay certeza sobre cuál va a dar los mejores resultados. En este capítulo se utiliza el método de promedios propuesto. Sin embargo, trabajando con las tasas de fecundidad por edades detalladas, en los capítulos 2 y 3 de la parte I, se utilizó el método de promedios para utilizar esta rica información en la mejor forma posible.

Una vez calculados los valores de  $Y(x)$  mediante (4.4) se pueden obtener los valores de a y b, utilizando el método de promedios, sin tomar en cuenta los valores para las edades extremas, de (4.8.1) y (4.8.2).

donde

$$\bar{z}_1 = \frac{.916 + .288 - .288}{3} = .30543$$

$$\bar{z}_2 = \frac{.288 - .288 - .916}{3} = -.30543$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{.71483 - .28728 - 1.23696}{3} = -.26980$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{-.28728 - 1.23696 - 2.55612}{3} = -1.36012$$

Por consiguiente:

$$b_0 = \frac{-1.36012 + 0.26980}{-0.30543 - 0.30543} = 1.78489$$

y

$$a_0 = -0.26980 - 9.54516 = -0.81496$$

Desde luego:

$$Y(x) = -0.81496 + 1.78489 * z(x)$$

A pesar de que la función bilogística ofrece una mejor descripción de la fecundidad que la del doble logaritmo de Gompertz, queda bastante lejos de la fecundidad observada, como puede apreciarse en los gráficos 4.1 y 4.2. En el gráfico 4.1 se presentan las tasas de fecundidad observadas para grupos quinquenales de edad conjuntamente con las tasas de fecundidad estimadas por edades simples para los años 1950 y 1980. En el gráfico 4.2 se presenta la fecundidad acumulada para los mismos años (también observada y estimada).

Otra vez, se toma el año 1970 como estándar, es decir los valores de  $Y(x)$  para el año 1970. En el gráfico 4.3 se muestra la relación lineal supuesta entre los valores de  $Y(x)$  y  $Y^S(x)$ . En la abscisa  $Y^S(x)$  se presentan los valores correspondientes a Costa Rica para el año 1970, y en la ordenada se presentan los valores correspondientes a Costa Rica en los años 1960 y 1980. No se ha dado la línea para la relación entre  $Y^{1950}(x)$  y  $Y^S(x)$ , dado que es casi igual a la línea de 1960.

Los parámetros  $a$  y  $b$ , en el año 1970, tuvieron los siguientes valores:

$$\begin{aligned} a_s &= -0.8121 \\ b_s &= 1.6623 \end{aligned}$$

desde luego:

$$Y^S(x) = -0.8121 + 1.6623 * z(x)$$



Gráfico 4.1 MODELO BILOGISTICO. TASAS DE FE-  
CUNDIDAD OBSERVADAS POR GRUPOS  
QUINQUENALES DE EDADES Y TASAS  
DE FECUNDIDAD ESTIMADAS POR EDADES  
SIMPLES. COSTA RICA, 1950-1980

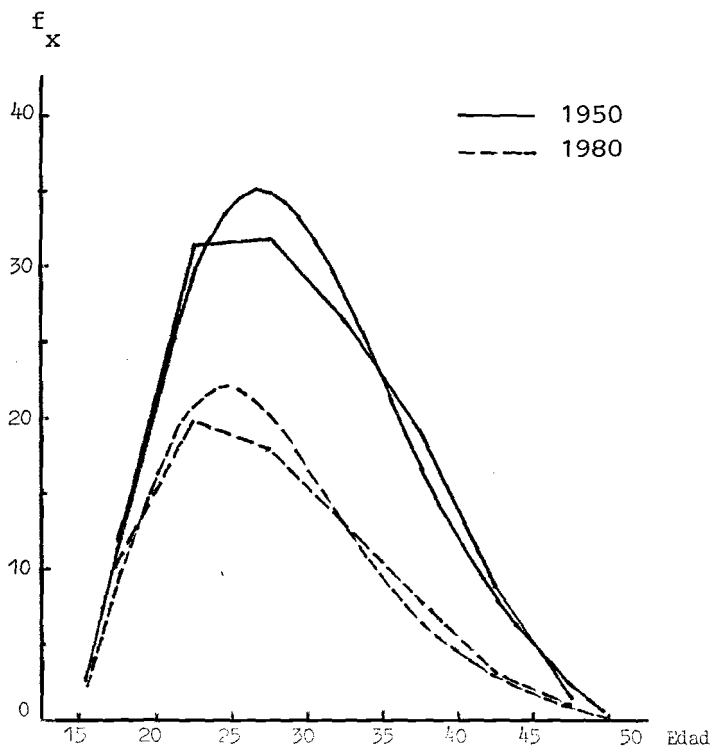


Gráfico 4.2 MODELO BILOGISTICO. FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADA Y ESTIMADA COSTA RICA, 1950, 1980

F(x)

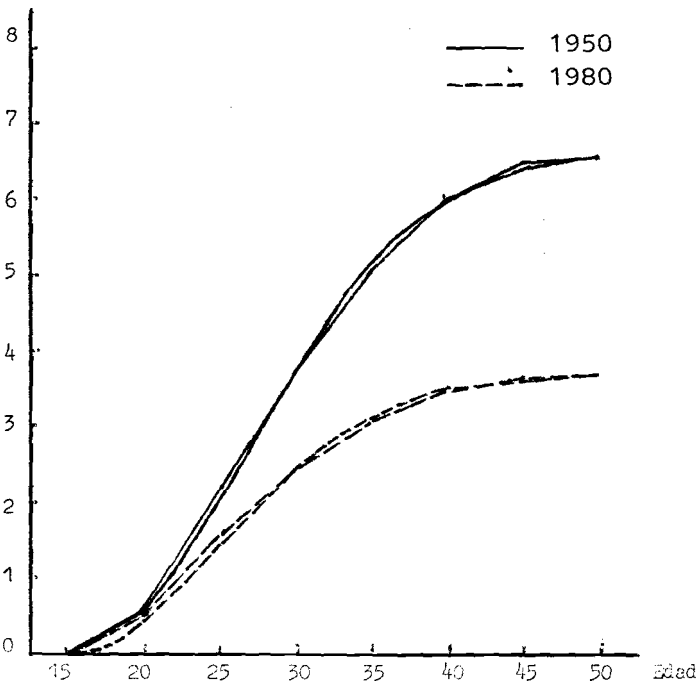
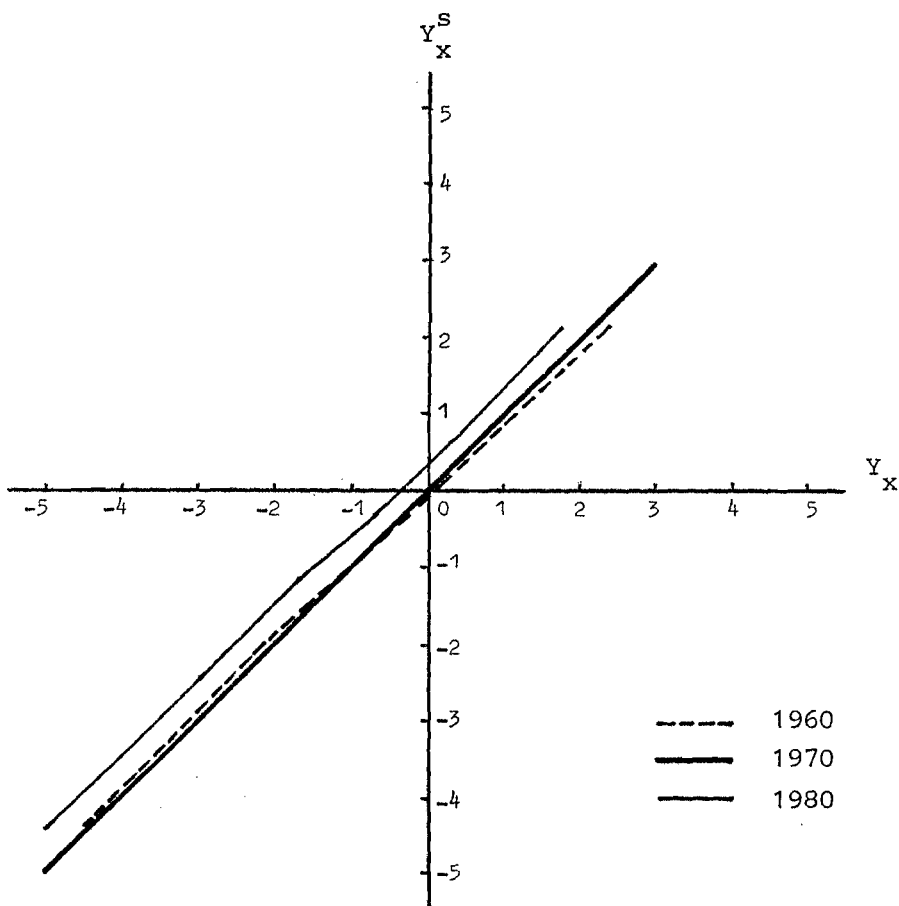


Gráfico 4.3 MODELO BILOGISTICO. VALORES DE  $Y_x$  CON RESPECTO A LOS DE  $Y_x^S$ . COSTA RICA, 1960, 1970 Y 1980 CON 1970 COMO ESTANDAR



Relacionando  $Y(x)$  con  $Y^S(x)$ , y substituyendo por  $z(x)$ ; se obtiene:

$$\begin{aligned}
 Y(x) &= a_0 - a_s \cdot b_0/b_s + b_0/b_s Y^S(x) \\
 &= -0.8150 + 0.8121 \cdot 1.7849/1.6623 + 1.7849/1.6623 Y^S(x) \\
 &= 0.05700 + 1.07375 Y^S(x) \\
 &= \alpha + \beta Y^S(x)
 \end{aligned}$$

Contrariamente al método utilizado con el doble logaritmo de Gompertz, aquí se ha preferido trabajar con estos valores de  $\alpha$  y  $\beta$  no con los valores que se pueden obtener a través del método de promedios. Sin embargo, debido a que la relación lineal se muestra con más claridad que en el caso del modelo Gompertz linealizado, (véase el gráfico 4.3), las diferencias entre los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  obtenidos a través del método descrito anteriormente o del método de promedios (sin tomar en cuenta los puntos extremos) no son muy grandes. A continuación se presentan los valores para obtener  $\alpha$  y  $\beta$  a través del método de promedios (4.13.1) y (4.13.2).

$$\begin{aligned} \bar{Y}_1 &= -0.2698 & ; & & \bar{Y}_1^S &= -0.3043 \\ \bar{Y}_2 &= -1.3601 & ; & & \bar{Y}_2^S &= -1.3197 \end{aligned}$$

De acuerdo a (4.14.);

$$\beta = 1.07376$$

$$\alpha = 0.05695$$

En el cuadro 4.2 se presentan los valores de la fecundidad acumulada observada y los  $Y(x)$  correspondientes. Adicionalmente, se presentan los elementos necesarios para calcular los parámetros  $\underline{a}$  y  $\underline{b}$  y los  $\alpha$  y  $\beta$  obtenidos a través de los valores de  $\underline{a}$  y  $\underline{b}$  tomando el año 1970 como estándar. En la segunda parte del cuadro se presentan los valores de la fecundidad acumulada y observada. Si se consideran los valores  $\sigma$  y  $\underline{r}$  como criterios de la bondad del ajuste es evidente que el modelo puede representar muy bien la curva de la fecundidad acumulada y observada para los años 1950 y 1960. Para el año 1980 la descripción no es tan buena, y especialmente, la representación de la fecundidad acumulada a los 20 años de edad es deficiente. Eso significa que también la descripción de las tasas específicas para este año no será buena.

Cuadro 4.2 MODELO BILOGISTICO: CALCULOS PARA EL PROCEDIMIENTO Y ESTIMACIONES DE LA FECUNDIDAD TOMANDO EL AÑO 1970 COMO ESTANDAR. COSTA RICA, 1950, 1960, 1970 Y 1980

| Edad exacta | 1950                  |                          |   | 1960                     |   | 1970                     |   | 1980                      |   |
|-------------|-----------------------|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|---------------------------|---|
|             | Z <sub>x</sub>        | F <sub>x</sub>           | Y <sub>x</sub>                                | F <sub>x</sub>           | Y <sub>x</sub>                                | F <sub>x</sub>           | Y <sub>x</sub>                                | F <sub>x</sub>            | Y <sub>x</sub>                                |
| 20          | 1.7918                | .570                     | 2.3421  | .610                     | 2.2934  | .515                     | 2.149   | .535                      | 1.760   |
| 25          | .9163                 | 2.140                    | .7117   | 2.395                    | .7148   | 1.710                    | .633  | 1.525                     | .329  |
| 30          | .2877                 | 3.735                    | -.3007  | 4.165                    | -.2873  | 2.865                    | -.327   | 2.420                     | -.681   |
| 35          | -.2877                | 5.050                    | -1.2478                                       | 5.650                    | -1.2370                                       | 3.805                    | -1.219  | 3.070                     | -1.675  |
| 40          | -.9163                | 6.000                    | -2.4849                                       | 6.765                    | -2.5561                                       | 4.525                    | -2.413  | 3.470                     | -2.987  |
| 45          | -1.7918               | 6.430                    | -4.5202                                       | 7.210                    | -4.5012                                       | 4.870                    | -4.397  | 3.620                     | -4.975  |
| 50          |                       | 6.500                    |   | 7.290                    |   | 4.930                    |   | 3.645                     |   |
|             | $\bar{Z}_1 = .30543$  |                          | $\bar{Y}_1 = -.2879$<br>$\bar{Y}_2 = -1.5446$ |                          | $\bar{Y}_1 = -.2698$<br>$\bar{Y}_2 = -1.3601$ |                          | $\bar{Y}_1 = -.3043$<br>$\bar{Y}_2 = -1.3197$ |                           | $\bar{Y}_1 = -.6757$<br>$\bar{Y}_2 = -1.7810$ |
|             | $\bar{Z}_2 = -.30543$ | a = -.8118<br>b = 1.7449 | $\alpha = .0406$<br>$\beta = 1.0497$          | a = -.8150<br>b = 1.7849 | $\alpha = 0.0000$<br>$\beta = 1.0737$         | a = -.8121<br>b = 1.6623 | $\alpha = 0.0000$<br>$\beta = 1.0000$         | a = -1.2204<br>b = 1.8094 | $\alpha = -.3444$<br>$\beta = 1.0885$         |
|             |                       | F <sub>x</sub>           | F <sub>x</sub> <sup>1</sup>                   | F <sub>x</sub>           | F <sub>x</sub> <sup>1</sup>                   | F <sub>x</sub>           | F <sub>x</sub> <sup>1</sup>                   | F <sub>x</sub>            | F <sub>x</sub> <sup>1</sup>                   |
| 20          |                       | .570                     | .594  | .610                     | .626  | .515                     | .515  | .535                      | .436  |
| 25          |                       | 2.140                    | 2.149   | 2.395                    | 2.360   | 1.710                    | 1.710   | 1.525                     | 1.512   |
| 30          |                       | 3.735                    | 3.738   | 4.165                    | 4.177   | 2.865                    | 2.865   | 2.420                     | 2.436   |
| 35          |                       | 5.050                    | 5.040   | 5.650                    | 5.669   | 3.805                    | 3.805   | 3.070                     | 3.068   |
| 40          |                       | 6.000                    | 6.003   | 6.765                    | 6.754   | 4.525                    | 4.525   | 3.470                     | 3.467   |
| 45          |                       | 6.430                    | 6.434   | 7.210                    | 7.222   | 4.870                    | 4.870   | 3.620                     | 3.624   |
| 50          |                       | 6.500                    | 6.500   | 7.290                    | 7.290   | 4.930                    | 4.930   | 3.645                     | 3.645   |
| σ           |                       | .0106                    |   | .0179                    |   | 0.0000                   |   | .03327                    |   |
| r           |                       | 1.0000                   |   | 1.0000                   |   | 1.0000                   |   | .9998                     |   |

En el cuadro 4.3 pueden verse las tasas de fecundidad por grupos de edades observadas y estimadas correspondientes. Además, se ha calculado la desviación estándar y el coeficiente de correlación entre las tasas observadas y estimadas en ambos cuadros. Para efectos de comparación entre las tasas de fecundidad específica, también se han dado los valores de "Delta".

Como era de esperar, en información presentada en el cuadro anterior, el modelo puede representar las tasas de fecundidad bastante bien para los años 1950, 1960, pero tiene dificultad con la descripción de la fecundidad específica para el año 1980. La tasa de fecundidad estimada para el grupo de 15-19 años de edad difiere en un 12 por ciento de la tasa observada. Sin embargo, en términos de Delta, la descripción es bastante aceptable.

Igualmente a lo que se ha mencionado en el capítulo 2, la elección del estándar influye mucho la capacidad del modelo para representar la fecundidad observada en algún año. En otro ejercicio se tomó el año 1971 como estándar y el mayor valor de  $\Delta$  obtenido para el período 1950-1982 siempre fue menor que 1.

El año 1971 representó el año en que la función no-estandarizada dio la mejor representación de las tasas observadas y parece que éste sirve como criterio para la elección de un estándar.

#### 4.4 Significación de los parámetros

Igualmente a lo que se ha observado con los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  utilizando el modelo Gompertz linealizado, también puede decirse que en el modelo bilogístico  $\alpha$  representa fundamentalmente la diferencia en la edad media de la fecundidad y está más ligado con la dispersión de las tasas de fecundidad por edades. Esto se comprueba fácilmente haciendo los ejercicios presentados en los gráficos 4.4 y 4.5.

Cuadro 4.3 MODELO BILOGISTICO. LAS TASAS DE LA FECUNDIDAD ESPECIFICAS OBSERVADAS Y ESTIMADAS, CON 1970 COMO ESTANDAR. COSTA RICA, 1950, 1960, 1970 Y 1980

| Grupos de edades | 1 9 5 0 |         | 1 9 6 0 |         | 1 9 7 0 |         | 1 9 8 0 |         |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|                  | $5f_x$  | $5f'_x$ | $5f_x$  | $5f'_x$ | $5f_x$  | $5f'_x$ | $5f_x$  | $5f'_x$ |
| 15 - 19          | .111    | .1188   | .122    | .1252   | .103    | .103    | .107    | .0872   |
| 20 - 24          | .314    | .3110   | .357    | .3468   | .239    | .239    | .198    | .2152   |
| 25 - 29          | .319    | .3178   | .357    | .3634   | .231    | .231    | .179    | .1848   |
| 30 - 34          | .263    | .2604   | .297    | .2984   | .188    | .188    | .130    | .1264   |
| 35 - 39          | .190    | .1925   | .223    | .2170   | .144    | .144    | .080    | .0798   |
| 40 - 44          | .086    | .0862   | .089    | .0936   | .069    | .069    | .030    | .0314   |
| 45 - 49          | .014    | .0132   | .016    | .0136   | .012    | .012    | .005    | .0042   |
| TGF              | 6.500   | 6.5000  | 7.290   | 7.290   | 4.930   | 4.930   | 3.645   | 3.645   |
| $\sigma$         | .00260  |         | .00628  |         | .0000   |         | .01026  |         |
| $r$              | .99978  |         | .99879  |         | 1.0000  |         | .99118  |         |
| $\Delta$         | .58080  |         | 1.27572 |         | .0000   |         | 3.16187 |         |

Gráfico 4.4 MODIFICACIONES DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD DE COSTA RICA, 1970, TOMANDO  $\beta = 1.0$  Y HACIENDO VARIAR  $\alpha$  MEDIANTE LA RELACION  $Y_x = \alpha + \beta Y_x^S$  DEL MODELO BILOGISTICO

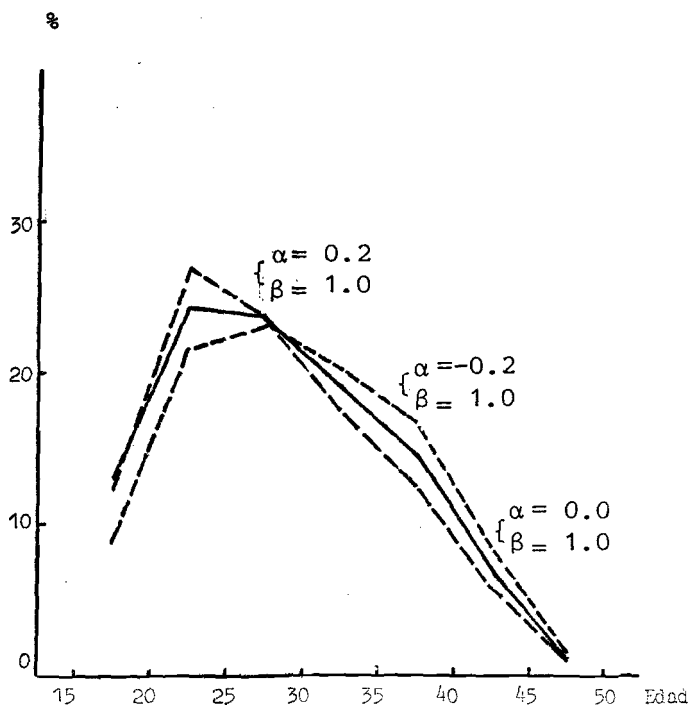
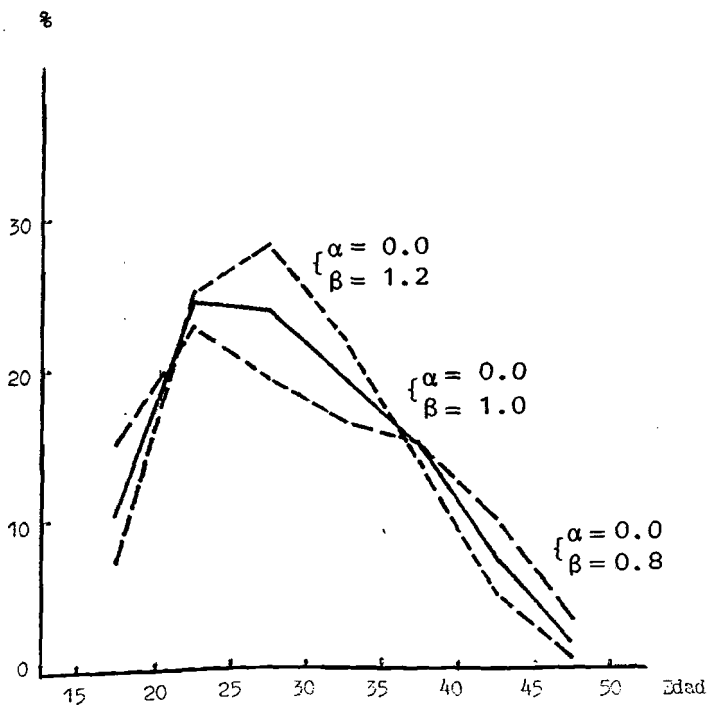




Gráfico 4.5 MODIFICACIONES DE LA ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD DE COSTA RICA, 1970, TOMANDO  $\alpha = 0.0$  Y HACIENDO VARIAR  $\beta$  MEDIANTE LA RELACION

$$Y_x = \alpha + \beta Y_x^S \text{ DEL MODELO BILOGISTICO}$$



En el gráfico 4.4 se mantiene  $\beta = 1$  constante y se hace variar  $\alpha$ . Un  $\alpha < 0$  resulta en un traslado de la curva hacia la izquierda, significando una menor edad media de la fecundidad y un  $\alpha > 0$  conduce a lo contrario.

Cuando se mantiene  $\alpha = 0$  constante y se hace variar  $\beta$  resulta que un  $\beta < 1$  significa una menor concentración, mientras que un  $\beta > 1$  significa una mayor concentración con respecto al estándar (ver gráfico 4.5).

En resumen:

$\alpha < 0$  - edad media de la fecundidad menor que la estándar

$\alpha > 0$  - edad media de la fecundidad mayor que la estándar

$\beta > 1$  - mayor concentración de las tasas de fecundidad por edades que en la estándar

$\beta < 1$  - menor concentración de las tasas de fecundidad por edades que en la estándar

#### 4.5 Proyección de la estructura

Desde luego, el modelo bilogístico también permite hacer proyecciones de la estructura, porque la distribución relativa de las tasas de fecundidad depende, en definitiva, del nivel de la fecundidad correspondiente a cada grupo de edades. Una vez obtenidos los resultados de la proyección del nivel y tomando una distribución meta en el futuro, se puede interpolar los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  entre la distribución estándar y la distribución meta dependiente del nivel.

Así, podría considerarse la siguiente relación:

$$Y(x,t) = \alpha(t) + \beta(t) Y^S(x,t_s)$$

en donde:

$t$  = al momento o período  $t$

$t_s$  = al momento o período que corresponde a la estructura estándar elegida

$$Y(x,t) = \ln(\text{TGF}(t) / F(x,t) - 1)$$

$Y^S(x,t_s)$  = igual al anterior, pero con respecto al momento  $t_s$ .

$\alpha(t)$

$\beta(t)$  = son los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  como función del tiempo

Sin embargo, en este estudio se ha preferido proyectar los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  como función del nivel de la fecundidad. Asumiendo que hay una relación lineal en el futuro entre la evolución del nivel y la de los parámetros se simplifica mucho el procedimiento. Una vez obtenida la proyección del nivel pueden calcularse los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  correspondientes para cada año o período. Desde luego, la estructura relativa de la fecundidad y las tasas de la fecundidad específica quedan determinadas.

Se usó, otra vez, "el modelo teórico de baja fecundidad y cúspide temprana" de las Naciones Unidas (1967) como distribución meta para explicar el procedimiento. Tomando la estructura de la fecundidad para el año 1982 como estándar, se obtienen los siguientes valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para el año 2025 (el último año de la proyección).

$$\alpha = -0.33051$$

$$\beta = 1.0757$$

En el gráfico 4.6 se muestra la evolución de  $\alpha$  y  $\beta$  según el nivel de la fecundidad (TGF).

A través de la evolución propuesta de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  según el nivel se ha construido el gráfico 4.7, que muestra la evolución de  $\alpha$  y  $\beta$  para Costa Rica en el período 1950-2025.

En nuestra opinión esta presentación es la más fácil y también la que mantiene mejor la relación asumida entre estructura y nivel. Claro es que la evolución propuesta aquí, como también en el capítulo 2 donde se trabajó con el Gompertz linealizado, es arbitraria.

Gráfico 4.6 MODELO BILOGISTICO. EVOLUCION DE  $\alpha$  Y  $\beta$  SEGUN NIVEL DE LA FECUNDIDAD PARA COSTA RICA

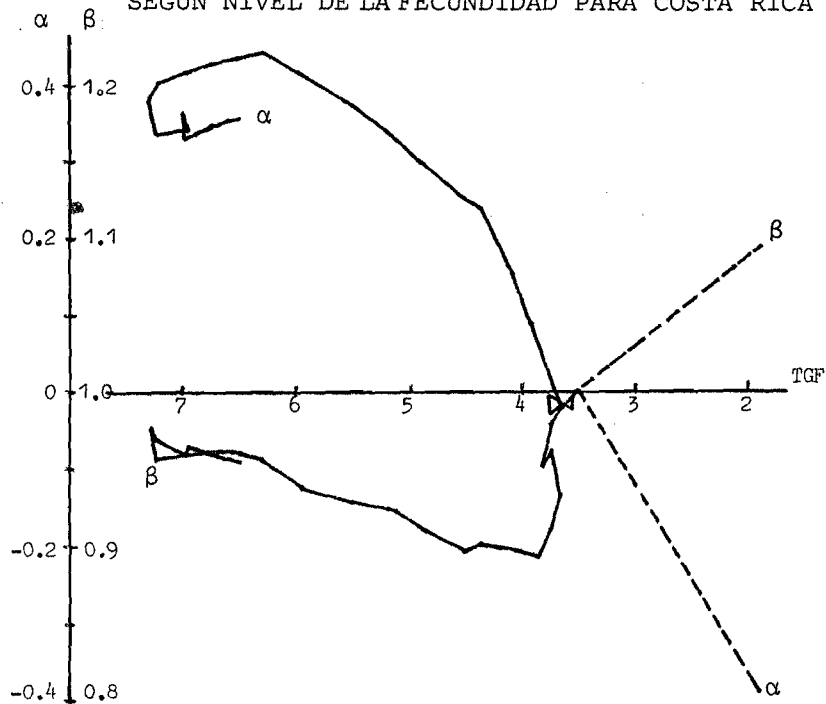
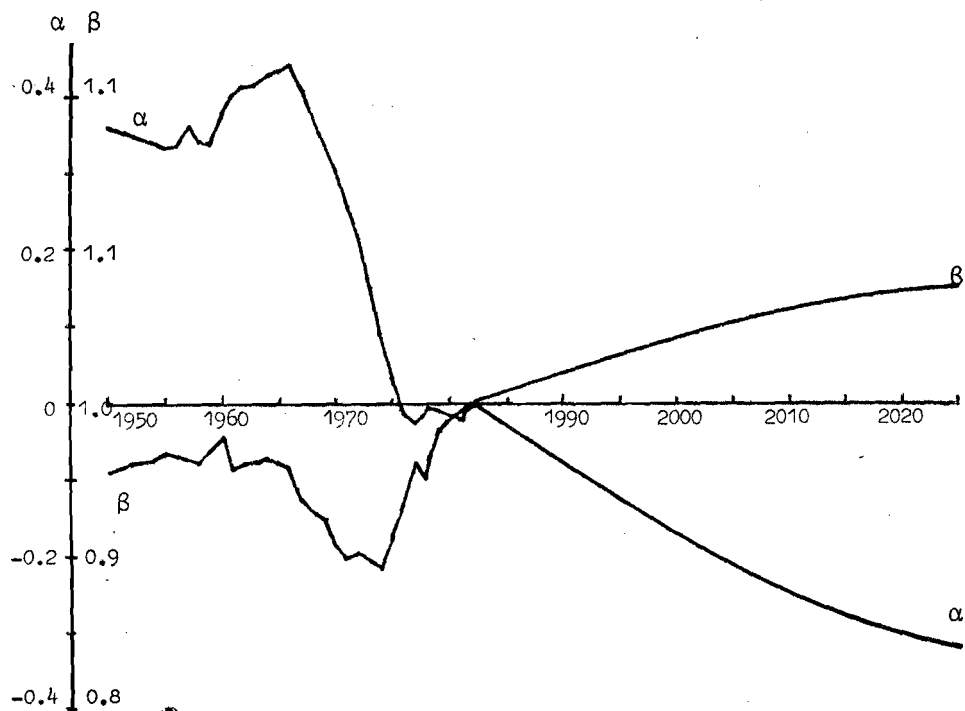


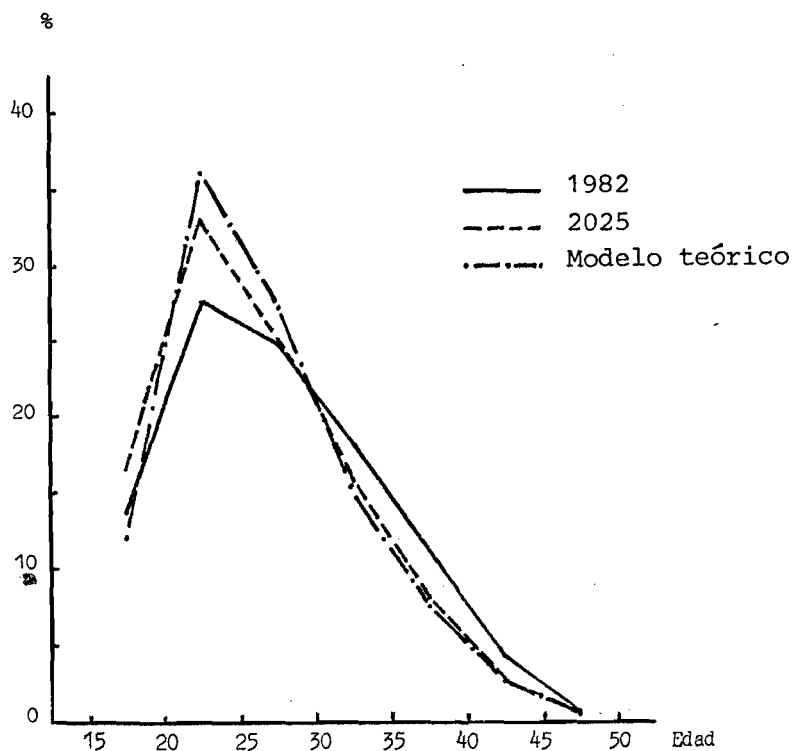
Gráfico 4.7 MODELO BILOGISTICO. EVOLUCION DE  $\alpha$  Y  $\beta$  COSTA RICA, 1950-2025



Debe estar claro, que en cuanto a elegir un estándar con el propósito de proyectar la estructura, ese estándar tiene que representar la estructura de la fecundidad del último año o período del que se obtiene información, para que la estructura proyectada para el año siguiente no sea muy distinta a la del último año conocido.

En el gráfico siguiente se presenta la estructura relativa de la fecundidad para Costa Rica en los años 1982 y 2025 conjuntamente con la curva del modelo de baja fecundidad con cúspide temprana de las Naciones Unidas.

Gráfico 4.8 MODELO BILOGISTICO. ESTRUCTURA RELATIVA DE LA FECUNDIDAD. COSTA RICA, 1982, 2025 Y MODELO TEORICO DE NACIONES UNIDAS



Capítulo 5

EL MODELO BILOGISTICO MODIFICADO

En el capítulo anterior se aplicó a las estructuras de la fecundidad de Costa Rica el modelo denominado 'bilogístico', cuya función se representa por:

$$\ln\left(\frac{F_w}{F_x - 1}\right) = a + b \ln\left(\frac{1}{p_x - 1}\right)$$

donde:  $F$  era la fecundidad acumulada,  $p$  la razón  $(x - \alpha)/(w - \alpha)$  y  $w$ ,  $x$  y  $\alpha$  representan las edades final, actual e inicial;  $a$  y  $b$  son parámetros para estimar.

En este capítulo se considera el modelo denominado 'bilogístico modificado' (Bocaz: 1981), cuya forma puede representarse en general:

$$\ln\left(\frac{F_w}{F_x - 1}\right) = a + b \ln\left(\frac{1}{p_x - 1}\right) + c \ln p_x + d p_x \quad (5.1)$$

donde, en el caso de su aplicación a la fecundidad,  $F$ ,  $p$ ,  $w$  y  $x$  tiene el mismo significado que el descrito con anterioridad,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , son parámetros para estimar.

## 5.1 Características del modelo

Al comparar los modelos biogéneticos, y biogénico modificado, se puede apreciar que ambos difieren. En efecto, el segundo incluye dos nuevas variables que representan diferentes aspectos de la variable  $p_x$ . Esto implica, por lo tanto, que se tienen que estimar dos parámetros adicionales ( $c$  y  $d$ ).

Hay evidencias de algunas aplicaciones satisfactorias de este modelo. Ellas han sido reportadas por Bocaz (1981)\* en aplicaciones para resumir la experiencia de cohortes de mujeres una vez unidas, ya sea que su experiencia nupcial estuviera prácticamente terminada o aún en proceso (efecto de truncamiento), y también para tratar de determinar la variación del subregistro de la natalidad que presenta un registro continuo de nacimientos (estadísticas vitales).

Una leve modificación de (5.1) ha sido propuesta en el documento "Marital Status Composition and Fertility", presentado en la Quinta Reunión del Grupo de Naciones Unidas para el Análisis Comparativo de Encuestas Nacionales de Fecundidad del Programa WFS, donde se sugiere evaluar el impacto de la variable independiente ( $e \times p(m, p_x)$ ) en vez del efecto directo de  $p_x$ . Es decir, se recurrió al uso de la siguiente formulación:

$$\ln(F_w/F_x - 1) = a + b \cdot \ln(1/p_x - 1) + c \cdot \ln p_x + d \cdot e^{m \cdot p_x} \quad (5.2)$$

Este modelo incluye un parámetro adicional ( $m$ ), que a diferencia de (5.1) lo transforma en un modelo no lineal.

Nótese que (5.1) y (5.2) puede ser interpretado como el típico modelo de regresión múltiple (Maddala: 1977; Theil: 1971; Kim: 1975), es decir:

---

\* En comunicación personal, el señor Albino Bocaz mencionó algunas otras aplicaciones que ya han resultado satisfactorias.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \mu \quad (5.3)$$

donde:

$$y = \ln(F_w/F_x - 1)$$

$$x_1 = \ln(1/p_x - 1)$$

$$x_2 = \ln p_x$$

$$x_3 = e^{m \cdot p_x} \text{ para (5.2) y para (5.1) } x_3 = p_x$$

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  son los coeficientes

$\mu$  representa errores aleatorios

Dado que (5.2) es una función no lineal, es posible estimarla si, por ejemplo,  $m$  se fija exógenamente, de forma tal que mediante un proceso de estimación iterativo se encuentra el mejor ajuste de la función. El "mejor" ajuste de la función se define en ese estudio por el menor valor posible de  $\Delta$ . Un criterio alternativo es considerar el mayor valor posible de  $R^2$ , o sea el coeficiente de determinación; sin embargo, como se discutió en el capítulo 1,  $\Delta$  ha sido seleccionado como medida de la "bondad" del ajuste, dado el interés en describir la fecundidad específica.

## 5.2 Estimación de parámetros y estandarización de la función

Considérese ahora una leve modificación del modelo general (5.3), que en vez de las variables originales toma en cuenta su forma estandarizada. Por tanto, se puede reescribir (5.3) como sigue:

$$z_1 = \beta_{12} z_2 + \beta_{13} z_3 + \beta_{14} z_4 \quad (5.4)$$

determinándose los coeficientes "beta" por la relación

$$\beta = R^{-1} r_1 \quad (5.4.1)$$



siendo R la matriz de correlación de las variables z. Cada  $z_{ij}$  representan la correlación entre las variables  $z_i$  y  $z_j$  una vez que se controla por el efecto de las demás.

$$R = \begin{vmatrix} 1 & r_{23} & r_{24} \\ r_{23} & 1 & r_{34} \\ r_{24} & r_{34} & 1 \end{vmatrix} \quad r_1 = \begin{vmatrix} r_{12} \\ r_{13} \\ r_{14} \end{vmatrix} \quad \beta = \begin{vmatrix} \beta_{12} \\ \beta_{13} \\ \beta_{14} \end{vmatrix}$$

Para invertir una matriz se puede tomar por ejemplo el procedimiento denominado "Gauss Jordan" (véase por ejemplo, Noble & Daniel: 1978)\*

\*

Si R es una matriz de correlación y  $\exists$  inversa de R, entonces  $R^{-1}R = I$

$$\begin{aligned} \text{como } Ax &= b & [A : b] &\rightsquigarrow [b : \tilde{A}] \\ x &= A^{-1}b \end{aligned}$$

En matrices ampliadas

$$[R : I] \rightsquigarrow [I : \tilde{R}] \quad \text{con } \tilde{R} = R^{-1} \text{ si } \exists$$

en este caso

$$R = \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ a & 1 & c \\ b & c & 1 \end{vmatrix} \quad \text{una matriz de correlación}$$

$$R^{-1} = \begin{vmatrix} (1-c^2)/D & (bc-a)/D & (ac-b)/D \\ (bc-a)/D & (1-b^2)/D & (ab-c)/D \\ (ac-b)/D & (ab-c)/D & (1-c^2)/D \end{vmatrix}$$

siendo:

$$D = (1-b^2)(1-a^2) - (c-ab)^2 = 1 - a^2 - b^2 - c^2 + 2abc$$

Considérese ahora dos poblaciones diferentes que pueden expresarse de acuerdo a (5.3) de la manera siguiente:

$$x_1(1) = a_1 + b_1x_2 + c_1x_3 + d_1x_4 \quad (5.5)$$

$$x_1(2) = a_2 + b_2x_2 + c_2x_3 + d_2x_4$$

Si, ambas poblaciones dependen de iguales valores de las variables independientes ( $x_2$ ,  $x_3$  y  $x_4$ ), es posible relacionarlas. Por ejemplo, la población 1 ( $x_1(1)$ ) puede expresarse linealmente en función de la población 2 ( $x_1(2)$ ), si se elimina  $x_2$ , es decir:

$$x_1(1) = a_1 + b_1(x_1(2)/b_2 - a_2/b_2 - c_2x_3/b_2 - d_2x_4/b_2) + c_1x_3 + d_1x_4$$

$$x_1(1) = a_{12} + b_{12}x_1(2) + c_{12}x_3 + d_{12}x_4 \quad (5.6)$$

con

$$b_{12} = b_1/b_2;$$
$$a_{12} = a_1 - a_2 \cdot b_{12};$$
$$c_{12} = c_1 - c_2 \cdot b_{12};$$
$$d_{12} = d_1 - d_2 \cdot b_{12};$$

y aceptando que la suma ( $c_{12}x_3 + d_{12}x_4$ ) es relativamente pequeña, se obtiene:

$$x_1(1) = a_{12} + b_{12}x_1(2) \quad (5.7)$$

Esta relación corresponde al típico procedimiento de estandarización mencionado en el capítulo anterior, i.e permite relacionar una población cualquiera con una población seleccionada como estándar. Si, existieran más poblaciones que puedan ser consideradas como estándar también sería posible establecer una relación lineal del tipo (5.6) o del tipo (5.7). A modo de ejemplo, considérese ahora una tercera población, representada por:

$$x_1(3) = a_3 + b_3x_2 + c_3x_3 + d_3x_4 \quad (5.8)$$

que de acuerdo a la relación (5.6), se puede relacionar con la primera población como sigue:

$$x_1(1) = a_{13} + b_{13}x_1(3) + c_{13}x_3 + d_{13}x_4 \quad (5.9)$$

y nuevamente eliminando entre (5.6) y (5.9) la variable controlada  $x_3$  se obtiene la relación siguiente:

$$\begin{aligned} x_1(1) &= a_{12} + b_{12}x_1(2) + c_{12}(x_1(1)/c_{13} - a_{13}/c_{13} - b_{13}x_1(3)/c_{13} - \\ &\quad - d_{13}x_4/c_{13} + d_{12}x_4 \\ x_1(1) &= \frac{(a_{12} - a_{13}c_{12}/c_{13})}{(1 - c_{12}/c_{13})} + \frac{b_{12}}{(1 - c_{12}/c_{13})} \cdot x_1(2) - \frac{(b_{13}c_{12}/c_{13})}{(1 - c_{12}/c_{13})} \cdot x_1(3) + \\ &\quad + \frac{(d_{12} - d_{13}c_{12}/c_{13})}{(1 - c_{12}/c_{13})} \cdot x_4 \end{aligned}$$

cuya expresión simple es:

$$x_1(1) = \alpha_1 + \alpha_2x_1(2) + \alpha_3x_1(3) + \alpha_4x_4 \quad (5.10)$$

de modo que los valores de la población (1) pueden deducirse de los valores limitantes de dos poblaciones consideradas como estándar.

Supongamos ahora que para una población ( $x_1(4)$ ) se puede seguir el procedimiento mencionado arriba, es decir, esta nueva población expresada en función de los estándares seleccionados ( $x_1(2)$  y  $x_1(3)$ ). Entonces de acuerdo a (5.10) se puede escribir:

$$x_1(4) = \beta_1 + \beta_2x_1(2) + \beta_3x_1(3) + \beta_4x_4 \quad (5.11)$$

Nuevamente, relacionando (5.1) y (5.11) a través de la eliminación de la variable controlada  $x_4$  se obtiene la relación siguiente:

$$\begin{aligned}x_1(1) &= \alpha_1 + \alpha_2 x_1(2) + \alpha_3 x_1(3) + \alpha_4 (x_1(4) / \beta_4 - \beta_1 / \beta_4 - \beta_2 x_1(2) / \beta_4 - \\ &\quad - \beta_3 x_1(3) / \beta_4) \\ &= \alpha_1 - \beta_1 \alpha_4 / \beta_4 + (\alpha_2 - \alpha_4 / \beta_4) x_1(2) + (\alpha_3 - \beta_3 \alpha_4 / \beta_4) x_1(3) + \alpha_4 / \beta_4 x_1(4)\end{aligned}$$

Luego,

$$x_1(1) = \gamma_1 + \gamma_2 x_1(2) + \gamma_3 x_1(3) + \gamma_4 x_1(4) \quad (5.12)$$

donde:

$$\gamma_1 = \alpha_1 - \beta_1 \gamma_4$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 - \beta_2 \gamma_4$$

$$\gamma_3 = \alpha_3 - \beta_3 \gamma_4$$

$$\gamma_4 = \alpha_4 / \beta_4$$

En síntesis, este procedimiento que permite relacionar dos poblaciones cualesquiera a través de estándares es particularmente útil en este caso \*/, del análisis de fecundidad, dado que, las variables dependientes son funciones de la edad x y estas últimas normalmente pueden tener idénticos valores, es decir, x puede representar grupos quinquenales o edades simples.

Entonces, (5.12) nos muestra que la estructura de cualquier población puede ser expresada en forma lineal en función de otras estructuras consideradas como estándar.

---

\*/ Es posible, también, aplicarlo a otros casos tales como el análisis de la mortalidad adulta, nupcialidad, tasas de participación en la actividad económica, etc. Sólo es necesario que ellas sean funciones de la variable x con iguales agrupamientos.

### 5.3 Aplicación del modelo a la fecundidad de Costa Rica

No tiene mucho sentido calcular paso a paso las diferentes funciones necesarias para obtener los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ . Además, dado que estos parámetros dependen del valor óptimo de  $m$ , que se busca mediante un proceso de estimación iterativo, los valores estimados de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  sólo tienen interés al final del proceso iterativo.

Vale la pena mencionar que el proceso iterativo no fue tan fluido, debido al hecho que  $\Delta$ , como función de  $\underline{m}$ , no es continuamente creciente o decreciente.  $\Delta$  como función de  $\underline{m}$  muestra fluctuaciones y estamos en presencia de una función con más de un solo mínimo, aunque tiene un mínimo absoluto (gráfico 5.1). Lo mismo puede decirse sobre  $R^2$  como función de  $\underline{m}$ , si se quiere utilizar  $R^2$  como medida de la "bondad".

Se prefirió  $\Delta$  sobre  $R^2$  dado que nuestro interés está en la mejor descripción de las tasas de la fecundidad específica. Así, podría ocurrir que aunque  $R^2$  sea mejor en algún mínimo,  $\Delta$  puede ser peor. Es decir, las funciones de  $R^2$  y  $\Delta$  en relación con el valor de  $\underline{m}$  no necesariamente coinciden. A modo de ejemplo, se puede mencionar que utilizando la estructura del modelo teórico de las Naciones Unidas correspondiente a un bajo nivel de fecundidad y una estructura joven, se encontró para  $\underline{m}$  igual a 5.2781 un valor de  $R^2 = .9999996$  y un  $\Delta = .0105$ , mientras que para  $m = 5.289$ ,  $R^2 = 1$  y  $\Delta = .0157$ . Es decir, aún cuando  $R^2$  mejoró, el valor del criterio  $\Delta$  empeoró.

Basado en las tasas de fecundidad del período 1950-1982 para Costa Rica se estimaron los valores de los parámetros del modelo. Ellos se presentan en el gráfico 5.2. Se puede apreciar que los valores de los parámetros no son estables en el tiempo y que existen grandes fluctuaciones.

Inicialmente se pensó que estos cambios eran producto de las variaciones en  $\underline{m}$ . Para evaluar la sensibilidad de estas fluctuaciones se seleccionó el valor más plausible de  $\underline{m}$  en el período ( $m = 4.72$ ), y a continuación se estimaron los otros parámetros ( $a, b, c, d$ ) para el período. Los resultados incluidos en el gráfico 5.3, muestran que las fluctuaciones, aunque no tan fuertes, se mantienen.

Gráfico 5.1 MODELO BILOGISTICO MODIFICADO. FLUCTUACIONES EN  $\Delta$  COMO FUNCION DE  $m$  PARA EL MODELO TEORICO DE LA ESTRUCTURA CON BAJA FECUNDIDAD Y CUSPIDE TEMPRANA DE ONU.

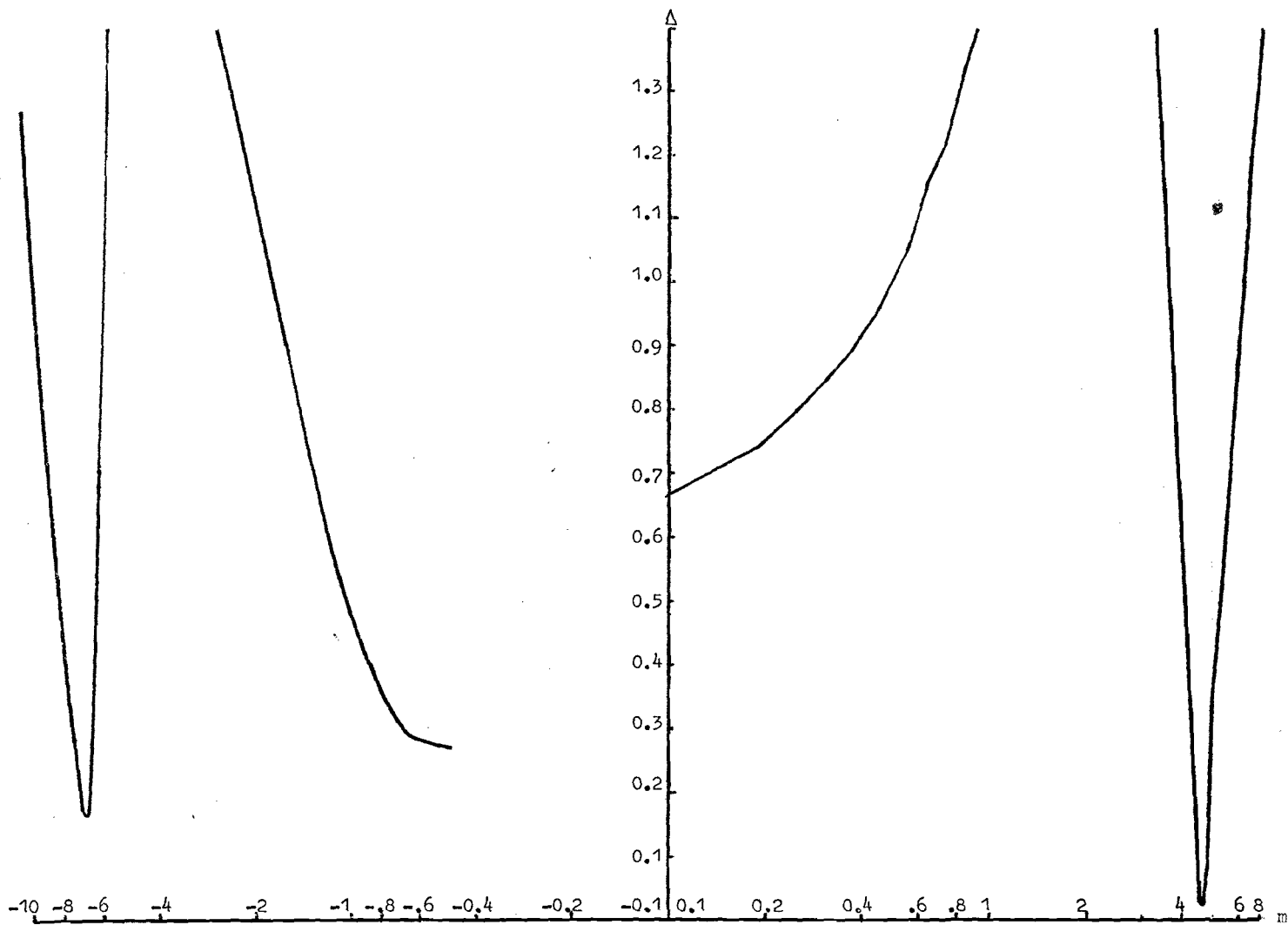


Gráfico 5.2 MODELO BILOGISTICO MODIFICADO. EVOLUCION DE LOS PARAMETROS a, b, d, d y m Y EL VALOR DE  $\Delta$ . COSTA RICA, 1950-1982

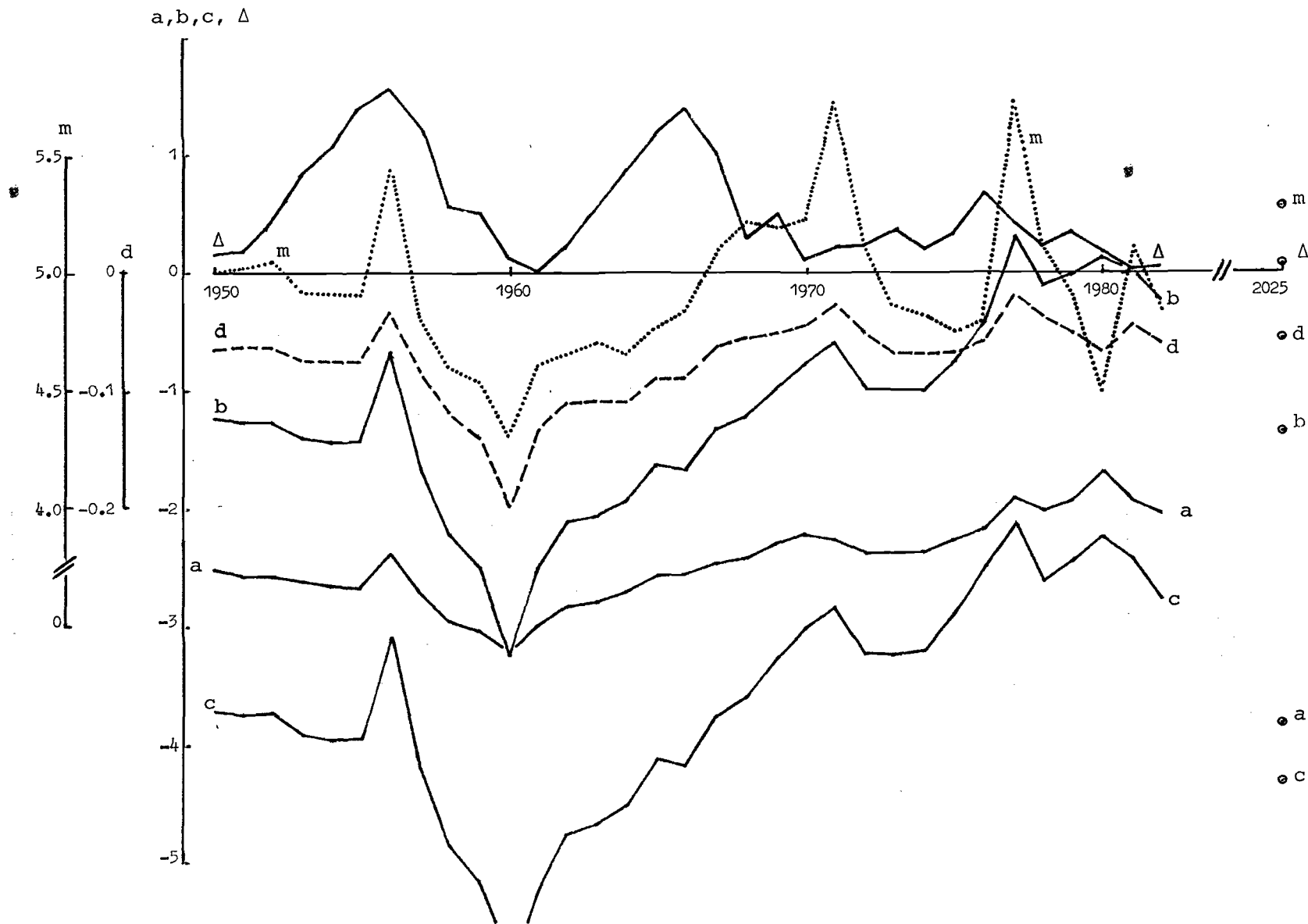
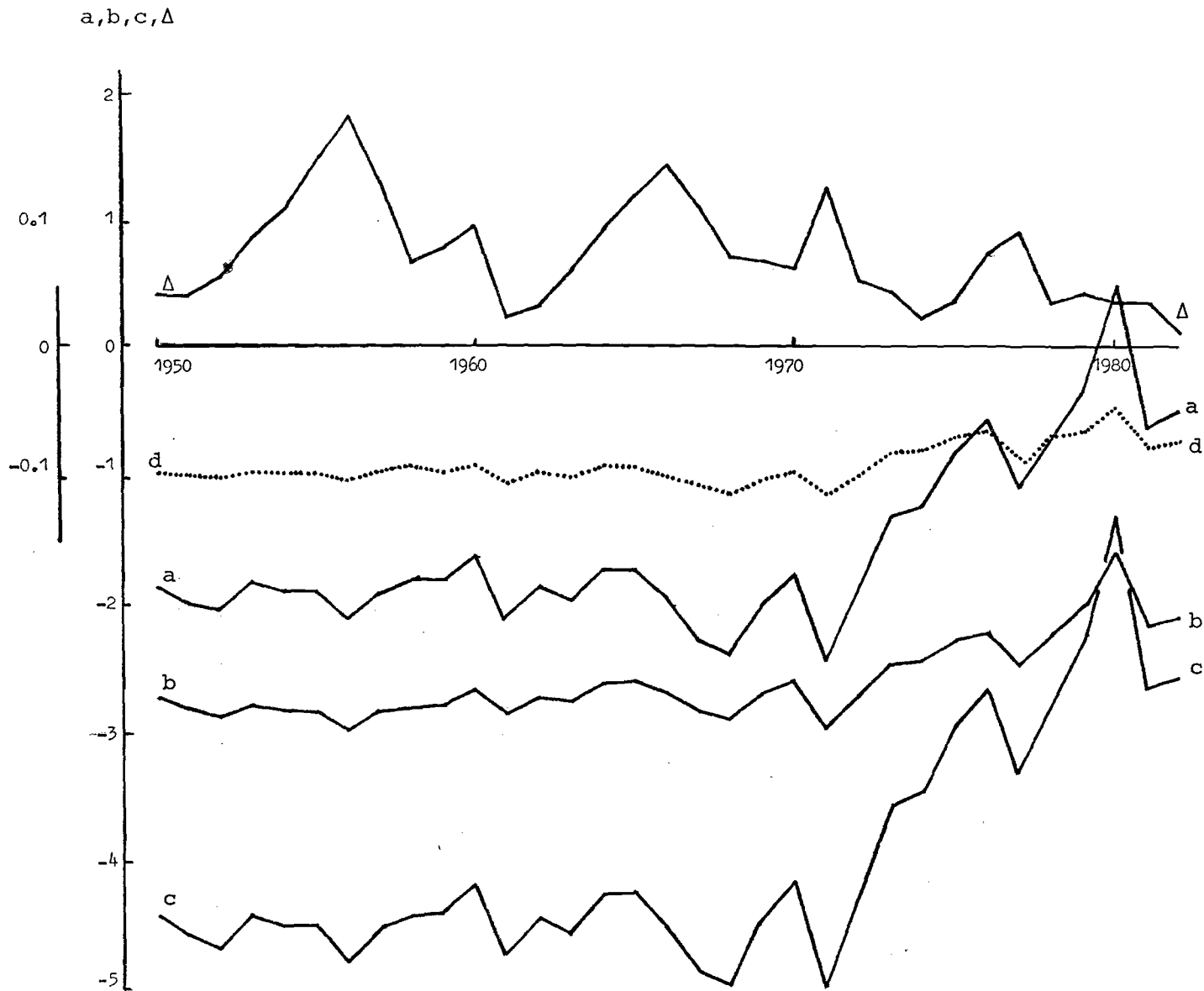


Gráfico 5.3 · MODELO BILOGISTICO MODIFICADO. EVOLUCION DE a, b, c, d,  $\Delta$  CON m FIJADO EN 4.72. COSTA RICA, 1950-1982





Obsérvense las fluctuaciones en "delta" en ambos gráficos: aparentemente hay un efecto sistemático en los datos, que se expresa a través de fluctuaciones sistemáticas en "delta". Desde 1950 hasta 1968 pueden verse muy claras las oscilaciones en la curva de "delta". Desde 1968 en adelante, las oscilaciones son menores y no tienen un patrón muy sistemático.

La regularidad observada no puede ser sino el reflejo del tipo de información básica empleada. De hecho, los datos básicos corresponden a los corregidos por el método de corrección de Gómez, y bien pudiese ser que las fluctuaciones sistemáticas observadas puedan deberse al método de corrección. Aún cuando no se tuvo tiempo suficiente para una mayor elaboración y evaluación sobre el comportamiento de la función bilogística modificada, y en vista de la regularidad observada en el comportamiento de "delta" en el período surgen las siguientes preguntas:

¿Este patrón repetitivo de "delta" será el reflejo de un cambio verdadero en el comportamiento de la estructura de la fecundidad en el tiempo? y por tanto la función no podría describir la fecundidad acumulada con igual "bondad" para todos los años o todas las poblaciones, o, ¿es posible que ello sólo sea el reflejo de errores en los datos involucrados en el cálculo de la función óptima?

Estas preguntas quedan, por el momento, sin explicación; sin embargo, debe decirse que se trata de una interesante interrogante.

Los valores observados de la fecundidad específica por grupos de edades y de la fecundidad acumulada conjuntamente con los valores correspondientes estimados según la bilogística modificada para los años 1950, 1960, 1970 y 1980 se presentan en los cuadros 5.1 a,d. Aunque este supuesto no proviene de una investigación del método de corrección de datos básicos usado por Gómez, se puede apreciar que la función se comporta bien y casi permite reproducir los valores observados.

Cuadro 5.1a. APLICACION DEL MODELO BILOGISTICO MODIFICADO DE LA FORMA:

$$F/FA(I) - 1 = (1/P(I) - 1)^b * P(I)^c * e^{(a+d * e^{(m * P(I)))}}$$

PAIS : Costa Rica  
 VARIABLE : Fecundidad  
 AREA : Nacional/Total  
 AÑO : 1950

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9999986  
 PARAMETRO a : -2.536754  
 PARAMETRO b : -1.257850  
 PARAMETRO c : -3.735879  
 PARAMETRO d : -0.067262  
 PARAMETRO m : 4.982000

TASAS DE FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 TASAS DE FECUNDIDAD ESPECIFICA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 DESVIACIONES TIPICAS, COEFICIENTES DE CORRELACION Y DELTA.

| X  | F(X)   | F(X)²  | f(x, x+4) | f(x, x+4)² |
|----|--------|--------|-----------|------------|
| 20 | 0.5700 | 0.5700 | 0.1140    | 0.1140     |
| 25 | 2.1400 | 2.1400 | 0.3140    | 0.3140     |
| 30 | 3.7350 | 3.7373 | 0.3190    | 0.3194     |
| 35 | 5.0500 | 5.0450 | 0.2630    | 0.2615     |
| 40 | 6.0000 | 6.0019 | 0.1900    | 0.1914     |
| 45 | 6.4300 | 6.4299 | 0.0860    | 0.0856     |
| 50 | 6.5000 | 6.5000 | 0.0140    | 0.0140     |
|    | s =    | 0.0024 | s =       | 0.0009     |
|    | r =    | 1.0000 | r =       | 1.0000     |
|    |        |        | DELTA =   | 0.1414     |

Cuadro 5.1b.

AÑO : 1960

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9999995  
 PARAMETRO a : -3.227018  
 PARAMETRO b : -3.240954  
 PARAMETRO c : -6.062359  
 PARAMETRO d : -0.199367  
 PARAMETRO m : 4.310001

| X  | F(X)   | F(X)²  | f(x, x+4) | f(x, x+4)² |
|----|--------|--------|-----------|------------|
| 20 | 0.6100 | 0.6098 | 0.1220    | 0.1220     |
| 25 | 2.3950 | 2.3948 | 0.3570    | 0.3570     |
| 30 | 4.1650 | 4.1646 | 0.3540    | 0.3540     |
| 35 | 5.6500 | 5.6568 | 0.2970    | 0.2984     |
| 40 | 6.7650 | 6.7616 | 0.2230    | 0.2210     |
| 45 | 7.2100 | 7.2102 | 0.0890    | 0.0897     |
| 50 | 7.2900 | 7.2900 | 0.0160    | 0.0160     |
|    | s =    | 0.0031 | s =       | 0.0011     |
|    | r =    | 1.0000 | r =       | 1.0000     |
|    |        |        | DELTA =   | 0.1462     |

Cuadro 5.1c. APLICACION FRL MODELO BILOGISTICO MODIFICADO DE LA FORMA:

$$F/FA(I) - 1 = (1/P(I) - 1)^b * P(I)^c * e^{(a+d * e^{(m * P(I)))}}$$

PAIS : Costa Rica  
 VARIABLE : Fecundidad  
 AREA : Nacional/Total  
 AÑO : 1970

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9999991  
 PARAMETRO a : -2.232497  
 PARAMETRO b : -0.791993  
 PARAMETRO c : -3.030942  
 PARAMETRO d : -0.046453  
 PARAMETRO m : 5.213000

TASAS DE FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 TASAS DE FECUNDIDAD ESPECIFICA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 DESVIACIONES TIPICAS, COEFICIENTES DE CORRELACION Y DELTA.

| X   | F(X)   | F(X)²  | f(x, x+4)      | f(x, x+4)² |
|-----|--------|--------|----------------|------------|
| 20  | 0.5150 | 0.5150 | 0.1030         | 0.1030     |
| 25  | 1.7100 | 1.7100 | 0.2390         | 0.2390     |
| 30  | 2.8650 | 2.8633 | 0.2310         | 0.2307     |
| 35  | 3.8050 | 3.8080 | 0.1880         | 0.1889     |
| 40  | 4.5250 | 4.5240 | 0.1440         | 0.1432     |
| 45  | 4.8700 | 4.8700 | 0.0690         | 0.0692     |
| 50  | 4.9300 | 4.9300 | 0.0120         | 0.0120     |
| s = |        | 0.0015 | s = 0.0005     |            |
| r = |        | 1.0000 | r = 1.0000     |            |
|     |        |        | DELTA = 0.1181 |            |

Cuadro 5.1d.

AÑO : 1980

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9999929  
 PARAMETRO a : -1.701496  
 PARAMETRO b : 0.137861  
 PARAMETRO c : -1.719132  
 PARAMETRO d : -0.068319  
 PARAMETRO m : 4.522001

| X   | F(X)   | F(X)²  | f(x, x+4)      | f(x, x+4)² |
|-----|--------|--------|----------------|------------|
| 20  | 0.5350 | 0.5348 | 0.1070         | 0.1070     |
| 25  | 1.5250 | 1.5247 | 0.1980         | 0.1980     |
| 30  | 2.4200 | 2.4191 | 0.1790         | 0.1789     |
| 35  | 3.0700 | 3.0745 | 0.1300         | 0.1311     |
| 40  | 3.4700 | 3.4682 | 0.0800         | 0.0787     |
| 45  | 3.6200 | 3.6201 | 0.0300         | 0.0304     |
| 50  | 3.6450 | 3.6450 | 0.0050         | 0.0050     |
| s = |        | 0.0020 | s = 0.0007     |            |
| r = |        | 1.0000 | r = 1.0000     |            |
|     |        |        | DELTA = 0.1994 |            |

En el gráfico 5.4 se presentan las tasas de fecundidad por edades simples estimadas y las tasas observadas por grupos quinquenales de edad en Costa Rica para los años 1950 y 1980.

La fecundidad acumulada observada para las edades exactas 20, 25, ..., 50 y la fecundidad acumulada estimada por edades simples también se presentan para los años 1950 y 1980 (gráfico 5.5). Las diferencias entre los valores observados y estimados son muy pequeñas, como se observa en ese último gráfico.

Aquí, es necesario mencionar que para la reproducción óptima de las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad el valor de  $\underline{m}$  está alrededor de +5, mientras que al utilizar ese valor en la función bilogística para obtener las tasas por edades simples se encuentra que la función, en algunos casos, no es continuamente creciente o que la función no puede acercarse suficientemente al valor de TGF. Al utilizar la función bilogística modificada para desagregar las tasas por grupos quinquenales de edad, se tiene que buscar el valor óptimo de  $\underline{m}$  alrededor de -1 en el caso de Costa Rica.

Aunque el parámetro adicional,  $\underline{m}$ , permite que la función sea capaz de describir muy bien la fecundidad observada en un año dado, simultáneamente hace muy difícil comparar los valores estimados entre dos años. Utilizando la función para abrir las tasas por grupos quinquenales de edad, por ejemplo puede encontrarse una tasa de fecundidad a la edad de 15 años de .0011 en el año 1950 y de .0045 en 1980. Sin embargo, ese problema sólo se encuentra para las primeras edades (hasta  $\pm 17$ ).

Ahora bien, suponiendo que las variables controladas incluidas en la función lineal adquieren los mismos valores para todos los años, se puede relacionar la misma variable dependiente para dos poblaciones diferentes. En ese caso se tiene que excluir la influencia del parámetro adicional  $\underline{m}$  en el modelo. Una manera de excluir tal influencia de  $\underline{m}$  es fijando  $\underline{m}$  en un valor constante para todos los años, lo que permite obtener estimaciones de los coeficientes  $a, b, c,$  y  $d$  para todos los años a través de ese valor de  $\underline{m}$ .

Gráfico 5.4 MODELO BILOGISTICO MODIFICADO.  
TASAS DE FECUNDIDAD POR GRUPOS  
QUINQUENALES DE EDADES OBSERVA-  
DAS ESTIMADAS POR EDADES SIM-  
PLES. COSTA RICA, 1950 Y 1980

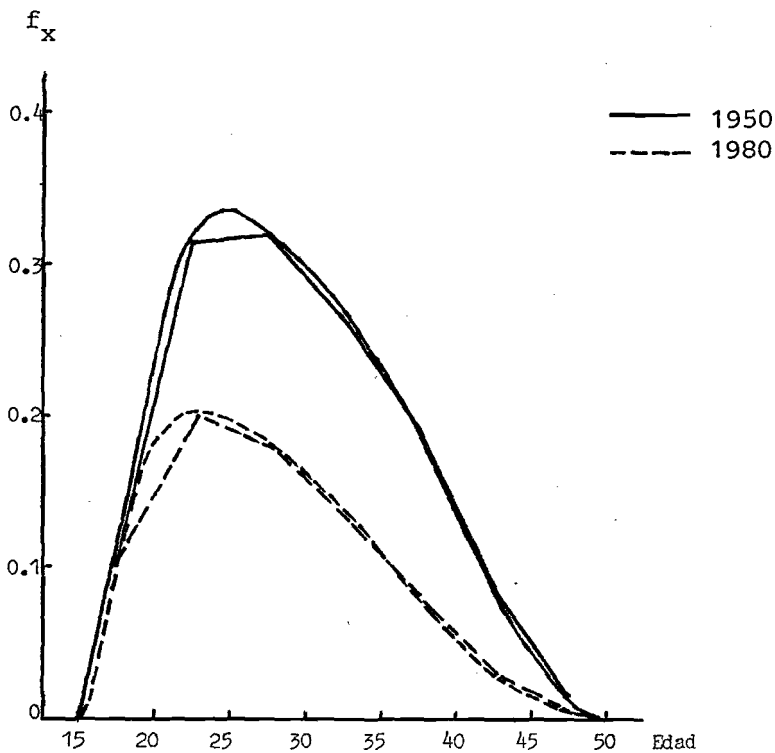
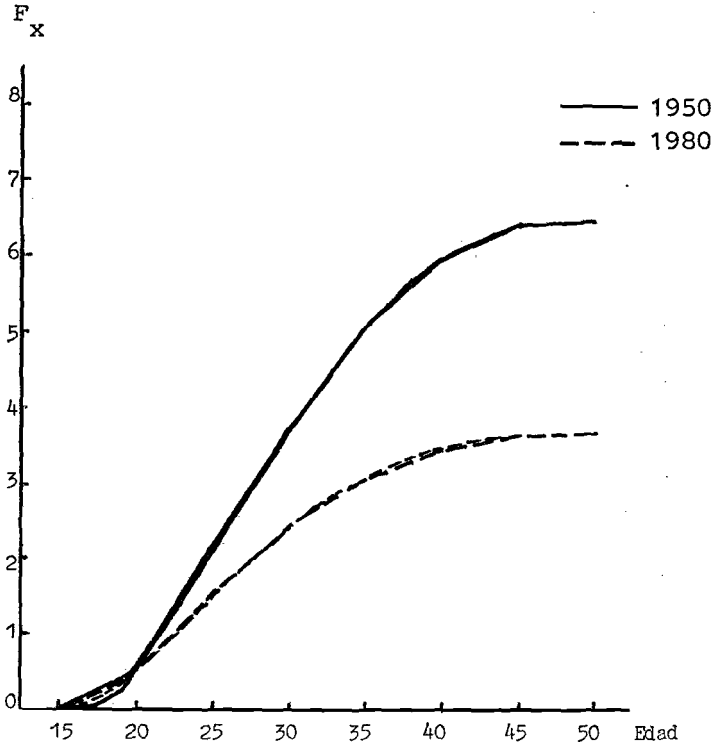


Gráfico 5.5 MODELO BILOGISTICO MODIFICADO.  
FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADA  
Y ESTIMADA.  
COSTA RICA, 1950 Y 1980



Otra manera de hacerlo es regresar a (5.1), en que se usa  $(p_x)$  en lugar de  $(\exp(mp_x))$ . El modelo, por lo tanto, excluye el parámetro adicional. En este estudio se ha elegido trabajar con el modelo excluyendo el parámetro  $\underline{m}$ .

Se tomaron los años 1950 y 1960 para explicitar la relación supuesta entre ambos años. Para el año 1960 se obtiene la siguiente relación:

$$x_1(1960) = -2.4080 + 3.1688x_2 + 0.7725x_3 + 4.3038x_4$$

para el año 1950:

$$x_1(1950) = -2.6864 + 3.3614x_2 + 0.8832x_3 + 5.0398x_4$$

Relacionando estos dos años de acuerdo a (5.6) y eliminando la variable controlada  $x_2$ , se obtienen los siguientes valores para los parámetros:

$$b_{12} = 0.9427$$

$$a_{12} = 0.1245$$

$$c_{12} = -0.0601$$

$$d_{12} = -0.4473$$

Ahora  $x_1(1960)$  puede escribirse como:

$$x_1(1960) = 0.1245 + 0.9427x_1(1950) - 0.0601x_3 - 0.4473x_4$$

Como segundo estándar se eligió el año 1982. La función biológica modificada para este año se expresa por:

$$x_1(1982) = -2.0589 + 3.3784x_2 + 1.3848x_3 + 3.6945x_4$$

Relacionando otra vez 1960 con esta nueva población estándar, y eliminando  $x_2$ , se obtiene:

$$x_1(1960) = -0.4783 + 0.9377x_1(1982) - 0.52602x_3 + 0.8395x_4$$

Ahora bien, de acuerdo a (5.10) pueden relacionarse las dos funciones establecidas para  $x_1(1960)$ , eliminando por la variable controlada  $x_3$ . Así, se obtiene:

$$x_1(1960) = \alpha_1 + \alpha_2 x_1(1960) + \alpha_3 x_1(1982) + \alpha_4 x_4$$

donde

$$\alpha_1 = (a_{12} - a_{13}c_{12}/c_{13}) / (1 - c_{12}/c_{13}) = 0.2023$$

$$\alpha_2 = (b_{12} / (1 - c_{12}/c_{13})) = 1.0643$$

$$\alpha_3 = (-b_{13}c_{12}/c_{13}) / (1 - c_{12}/c_{13}) = -0.1210$$

$$\alpha_4 = (d_{12} - d_{13}c_{12}/c_{13}) / (1 - c_{12}/c_{13}) = -0.6133$$

desde luego:

$$x_1(1960) = 0.2023 + 1.0643x_1(1950) - 0.1210x_1(1982) - 0.6133x_4$$

De este modo, se obtienen los valores siguientes para la fecundidad acumulada estimada para el año 1960 tomando como años estándares 1950 y 1982 (cuadro 5.2). Para facilitar la comparación también se han dado los valores correspondientes de la fecundidad acumulada observada en tal año. El valor de "delta" que resulta, es bastante bueno (1.715). De la misma manera puede obtenerse los valores de los parámetros  $\alpha$  para, por ejemplo, la población del año 1970.

$$x_1(1970) = -0.0655 + 0.7319x_1(1950) + 0.2492x_1(1982) + 0.3059x_4$$

De acuerdo a (5.12), relacionando  $x_1(1960)$  y  $x_1(1970)$  a través de la eliminación de la variable controlada  $x_4$ , se obtienen los valores de los coeficientes  $\gamma$ 's:



$$\begin{aligned} \gamma_1 &= 0.07087 \\ \gamma_2 &= 2.53139 \\ \gamma_3 &= 0.37100 \\ \gamma_4 &= -2.00456 \end{aligned}$$

por lo tanto:

$$x_1(1960) = 0.9708 + 2.5314x_1(1950) + 0.3710x_1(1982) - 2.005x_1(1970)$$

A través de esta relación también se han calculado las estimaciones de la función acumulada y de las tasas específicas correspondientes (cuadro 5.3). El valor de "delta" según esa triple relación estandarizada es 1.470, que es poco mejor que el valor que se encontró utilizando la relación mencionada anteriormente, en que se consideró solamente dos poblaciones estándares.

Cuadro 5.2 MODELO BILOGISTICO MODIFICADO. ESTIMACIONES DE LA FECUNDIDAD SEGUN LA RELACION DOBLE ESTANDARIZADA  
COSTA RICA: 1960. AÑOS ESTANDARES: 1950 Y 1982

| x  | F(x)  | F'(x) | f(x,x+4) | f'(x,x+4) |
|----|-------|-------|----------|-----------|
| 20 | 0.610 | 0.623 | 0.122    | 0.125     |
| 25 | 2.395 | 2.350 | 0.357    | 0.345     |
| 30 | 4.165 | 4.187 | 0.354    | 0.367     |
| 35 | 5.650 | 5.696 | 0.297    | 0.302     |
| 40 | 6.765 | 6.746 | 0.223    | 0.210     |
| 45 | 7.210 | 7.211 | 0.089    | 0.093     |
| 50 | 7.290 | 7.290 | 0.016    | 0.016     |

Cuadro 5.3 MODELO BILOGISTICO MODIFICADO. ESTIMACIONES DE LA FECUNDIDAD SEGUN LA RELACION TRIPLE ESTANDARIZADA  
COSTA RICA: 1960. AÑOS ESTANDARES: 1950, 1970 Y 1982

| x  | F(x)  | F'(x) | f(x,x+4) | f'(x,x+4) |
|----|-------|-------|----------|-----------|
| 20 | 0.610 | 0.614 | 0.122    | 0.123     |
| 25 | 2.395 | 2.363 | 0.357    | 0.350     |
| 30 | 4.165 | 4.169 | 0.354    | 0.361     |
| 35 | 5.650 | 5.703 | 0.297    | 0.307     |
| 40 | 6.765 | 6.747 | 0.223    | 0.209     |
| 45 | 7.210 | 7.211 | 0.089    | 0.093     |
| 50 | 7.290 | 7.290 | 0.016    | 0.016     |

#### 5.4 Significación de los parámetros

En el gráfico 5.6 se presenta el comportamiento de los cuatro parámetros  $\alpha$  de la función bilogística modificada con doble estándar para cada año del período 1950-1982. Como estándares se tomaron los valores de la fecundidad acumulada observada de los años 1950 y 1982. Sin duda, para ambos años estándares es obvio que los dos parámetros  $\alpha_1$  y  $\alpha_4$  tienen que situarse alrededor de cero. Se observa que las fluctuaciones en los parámetros  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  y  $\alpha_4$  son bastante fuertes durante el período y, aparentemente, no muestran una tendencia clara en el tiempo.

Expresando la función estandarizada como función del tiempo,  $t$ , se obtiene:

$$x_1(1,t) = \alpha_1(t) + \alpha_2(t)x_1(2) + \alpha_3(t)x_1(3) + \alpha_4(t)x_4$$

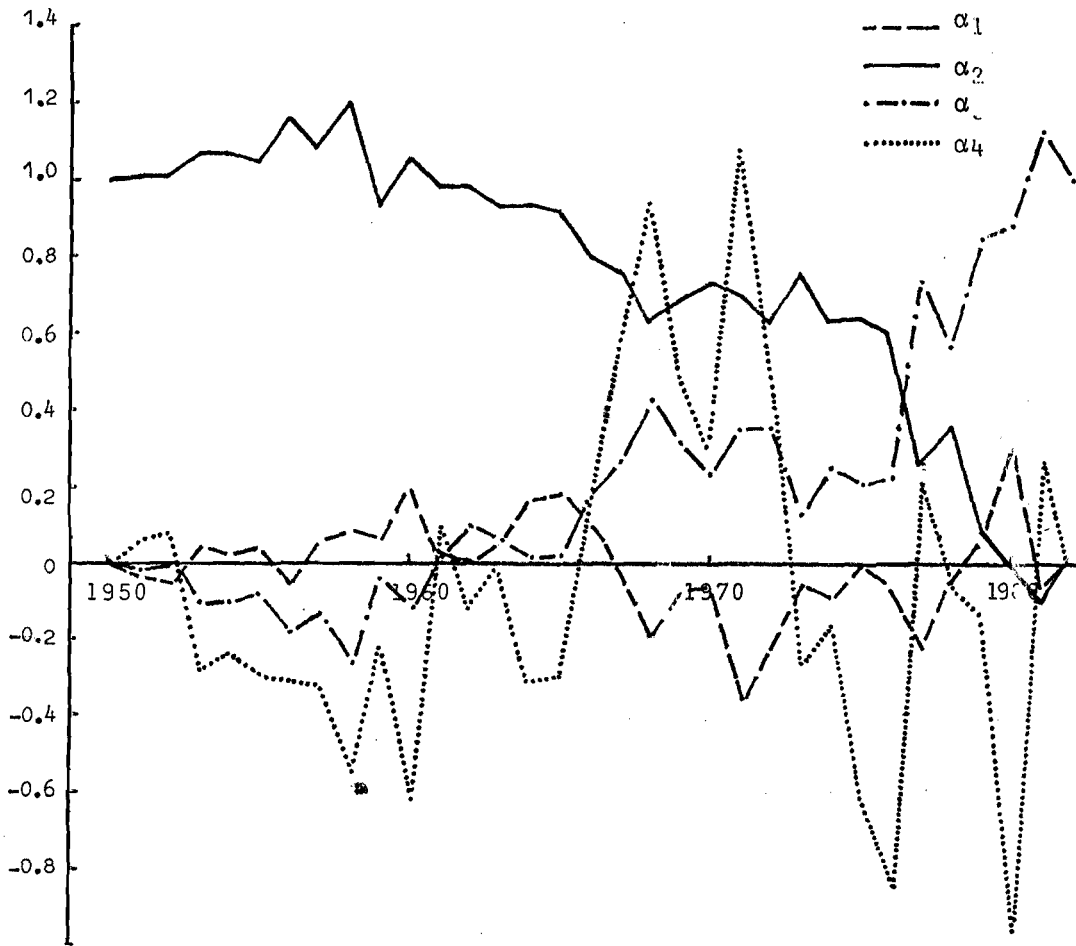
Haciendo una análisis de regresión, y comparando los cambios en los parámetros con los cambios en  $t$ , obviamente la relación entre  $t$  y  $\alpha_2$ , por ejemplo, no es lineal, razón por la cual en la explicación de  $\alpha_2(t)$  se incluyó también la variante independiente  $t^2$ . Se obtuvieron los siguientes resultados para el período 1950-1982:

- 1)  $\alpha_1$  no variaría significativamente respecto a  $t$ , lo que se confirma con los resultados del "test F"; los valores de F para la relación entre  $\alpha_1$  y  $t$  y  $t^2$  son menores que 1, es decir no existe una relación significativa. En este caso bastaría tomar el promedio de las  $\alpha_1$  estimados en el período  $\bar{\alpha}_1$  ( $\bar{\alpha}_1 = 0.004414$ ).
- 2)  $\alpha_2$  si varía significativamente con respecto al tiempo, y de una manera no-lineal.

$$\alpha_2(t) = 0.9868 - 0.0016145 * t^2 + 0.0219 * t$$

con un  $R^2$  ajustado de 0.9235 y un valor de F = 194.199.

Gráfico 5.6 MODELO BILOGISTICO MODIFICADO. EVOLUCION DE  
LOS VALORES  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\alpha_3$  Y  $\beta_4$ .  
AÑOS 1950 Y 1982 COMO ESTÁNDAR  
COSTA RICA, 1950-1982



- 3)  $\alpha_3$  también está relacionada con respecto al tiempo, y la función puede escribirse de la siguiente manera:

$$\alpha_3(t) = -0.00214 + 0.001549 * t^2 - 0.0212 * t$$

El valor de  $R^2$  ajustada para esta función es 0.8471 y el valor de F es 89.668, valores que son suficientemente altos para aceptar la relación para  $\alpha_3(t)$ .

- 4)  $\alpha_4$ , el parámetro que muestra los cambios más fuertes en el período 1950-1982 y no se puede explicar por cambios sistemáticos en el tiempo. Tampoco sirve tomar el valor medio de  $\alpha_4$  ( $\bar{\alpha}_4 = -0.062$ ). Calculando  $\alpha_4$  dentro de un intervalo de confiabilidad de 99 por ciento, se obtiene:

$$\frac{\bar{\alpha}_4}{-0.918 \quad 0.906}$$

intervalo que es muy grande, debido a que la desviación estándar del del parámetro  $\alpha_4$  es igual a 0.456.

Así debe concluirse que no se puede proyectar la estructura de la fecundidad en el futuro con un cierto grado de confiabilidad cuando no se tiene la posibilidad de fijar  $\bar{\alpha}_4$  dentro de límites de fluctuación más pequeños.

Desde luego, debido a la irregularidad experimentada en el valor de  $\alpha_4$  no se pueden reproducir las estructuras estimadas observadas dentro de márgenes de error aceptables.

Se hizo un ejercicio extrapolando los valores de  $\bar{\alpha}_1$ ,  $\bar{\alpha}_2$  y  $\bar{\alpha}_3$  y haciendo variar  $\bar{\alpha}_4$  sistemáticamente. Los resultados obtenidos para los primeros años no fueron malos (pero hay que decir que eso se hizo introduciendo el valor de  $\bar{\alpha}_4$  exógenamente), tomando en cuenta los cambios en  $\bar{\alpha}_4$  en los años 1982. No fue posible extender las extrapolaciones sobre un intervalo bastante largo.

El ejercicio que se hizo anteriormente se extendió sobre un intervalo de tiempo demasiado grande. En este período se observan cambios en el nivel y estructura de la fecundidad muy grandes; por lo tanto se decidió seguir el mismo procedimiento para estimar los parámetros  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  y  $\alpha_4$  en un período más corto: 1970-1982.

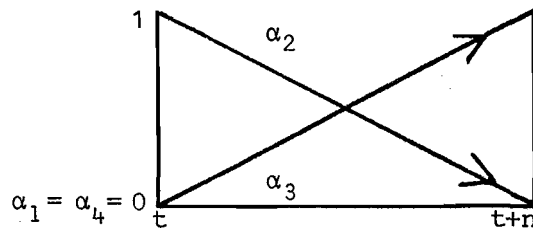
No tiene sentido presentar otra vez todos los resultados obtenidos a través de ese ejercicio. Las conclusiones permanecen iguales. Aunque es posible expresar  $\bar{\alpha}_2$  y  $\bar{\alpha}_3$  como funciones del tiempo y asumir que  $\bar{\alpha}_1$  se puede mantener constante, no es posible decir algo sobre el último parámetro  $\bar{\alpha}_4$ .

En el gráfico 5.5 se ve claramente que la curva de  $\alpha_2$  empieza a bajar considerablemente desde 1965 hasta 1968, mientras que en el mismo período  $\alpha_3$  sube. En el período 1968-1976 las dos curvas se mantienen más o menos en el mismo nivel;  $\alpha_2$  tiene un valor alrededor de 0.65 y mientras que  $\alpha_3$  se mueve alrededor de 0.30 en el mismo período. Después de 1976  $\alpha_2$  baja y  $\alpha_3$  sube rápidamente.

Retomando la estructura relativa observada de la fecundidad en el período 1950-1982 (cuadro 2.2 de la parte II), se ve que al período 1968-1976 corresponde un cambio fuerte en la distribución relativa de la fecundidad; mientras que después de 1976 tal distribución se mantuvo más o menos igual. El año 1978 presenta una cúspide en la curva de  $\alpha_2$  y un punto mínimo local en la curva de  $\alpha_3$ , y fue un año en que, aparentemente, la estructura cambió en un 1 por ciento en favor de los grupos de edades por encima de 30 años de edad con respecto al año anterior.

Sin duda, estas observaciones generales no tienen tanta fuerza; sin embargo, es imperativo llegar a alguna conclusión a través de estas observaciones.

Suponiendo que la estructura en sí no cambió en un período, puede fijarse  $\alpha_1$  y  $\alpha_4$  igual a cero y  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  van a tener un comportamiento lineal en el tiempo.



Así, puede suponerse que si la estructura cambiara en términos de los dos grandes grupos de edades (por encima y por debajo de 30 años), el comportamiento de  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  como función del tiempo va a ser diferente. Como se observó al tomar como estándares los años 1970 y 1982 tal comportamiento fue exponencial en forma directa para  $\alpha_3$  e inversa para  $\alpha_2$ .

En ese respecto se muestra también la importancia de la elección de las estándares; ¿cuáles son los criterios para elegir un estándar? Obviamente no es muy aconsejable elegir una distribución estándar que no sea muy representativa para la distribución relativa observada de la fecundidad en una población.

También se ha tratado de buscar un comportamiento regular en los cambios de los parámetros  $\gamma$ , de la triple relación estandarizada. Aunque esta relación nos dio estimaciones de la fecundidad acumulada en línea con la fecundidad acumulada observada, los parámetros  $\gamma$  mostraron oscilaciones tan fuertes que no fue posible relacionar estos cambios al tiempo, nivel o estructura de la fecundidad observada. Lo que se mostró muy claramente es la importancia de la elección de los años estándares.

Aunque hay mucho que decir acerca de las posibilidades de estos procedimientos, está fuera del objetivo de este estudio investigar más sobre este tema. Además, la complejidad y tiempo que requeriría investigar un método para proyectar la estructura a través de este modelo no garantiza que se obtendrían mejores resultados en relación a los ya logrados con métodos más simples.

Dada la particular selección de los estándares, no fue posible encontrar una relación sencilla en todos los parámetros del modelo doble estandarizado o triple estandarizado, y desde luego, por lo menos para el autor, el modelo no serviría para hacer proyecciones.

Cabe señalar aquí que ese modelo no solamente se ha aplicado a la fecundidad, sino también a la descripción de las tasas de participación y con resultados muy prometedores. No se tuvo tiempo para aplicar el modelo en el campo de mortalidad, pero dado que la curva de  $p_x$ , probabilidad de sobrevivir a edades exactas  $x$ , tiene bastante similitud con la de las tasas de fecundidad específica, se espera que la descripción de esa curva por edades simples también será buena.

## Capítulo 6

### EL MODELO GOMPERTZ MODIFICADO O

#### "GOMPERTZ - LOGIT"

En el capítulo 2 se aplicó a las estructuras de la fecundidad de Costa Rica el modelo Gompertz linealizado; en ese modelo se consideró la función de Gompertz por dos transformaciones logarítmicas. El modelo en referencia fue:

$$\ln(-\ln(F(x)/F_w)) = a + bx$$

siendo:

$F(x)$  = fecundidad acumulada a la edad  $x$

$F_w$  = fecundidad acumulada al final de la vida fértil

$a, b$  son parámetros

En este capítulo se considera el modelo denominado "Gompertz modificado" \*. La forma del modelo puede representarse, en general, así:

$$\ln(-\ln(F(x)/F_w)) = a + b \ln(1/p_x - 1) + c \ln p_x + d p_x \quad (6.1)$$

---

\* Aún no se ha publicado este modelo propuesto por Bocaz. La información proviene de comunicación personal del autor.



donde:

$p_x = (x - \alpha) / (w - \alpha)$ ;  $F_x$  y  $F_w$  tienen el mismo significado que el descrito con anterioridad

a, b, c, d - son parámetros para estimar

siendo  $\alpha$  y  $w$  = edad al inicio y final de la vida fértil; pudiendo verse una analogía muy llamativa con el modelo descrito en el capítulo 5, dado que un lugar de usar la transformada logística, se está usando una transformada "tipo Gompertz". El modelo, por lo tanto, puede denominarse "Gompertz-logit".

### 6.1 Características del modelo

Al comparar los modelos Gompertz linealizado y Gompertz modificado se puede apreciar que ambos difieren bastante entre sí. En efecto, el segundo incluye nuevas variables, que representan diferentes efectos de la variable  $p_x$ , sin tomar en cuenta el efecto directo de  $x$ . La función es de "tipo Gompertz" pero la expresión es de "tipo logito", igual a la expresión descrita en (5.1).

Hay evidencias de algunas aplicaciones satisfactorias de este modelo, que han sido reportadas por Bocaz \* .

---

\* Aunque, como se ha dicho, ese modelo todavía no se ha publicado, los resultados logrados por Bocaz en el campo de la fecundidad parecen bastante buenos. También se ha aplicado el modelo a los valores de  $(l_x)$  para comprobar los resultados estimados con los valores observados y los valores teóricos de acuerdo con las tablas de mortaliada para países en vías de desarrollo (United Nations: 1982)

Al igual que con el modelo bilogístico modificado, se consideró una leve modificación del modelo, usando en lugar de  $\ln(-\ln(F(x)/F_w))$  el valor de  $\ln(m - \ln(-\ln(F(x)/F_w)))$ , o sea, se recurrió al uso del modelo:

$$\ln(m - \ln(-\ln(F(x)/F_w))) = a + b \ln(1/p_x - 1) + c \ln p_x + d p_x \quad (6.2)$$

o, en forma alternativa:

$$\ln(-\ln(F(x)/F_w)) = m - e^{a + d p_x} \cdot (1/p_x - 1)^b - p_x^c \quad (6.2.1)$$

en que se considera un parámetro adicional ( $m$ ), cuyo valor se determina buscando la mejor reproducción de los valores observados.

Otra vez, la fórmula puede ser interpretada como el típico modelo de regresión múltiple (Theil: 1951; Kim: 1975; Maddala: 1977),

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \mu \quad (6.3)$$

donde:

$$y = \ln(m - \ln(-\ln(F(x)/F_w))) \text{ para (6.2) , } y,$$

$$\text{para (6.1) } \bar{y} = \ln(-\ln(F(x)/F_w))$$

$$x_1 = \ln(1/p_x - 1)$$

$$x_2 = \ln p_x$$

$$x_3 = p_x$$

$$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3 = \text{los coeficientes}$$

$$\mu = \text{representa el total de los errores aleatorios.}$$

Dado que (6.2.1) es una función no-lineal, su estimación es posible, si, por ejemplo,  $m$  se fija exógenamente, de forma tal que mediante un proceso de estimación iterativo se encuentre el mejor ajuste de la función. El mejor ajuste de la función se define, en este estudio, por el menor valor posible de  $\Delta$ . Alternativamente, se puede buscar por el mayor valor posible de  $R^2$  (o sea, el coeficiente de determinación), en cuyo caso resultará igual.

Los dos modelos -el bilogístico modificado y el Gompertz modificado- tienen mucha similitud entre sí; una variable dependiente se expresa como función lineal de otras variables y así es posible relacionar la misma variable dependiente para dos poblaciones diferentes.

La estimación de los parámetros, así como la estandarización de ellos, sigue de la misma forma descrita en el capítulo 5, desde luego referida a este capítulo.

## 6.2 Aplicación del modelo a la fecundidad de Costa Rica

De la misma forma que en el capítulo anterior, aquí no se van a presentar todos los cálculos paso a paso, dado que los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , también dependen del valor óptimo de  $m$ , que se encuentra mediante un proceso de estimación iterativo. \*

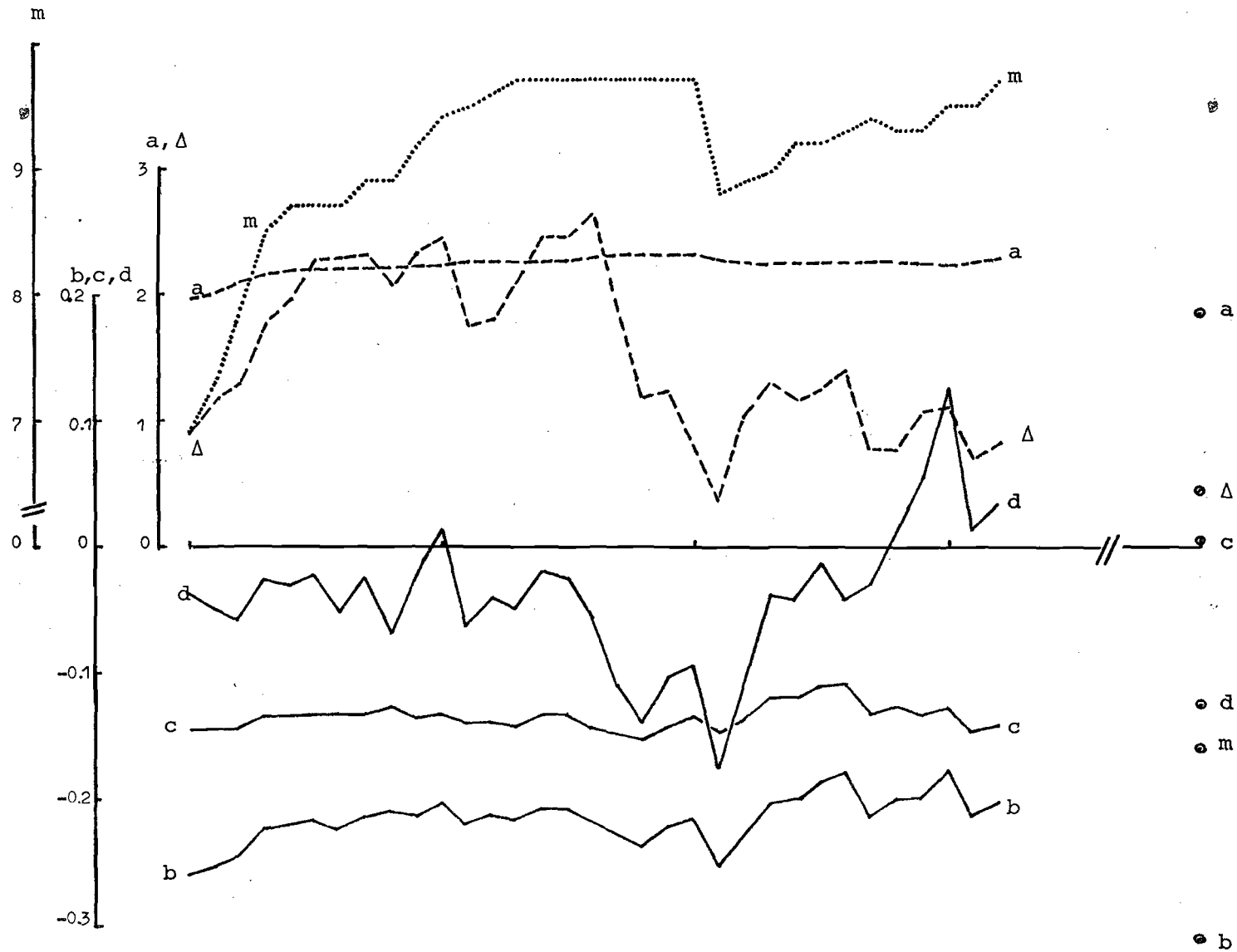
En el gráfico 6.1 se representan los coeficientes como función del tiempo (eje horizontal). Las fluctuaciones en los valores de los coeficientes no son, como se observa, muy fuertes.

En la sección anterior se ha comentado el comportamiento de  $\Delta$  como función del tiempo; se supuso un efecto sistemático en los datos, que resultaba en fluctuaciones sistemáticas de "Delta". Utilizando la función Gompertz modificada se observa que ese supuesto está fortalecido por el comportamiento que puede observarse en "Delta" según esta función.

---

\* El proceso iterativo no fue tan difícil al utilizar ese modelo en comparación con el modelo bilogístico modificado, dado que las fluctuaciones de  $\Delta$  como función de  $m$  no fueron tan grandes y, además, sólo tienen un punto mínimo si se fija  $m$  entre 0.9 y 10.0. Como en las aplicaciones de los otros modelos, se prefirió  $\Delta$  sobre  $R^2$  dado que el interés está en llegar a la mejor descripción de las tasas de la fecundidad específica.

Gráfico 6.1 MODELO GOMPERTZ MODIFICADO. EVOLUCION DE LOS PARAMETROS  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $m$  Y EVOLUCION DEL VALOR DE  $\Delta$ . COSTA RICA, 1900-1982



Para los años 1950, 1960, 1970 y 1980 se presentan en los cuadros 6.1 a, b, c y d, los valores observados de la fecundidad específica por grupos de edades y de la fecundidad acumulada, conjuntamente con los valores correspondientes estimados según la Gompertz modificada. Obsérvese como, para estos mismos años, la Gompertz modificada puede dar muy buenos resultados en términos de "Delta".

En el gráfico 6.2 se presentan las tasas de fecundidad estimadas por edades simples y las tasas observadas por grupos quinquenales de edades de Costa Rica para los años 1950 y 1980. La descripción es, como se puede ver bastante buena.

La fecundidad acumulada observada para las edades exactas 20, 25... 50 y la fecundidad acumulada estimada según la función Gompertz modificada se presentan también para los años 1950 y 1980 (gráfico 6.3). Obsérvese, otra vez, que las diferencias entre los valores observados y estimados son muy pequeños cuando se mira la fecundidad acumulada.

Como todas las tasas de fecundidad específica en el período 1950-1982 están dadas por grupos quinquenales de edad, se puede deducir que las variables controladas incluidas en la función lineal adquieren los mismos valores para todos los años. Desde luego, puede relacionarse la misma variable dependiente para dos poblaciones diferentes. En ese caso, no se tiene que excluir la influencia de  $\underline{m}$  o fijar el valor de  $\underline{m}$  exógenamente.

De acuerdo con lo que se hizo anteriormente al aplicar los otros modelos a los datos, se tomaron los años 1950 y 1960 para explicitar la relación supuesta entre ambos años. Para el año 1960 se obtiene la siguiente relación:

$$\begin{aligned}x_1(1960) &= a_1 + b_1x_2 + c_1x_3 + d_1x_4 \\ &= 2.2399 - 0.2003x_2 - 0.1312x_3 + 0.0159x_4\end{aligned}$$

y para el año 1950:

$$\begin{aligned}x_1(195) &= a_2 + b_2x_2 + c_2x_3 + d_2x_4 \\ &= 1.9815 - 0.2594x_2 - 0.1452x_3 - 0.0377x_4\end{aligned}$$

Relacionando estos dos años, y eliminando la variable controlada  $x_2$ , se obtienen los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned}b_{12} &= b_1/b_2 = 0.7721 \\ a_{12} &= a_1 - a_2b_{12} = 0.7100 \\ c_{12} &= c_1 - c_2b_{12} = -0.0190 \\ d_{12} &= d_1 - d_2b_{12} = 0.0450\end{aligned}$$

Ahora  $x_1(1960)$  puede escribirse como:

$$\begin{aligned}x_1(1960) &= a_{12} + b_{12}x_1(1950) + c_{12}x_3 + d_{12}x_4 \\ &= 0.7100 + 0.7721x_1(1950) - 0.0190x_3 + 0.0450x_4\end{aligned}$$

El segundo estándar elegido es el año 1982. La función Gompertz modificada para este año se expresa por:

$$x_1(1982) = 2.2835 - 0.1029x_2 - 0.1412x_3 + 0.0356x_4$$

Relacionando 1960 con esta nueva población estándar a través de la eliminación de la variable controlada  $x_2$ :

$$\begin{aligned}x_1(1960) &= a_{13} + b_{13}x_2 + c_{13}x_3 + d_{13}x_4 \\ &= -0.0147 + 0.9873x_1(1982) + 0.0082x_3 - 0.0192x_4\end{aligned}$$

APLICACION DEL MODELO GOMPERTZ MODIFICADO DE LA FORMA:

$$\ln(-\ln(FA(i)/F)) = m - (1/P(i) - 1)^b * P(i)^c * e^{(a+d*P(i))}$$

PAIS : Costa Rica  
 VARIABLE : Fecundidad  
 AREA : Nacional/Total  
 AÑO : 1950

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9999515  
 PARAMETRO a : 1.981528  
 PARAMETRO b : -.2594192  
 PARAMETRO c : -.1452113  
 PARAMETRO d : -.0377132  
 PARAMETRO m : 6.9001

TASAS DE FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 TASAS DE FECUNDIDAD ESPECIFICA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 DESVIACIONES TIPICAS, COEFICIENTES DE CORRELACION Y DELTA.

| X   | F(X)   | F(X) <sup>2</sup> | f(x, x+4)      | f(x, x+4) <sup>2</sup> |
|-----|--------|-------------------|----------------|------------------------|
| 20  | 0.5700 | 0.5731            | 0.1140         | 0.1146                 |
| 25  | 2.1400 | 2.1206            | 0.3140         | 0.3095                 |
| 30  | 3.7350 | 3.7369            | 0.3190         | 0.3233                 |
| 35  | 5.0500 | 5.0753            | 0.2630         | 0.2677                 |
| 40  | 6.0000 | 5.9898            | 0.1900         | 0.1829                 |
| 45  | 6.4300 | 6.4304            | 0.0860         | 0.0881                 |
| 50  | 6.5000 | 6.5000            | 0.0140         | 0.0139                 |
| s = |        | 0.0137            | s = 0.0044     |                        |
| r = |        | 1.0000            | r = 0.9993     |                        |
|     |        |                   | DELTA = 0.8988 |                        |

AÑO 1960

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9996661  
 PARAMETRO a : 1.932032  
 PARAMETRO b : -.2402544  
 PARAMETRO c : -.1375154  
 PARAMETRO d : 5.148322E-02  
 PARAMETRO m : 6.8111

| X   | F(X)   | F(X) <sup>2</sup> | f(x, x+4)      | f(x, x+4) <sup>2</sup> |
|-----|--------|-------------------|----------------|------------------------|
| 20  | 0.6100 | 0.6201            | 0.1220         | 0.1240                 |
| 25  | 2.3950 | 2.3269            | 0.3570         | 0.3414                 |
| 30  | 4.1650 | 4.1855            | 0.3540         | 0.3717                 |
| 35  | 5.6500 | 5.7202            | 0.2970         | 0.3069                 |
| 40  | 6.7650 | 6.7358            | 0.2230         | 0.2031                 |
| 45  | 7.2100 | 7.2113            | 0.0890         | 0.0951                 |
| 50  | 7.2900 | 7.2900            | 0.0160         | 0.0157                 |
| s = |        | 0.0427            | s = 0.0135     |                        |
| r = |        | 0.9999            | r = 0.9951     |                        |
|     |        |                   | DELTA = 2.4533 |                        |

APLICACION DEL MODELO GOMPERTZ MODIFICADO DE LA FORMA:

$\ln(-\ln(FA(i)/F)) = m - (1/P(i) - 1)^b * P(i)^c * e^{(a+d*P(i))}$   
 PAIS : Costa Rica  
 VARIABLE : Fecundidad  
 AREA : Nacional/Total  
 AÑO : 1970

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9999448  
 PARAMETRO a : 2.104835  
 PARAMETRO b : -.247222  
 PARAMETRO c : -.1456292  
 PARAMETRO d : -8.695177E-02  
 PARAMETRO m : 7.722099

TASAS DE FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 TASAS DE FECUNDIDAD ESPECIFICA OBSERVADAS Y ESTIMADAS,  
 DESVIACIONES TIPICAS, COEFICIENTES DE CORRELACION Y DELTA.

| X  | F(X)       | F(X)'  | f(x,x+4)       | f(x,x+4)' |
|----|------------|--------|----------------|-----------|
| 20 | 0.5150     | 0.5171 | 0.1030         | 0.1034    |
| 25 | 1.7100     | 1.6996 | 0.2390         | 0.2365    |
| 30 | 2.8650     | 2.8598 | 0.2310         | 0.2320    |
| 35 | 3.8050     | 3.8269 | 0.1880         | 0.1934    |
| 40 | 4.5250     | 4.5168 | 0.1440         | 0.1380    |
| 45 | 4.8700     | 4.8703 | 0.0690         | 0.0707    |
| 50 | 4.9300     | 4.9300 | 0.0120         | 0.0119    |
|    | s = 0.0107 |        | s = 0.0036     |           |
|    | r = 1.0000 |        | r = 0.9991     |           |
|    |            |        | DELTA = 0.8719 |           |

AÑO 1980

COEFICIENTE DE DETERMINACION .9999062  
 PARAMETRO a : 2.050509  
 PARAMETRO b : -.1936361  
 PARAMETRO c : -.1328479  
 PARAMETRO d : .1641763  
 PARAMETRO m : 7.931099

| X  | F(X)       | F(X)'  | f(x,x+4)       | f(x,x+4)' |
|----|------------|--------|----------------|-----------|
| 20 | 0.5350     | 0.5386 | 0.1070         | 0.1077    |
| 25 | 1.5250     | 1.5080 | 0.1980         | 0.1939    |
| 30 | 2.4200     | 2.4225 | 0.1790         | 0.1829    |
| 35 | 3.0700     | 3.0849 | 0.1300         | 0.1325    |
| 40 | 3.4700     | 3.4647 | 0.0800         | 0.0760    |
| 45 | 3.6200     | 3.6202 | 0.0300         | 0.0311    |
| 50 | 3.6450     | 3.6450 | 0.0050         | 0.0050    |
|    | s = 0.0096 |        | s = 0.0031     |           |
|    | r = 1.0000 |        | r = 0.9991     |           |
|    |            |        | DELTA = 1.1247 |           |



Gráfico 6.2 MODELO GOMPERTZ MODIFICADO. TASAS DE FECUNDIDAD OBSERVADAS POR GRUPOS QUINQUENALES Y ESTIMADAS POR EDADES SIMPLES. COSTA RICA, 1950 Y 1980

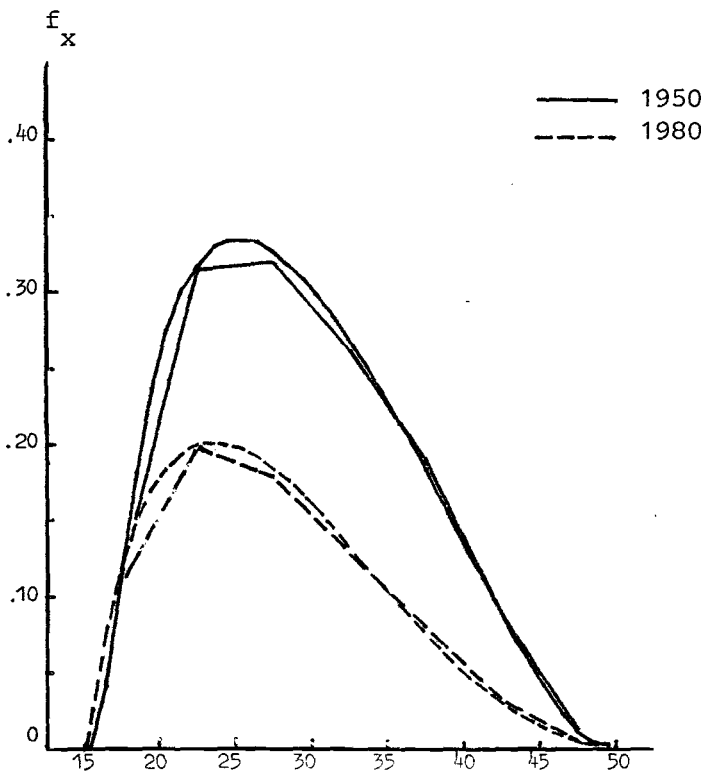
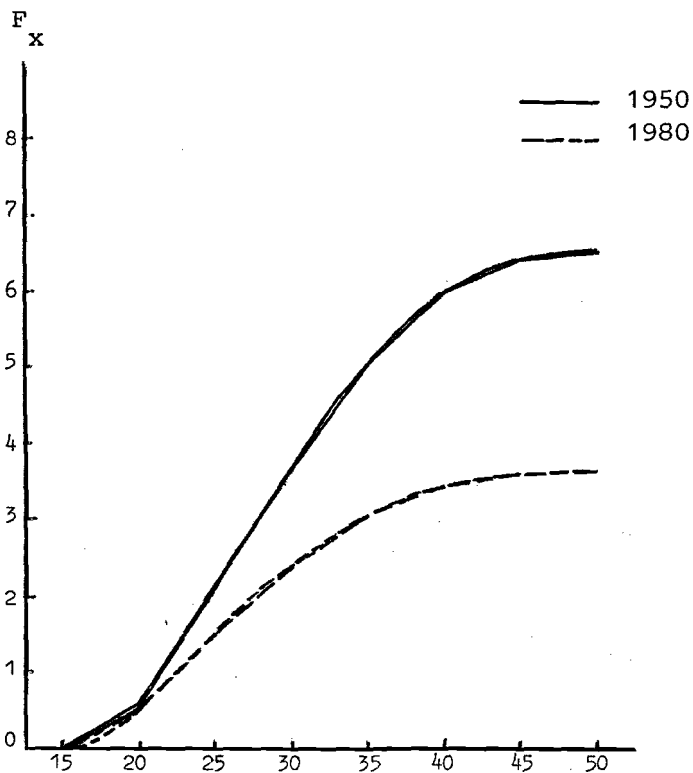


Gráfico 6.3 MODELO GOMPERTZ MODIFICADO. LA  
FECUNDIDAD ACUMULADA OBSERVADA  
Y ESTIMADA.  
COSTA RICA, 1950 Y 1980



Ahora bien, para  $x_1(1960)$ , las dos ecuaciones puede relacionarse al eliminar la variable  $x_3$ . Así se obtiene:

$$x_1(1960) = \alpha_1 + \alpha_2 x_1(1950) + \alpha_3 x_1(1982) + \alpha_4 x_4$$

donde:

$$\alpha_1 = (a_{12} - a_{13}c_{12}/c_{13}) / (1 - c_{12}/c_{13}) = 0.2038$$

$$\alpha_2 = b_{12} / (1 - c_{12}/c_{13}) = 0.2328$$

$$\alpha_3 = (-b_{13}c_{12}/c_{13}) / (1 - c_{12}/c_{13}) = 0.6897$$

$$\alpha_4 = (d_{12} - d_{13}c_{12}/c_{13}) / (1 - c_{12}/c_{13}) = 0.0002$$

desde luego:

$$x_1(1960) = 0.2038 + 0.2328x_1(1950) + 0.6897x_1(1982) + 0.0002x_4$$

Las estimaciones de la fecundidad acumulada y, consiguientemente, las tasas de fecundidad específicas se presentan en el cuadro 6.2.

La fecundidad acumulada se obtiene resolviendo  $F(x)$  de  $x_1(1960)$

$$F(x) = F_w * e^{-e^{m-e} x_1(1960)}$$

De la misma manera pueden obtenerse los valores de los parámetros  $\alpha$  para, por ejemplo, la población del año 1970. Escribiendo  $\beta$  en lugar de  $\alpha$ , la relación para  $x_1(1970)$  será:

$$\begin{aligned} x_1(1970) &= \beta_1 + \beta_2 x_1(1950) + \beta_3 x_1(1982) + \beta_4 x_4 \\ &= 0.2705 + 0.3943x_1(1950) + 0.5550x_1(1982) - 0.0960x_4 \end{aligned}$$

Relacionando  $x_1(1960)$  y  $x_1(1970)$  a través de la eliminación de la variable  $x_4$ , se obtiene la siguiente relación:

$$x_1(1960) = \gamma_1 + \gamma_2 x_1(1950) + \gamma_3 x_1(1982) + \gamma_4 x_1(1970)$$

donde:

$$\gamma_1 = \alpha_1 - \beta_1 \gamma_4 = 0.2041$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 - \beta_2 \gamma_4 = 0.2333$$

$$\gamma_3 = \alpha_3 - \beta_3 \gamma_4 = 0.6906$$

$$\gamma_4 = \alpha_4 / \beta_4 = -0.0015$$

desde luego:

$$x_1(1960) = 0.2041 + 0.2333x_1(1950) + 0.6906x_1(1982) - 0.0015x_1(1970)$$

Retomando la relación anterior de  $x_1(1960)$  -con los estándares  $x_1(1950)$  y  $x_1(1982)$ - se ve que los valores de los parámetros no han cambiado mucho. Parece que el tercer estándar no aumenta significativamente la "bondad" del modelo.

Cuadro 6.2 MODELO GOMPERTZ MODIFICADO: LA FECUNDIDAD ACUMULADA Y TASAS DE FECUNDIDAD ESPECIFICAS. VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS SEGUN LA DOBLE RELACION ESTANDARIZADA COSTA RICA, 1960; AÑOS ESTANDARES 1950 Y 1982

| X  | F(x)       | F(x)'  | f(x,x+4)   | f(x,x+4)' |
|----|------------|--------|------------|-----------|
| 20 | 0.6100     | 0.6168 | 0.1220     | 0.1234    |
| 25 | 2.3950     | 2.3509 | 0.3570     | 0.3468    |
| 30 | 4.1650     | 4.1782 | 0.3540     | 0.3654    |
| 35 | 5.6500     | 5.6930 | 0.2970     | 0.3030    |
| 40 | 6.7650     | 6.7479 | 0.2230     | 0.2110    |
| 45 | 7.2100     | 7.2107 | 0.0890     | 0.0926    |
| 50 | 7.2900     | 7.2900 | 0.0160     | 0.0159    |
|    | s = 0.0268 |        | s = 0.0085 |           |
|    | r = 0.9999 |        | r = 0.9981 |           |
|    |            |        | Delta =    | 1.5320    |

En el cuadro 6.3 se presentan los resultados obtenidos a través de la triple relación estandarizada para el año 1960. Otra vez, estas estimaciones vienen conjuntamente con los valores observados de la fecundidad acumulada y de las tasas específicas de fecundidad.

Cuadro 6.3 ESTIMACIONES DE LA FECUNDIDAD SEGUN LA TRIPLE RELACION ESTANDARIZADA DEL MODELO GOMPERTZ MODIFICADO PARA EL AÑO 1960. COSTA RICA, AÑOS ESTANDARES: 1950, 1970 Y 1982

| x  | F(x)       | F(x)'  | f(x,x+4)   | f(x,x+4)' |
|----|------------|--------|------------|-----------|
| 20 | 0.6100     | 0.6168 | 0.1220     | 0.1234    |
| 25 | 2.3950     | 2.3509 | 0.3570     | 0.3468    |
| 30 | 4.1650     | 4.1781 | 0.3540     | 0.3654    |
| 35 | 5.6500     | 5.6930 | 0.2970     | 0.3030    |
| 40 | 6.7650     | 6.7479 | 0.2230     | 0.2110    |
| 45 | 7.2100     | 7.2107 | 0.0890     | 0.0926    |
| 50 | 7.2900     | 7.2900 | 0.0160     | 0.0159    |
|    | s = 0.0268 |        | s = 0.0085 |           |
|    | r = 0.9999 |        | r = 0.9981 |           |
|    |            |        | Delta =    | 1.5316    |

También, el valor de "delta" refleja que, por lo menos para el año 1960, la "bondad" no mejoró mucho, comparando este resultado con el resultado obtenido a través de la doble relación estandarizada.

### 6.3 Significación de los parámetros

En el gráfico 6.4 se presenta el comportamiento de los cuatro diferentes coeficientes de la doble relación estandarizada del modelo Gompertz modificado en el período 1950-1982, con los años 1950 y 1982 tomados como

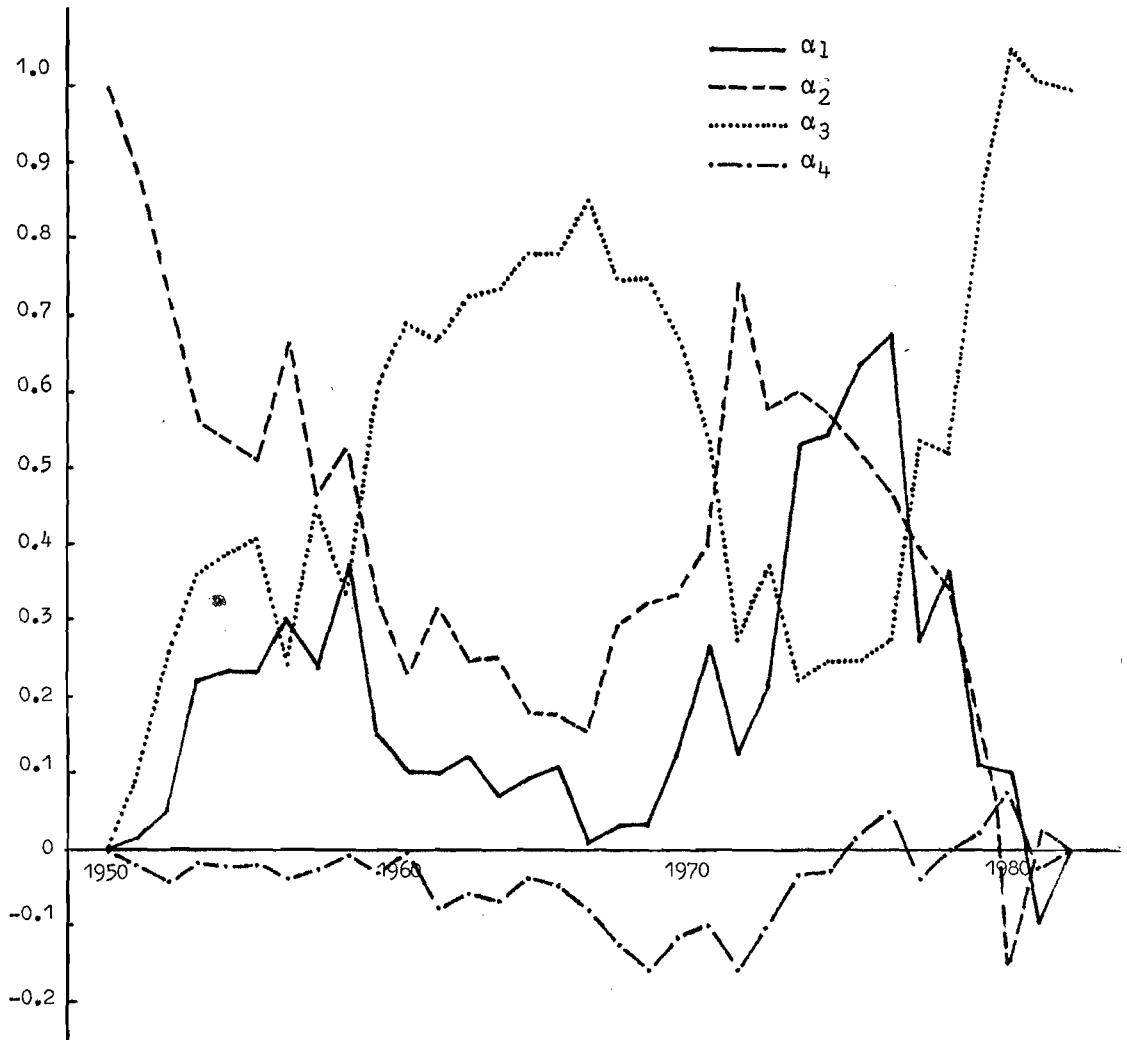
estándares. Sin duda que, por el hecho que se están usando años calendarios, las fluctuaciones son muy fuertes; sin embargo, si se hubiese querido presentar los valores de  $\alpha$  por quinquenios, también las fluctuaciones habrían sido bastante fuertes.

Recordando la imposibilidad de expresar los coeficientes del modelo bilogístico modificado como función del tiempo, nivel o estructura, es obvio que el modelo Gompertz modificado tampoco permite relacionar los coeficientes al nivel o estructura de la fecundidad o al tiempo. Esta conclusión se obtuvo comparando el gráfico 5.6 con el 6.4, donde se ve que el comportamiento de los valores de  $\alpha$  muestran fluctuaciones más fuertes en el último gráfico. Por eso no se consideró hacer un análisis de regresión, como en la sección anterior.

Tomando el comportamiento de los coeficientes  $\gamma$  de la relación triple estandarizada en el período 1950-1982 -con los años 1950, 1982 y 1970 como estándares- las fluctuaciones en los valores de estos son aún más fuertes que en los "alfas". El comportamiento de los  $\gamma$  no se presentó en un gráfico.

En el gráfico 6.1 sí se ha presentado la evolución de los parámetros de la relación no estandarizada. Como se observa, el comportamiento de las curvas resultantes de los parámetros como función del tiempo es bastante regular. En el mismo gráfico también se han presentado los valores de "delta" para cada año. Al lado derecho de la abscisa de M se han presentado los valores correspondientes de los parámetros en el año 2025. En opinión del autor, es más probable que se pueda utilizar esta información en una proyección de la estructura de la fecundidad, que a través de la relación doble estandarizada. Sin embargo, los ejercicios hechos extrapolando el comportamiento de los diferentes parámetros no resultaron satisfactorios.

Gráfico 6.4 MODELO GOMPERTZ MODIFICADO. EVOLUCION DE  
LOS VALORES DE  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  Y  $\alpha_4$ .  
COSTA RICA, 1950-1982.  
AÑOS 1950 Y 1982 COMO ESTANDARES



## Capítulo 7.

### OTRAS FUNCIONES PARA DESCRIBIR LA FECUNDIDAD

Después de haber tratado detalladamente algunas funciones en los capítulos anteriores, se presentarán aquí otras funciones que fueron aplicadas a las estructuras de la fecundidad por grupos quinquenales de edades en Costa Rica.

Ellas son: -la función de Hadwiger  
-la función Gamma  
-La función Lognormal  
-La función Beta  
-La función Polinomial

Estas funciones, así como los programas de computación, han sido publicados por Duchene y Gillet-de Stefano (1974) \*. Sus fórmulas matemáticas se presentan en Anexo A, y aquí solamente se discutirá su "bondad" para describir las estructuras de la fecundidad costarricense.

En los cuadros 7.1 a,b,c y d se presentan los resultados de la aplicación a los datos de Costa Rica para los años 1950, 1960, 1970 y 1980, obtenidos utilizando los programas computacionales de Duchene y Gillet-de Stefano.

---

\* El lector también puede referirse, entre otros, a Hadwiger (1940), Hadwiger y Ruchti (1939), Wichsell (1931), Lotka (1939), Keyfitz (1979) y Yutema (1977).



Al comparar la estructura observada con la ajustada con cada función se observa que los ajustes no son muy precisos. Así, algunas funciones no logran representar las tasas globales de fecundidad observadas (Hadwiger, Gamma y Lognormal), y estas mismas funciones no reproducen ni siquiera aproximadamente la edad media y la varianza <sup>1/</sup>. Las estimaciones de la fecundidad mediante las funciones Beta y Polinomial producen los mejores resultados.

Al igual que para los otros modelos, el criterio utilizado para medir la "bondad" del ajuste de estas otras funciones, es el criterio definido por "delta" (ver capítulo 1).

En cuanto a los valores de "delta", se observa, otra vez, que en el caso de las funciones "beta" y "polinomial", el criterio "delta" presenta los menores valores. Es decir, el ajuste mediante estas funciones se aproxima mejor a la fecundidad observada. Por otra parte parece importante hacer notar que las funciones, al ser aplicadas a las estructuras de la fecundidad observadas en los cuatro años en estudio, se mantienen consistentes. La diferencia entre los valores de  $\Delta$  nunca supera a 2.

Un modelo muy conocido para ajustar y representar estructuras de la fecundidad es el desarrollado por Coale y Trussell (1974).

Se incluye en este capítulo la aplicación de este modelo al caso de Costa Rica. Para estimar los parámetros de este modelo se utilizó un programa elaborado por el Departamento de Demografía de la Universidad Estatal de Groningen, Holanda, basado en el programa presentado por Coale y Trussell (1974). Este programa computacional permite, a través de sucesivas iteraciones, obtener los valores de los parámetros de este modelo que dan una mejor descripción de la estructura observada.

---

<sup>1/</sup> La diferencia entre la edad media, la varianza observada y las calculadas, se debe a la descripción de una estructura finita con funciones infinitas en el caso de la función de Hadwiger, la función "Gamma" y la función lognormal. A este respecto, ellas forman medidas adicionales del ajuste.

En el cuadro 7.2 se presentan los resultados de esta aplicación. Allí se muestran las estructuras observadas y estimadas para los años 1950 y 1960. Se observa que la descripción es bastante buena para estos años. Sin embargo, en la aplicación para los años 1970 y 1980, los resultados no fueron satisfactorios, ya que no se logró obtener valores de los parámetros que permitieran representar adecuadamente las estructuras de fecundidad correspondientes a estos años. Se ampliaron los límites establecidos en el programa iterativo dentro de los cuales los valores de los parámetros normalmente se encuentran. Sin embargo, eso tampoco solucionó el problema.

Una alternativa es utilizar directamente las estructuras modelos presentados por los autores en su artículo. Sin embargo, tampoco se pudo encontrar una estructura parecida para 1970 y 1980, ya que dichas estructuras modelo no fueron publicadas para los valores de la edad media, desviación estándar y la razón  $F_1/F_2$  observados para Costa Rica en estos años.

Aparentemente, la estructura de la fecundidad observada en la situación costarricense no permite hacer uso de las estructuras modelo de Coale-Trussell, ni del programa iterativo basado en tales estructuras modelo.

En otra aplicación de este modelo, realizada por Fernández (1980) a datos de países latinoamericanos, el autor llega a la conclusión de que las estructuras modelo de Coale-Trussell no dieron resultados satisfactorios.

Si se ven las tres diferentes medidas que determinan los valores de  $a_0$ ,  $k$  y  $m$  (cuadro 7.3), los parámetros del modelo para cada año, se observa que la razón  $F_1/F_2$  ha cambiado fuertemente después de 1960 y es muy probable que la combinación de esta razón con la edad media y la desviación estándar correspondientes a los años 1970 y 1980 no permita al modelo describir una estructura de la fecundidad con tales características.

Cuadro 7.2: COSTA RICA. ESTRUCTURA RELATIVA OBSERVADA Y ESTIMADA SEGUN EL MODELO DE COALE Y TRUSSELL. AÑOS 1950, 1960

| Grupos de edades    | 1950      |          | 1960      |          |
|---------------------|-----------|----------|-----------|----------|
|                     | Observada | Estimada | Observada | Estimada |
| 15 - 19             | .088      | .088     | .084      | .084     |
| 20 - 24             | .242      | .243     | .245      | .243     |
| 25 - 29             | .245      | .243     | .243      | .246     |
| 30 - 34             | .202      | .201     | .204      | .202     |
| 35 - 39             | .146      | .146     | .155      | .146     |
| 40 - 44             | .066      | .069     | .061      | .068     |
| 45 - 49             | .011      | .010     | .011      | .009     |
| $\delta$            |           | .004     |           | .0105    |
| $r$                 |           | .9998    |           | .9909    |
| $\Delta$            |           | 1.78     |           | 5.73     |
| Edad media          | 29.0961   | 29.0960  | 29.1221   | 29.1219  |
| Desviación estándar | 7.0030    | 7.0032   | 6.9488    | 6.9490   |
| Razón $F_1/F_2$     | 0.3631    | 0.3630   | 0.3417    | 0.3417   |
| $a_0$               |           | 14.1192  |           | 14.2910  |
| $k$                 |           | 0.4509   |           | 0.4525   |
| $m$                 |           | 0.3006   |           | 0.3245   |

Cuadro 7.3 COSTA RICA: EDAD MEDIA, DESVIACION ESTANDAR Y RAZONES  $F_1/F_2$  AÑOS 1950, 1960, 1970 Y 1980

|           | 1950   | 1960   | 1970   | 1980   |
|-----------|--------|--------|--------|--------|
| $\bar{m}$ | 29.096 | 29.122 | 28.950 | 17.418 |
| $\delta$  | 7.003  | 6.949  | 7.323  | 6.842  |
| $F_1/F_2$ | 0.363  | 0.342  | 0.931  | 0.540  |

## Capítulo 8.

### RESUMEN Y CONCLUSIONES

El propósito de esta Parte II fue obtener una función analítica que pueda describir la estructura de la fecundidad en la forma más exacta y que permita, a la vez, obtener -a partir de las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad- la estructura de la fecundidad por edades simples. Por otra parte, se investigaba cuáles modelos pueden ser utilizados para efectuar proyecciones de la estructura por edades de la fecundidad.

En total se han aplicado once funciones o modelos a la fecundidad experimentada por Costa Rica en el período 1950-1982. De estos once, cinco fueron descritas extensivamente, mientras que las otras restantes se presentaron solamente los resultados de su aplicación a los datos de Costa Rica, ya que estas últimas son generalmente más conocidas y viejas que la mayoría de las otras (y han sido descritas extensamente en diferentes oportunidades).

Mediante el criterio general denominado "delta" ( $\Delta$ ) -también conocido como "función de densidad" (Luther: 1984)- establecido en el capítulo 1, se trató de investigar cada uno de los modelos o funciones en su "bondad" para describir la estructura de la fecundidad. Adicionalmente a este criterio general, se han dado otras medidas en la mayoría de los casos como la desviación estándar ( $\sigma$ ) y coeficiente de correlación ( $r$ ). De esta manera se dió al lector la posibilidad de comparar también las funciones presentadas en términos de otros criterios.

En los capítulos 2 - 6 fueron presentados cuatro modelos (Gompertz linealizado, bilogístico, bilogístico modificado y Gompertz modificado), y una función analítica (la curva de Makeham que tienen sus raíces básicamente en la curva de Gompertz (1825) y la bilogística (Bocaz: 1976)).

En el capítulo 7, consiguientemente, se presentó un conjunto de cinco funciones analíticas (Hadwiger, Gamma, lognormal, beta y polinomial) y además el modelo de Coale y Trussell (Coale y Trussell: 1974)

En el cuadro 8.1 se presentan los valores de  $\Delta$  resultantes de la aplicación de cada una de los modelos y funciones a la fecundidad experimental por Costa Rica en los años 1950, 1960, 1970 y 1980. En la primera parte de este cuadro vienen los valores de "delta" para funciones no estandarizadas y en la segunda parte los resultados para funciones estandarizadas. Puede observarse claramente que la descripción a través de las funciones Hadwiger, gamma, lognormal y Gompertz linealizada, resulta muy deficiente para Costa Rica en los cuatro años presentados, con valores de  $\Delta$  mayor a 10. Las funciones de Makeham, bilogística, beta y polinomial pueden representar la estructura de la fecundidad bastante bien, con valores de "delta" alrededor de 3. Las funciones que dieron la mejor representación de la fecundidad observada son la bilogística modificada y la Gompertz modificada.

Para el modelo de Coale y Trussell no se han presentado los valores de  $\Delta$  para los años 1970 y 1980 dado que no fueron representativos. El modelo no permitió describir las estructuras observadas para estos años. Fue el único modelo que no se mantuvo consistente en su descripción.

En el gráfico 8.1 se comparan los valores de  $\Delta$  para la función Gompertz modificada con los de las dos versiones de la bilogística modificada. La función bilogística modificada con valores de  $m$  (el parámetro adicional en dicha función cuyo valor se establece exógenamente) mayor que cero, resulta en la mejor representación de las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad.

Cuadro 8.1.: COMPARACION ENTRE LAS FUNCIONES Y MODELOS PRESENTADOS  
EN TERMINOS DE "DELTA"  
COSTA RICA; 1950, 1960, 1970 Y 1980

|                                      | 1950  | 1960  | 1970  | 1980  |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Gompertz linealizado                 | 12.85 | 12.93 | 11.05 | 15.98 |
| Curva de Makeham                     | 3.62  | 4.75  | 3.45  | 3.04  |
| Bilogístico                          | 3.92  | 4.49  | 4.06  | 4.39  |
| Bilogístico modificado (m > 0)       | 0.14  | 0.15  | 0.12  | 0.20  |
| Bilogístico modificado (m < 0)       | 0.33  | 0.94  | 0.52  | 0.47  |
| Gompertz modificado                  | 0.90  | 2.45  | 0.87  | 1.13  |
| Hadwiger                             | 15.00 | 14.84 | 16.74 | 16.87 |
| Gamma                                | 12.73 | 12.96 | 13.71 | 12.81 |
| Lognormal                            | 14.73 | 14.58 | 15.99 | 16.39 |
| Beta                                 | 2.70  | 3.57  | 2.94  | 1.78  |
| Polinomial                           | 4.91  | 3.40  | 3.32  | 2.98  |
| Coale y Trussell                     | 1.78  | 5.73  | -     | -     |
| <hr/>                                |       |       |       |       |
| Gompertz linealizado <sup>1/</sup>   | 1.38  | 1.85  | 0.00  | 3.22  |
| Bilogístico <sup>2/</sup>            | 0.58  | 1.28  | 0.00  | 3.16  |
| Bilogístico modificado <sup>2/</sup> | 0.00  | 1.72  | -     | -     |
| Bilogístico modificado <sup>3/</sup> | 0.00  | 1.47  | 0.00  | -     |
| Gompertz modificado <sup>2/</sup>    | 0.00  | 1.53  | -     | -     |
| Gompertz modificado <sup>3/</sup>    | 0.00  | 1.53  | 0.00  | -     |

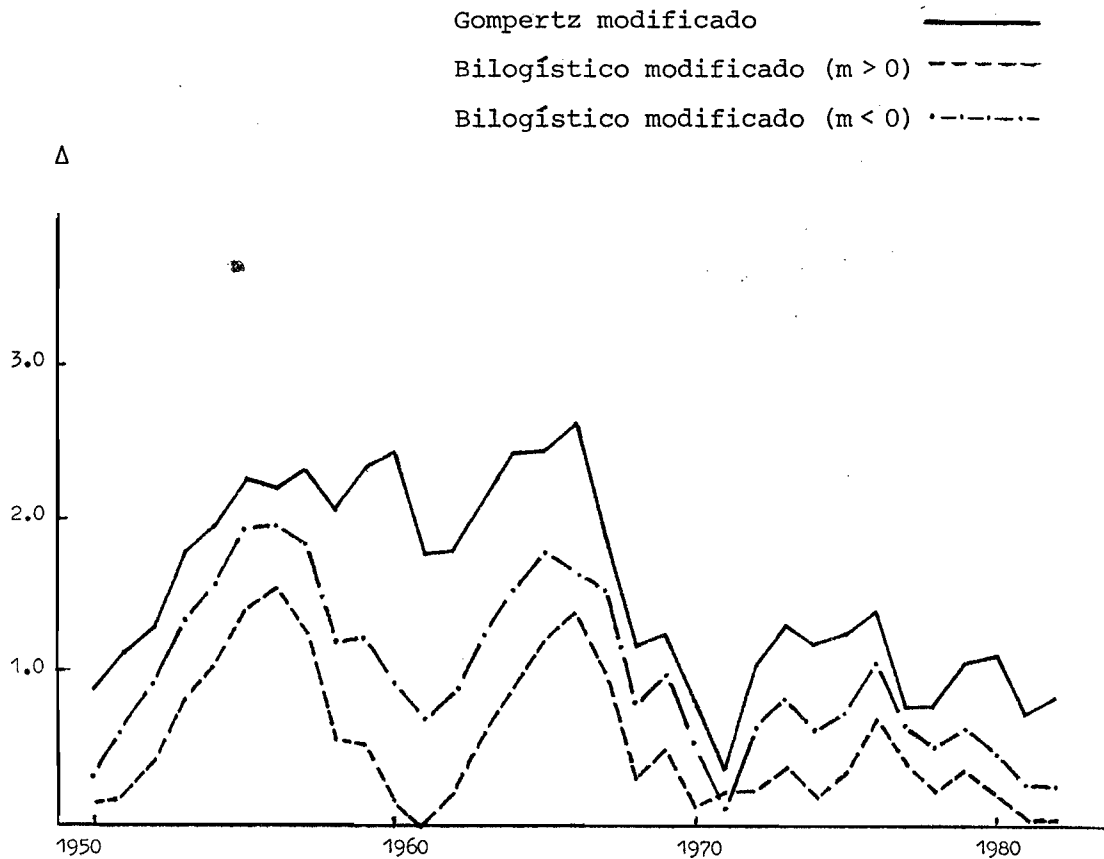
1/ Estándar 1970

2/ Estándar 1950, 1982

3/ Estándar 1950, 1970 y 1982

Como también el interés estaba en buscar el mejor método para obtener la estructura de la fecundidad por edades simples a partir de tasas de fecundidad por grupos quinquenales de edad, se eligió la función bilogística modificada con valores de  $m$  menores a cero, porque esta función interpola mejor las tasas de fecundidad agrupadas, que con valores de  $m > 0$ , y además generalmente reproduce tales tasas agrupadas mejor que la función Gompertz modificada ( gráfico 8.1). Esta función se utilizó entonces en los capítulos 2 y 3 de la Parte I de este estudio.

Gráfico 8.1 MUESTRA DE LA BONDAD DEL MODELO BILOGISTICO MODIFICADO NO ESTANDARIZADO SOBRE EL MODELO GOMPERTZ MODIFICADO. COMPORTAMIENTO DEL VALOR DE " $\Delta$ ", COSTA RICA: 1950-1982



En la segunda parte del cuadro 8.1 se han presentado valores de  $\Delta$  obtenidos a través de funciones estandarizadas. Puede observarse muy bien, especialmente para el año 1960, que la función bilogística estandarizada representa las tasas de fecundidad por grupos quinquenales de una mejor manera. Sin embargo, la representación no fue tan buena como la obtenida con la función bilogística modificada (no estandarizada).

En cuanto a proyectar la estructura de la fecundidad, puede pensarse en extrapolar la tendencia observada en los parámetros de las diferentes funciones, pero así no es posible controlar la evolución propuesta de la estructura. Aparentemente es mejor partir de una estructura determinada y extrapolar o interpolar la tendencia en los valores de los parámetros de las funciones estandarizadas.

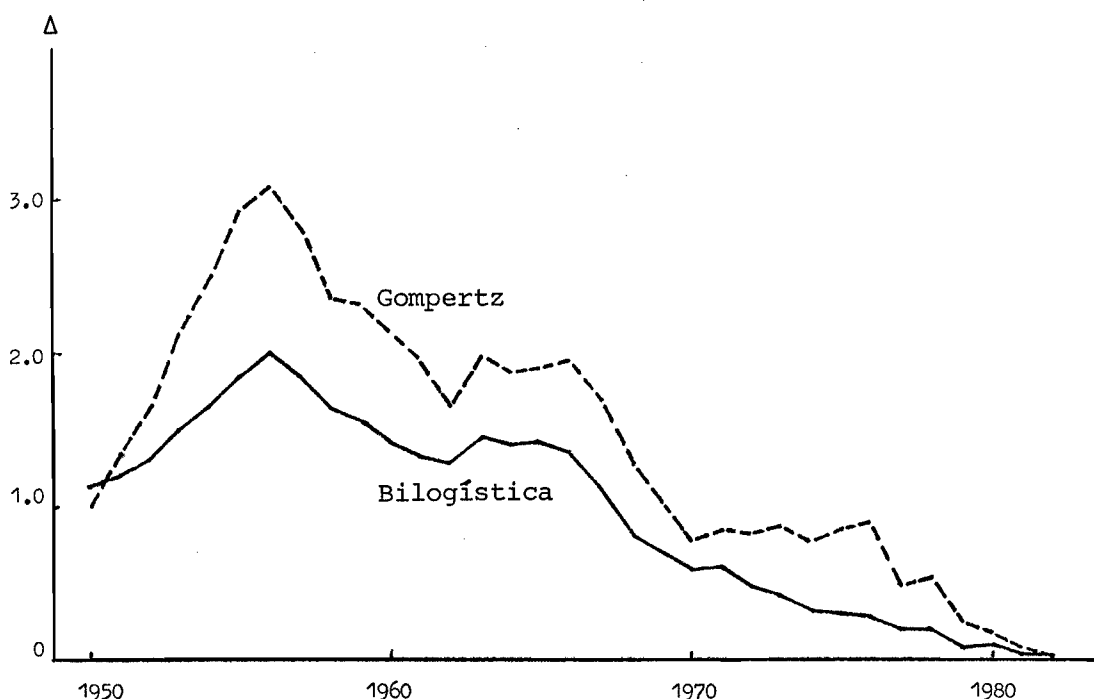
En los capítulos 5 y 6 se trató de encontrar una manera que pudiese ser útil en la proyección de la estructura, pero esto no se logró. No fue posible relacionar la evolución de los diferentes parámetros a, por ejemplo, la evolución de la edad media, desviación estándar de tal edad media, o al nivel de la fecundidad; además, la evolución de los parámetros resultó muy aleatoria y, por lo tanto, no fue posible para el autor extrapolar el comportamiento de cada uno de los parámetros hacia el futuro.

Contrariamente a lo que el autor ha observado en los capítulos 5 y 6, los modelos Gompertz linealizado y bilogístico sí permiten, haciendo uso de ellos, la proyección de la estructura. Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de los dos modelos pueden relacionarse con la edad media y la desviación estándar, respectivamente, y en general la evolución en ellos es bastante regular. Además, estos modelos tienen la ventaja de ser bastante sencillos y es posible manejar los parámetros con gran flexibilidad, tratando de lograr una evolución acorde con las hipótesis formuladas. Así, la comparación entre los modelos que podrían ser útiles en proyectar la estructura de la fecundidad por edades se mantiene solamente entre los dos modelos mencionados: el modelo Gompertz linealizado y el bilogístico.



En el gráfico 8.2 se presentan los valores de  $\Delta$  para los dos modelos, con el año 1982 tomado como estándar. Este gráfico muestra, excluido el año 1950, la "bondad" del modelo bilogístico sobre el modelo de Gompertz linealizado \*. Como el modelo bilogístico puede representar en mejor forma las estructuras observadas, se recomienda usar dicho modelo en la proyección de la estructura de la fecundidad por edades.

Gráfico 8.2 MUESTRA DE LA BONDAD DEL MODELO BILOGISTICO SOBRE EL GOMPERTZ LINEALIZADO. COMPORTAMIENTO DEL VALOR DE  $\Delta$  TOMANDO 1982 COMO ESTANDAR. COSTA RICA, AÑOS 1950-1982



\* También tomando otros años como estándar resultó en una mejor representación de la fecundidad para todo el período 1950-1982 a través del modelo bilogístico.

Anexo A.

LAS FUNCIONES HADWIGER, GAMMA, LOGNORMAL,  
BETA Y POLINOMIAL

---

1) La función de Hadwiger está definida por:

$$f(x) = \frac{a}{\sqrt{\pi x^3}} \exp \left[ ac - \left( \frac{a^2}{x} + b x \right) \right]$$

donde a, b, c son constantes para determinar, y,

$$x = y - 15 \text{ siendo } y \text{ la edad exacta de la mujer}$$

El método de momentos da el sistema de ecuaciones:

$$\ln \text{TGF} = \ln \int_0^{\infty} f(x) dx = ac - 2\sqrt{b}$$

$$\bar{x} = 1/\text{TGF} \int_0^{\infty} x f(x) dx = a/\sqrt{b}$$

$$\sigma_x^2 = 1/\text{TGF} \int_0^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx = a/2\sqrt{b^3}$$

así, las ecuaciones para determinar a, b y c son:

$$a = \sqrt{\frac{-3}{x^3}}$$
$$2\sigma^2$$

$$b = \frac{\bar{x}}{2\sigma^2}$$

$$c = \sqrt{\frac{2\bar{x}}{\sigma_x^2}} + \sqrt{\frac{2\sigma_x^2}{x^3}} \ln \text{TGF}$$

2) La función Gamma, o type III de Pearson:

$$f(x) = \frac{K L^p x^{p-1} \exp(-Lx)}{\Gamma(p)}$$

definido por  $0 < x = y - 15 < +\infty$  y  $p > 0$ . Las constantes  $K$ ,  $L$  y  $p$  son las soluciones del sistema de ecuaciones.

$$TGF = \int_0^{\infty} f(x) dx = K = K = TGF$$

$$\bar{x} = 1/TGF \int_0^{\infty} f(x) dx = p/2 = L = \bar{x} / \sigma_x^2$$

$$\sigma_x^2 = 1/TGF \int_0^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx = p/\alpha^2 = p = \frac{-2}{\sigma_x^2}$$

3) La función lognormal tiene la forma siguiente:

$$f(x) = \frac{K}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -1/2 \left( \frac{\ln x - m}{\sigma} \right)^2 \right]$$

donde:

$$K = TGF$$

$$m = \ln \frac{\bar{x}^2}{\bar{x}^2 + \sigma_x^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\ln \left( \frac{\bar{x}^2 + \sigma_x^2}{\bar{x}^2} \right)}$$

4) La función Beta, o type I de Pearson:

$$f(x) = \frac{K}{\beta(p, q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1}$$

$$\text{para } p \text{ y } q > 0 \text{ y } 0 < x = \frac{y-15}{35} < 1 =$$

$$= K + \text{TGF}; \quad p = \frac{\bar{x}^2(1-\bar{x})}{\sigma_x^2} - \bar{x}$$

$$q = \frac{(1-\bar{x})^2 \bar{x}}{\sigma_x^2} - (1-\bar{x})$$

5) Función polinomial, esta función de tercer grado es un caso particular de la curva de Pearson I (Duchene y Gillet-de Stefano: 1974) y es también una generalización del polinomio empleado por Brass (Brass, et.al 1968)\*

$$f(x) = b (x - \alpha) (\beta - x)^2$$

donde  $\alpha < x < \beta$  y, b,  $\alpha$  y  $\beta$  son tres parámetros, cuyos valores pueden determinarse por:

$$\alpha = \bar{x} - 2 \sigma_x$$

$$\beta = \bar{x} + 3 \sigma_x$$

$$b = \frac{12 \text{ TGF}}{(\beta - \alpha)^4}$$

---

\* W. Brass, et.al. The Demography of Tropical Africa , New Jersey, Princeton University Press, 1968.

**BIBLIOGRAFIA**

- Asociación Demográfica Costarricense: Análisis de los resultados de la segunda encuesta de prevalencia anticonceptiva (borrador para discusión), cuadros 3 y 4, San José, Costa Rica, 1981.
- Bocaz, A.: Experiencia de nupcialidad por cohortes resumida por un modelo biológico. Notas de Población, Año VII, No. 19, abril 1979, CELADE San José, Costa Rica, 1979.
- Bocaz, A., Estimación de la cobertura de las estadísticas de natalidad, Notas de Población, Año IX, No. 25, abril 1981, CELADE-San José, 1981.
- Bocaz, A. Fecundidad específica por edades; un modelo biológico aplicado a los casos de Chile 1956-1974 y Bolivia 1975, CELADE-Santiago de Chile (inédito).
- Bourgeois-Pichat, J.: Consecuencias económicas y sociales de las tendencias demográficas en Europa hasta el año 2000 y en fechas posteriores. Boletín de Población de las Naciones Unidas, No. 8, ONU, New York, 1976.
- Brass, W.: Métodos para estimar la fecundidad y la mortalidad en poblaciones con datos limitados. CELADE, Serie E. No. 14, CELADE-Santiago de Chile, 1974.
- Brass, W.: Seminario sobre métodos para medir variables demográficas (fecundidad y mortalidad). San José, COSTA RICA, 1973. Revisado, traducido en Inglés y publicado como "Methods for estimating fertility and mortality from limited and defective data", Chapel Hill Laboratories for Population Studies, University of North Carolina, 1975.
- Brass, W.: Cuatro lecciones, CELADE, Serie D. No. 91, Sección III, CELADE Santiago de Chile, setiembre de 1977.
- Brass, W.: The assessment of the validity of fertility trend estimates from histories. International Population Conference, México City, 1977, Vol. I. Liege: International Unión for the Scientific Study of Population, 1977.\*
- Brass W. : The Relational Gompertz Model of Fertility by Age of Women. (inédito).
- Brass, W.: An Application of the Relational Gompertz Model of Fertility (inédito).
- Carrasco, E.: Modelos matemáticos para ajustar curvas cumulativas de fecundidad. CELADE, Serie C. No. 137, Santiago, Chile, 1972.
- CEPAL: "Balance preliminar de la economía latinoamericana en 1983", Notas sobre la economía y el desarrollo de América Latina, No. 387 y 388, diciembre de 1983.

- Chackiel, J.: Estructura de la fecundidad por edades; ajuste y proyección mediante la función de Gompertz linealizada. Notas de Población, No. 20, CELADE- San José, Costa Rica, agosto de 1979
- Chackiel, J.: Proyección de la fecundidad; criterios y procedimientos utilizados en CELADE. CELADE, Sem-Proy/03. CELADE-San José, octubre de 1982.
- Cho, L.J.: The Own Children Approach to Fertility Estimation an elaboration Documento preparado por la Conferencia Internacional de Población, Liege, 1973.
- CELADE,: La demografía como ciencia, CELADE, TD/1, Santiago, Chile, 1975.
- CELADE: Algunas definiciones de demografía, CELADE, Serie BS, No. 2, Santiago, Chile, agosto de 1979.
- CELADE: Boletín Demográfico, Año XIV, No. 28, Santiago, Chile, 1981.
- Coale, A.J., Trussell, J.T.: Model Fertility Schedules: Variations in the Age Structure of Childbearing in Human Populations. Population Index Vol. 40, No. 2, 1974.
- Denton, F.T., Spencer, B.G.: Some Demographic Consequences of Changing Cohort Fertility Patterns; an Investigation Using the Gompertz Function Population Studies, No. 28, 1974
- Dirección General de Estadística y Censos (Costa Rica) y CELADE: Evalua - ción del Censo de 1973 y proyección de la población por sexo y grupos de edades, 1950-2000, p. 7, San José, Costa Rica, 1976
- Dirección General de Estadística y Censos (Costa Rica) y CELADE: Costa Rica estimaciones y proyecciones de población 1950-2025, CELADE, Fascículo F/CRI.1, San José, octubre de 1983.
- Durán, F, Salazar, S, Vindas, C.: Revisión de la proyección de población de Costa Rica por sexo y grupos de edades, 1975-1980, CELADE (circulación restringida), San José, Costa Rica, 1981.
- Easterlin, R.A.: Long Swings in United States Demographic and Economic Growth; some Findings on the Historical Pattern, Demography, Vol. 2, 1965
- Easterlin, R.A., Wachter, M.L. and Wachter, S.M.: Demographic Influence on Economic Stability; The United States Experience, Population and Development Review, Vol. 4 No. 1. (march 1978).

- Fernández, R.: Las estructuras modelo de fecundidad de Coale-Trussell: un análisis empleando información de América Latina. CELADE, Serie C. No. 1010, San José, Costa Rica, 1980
- Gómez, M.: El descenso de la fecundidad en Costa Rica, Escuela de Ciencias Económicas de la Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, 1972.
- Gompertz, B.: On the Nature of the Function Expressive of the Law of Mortality. Philosophical Transactions, London, 1825.
- Grauman, I.: Comments on Paper by F. Notestein. Demographic and Economic Change in Developed Countries, Princeton, National Bureau of Economic Research, 1960, Proceedings of a Conference Held at Princeton.
- Henry, L.: Fecondité et Famille, Population, Vol. 12, No.3, París, 1957.
- Hockman, A. and Albersen, P.: SARUM and Population (inérito), Interfaculteit der Econometrie, Rijksuniversiteit Groningen, 1984.
- Jaspers, F., D.: Costa Rica, revisión de la proyección de población 1950-2025 (borrador en discusión), CELADE, San José, Costa Rica, 1984.
- Kandiak, V.: The Use of the Relational Fertility Model Parameters in Population Projections. East-West Center, Honolulu, 1977, (inérito).
- Kendall, M.G. and Stuart A.: The Advanced Theory of Statistics, Vol. 2, (3d. ed.): Inference and relationships, Charles Griffith & Co. Ltd., London, 1973.
- Keyfitz, N.: Introduction to the Mathematics of Population with Revisions, Reading, Massachusetts, Addison-Wesley, 1977.
- Kim, J. and Kohout, F.J.: Multiple Regression Analysis, Subprogram Regression en : Norma H. Nie, et.al: Statistical Package for the Social Sciences (SPSS), 2nd ed., Mc. Graw-Hill, New York, 1975.
- Klinger A.: Current Fertility Trends as a Basic for Projections, "United Nations: Population Projections; Problems and Solutions", p. 208, Lecture 13), Report of the Workshop on Population Projections, 17-28 March 1980, Dudapest, Hungary, New York, 1981.
- Lee, R.D.: Demographic Forecasting and the Easterlin Hypothesis, Population and Development Review, Vol. 2, No. 3 and 4 (September/December 1976), pp. 459-468.
- Lee, R.D.: New Methods for Forecasting Fertility; an Overview United Nations: Prospects of Population; Methodology and Assumptions, 1979, Papers of the Ad Hoc Group of Experts on Demographic Projections, U.N.Headquarters, 7-11 November, 1977, New York, 1979.

- Luther, N.Y.: Fitting Age-Specific Fertility with the Makeham curve, Asian Pacific Census Forum, vol. 10, No. 3, Honolulu, February 1984.
- Maddala, G.S.: Econometrics, Mc. Graw-Hill, New Yor, 1977
- Makeham, W.M.: On the Law of Mortality. Journal of the Institute of Actuaries, No. 13, 1860.
- Martin, P.: Une Applications des Fonctions de Gompertz a l'étude de la fécondité d'une cohorte. Population. No. 6., París, 1967.
- Murphy E.M. and Nagnur, D.N.: A Gompertz Fit that Fits; Application to the Canadian Fertility Patterns. Demography, Vol. 9, 1972.
- Naciones Unidas: Métodos para preparar proyecciones de población por sexo y edad; manuales sobre métodos de cálculo de la población: Manual III, Estudios sobre población, No. 25, Nueva York, 1956.
- Naciones Unidas: Boletín de Población de las Naciones Unidas, No. 7, 1963, ONU, Nueva York, 1965.
- Naciones Unidas: Perspectivas de la población mundial evaluadas en 1973. ST/ESA/SER.A/601, Nueva York, 1978.
- Naciones Unidas: Factores determinantes y consecuencias de las tendencias demográficas. Nuevo resumen de conclusiones sobre la interacción de los factores demográficos, económicos y sociales, vol. I., Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, Estudios sobre Población, No. 50, ST/SOA/SER.A/50, ONU, Nueva York, 1978.
- Noble and Daniel: Applied Linear Algebra, 2nd.ed., Prentice Hall, New Jersey, 1978.
- Pittinger, D.B.: Projecting State and Local Populations, Cambridge, Massachusetts, 1976.
- Pressat, R.: Demographic Analysis. Aldline Atherton Inc., Chicago, 1972.
- Pressat, R.: Pour une vision unifiée des méthodes de l'analyse démographique En: Population, número especial de setiembre de 1977 (en homenaje a Louis Henry), INED, París, 1977.
- Rincón. M.: Estimaciones y proyecciones de la población; apuntes de clase (primer borrador). CELADE, San José, Costa Rica, noviembre, 1978.
- Rincón, M.: Estimaciones y proyecciones de la población; CELADE, Serie B. No. 1010, San José, Costa Rica, marzo de 1984.



- Rodríguez, V., Ortega, A., Fernández, R.: Costa Rica, la mortalidad y la fecundidad en el período 1950-1979, CELADE y Comité de Población y Demografía. Documento de Trabajo para el Panel de América Latina. Versión revisada (inédito), San José, Costa Rica, diciembre de 1980.
- Rosero, L.: La situación demográfica de Costa Rica. Documento presentado al Séptimo Seminario Nacional de Demografía, San José, Costa Rica, 1979.
- Rosero, L.: Fecundidad y anticoncepción en Costa Rica, 1981; resultados de la Segunda Encuesta de Prevalencia Anticonceptiva, págs. 9-15, Westinghouse Health Systems, Asociación Demográfica Costarricense, San José, Costa Rica, 1981.
- Rosero, L.: Determinantes de la fecundidad en Costa Rica. Notas de Población, año XI, No. 32, agosto de 1983, CELADE, San José, artículo presentado al Octavo Seminario Nacional de Demografía, 7-9 de setiembre de 1983, San José, Costa Rica.
- Rosero, L, Gómez, M, Rodríguez, V.: Determinantes de la fecundidad en Costa Rica; análisis longitudinal de tres encuestas. Dirección General de Estadística y Censos, Costa Rica; International Statistical Institute; World Fertility Survey. San José, Costa Rica, 1984.
- Shrycok, H.S., Siegel, J.S. and associates: The Methods and Materials of Demography, vol. II, US-Department of Commerce, Bureau of the Census, Washington, D.C., 1975.
- Smith, D., Keyfitz, N.: Mathematical Demography: Selected Papers. Berlin. Springer Verlag, 1977.
- Soto, Z.: América Latina: Actividades desarrolladas por los programas de planificación de la familia, 1976. CELADE, Serie A. No. 163, noviembre de 1978. Santiago, Chile.
- Somoza, J.: Demographic Projections for Latin American Countries en: Prospects of Population: Methodology and Assumptions, Papers of the Ad Hoc Experts on Demographic Projections, Un, Headquarters, 7-11 November 1977, New York, 1979.
- Spiegel, M.R.: Estadística: teoría y problemas; 875 problemas resueltos. Mc. Graw-Hill de México, Colombia, 1969.
- Spiegelman, E.: Notas sobre la utilización de la función de Gompertz en el estudio de la fecundidad. Notas de Población, No. 12, CELADE, Diciembre de 1976, San José, Costa Rica.
- Spurgeon, E.F.: Life Contingencies, Cambridge, The University Press, 1947.

Tabah, L.: World Population Trends a Stocktaking, Population and Development Review, Vol. 6, No. 3, September 1988.

Tabah, L.: Population Projections and Actions in the Field of Population. United Nations, Population Projections; problems and Solutions : (Lecture II). Report of the Workshop on Population Projections, 17-28 March 1980, Budapest, Hungary, UN, New York, 1981.

Theil, H.: Principles of Econometrics, John Wiley & Sons, Inc. New York, 1971.

United Nations: Prospects of Population: Methodology and Assumptions, Populations Studies, No. 67. Papers of the Ad Hoc Group of Expert on Demographic Projections, UN. Headquarters, 7-11 November, 1977, ONU - ST/ESA/SER.A/67, New York, 1979.

United Nations: Population Projections; Problems and Solutions (summary of Lectures by John D. Durand; rapporteur); Report of the Workshop on Population Projections, 17-28 March 1980, Budapest, Hungary, p.6; New York, 1981.

United Nations: Model Life Tables for Developing Countries, Population Studies, No. 77, United Nations, New York, 1982.

Wolfenden, H.H.: (1925): Population Statistics and Their Compilation, Reprint, Chicago, University of Chicago Press, 1954.

World Fertility Survey: Marital Status Composition and Fertility, documento presentado a la Quinta Reunión del Grupo de Naciones Unidas para en análisis comparativo de Encuestas Nacionales de Fecundidad del Programa WFS.

Zwart, H.F.A.G.: Inleiding tot de studierichting demografie der niet-westerse gebieden; in: Studiegids 1983/84, Geografisch Instituut, Rijksuniversiteit Groningen, 1983.

\* \* \*