

# ESTIMACION DE LA FECUNDIDAD A BASE DE INFORMACION SOBRE HIJOS NACIDOS VIVOS, RECOGIDA EN CENSOS SUCESIVOS\*

Carmen Arretx

## FERTILITY ESTIMATES DERIVED FROM INFORMATION ON CHILDREN EVER BORN USING DATA FROM SUCCESSIVE CENSUSES

### SUMMARY

In the majority of developing countries fertility estimates -annual fertility rates- must be prepared on the basis of information from population censuses since information from vital records or from institutionalized surveys is inadequate.

It is thus highly important to find out which is the best way of utilizing census information. This paper presents a method for estimating fertility from data on total number of children ever born reported by women at two censuses. The analysis is based on the comparison, for the same cohort of women (born within the same quinquennial period), of the average number of children per woman at two consecutive censuses. For the calculation of rates a very mathematical function (a third degree polynomial), proposed by Brass to describe age-specific fertility, is used.

This method has been applied to the 1940, 1950, 1960 and 1970 Brazilian censuses. Its primary advantage, in comparison to other procedures used for the same purpose and which involve an hypothesis of constant fertility, lies in the fact that it may be used even in those cases where fertility in the population under study is changing.

### INTRODUCCION

La información sobre el número de hijos nacidos vivos tenidos por las mujeres, recogida en censos sucesivos, permite analizar el comportamiento de la fecundidad por cohortes. El procedimiento tiene un fundamento teórico que es, en esencia, el mismo del método presentado por el profesor Mortara<sup>1/</sup> para derivar tasas anuales de fecundidad por edad de las mujeres, a partir de datos similares recogidos en un solo censo. El análisis por cohorte presenta una ventaja importante sobre el análisis transversal: no requiere del supuesto de constancia de la fecundidad a través del tiempo.

Parece casi innecesario señalar el interés por ensayar procedimientos de esta naturaleza en países de América Latina, y seguramente en otras regiones del mundo, donde, por una parte, los registros de hechos vitales adolecen aún de limitaciones serias para estimar las

variables demográficas y, en consecuencia, se recurre a informaciones censales para suplirlas o complementirlas. Por otra parte, se observa en algunos de nuestros países que la fecundidad muestra indicios de estar descendiendo, por lo que se hace necesario utilizar procedimientos más flexibles que los que suponen la constancia de la fecundidad.

En este documento se presenta un procedimiento que, utilizando el análisis por cohorte, conduce a tasas anuales de fecundidad por edad de las mujeres, para períodos intercensales. El objetivo principal es metodológico; se trata más bien de presentar los principios y supuestos básicos del método e ilustrar su aplicación a un caso concreto. No se trata, en cambio, de examinar críticamente aquí las informaciones que se utilizan en la ilustración ni de evaluar los resultados alcanzados. No obstante, se dejan establecidas qué condiciones mínimas, en cuanto a calidad, deben reunir las informaciones básicas.

El documento está constituido por dos capítulos: en el primero se describe el procedimiento y en el segundo se presenta la aplicación del método a datos del Brasil, con algunos comentarios.

\* Documento presentado a la Conferencia General de Población (27 de agosto - 1° de septiembre de 1973, Lieja, Bélgica), organizada por la Unión Internacional para el Estudio Científico de la Población.

<sup>1/</sup> Mortara, G., *Métodos relativos al uso de las estadísticas censales*, Naciones Unidas, ST/SOA/Serie A/7, Nueva York, 1949.

## I. DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

### *Ideas básicas*

En los censos de población se incluye, cada vez con mayor frecuencia, una o varias preguntas tendientes a investigar el número de hijos nacidos vivos tenidos por las mujeres durante toda su vida, hasta la fecha del censo. Esta información, relacionada con el número de mujeres, proporciona el promedio de hijos por mujer clasificadas por edad. En general, la tabulación se ha estado haciendo por grupos quinquenales de edades. Este promedio se simboliza, en lo que sigue, con  ${}_5h_x$ , donde  $x$  indica la edad inicial del grupo quinquenal a que se refiere el promedio. Este concepto se generaliza para un intervalo,  $n$ , de cualquier amplitud. En símbolos,  ${}_n h_x$  representa el número medio de hijos de mujeres con edades entre  $x$  y  $x+n$ . En el límite para  $n$  tendiendo a 0, se tiene  $H(x)$ , que simboliza el promedio de hijos por mujer de edad exacta  $x$ :

$$\lim_{n \rightarrow 0} {}_n h_x = H(x)$$

Es oportuno destacar que estas funciones,  ${}_n h_x$  y  $H(x)$ , que representan el número medio de hijos por mujer según la edad, están referidas a un momento dado. Reflejan la fecundidad acumulada hasta ese momento por mujeres de diferentes edades.

El promedio de hijos por mujeres con edades entre  $x$  y  $x+5$  ( ${}_5 h_x$ ), corresponde a la fecundidad acumulada por las mujeres hasta una edad exacta  $I$ , intermedia a  $x$  y  $x+5$ . Esto es:

$${}_5 h_x = H(I) \quad x \leq I \leq x+5$$

La edad  $I$  puede determinarse empíricamente, en forma aproximada, si se cuenta con la información por edad detallada, o analíticamente, en forma exacta, si se adopta una función matemática que represente el número de hijos por mujer según edad, en una población considerada en un momento dado. Como se verá más adelante, cualquiera de las dos soluciones conduce prácticamente a los mismos resultados. Cabe hacer notar que la edad  $I$  es, en general, diferente a la edad central del grupo quinquenal de edades. Por ejemplo, para el grupo de edades 15-20 años, el valor de  $I$  puede ser 17,8, en tanto que la edad central vale 17,5. Es conveniente disponer del valor de la función  $H(x)$  para 17,5 y no para 17,8. Es un problema de fácil solución estimar ( $Hx$ ) para edades convenientes: 17,5, 22,5, ..., 52,5, 57,5, a partir de valores conocidos de  $H(I)$  para valores de  $I$  cualesquiera, no coincidentes, en general, con esa serie de edades.

Vamos a suponer que se han logrado valores de  $H(x)$  para  $x = 17,5, 22,5, \dots, 57,5$ , a partir de un censo de población. (Más adelante se ilustran los detalles de esta

elaboración). Si se cuenta con la información de  $H(x+2,5)$ , proveniente de dos censos sucesivos, que se simbolizarán en lo que sigue con  $z$  y  $z+n$ , se tendrá:  $H^z(x+2,5)$  la fecundidad acumulada (promedio de hijos por mujer) por las mujeres con edad  $x+2,5$  en el censo  $z$ .

$H^{z+n}(z+n+2,5)$  la fecundidad acumulada por las mujeres con edad exacta  $x+n+2,5$ , en el censo  $z+n$ .

Para simplificar la exposición, sin restar validez al razonamiento, se asigna a  $n$  el valor 10, que equivale frecuentemente a la extensión del período intercensal.

Si se acepta que:

a) la fecundidad acumulada por las mujeres hasta una edad determinada es independiente de la mortalidad, es decir, las mujeres sobrevivientes al momento del censo con edad  $x$  han alcanzado la misma fecundidad que la que habrían tenido las mujeres fallecidas de haber sobrevivido; y

b) la población femenina en el período intercensal de 10 años (desde  $z$  a  $z+10$ ) ha permanecido cerrada, lo que equivale a decir que se trata de una misma cohorte de mujeres observadas en dos momentos dados:  $z$  y  $z+10$ .

Se tendrá, en consecuencia, que la diferencia:

$$(1) H^{z+10}(x+12,5) - H^z(x+2,5)$$

representa la fecundidad del período  $z$  a  $z+10$  de la cohorte de mujeres que en el censo  $z$  tenía  $x+2,5$  años y que en el censo  $z+10$  alcanza la edad  $x+12,5$ .

El valor de esa diferencia es, en general, mayor que cero. A lo sumo puede tener, si las hipótesis se verifican, un valor igual a cero. En otras palabras, los datos observados deben satisfacer la siguiente condición:

$$H^{z+10}(x+12,5) \geq H^z(x+2,5)$$

en caso contrario, los datos deben ajustarse a fin de hacerlos compatibles con las hipótesis mencionadas: a) no selectividad y b) no migración.

Una medida anual de la fecundidad expresada en la relación (1) estará dada por el cociente entre esa diferencia y el tiempo vivido durante el decenio y dentro del período fértil. Se simbolizará con  $t$  ese tiempo vivido.

Como es habitual, aceptemos que el período fértil está limitado por el intervalo entre los 15 y 50 años. El tiempo vivido con exposición al riesgo de procrear, en el período  $z$  a  $z+10$ , depende, naturalmente, de la edad de las mujeres. Si se considera la edad en el momento  $z+10$  se tiene:

i) El conjunto de mujeres que alcanza edades: 27,5, 32,5, ..., 47,5 años en  $z+10$ , y que tenía en el censo anterior, tomado diez años antes, las edades: 17,5, 32,5, ..., 37,5, respectivamente. Cualquiera de ellas estuvo expuesta al riesgo de tener hijos durante los diez años; en consecuencia  $t=10$ .

Cuadro 1

TIEMPO  $t$  VIVIDO ENTRE  $z$  Y  $z+10$  DENTRO DEL TRAMO DE  
EDADES 15 A 50 AÑOS

Edad en $z$	Edad en $z+10$	Tiempo $t$ vivido entre $z$ y $z+10$ , dentro del tramo 15-50 años
7,5	17,5	2,5
12,5	22,5	7,5
17,5	27,5	10,0
22,5	32,5	10,0
27,5	37,5	10,0
32,5	42,5	10,0
37,5	47,5	10,0
42,5	52,5	7,5
47,5	57,5	2,5

- ii) Las mujeres que alcanzan la edad 22,5 en  $z+10$ , tenían 12,5 en  $z$ ; en consecuencia, vivieron expuestas a riesgo sólo 7,5 años en virtud del supuesto de iniciación del período fértil. En este caso  $t=7,5$ .
- iii) Las mujeres que tienen 17,5 en  $z+10$ , han estado expuestas a riesgo sólo 2,5 años;  $t=2,5$ .
- iv) Las mujeres que en  $z+10$  tienen 52,5 años, tenían en  $z$ , 42,5 años, y en atención al supuesto sobre término del período fértil, la fecundidad la acumularon hasta los 50 años; en consecuencia,  $t=7,5$ .
- v) Las mujeres que en  $z+10$  tenían 57,5 años, tenían en  $z$  47,5 años, y su fecundidad la acumularon sólo hasta los 50 años; por lo tanto,  $t=2,5$ .

En el cuadro 1 se sintetiza este análisis.

Hasta aquí se tienen tasas anuales de fecundidad intercensales a través de la relación:

$$(2) \frac{1}{t} [ H^{z+10}(x+12,5) - H^z(x+2,5) ]$$

Resta por determinar la edad, o el grupo de edades, a que puede asignarse esa tasa anual. Queda claro, por cierto, que esa edad, o grupo, se ubica entre las edades  $x+2,5$  y  $x+12,5$ .

La asignación de la edad (o el grupo de edades) puede hacerse en forma empírica, utilizando información por edad detallada, o en forma analítica, si se adopta una función matemática que represente la fecundidad por edades. Cualquiera de las dos formas conducen a resultados muy parecidos. Cabe advertir que si se asigna la fecundidad a grupos de edades,

conviene que éstos sean mutuamente excluyentes y que cubran todo el período de vida fértil.

*Adopción de un modelo matemático*

a) *Determinación de la edad exacta a que corresponde el promedio de hijos por mujeres clasificadas en grupos quinquenales de edades*

Las ideas expuestas en el punto anterior pueden desarrollarse utilizando una expresión analítica de la fecundidad para una cohorte. Sea ésta:

$$(3) f(x) = c(x-15)(50-x)^2$$

propuesta por el profesor W. Brass<sup>2/</sup> que utilizaremos en lo que sigue con  $c=1$ , parámetro que no interviene en las relaciones que se establecen. Las constantes 15 y 50 representan la edad inicial y final, respectivamente, del período fértil que hemos adoptado. La función acumulada de la expresión anterior, que simbolizamos con  $F(x)$ , representa el número de hijos por mujer de edad exacta  $x$ , esto es:

$$(4) F(x) = \int_{15}^x f(x) dx$$

Existe cierta similitud entre  $F(x)$  -la fecundidad acumulada (o el promedio de hijos por mujer) hasta la edad  $x$ - y  $H(x)$  -la fecundidad acumulada por mujeres de edad  $x$  en un censo de población. Si bien es cierto

<sup>2/</sup> Brass W. et al., *The Demography of Tropical Africa*, Princeton, Nueva Jersey, Princeton University Press, 1968 (capítulo 3).

que para cada edad exacta  $x$  debe haber una función  $F$  tal que  $F(x) = H(x)$ , no es cierto que la misma  $F$  valga para todas las edades. Si para  $x = x_0$ ,  $F$  es en particular  $F_0$ , se tendrá:

$$F_0(x_0) = H(x_0)$$

lo que no quiere decir que para

$$x = x_1 \neq x_0$$

deba ser:

$$F_0(x_1) = H(x_1)$$

aunque por cierto hay una  $F_1$ , tal que

$$F_1(x_1) = H(x_1)$$

En una población donde la fecundidad ha permanecido constante, es decir, ha sido la misma en las diferentes cohortes,  $F$  y  $H$  son idénticas.

Esa equivalencia,  $F(x) = H(x)$ , establecida para edades exactas, se supone válida también dentro de cada grupo quinquenal.

Si llamamos:

$$(5) \quad G(x) = \int_{15}^x F(x) dx,$$

el número medio de hijos de mujeres con edades entre  $x$  y  $x+5$ , que representamos por  ${}_5h_x$  en general, valdrá aproximadamente conforme con la ley de fecundidad adoptada:

$$(6) \quad {}_5h_x \doteq \frac{1}{5} [G(x+5) - G(x)] = F(E)$$

La aproximación deriva de la diferencia de estructura por edad dentro del intervalo  $x$  a  $x+5$  que corresponde a  ${}_5h_x$  en una población real, en comparación con la implícita en la diferencia dividida de  $G(x)$ . Se supone generalmente que la influencia de la estructura por edad dentro del grupo quinquenal es de muy poca importancia. Suponemos entonces que la estructura del censo es comparable a la del modelo.

Las leyes  $f(x)$ ,  $F(x)$  y  $G(x)$  podrán variar de un tramo quinquenal a otro. Dentro de cada uno, sin embargo, será cierto, al momento del censo, que:

$${}_5h_x = H(I) = F(E)$$

Conocida la forma matemática de  $f(x)$  es posible determinar el valor de  $E$  y, consecuentemente, establecer la correspondencia entre  $x$  y  $E$  que satisfaga la relación:

$$(7) \quad F(E) = H(I) = {}_5h_x$$

Haciendo los cálculos pertinentes, utilizando la función adoptada (de la expresión (3)) y datos observados en el censo del Brasil de 1940, se obtiene la correspondencia de edades que se muestra en el cuadro 2.

Teniendo presente el propósito de determinar tasas anuales de fecundidad para períodos intercensales de diez años, parece conveniente determinar la fecundidad acumulada hasta la edad media de cada grupo quinquenal de edades. Esto es, interesa estimar

Cuadro 2

GRUPOS QUINQUENALES DE EDADES Y EDADES EXACTAS QUE CORRESPONDEN  
A UNA MISMA FECUNDIDAD  
 $F(E) = H(I) = {}_5h_x$

Grupos quinquenales de edades $x, x+5$	Edades exactas determinadas	
	Datos observados	Polinomio
	Brasil 1940 I	E
15-20	17,9	17,8
20-25	22,6	22,6
25-29	27,4	27,5
30-35	32,1	32,4
35-39	37,2	37,4
40-45	41,6	42,3
45-49	47,0	46,9

Cuadro 3

FACTORES DE CORRECCION  $j_i$  PARA DETERMINAR LA FECUNDIDAD  
ACUMULADA A EDADES MEDIAS DE GRUPOS QUINQUENALES  
DE EDADES

Edad		$F(x+2,5)^{a/}$	Edad $E$	$F(E)^{a/}$	$F(x+2,5)$	$i$
$x$	$x+2,5$				$F(E)$	
					$j_i$	
15	17,5	3 475	17,8	4 307	0,8068	1
20	22,5	25 404	22,6	25 973	0,9781	2
25	27,5	56 240	27,5	56 240	1,0000	3
30	32,5	85 985	32,4	85 447	1,0063	4
35	37,5	108 387	37,4	108 033	1,0033	5
40	42,5	120 947	42,3	120 630	1,0026	6
45	47,5	124 915	46,9	124 762	1,0012	7
50	52,5	125 094	$E > 50$	125 094	1,0000	8
55	57,5	125 094	$E > 55$	125 094	1,0000	9

$$a/ F(x) = \int_{15}^x (x-15)(50-x)^2 dx$$

$F(x+2,5)$  a partir de  $F(E)$ , para  $x = 15, 20, \dots, 55$  años.

Nuevamente, utilizando la función de fecundidad que se ha adoptado, se pueden calcular factores de corrección que permiten pasar de  $F(E)$  a  $F(x+2,5)$ . Llamemos estos factores  $j_i$ , donde  $i$  simboliza el orden del grupo quinquenal de edades (desde 15-20 = 1 hasta 55-60 = 9). El cuadro 3 muestra la forma de obtención y los resultados de los factores de corrección.

Los factores  $j_i$  permiten transformar  $5h_x$  en  $F(x+2,5)$ , esto es, obtener de datos observados sobre el promedio de hijos por mujer, el correspondiente valor de fecundidad acumulada a la edad media del grupo quinquenal correspondiente.

b) *Determinación de tasas anuales de fecundidad a partir de  $F(x)$*

1. *Tasas correspondientes a los grupos quinquenales desde 20-24 a 40-44 años*

Utilizando la función matemática adoptada, pueden establecerse tasas anuales de fecundidad similares a las que se obtendrían con datos provenientes de dos censos sucesivos o más.

Si se acepta que  $H^z(x+2,5)$  y  $H^{z+10}(x+12,5)$  corresponden a promedios de hijos por mujer de una misma cohorte considerada en dos momentos,  $z$  y

$z+10$ , la expresión empírica (2) corresponde a la siguiente expresión teórica:

$$(8) \quad 1/10 [F(x+12,5) - F(x+2,5)]$$

para  $x = 15, 20, \dots, 35$ .

Siguiendo por ahora con este grupo de edades y utilizando siempre la función matemática adoptada, se establecen tasas anuales de fecundidad, para grupos quinquenales de edades a través de la relación:

$$(9) \quad 1/5 [F(x+10) - F(x+5)] = 5f_{x+5}$$

$x+5 = 20, 25, 30, 35$  y  $40$ .

Las tasas anuales de fecundidad determinadas con la relación (8) pueden hacerse corresponder a las dadas por la relación (9), en virtud de que las edades que intervienen en la primera relación (8) incluyen el tramo de edades que interviene en la segunda relación (9), de acuerdo con el siguiente esquema:

$$(10) \quad \begin{aligned} 1/10 [F(27,5) - F(17,5)] &= 1/5 [F(25) - F(20)] = 5f_{20} \\ 1/10 [F(32,5) - F(22,5)] &= 1/5 [F(30) - F(25)] = 5f_{25} \\ 1/10 [F(37,5) - F(27,5)] &= 1/5 [F(35) - F(30)] = 5f_{30} \\ 1/10 [F(42,5) - F(32,5)] &= 1/5 [F(40) - F(35)] = 5f_{35} \\ 1/10 [F(47,5) - F(37,5)] &= 1/5 [F(45) - F(40)] = 5f_{40} \end{aligned}$$

Los valores del segundo miembro no son iguales a los valores del primer miembro. Pueden igualarse a través de un factor de ajuste que llamaremos  $k_i$ , donde  $i$  indica el número de orden de los grupos quinquenales desde 20-25 = 2, hasta 40-44 = 6.

Los valores de  $k_i$  se determinan con la relación:

$$(11) \quad k_i = \frac{1/5 [F(x+10) - F(x+5)]}{1/10 [F(x+12,5) - F(x+2,5)]} = \frac{5f_{x+5}}{10f_{x+2,5}}$$

En el cuadro 4 se presenta la forma y resultados del cálculo de los factores  $k_i$ , para  $i = 2, 3, 4, 5$  y 6.

Aplicando los factores  $k_i$  a las informaciones censales sobre diferencias de fecundidad acumulada por una misma cohorte en dos momentos dados, dos censos de población, se pueden obtener tasas anuales de fecundidad para los grupos quinquenales de edades desde 20-25 a 40-45 años.

Falta por lo tanto determinar las tasas anuales de fecundidad para los grupos inicial (15-20 años) y final (45-50 años). Estos grupos requieren un tratamiento especial ya que las mujeres de esas edades no han estado expuestas al riesgo de procrear durante los diez años del período intercensal.

## 2. Determinación de la tasa anual de fecundidad de las mujeres de 15-20 años

Puede descomponerse esta tasa en dos partes: una

para las edades entre 15 y 17,5 años, y la otra para el tramo 17,5 a 20 años. En símbolos, se tendrá:

$$2,5f_{15} = \frac{F(17,5) - F(15)}{2,5} \quad \text{y} \quad 2,5f_{17,5} = \frac{F(20) - F(17,5)}{2,5}$$

de donde se deduce que:

$$5f_{15} = \frac{1}{2} (2,5f_{15} + 2,5f_{17,5})$$

Con los datos disponibles puede determinarse directamente  $2,5f_{15}$ . Esto es, la tasa anual de fecundidad de las mujeres que en  $z$  tenían 7,5 años y que en  $z+10$  alcanzan 17,5 años. De acuerdo al análisis resumido en el cuadro 1, esas mujeres estuvieron expuestas al riesgo de procrear, entre  $z$  y  $z+n$ , 2,5 años (entre 15 y 17,5 años). En símbolos se tiene:

$$2,5f_{15} = \frac{1}{2,5} [H^{z+10}(17,5) - H^z(15)]$$

La determinación de  $2,5f_{17,5}$  debe hacerse a partir de  $7,5f_{15}$ , es decir de la tasa anual de fecundidad para el intervalo de edad de 15-22,5 años, que cubre 7,5 años.

Se trata entonces de transformar una tasa anual válida para un tramo de 7,5 años en otra tasa anual válida para un tramo de 2,5 años. Para ello se determina un factor de corrección,  $k_1$ , a través de la relación:

$$(12) \quad k_1 = \frac{2,5f_{17,5}}{7,5f_{15}} = \frac{\frac{1}{2,5} [F(20) - F(17,5)]}{\frac{1}{7,5} [F(22,5) - F(15)]}$$

Cuadro 4

FACTORES  $k_i$  PARA TRANSFORMAR TASAS ANUALES DE FECUNDIDAD INTERCENSALES EN TASAS ANUALES PARA GRUPOS QUINQUENALES DE EDADES, DESDE 20-25 A 40-45 AÑOS

$i$	$x$	$F(x)$	$\frac{1}{5} [F(x+5) - F(x)]$ $= 5f_x$	$F(x+2,5)$	$\frac{1}{10} [F(x+7,5) - F(x-2,5)]$ $= 10f_{x-2,5}$	$5f_x / 10f_{x-2,5}$ $= k_i$
—	15	—	—	3 475	—	—
2	20	12 552	5 574	25 404	5 276	1,05648
3	25	40 422	6 261	56 240	6 058	1,03351
4	30	71 728	5 324	85 985	5 215	1,02090
5	35	98 348	3 512	108 387	3 496	1,00458
6	40	115 907	1 575	120 947	1 653	0,95281
—	45	123 780	—	124 915	—	—

De esta forma, aplicando  $k_1$  a la tasa anual intercensal  ${}_{7,5}f_{15}$  se obtiene  ${}_{2,5}f_{17,5}$ .

Reemplazando en la expresión (12) los valores correspondientes a la función que hemos adoptado, se obtiene para  $k_1$ :

$$k_1 = 1,0720$$

### 3. Determinación de la tasa anual de fecundidad para el grupo 45-50 años

Para determinar la tasa anual de este grupo, puede seguirse un tratamiento paralelo al descrito en el caso del tramo 15-20 años.

Puede también descomponerse  ${}_{5}f_{45}$  en dos partes:

$${}_{2,5}f_{45} = \frac{F(47,5) - F(45)}{2,5} \text{ y } {}_{2,5}f_{47,5} = \frac{F(50) - F(47,5)}{2,5}$$

Se desprende de lo anterior que:

$${}_{5}f_{45} = \frac{1}{2} [({}_{2,5}f_{45} + {}_{2,5}f_{47,5})]$$

Con los datos disponibles puede determinarse directamente  ${}_{2,5}f_{47,5}$ . Como quedó establecido en el cuadro 1, las mujeres que en  $z$  tenían 47,5 años y que en  $z+10$  alcanzan 57,5 años, aportan fecundidad sólo durante 2,5, es decir desde los 47,5 años hasta los 50 años en que termina el período fértil. Se tendrá en consecuencia:

$${}_{2,5}f_{47,5} = \frac{1}{2,5} [H^{z+10}(57,5) - H^z(47,5)]$$

La determinación de  ${}_{2,5}f_{45}$  debe hacerse a partir de  ${}_{7,5}f_{42,5}$ , es decir de la fecundidad de las mujeres que en  $z$  tenían 42,5 años y que en  $z+10$  alcanzan 52,5 años. Se trata de transformar mediante la aplicación de un factor de corrección ( $k_7$ ) una tasa anual válida para un tramo de 2,5 años, desde 45 a 47,5 años. Para ello se determina  $k_7$  a través de la relación:

$$(13) \quad k_7 = \frac{{}_{2,5}f_{45}}{{}_{7,5}f_{42,5}} = \frac{\frac{1}{2,5} [F(47,5) - F(45)]}{\frac{1}{7,5} [F(50) - f(42,5)]}$$

Con la función de fecundidad que se está utilizando se obtiene el siguiente resultado:

$$k_7 = 0,820976$$

## II. APLICACION DEL METODO DESCRITO A DATOS CENSALES DEL BRASIL

Los censos de población del Brasil de 1940, 1950, 1960 y 1970 presentan información sobre el número de hijos tenidos por las mujeres durante toda su vida;

esto es, se dispone de información sobre  ${}_{5}h_x$  para cuatro censos, separados por períodos de aproximadamente diez años. Los datos crudos muestran indicios de un descenso sistemático de la fecundidad, que afecta especialmente a las mujeres mayores de 30 años. Muestra también la tendencia señalada, en forma indirecta, la proporción decreciente de niños menores de diez años, combinada con el descenso de la mortalidad, en especial de la mortalidad de los menores de 5 años. Estas consideraciones nos llevan a estimar la fecundidad mediante un procedimiento de análisis por cohorte como el descrito en el capítulo primero.

En la aplicación práctica deben tenerse en cuenta, por una parte, las hipótesis que implica el método y, por otra, la calidad de los datos disponibles. En cuanto a la vigencia de las hipótesis, puede argumentarse, en el caso del Brasil, y seguramente en muchos otros, que la referente a la no selectividad (hipótesis (a)) se acepta por no contarse con suficientes elementos que permitan asegurar que la fecundidad de las mujeres sobrevivientes a determinadas edades en un censo es diferente de la fecundidad que habrían alcanzado las mujeres que fallecieron de haber sobrevivido a esas mismas edades.

Respecto a la hipótesis (b), (no migración), puede decirse que las migraciones internacionales durante el período en estudio han tenido escasa importancia numérica, pudiéndose, en consecuencia, aceptar que la población femenina permaneció cerrada en cada uno de los períodos intercensales.

En relación con la calidad de las informaciones disponibles, como se ha dicho anteriormente, en este documento no se trata de evaluarlas críticamente; pero cabe advertir que es condición necesaria para aplicar el método que ellas sean coherentes. Es decir, la fecundidad acumulada por una cohorte de mujeres hasta un censo determinado debe alcanzar un valor al menos igual al que tenía la fecundidad de esas mujeres en el censo anterior. Los ajustes introducidos fueron, en general, de escasa importancia y afectaron a la información proporcionada por mujeres de 45 años y más.<sup>3/</sup>

Los pasos seguidos para la determinación de tasas anuales de fecundidad, para grupos quinquenales de edades, para los períodos intercensales: 1940-1950, 1950-1960 y 1960-1970 pueden resumirse en los siguientes puntos:

1. Corrección coherente de la información censal, en el sentido ya señalado. Esto es de forma que:

$$H^{z+10}(x+12,5) = H^z(x+2,5)$$

<sup>3/</sup> Arretx, C., *Revisión de las estimaciones de fecundidad de Brasil a base de los censos de 1940, 1950, 1960 y 1970*, CELADE (documento de circulación interna), 25 de marzo 1970.

2. Transformación de  $n^h_x$  en  $F(x+2,5)$  mediante la aplicación de los factores  $j_i$ . El desarrollo de estos dos puntos lleva a los resultados que se presentan en el cuadro 5.

3. Estimación de tasas anuales de fecundidad por cohortes, para cada uno de los períodos intercensales, a través de la relación:

$${}_t f_{x+2,5} = 1/t [F(x+12,5) - F(x+2,5)]$$

4. Asignación de las tasas anteriores a grupos quinquenales de edades, mediante la aplicación de los factores  $k_i$ .

Los resultados de los cálculos correspondientes a los dos últimos puntos aparecen en el cuadro 6.

Cuadro 5

DERIVACION DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA A EDADES MEDIAS  
DE GRUPOS QUINQUENALES DE EDADES, A PARTIR DEL PROMEDIO  
DE HIJOS POR MUJER

Grupo de edades $x$ a $x+4$	Promedio de hijos por 100 mujeres: ${}_5^h_x$				Factores de corrección $j_i$	Fecundidad acumulada a edades exactas $F(x+2,5)$ (cifras por cien)			
	1940	1950	1960	1970		1940	1950	1960	1970
15-19	12,19	13,89	12,35	12,44	0,8068	9,83	11,21	9,96	10,04
20-24	103,03	104,44	106,06	100,58	0,9781	100,77	102,15	103,74	98,38
25-29	245,34	239,20	243,80	240,69	1,0000	245,34	239,20	243,80	240,69
30-34	387,07	369,14	367,40	367,00	1,0063	387,50	371,47	369,71	369,31
35-39	508,85	481,46	470,23	464,00	1,0033	510,53	483,05	471,78	465,53
40-44	587,19	558,70	532,50	516,00	1,0026	588,72	560,15	533,88	517,34
45-49	638,73	605,00	573,30	547,00	1,0012	639,50	605,73	573,99	547,66
50-54	647,55	630,60	597,00	565,00	1,0000	647,55	630,60	597,00	565,00
55-59	650,00	642,50	608,23	576,00	1,0000	650,00	642,50	608,23	576,00

Cuadro 6

TASAS ANUALES DE FECUNDIDAD POR GRUPOS QUINQUENALES DE EDADES PARA  
LOS PERIODOS INTERCENSALES: 1940-1950, 1950-1960 Y 1960-1970

Grupos de edades $x$ , $x+4$	Tasas anuales ${}_5^f_x$ (cifras por cien)		
	1940-1950	1950-1960	1960-1970
15-19	9,54	9,40	9,04
20-24	24,24	24,57	24,37
25-29	27,98	27,66	27,45
30-34	24,27	23,75	22,63
35-39	17,34	16,31	14,83
40-44	9,07	8,66	7,23
45-49	2,89	2,52	2,10
Tasa bruta de reproducción R'	2,81	2,75	2,63



### *Algunas observaciones*

Los resultados presentados en el cuadro 6 señalan una tendencia sistemática al descenso de las tasas de fecundidad durante el período 1940-1970.

Si las informaciones censales del Brasil fueron analizadas utilizando otros métodos, que implicaron el supuesto de constancia de la fecundidad en el pasado,

los resultados habrían sido diferentes a los presentados en el cuadro 6. Un análisis de esta naturaleza se hizo con las informaciones de los censos de 1940 y 1950 y se llegaron a determinar niveles de fecundidad más altos que los que se presentan en este trabajo.

Cuando la fecundidad está cambiando, es necesario emplear procedimientos suficientemente flexibles, como los presentados aquí que puedan tomar en cuenta esos cambios.

