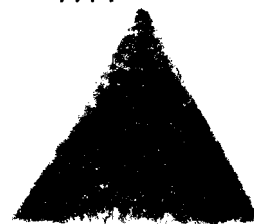


D-4777.06

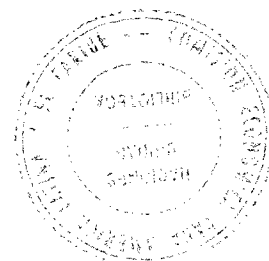
C2

AMERICANO DE DEMOGRAFIA
CELADE - San José

CURSO BASICO DE DEMOGRAFIA
1974



TRABAJO FINAL DE INVESTIGACION



Título : PROYECCION DE LA MORTALIDAD EN COSTA RICA USANDO LA
TECNICA DEL SISTEMA DE BRASS

Autor : Paulino Vivas Alejos

Asesor(es) : Guillermo Macció
Juan Chackiel

DISTRIBUCION INTERNA

San José, Costa Rica
Diciembre de 1974



INDICE

CAPITULO		Página
I	INTRODUCCION.....	1
II	SISTEMA LOGITO.....	2
	2.1 Definición del Logito.....	2
	2.2 Propiedades del Logito.....	3
	2.3 Usos del Logito.....	3
III	INFORMACION BASICA.....	6
IV	ELECCION DE LA TABLA ESTANDAR.....	6
V	DETERMINACION DE LOS PARAMETROS A Y B.....	9
	5.1 Cálculo de A y B.....	9
	5.2 Análisis de los parámetros.....	14
VI	PROYECCION DE LA MORTALIDAD AL AÑO 2000.....	14
VIII	PROYECCION DE LA MORTALIDAD PARA LOS AÑOS INTERME DIOS.....	21
	7.1 Para los años 1980 , 1990.....	21
	7.2 La esperanza de vida al nacer.....	24
	CONCLUSIONES.....	27
	ANEXO A.....	28
	ANEXO B.....	31
	ANEXO C.....	33
	ANEXO D.....	35
	BIBLIOGRAFIA.....	37

INDICE DE CUADROS

Cuadro		Página
1.	Costa Rica: Probabilidades de morir por grupos de edades según tres tablas para los períodos: 1949 - 1961, 1962-1964, 1972-1973.....	7
2.	Costa Rica: Probabilidades de sobrevivencia sobre el nacimiento hasta edades exactas seleccionadas l_x y los correspondientes logitos de las probabilidades de muerte ($Y(x)$) de las tres tablas de vida de los 3 períodos (ambos sexos).....	8
3.	Costa Rica: Probabilidades de sobrevivir \bar{l}_x , logitos de las probabilidades de muerte de la tabla estándar ($Y(x)$) y sus diferencias con los logitos correspondientes en la tabla de vida para tres períodos t . (ambos sexos).....	10
4.	Valores estimados de los parámetros A y B.....	13
5.	Costa Rica: Probabilidades de morir por grupos de edades según tres tablas de vida (ambos sexos)....	19
6.	Costa Rica: Probabilidades de morir por edades quinquenales según cuatro tablas de vida (ambos sexos).....	22
7.	Costa Rica: Evolución de la esperanza de vida al nacer.....	24

INDICE DE GRAFICOS

Gráfico		
1.	Probabilidades de sobrevivencia y de muerte.....	5
2.	Costa Rica: Ajuste lineal de los logitos de las probabilidades de muerte (ambos sexos) de la tabla de vida estándar ($\bar{Y}(x)$), frente a tres tablas de los períodos: 1949-1951, 1962-1964, 1972-1973.....	11
3.	Costa Rica, Diferencia entre los logitos de las probabilidades de muerte de tablas de vida de tres épocas y de la tabla estándar.....	12
4.	Costa Rica, Tendencia del parámetro B, a través del tiempo (extrapolación gráfica).....	16
5.	Costa Rica, Tendencia del parámetro A, a través del tiempo (extrapolación gráfica).....	17
6.	Probabilidades de morir en cinco años ($5q_x$) por edad según cuatro tablas de vida (ambos sexos)....	21

Gráfico	Página
7. Probabilidades de morir por edades quinquenales <u>se</u> gún dos tablas de vida (ambos sexos).....	23
8. Probabilidades de morir por edades quinquenales , según dos tablas de vida (ambos sexos).....	25
9. Probabilidades de morir por edades quinquenales <u>se</u> gún seis tablas de vida (3 observadas y 3 proyecta das) ambos sexos.....	26

INTRODUCCION

Se acepta como una de las funciones más importantes de la Demografía Aplicada, la de estimar el crecimiento de la población y la de sus componentes, que sirvan como base para la planificación económica y social del país.

Siendo la mortalidad una de las componentes que además guarda estrecha relación con el nivel de vida de las poblaciones, es necesario contar con estimaciones confiables de ella, en el futuro. No obstante, para hacer estimaciones consistentes es indispensable basarse en un análisis crítico de las tendencias observadas en el pasado.

Para tal efecto se contó con tres tablas de mortalidad de Costa Rica, cuyos períodos comprende: 1949-1951, 1962-1964 y 1972-1973 respectivamente, en la realización del presente trabajo.

La metodología a usarse, es el Sistema Logito desarrollado por William Brass^{1/}, que al mismo tiempo trata de averiguar cuan apropiado resulta para elaborar una proyección de la mortalidad.

Con este objeto se hace una breve descripción del Sistema Logito primero, luego se ve la selección de la tabla estándar, la determinación de los parámetros y el estudio de la proyección al año 2.000.

^{1/} Brass, W., "Método de generaciones para proyectar tasas de mortalidad", CELADE, Ds/6.

II. SISTEMA LOGITO

A través del tiempo se ha venido tratando de obtener modelos con mayor o menor grado de confiabilidad que faciliten el estudio de la mortalidad. William Brass sostiene que el sistema logito es un modelo que se diferencia de los otros existentes por no ser el resultado de un conjunto de tablas modelos de vida, sino; por ser un conjunto infinito de sistemas de relaciones que generan esas tablas^{2/}. De otra forma se podría definir de la siguiente manera:

2.1 Definición del Logito.

Denotemos con l_x la probabilidad de sobrevivir desde el nacimiento hasta la edad x , de una población cualquiera, con $(1-l_x)$ la probabilidad de morir. Entonces se define el logito de $(1-l_x)$ mediante la expresión:

$$Y(x) = \text{logit } (1-l_x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1-l_x}{l_x}$$

o el logito de l_x como:

$$Y'(x) = \text{logit } l_x = \frac{1}{2} \ln \frac{l_x}{1-l_x}$$

cuya forma general de escribir está dada por la siguiente relación^{3/}

$$Y(x) = \text{Logit } (1-l_x) = A + B Y^S(x)$$

donde $Y^S(x)$, indica los logitos de las probabilidades de muerte de otra población estándar.

Por lo tanto se podría decir también que los logitos son transformaciones de las relativamente complejas relaciones entre las proporciones o probabilidades de sobrevivencia l_x de los diferentes esquemas de mortalidad, en una estructura mucho más simple. Así se tiene que en la

^{2/} Brass, W., "Seminario sobre métodos para medir variables demográficas", CELADE; Serie SD/9, Pag. 81.

^{3/} Chackiel, J., "Aplicación de los logitos al estudio de la mortalidad". CELADE: C 159.

escala l_x , las diferencias entre dos esquemas sean éstas relativas o absolutas, no indican un patrón simple de cambio según la edad. En cambio las diferencias en la escala logito solamente se apartan moderadamente de un nivel constante^{4/}.

2.2 Propiedades del Logito.

A y B son los dos parámetros de la relación lineal ($Y(x)$). Esta relación determina así características que hacen que la función varíe casi linealmente con la variable x (edad).

Los parámetros determinan el nivel de la mortalidad y cierta flexibilidad en el esquema; así por ejemplo: si se considera $B = 1$ y A variable, lo que se consigue es una familia de tablas derivadas de la original (l_x^S) las cuales mantienen las características principales de la mortalidad, tal como se observa en el gráfico 1A.

Ahora si se mantiene constante para un cierto A (negativo) y hacemos variar B se obtendrá una gama de tablas que pasan por un punto en un valor especial, para lo cual el logito de la tabla estándares es cero. Entonces se puede notar que la mortalidad varía más o menos significativamente en términos relativos al principio y al final de la tabla, según que B sea mayor o menor que uno. El gráfico 1B, da una idea de los cambios de la mortalidad al variar B, variación que será fundamental en el estudio de la proyección de la tabla de mortalidad.

2.3 Uso del Logito

Las relaciones modelo pueden proporcionar parámetros sumarios para observaciones de generaciones o periodos de tiempo, los cuales se pueden emplear entonces para estimar las tendencias de la mortalidad.

Los cambios de la mortalidad en periodos largos se notarán principalmente en la traslación de las curvas de sobrevivencia (l_x) o de muerte (${}_nq_x$) como se ve en el gráfico 1. Estos cambios se analizarán

^{4/} Brass, W., "Sobre la escala de la mortalidad" CELADE, Serie SD/7.

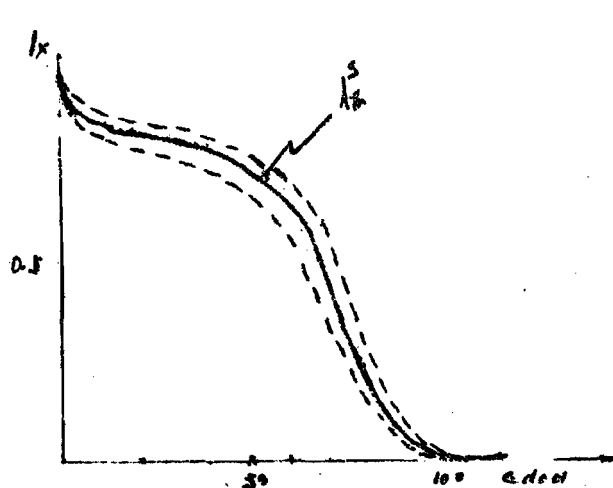
4.

a través de las variaciones de A y B a los cuales está asociado.

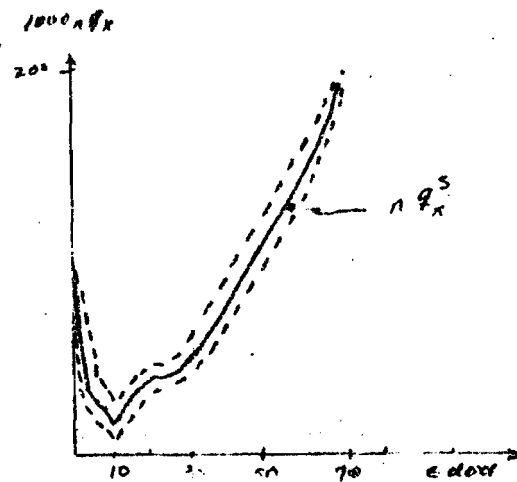
Si las tasas de mortalidad siguen disminuyendo, el valor de A lo hará en relación directa, mientras que B tiende a ser mayor que uno en algunos países desarrollados^{5/}.

^{5/} Brass, W., "Sobre la op cit, Sesión (4)

GRAFICO 1.A

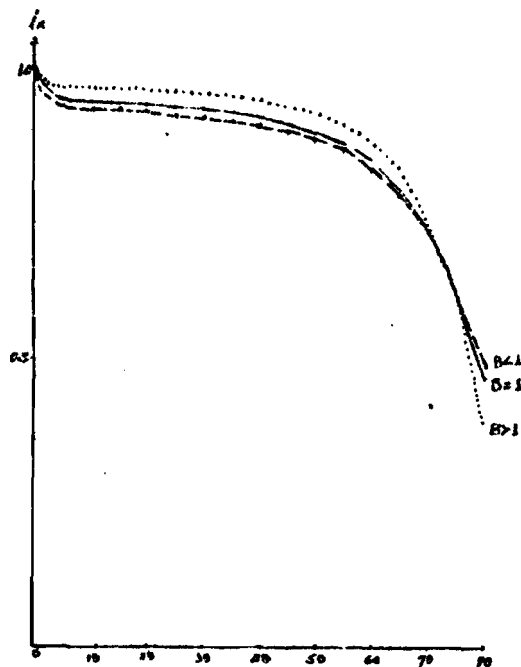


a) Probabilidad de sobrevivencia

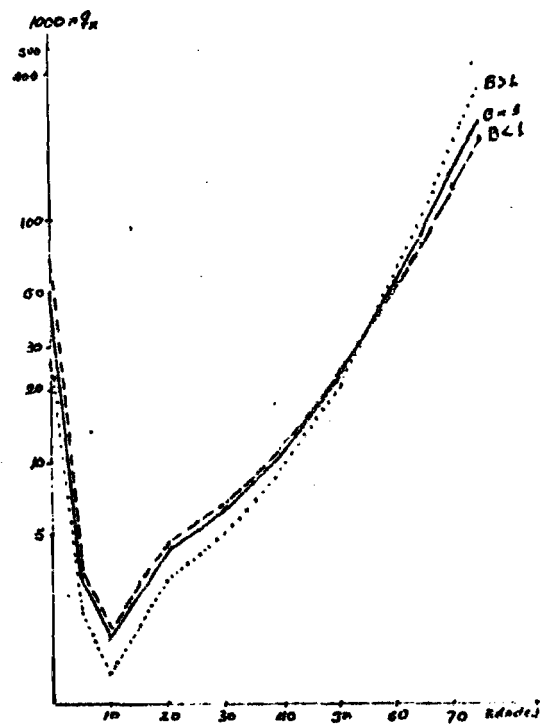


b) Probabilidad de muerte.

GRAFICO 1.B



a) Probabilidad de sobrevivencia (*)



b) Probabilidad de muerte (*)

FUENTE: ANEXO D- Tabla 1

III. INFORMACION BASICA

Para llevar a cabo el presente trabajo se contó con dos tablas de vida completa y una tabla de vida abreviada, las mismas que fueron elaboradas siguiendo los métodos tradicionales, es decir teniendo como elementos, un censo de población levantado en un año determinado y la información relativa a la mortalidad comprendida en un periodo de tres años cuyo año central corresponde al del censo, a excepción de esta última que usó solamente dos años.

Las tres tablas corresponden a los periodos: 1949-1951^{6/}, 1962-1964^{7/} y 1972-1973^{8/}.

De estas tablas se utilizó solamente las probabilidades de morir por edades quinquenales (${}_5q_x$) y la probabilidad de supervivencia desde el nacimiento hasta edades exactas (l_x), los cuales se muestran en el cuadro 1 y 2, donde también se han calculado los logitos de $(1-l_x)$.

IV. ELECCION DE LA TABLA ESTANDAR

Se eligió como tabla estándar de la mortalidad de Costa Rica, para la realización del presente trabajo, al promedio que resulta de los valores de las $Y(x)$, esto es de los logitos de $(1-l_x)$ definidos anteriormente, de tres tablas de vidas elaboradas con procedimientos similares para tres periodos dados, es decir:

$$\bar{Y}(x) = \frac{Y^1(x) + Y^2(x) + Y^3(x)}{3} ; \forall x=0,1,5,10,15...85$$

donde $Y^1(x)$, $Y^2(x)$, $Y^3(x)$ representan los logitos de $(1-l_x)$ correspondientes a los periodos: 1949-1951, 1962-1964 y 1972-1973.

6/ Ministerio de Economía y Hacienda. Dirección General de Estadística y Censos. "Tablas de vida de Costa Rica 1949-1951".

7/ Instituto Centroamericano de Estadísticas, Escuela de Ciencias Económicas - Universidad de Costa Rica. "Tablas de vida de Costa Rica: 1962-1964."

8/ Rincón-García, Trabajo inédito - CELADE-San José.

CUADRO 1

COSTA RICA : PROBABILIDADES DE MORIR POR
GRUPOS DE EDADES SEGUN TRES TABLAS
PARA LOS PERIODOS : 1949-51, 1962-64, 1972-73

Edad x	Probabilidades de morir nq_x		
	1949-1951	1962-1964	1972-1973
0	0.09706	0.08024	0.05126
1	0.06034	0.03113	0.01431
5	0.01361	0.00765	0.00405
10	0.00677	0.00415	0.00253
15	0.00960	0.00573	0.00479
20	0.01563	0.00810	0.00658
25	0.01858	0.01004	0.00767
30	0.02239	0.01253	0.00939
35	0.02784	0.01554	0.01232
40	0.03383	0.02063	0.01656
45	0.04539	0.02815	0.02314
50	0.06162	0.03933	0.03305
55	0.09359	0.06122	0.05016
60	0.13178	0.09543	0.07688
65	0.18928	0.14972	0.12227
70	0.28359	0.22759	0.19362
75	0.39961	0.31684	0.28719
80	0.52108	0.43760	0.41227
85	0.65271	0.59685	---

Cuadro 2

COSTA RICA: PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA
 SOBRE EL NACIMIENTO HASTA EDADES EXACTAS
 SELECCIONADAS $l(x)$ Y LOS CORRESPONDIENTES
 LOGITOS DE LAS PROBABILIDADES DE MUERTE $y(x)$
 DE LAS 3 TABLAS DE VIDA DE LOS 3 PERIODOS.

Edad x	$l(x)$			$y(x)$		
	1949-1951	1962-1964	1972-1973	1949-1951	1962-1964	1972-1973
0	1.00000	1.00000	1.00000	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
1	0.9794	0.91776	0.91574	-1.11516	-1.21955	-1.15911
5	0.84846	0.84113	0.93516	-0.86129	-1.05117	-1.33440
10	0.83691	0.83431	0.93137	-0.81771	-1.01695	-1.30396
15	0.83124	0.83064	0.92901	-0.79722	-0.99925	-1.28579
20	0.82326	0.82559	0.92456	-0.76930	-0.97566	-1.25299
25	0.81039	0.82850	0.91848	-0.72627	-0.94388	-1.21094
30	0.79533	0.82578	0.91143	-0.67868	-0.90673	-1.16561
35	0.77752	0.81901	0.90287	-0.62564	-0.86343	-1.11476
40	0.75587	0.80582	0.89175	-0.56509	-0.81373	-1.05437
45	0.73030	0.81858	0.87678	-0.49207	-0.75338	-0.98207
50	0.69716	0.79554	0.85667	-0.41691	-0.67932	-0.89403
55	0.65420	0.76425	0.82838	-0.31878	-0.58806	-0.78707
60	0.59297	0.71746	0.78683	-0.18813	-0.46595	-0.65296
65	0.51483	0.64899	0.72634	-0.02967	-0.30730	-0.48807
70	0.41738	0.55182	0.63753	0.16677	-0.10401	-0.28233
75	0.29902	0.42623	0.51409	0.42598	0.14862	-0.02819
80	0.17953	0.29118	0.36645	0.75977	0.44483	0.27374
85	0.08598	0.14667	0.21538	1.18187	0.88048	0.64640

La razón fundamental que permitió elegir como tabla estándar al promedio de los logitos, fue debido a la relación de linealidad que existe con cada una de estas tablas para las edades comprendidas entre los 5 y 80 años, tal como se puede apreciar en el gráfico 3 y 4.

Se debe hacer constar que los valores de los logitos ($Y^t(x)$) de cada uno de los períodos mencionados y los logitos de la tabla estándar ($\hat{Y}(x)$) se ajustaron, a una línea recta ($\hat{Y}^t(x)$) respectivamente. Una vez ajustadas estas tres rectas se procedió a calcular el promedio como en el caso antes mencionado para obtener los logitos de la estándar promedio ($\hat{Y}(x)$) los cuales coincidieron con los valores de $\bar{Y}(x)$. (Estos resultados ver en el anexo B).

V. DETERMINACION DE LOS PARAMETROS A Y B.

5.1 Como se manifestó en el párrafo anterior la tabla estándar guarda una relación lineal con cada una de las tres tablas vistas, la cual se puede representar de la siguiente forma:

$$Y(x) = A + B \bar{Y}(x)$$

Ahora para determinar los valores o estimaciones de los parámetros se usó el siguiente criterio:

Se consideró solamente las edades comprendidas entre los 5 y 80 años. No se tomó en cuenta el resto de las edades debido a su errática relación con las edades subsiguientes.

Luego se dividió en dos grupos las observaciones en orden a las edades tanto en los logitos de las tablas de vida observadas como en los logitos de la estándar, constituyendo el primer grupo correspondiente a las edades de 5 a 40 años y el segundo a las edades de 45 a 80 años.

Se obtuvo los valores medios independientemente en cada grupo, haciendo lo mismo con los logitos de la estándar.

El par de valores medios, obtenidos de los $Y(x)$ y de los $\bar{Y}(x)$ constituyen un punto en cada grupo respectivamente.

La línea recta que une estos puntos se toma como el mejor ajuste.

Cuadro 3.

COSTA RICA : PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA \bar{L}_x , LOGITOS DE LAS PROBABILIDADES DE MUERTE EN LA TABLA ESTANDAR $\bar{Y}(x)$, Y SUS DIFERENCIAS CON LOS LOGITOS CORRESPONDIENTES DE LAS TABLAS DE LOS 3 PERIODOS t,

Edad x	$\bar{L}(x)$	$\bar{Y}(x)$	$D(x) = Y(x) - \bar{Y}(x)$		
			1949-1951	1962-1964	1972-1973
0	1.00000	$-\infty$			
1	0.92600	-1.26339	0.14823	0.04384	0.19572
5	0.89702	-1.08229	0.22100	0.03112	-0.25211
10	0.89016	-1.04621	0.22850	0.02926	-0.25775
15	0.88644	-1.02742	0.23020	0.02817	-0.25837
20	0.88065	-0.99932	0.23002	0.02366	-0.25367
25	0.87222	-0.96036	0.23409	0.01648	-0.25058
30	0.86224	-0.91701	0.23833	0.01027	-0.24860
35	0.85016	-0.86794	0.24230	0.00451	-0.24682
40	0.83509	-0.81106	0.24598	-0.00261	-0.24331
45	0.81593	-0.74451	0.24644	-0.00887	-0.23756
50	0.79032	-0.66342	0.24651	-0.01590	-0.23061
55	0.75571	-0.56464	0.24568	-0.02342	-0.22245
60	0.70503	-0.43568	0.24755	-0.03027	-0.21728
65	0.63414	-0.27501	0.24524	-0.03229	-0.21306
70	0.53653	-0.07319	0.23996	-0.03082	-0.20914
75	0.40992	0.18214	0.24384	-0.03352	-0.21033
80	0.27179	0.49278	0.26677	-0.04795	-0.21904
85	0.14114	0.90292	0.27875	-0.02244	-0.25652

Gráfico 2

COSTA RICA: Ajuste lineal de los logitos de las probabilidades de muerte (ambos sexos) de la tabla de vida estándar ($\bar{Y}_{(x)}$) frente a tres tablas de los periodos 1949-1951; ----- 1962-1964 y 1972-1973.

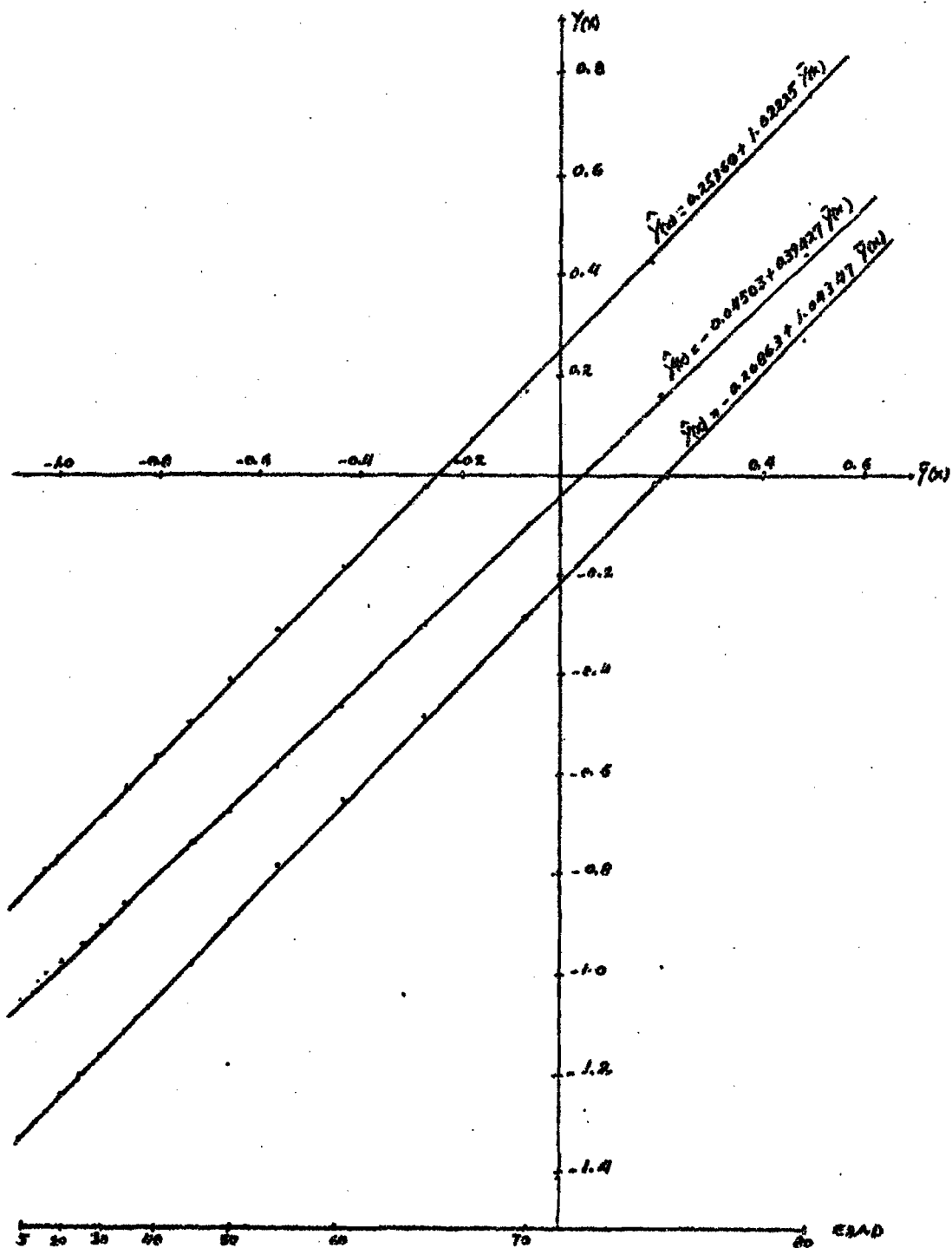
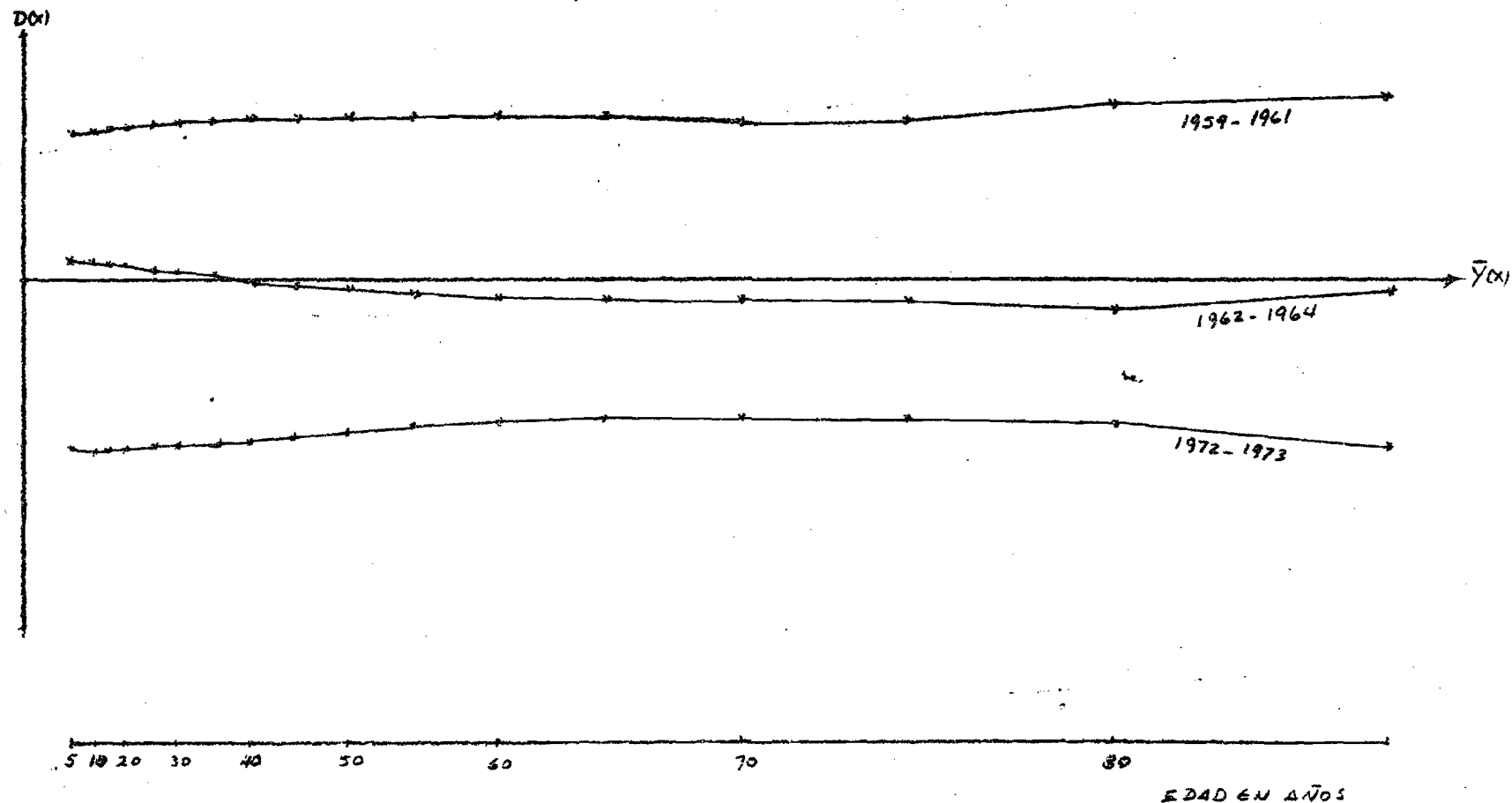


GRAFICO 3

COSTA RICA: DIFERENCIAS ENTRE LOS LOGITOS DE LAS
PROBABILIDADES DE MUERTE DE TABLAS DE VIDA DE
TRES EPOCAS Y DE LA TABLA ESTANDAR.

12.-



El método expresado algebraicamente se puede escribir como^{9/}:

$$\Sigma_1 Y(x) = nA + B \Sigma_1 \bar{Y}(x)$$

$$\Sigma_2 Y(x) = nA + B \Sigma_2 \bar{Y}(x)$$

donde:

n , es el número de observaciones en cada grupo.

Σ_i , denota la suma sobre el grupo i ($i=1,2$)

Resolviendo el sistema se determina los valores de los parámetros A y B , luego se obtiene las rectas requeridas, cuyas ecuaciones se dan más adelante.

Los resultados de las estimaciones se dan en el cuadro 4.

Cuadro 4
VALORES ESTIMADOS DE LOS PARAMETROS A Y B

Periodos	A	B
1949-1951	0.25360	1.02225
1962-1964	-0.04503	0.93427
1972-1973	-0.20824	1.04479

Por lo tanto los logitos ajustados se pueden obtener a través de las siguientes relaciones:

$$\hat{Y}^1(x) = 0.25360 + 1.02225 \bar{Y}(x)$$

$$\hat{Y}^2(x) = -0.04503 + 0.93427 \bar{Y}(x)$$

$$\hat{Y}^3(x) = -0.20863 + 1.04347 \bar{Y}(x)$$

De tal manera que al calcular la tabla estándar a partir de estos datos ajustados ($\hat{Y}(x)$) se logra tener la misma estándar que la obtenida con las tablas observadas, como ya se manifestara en párrafos anteriores.

^{9/} Brass, W., "Sobre la op cit Sesión (5) y (4) pág. 16.

5.2 Análisis de los Parámetros.

Asociando el parámetro A al nivel de la mortalidad observamos que, éste tiene una variación decreciente en función del tiempo, lo cual quiere decir, a medida que la mortalidad va decreciendo, el valor de A va disminuyendo con respecto a la estándar, esto indica que un valor positivo significa una mortalidad superior a la estándar, mientras que un valor negativo un nivel inferior a la estándar.

El parámetro B, varía en torno al valor de uno, pero al tomar valores diferentes de la unidad, se obtiene cierta flexibilidad en el esquema; así cuando B es mayor que uno y se aparta cada vez más de este número, la mortalidad de los primeros años disminuirá y en los años superiores crecerá rápidamente. Cuando B menor que uno ocurre todo lo contrario.

Del examen detenido de estos parámetros se puede llegar a establecer una relación lineal que permite obtener proyecciones de la mortalidad.

VI. PROYECCION DE LA MORTALIDAD AL AÑO 2000

Para la proyección de la mortalidad de ambos sexos se hará uso de la relación propuesta por William Brass, teniendo seleccionada la tabla estándar. El problema radica ahora en hallar el nivel de la mortalidad adecuado para el periodo en que se desea proyectar, el cual estaría representado por A y los cambios relativos según la edad por B.

Se cuenta también con los valores de los parámetros para los periodos 1949-1951, 1962-1964 y 1972-1973, obtenidos de los ajustes de las tres tablas usando la tabla de vida estándar mencionada (ver cuadro 4).

Contando con los elementos necesarios se hizo los primeros intentos de proyección de la mortalidad usando estimaciones lineales y parabólicas para A y haciendo **variar a B** dentro del intervalo de los valores observados (como sugiere Brass)^{10/}, lo cual condujo a resultados que no son plausibles del punto de vista demográfico para el caso de Costa Rica.

^{10/} Brass, W., "Método de generaciones.... op. cit, Sesión (1)

Así por ejemplo la mortalidad en ciertos grupos de edades sobrepasan los límites propuestos por Bourgeois-Pichat^{11/} como límites biológicos no alcanzados aún por las poblaciones de baja mortalidad como en el caso de la línea recta.

En vista de la incongruencia de las proyecciones y debido a criterios demográficos, se optó por estimar el parámetro A en forma gráfica y B tomando valores desde uno hasta un valor máximo que se calculó linealmente.

Para la estimación gráfica de A, se siguió la tendencia del nivel de la mortalidad, de tal manera que se proyectó suavemente sin forzar la curva, tal como muestra el gráfico 4 (ver en el anexo C la comparación de este gráfico con la lineal y la parabólica).

La estimación de A bajo este procedimiento fue de -0.425.

Ahora al evolucionar la mortalidad no solo varía el nivel general (valor de A) sino también el valor de B, que mide los cambios relativos según la edad. Esto lleva a suponer que no alcanza con el valor de B igual a uno, por lo que se modificó adoptando el estimado linealmente correspondiente al año de la proyección, es decir para $B=1.30$ (ver gráfico 5).

Determinado los parámetros se obtiene la siguiente relación fundamental:

$$Y(x) = -0.425 + 1.30 \bar{V}(x)$$

La misma que sirvió para proyectar la mortalidad al año 2000, que en términos de esperanza de vida al nacer alcanzó a 73.39 años para ambos sexos.

Para los cálculos de la tabla de mortalidad proyectada se elaboró un programa de computadora en lenguaje FORTRAN IV (ver anexo A).

^{11/} Nizard-Vallin: "Les plus Faibles Mortalités", Population 1970, Nº 4. Paris, Julio-Agosto 1970.

GRAFICO 4

COSTA RICA: TENDENCIA DEL PARAMETRO "A"
A TRAVES DEL TIEMPO (EXTRAPOLACION GRAFICA).

AÑO	A
1950	0.25360
1963	-0.04503
1973	-0.20863

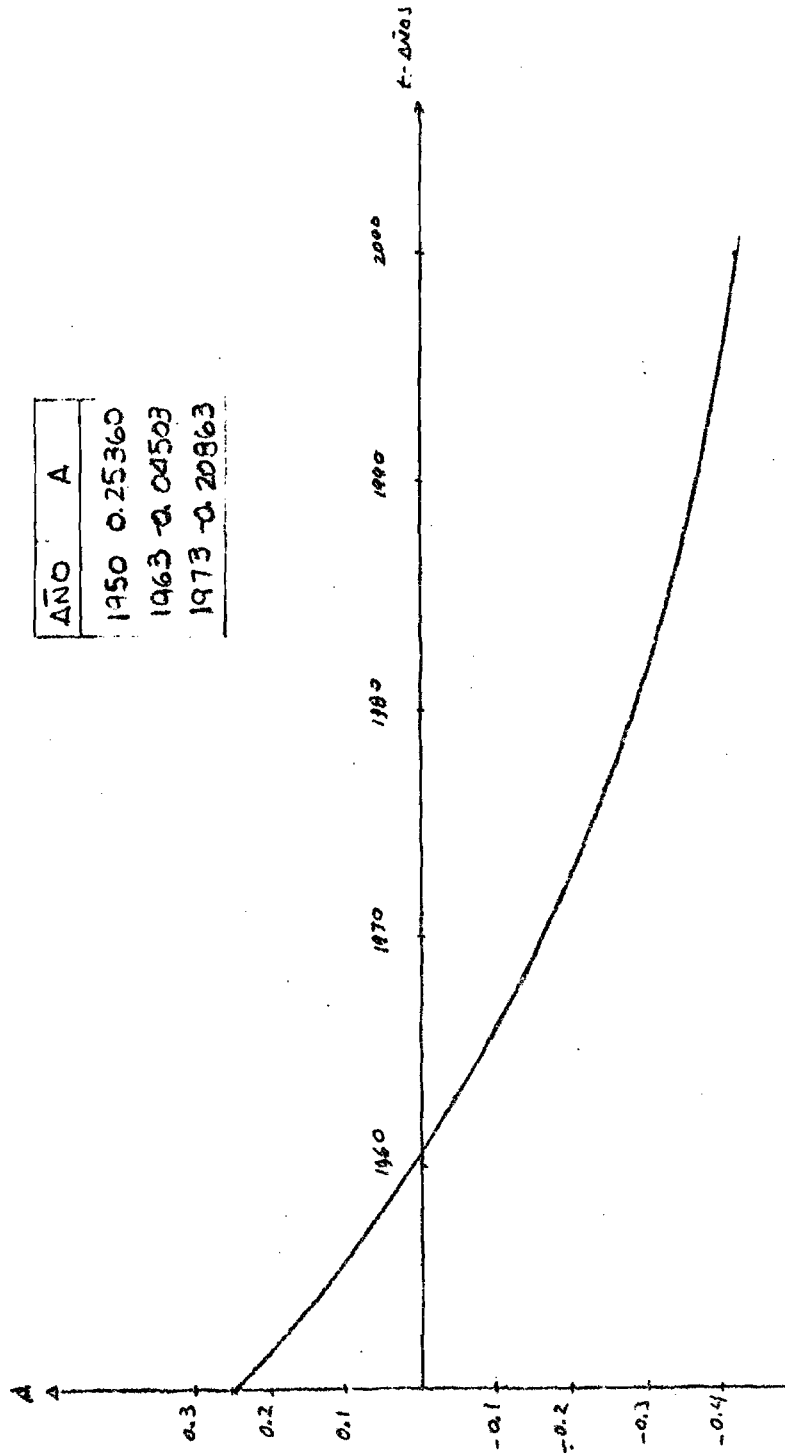
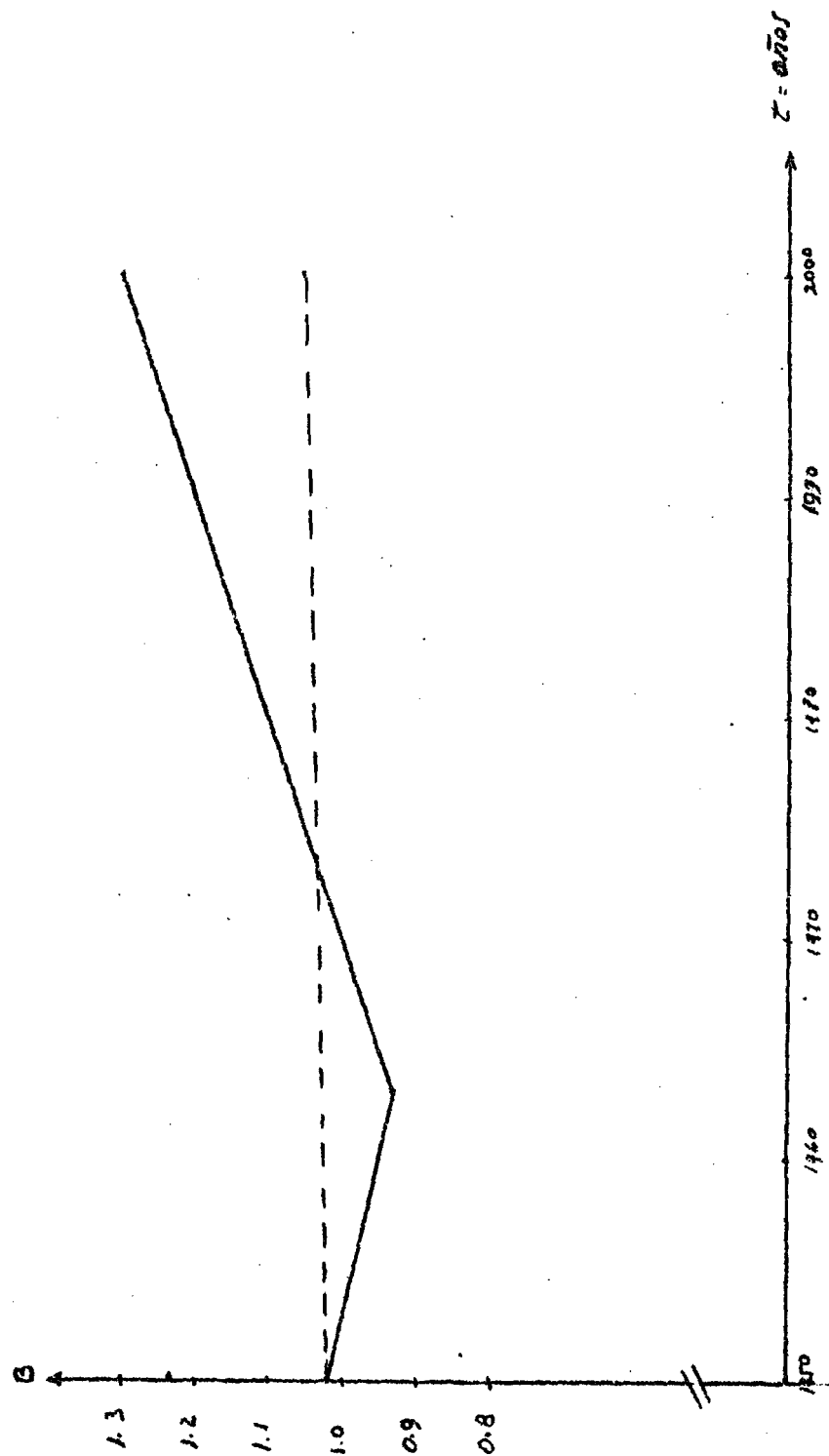


Gráfico 5

COSTA RICA: TENDENCIA DEL PARÁMETRO B
A TRAVÉS DEL TIEMPO (EXTRAPOLACIÓN GRÁFICA)



Los resultados de la proyección de la mortalidad son más concordantes con los patrones de la tabla de vida de Nizard-Vallin, tomado como fuente de comparación, porque en un trabajo reciente de Nizard-Vallin^{12/}, ellos muestran la mortalidad para cada edad y separadamente para cada sexo de los diferentes países con menor mortalidad hacia 1970. Este conjunto de valores mínimos definen una tabla de vida teórica, derivada de las experiencias de mortalidad de distintas poblaciones. Se calculó una tabla de vida para ambos sexos que en razón de su origen se designó como de Nizard-Vallin, a la cual se supone tiene la mortalidad de Costa Rica para el año 2000.

Por otro lado se hace la misma comparación con las tablas de vida modelo "oeste" de Coale Demeny, habiéndose calculado antes la mortalidad para ambos sexos de los niveles 23 y 24 con 73.06 y 75.65 años respectivamente, luego se interpoló la mortalidad por grupos de edades (nqx) para una esperanza de vida al nacer igual al de la proyectada al año 2000 es decir de 79.39 con un nivel de 23.1287.

Se puede llegar a cierta buena aproximación al modelo patrón mencionado, variando A en torno de -0.425 y variando B para valores mayores que uno. Con fines ilustrativos estos resultados se muestran en el anexo D.

En el cuadro 5 están representados las probabilidades de muerte desde el nacimiento de la proyección, de Nizard-Vallin, de Coale Demeny^{13/} modelo "oeste" nivel 23.1287. Todas referentes a ambos sexos. En el gráfico 6, la tabla estándar, la tabla proyectada, la de Coale Demeny y la tabla de Nizard-Vallin.

Del gráfico 6 se desprende que en algunos tramos de edades quinquenales, en especial en el intervalo de los 37.5 años hasta los 65, el nivel de la mortalidad de la proyección es menor que la de los modelos en comparación que en el caso de Nizard-Vallin la esperanza de vida al nacer es mayor, lo que aparentemente no debería ocurrir. Sin embargo se debe tener en cuenta que la probabilidad de sobrevivencia

^{12/} Nizard-Vallin., "Les..... op. cit, Sesión (11)

^{13/} Demeny, Coale, "Regional model life tables and stable populations" Princeton-1966.

CUADRO 5

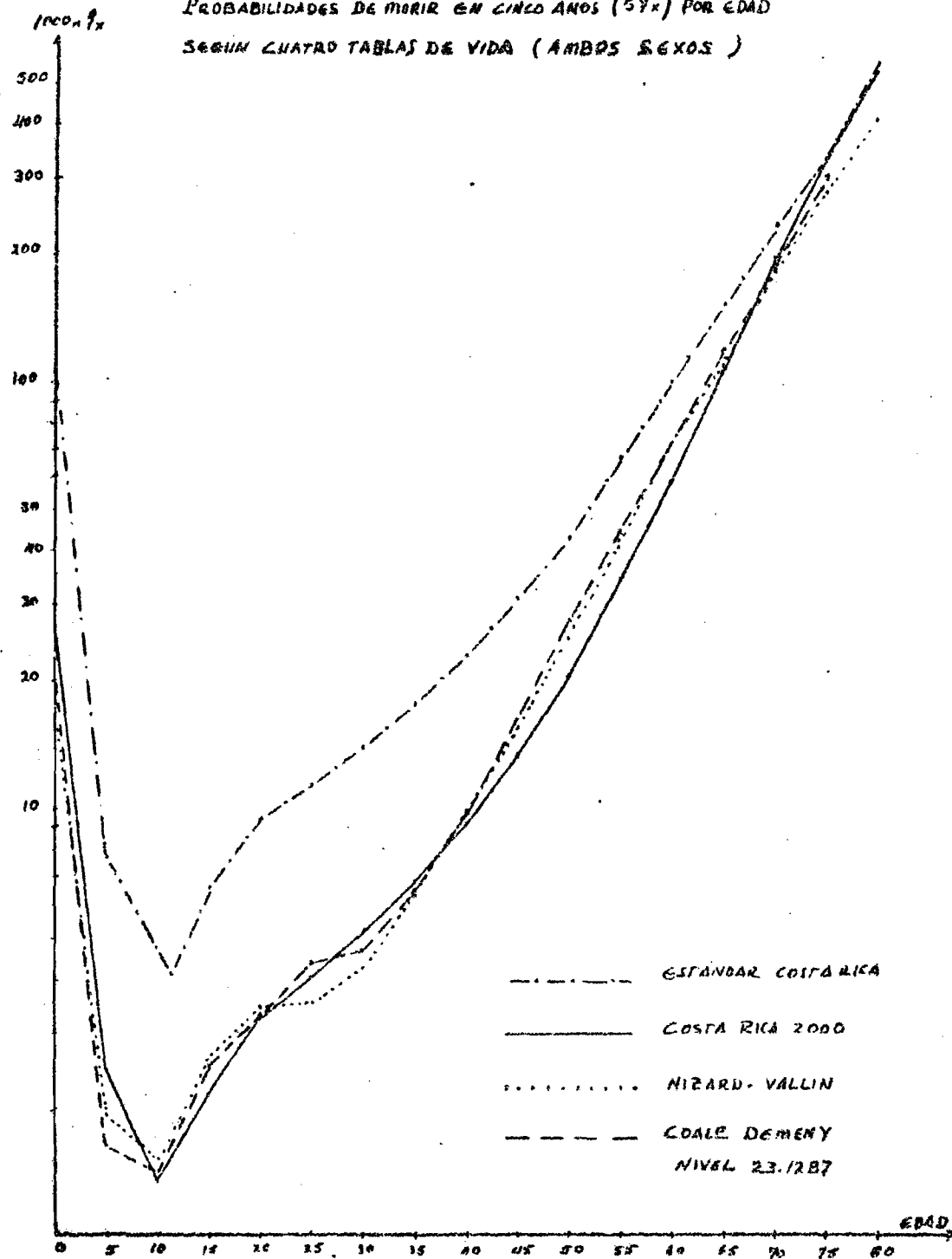
COSTA RICA: PROBABILIDADES DE MORIR POR GRUPOS
DE EDADES SEGUN TRES TABLAS DE VIDA
(AMBOS SEXOS)

Edad	TABLAS DE VIDA		
	COSTA RICA 2000 ^a	NIZARD - VALLIN	COALE DENTAY MNEC 23.1287
0	0.025138	0.016284	0.020161
5	0.002451	0.001921	0.001663
10	0.001367	0.001528	0.001401
15	0.002172	0.002880	0.002597
20	0.003281	0.003460	0.003644
25	0.004037	0.003580	0.004399
30	0.005124	0.004350	0.004682
35	0.006780	0.006310	0.006344
40	0.009235	0.010050	0.009795
45	0.013452	0.015760	0.016662
50	0.020307	0.025330	0.021260
55	0.034170	0.041570	0.045109
60	0.059057	0.073170	0.072388
65	0.106593	0.108580	0.119090
70	0.197453	0.181440	0.194147
75	0.335880	0.281670	0.307397
80	0.535866	0.417000	-----
e ^o	73.39	74.28	73.39

a/ con $A = -0.425$ y $B = 130$

GRAFICO 6

PROBABILIDADES DE MORIR EN CINCO AÑOS (5q_x) POR EDAD
SEGUN CUATRO TABLAS DE VIDA (AMBOS SEXOS)



de la tabla de vida estándar es 0.50 ($l_x^s=0.50$) para las edades comprendidas entre 70 y 75 años, lo que hace que dichas edades influyan o estén más relacionadas en la proyección con aquellas experimentadas en años anteriores, que con el nivel general de mortalidad en un momento determinado. En otros términos se puede expresar: "cada generación lleva consigo su propia ley de mortalidad".^{14/}

Si se tratara que la mortalidad de Costa Rica se aproxime un poco más al patrón límite y cuidando más que todo de que quedara por encima que de coincidir, tendríamos que usar una tabla de vida estándar tal que para $l_x^s=0.50$, correspondiera a edades comprendidas entre los 60-70 años o un poco menos, tal como sucedió en el caso de la proyección de la mortalidad para la Argentina.^{15/}

Para mayores detalles se puede estudiar analíticamente los cambios de A y B vistos en la primera parte a ver ("Aplicaciones de los logit - tos al estudio de la mortalidad" por Juan Chackiel).

VII. PROYECCION DE LA MORTALIDAD PARA LOS AÑOS INTERMEDIOS

7.1 Habiendo aceptado la proyección de la mortalidad para Costa Rica, utilizando la relación: $Y(x) = -0.425 + 1.30 \bar{V}(x)$ donde los parámetros A y B han sido estimados gráfica y linealmente respectivamente, se hizo un intento de proyectar la mortalidad para los años intermedios, tales como para 1980, 1990, usando el mismo criterio de estimación para A y B en ambos casos.

Para 1980 se obtuvo a través de la relación:

$$Y(x) = -0.29 + 1.15 \bar{V}(x)$$

Para 1990 a través de:

$$Y(x) = -0.38 + 1.21 \bar{V}(x)$$

Los resultados se presentan en el cuadro 6.

El gráfico 7 muestra la mortalidad del año 1980, comparada con la tabla modelo de Coale-Demeny, nivel 22, cuya esperanza de vida al nacer es de 70.54 años.

^{14/} Brass, W., "Método.... op. cit Sesión (10) y (1) pág. 16.

^{15/} Somoza, J., "El sistema de tablas de vida de Brass. Aplicación a la Argentina". CELADE B/37.

Quadro 6 :

COSTA RICA PROBABILIDADES DE MORIR POR EDADES
QUINQUENALES SEGUN CUATRO TABULAS DE
VIDA (AMBOS SEXOS)

	TABLA DE VIDA			
	COSTA RICA a) 1980	COSTA RICA b) 1990	CODE DEHUY Nivel 22	CODE DEHUY c) Nivel 22, 7707
0	0.044839	0.033181	0.032164	0.023786
5	0.003830	0.002999	0.002820	0.002009
10	0.002122	0.001670	0.002310	0.001673
15	0.003326	0.002628	0.004102	0.003065
20	0.004964	0.003937	0.005724	0.004271
25	0.006040	0.004821	0.006239	0.004627
30	0.007539	0.006053	0.007345	0.005493
35	0.009381	0.007929	0.009685	0.007365
40	0.013029	0.010657	0.014009	0.011106
45	0.018464	0.015296	0.022166	0.018104
50	0.026933	0.022655	0.034660	0.029627
55	0.043760	0.037562	0.054624	0.048191
60	0.070826	0.062438	0.085450	0.076642
65	0.119273	0.108757	0.135722	0.124651
70	0.204237	0.193996	0.215117	0.201099
75	0.324151	0.320498	0.331852	0.315563
80	0.498959	0.507344	---	---
e ₀	70.59	72.47	70.50	72.47

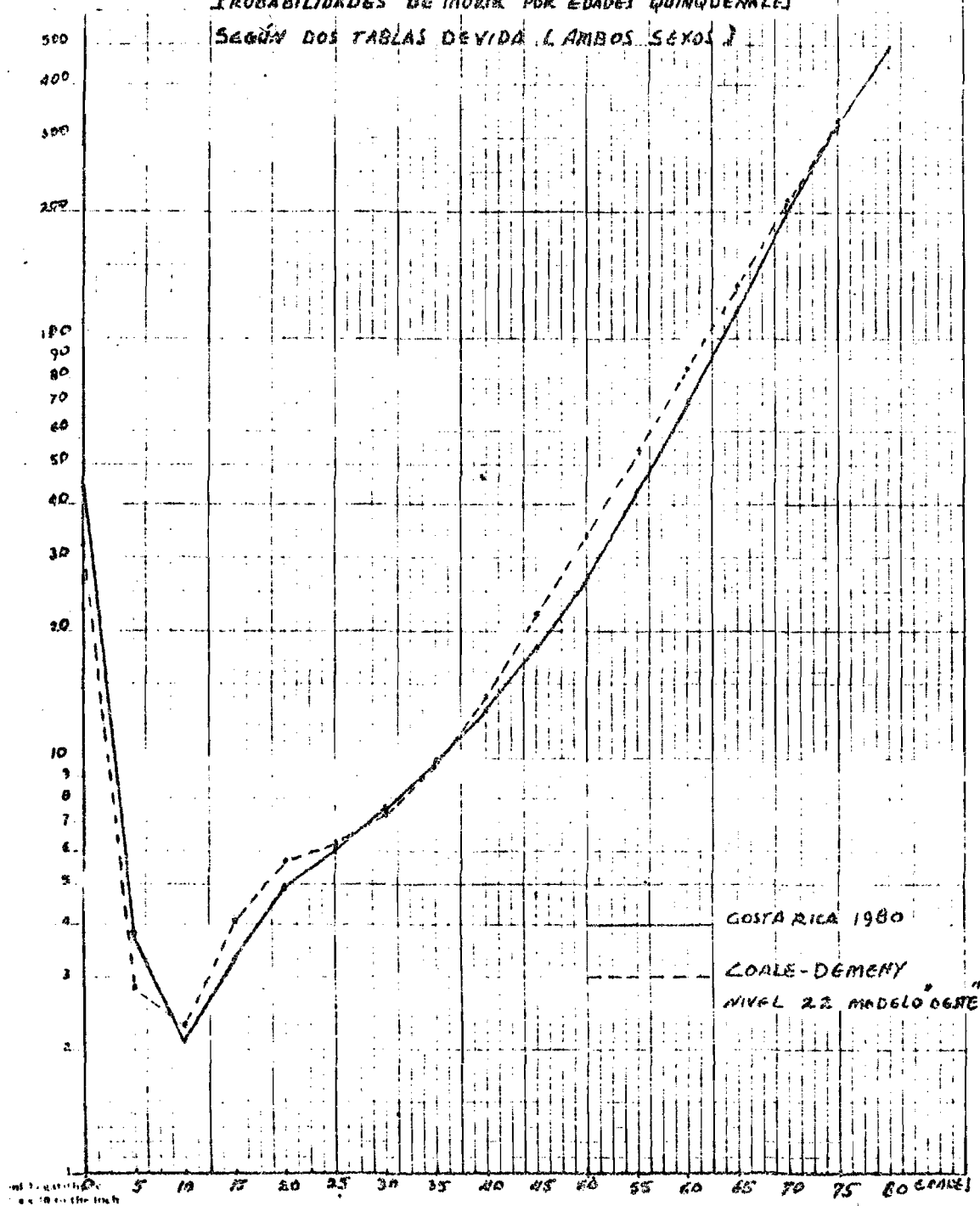
a) $A = -0.29$ $B = 1.15$

b) $A = -0.38$ $B = 1.21$

c) Nivel interpolado entre nivel 22 y 23
con $e_0 = 72.47$.

GRAFICO 7

PROBABILIDADES DE MORIR POR EDADES QUINQUENALES
SEGUN DOS TABLAS DE VIDA (AMBOS SEXOS)



El gráfico 8 presenta la mortalidad del año 1990, comparada con la tabla modelo de Coale-Demeny, nivel 22.7707 (nivel interpolado) con $e_0^0 = 72.47$ años.

En ambos existe coherencia con los modelos, con las restricciones mencionadas antes. Esta gran aproximación nos permite aceptar como plausible dichas estimaciones.

En el gráfico 9 se puede observar la evolución de la mortalidad desde el año 1950 al año 2000. Nótese la semejanza en la estructura en cada nivel.

7.2 La esperanza de vida al nacer.

Analizando en función de los valores de la esperanza de vida al nacer, se puede observar en el cuadro 7.

Cuadro 7
COSTA RICA: EVOLUCION DE LA ESPERANZA DE VIDA AL NACER

Años	e_0^0	Incremento Anual
1950	55.72	
		0.586
1963	63.34	
		0.521
1973	68.55	
		0.291
1980	70.59	
		0.188
1990	72.47	
		0.092
2000	73.39	

Como puede observarse la proyección conduce a una esperanza de vida al nacer de 73.39 años para el final de este siglo. El aumento que es rápido en los primeros años, se hace más lento conforme pasa el tiempo, que también se puede decir, a medida que A crece las ganancias en las esperanzas de vida al nacer se va frenando, pues esta concuerda con la realidad, lo cual demuestra la bondad del método.

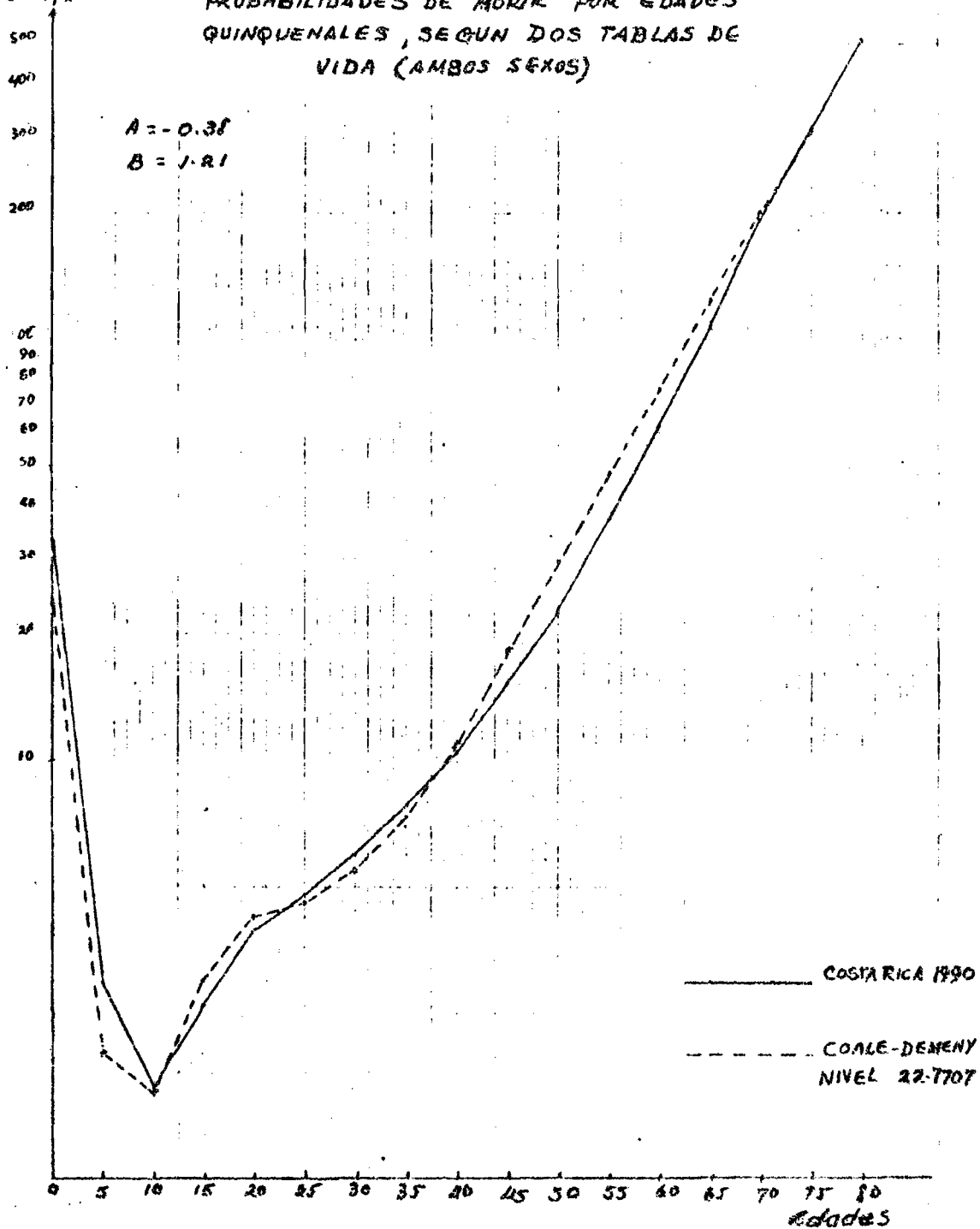
GRAFICO B

1000nqx

PROBABILIDADES DE MORIR POR EDADES
QUINQUENALES, SEGUN DOS TABLAS DE
VIDA (AMBOS SEXOS)

$$A = -0.38$$

$$B = 1.21$$

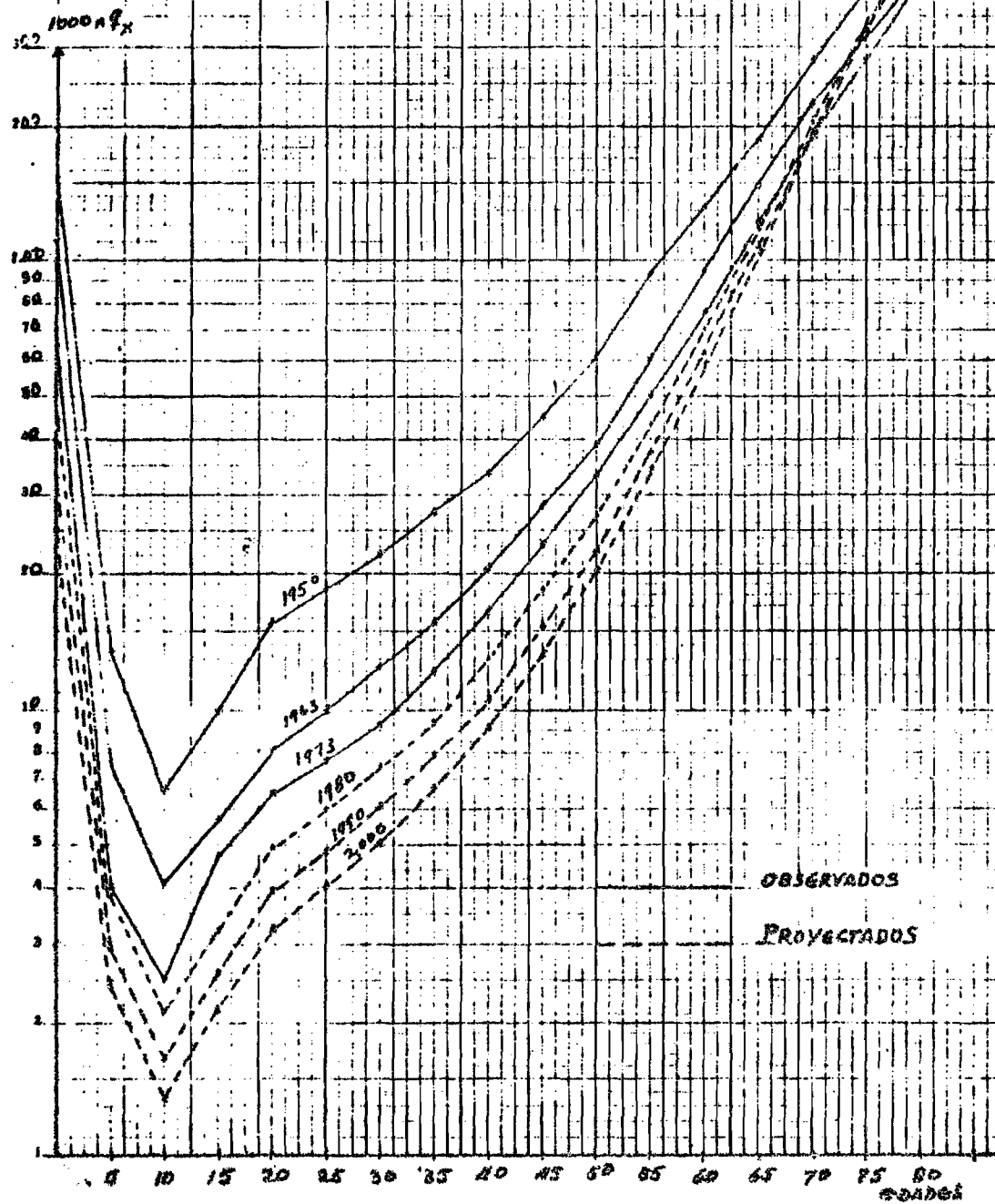


ГЛАВНОЕ

PROBABILIDADES DE MORIR POR CAUSAS QUINQUENALES

SEGUN SUS TABLAS DE VIDA (3 OBSERVAMOS Y 3 OBSER-

VADAS / AMBOS SEXOS



CONCLUSIONES

A partir de la información disponible, como son las tablas de vida de Costa Rica, elaboradas mediante la combinación de un censo de población y con buenas estadísticas vitales, se proyectó la mortalidad al año 2000. Para ello se contó con los dos parámetros A y B que jugaron un rol importante en el análisis del nivel y la estructura de la mortalidad, hasta lograr un nivel de esperanza de vida al nacer muy aceptable, con ciertas restricciones en la estructura de la mortalidad en algunas edades como en el caso de los 20 a 30 años donde parece que existe una sobremortalidad, pero es posible que esto se deba a los efectos del modelo donde la estándar (que es el resultado del promedio de las tres tablas de mortalidad en plena evolución) haya impuesto su estructura en la proyección donde a diferencia de los modelos y de la mortalidad de otras poblaciones con esperanzas de vida al nacer similares, la mortalidad en ese tramo de edades es casi constante. En la proyección sigue creciendo aceleradamente de la misma forma que en poblaciones con alta mortalidad o esperanzas de vida al nacer mucho más bajas.

En las edades de 40 a 65 años se verifica o se confirma la hipótesis planteada por W. Brass, al suponer que el modelo tiende a subestimar la mortalidad en las edades adultas. Este error se puede corregir al seleccionar una tabla estándar en el que $l_x^S = 0.50$, corresponde a edades más jóvenes que el considerado.

Por otro lado al considerar la evolución de la esperanza de vida al nacer, existe mucha concordancia con las hipótesis planteadas por Naciones Unidas que permite reforzar la plausibilidad de la proyección.

ANEXO A.

PROGRAMA DE COMPUTADOR EN LENGUAJE FORTRAN IV
PARA EL CALCULO DE UNA TABLA DE VIDA DADO A Y B


```

      INTEGER XLX, TX, XLL
      DIMENSION TIT(80), YST(100), ALFA(50), IED(100), Y(100), XLX(
* 100), XLL(100), Q(100), TX(100), EX(100)
1  READ 100, NED, TIT
      IF (NED.EQ. 9999) STOP
      READ 110, (IED(I), I= 1,NED)
      READ 120, (YST(I), I= 1,NED)
      READ 110, NALFA, NBETA
      READ 120, (ALFA(I), I=1, NALFA)
      READ 120,(BETA(I), I= 1, NBETA)
      YST(I)= -99.9999
C      FORMATOS
C
C
100  FORMAT(14, 18A4)
110  FORMAT( 20I4)
120  FORMAT (8F10.6)
800  FORMAT ("1",18A4,/, "0", "ALFA=", F10.6, 5X, "BETA=", F10.6, //, "0"
*  , "EDAD, YSTANDARD, YX, LX, QX, LIX, TX, EX", //)
810  FORMAT ("0", I4, 2(F10.6, 2X), I8, 2X, F8.6, 2X, 2(I8, 2X), F10.6)
C
C      COMIENZA CALCULOS COMBINARA CADA VALOR ALFA(I) CON BETA(J)
C
      DO 41 KA= 1, NALFA
      DO 41 JB= 1, NBETA
      DO 11 I= 1, NED
      IF(I.EQ.1) GO TO 11
      Y(I)=ALFA(KA)+BETA(JB)*YST(I)
11  XLX(I)=(1.0/(EXP(2.0*Y(I)+1.0))*100000+0.5
      XLX(1)=100000.0
      Q (NED)=1.0
      DO 19 I=1, NED
      XZZ = XLX(I)
      IF(I.NE.NED) Q(I)=((XLX)=-XLX(I+1))*1.0)/XLX(I)

```

30.

```
XLL(I)=(XLX(I)+XLX(I+1))*2.5+0.5
IF(I.EQ.1)XLL(I)=0.25*XLX(I)+0.75*XLX(I+1)+0.5
IF(I.EQ.2)XLL(I)=1.90*XLX(I)+2.10*XLX(I+1)
IF(I.EQ.NED)XLL(I)=XLX(I)*ALOG10(XZZ)+0.5
19 TX(I)=0.0
   Y(I)=-99.9999
C
C   CALCULO DE TX      EX
C
   DO 27 I=1, NED
   DO 25 IT=1, NED
25 TX(I)=TX(I)+XLL(IT)
27 EX(I)=TX(I)*1.0/XLX(I)
   PRINT 800, TIT, ALFA(KA), BETA(JB)
   DO 31 I=1, NED
31 PRINT810, IED(I), YST(I), Y(I), XLX(I), Q(X), XLL(I), TX(I),
   * EX(I)
41 CONTINUE
   GO TO 1
END
```

ANEXO B

ANEXO B

COSTA RICA DISTRIBUCION DE LOS LOGITOS AJUSTADOS
 PARA 3 PERIODOS, A TRAVES DE $\hat{y}(x) = A + B \hat{y}(x)$ Y
 LA COMPARACION DEL LOGITO ESTANDAR CON EL DEL
 ESTANDAR ESTIMADO.

Edad x	$\hat{y}(x)$			$\hat{y}(x)$	$\bar{y}(x)$
	1949-1951	1962-1964	1972-1973		
0	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
1	-1.03790	-1.22538	-1.52694	-1.26341	-1.26339
5	-0.85277	-1.05618	-1.33797	-1.08231	-1.08229
10	-0.81589	-1.02247	-1.30032	-1.04623	-1.04621
15	-0.79668	-1.00492	-1.28071	-1.02744	-1.02742
20	-0.76796	-0.97867	-1.25139	-0.99934	-0.99932
25	-0.72813	-0.94054	-1.21074	-0.96056	-0.96036
30	-0.69062	-0.90799	-1.17245	-0.91709	-0.91701
35	-0.63965	-0.85592	-1.11430	-0.86796	-0.86794
40	-0.57551	-0.80278	-1.05175	-0.81108	-0.81106
45	-0.50748	-0.74060	-0.98550	-0.74453	-0.74451
50	-0.42458	-0.66481	-0.90089	-0.66344	-0.66342
55	-0.32360	-0.57256	-0.79782	-0.56466	-0.56464
60	-0.19177	-0.45207	-0.66325	-0.43570	-0.43568
65	-0.02753	-0.30196	-0.49560	-0.27503	-0.27501
70	0.17878	-0.11341	-0.28500	-0.07321	-0.07319
75	0.43980	0.12514	-0.01857	0.18212	0.18214
80	0.75734	0.41536	0.30557	0.49276	0.49278
85	1.17661	0.79854	0.73354	0.90290	0.90292

Periodos :

$$1949-1951: \hat{y}(x) = 0.25360 + 1.02225 \bar{y}(x)$$

$$1962-1964: \hat{y}(x) = -0.04503 + 0.93427 \bar{y}(x)$$

$$1972-1973: \hat{y}(x) = -0.20863 + 1.04347 \bar{y}(x)$$

$$\hat{y} = \frac{\sum \hat{y}(x)}{3}$$

ANEXO C

TENDENCIA DE PARÁMETRO A ATRAVÉS DEL TIEMPO

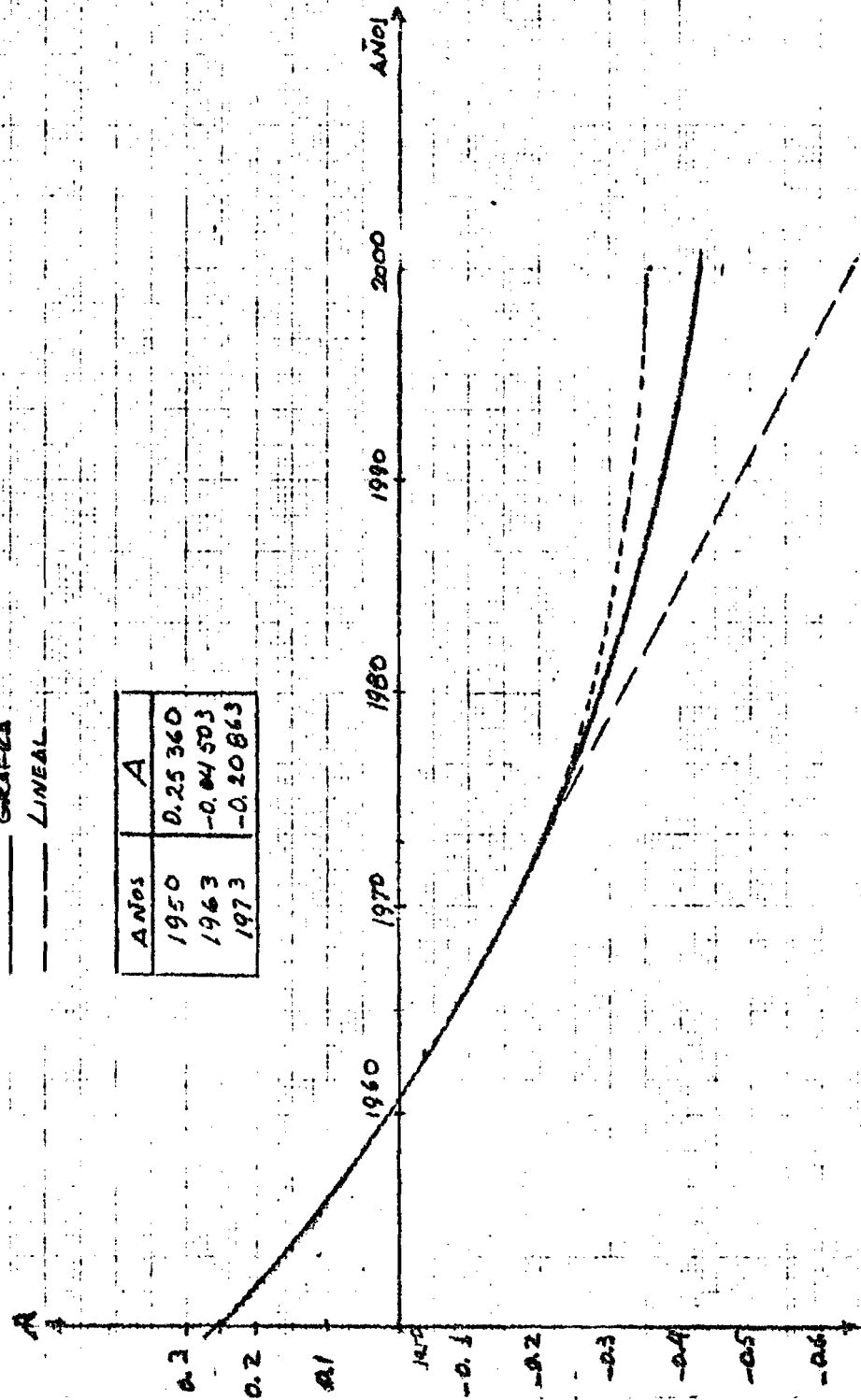
EXTRAPOLACIÓN

PARABÓLICO

GRÁFICA

LINEAL

Años	A
1950	0.25360
1963	-0.04503
1973	-0.20863



ANEXO D

TABLA I

VARIACIONES QUE SUFRE EL NIVEL DE LA MORTALIDAD
PROYECTADA CUANDO B TOMA VALORES DIFERENTES

Edad X	A = - 0.425		
	B		
	1.30	1.0	0.9
0	0.025138	0.047239	0.068103
5	0.002451	0.003493	0.003830
10	0.001367	0.001905	0.002098
15	0.002172	0.002495	0.003255
20	0.003281	0.004422	0.004786
25	0.004037	0.005302	0.005691
30	0.005124	0.006548	0.006947
35	0.006780	0.008377	0.008793
40	0.009235	0.010953	0.011356
45	0.013452	0.015251	0.015567
50	0.020307	0.021767	0.021822
55	0.034470	0.034487	0.033821
60	0.059057	0.054356	0.051415
65	0.106953	0.089555	0.083019
70	0.197453	0.152324	0.137192
75	0.335880	0.247036	0.218115
80	0.535866	0.404260	0.357432
e°	73.38	72.77	72.41

TABLA 2

COMPARACION DE LA MORTALIDAD PROYECTADA CON
OTROS NIVELES DE MORTALIDAD. Y CON EL NIVEL B

edad	B = 130		
	α		
X	PROYECTADA - 0.425	- 0.435	- 0.400
0	0.025138	0.024625	0.026403
5	0.002451	0.002399	0.002567
10	0.001367	0.001346	0.001441
15	0.002172	0.002130	0.002279
20	0.003281	0.003207	0.003441
25	0.004037	0.003931	0.004231
30	0.005124	0.005162	0.005384
35	0.006780	0.006649	0.007109
40	0.009235	0.009069	0.009681
45	0.013452	0.013203	0.014088
50	0.020307	0.019935	0.021245
55	0.034470	0.033871	0.036019
60	0.059057	0.058087	0.061530
65	0.106593	0.105023	0.110581
70	0.197453	0.195113	0.203333
75	0.335680	0.333222	0.342457
80	0.535866	0.533917	0.540711
e%	73.39	73.54	72.98

BIBLIOGRAFIA

1. Brass, William. "Método de generaciones para proyectar tasas de mortalidad". Serie DS Nº 6, San José, Costa Rica.
2. Brass, William. "Sobre la escala de la mortalidad". CELADE DS Nº 7.
3. Brass, William. "Seminario sobre métodos para medir variables demográficas" CELADE-Serie SO Nº 9 San José, Costa Rica, 1972.
4. Chackiel, Juan. "Aplicación de los logitos al estudio de la mortalidad". CELADE- C 159 San José, Costa Rica.
5. Ministerio de Economía y Hacienda. Dirección General de Estadística y Censos. "Tablas de Costa Rica 1949-1951".
6. Instituto Centroamericano de Estadísticas. Escuela de Ciencias Económicas-Universidad de Costa Rica. "Tablas de vida de Costa Rica: 1962-1964."
7. Rincón-García, Trabajo inédito. CELADE, San José, Costa Rica.
8. Somoza Jorge L., "El sistema de tablas de vida de Brass. Aplicación a la Argentina". CELADE B/37. San José, Costa Rica.
9. Naciones Unidas. "Modelos de Mortalidad por sexo y edad". (Tablas modelo de mortalidad para países insuficientemente desarrollados) ST/SDA/Serie A/22.
10. Naciones Unidas. "Métodos para preparar proyecciones de población por sexo y edad." Manuel III, ST/SDA/Serie A/. Estudios sobre población Nº 25.
11. Nizard, Vallin. "Les plus faibles mortalités", Population 1970, Nº 4. Paris Julio-Agosto 1970.
12. Coale-Demeny. "Regional model life table and stable populations" Princeton 1963.

