APLICACIONES DEL MODELO DE POBLACION MALTUSIANA PROPUESTO POR BOURGEOIS-PICHAT

Antonio Ortega
(CELADE)

APPLICATIONS OF THE MALTHUSIAN POPULATION PATTERN PROPOSED BY BOURGEOIS-PICHAT

SUMMARY

The subject of this article deals with the various forms given to the Malthusian population pattern, frequently used in different demographic fields, by Bourgeois-Pichat in his document "The concept of stable populations: Application to the studies of populations of countries with incomplete demographic statistics". Bourgeois-Pichat, starting from the same Lotka's Malthusian population definition, develops a series of analytical relations that enable him to reach different final forms of the Malthusian population pattern, depending on the already known data. Some typical examples have been considered in this article.

1. *Introducción*

El documento *El concepto de población estable: Aplicación al estudio de la población de países que no tienen buenas estadísticas demográficas*, de Bourgeois-Pichat, publicado por las Naciones Unidas,[1/] constituye una fuente de ideas valiosas en relación con los modelos de población. El tema central es la estimación de variables demográficas, fundamentalmente a partir de las denominadas redes de poblaciones estables.

Este artículo se limita a un tema que puede llamarse introductorio, que son las diferentes formas que da el autor, a lo largo del documento, al modelo de población maltusiana (de aquí en adelante MPM o PM), utilizado frecuentemente en diversos campos de la demografía. Bourgeois-Pichat, partiendo de la misma definición de PM de Lotka,

1/ Bourgeois-Pichat, *El concepto de población estable: Aplicación al estudio de la población de países que no tienen buenas estadísticas demográficas*, Naciones Unidas, ST/SOA/Serie A/39, Nueva York, 1970.

desarrolla una serie de relaciones analíticas que le permiten expresar el modelo en términos de distintas variables conocidas, como por ejemplo, la estructura por edad de la población. Además, en ese documento se amplía la definición de PM, según se verá más adelante.

Se presentará primero, en forma breve, la definición de Lotka, y posteriormente algunas variantes utilizadas por Bourgeois-Pichat.

2. *El* MPM *de Lotka*

Según Lotka, una PM es aquélla en que la curva de supervivencia y la distribución por edad son invariables. Se demuestra que en tales poblaciones las tasas de natalidad, mortalidad y crecimiento permanecen constantes en el tiempo, mientras que la población, el número de nacimientos y el número de muertes crecen (o decrecen) según la ley exponencial. Las fórmulas finales del modelo son las siguientes:

$$c(a) = b\ e^{-ra}p(a) \tag{1}$$

$$b = \frac{1}{\int_o^w e^{-ra}p(a)da} \tag{2}$$

$$d = b - r \tag{3}$$

donde, $c(a)$ representa la distribución por edad, b la tasa de natalidad, r la tasa de variación natural, $p(a)$ la probabilidad, al momento del nacimiento, de llegar con vida a la edad a, y d la tasa bruta de mortalidad. Tal como está planteado, $p(a)$ y r son los datos para resolver este modelo.

Por otra parte, si además de la curva de supervivencia $p(a)$, se conocen las tasas de fecundidad femenina por edad $m(a)$, se puede derivar una relación adicional,

$$\int_o^w e^{-ra}p(a)m(a)da = 1 \tag{4}$$

que permite calcular en forma endógena la tasa de variación natural $r = \rho$, llamada tasa intrínseca de crecimiento que, como demuestra Lotka, no depende de la distribución por edad arbitraria de la población. Se llega entonces al modelo de población estable.

3. *Distintas formas dadas al* MPM

Por su parte, Bourgeois-Pichat, partiendo de la misma definición de Lotka, desarrolla una serie de relaciones adicionales. De esta manera, determina un subconjunto H de todas las PM, en el cual se conoce la mortalidad por edad, otro subconjunto F en el cual se da la distribución por edad de la población, y un tercer subconjunto G, donde se conoce la distribución por edad de las defunciones. En cada caso, el conocimiento de una condición adicional, tal como la tasa de variación natural, la tasa de natalidad, la distribución de la población o de las muertes para una edad dada, etc., determina una PM particular, o un número reducido de ellas.

De hecho, Bourgeois-Pichat amplía la definición de Lotka. Del supuesto de que la distribución por edad y la curva de supervivencia no cambian, se deduce que otras características demográficas también permanecen constantes, entre ellas la distribución por edad de las muertes. De este modo, dice Bourgeois-Pichat, pueden considerarse tres funciones de la edad, que permanecen invariables: la distribución por edad de la población $c(a)$, la curva de supervivencia $p(a)$, y la distribución por edad de las defunciones $d(a)$. Combinando dos a dos estas funciones se obtienen tres pares, cada uno de los cuales conduce a una PM. En vista de ello, el autor generaliza la definición en la siguiente forma: *Una* PM *es aquélla en que dos de las tres funciones* $p(a)$, $c(a)$, $d(a)$, son invariables, definición que permite llegar a una PM a partir del conocimiento de la distribución por edad de las muertes.

En los puntos siguientes se considerará, resumidamente, la forma que toma el MPM en cada uno de los tres subconjuntos, para un caso particular, a saber, cuando la información adicional es la tasa de variación natural. Este caso es el de mayor importancia, ya que los restantes pueden resolverse formando una ecuación en r, volviéndose, en consecuencia, a este primer ejemplo.

A. *Determinación de una* PM *cuando se conoce la ley de mortalidad por edad* $p(a)$

En este caso, se supone que la curva de supervivencia es constante y dada, mientras que, de acuerdo con la definición de PM, la distribución por edad es constante, pero no dada. El conocimiento de una característica adicional permite determinar, en general, una PM.

a) *Tasa de variación natural conocida*

Cuando la característica adicional es la tasa de variación natural r_o, caemos en la forma analítica del modelo planteada por Lotka, que viene dada por las ecuaciones (1) a (3). En notación discontinua, estas relaciones pueden escribirse en la siguiente forma:

$$ {}_nC_a = b\ e^{-r\alpha}\ {}_nL_a \qquad (5)$$

$$ = \frac{1}{\Sigma\ e^{-r\alpha}\ {}_nL_a} \qquad (6)$$

siendo ${}_nC_a$ la proporción de personas con edades entre a y $a+n$, α es la edad mediana de cada grupo y ${}_nL_a$ la población estacionaria del grupo de edades correspondiente.

En el cuadro 1 se ilustra el cálculo de las diversas características de una PM, a partir de esta forma básica. Tanto en este ejemplo como en los siguientes, se han utilizado los datos correspondientes a la población femenina de Guatemala, año 1964. La distribución relativa del producto de estas cantidades da, en la columna (6), la estructura por grupos de edades de la población. A su vez, la tasa de natalidad resulta

$$b = \frac{1}{22{,}35634} = 0{,}04473$$

y la tasa bruta de mortalidad

$$d = 0{,}04473 - 0{,}02800 = 0{,}01673$$

Finalmente, en la columna (7) se presentan las tasas de mortalidad por edad ${}_nm_a$, correspondientes a la ley de supervivencia conocida. El producto de estas tasas por la distribución por edad da el número de defunciones por grupos de edades, incluido en la última columna.

Cuadro 1

SUBCONJUNTO $H(r)$. CALCULO DE LA DISTRIBUCION POR EDADES DE LA POBLACION Y LAS DEFUNCIONES, EN UNA POBLACION MALTUSIANA FEMENINA QUE TIENE UNA MORTALIDAD IGUAL A LA DE LA POBLACION FEMENINA DE GUATEMALA EN 1964 Y UNA TASA DE VARIACION NATURAL IGUAL A 0,028

Edad mediana α (1)	Grupos de edades $a, a+n-1$ (2)	Población estacionaria ${}_nL_a$ (3)	$e^{-r\alpha}$ para $r = 0{,}028$ (4)	Producto de las dos columnas anteriores $e^{-r\alpha}\,{}_nL_a$ (5)
Total		*49,01129*		*22,35634*
0,5	0	0,92932	0,98610	0,91640
3,0	1 - 4	3,34331	0,91943	3,07394
7,5	5 - 9	3,93007	0,81058	3,18564
12,5	10 - 14	3,82500	0,70469	2,69544
17,5	15 - 19	3,76000	0,61263	2,30349
22,5	20 - 24	3,67091	0,53259	1,95509
27,5	25 - 29	3,56406	0,46301	1,65020
32,5	30 - 34	3,44744	0,40252	1,38766
37,5	35 - 39	3,31829	0,34994	1,16120
42,5	40 - 44	3,18099	0,30422	0,96772
47,5	45 - 49	3,02977	0,26448	0,80131
52,5	50 - 54	2,84929	0,22993	0,65514
57,5	55 - 59	2,62050	0,19989	0,52381
62,5	60 - 64	2,31667	0,17377	0,40257
67,5	65 - 69	1,93023	0,15107	0,29160
72,5	70 - 74	1,47167	0,13134	0,19329
77,5	75 - 79	0,98487	0,11418	0,11245
82,5	80 - 84	0,54014	0,09926	0,05361
87,5	85 y más	0,29876	0,08629	0,02578

(continúa)

Cuadro 1 (continuación)

SUBCONJUNTO $H(r)$. CALCULO DE LA DISTRIBUCION POR EDADES DE LA POBLACION Y LAS DEFUNCIONES, EN UNA POBLACION MALTUSIANA FEMENINA QUE TIENE UNA MORTALIDAD IGUAL A LA DE LA POBLACION FEMENINA DE GUATEMALA EN 1964 Y UNA TASA DE VARIACION NATURAL IGUAL A 0,028

Edad mediana α (1)	Distribución por edad ${}_nC_a$ (6)	Tasas de mortalidad ${}_nm_a$ (7)	Defunciones ${}_nD_a = m_a \cdot C_a$ (8)	Distribución por edad de las defunciones ${}_nd_a$ (9)
Total	*1,00000*			*1,00000*
0,5	0,04099	0,11053	0,00453	0,27207
3,0	0,13750	0,02938	0,00404	0,24264
7,5	0,14249	0,00715	0,00102	0,06126
12,5	0,12057	0,00320	0,00039	0,02342
17,5	0,10304	0,00400	0,00041	0,02463
22,5	0,08745	0,00550	0,00048	0,02883
27,5	0,07381	0,00640	0,00047	0,02823
32,5	0,06207	0,00704	0,00044	0,02643
37,5	0,05194	0,00820	0,00043	0,02583
42,5	0,04329	0,00884	0,00038	0,02282
47,5	0,03584	0,01075	0,00039	0,02342
52,5	0,02930	0,01400	0,00041	0,02463
57,5	0,02343	0,02000	0,00047	0,02823
62,5	0,01801	0,03000	0,00054	0,03243
67,5	0,01304	0,04400	0,00057	0,03423
72,5	0,00865	0,06600	0,00057	0,03423
77,5	0,00503	0,09650	0,00049	0,02943
82,5	0,00240	0,14700	0,00035	0,02102
87,5	0,00115	0,23500	0,00027	0,01622

b) *Otros casos*

En la obra que nos ocupa, si la información adicional conocida es diferente de r, se obtienen modelos que difieren de la forma planteada por Lotka. Por ejemplo, si, además de la curva de supervivencia, se conoce la distribución por edad de las defunciones a una edad dada $d(a_o)$, se obtiene la relación

$$d(a_o) = \frac{e^{-ra_o}\ p(a_o)\ q(a_o)}{\int_o^w e^{-ra} p(a) q(a) da} \qquad (7)$$

siendo $q(a)$ la tasa instantánea de mortalidad a la edad a. Se tiene entonces una ecuación donde la única incógnita es r, con la cual se puede calcular dicha tasa de variación natural, volviéndose por lo tanto, al caso anterior. En este ejemplo, dependiendo del valor conocido de $d(a_o)$, la relación (7) tiene ninguna, una o dos soluciones. Sin embargo, en un problema particular, resulta a veces fácil descartar la raíz que no corresponde al modelo buscado.

B. *Determinación de una* PM *cuando se conoce la distribución por edad de la población* $c(a)$

En este caso, la distribución por edad de la población es constante y dada, mientras que la curva de supervivencia es constante pero no conocida. Teniendo, además, información sobre otra característica de la población, se puede obtener una PM particular o, en el peor de los casos, un número reducido de ellas. Este enfoque tiene muchas aplicaciones prácticas posibles, en vista de que es relativamente fácil conocer la estructura por edad de una población a través de los resultados de un censo.

A continuación, se considera el caso en que la condición adicional es la tasa de variación natural. Si la distribución por edad de la población se conociera en forma continua, no surge ningún inconveniente para resolver el modelo. Partiendo de la relación (1), y teniendo en cuenta que $c(o) = b$, puede escribirse la fórmula,

$$p(a) = \frac{c(a)}{c(o)} e^{ra} \qquad (8)$$

que permite calcular la ley de supervivencia a sucesivas edades, y de aquí, las restantes funciones demográficas.

En la práctica, la distribución sólo se conoce por grupos de edades, lo cual plantea algunos problemas, especialmente porque no se conoce la tasa de natalidad, por lo que se obtienen las funciones desde una cierta edad (uno o dos años) en adelante. Para completar el cálculo a todas las edades, hace falta una estimación independiente de b, para lo cual se requiere alguna información adicional.

En el campo discreto (o discontinuo), suponiendo que se conoce la distribución de la población para menores de 1 año, de 1 a 4 años, grupos quinquenales hasta los 85 años, y un grupo abierto final, las fórmulas para el cálculo de las tasas de supervivencia son las siguientes:

$$e^{5r} \frac{C_{a+5}}{C_a} = \frac{L_{a+5}}{L_a} = \frac{p(a+7{,}5)}{p(a+2{,}5)} \qquad (9)$$

$$e^{4{,}5r} \frac{C_{5-9}}{C_{1-4}} \frac{4}{5} = \frac{p(7{,}5)}{p(3)} \qquad (10)$$

$$e^{2{,}5r} \frac{C_{1-4}}{C_o} \frac{1}{4} = \frac{p(3)}{p(0{,}5)} \qquad (11)$$

$$e^{0,5r}\ \frac{C_o}{b_o} = \frac{p(0,5)}{p(0)} \tag{12}$$

La relación (9) permite calcular las tasas desde los 7,5 años en adelante, mientras que para las edades menores se aplican las fórmulas (10) a (12).

Veamos el cálculo de las características maltusianas, a partir de la estructura por edad de la población femenina de Guatemala en 1964 y de una estimación de la tasa de variación natural $r = 0,028$, igual a la del ejemplo anterior. En el cuadro 2 se incluyen los detalles del cálculo.

Cuadro 2

SUBCONJUNTO $F(r)$. CALCULO DE LAS FUNCIONES DE MORTALIDAD EN UNA POBLACION MALTUSIANA FEMENINA QUE TIENE UNA DISTRIBUCION POR GRUPOS DE EDADES AJUSTADA A LA POBLACION CENSAL FEMENINA DE GUATEMALA DE 1964 Y UNA TASA DE VARIACION NATURAL IGUAL A 0,028

Edad mediana α (1)	Grupos de edades $a, a+n-1$ (2)	Distribución por edad ${}_nC_a$ (3)	$\frac{C_{a+5}}{C_a}$ b/ (4)	Multiplicador e^{kr} c/ (5)
Total				
0	b/	0,0450 a/	0,91111	1,01410
0,5	0	0,0410	0,84756	1,07251
3,0	1 - 4	0,1390	0,84029	1,13428
7,5	5 - 9	0,1460	0,84589	1,15027
12,5	10 - 14	0,1235	0,84858	1,15027
17,5	15 - 19	0,1078	0,84160	1,15027
22,5	20 - 24	0,0882	0,84014	1,15027
27,5	25 - 29	0,0741	0,83941	1,15027
32,5	30 - 34	0,0622	0,83601	1,15027
37,5	35 - 39	0,9520	0,82500	1,15027
42,5	40 - 44	0,0429	0,80420	1,15027
47,5	45 - 49	0,0345	0,79420	1,15027
52,5	50 - 54	0,0274	0,77737	1,15027
57,5	55 - 59	0,0213	0,76056	1,15027
62,5	60 - 64	0,0162	0,70370	1,15027
67,5	65 - 69	0,0114	0,65789	1,15027
72,5	70 - 74	0,0750	0,57333	1,15027
77,5	75 - 79	0,0043	0,55814	1,15027
82,5	80 - 84	0,0024	0,54167	1,15027
87,5	85 y más	0,0013		

(continúa)

Cuadro 2 (continuación)

SUBCONJUNTO $F(r)$. CALCULO DE LAS FUNCIONES DE MORTALIDAD EN UNA POBLACION MALTUSIANA FEMENINA QUE TIENE UNA DISTRIBUCION POR GRUPOS DE EDADES AJUSTADA A LA POBLACION CENSAL FEMENINA DE GUATEMALA DE 1964 Y UNA TASA DE VARIACION NATURAL IGUAL A 0,028

Edad mediana α	Producto de las dos columnas anteriores $\frac{C_{a+5}}{C_a} e^{kr}$	Probabilidades de muerte $_kq_\alpha$ c/	Sobrevivientes $p(\alpha)$	Defunciones entre $\alpha, \alpha+k$ c/	Sobrevivientes entre $a, a+n$ $_nL_a$
(1)	(6)=(4)x(5)	(7)=(1)-Col.(6)	(8)	(9)=(7)x(8)	(10)= nxCol.(8)
Total					Σ*47,72956*
0	0,92396	0,07604	1,00000	0,07604	
0,5	0,90902	0,09098	0,92396	0,08406	0,92396
3,0	0,95312	0,04688	0,83990	0,03937	3,35960
7,5	0,97300	0,02700	0,80053	0,02161	4,00265
12,5	0,97610	0,02390	0,77892	0,01862	3,89460
17,5	0,96807	0,03193	0,76030	0,02428	3,80150
22,5	0,96638	0,03362	0,73602	0,02474	3,68010
27,5	0,96554	0,03446	0,71128	0,02451	3,55640
32,5	0,96164	0,03836	0,68677	0,02634	3,43385
37,5	0,94897	0,05103	0,66043	0,03370	3,30215
42,5	0,92504	0,07496	0,62673	0,04698	3,13365
47,5	0,91355	0,08645	0,57975	0,05012	2,89875
52,5	0,89419	0,10581	0,52963	0,05604	2,64815
57,5	0,87485	0,12515	0,47359	0,05927	2,36795
62,5	0,80945	0,19055	0,41432	0,07895	2,07160
67,5	0,75676	0,24324	0,33537	0,08158	1,67685
72,5	0,65949	0,34051	0,25379	0,08642	1,26895
77,5	0,64201	0,35799	0,16737	0,05992	0,83685
82,5	0,62306	0,37694	0,10745	0,04050	0,53725
87,5		1,00000	0,06695	0,06695	0,33475

a/ Tasa bruta de natalidad.
b/ La primera cifra de la columna representa la relación C_0/b, la segunda $C_{1-4}/4C_0$ y la tercera $4C_{5-9}/5C_{1-4}$
c/ La primera cifra de la columna corresponde a $k = 0,5$, la segunda a $k = 2,5$, la tercera a $k = 4,5$ y todas las demás a $k = 5$.

En la columna (3) se presenta la estructura por grupos de edades, la cual ha sido suavizada en forma gráfica. Basándose en la información disponible, se ha estimado una tasa de natalidad $b = 0,045$ por mil. Aplicando las relaciones (9) a (12) se obtienen las probabilidades de supervivencia presentadas en la columna (6). Con estas probabilidades se han calculado en las columnas (7) a (10) algunas funciones principales de la tabla de vida.

Una vez que se conocen estas funciones, las restantes se pueden calcular en la forma indicada en el cuadro 1.

C. *Determinación de una* PM *cuando se conoce la distribución por edad de las defunciones* $d(a)$

Se dijo al comienzo del punto 3, que Bourgeois-Pichat amplía la definición de PM, como aquella población en que dos de las tres funciones, $p(a)$, $c(a)$ y $d(a)$, son invariables. Esta definición le permite llegar a una PM a partir del conocimiento de las muertes por edades. En consecuencia, introduce un subconjunto G, de PM, en el cual la distribución por edad de las muertes es constante y conocida, mientras que la curva de supervivencia y la distribución de la población son constantes pero no dadas.

Como en los ejemplos anteriores, se considera el modelo resultante cuando se conoce adicionalmente la tasa de variación natural. Para este caso, Bourgeois-Pichat deduce la siguiente relación básica, en términos de las variables conocidas:

$$p(a) = 1 - \frac{\int_o^a d(a)\ e^{ra}\ da}{\int_o^w d(a)\ e^{ra}\ da} \qquad (13)$$

El hecho que en la práctica sólo se conozca la distribución por grupos de edades no plantea aquí ningún problema especial. En el cuadro 3 se presenta el cálculo de las funciones de mortalidad de la PM calculada basándose en la distribución de las defunciones de la población femenina de Guatemala, promedio de los años 1963 a 1965, y la tasa de variación natural $r = 0{,}028$. Al aplicar la fórmula (13) se obtiene, en la columna (8), la función de supervivencia $p(a)$. La última columna $_nL_a$ se ha calculado por trapecios, salvo en los extremos, donde se han empleado relaciones más aproximadas.

Una vez conocida la función de supervivencia, resulta fácil calcular las restantes características, empleando las relaciones (1) y (2).

4. *Conclusiones*

Partiendo de la definición de PM, o sea, ley de supervivencia y distribución por edad constante, Bourgeois-Pichat desarrolla, en el trabajo a que nos referimos, una serie de relaciones analíticas que le permiten llegar a diferentes formas finales del MPM, dependiendo de cuáles son los datos conocidos. En este artículo se han considerado algunos ejemplos típicos.

Comparando los resultados de los cuadros 1 a 3, se puede encontrar una concordancia satisfactoria entre los diversos procedimientos. Sin embargo, obviamente, no cabe esperar que esta concordancia se verifique en todos los casos; para ello sería necesario que los datos correspondan a un país que se aproxime al modelo maltusiano, que dichos datos no contengan errores de importancia, que la migración internacional no haya sido en el pasado muy importante o que se pueda hacer abstracción de su efecto, etc. Pero el propósito del desarrollo de estos modelos alternativos no es tanto hacer estimaciones. Su interés radica fundamentalmente en su enorme valor formativo para el demógrafo, ya que permiten aclarar las relaciones analíticas que pueden establecerse entre las diferentes variables demográficas. Estas relaciones, corrientemente, quedan ocultas cuando se analizan en forma empírica los datos reales.

Cuadro 3

SUBCONJUNTO $G(r)$. CALCULO DE LAS FUNCIONES DE MORTALIDAD EN UNA POBLACION MALTUSIANA FEMENINA QUE TIENE UNA DISTRIBUCION DE LAS DEFUNCIONES POR GRUPOS DE EDADES IGUAL A LA DE LA POBLACION FEMENINA DE GUATEMALA EN 1963-1965 Y UNA TASA DE VARIACION NATURAL IGUAL A 0,028

Edad mediana α (1)	Grupos de edades a, $a+n-1$ (2)	Distribución de las defunciones por grupos de edades ${}_nd_a$ a/ (3)	$e^{r\alpha}$ para r= 0,028 (4)	Producto de las dos columnas anteriores $e^{r\alpha}\,{}_nd_a$ (5)
Total				
0,5	0	0,23744	1,01410	0,24079
3,0	1 - 4	0,26577	1,08763	0,28906
7,5	5 - 9	0,07101	1,23368	0,08760
12,5	10 - 14	0,02462	1,41907	0,03494
17,5	15 - 19	0,02442	1,63232	0,03986
22,5	20 - 24	0,02876	1,87761	0,05400
27,5	25 - 29	0,02734	2,15977	0,05905
32,5	30 - 34	0,02668	2,48432	0,06628
37,5	35 - 39	0,02723	2,85765	0,07781
42,5	40 - 44	0,02387	3,28708	0,07846
47,5	45 - 49	0,02115	3,78104	0,07997
52,5	50 - 54	0,02503	4,34924	0,10886
57,5	55 - 59	0,02535	5,00281	0,12682
62,5	60 - 64	0,04010	5,75460	0,23076
67,5	65 - 69	0,03131	6,61937	0,20725
72,5	70 y más	0,09992	7,61409	0,76080

(continúa)

Cuadro 3 (continuación)

SUBCONJUNTO $G(r)$. CALCULO DE LAS FUNCIONES DE MORTALIDAD EN UNA POBLACION MALTUSIANA FEMENINA QUE TIENE UNA DISTRIBUCION DE LAS DEFUNCIONES POR GRUPOS DE EDADES IGUAL A LA DE LA POBLACION FEMENINA DE GUATEMALA EN 1963-1965 Y UNA TASA DE VARIACION NATURAL IGUAL A 0,028

Edad mediana α	Totales acumulados por grupos de edades $\sum_{0}^{a} e^{r\alpha} {}_nd_a$	Distribución por grupos de edades de los totales acumulados	Sobrevi- vientes a la edad a $p(a)$ a/	Población estacionaria ${}_nL_a$
(1)	(6)	(7)=(6)/2,5423	(8)	(9)
Total				*47,20793*
0,5	0,24079	0,09471	1,00000	0,92897
3,0	0,52985	0,20841	0,90529	3,38239
7,5	0,61745	0,24287	0,79159	3,87180
12,5	0,65239	0,25661	0,75713	3,75130
17,5	0,69225	0,27229	0,74339	3,67775
22,5	0,74625	0,29353	0,72771	3,58545
27,5	0,80530	0,31676	0,70647	3,47428
32,5	0,87158	0,34283	0,68324	3,35102
37,5	0,94939	0,37344	0,65717	3,20932
42,5	1,02785	0,40430	0,62656	3,05565
47,5	1,10782	0,43575	0,59570	2,89988
52,5	1,21668	0,47857	0,56425	2,71420
57,5	1,34350	0,52846	0,52143	2,48242
62,5	1,57426	0,61922	0,47154	2,13080
67,5	1,78151	0,70074	0,38078	1,70010
72,5	2,54231	1,00000	0,29926	2,99260

a/ Igual a uno menos la cifra de la columna (7) del grupo anterior.