2200.00

John Hobcraft

SEMINARIO SOBRE ESTIMACIONES DEMOGRAFICAS

Santiago de Chile

Septiembre de 1977

John Hobcraft
Department of Social Statistics,
The University,
Highfield,
Southampton,
England

SEMINARIO SOBRE ESTIMACIONES DEMOGRAFICAS

1-9 agosto de 1974
San José, Costa Rica

Traducción de J.L. SOMOZA

CELADE

Serie D, N° 94 Santiago de Chile Septiembre de 1977

I N D I C E

Indice de Cuadros y Gráficos

Cuadro

Gráfico

Página

Gráficos

PRESENTACION

Los seminarios de especialización representan, dentro de las actividades docentes de CELADE, un esfuerzo orientado a estudiar en profundidad innovaciones metodológicas y nuevas técnicas de análisis, que puedan aplicarse a la realidad latinoamericana o a examinar temas específicos que por su actualidad merezcan una atención particular.

Estos encuentros persiguen, entre otros, dos objetivos que conviene subrayar: facilitar el conocimiento y aplicación de nuevos métodos y técnicas de reciente desarrollo en el campo de la demografía, en especial aquellas concebidas para servir a las necesidades de los países con datos estadísticos deficientes, y estimular la actualización de conocimientos entre los investigadores de la región que trabajan en campos específicos. Como norma, tales seminarios han contado con la participación de profesores invitados que se destacan, precisamente, por sus contribuciones a los temas que en ellos se examinan.

Dentro de este cuadro se inserta el Seminario sobre Estimaciones Demográficas que, bajo la dirección del profesor John Hobcraft, de la Universidad de Southampton, Inglaterra, tuvo lugar en CELADE-San José, en agosto de 1974. Como en ocasiones anteriores, el profesor Jorge L. Somoza, de CELADE-Santiago, sirvió de intermediario entre el expositor y el auditorio, traduciendo las disertaciones e intervenciones, aclarando dudas, además de dar sus propios aportes. Se usó como documento básico el libro Demographic Estimates for Developing Societies, de N. Carrier y J. Hobcraft, (Population Investigation Committee, London School of Economics, 1971, Londres) cuya traducción y publicación al español forma parte de las actividades de este esfuerzo (CELADE, Serie D, N°1026, San José, 1975).

El presente documento contiene las siete sesiones en que se organizó el Seminario y el ordenamiento refleja su desarrollo cronológico. Asimismo, se han intercalado convenientemente los cuadros y gráficos que sirvieron para ilustrar las disertaciones. La labor editorial estuvo a cargo del demógrafo Juan Chackiel de CELADE-San José, quien, al preparar esta versión definitiva respetó deliberadamente la forma dialogada de las exposiciones e intervenciones.

Al poner en circulación este trabajo, CELADE lo hace con el convencimiento de que por este medio, proyecta su labor docente a público más vasto difundiendo nuevas herramientas de análisis entre aquéllos investigadores y profesionales preocupados por el esclarecimiento de la realidad demográfica de América Latina.

SESION I: jueves 1° de agosto de 1974

I. MALA DECLARACION DE LA EDAD
   1. Preferencia de Dígitos
   2. Corrección de Preferencia de Dígitos: Agrupamiento no Convencional
   3. Ejemplo de Corrección de Preferencia de Dígitos
   4. Otro Agrupamiento no Convencional
   5. Preferencias Distintas de 0 y 5.

I. MALA DECLARACION DE LA EDAD

1. Preferencia de Dígitos

Se tratarán primero aspectos vinculados con la mala declaración de la edad y luego se pasará al tema del ajuste para corregir estos defectos.

Si se observa el cuadro 1, Turquía, población por años simples, llama la atención, por ejemplo, el caso de la gente que aparece enumerada con 60 años de edad que es más de diez veces el número de personas enumeradas con edad 59 ó 61. Esto ilustra bien el proceso de mala declaración de la edad y preferencia de dígitos. Puede observarse en el gráfico 1, donde en el histograma sobresale el número de personas con edades 0 y 5. El caso de Turquía, que se está examinando, es algo extremo, pero ilustra qué tipo de preferencias se produce. En América Latina se encontró algo similar, preferencias por 0 y por 5, aunque no tan notables como en el caso de Turquía. Un ejemplo es el Censo de Colombia del año 1964.

Los ejemplos indicados anteriormente ilustran el tipo de problemas que se debe enfrentar y que pueden presentarse a veces de otra forma. Por ejemplo, está el caso de que en lugar de preguntarse la edad de una persona se pregunta la fecha de nacimiento. ¿Qué tipo de error produce esto? Un buen ejemplo que se ha podido encontrar para ilustrarlo se presenta en el cuadro 2, que muestra la distribución por edades de la población de Argelia en el censo de 1948 (en este censo se preguntó el año de nacimiento). La disposición de los números en el cuadro es diferente a la que se vio antes: cada una de las columnas se refiere a cada uno de los dígitos finales de la edad y cada una de las líneas, a las decenas de las edades. Llama la atención el exceso aparente en la columna que está encabezada con el número 8 (recuérdese que el censo es de 1948). Estos números superan en general los que están al lado, ya sean de la columna 7 o de la 9. Ese exceso en 8 se explica porque el censo fue tomado en un año terminado en 8 y la gente redondeó el año de nacimiento a 0. Hubo mucha gente que dijo haber nacido en el año 1900 y eso produce un exceso en las personas de 48 años y lo mismo con 1910 y otros años terminados en 0. Los errores entonces son consecuencia de haber redondeado otra vez con preferencia 0, en este caso no la edad sino el

Cuadro 1

TURQUIA: POBLACION CENSADA DE AMBOS SEXOS POR EDADES SIMPLES

21 de octubre de 1945 (en miles)

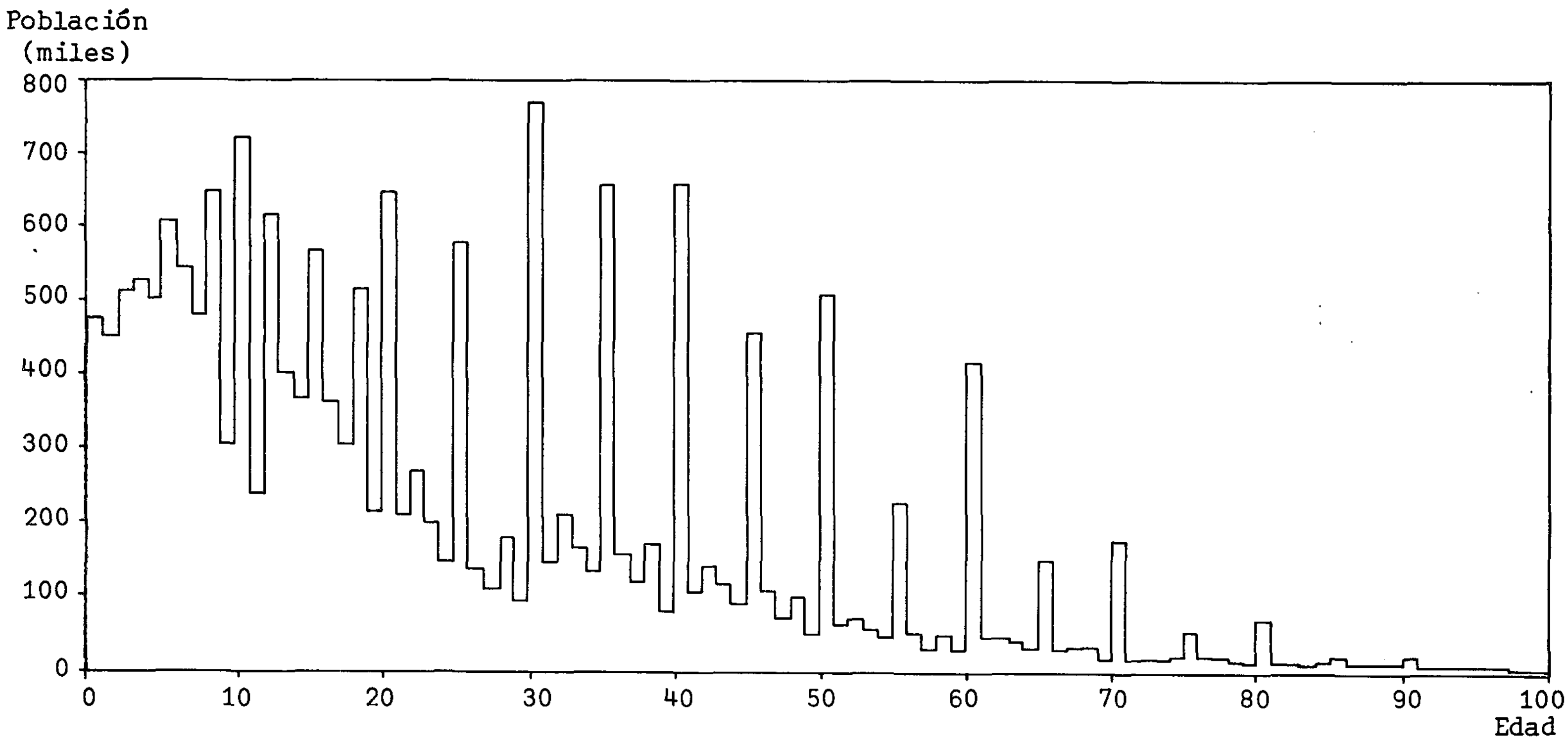
Edad	Población	Edad	Población	Edad	Población	Edad	Población
0	474	25	583	50	508	75	49
1	457	26	38	51	58	76	7
2	511	27	111	52	66	77	4
3	526	28	177	53	48	78	6
4	503	29	94	54	37	79	2
5	604	30	772	55	228	80	65
6	548	31	146	56	51	81	3
7	481	32	210	57	36	82	3
8	647	33	168	58	49	83	2
9	311	34	135	59	26	84	1
10	723	35	656	60	418	85	13
11	242	36	162	61	38	86	2
12	618	37	119	62	40	87	1
13	405	38	170	63	32	88	1
14	371	39	78	64	21	89	1
15	564	40	654	65	153	90	17
16	371	41	103	66	23	91	1
17	310	42	139	67	19	92	1
18	514	43	115	68	20	93	0,4
19	220	44	90	69	10	94	0,3
20	652	45	461	70	174	95	3
21	212	46	105	71	11	96	0,5
22	267	47	72	72	14	97	0,4
23	199	48	95	73	9	98	0,6
24	151	49	47	74	5	99	2

Fuente: Naciones Unidas, Demographic Yearbook, 1955.

año de nacimiento. Hay errores más complicados que los que se han analizado hasta ahora, que se originan en otras formas de recolectar la información y se refieren al uso de calendarios sobre hechos importantes ocurridos en la población para deducir de allí la edad o el año de nacimiento de la persona. Para la población que se está estudiando, se elabora una lista de los hechos significativos del pasado. Este tipo de procedimiento se ha usado en Africa. Se le pregunta, asociando con ese hecho, la edad que la

Gráfico 1

TURQUIA (Censo de 1945): HISTOGRAMA REPRESENTATIVO DE PREFERENCIA DE DIGITOS



Fuente: Cuadro 1.

persona tiene, o se trata de ubicar el momento de nacimiento de la persona utilizando esos hechos. Idealmente se necesitaría un calendario de hechos anuales; un acontecimiento importante ocurrido en la población en cada uno de los años, si se quisiera hacer una medición precisa de la edad por este procedimiento. Tal cosa es muy difícil de hacer, toda vez que normalmente no ocurren acontecimientos importantes en una población todos los años, sino con una frecuencia irregular, cada 5, 10, 8 ó 6 años, dependiendo de la historia de cada país. Esto dificulta enormemente la deducción de la edad a partir de la información recogida por este medio y es muy posible que se obtengan patrones por edad muy irregulares por estar los hechos concentrados en torno a uno de esos eventos históricos. Hay mucho menos orden en este tipo de errores del que uno puede lograr en el otro tipo, donde el patrón consiste en redondear la edad a determinados dígitos. Es mucho más difícil, por lo tanto, tratar este tipo de error.

Lo que sigue, se referirá al tratamiento de los errores del primer tipo, los que resultan de mayor interés.

Cuadro 2

ARGELIA: POBLACION MUSULMANA DE AMBOS SEXOS

Censo 31 de octubre de 1948 (en miles)

Decenas de la edad	Dígitos finales de edad									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	195	247	231	200	241	204	247	184	289	178
1	265	160	254	174	188	166	172	119	207	103
2	179	88	121	96	100	140	98	73	149	62
3	176	67	85	78	68	130	91	63	114	51
4	158	55	66	58	52	99	58	43	111	33
5	100	36	43	42	28	47	34	23	58	20
6	68	21	24	26	17	27	16	12	35	7
7	28	6	8	9	4	9	5	4	11	2

Fuente: Naciones Unidas, Demographic Yearbook, op.cit

2. Corrección de Preferencia de Dígitos: Agrupamiento no Convencional

Volviendo ahora al ejemplo de Turquía, se estudiará qué patrón de error de la declaración de la edad se encuentra en este ejemplo y se verá qué se puede hacer para corregirlo. Obsérvese una sección del gráfico 1, que se considera típico y marca los excesos a las edades 55, 60, 65 y 70, terminadas en 5 y 0. Fijemos la atención en la edad 60. Se encuentra en ella un número excesivo. La interrogante a plantearse es: ¿de qué edades provienen las personas que declaran una edad 60 equivocada? En la realidad: ¿tienen 20 ó 58 años? Lo más probable es que vengan de las edades cercanas. Puede hacerse la hipótesis que esa concentración a la edad 60 se produce porque declaran esa edad tanto los que tienen menos de 60 años como los que tienen más. No hay tendencia para ir hacia arriba o hacia abajo; la gente que no conoce su edad la redondea y ese redondeo se produce, -ésta es la hipótesis- tanto por los traslados desde abajo como por los traslados desde arriba. Esta es una hipótesis razonable, aunque a medida que la edad avanza se produce un error sistemático, en el sentido que la gente tiene tendencia a exagerar la edad. Este tipo de error se daría preferentemente después de los 70 años.

Una posibilidad es que la persona tenga exactamente la edad 50; es decir, que tenga una edad real lejana de la que se está considerando (60). Pero también habrá otras que están muy cercanas y podría ser que adopten la forma de una distribución de tipo normal, donde se concentran más los casos cercanos a la media que los que están alejados de ella. La mayor parte de los errores estarán dados por personas que tienen edad cercana a los 60 años, aunque habrá una parte menor dada por personas alejadas de los 60. Si se divide en dos partes se atribuye una a la edad entre 60 y 60,5 exactos y otra a 60,5 exactos hasta 61, se puede tener una primera aproximación burda, pero es una primera aproximación correctiva en el sentido de colocar en el primer grupo la mitad de los que están en 60. Se puede considerar que la mitad de las personas tienen menos de 60,5 años y la otra mitad más de 60,5 exactos. Puede tener 65 ó 67; eso no interesa. Se supone que la mitad tiene edades exactas inferiores a 60,5 y la otra mitad edades exactas por arriba de 60,5. Esto puede ser aceptable sólo en una primera aproximación, pero es poco razonable que sea exacto, pues debido a la distribución por edades que tiene una población, especialmente si es creciente, es más probable que haya gente joven por abajo de 60,5 que por arriba de 60,5, en esta distribución.

Considérese ahora la edad 65 y recuérdese la hipótesis que se hizo antes. En esta edad hay concentración de personas y se va a suponer que la mitad de los errores provienen de las que tienen edades por debajo de 65,5 exactos y la otra mitad, de personas que tienen edades de 65,5 para arriba. Recuérdese el sesgo aquel de que si la población es joven es posible que los errores que provienen de abajo sean mayores que los errores que provienen de arriba. Usando ahora este tipo de supuesto se propone hacer este agrupamiento de sumar la mitad de las personas que declaran la edad 60 más todas las que declaran 61, 62, 63 y 64 y la mitad de las que declaran 65. El supuesto es que aquellas que declararon 61 eran correctas, todas tenían 61 y así sucesivamente en cada una de las edades. Los que se equivocan, lo hacen en el sentido de que declaran 60 ó 65. En todos los demás casos no hay equivocaciones.

Compárese este tipo de ajuste o agrupamiento con el que se lograría si en lugar de hacer lo que se propone -que es partir en dos los grupos terminados en 0 ó en 5-, se hiciera directamente lo que es usual: manejarse con el grupo 60-64, 65-69, etc. Se puede criticar este tipo de agrupamiento porque al hacerlo, suponiendo que la edad 60 es de atracción y la de 61, 62 son de rechazo, se está suponiendo implícitamente que la mayor atracción de 60 proviene de la gente que tiene más de 60. El número que se obtiene al agrupar 60-64 entonces estaría subestimado porque no tomaría en cuenta los errores que provienen también de gente más joven, presumiblemente la más numerosa. Es más lógico suponer que los errores de concentración provienen de ambas direcciones, de arriba y de abajo y, por lo tanto, para obtener un número correcto, es mejor el agrupamiento que se propone aquí.

El agrupamiento propuesto puede producir 6 tipos de posibles errores: 1) La división por 2 del grupo de referencia conduce a incluir dentro del grupo que se está tratando de determinar, más gente de la que en realidad debe estar. O sea, más de la mitad del grupo 60 (por ejemplo) pertenece a edades anteriores que a posteriores. 2) Otro error relacionado con esta división del grupo se produce en sentido contrario. Al tomar la mitad del grupo siguiente (digamos 61) se ubica menos gente de la que en realidad debe estar dentro del grupo de interés. Estos dos errores (1 y 2) se compensan, aunque no se llega a determinar correctamente a las personas que deberían estar dentro del grupo. 3) Este error (al igual que los tres restantes), proviene de desplazamientos que pasan el límite del intervalo, los cuales ya fueron analizados anteriormente. Tómese el caso del grupo 60,5 a 65,5. Hay gente con 62 años que declara 55 ó 50 y que, por lo tanto, no es nunca incluida dentro del grupo correcto. No se les toma en cuenta, con lo que se subestima el número real. 4) Por otra parte, hay gente que tiene, digamos, 58 años y que declara 60. Estas personas son parcialmente incluidas en el grupo 60,5-65,5, sin que corresponda hacerlo. También estos dos errores (3y 4) tienden a compensarse. 5) y 6) Son similares a los dos anteriores, sólo que en el extremo superior del grupo que se está tratando de determinar. Son poco frecuentes en la realidad. Recuérdese el supuesto anterior, que parecía plausible, de que la gran mayoría de los que cometen error tienen edades próximas a las edades de redondeo, de atracción (la edad 60 en el ejemplo). Esta es la forma más conveniente de partir al grupo, dado el error que se supone; teniendo conciencia también de que se está aceptando que en las edades siguientes (61, 62, 63, 64) no hay errores. Los que han declarado estas edades lo han hecho correctamente. Los únicos errores que se producen son aquellos de atracción hacia las otras edades. Debe aceptarse que seguramente los hay en ese supuesto. Es falso que haya errores de gente que declara esas edades, que a veces se compensarán dentro del agrupamiento; porque si tiene 61 y dice 62 no sucede nada en el agrupamiento quinquenal que se maneja, pero es posible que a veces se vaya más allá del grupo. Declaran por ejemplo, tener 62 y en realidad tienen 58. Se acepta que este tipo de error no se está considerando y no se está corrigiendo. Se supone que su efecto es pequeño. Según se puede ver en el ejemplo que se maneja, los errores se concentran en las edades 0 y 5. Este tipo de ajuste se considera el mejor que se puede hacer para lograr tanto las personas como el número correcto.

3. Ejemplo de Corrección de Preferencia de Dígitos

Se va a mostrar ahora un ejemplo de los procedimientos que se estaban ilustrando antes, con el caso particular de Turquía. Se considerará una población clasificada en los grupos convencionales de edades. (Véase el cuadro 3). Llama la atención el hecho que en el grupo de edades 55-59 aparece el número 391 que no es coherente con el anterior ni con el posterior; esto, en una población real puede ser así (debido a una guerra, o a una baja de la fecundidad), pero si uno sigue revisando se encuentra también que en el grupo

65-69 el número es muy pequeño, sobre todo si se observa el que sigue. La conclusión parece clara: se está frente a un problema de mala declaración de la edad, de transferencia de personas de un grupo de edades a otro. En este caso lo que sucede es que hay una preferencia mayor por redondear en edades terminadas en 0 que en edades terminadas en 5; en particular, en la edad 60 hay una atracción mayor que la atracción que puede tener 55. Por los resultados que se obtienen utilizando el procedimiento propuesto antes, se puede ver que las cifras que ahora resultan pasan la prueba anterior que no pasaban los datos agrupados en forma convencional. Mostraban irregularidad, se rompía la monotonía decreciente que ahora aparece claramente con el nuevo agrupamiento. Llama la atención, en este caso particular, que por accidente los dos primeros valores que se obtienen son muy próximos a los dos primeros valores que se tenían antes. Esto ocurre al principio, pero no más adelante. Se pueden criticar los procedimientos que se usan corrientemente, pues parten del principio de que la información agrupada en la forma convencional 0-5 edades exactas, 5-10, etc., está afectada por errores aleatorios y por lo tanto los procedimientos que se han utilizado generalmente para corregir este tipo de información, inspirados en la filosofía de que hay que corregir errores aleatorios, ajustan la información básica tal como aparece en principio en los grupos convencionales. En cambio, el método propuesto ahora ha tratado de profundizar, de conocer los errores reales, para lo cual se ha debido utilizar la tabulación de la información por edades simples y de esa manera obtener algo más correcto. Como consecuencia de esto (es un inconveniente del procedimiento), resulta que la información así ajustada, supuestamente correcta, aparece ahora agrupada en grupos peculiares o singulares, no convencionales que van de 35,5 a 40,5 y por lo tanto se hace imperativo utilizar algunos procedimientos para volver a recolocar a las personas en los grupos tradicionales. Al hacerlo no se necesita una fórmula que involucre un ajustamiento, solamente una fórmula que reproduzca los valores,

Cuadro 3

TURQUIA: AGRUPAMIENTO CONVENCIONAL Y NO CONVENCIONAL DE EDADES, AMBOS SEXOS

21 de octubre de 1945 (en miles)

Edad	Agrupamiento convencional	Edad	Agrupamiento no convencional
35-39	1 186	35,5-40,5	1 184
40-44	1 100	40,5-45,5	1 005
45-49	780	45,5-50,5	804
50-54	717	50,5-55,5	577
55-59	391	55,5-60,5	485
60-64	549	60,5-65,5	417
65-69	223	65,5-70,5	236
70-74	213	70,5-75,5	151

Fuente: Cuadro 1.

porque se está presumiendo que ahora están bien; simplemente que los coloque en la escala convencional. En ese sentido una fórmula como la de Sprague[1/] no sería apropiada porque ya lleva un elemento interno de ajuste que en este caso sería innecesario.

4. Otro Agrupamiento no Convencional

Otra forma de atacar el problema, consiste en hacer agrupamientos colocando en el centro del grupo quinquenal que se forma, la edad de atracción. Si 5 y 0 fueran edades de atracción y sus pesos fueran más o menos iguales, se podría hacer el agrupamiento terminando en 8 y 3; digamos, de 18 a 22 donde quedaría en el medio 20; de 23 a 27, donde quedaría en el medio 25, etc. Este procedimiento sería bueno siempre y cuando el error de atracción en el 0 tuviera una magnitud similar al error de atracción en el 5. Donde eso no ocurra, donde sea mucho más pronunciada la atracción por el 0 que por el 5, este procedimiento no va a ser suficientemente poderoso como para anular y llevar a una distribución apropiada, ya que los grupos centrales donde están las edades con 0 serán relativamente mayores que los grupos donde están las edades con 5. Es más eficiente por lo tanto, en esas condiciones, el procedimiento anterior. Ahora, cuando aquello no ocurre, cuando se pueda mediante reagrupamiento de edades llegar a una distribución apropiada, se ven ventajas en ese reagrupamiento de edades, porque evita esa decisión, esa arbitrariedad de partir en dos partes iguales los grupos de atracción. Con ese mecanismo de poder agrupar terminando en 8 y 3, no se hace ninguna hipótesis especial y puede ser mejor ese método de reacomodar la información apropiadamente que el que se ha estado proponiendo hasta ahora.

5. Preferencias Distintas de 0 y 5

Existe un problema con el procedimiento. Es fácil de aplicar en casos como el anterior, donde era muy clara la preferencia: 0 y 5, claramente el cero más que el cinco, pero eran dos guarismos, dos dígitos que se destacaban claramente. Se complica si hay menos errores, si la distribución no es tan mala como la de Turquía, o si las preferencias por los dígitos son menos claras. En esas circunstancias se vuelve más difícil decidir cómo actuar, en qué tramos de edades, sobre qué edades hacer la partición. Recuérdese la información de Argelia, que había sido recogida investigando el año de nacimiento y, por lo tanto, no va a aparecer normalmente el 0 y el 5 como años de atracción. Probablemente el 8 ó el 13, porque el censo fue realizado en un año finalizado en 8.

¿Qué tipo de agrupamiento será el que conviene más? Véase primero una aplicación del método de Myers para observar qué tipo de preferencias surgen de esta información.[2/] Se ha aplicado este método (véase el cuadro 4) para

1/ La fórmula de Sprague puede verse en: Bocaz, Albino, Interpolación, CELADE, Serie B, Nº 5.

2/ El método de Myers puede verse en Naciones Unidas, "Métodos para Evaluar la Calidad de los Datos Básicos destinados a los Cálculos de la Población", en Manual II, ST/SOA/A23, pág. 45.

un tramo que va desde la edad 23 hasta 63, es decir guarismos terminados en 3, para 5 grupos decenales.

Cuadro 4

ARGELIA: APLICACION DE MYERS A LA POBLACION MUSULMANA DE AMBOS SEXOS

Censo del 31 de octubre de 1948

Dígito terminal	P_1	Decenas					P_2	S_1 a/	Por ciento
		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)			
3	0,0	96	78	58	42	26	1,0	204	8,34
4	0,1	100	68	52	28	17	0,9	173	7,07
5	0,2	140	130	99	47	27	0,8	326	13,33
6	0,3	98	91	58	34	16	0,7	224	9,16
7	0,4	73	63	43	23	12	0,6	165	6,74
8	0,5	149	114	111	58	35	0,5	375	15,33
9	0,6	62	51	33	20	7	0,4	144	5,89
0	0,7	179	176	158	100	68	0,3	458	18,72
1	0,8	88	67	55	36	21	0,2	167	6,83
2	0,9	121	85	66	43	24	0,1	210	8,59
								2 446	100,00

Fuente: Cuadro 2

a/ $S_1 = P_1 \left[(2)+(3)+(4)+(5)\right] + P_2 \left[(3)+(4)+(5)+(6)\right]$

El resultado es que el dígito preferido sigue siendo el 0; en segundo lugar, aparece el 8 y, en tercer lugar, el 5. Son los tres casos, los tres dígitos en los cuales se tiene un valor mayor que 10, que es el criterio para saber si hay atracción o no. Se puede ver que al igual que en Turquía sigue siendo el 0 el primer preferido. La diferencia está que en tanto que en aquel caso aparecía el cero y el cinco, ahora ha surgido el 8. La explicación ya se vio: el censo se tomó en 1948 y eso seguramente produjo redondeos a años de nacimiento en 0.

Hay evidencias (con estos datos que se están considerando) de que ha habido gente en el censo que no informó acerca de su año de nacimiento, sino más bien acerca de su edad redondeada. Lo que el enumerador hizo fue restar 30 a 1948 si la persona decía 30 años y adjudicarle el año de nacimiento que le correspondía.

Se consideró la edad a partir de los 20 años, debido a que los errores de preferencias de edades tienen patrones distintos y se hacen más claras en las edades adultas. Si se aplica a edades más jóvenes se hace más difícil descubrir qué tipo de preferencias han habido. En vista de que las edades más jóvenes tienen un patrón de error diferente, es común aplicar este tipo de criterios o procedimientos, como el de Myers, a edades superiores a los

20. Si se tomara el grupo de 0 a 10 años, es posible que si no se sabe la edad de un niño en torno a 1 año, difícilmente se va a equivocar asignándole la edad 5. El tipo de error que puede cometer si hay dudas entre si tiene 1 ó 2 años será dos. Suele darse muchas veces la preferencia de los números pares, pero el patrón de error que es posible que se produzca en ese primer tramo de la vida ciertamente es diferente al de las edades más adultas. Sólo llegando a edades superiores a los 20 años es cuando este tipo de error empieza a tener importancia y a mostrar cierto comportamiento más o menos parejo, similar a lo largo de los diferentes grupos decenales de edades.

Si se pregunta acerca de distancias entre lugares, puede observarse cómo éstas se redondean dependiendo de la misma distancia. Si se preguntara la que hay entre San José y algún lugar de Costa Rica, posiblemente se la redondeará en centenas de kilómetros. En cambio, si la pregunta fuera entre San José y Buenos Aires, la apreciación se haría en miles de kilómetros. Si la pregunta fuera la distancia que hay de la Universidad al centro de la ciudad o entre San José y Cartago, seguramente dirían 20 kilómetros sin preocuparse de si son 19 exactamente. La conclusión es de que cuanto más pequeña sea la distancia acerca de la cual se está preguntando, tanta mayor precisión se usa para medirla. Algo parecido pasa con la edad. A medida que ésta avanza se considera que los errores son mayores. Podría pensarse que son proporcionales a la edad; por ejemplo, los errores que se producen en la información de Turquía entre los 20 y los 40 años muestran que hay una preferencia similar para el 0 y para el 5, pero que a medida que la edad avanza, superando los 40 años, la preferencia por el 0 se hace bastante más notable, lo que viene a demostrar otra vez la idea de que en esas edades más avanzadas el error de redondeo es mucho mayor.

Aceptando que el índice de preferencia de Myers muestra cuáles son los dígitos de atracción y haciendo el supuesto que esto no cambia con la edad, se tiene un índice sintético que resulta de combinar una serie de edades a través de un largo tramo. Supóngase que esto rige para este caso; es un supuesto falso por cierto, pues para cada una de las decenas de edades se reconoce que es una suposición que está reñida con la realidad. Habría que tomar en cuenta entre muchas cosas cómo va cambiando el patrón a lo largo de las edades. Para realizar esto se debería hacer un juicio subjetivo, por ejemplo, mirando un gráfico. En este caso más bien se va a tratar de manejar este tipo de análisis. En el Gráfico 2, se representan estos indicadores que teníamos antes con histogramas. Se repite el gráfico para cada una de las decenas de edades que se está tratando de juzgar.

Dejando de lado por un momento el problema de que el número de personas en las edades va cambiando a través de las mismas ¿cómo se vería la composición por edades de la población si uno dibujara el histograma? Si fuera cierto que el número de personas en este caso fuera igual, el supuesto de la distribución correcta sería una línea horizontal a la altura de 10, lo que equivaldría a que no habría ningún tipo de preferencia.

Una posibilidad de entrar a considerar cómo corregir estas preferencias consiste en aplicar la misma idea que se usó antes de dividir los tramos de preferencia en dos partes. Frente a una situación como ésta, se ve la posibilidad, procediendo siempre con la misma filosofía de antes, de partir ya sea esa edad de preferencia en dos partes o si se quiere al revés, hacer los cortes en los puntos medios de esos lugares que se pueden llamar las cumbres y los valles.

En torno a este asunto de la preferencia de dígitos, se puede hacer un paralelo con campos magnéticos, con atracciones eléctricas, y entonces se piensa que al declarar la edad hay una especie de atracción de esa naturaleza para ciertas edades y un rechazo de otras. Visto así, lo que se busca es determinar una línea en donde hay una fuerza neutra de atracción, una línea tal que coloque a la información sin moverse. Una idea sería poner esa fuerza en el centro de esos valles, dividiendo por partes iguales entonces a la gente que está para un lado y para el otro.

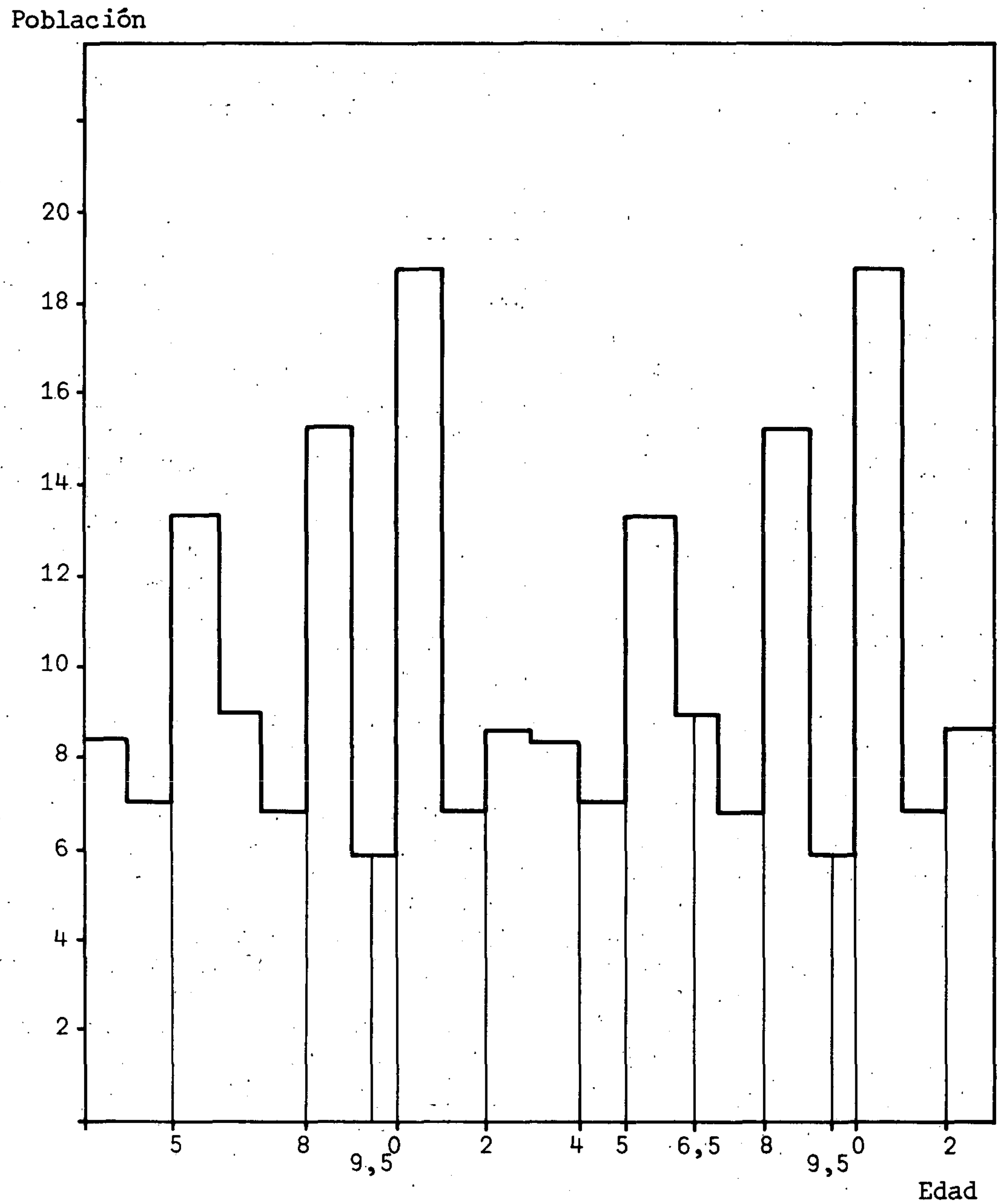
Volviendo al ejemplo de Argelia, se considera que una buena elección a los efectos de compensar esas fuerzas de atracción de unos y otros guarismos, podría ser la edad de rechazo 9, ya que está ubicada en un punto tal que compensa esas fuerzas que hay entre el 0 y el 8. Como se puede ver, es un enfoque un poco diferente; aunque está inspirado en los mismos principios, se está trabajando de una manera diferente: se busca la edad de mayor rechazo y es en torno a esa edad donde parece que podría darse un corte apropiado. ¿No habría que partir también el 4 para tener los grupos quinquenales? No necesariamente, es un atributo conveniente, una propiedad conveniente, tener partida la información en grupos quinquenales para que cuando se tenga que volver a los grupos convencionales ya las cosas estén facilitadas. Con la información que se está manejando, no parece ser eso algo recomendable. Al contrario, se trata más bien de buscar esos campos neutrales que puedan permitir cierto balanceo en las preferencias. Buscando esos puntos se encuentra que una buena selección podría ser la edad 4. Cuatro para un lado y 4 para el otro, o partir el 4 en dos pedazos y otra, 6,5. Posiblemente al momento de proceder se partiría ese grupo 6 en dos pedazos.

Una prueba que se puede efectuar acerca de lo apropiado que puede ser el agrupamiento que se propone, es calcularlo por suma de los índices de Myers y ver en qué medida están cercanas o no a los índices teóricos que uno podría esperar. Antes de decidir, tómese conciencia de cómo se va a partir la información. La edad exacta 4 marca un punto de separación: hasta 4 y después de 4. Los agrupamientos que se van a tener van a ser: desde edades exactas terminadas en 9,5 hasta edades exactas terminadas en 4; desde 4 hasta 6,5; desde 6,5 hasta 9,5. Haciendo lo que se acaba de explicar se obtiene en el primer caso que la gente con edades entre 9,5 y 4, sumaría un 45,42 por ciento que se compara muy bien con el 45 por ciento que se podría esperar si la distribución por edades fuera uniforme. La gente con edades terminadas entre edad exacta 4 y edad exacta 6,5, que teóricamente debería contener un 25 por ciento de la población, da sumando los guarismos 24,98 por ciento, otra vez muy cercano al valor teórico. Finalmente, las edades exactas entre 6,5 y 9,5, que deberían contener un 30 por ciento teórico de la población, con el agrupamiento que se proponen daría 29,60 por ciento.

Grupos		Porcentaje	
		Empírico	Teórico
9 1/2 - 4	= 1/2 (5,89)+18,72+6,83+8,59+8,34	= 45,42	45
4 - 6 1/2	= 7,07+13,33+1/2 · (9,16)	= 24,98	25
6 1/2 - 9 1/2	= 1/2 · (9,16)+6,74+15,33+1/2·(5,89)	= 29,60	30
		100,00	100

Gráfico 2

ARGELIA: HISTOGRAMA REPRESENTATIVO
DE PREFERENCIA DE DIGITOS
Censo de 1948



Es tentador hacer este tipo de ejercicio. Puede dudarse acerca de si se debe esperar que en la población los índices de Myers deben comportarse como teóricamente se estaba suponiendo. Recuérdese que el supuesto que está detrás de que el índice de Myers debe ser 10, es que la población tiene una conformación lineal a lo largo de las edades, aunque la hipótesis puede ser menos rigurosa que esa. En realidad, lo que es fácil de probar es que si la población es lineal, el índice de Myers tiene que ser 10 y si no es lineal ya no se debe esperar esto.

Se había llegado a este tipo de selección de agrupamientos por edades sin usar como prueba de que estaba bien o mal la comparación con los índices teóricos de Myers. Se hizo un poco por instinto demográfico y es en ese sentido como se debe trabajar, tratando de usar métodos, llamémosles demográficos, que consisten en mirar qué tipo de errores tiene la declaración de edades de una población de una manera directa y no tan mecánica. Si en lugar de hacer los tres agrupamientos que se han hecho se limitara a hacer los agrupamientos 3-9, 9-3, también se logra una concordancia con los índices teóricos de Myers apropiada, casi coincidente:

Grupos		Porcentaje	
		Empírico	Teórico
3 - 9	=	59,98	60
9 - 3	=	40,03	40

Se aconseja el uso de Myers. Ayuda mucho en este tipo de ejercicio, pero siempre que se lo use con mucha prudencia. Generalmente, esos agrupamientos no convencionales que utilizan edades raras, producen mejores resultados. El problema que se presenta luego es convertir esas medidas que se logran, esos ajustamientos para edades no convencionales en los grupos convencionales o en edades simples. No hay ningún problema teórico que resolver; es fácil de resolver cualquier problema en el campo teórico, pero en la práctica la tarea puede ser penosa.

SESION II: viernes 2 de agosto de 1974

II. TECNICAS DE AJUSTE. PASAJES DE GRUPOS NO CONVENCIONALES A GRUPOS CONVENCIONALES
1. Ojivas de Ejes Oblicuos
2. Método de Ajuste Cuadrático
3. Comparación con otros Métodos
4. Omisión Censal

II. TECNICAS DE AJUSTE. PASAJE DE GRUPOS NO CONVENCIONALES A GRUPOS CONVENCIONALES

Se estudiarán los métodos que sirven para pasar de los agrupamientos por edades que no son los convencionales, a los agrupamientos convencionales.

Se presentarán dos métodos, pero se advierte que hay otros métodos a los cuales no se hará referencia.

Los dos métodos que se van a analizar son: 1) el de la ojiva, presentado originalmente por Carrier y Farrag en 1959.3/ 2) El que se refiere al procedimiento para partir, mediante una ecuación cuadrática, grupos de edades en una población.

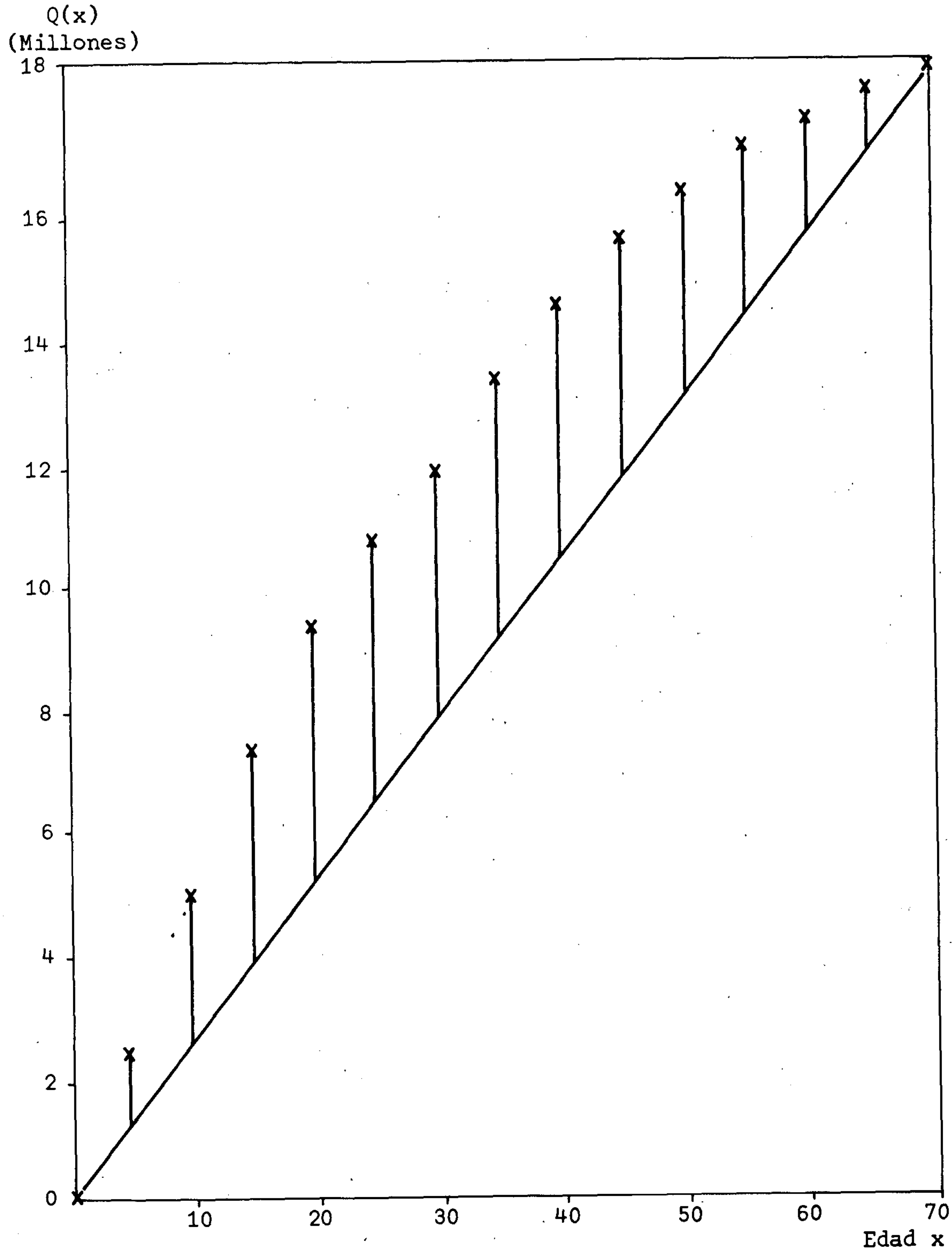
1. Ojivas de Ejes Oblicuos

Una técnica frecuente en estadística es utilizar funciones acumuladas a los efectos de criticarlas, examinarlas y aceptarlas; se hace esto con la acumulación de la población por edades. Es común en estadística hacerlo con curvas de frecuencia. El primer paso es acumularlas. La primera columna del cuadro 5,P(x) da la población clasificada por edad. En la tercera columna se puede ver la población acumulada. Cualquiera de estas cifras da un número de personas por debajo de la edad que está indicada a la izquierda. En el gráfico 3 se ha dibujado una curva representativa de esta función acumulada; va desde 0 a la edad 0, hasta 18 766 (miles) a la edad extrema final. Estos puntos tienen una marcha más regular que la que se obtendría si se dibujaran los puntos de población por grupos quinquenales de edades. Un método de ajustamiento que regularizará esta información parece más fácil de aplicar a la información acumulada que a la información desagregada. Si se ajustan esos puntos que parecen más regulares, leyendo luego los valores ajustados y desacumulando, se logra el ajustamiento de la población por edades. El hecho de proceder de esta manera, sin embargo, tiene el inconveniente de que la escala en la que están representados los gráficos de estas funciones acumuladas es muy pequeña. Un milímetro del gráfico en la escala representa 80 000 personas. Un error que se pueda cometer en la lectura del valor ajustado o en la precisión del ajustamiento, puede tener al desagregarse efectos bastante grandes. A fin de resolver el problema de la escala Carrier y Farrag sugirieron transformarla, trazando, como en el gráfico, una

3/ Carrier, N.H. y Farrag, A.M., La Reducción de Errores en los Censos de Población para Países Estadísticamente Subdesarrollados. Reproducido de "Estadística", Journal of the Inter-American Statistical Institute, junio 1961, Nº 71.

Gráfico 3

TURQUIA: FRECUENCIAS ACUMULADAS U OJIVAS DE LA POBLACION DE AMBOS SEXOS EN EL CENSO DEL 21 DE OCTUBRE DE 1945



Fuente: Cuadro 5.

Cuadro 5

TURQUIA: APLICACION DEL METODO DE OJIVA DE EJES OBLICUOS A LA POBLACION DE AMBOS SEXOS DEL CENSO DEL 21 DE OCTUBRE DE 1945

(en miles)

Edad (x, x+4)	Población $N_{x,x+4}$	Diferencia $N_x - N_{x+5}$	Población bajo edad (x) Q(x)	300x	Q(x) - 300x= $R_1(x)$
0 - 4	2 472	-119	0	0	0
5 - 9	2 591	232	2 472	1 500	972
10 - 14	2 359	379	5 063	3 000	2 063
15 - 19	1 980	499	7 422	4 500	2 922
20 - 24	1 481	378	9 402	6 000	3 402
25 - 29	1 103	-328	10 883	7 500	3 383
30 - 34	1 431	245	11 986	9 000	2 986
35 - 39	1 186	86	13 417	10 500	2 917
40 - 44	1 100	320	14 603	12 000	2 603
45 - 49	780	63	15 703	13 500	2 203
50 - 54	717	326	16 483	15 000	1 483
55 - 59	391	-158	17 200	16 500	700
60 - 64	549	326	17 591	18 000	-409
65 - 69	223	10	18 140		
70 - 74	213	144	18 363		
75 - 79	69	-6	18 576		
80 - 84	75	58	18 645		
85 - 89	17	-2	18 720		
90 - 94	19	13	18 737		
95 - 99	6	2	18 756		
100 +	4		18 762		
			18 766		

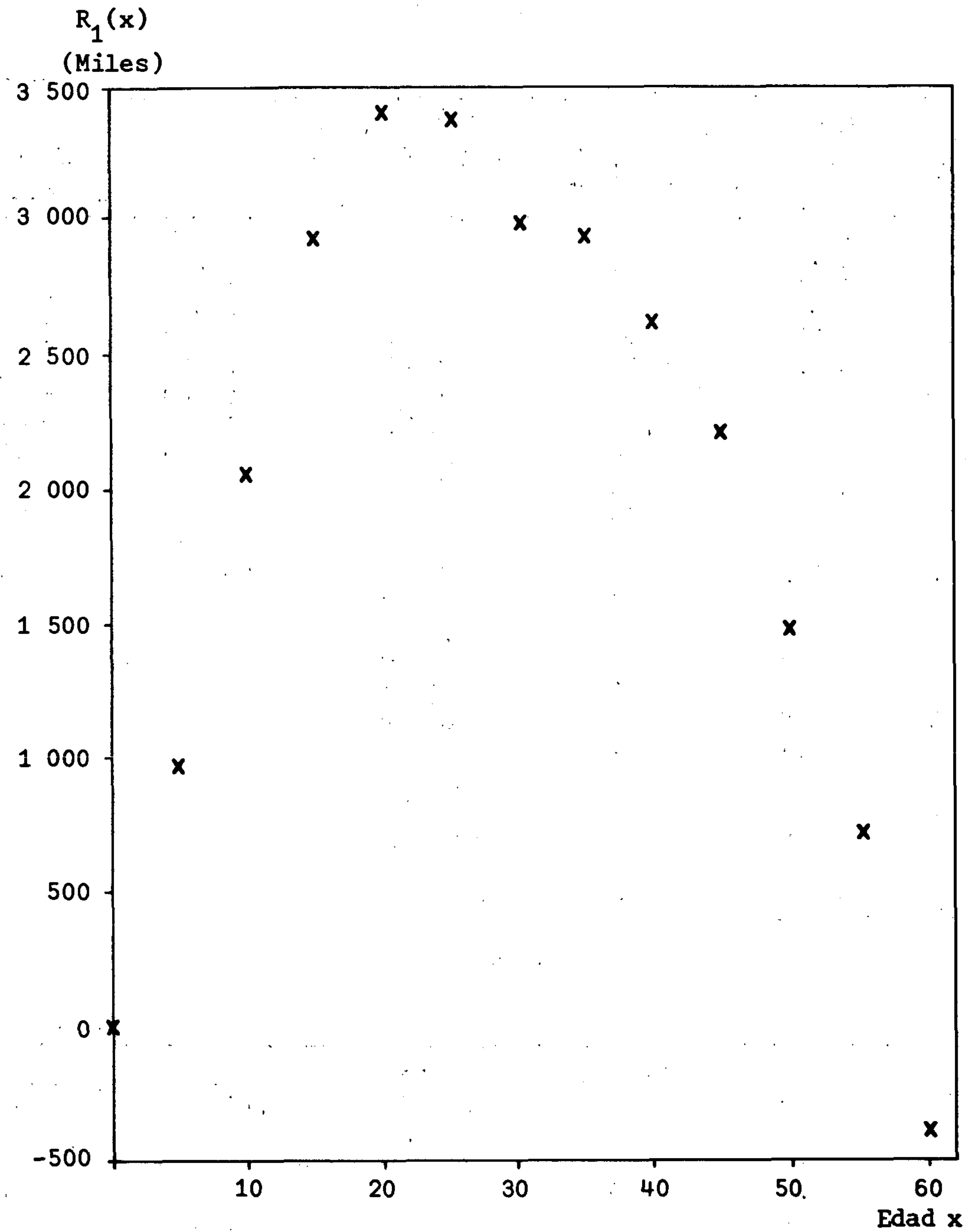
Fuente: Cuadro 1.

Cuadro 5a

Edad (x,x+4)	$N_{x,x+4}$	Origen falso y	Población de 35 a 35 + y	140 y	$Q^1(x)$-140y = $R_2(x)$
35 - 39	1 186	0	0	0	0
40 - 44	1 100	5	1 186	700	486
45 - 49	780	10	2 286	1 400	886
50 - 54	717	15	3 066	2 100	966
55 - 59	391	20	3 783	2 800	983
60 - 64	549	25	4 174	3 500	674
65 - 69	223	30	4 723	4 200	523
70 - 74	213	35	4 946	4 900	46
		40	5 159	5 600	-441

Gráfico 4

TURQUIA: OJIVA DE EJES OBLICUOS DE LA POBLACION DE AMBOS SEXOS DEL CENSO DEL 21 DE OCTUBRE DE 1945



Fuente: Cuadro 5.

bisectriz y midiendo las distancias que van desde los puntos observados a esta línea oblicua. Esto se puede hacer mejor numérica que gráficamente. Se puede deducir con toda facilidad la ecuación de esa recta. Si se representan las distancias que van de la recta a los puntos se obtiene una curva como la que se ha esbozado en el gráfico 4, donde se dibujan los puntos que contienen la misma información que la anterior, pero ahora la escala se ha expandido mucho. El valor mayor mide 3 500 y con una hoja del mismo tamaño se ha obtenido una representación 5 veces mayor, que puede interpretarse como 5 veces más precisa que la anterior, pues se puede trabajar con mayor minuciosidad.

Es un procedimiento muy simple; sin embargo produce resultados bastante buenos. La técnica de esto es bastante fácil; se nota que la línea recta no tiene por qué ser trazada con mucha precisión, en el sentido de alcanzar exactamente el último punto que se esté considerando en la población. Basta con una línea aproximada, utilizando el incremento anual redondeado. En el ejemplo que se está considerando, donde se limita el ajuste hasta la edad de 65 años, se observa que el número acumulado hasta esa edad en la población es de 17 591. Se podría trazar una recta que partiendo del cero alcanzara ese valor, pero ese tipo de precisión no hace falta, basta con tomar un número redondo que en este ejemplo sería de 18 000, próximo a 17 591. La recta que se maneja parte de 0 (edad 0) y llega a los 18 000 (edad 65), aumenta a razón de 300 personas por año y tiene una ecuación muy simple: $300x$, donde x es la edad. En la penúltima columna del cuadro 5 se muestra el valor de esta ecuación. Luego, si de los valores acumulados en la población real se deducen los valores dados por esta ecuación, se obtienen los puntos que van a definir la ojiva.

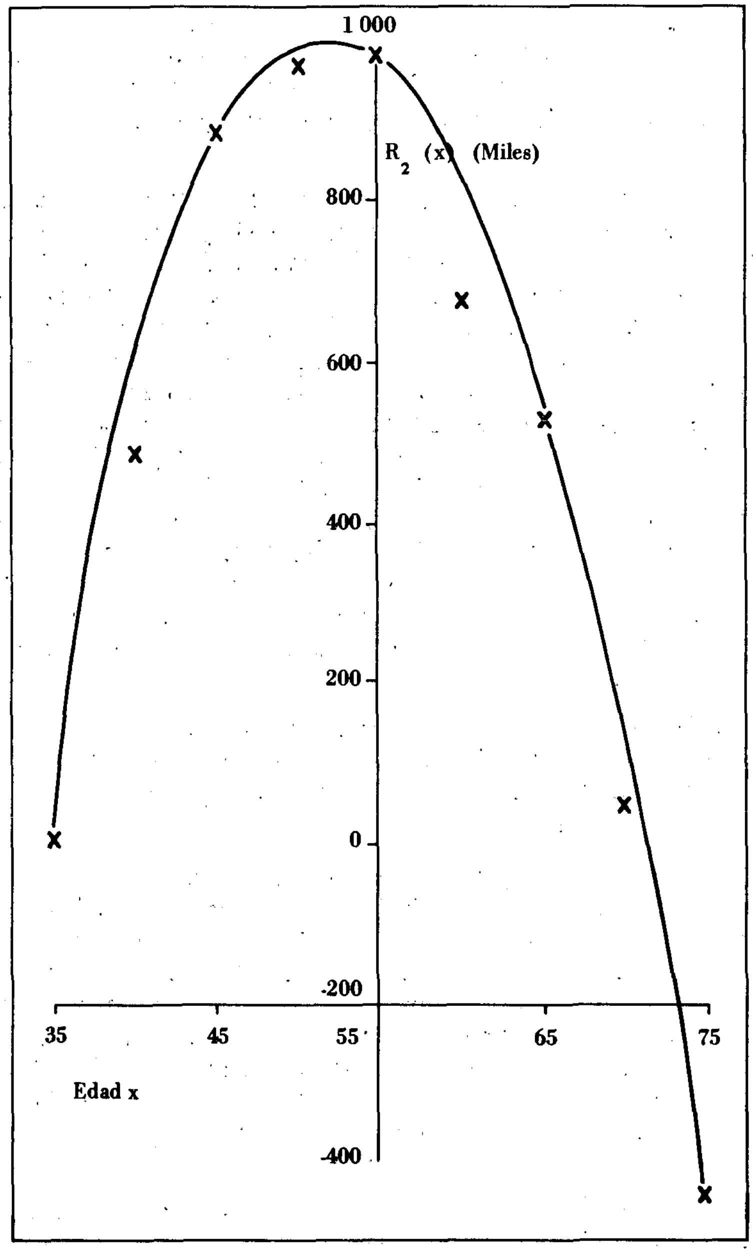
La intención de lo que se ha hecho hasta ahora era sólo la de mostrar con un ejemplo cómo se usa la ojiva. Hasta ahora se han usado los grupos convencionales de edades y ésa fue la intención que tuvieron los autores cuando presentaron el método.

Al dibujar la curva se supone que no han habido hechos en el pasado que perturbaran la distribución por edad de la población. Si hubiera razones para creer que esto no es así, que han habido perturbaciones, sería posible tomarlas en cuenta en el momento de hacer el ajuste. Se supone que la estructura por edad no ha sido perturbada en el pasado, que no han habido guerras o cambios bruscos de fecundidad que la alteraran. Este supuesto es cierto o razonable para muchas poblaciones. Un ejemplo bueno es el de Turquía. En este caso la información es obviamente tan mala que cualquier ajuste de este tipo aunque suponga una regularidad que en la realidad no existió, mejorará la información original.

Se sigue ahora con el examen del cuadro 5a. Se ve otra vez que se trata de una acumulación de los grupos quinquenales. Se aplica el método en forma idéntica. Se puede ver lo que se ha hecho, mirando en el gráfico 5, $R_2(x)$. Véase el punto correspondiente a la edad 60 en este gráfico. Se puede ver que el punto está por debajo de la ojiva que se ha dibujado. La acumulación hasta la edad 55 años y hasta la edad 65 es correcta. Luego moviendo aquel punto hacia arriba hasta llegar a la línea que se ha dibujado, se obtiene una corrección de la estructura por edad. Aunque no sea ésta la mejor corrección que se pueda hacer, se sigue elaborando con esta idea. En

Gráfico 5

TURQUIA: OJIVA DE EJES OBLICUOS PARA EDADES SELECCIONADAS DE LA POBLACION DE AMBOS SEXOS DEL CENSO DEL 21 DE OCTUBRE DE 1945



Fuente: Cuadro 5a.

el cuadro 5a se muestra numéricamente el efecto de mover ese punto gráficamente hacia arriba, hasta que alcance la curva dibujada. Se modifica el acumulado pasando de 4 174 a 4 320 y esto repercute en dos grupos quinquenales. Uno se modifica de 391 a 537 y el otro de 549 a 403. Con esto se ha logrado una descripción mejorada de la estructura por edades de la población, pero recuérdese la observación que se hizo, de que posiblemente esto no sea lo mejor que se pueda hacer. En forma similar a la que se acaba de ilustrar, podría haberse hecho la corrección para cualquier otra edad.

1.1 Uso de Ojiva de Ejes Oblicuos para pasar a Grupos Convencionales de Edades

Pasando ahora a la idea que se enunció al principio, se podría, utilizando exactamente la misma técnica, aplicarla a grupos de edades no convencionales como los que resultaron en el examen que se vio en la primera sesión. Se podría tener la población clasificada en grupos de edades que fueran de 20,5 exactos a 25,5 exactos, etc.. Podría acumularse esta población, dibujar una curva regular gracias a la recta, primero, y luego a la ojiva que resultara, y después cuando ya se tuviera dibujada la curva regular de la ojiva, podría leerse en el gráfico para edades elegidas arbitrariamente, que podrían ser 23 años ó 22 ó 61,5; cualquier punto. Por lo tanto, se llegaría así a los agrupamientos por edades que se considere necesarios.

1.2 Ventajas del Método

El procedimiento es muy simple. Se señala, como una virtud del método que al cambiar un dato, en la medida en que este dato se modifica, exactamente en esa misma medida se altera el grupo que se está corrigiendo. Al hacer el cambio se sabe exactamente el impacto que ese cambio tiene en el grupo de edades. Esto es un mérito, si se tiene en cuenta que en otras técnicas cuando se hace un cambio en un punto hace falta, en muchos casos, un largo camino para llegar a establecer qué efecto ha tenido ese cambio en la estructura. Otra ventaja que se señala en relación con este método es que puede ser usado con cualquier combinación de edades. Al estudiar la población de Argelia se llegó finalmente a manejar grupos de edades muy poco convencionales. Había grupos que empezaban en la edad exacta 9,5, y terminaban exactamente en el guarismo 4, de 4 a 6,5, de 6,5 a 9,5. Se puede trabajar con este tipo de agrupamiento exactamente igual que con el anterior, cuando se usan los agrupamientos convencionales. La técnica se adapta fácilmente. Es la única técnica que permite hacer esto con facilidad; otras, requieren algún tipo de adaptación al problema, y se puede mencionar el caso de las técnicas que propone Brass 4/ o el uso de poblaciones modelo. Si se usara la técnica de Brass se requeriría que la población estándar también mantuviera la estructura por edades para los tramos que se está manejando. Se facilita mucho el tratamiento de este tipo de agrupamiento con la técnica que se está viendo.

4/ Brass, W., Métodos para Estimar la Fecundidad y la Mortalidad en Poblaciones con Datos Limitados, Serie E, N° 14, pág 109.

1.3 Limitaciones

Se verán ahora los aspectos negativos: a) Un problema que se considera no resuelto, por el cual la técnica es poco satisfactoria, es el hecho de que es una técnica gráfica que se apoya en el dibujo. Si dos personas dibujan la curva la van a dibujar de manera diferente. Por lo tanto, normalmente, dos personas no van a tener la misma respuesta, no van a producir el mismo ajustamiento.

b) Otra limitación que se señala es que a pesar que el eje oblicuo mejora mucho la precisión, no se puede leer con un grado satisfactorio de exactitud la cantidad ajustada. En el ejemplo presentado antes se llegó a la cifra 820. Si se hubiera repetido el ejercicio, podría haberse tomado quizás 830 u 840 o, al revés, 810. Manejándose con ese grado de precisión, dada la magnitud del gráfico, no se puede avanzar mucho más. Se podría decir entonces que la cifra que se está leyendo tiene un error del orden de 20 mil personas en ese grupo. Esto es verdad también en otras técnicas, aunque pase más desapercibido. Si se usa un modelo matemático se logra una cifra aparentemente más precisa -se la puede obtener con muchos decimales- pero eso oculta el hecho que el modelo no puede dar una versión del número exacto de personas. De cualquier modo, hay un problema para lograr estimaciones con exactitud satisfactoria cuando se utiliza este método.

c) La última observación negativa es que si la estructura por edades es buena, es poco lo que hay que corregir. No es un método que pueda ayudar mucho en estos casos; sirve principalmente para manipular la información cuando ha habido traslados. En algunos grupos de edades, donde la estructura es buena, puede haber existido algún error, pero poco para corregir. Hace falta, para que el método sea apropiado, para que produzca realmente resultados, que los errores de declaración de edad sean gruesos, como lo fueron en el ejemplo que se analizó para Turquía.

Cuando se dibujan las ojivas es más apropiado hacerlo, no tanto en forma vertical, sino en forma horizontal, ampliando la escala de la abscisa. Al leer los puntos correspondientes a la curva que se ha dibujado en los tramos que corresponden a las primeras y a las últimas edades, la lectura deja mucho que desear. Es muy difícil poder hacer esta parte bien y, por lo tanto, el método es inapropiado para hacer un ajuste en los primeros 10 años de vida. Lo mismo vale para la parte final del tramo de vida.

Chackiel: Para poder usar este método, los datos tienen que ser malos. Se vio, trabajando con Guatemala, que cuando se empieza de cero, el grupo 0-4, queda muy abajo, lo que es un índice muy claro de una cierta omisión de dicho grupo. Si se pudiera apoyar en el grupo 10-14 ó 15-19 y trazar una curva, se podría tener alguna noción de la omisión. El profesor Hobcraft se contradice un poco al hablar de que es mala información el grupo 0-4 para trabajar, con el hecho de que la información debe ser mala para aplicar este método. Se hizo lo siguiente: se trazó la ojiva sabiendo que el grupo 0-4 estaba mal, pero apoyándose en los otros grupos. Si el grupo 0-4 comienza mal, todos los grupos estarán mal. Se aplicó, entonces, un proceso iterativo de ir tomando el nuevo grupo 0-4 corregido e ir volviendo hacia la ojiva hasta que más o menos todo coincidiera.

Hobcraft: En el uso de la ojiva no es necesario empezar en la edad 0. Se comienza desde la edad que quiere. Si se tiene un problema especial con la edad 0-4 puede empezar en 5 ó en 10. Existe enorme dificultad para el ajustamiento del grupo 0-4; no se conoce un método apropiado. Lo mejor que se puede hacer es conciliar los registros de nacimientos con los censos.

2. Método de Ajuste Cuadrático

El otro procedimiento que se presentará consiste en el método propuesto para subdividir grupos de edades. El método se apoya en la hipótesis de que la población sigue una forma cuadrática en diferentes tramos de edades. ¿Es una hipótesis válida? ¿Es razonable suponer que la estructura por edades se puede describir bien con un polinomio de segundo grado a lo largo del tramo de edades? La respuesta es definitivamente que no, si se trata de edades muy jóvenes. El grupo 0-4 definitivamente no sigue esa ley. Tampoco es apropiado el método cuando se trata de los tramos de edades avanzadas. Si se aplica el método en este intervalo de edades, los resultados que se logran son totalmente insatisfactorios. Se trató de aplicar el método a información para Inglaterra y Gales, a tres grupos quinquenales en la parte final, es decir asimilando la población en esos grupos a un polinomio de segundo grado, obteniéndose resultados totalmente absurdos, como que para ciertas edades los números resultantes fueron negativos. Para esas edades el procedimiento sin duda es malo, porque se apoya en una curva poco apropiada. Cualquier ajustamiento apropiado en este tramo debería apoyarse más bien en curvas del tipo de la de Gompertz. La conclusión entonces es que un polinomio de segundo grado puede resultar adecuado para describir la distribución de población entre los 5 y los 60 ó 70 años. Fuera de esos tramos no. Los problemas que presentan las primeras edades requieren un tratamiento especial. Lo mismo sucede para las edades más avanzadas.

Un problema, una limitación del método que se propone, es que requiere que la información a manejar se refiera a estructuras por edades de amplitud similar de los grupos. No sería por lo tanto apropiado para ser aplicado a información como la de Argelia, sin antes una sustancial tarea de adaptación del método a las condiciones que se tiene que enfrentar. Este problema de adaptación es siempre complicado y además parece necesario hacerlo ante cada caso concreto. Hace falta desarrollar métodos especiales que adapten esta metodología a cada situación.

El método requiere la utilización de tres grupos consecutivos de edades de igual amplitud. Sería aplicable, por lo tanto, a lo visto antes en relación con Turquía, inclusive en caso de haber llegado a la conclusión de que el mejor agrupamiento era aquel no convencional, de edades de 5,5 a 9,5 etc. En esas circunstancias el método se puede aplicar bien. El requerimiento es que la información esté dada para grupos de amplitud uniforme.

El examen hecho por Carrier y Hobcraft[5/] es poco satisfactorio. (Véase el Apéndice A). En él se aplica disponiendo de tres grupos y en realidad se requieren cuatro para que los resultados que se obtengan sean coherentes. De lo contrario, utilizándolo tal como está tratado en el libro, se puede llegar a resultados equivocados y resultar como consecuencia terminal el ajuste con un poco más de la población inicial que se trataba de redistribuir o

5/ Carrier, N. y Hobcraft, J., Estimaciones Demográficas para Sociedades en Desarrollo, CELADE, Serie D, N° 1026, pág. 77.

~~con lo contrario, utilizándolo tal como está tratado en~~ el libro, se puede ~~llegar a resultados equivocados y resultar como consecuencia terminal el ajuste con un poco más de la población inicial que se trataba de redistribuir~~ con un poco menos. La aplicación tal como está presentada en el Apéndice A puede producir ese tipo de error. Se va a ilustrar con un ejemplo ese tipo de problema.

Grupos de Edades:

20,5 - 25,5	P_1
25,5 - 30,5	P_2
30,5 - 35,5	P_3
35,5 - 40,5	P_4
⋮	
60,5 - 65,5	P_9
65,5 - 70,5	P_{10}

Lo que se va a hacer ahora es componer el grupo 25-30. Lo primero que se hace es buscar el componente de 25 a 30 que está en el grupo 20,5 - 25,5, pero tal como están dispuestos los cálculos en la fórmula que se utiliza, en realidad lo que se hace es determinar lo que va desde 20,5 hasta 25, lo que hay que excluir del primer grupo a los efectos de quedarse con lo del que es parte del grupo que se va a tratar de definir. La distancia que va entre 20,5 y 25 es equivalente a 9 décimos de la amplitud del grupo.

En el cuadro 6 se puede ver esa distancia 0,9. Como se trata de partir el grupo inicial se usa la parte izquierda del cuadro y se tiene que buscar en la línea de 0,9. Los coeficientes son entonces 0,9615 para P_1, el primer grupo de edades desconocido; -0,078, para P_2 y 0,0165 para P_3. La suma de esos productos da la población de 20,5 a 25. Para obtener lo que queda del grupo hace falta deducir de P_1 lo que va de 20,5 a 25. Todo el grupo que va de 20,5 a 25,5, se simboliza con P_1, o sea:

$$20{,}5 - 25{,}5 = 1{,}0\ P_1$$

$$20{,}5 - 25{,}0 = 0{,}9615\ P_1 - 0{,}078\ P_2 + 0{,}0165\ P_3$$

$$25{,}0 - 25{,}5 = 0{,}0385\ P_1 + 0{,}078\ P_2 - 0{,}0165\ P_3$$

Para formar el grupo 25-30 se necesita lo que va de 25,5 hasta 30. Eso significa también moverse en proporción 9 décimos del total del tramo. P_2 es ahora el grupo central de los tres y se deben usar los coeficientes para grupos centrales. El resultado obtenido se suma a lo anterior:

PRIMER GRUPO:

25 - 25,5	=	$0{,}0385\ P_1 + 0{,}078\ P_2 - 0{,}0165\ P_3$
25,5 - 30	=	$0{,}0165\ P_1 + 0{,}912\ P_2 - 0{,}0285\ P_3$
Total 25-30	=	$0{,}055\ P_1 + 0{,}99\ P_2 - 0{,}045\ P_3$

Se obtiene así el grupo que se está buscando, 25-30. Una forma de verificar que no hay equivocación en los cálculos es comprobar que la suma de los coeficientes da 1. Ya que siempre que se está buscando un grupo con la misma amplitud que el de los grupos originales, los coeficientes deben sumar 1. Se muestra el mismo procedimiento para el grupo siguiente, que es el que va de 30 a 35. Para ser coherente con lo que ha hecho antes, este primer elemento componente, lo que va de 30 a 30,5, que es del grupo P_2 debe derivarse de los mismos valores observados P_1, P_2 y P_3. Se puede ver entonces que esos dos tramos suman exactamente P_2.

La aplicación del Apéndice A difiere de la aplicación que se hace aquí, en el sentido de que la fracción de 30 a 30,5 se apoya, no en P_1, P_2 y P_3, sino en P_2, P_3 y P_4 y de esa manera se introduce una pequeña incoherencia, según la cual no se mantiene el grupo original P_2 a lo largo de todo el proceso.

Se va a separar 30,5 a 35,5. Siempre que se pueda se va a tratar de usar la parte central en lugar de la parte final. En la aplicación que se está mostrando, son los mismos coeficientes que antes, porque es el grupo central para un valor 0,9. Se obtiene de esa manera el resultado siguiente:

SEGUNDO GRUPO:

30 - 35,5	=	$-0{,}0165\ P_1 + 0{,}088\ P_2 + 0{,}0285\ P_3$
30,5 - 35	=	$0{,}0165\ P_2 + 0{,}912\ P_3 - 0{,}0285\ P_4$
Total 30-35	=	$-0{,}0165\ P_1 + 0{,}1045\ P_2 + 0{,}9405\ P_3 - 0{,}0285\ P_4$

Entonces el segundo grupo de 30 a 35 resulta de una combinación lineal de 4 valores, no de 3. Para definir 30-35 interviene P_1, P_2, P_3 y P_4. La fórmula de aquí en adelante es idéntica. Debe cambiarse simplemente los subíndices de las P. El grupo siguiente comenzaría en P_2, después seguiría P_3, P_4 y P_5. De aquí en adelante la aplicación de la fórmula es uniforme.

Para obtener el grupo final 65-70 se tiene que usar, como al principio, una fórmula diferente que tomará en cuenta la parte derecha del cuadro. En tanto, que para hacer el primero se debió utilizar la parte izquierda, ahora debemos de utilizar la derecha. Eso no tiene nada de original y el último trozo, el que va de 65,5 a 70, utiliza la parte derecha; para 0,9 vale -0,0285, + 0,1020 y + 0,8265. Son tres términos otra vez los que aparecen. La suma de los coeficientes tiene que ser siempre lo que es una verificación fácil de hacer y muy útil.

Cuadro 6

COEFICIENTES PARA DESCOMPONER LOS GRUPOS DE EDADES

Coeficientes para calcular la población desde el límite inferior de un grupo de edades, hasta varias edades dentro de dicho grupo, dados tres grupos de edades consecutivos de igual amplitud

Para calcular parte del

Grupo de edades menor				Grupo de edades central				Grupo de edades mayor		
Coeficientes para				Coeficientes para				Coeficientes para		
Grupo menor	Grupo central	Grupo mayor	x	Grupo menor	Grupo central	Grupo mayor	x	Grupo menor	Grupo central	Grupo mayor
0,0891875	-0,0546250	0,0154375	0,05	0,0154375	0,0428750	-0,0083125	0,05	-0,0083125	0,0403750	0,0179375
0,1735000	-0,1020000	0,0285000	0,10	0,0285000	0,0880000	-0,0165000	0,10	-0,0165000	0,0780000	0,0385000
0,2530625	-0,1423750	0,0393125	0,15	0,0393125	0,1351250	-0,0244375	0,15	-0,0244375	0,1126250	0,0618125
0,3280000	-0,1760000	0,0480000	0,20	0,0480000	0,1840000	-0,0320000	0,20	-0,0320000	0,1440000	0,0880000
0,3984375	-0,2031250	0,0546875	0,25	0,0546875	0,2343750	-0,0390625	0,25	-0,0390625	0,1718750	0,1171875
0,4645000	-0,2240000	0,0595000	0,30	0,0595000	0,2860000	-0,0455000	0,30	-0,0455000	0,1960000	0,1495000
0,5263125	-0,2388750	0,0625625	0,35	0,0625625	0,3386250	-0,0511875	0,35	-0,0511875	0,2161250	0,1850625
0,5840000	-0,2480000	0,0640000	0,40	0,0640000	0,3920000	-0,0560000	0,40	-0,0560000	0,2320000	0,2240000
0,6376875	-0,2516250	0,0639375	0,45	0,0639375	0,4458750	-0,0598125	0,45	-0,0598125	0,2433750	0,2664375
0,6875000	-0,2500000	0,0625000	0,50	0,0625000	0,5000000	-0,0625000	0,50	-0,0625000	0,2500000	0,3125000
0,7335625	-0,2433750	0,0598125	0,55	0,0598125	0,5541250	-0,0639375	0,55	-0,0639375	0,2516250	0,3623125
0,7760000	-0,2320000	0,0560000	0,60	0,0560000	0,6080000	-0,0640000	0,60	-0,0640000	0,2480000	0,4160000
0,8149375	-0,2161250	0,0511875	0,65	0,0511875	0,6613750	-0,0625625	0,65	-0,0625625	0,2388750	0,4736875
0,8505000	-0,1960000	0,0455000	0,70	0,0455000	0,7140000	-0,0595000	0,70	-0,0595000	0,2240000	0,5355000
0,8828125	-0,1718750	0,0390625	0,75	0,0390625	0,7656250	-0,0546875	0,75	-0,0546875	0,2031250	0,6015625
0,9120000	-0,1440000	0,0320000	0,80	0,0320000	0,8160000	-0,0480000	0,80	-0,0480000	0,1760000	0,6720000
0,9381875	-0,1126250	0,0244375	0,85	0,0244375	0,8648750	-0,0393125	0,85	-0,0393125	0,1423750	0,7469375
0,9615000	-0,0780000	0,0165000	0,90	0,0165000	0,9120000	-0,0285000	0,90	-0,0285000	0,1020000	0,8265000
0,9820625	-0,0403750	0,0083125	0,95	0,0083125	0,9571250	-0,0154375	0,95	-0,0154375	0,0546250	0,9108125

La población es la comprendida entre el límite inferior del grupo de edad hasta la proporción de edad de todo el grupo.
Los coeficientes suponen que la población es una función cuadrática de la edad.

Fuente: Carrier y Hobcraft, op.cit., Tabla D.

ULTIMO GRUPO:

$$65 - 65{,}5 = -0{,}0165\ P_8 + 0{,}088\ P_9 + 0{,}0285\ P_{10}$$

$$65{,}5 - 70 = -0{,}0288\ P_8 + 0{,}102\ P_9 + 0{,}8265\ P_{10}$$

$$\text{Total } 65\text{-}70 = -0{,}0450\ P_8 + 0{,}190\ P_9 + 0{,}855\ P_{10}$$

Recuérdese entonces, para terminar, que lo que está detrás de esto es haber supuesto que la estructura por edades es suave, uniforme, y tiene un comportamiento regular con la edad, que se adapta a un polinomio de segundo grado. Si ha habido hace años algún hecho que alterara esa situación de regularidad, sería incorrecto suponer su existencia; por ejemplo, el problema de la epidemia de 1918 a 1921 que posiblemente dejó su marca en las estructuras por edad de las poblaciones afectadas. Los marcó en el sentido de que murieron muchos niños y la estructura por edad quedó afectada. No se conoce ninguna técnica que pueda tratar satisfactoriamente esta situación. En realidad sí, se conoce una, pero esa técnica requiere de buena información de registros y éste no es el caso de los países en desarrollo. Todas las técnicas suponen que existe regularidad en la variación de la estructura por edad. Esos hechos extraordinarios que se pueden presentar, por ejemplo una guerra, (no tanto por lo que la guerra significa como muertes de hombres sino por el impacto que puede significar en los cambios de fecundidad), quedan documentados y están probados. El aumento de la fecundidad después de la II Guerra Mundial es un hecho que se puede comprobar y ver en Inglaterra y Gales. Seguramente lo mismo ha sucedido en otros países, donde lo que ocurre no se puede documentar. No hay técnicas que puedan resolver ese problema de los hechos extraordinarios que afectan determinadas edades, en poblaciones sin registros.

3. Comparación con Otros Métodos

Este procedimiento que se está examinando difiere de otros conocidos, como los multiplicadores de Sprague, porque esta fórmula procura simplemente reproducir el número de personas en cada grupo de edades, sin introducir, como en las otras fórmulas, un elemento de ajustamiento. Este sistema, a pesar de que puede alterar levemente la composición por edades -y eso se puede interpretar como que ajusta-, es básicamente un procedimiento de reproducción de los datos que no se tratan de modificar.

La mayor parte de los métodos, como los de Sprague y los de Karup King, sí introducen un elemento de ajustamiento; los resultados no reproducen las cifras originales. Un polinomio de segundo grado, que es lo que se usa en lugar de polinomio de grados más altos como los de cuarto grado que se utilizan en la fórmula de Sprague, tiene la ventaja de que requiere solamente información de tres grupos de edades, en tanto que un polinomio de cuarto grado tiene que apoyarse en cinco grupos de edades. Se considera una ventaja del procedimiento basarse en menor cantidad de grupos porque es mejor tratar de hacer el ajustamiento con información próxima a la que se está ajustando y no más distante como la que requieren las otras fórmulas. En el caso extremo se podría limitar a redistribuir la población dentro del grupo, usando el mismo grupo y nada más. Se considera que eso no es apropiado. Se trata más bien de encontrar un mínimo de grupos tales que aseguren una razonable fórmula de redistribución y se considera que un polinomio de segundo grado cumple mejor que ningún otro con ese tipo de condición, excluyendo los grupos extremos de niños de 0-4 y los grupos de edades más avanzadas. El elemento extra de ajustamiento, que podría incorporarse con un polinomio de un grado mayor, de tercer grado, por ejemplo, sería pequeño, tendría el defecto de requerir el uso de un tramo adicional de edades.

Se aplica esta fórmula con el ánimo de partir el grupo de edades, que era el problema que interesaba, de tal manera que tengan el agrupamiento que conviene. Ese tipo de fórmula no tiene ningún propósito de regularizar o ajustar. Se supone que está partiendo grupos que ya se han dado por buenos, ya sea porque se usó la ojiva, o porque se manipuló la información agrupándola de alguna manera que la mejoró.

La idea fundamental consiste en obtener básicamente información correcta, agrupando la información que se tiene.

Otros procedimientos no utilizan toda la información. Son, en cierto sentido, más mecánicos, más ciegos; es mejor juzgar la calidad de los datos y corregirlos analizando y mirando la información desde el principio. Considérese nuevamente la técnica de Brass: alumnos del Profesor Hobcraft han estado usando el procedimiento ideado por él, para obtener presumiblemente una buena distribución de la población por edades, aunque esas edades resultaran arbitrarias o poco convencionales. A partir de ahí, han empezado a utilizar el procedimiento propuesto por Brass, lo que ha significado un trabajo penoso porque han tenido que adaptar el estándar con el cual van a comparar la población que están manejando. Han tenido que adaptarlo para que estuviera presentado en las edades no convencionales que ellos habían confeccionado. Hicieron esa conversión del estándar y luego hicieron los gráficos con los logitos de la estándar. Ese camino es muy tedioso pero se puede hacer.

Los tramos de edades pueden no ser uniformes. Frente a la experiencia que se tiene, eso requiere un mayor conocimiento de las matemáticas, pero no es muy complicado. Se trataría simplemente de usar una acumulación y luego aplicar alguna fórmula como la de Lagrange6/ para interpolar los grupos en los tramos convenientes que se puedan necesitar.

4. Omisión Censal

Ortega: Los métodos que ha presentado el Profesor Hobcraft hablan fundamentalmente de suavizamiento de la información básica, pero en los países de América Latina corrientemente se tiene primero el problema de corregir la omisión de la población por grupos de edades. Se nota en su planteo la falta de algo fundamental y primero, que es la corrección de la omisión por grupos de edades.

Hobcraft: Si no se habló de esas técnicas es porque se considera que no las hay plenamente satisfactorias para tratar este problema. Desde luego que se acepta que la población que se está manejando se puede asimilar a una

6/ Bocaz, A., Interpolación... op.cit.

población estable modelo. Muchos de esos problemas, tales como exageración de edades y traslado de un grupo de edades a otro se pueden tratar y resolver. Otra alternativa sería utilizar las técnicas que han aplicado Shorter y Demeny a Turquía, 7/ donde los supuestos son que se acepta que la proporción de errores en la enumeración de los censos es similar. Requiere desde luego información de dos censos por lo menos. En general, las técnicas se han ocupado de resolver el problema de la preferencia de dígitos, más que el problema del traslado de edades. Muchas veces analizando información, es difícil establecer cuándo un error en la estructura por edades se debe a un tipo de preferencia por un dígito y cuándo es debido a esos traslados sistemáticos o a omisiones selectivas.

Si existen en el país donde uno está trabajando, resultados de post-enumeraciones que se suelen hacer después de los censos, o hay evaluaciones acerca de la cobertura de censos, se puede usar ese tipo de información para corregir omisiones. Si no, quedaría siempre el recurso de recurrir a los modelos, si es que estos modelos son aceptables. Es dudoso que sean aceptables, especialmente para América Latina.

Acerca de la deficiencia en el número de niños de 0 a 4 se especula sobre a qué se podía deber eso. En tanto hay gente que cree que eso se origina en una selectividad por edad, que un niño por el solo hecho de ser niño tiene una probabilidad mayor de ser omitido en el censo, otros han tratado de explicarlo, y entre ellos Coale, como que se produce en realidad un envejecimiento sistemático, paulatino. Muchos niños del grupo 0-4 están enumerados incorrectamente en el grupo 5-9. Parece que esta hipótesis, este supuesto de Coale, se apoya en evidencias bastante concretas de estudios realizados en Europa, donde ha sido posible establecer fehacientemente la edad utilizando datos de registros. Por ejemplo, el cotejo hecho en Francia con registros parroquiales. Se estableció que el déficit en la enumeración censal en el grupo 0-4 se producía por una exageración sistemática de la edad que nunca tenía mayor peso; los niños de edad 0 se declaraban más bien como de edad 1; los de edad 1 como de edad 2. Siguiendo con ese proceso de error, los de edad 4 se declaraban como de edad 5 y sistemáticamente, entonces, en el grupo 0-4 años se ocasionaba un déficit que no se producía ciertamente en los otros grupos donde había compensación. Si este error fuera cierto, el grupo 0-4 estaría subestimado en la medida en que va a faltar uno de los 5. Este error operaría como si cada uno de nosotros en un censo declarara la edad que va a cumplir, que va alcanzar en lugar de los años alcanzados. En Inglaterra y Gales, hasta el Censo de 1931, se tenía el problema de omisiones en las edades muy jóvenes. Se pensó que eso podría deberse a que no se enumeraban aquellos niños que todavía no tenían nombre. Desde el momento en que no había nombre para el niño recién nacido se lo omitía en la cédula, que empezaba por requerir que uno escribiera el nombre de la persona. Bastó con tomar la medida de decir que cuando eso ocurriera simplemente se registrara "bebé". Se limitaba a poner que había allí un bebé y sólo eso bastó para que mejorara sensiblemente de 1931 en adelante la enumeración de los niños de 0 a 4. Otras veces se ha vinculado esa omisión al hecho de que los niños no estuvieran bautizados; solamente empezaban a ser considerados como personas después del bautismo.

7/ Demeny, P. y Shorter, F.C., Estimating Turkish Mortality, Fertility and Age Structure. Estambul, Istambul University Press, 1968.

No hay que confiar mucho en estas operaciones de post-enumeración para medir la cobertura de un censo. En el censo de los Estados Unidos que es tan eficiente, han resultado de esas operaciones, omisiones del orden de un 2 por ciento, en tanto que utilizando otros métodos, que en general se llaman métodos "demográficos" -usando los datos que puede haber de registros de nacimientos, de muertes, registros de sistema social, de seguridad social- se llega a omisiones mucho más realistas, que seguramente superan ampliamente el 2 por ciento, y llegan a tasas del orden del 4 por ciento. Esa es la conclusión, después de haber hecho mucha experimentación, de una oficina que se caracteriza por su alta eficiencia. Muchos se sorprenden de saber que una operación censal de los Estados Unidos se realiza con este grado de imprecisión del orden del 3 ó 4 por ciento de sub-enumeración. En Inglaterra y Gales seguramente porque la población es más compacta, está más urbanizada. Por el hecho de usarse allí enumeradores que van a la casa en lugar de usar el recurso que se utiliza en los Estados Unidos, el auto-empadronamiento, el grado de omisión es menor. En la India se sostiene que la omisión censal es del orden del 1 por ciento.

Rincón: Posiblemente la omisión en el grupo 0-4, en los países latinoamericanos pueda ser explicada o atribuible al alto grado de nacimientos ilegítimos, lo cual haría que, efectivamente, mucha población no declarara a los hijos nacidos.

Chackiel: En los censos de América Latina, sobre todo en los últimos, la omisión del grupo 0-4 no es demasiado especial con respecto a la de otros grupos de edades, como las edades centrales. La omisión de hombres en las edades adultas, por ejemplo, en los estudios de varios de los censos, es dos veces más grande que la omisión del grupo 0-4. Se está muy preocupado siempre con el grupo 0-4 y a veces se olvida que, por determinadas circunstancias en ciertos países, en otros grupos de edades de hombres y mujeres hay omisiones mucho mayores.

Ortega: Es muy bueno lo que se ha planteado. Se sorprenden de encontrar una omisión del 4 por ciento en los Estados Unidos, mientras que en los países de América Latina se tiene omisiones bastante más grandes. El problema es que no se sabe cómo medirlo, se está ante un problema difícil de resolver.

Macció: En la década del 60, siguiendo un poco la onda de la oficina del censo de los Estados Unidos, siete países de América Latina hicieron estudios formales de post-enumeración, pero en realidad ninguno de ellos sirvió de mucho. En algunos casos incluso, a pesar de hacerse un análisis muy detallado de la omisión y de los casos de omisión, la corrección es peor que usar los datos sin corregir. Justamente es porque la metodología aplicada no ha encontrado explicaciones al origen del error, al origen de las omisiones.

En los países desarrollados se pueden obtener resultados más positivos haciendo este tipo de operación de post-enumeración. En realidad se trata de hacer en cada país lo que las circunstancias aconsejan.

Somoza: No estamos de acuerdo con el Profesor Hobcraft cuando habla de que el hecho que Inglaterra estuviera más urbanizada podía haber contribuido a que el censo se hubiera hecho mejor que en los Estados Unidos. Nosotros creemos que a medida que el proceso de urbanización avanza y que hay mucha gente que vive en las ciudades, los problemas de tener una buena enumeración aumentan y es mucho más difícil enumerar una gran ciudad que a la gente cuando está en el campo. Se tiene el ejemplo de Managua, en que el censo debió empezar a medianoche para que no se omitiera gente que normalmente duerme en las calles.

Hobcraft: La urbanización en Inglaterra se ha producido en viviendas más o menos estables, aunque se reconoce que es difícil la enumeración aun en lugares como Londres, en secciones donde hay muchos migrantes que cambian rápidamente su domicilio. Se da el ejemplo también de Ghana, similar al de Nicaragua, en el sentido de que también allí se tuvieron grandes problemas para enumerar gente que vive y duerme aparentemente en mercados, que no tienen vivienda.

SESION III. viernes 2 de agosto de 1974

III. SISTEMAS DE TABLAS MODELO DE MORTALIDAD
1. Naciones Unidas
2. Gabriel y Ronen
3. Coale y Demeny
4. Análisis Factorial
5. Sistema de Brass

III. SISTEMAS DE TABLAS MODELO DE MORTALIDAD

Se van a mencionar brevemente los varios sistemas que existen de tablas modelo de mortalidad, antes de entrar a referirse al sistema de Brass que interesa analizar.

1. Naciones Unidas[8/]

Se supone que se conoce el sistema de tablas modelo de vida de las Naciones Unidas y también cómo éste fue construido. Constituye un modelo de un solo parámetro en el sentido de que si se selecciona un índice de mortalidad, cualesquiera que sea(la esperanza de vida al nacer), con ese solo índice queda identificada una única tabla de mortalidad del sistema.

Se tiene problemas en la aplicación a países en desarrollo. Primero, porque está basado en información de países desarrollados, por lo que no se puede basar en un sistema de este tipo para tablas de vida de países que estén en desarrollo, porque ellos no están suficientemente representados. Hay razones para creer que los patrones de mortalidad son diferentes ahora en los países que están desarrollándose, de lo que fueron las condiciones de mortalidad de los países actualmente desarrollados. En particular parece ser que la relación de la mortalidad de niños con la mortalidad adulta es hoy más extrema en los países en desarrollo de lo que fue antes en aquellos países que ahora están desarrollados; esto debido a condiciones de salud. Se puede mencionar las muertes asociadas con enfermedades como gastroenteritis, que se relacionan en los países en desarrollo con problemas de clima y con malas condiciones de higiene. Parece que la población es más vulnerable a este tipo de enfermedades de lo que fue en Europa, aunque llama la atención también que dentro de Europa, hay grandes diferencias entre la parte sur de Europa (España, Portugal, Italia y los países del sureste) y el norte, donde hubo casi una "religión" de la limpieza y las condiciones climáticas son diferentes. Es posible que los patrones de mortalidad hayan sido distintos por estas razones.

Hay además problemas metodológicos en relación con las tablas modelo de las Naciones Unidas, que han dado origen a controversia, ya que están en algún sentido sesgadas por la forma en que fue calculada la regresión.

8/ Naciones Unidas, Modelos de Mortalidad por Sexo y Edad, ST/SOA/Serie A/22.

Muchas tablas de vida de las Naciones Unidas -las básicas, las que sirvieron para desarrollar las tablas modelo- tenían un valor muy dudoso, se apoyaban en información defectuosa.

2. Gabriel y Ronen[9/]

Se trata de una crítica al sistema de tablas de vida de Naciones Unidas formulada por Gabriel y Ronen. Ellos utilizaron una regresión lineal en lugar de una regresión de tipo cuadrático como usan las tablas modelo de las Naciones Unidas, e introdujeron su propio sesgo. Un alumno de Hobcraft examinó esto mismo y llegó a la conclusión de que habían introducido un sesgo de sentido contrario al que se había producido con el uso de una parábola de segundo grado en el sistema de Naciones Unidas. Es sorprendente que nadie haya hecho esto antes.

Chackiel: En el trabajo de Gabriel y Ronen se elimina un sesgo importante introducido por las Naciones Unidas. Tanto la e_o^o, como cada una de las tablas se encuentran por regresión directa y no por cadena de regresión.

Hobcraft: Parece seria esa forma de atacar el problema por Gabriel y Ronen. Esa idea de eliminar el encadenamiento también fue adoptada por el trabajo que hizo el alumno, pero en cambio la forma de la función que usó para hacer la regresión fue de segundo grado.

El sesgo es un error que se introduce al hacer una regresión a través de la cadena comparando este valor que se obtiene frente al valor que obtiene en una regresión directa entre cualquiera de las q_x. Si se usa una regresión primero y luego el resultado de esa regresión para entrar en otra, los errores estándar que se van introduciendo van aumentando. En algunos casos inclusive, puede suceder que esos errores estándar hagan que los valores que se están manejando salgan del campo de los valores observados. En este sentido se usa la palabra "sesgo".

3. Coale y Demeny[10/]

Pasando ahora a otro sistema, con el ánimo de superar el modelo de las Naciones Unidas, se presenta el sistema que elaboraron Coale y Demeny. En este caso se definieron cuatro familias de tablas, las que se llamaron Norte, Sur, Este y Oeste. Uno puede decidir entre las cuatro familias la que le parece la más apropiada y dentro de cada una de ellas las tablas que se logran son también tablas de un parámetro. Algunas de las familias, en particular la del Norte, se apoya en muy pocas tablas de vida básicas, son sólo nueve. La familia Oeste, en cambio, tiene una base más amplia, en tanto que la Sur y la Este tienen una base estadística muy pobre. El número

9/ Gabriel, K. y Ronen, T., Estimación de la Mortalidad a partir de tasas de Mortalidad Infantil. CELADE, Serie DS, N° 22.

10/ Coale, A. y Demeny, P., Regional Model Life Tables and Stable Populations, Princeton University Press, Princeton, Nueva Yersey, 1966.

de tablas está entre 20 y 30. En la nota explicatoria del trabajo de Coale y Demeny hay una mención muy clara de las tablas básicas que se usaron en cada caso. No es muy amplia la base estadística en la cual se han apoyado estas tablas pero el estudio hecho por estos autores es realmente muy serio. Fueron capaces de detectar diferencias en los patrones de mortalidad, que justificaron la formación de estas cuatro familias.

Algunas características: la familia Sur se caracteriza por tener una relación muy alta en la mortalidad de los niños con respecto a los adultos; la familia Norte en cambio tiene la característica contraria, la mortalidad de los niños es relativamente baja, frente a la mortalidad de los adultos.

En muchas aplicaciones se han utilizado las tablas de la familia Norte para Africa, lo que se considera que ha sido una selección muy poco afortunada, ya que la familia Norte era aquella que se había apoyado en escasa experiencia de países nórdicos de Europa. Lo más común, en cambio, parece ser el uso de la familia Oeste que se apoya sobre todo en tablas de poblaciones de habla inglesa y que describe bastante bien las experiencias de mortalidad de países distribuidos geográficamente a lo largo de todo el mundo. Se puede mencionar a Israel, Japón, Taiwán. Es ésta la familia que tiene la mayor cobertura geográfica, atendiendo las tablas de vida que le sirvieron de base, pero llama la atención, una vez más, que esta base es fundamentalmente proporcionada por tablas de vida de países hoy desarrollados y en mayor medida que las tablas de vida de las Naciones Unidas.

Básicamente el grupo Oeste se basa en países de Europa Occidental o países de habla inglesa. Por lo tanto, no hay entre las tablas básicas de esta familia una representación de los países hoy en desarrollo. Queda entonces planteada la pregunta: ¿en qué medida las tablas modelo de la familia Oeste, basadas en este tipo de información básica, son adecuadas para definir el patrón de mortalidad de los países que están hoy en desarrollo?

4. Análisis Factorial

Otro análisis sobre tablas modelo de vida que se va a mencionar, diferente al de Brass, es el análisis factorial o el principio de componentes principales.

Ledermann y Breas[11/] hicieron un análisis de este tipo basándose prácticamente en el mismo conjunto de tablas básicas en el que se apoyan las tablas modelo de vida de las Naciones Unidas, aunque hubo algunos cambios. Se agregaron algunas tablas y otras, seguramente de muy mala calidad, fueron dejadas de lado para el análisis. Resultó, en este análisis, que con unos 5 ó 6 factores se podría explicar la mortalidad humana. En un artículo posterior se muestra el efecto de 3 componentes y en un artículo todavía posterior, Bourgeois-Pichat,[12/] describe este análisis y habla de las diferentes características de cinco componentes: un componente serviría para establecer el nivel general de la mortalidad; otro componente tendría que ver especialmente con la mortalidad en las primeras edades; habría un componente

11/ Ledermann y Breas, "Les Dimensions de la Mortalité", en Population, Nº4, 1959.

12/ Naciones Unidas, Boletín de Población Nº 6, ST/SOA/Ser.N/6, Nueva York, 1962.

relativo a la diferencia de mortalidad por sexo; otro relativo a edades avanzadas y, por último, uno relativo a edades extremas avanzadas.

Posteriormente el conjunto de tablas fue descrito en una publicación del INED, cuyo autor es Ledermann.13/ Posteriormente, en una publicación de las Naciones Unidas,14/ Bourgeois Pichat trata también el tema. Se puede ver allí que las tablas que se han publicado son fundamentalmente de un parámetro, en ese sentido son similares a las originales de Naciones Unidas y en algunos casos también de dos parámetros. Leyendo estas publicaciones queda la sensación de que sería posible elaborar y publicar tablas modelo de mortalidad que estuvieran en función de más parámetros, unos 5 ó 6. Esto no se ha hecho, las que están realmente publicadas son de uno o dos.

5. Sistema de Brass

5.1 Descripción

Si se consideran dos tablas de mortalidad, cuyas funciones de supervivencia son respectivamente l_x y l_x^s se tendría aproximadamente la siguiente relación que las vincula:

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1 - l_x}{l_x} = \alpha + \beta \frac{1}{2} \ln \frac{1 - l_x^s}{l_x^s} \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} l_o = 1 \\ l_o^s = 1 \end{array}$$

Si se define:

$$Y(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - l_x}{l_x} = \text{logito } (1 - l_x)$$

$$Y^s(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - l_x^s}{l_x^s} = \text{logito } (1 - l_x^s)$$

podría escribirse la expresión anterior como:

$$Y(x) = \alpha + \beta \, Y^s(x)$$

El parámetro α está asociado predominantemente al nivel de la mortalidad y el parámetro β al patrón de mortalidad por edades.

Es un sistema completamente diferente de los que se han estado describiendo hasta ahora. Se apoya en una tabla aunque ésta se puede desde luego cambiar y en cierto sentido esto es objetable; en otro sentido esto

---

13/ Ledermann, Sullivan, Nouvelles Tables Types de Mortalité, INED, Cahier Nº 53, 1969.

14/ Naciones Unidas, El Concepto de Población Estable, ST/SOA/Ser. A/39.

facilita enormemente la aplicación del sistema. Brass desarrolló estas ideas en el contexto de la demografía africana. Pasó varios años en Africa Oriental y desarrolló ideas acerca de la forma de la relación que aparentemente existe, en Africa, entre la mortalidad de los niños y la mortalidad adulta: esta relación la introdujo en lo que llamó el estándar de mortalidad africana, en el cual se basa toda una familia de tablas de vida de Brass. A su vez se recuerda que ese estándar africano se apoya en un conjunto de tablas elaborado por las Naciones Unidas cuando agruparon las tablas básicas a los efectos de hacer algunos análisis que condujeron a las tablas modelo. En el artículo de Brass "Sobre la escala de la mortalidad" ya citado hay una explicación bastante completa acerca de cómo dedujo él su estándar general. Las dos estándar son iguales a partir de la edad 10 en adelante. Las diferencias entre el estándar general y el estándar africano se limitan al comportamiento de la mortalidad en las edades previas a los 10 años. Ese comportamiento refleja las ideas de Brass acerca del patrón de mortalidad africano que se caracteriza por el hecho de que por ser el período de lactancia muy extenso, la mortalidad es relativamente muy alta al momento en que se produce el final de ese período, después del primer año de vida. En ese momento surgen con toda fuerza las enfermedades que se vinculan con gastroenteritis, diarrea, etc., y todo lo que tiene que ver con el cambio de alimentación. También toma importancia allí, aunque seguramente la tenía antes, el problema del agua.

Las tablas modelo de mortalidad que se presentan en el libro de Carrier y Hobcraft están apoyadas en el estándar africano, no en el estándar general. La interrogante es ¿en qué medida serán aplicables para ser usadas en América Latina? En principio no hay ningún inconveniente en extender el sistema de Brass utilizando cualquier estándar; se podría pensar en un estándar típico para la mortalidad de América Latina. La cuestión es ¿cuántas tablas de vida confiables existen en América Latina? Hay tablas de vida confiables para México y quizás también para algunos otros países, pero nada más. Un alumno de Hobcraft trabajando en la mortalidad del Brasil, buscando un estándar, analizó la información mexicana, y utilizando esta información llegó a la conclusión de que la tabla X de 1940 ó 1960 se adaptaba mejor. Cuando era mortalidad anterior a 1940 se acomodaba bien con el estándar africano, pero si se estaba analizando la mortalidad de México en 1960 se adecuaba mejor tomando como estándar las tablas modelo Oeste de Coale-Demeny. El problema no es ubicar un estándar geográficamente, pues también el estándar puede variar en el tiempo. Aceptado eso, el sistema es muy simple, opera razonablemente bien, aunque no tan bien como se creyó en un principio.

Chackiel: Se advierte una inquietud muy grande, tanto en el Profesor Brass como en el Profesor Hobcraft, de delimitar un estándar de tipo general o un estándar para uso universal. Nosotros, sin embargo, nunca hemos trabajado así. Si el Profesor Somoza ha trabajado con la Argentina, ha utilizado 15 tablas hasta encontrar la que se adaptaba mejor; los que estudiaron la mortalidad de Cuba habrán trabajado en una forma similar, y cada uno que hace estudios se busca su estándar adecuado al caso específico en que está trabajando. Aunque nunca se ha determinado exactamente cuál es el mejor criterio para adoptar un estándar, esto ha sido una preocupación que se ha tenido hasta ahora. La pregunta es: ¿hay algún inconveniente en trabajar en la forma en que se ha venido haciendo, o se debe buscar un patrón de mortalidad representativo de tipo universal?

Somoza: Brass muchas veces recomendaba seguir ensayando hasta encontrar algo que alineara los puntos.

Hobcraft: Puede ser que el enfoque sea diferente, dependiendo del problema que se tiene que afrontar. Si se trata de escribir un libro que tenga amplia divulgación y que sea aplicable en términos muy generales, es importante buscar y tratar de encontrar un patrón de mortalidad que sea también de uso general. No tendría sentido publicar un libro que reflejara un patrón de mortalidad singular que se aplicara solamente a una población. La situación es diferente, si se está en un país. En ese caso parece razonable tratar de usar un estándar que refleje con fidelidad la situación de la mortalidad de ese país. Si se pudiera encontrar un sistema general, sería muy bueno. Si ese sistema general se apoyara en un modelo de 18 parámetros, tendría valor universal. Con 18 parámetros se estaría en condiciones de decidir la mortalidad de cualquier país. Pero no se trata de eso; detrás de esto, está la idea de reducir a un mínimo la información requerida a los efectos de usar el modelo, porque en los países en general se conoce muy poca información; de lo contrario no se estaría buscando el modelo. Es un mérito del sistema de Brass requerir poca información básica del país a los efectos de aplicarlo. Este sistema tiene mucha mayor flexibilidad que las tablas modelo, una flexibilidad que no tienen ni las tablas modelo de las Naciones Unidas ni las de Coale-Demeny, por la posibilidad de alterar, de cambiar de una tabla a otra, la relación de la mortalidad entre la niñez y la mortalidad adulta, gracias a la existencia de ese parámetro β que se ha introducido en los modelos. Si la mortalidad cambia, esa variación se puede reproducir con un mismo estándar bastante bien. En un documento de Carrier y Goh[15/] se estudia la evolución de la mortalidad en Inglaterra y Gales. Se ha tenido bastante éxito para hacer una descripción de esa evolución con un solo estándar, aunque no está tan bien cuando los períodos son largos; para períodos cortos funciona realmente muy bien.

Somoza: Se estaba viendo en el caso de Cuba, la necesidad de cambiar el estándar cuando se hizo una descripción de la mortalidad a través de un período largo de tiempo. Ha tenido que ver con lo que se ha dicho de que no se está satisfecho con los resultados obtenidos cuando se ha tratado, con un solo estándar, de describir la mortalidad que ha cambiado.

En el capítulo III del libro Tropical Africa[16/] también hay evidencias de que el sistema de Brass es flexible, sobre todo para cambiar de una tabla a la otra dentro de una misma familia de tablas de Coale-Demeny, aunque no lo es tanto para pasar de una tabla de una familia a otra tabla de otra familia. Posiblemente Brass no estaría de acuerdo con esta afirmación y seguramente diría también que para este uso ese sistema es bastante poderoso.

El sistema de Brass funciona mejor si uno no se aleja mucho en torno al nivel de la tabla estándar. Nunca se pensaría en describir una mortalidad

15/ Carrier, N. y Goh, Thuan-Jig, La Validación del Sistema de Tablas Modelo de Vida de Brass, CELADE, Serie DS, Nº 23.
16/ Brass, W., Métodos ..., op. cit, pág. 11.

con esperanza de vida de 30 años basándose en una estándar que tuviera una esperanza de vida de 73. Por eso se considera que el sistema mantiene su eficiencia utilizando una estándar de $e_o^o = 44$ años, que parece ser un nivel razonable, ya que con ese nivel se puede extender entre los 30-35 años de esperanza de vida, por un lado, y los 60 por el otro, sin alejarse mucho del medio y sin exigirle mucho al modelo.

Hobcraft: Siempre que tenga el mismo α, (aunque tenga diferentes β) todas las curvas para $l_x = 51$, se van a cruzar en este punto. Desde 0 hasta 51, la curva que viene por debajo tiene una parte donde la mortalidad por edades es menor, ya que baja más rápido. Luego, a los efectos de cruzarse, debe haber cierta edad a partir de la cual la mortalidad de la curva que viene por abajo es más alta, alcanza otra vez a la otra y se cruzan. Esta edad, en la que se cruzan las funciones específicas de mortalidad, no la l_x sino la q_x o la m_x o la μ_x, es una edad que no está en la mitad del período entre 0 y 51, sino más bien hacia el principio de la tabla en razón de que la mayoría de las muertes ocurren principalmente al principio de la vida. Dependiendo del valor de β, esa edad puede ser menor que 5 años o menor de 20 años como se ve cuando se analiza con más cuidado.

5.2 Uso del Modelo de Brass para Proyectar la Mortalidad

En la actualidad se está buscando más y más la descripción de las variables demográficas tales como mortalidad, fecundidad y nupcialidad, a través de modelos. Se podría hacer una lista extensa de trabajos que se están elaborando en este campo. Se considera útil reducir el número de parámetros que definen un modelo, y en este sentido hay mucha labor en el terreno teórico. En particular, en los países en desarrollo, se debería tratar de tener modelos que describieran la variación de la mortalidad con unos pocos parámetros; quizás tres podría ser un número apropiado. El uso de modelos, sin embargo, no se limita a los países en vías de desarrollo; también se extiende a otros países; un uso general de los modelos es el de proyectar la mortalidad.

Se podría proyectar separadamente la mortalidad de cada edad, como se ha hecho, pero es mejor tener un sistema que permita proyectar el patrón de una manera más general. El sistema de Brass satisface parcialmente ese objetivo; el parámetro α es muy bueno para reflejar los cambios en la mortalidad. Cambios muy regulares en α describen muy bien la evolución de la mortalidad en el tiempo, inclusive mejor que la esperanza de vida al nacer. La esperanza de vida al nacer podría evolucionar en forma irregular, pero las irregularidades en su evolución no harán más que reflejar las irregularidades de lo que está pasando en la realidad. Esos cambios irregulares de la esperanza de vida al nacer pueden reflejar cambios regulares de α. Se comporta mejor el parámetro α que la esperanza de vida al nacer. Los cambios anuales en la esperanza de vida al nacer se van modificando en función del nivel de la mortalidad. Son relativa y absolutamente más importantes cuando la esperanza de vida al nacer es baja, en torno a los 40 años, que cuando es alta, en torno a los 70. Las tablas descritas con el sistema de Brass han sufrido esa evolución y por lo tanto han retardado su descenso de la mortalidad a medida de que ha aumentado su esperanza de vida al nacer. En esas tablas se ve que, sin embargo, el comportamiento de α en el tiempo sigue siendo sumamente regular, es decir, que un cambio de α similar al de antes, produce esos cambios que tienen diferente importancia relativa en la esperanza de vida al nacer. Eso se considera un atributo muy importante, una ventaja enorme, si se trata de proyectar algo, porque se puede en esa escala donde está expresada α, proyectar con bastante seguridad.

La variación del parámetro β no se comporta tan bien en el tiempo. Quizás dos parámetros no sean suficientes para hacer una buena descripción del nivel de la mortalidad, para categorizar bien la mortalidad, y en trance de imaginar o adivinar, quizás con 3 ó 4 parámetros se pudiera describir bien la mortalidad y, por lo tanto, proyectarla, anticiparla bien. Se deberían buscar modelos que utilizaran esa cantidad de parámetros. Coale está un poco en la búsqueda de este tipo de solución, con el estudio a través de las causas de la mortalidad. Enfoca este estudio desde ese ángulo, tratando de ver cómo la diferente incidencia de las causas tiene que ver con los patrones, y con los niveles de la mortalidad. Lo ideal sería entonces -de acuerdo con este enfoque- tratar de incorporar en los modelos, el efecto de la estructura de causas de mortalidad sobre una población. Por ejemplo, la mortalidad de los niños puede estar afectada enormemente por causas como la gastroenteritis y diarrea. Recientemente se ha estado estudiando esto, tratando de asociar patrones con incidencia de causas en estas edades, trabajando primero en Taiwán y también en España y Portugal, donde se puede mostrar que los patrones de mortalidad están afectados fuertemente por la incidencia de este tipo de enfermedades.

El parámetro α del sistema de Brass es muy útil. Lo que habría que tratar de hacer sería, posiblemente, incorporar en el modelo la incidencia de las causas a fin de describir mejor la mortalidad, y estar en mejores condiciones para hacer proyecciones.

Para América Latina un modelo que estuviera basado en un solo parámetro no andaría bien. Tampoco andaría bien un modelo que dispusiera de solamente dos; seguramente harían falta más parámetros, quizás 3 ó 4, porque con 3 ó 4 recién se va a poder introducir de alguna manera la influencia de las causas, que es lo que se considera en este momento más promisorio. Cuantos más parámetros se introducen en el modelo, tanto más difícil es determinarlo, fijarlo, tener entradas para poderlo determinar. También tanto más difícil se hace la tarea de tratar de reproducir las tablas. Bastaría introducir un solo parámetro más, para que el trabajo de reproducción, de presentación de tablas, aumentara algo así como 5 veces. Si se llegara a la elaboración de modelos más complejos, con 3 ó 4 parámetros, la solución para utilizarlos debería estar en el uso del computador directamente, más que de tablas publicadas.

5.3 Consideraciones sobre las Tablas Modelo de Mortalidad de Carrier y Hobcraft

a. Problema del Factor de Separación - Parámetro β - Estándar

Uso del factor de separación en la edad 0. En el libro de Carrier y Hobcraft se usa a lo largo de todas las tablas, el factor 0,3. Si tuviera que publicarlo nuevamente, las haría cambiando según el nivel de la mortalidad, porque el factor de separación varía significativamente con él. No se podría hacer esto muy bien pero no hay duda que se adecuaría mejor a la realidad, a pesar de que seguramente tampoco cambiaría mucho el resultado. Se haría depender del nivel, ya que en Europa en estos momentos es más bien del orden de 0,1 en lugar de 0,3. Se procedería en la línea en que trabajaron Coale y Demeny.17/ Otra cosa que se haría, sería presentar tablas modelo no solamente para β igual a 1, sino también para β diferente de 1. Es decir, se presentarían tablas modelo de dos parámetros. Sería interesante presentar, no solamente las tablas modelo que resultan del uso del estándar africano, sino todo un conjunto de tablas modelo basadas en el estándar general de Brass.

b. Tablas por Sexo

Gómez: Esto que se está tratando es para un solo sexo. Cuando no se consideran las causas se proyecta la mortalidad, independientemente, pero debe haber algún sistema de conciliación porque se podría llegar a resultados muy diferentes. He visto varios trabajos sobre cómo ha variado, en países europeos, la diferencia de mortalidad por sexo en edades superiores debido, principalmente, al cigarro. ¿Se considera útil o no hacerlas por sexo?

Hobcraft: En realidad se trató de hacerlas por sexo, utilizando el sistema de Brass para hombres y para mujeres. Se encontró que las diferencias en la mortalidad por sexo no reproducían las diferencias de mortalidad que se hubieran esperado. Hubiera sido deseable tenerlas, pero para muchos propósitos para los cuales se usan estas tablas, esa separación no tiene mayor importancia. El que usa los procedimientos presentados en el libro está buscando resultados burdos. Estimar la esperanza de vida con una aproximación de 5 años puede ser un objetivo, y, por lo tanto, pueden ser muy útiles a pesar de no estar hechas separadamente por sexo.

Ortega: Si se desea utilizar estos modelos para fines de proyecciones de mortalidad, ¿cómo se solucionaría el problema de no tener informaciones separadas por sexo?

Hobcraft: La respuesta a la pregunta de Ortega depende del contexto en que se esté trabajando. En un caso extremo, si se está en un país de África con un solo censo o acaso ninguno, normalmente no se sabrá nada sobre las diferencias de la mortalidad por sexo. Cualquier indicio que pueda obtenerse va a tener un valor muy dudoso. Las diferencias de mortalidad por sexo que se puedan obtener a través del uso de preguntas propuestas por Brass, son muy peculiares, a veces llama mucho la atención y merecen poca confianza. La aplicación de preguntas sobre orfandad materna y paterna, conducen a veces a una estimación de la mortalidad de hombres y a una estimación de la mortalidad de mujeres que están en conflicto entre sí. Por ejemplo en Uganda, aplicando estas técnicas, se observan diferencias en la esperanza de vida al nacer entre hombres y mujeres del orden de 10 años, lo que se considera inaceptable. Llama la atención la carencia de un conocimiento empírico de este fenómeno de la diferencia de la mortalidad entre sexos.

17/ Coale y Demeny, Regional Model..., op.cit.

Es dudoso el efecto que pueda tener en una proyección de la mortalidad usar o no estas diferencias de mortalidad por sexo. Si se supone que el diferencial es nulo y se proyecta, situaciones como las que se están considerando no producen mayores problemas. Otra forma de atacar el asunto sería hacer un supuesto sobre formas típicas de diferir la mortalidad entre los hombres y las mujeres, tal como se hace en las tablas modelo de Naciones Unidas y en las tablas de Coale-Demeny. En general, se supone que las mujeres mueren menos que los hombres, aunque eso depende también del nivel. Se tienen evidencias de que esto no es universal. En la India es evidente que la mortalidad masculina es inferior a la femenina y los modelos de Naciones Unidas, dependiendo del nivel, suponen lo contrario: que la mortalidad femenina es menor que la masculina. En países donde el "status" de la mujer en la sociedad es muy bajo, se cree que esta tendencia universal de menor mortalidad femenina puede invertirse. Recuérdese que las fuentes típicas de información en estos casos son las relaciones intercensales de sobrevivencia, que producen resultados muy pobres como para poder detectar este tipo de diferencias. Las fuentes pueden ser: un estudio a través de preguntas retrospectivas que generalmente dan resultados muy malos o a veces inclusive no han tratado de establecer las diferencias por sexo. Ahora, se está empezando a usar la pregunta de hijos sobrevivientes e hijos tenidos, por sexo. En general en estos países sabemos poco sobre la diferencia de la mortalidad por sexo. Es dudoso que se beneficie mucho el análisis poniendo algún supuesto de esa diferencia, de esos patrones rígidos que existen en el trabajo de la proyección de la mortalidad.

Ortega: Se podría decir que en las tablas modelo de Coale y Demeny se tienen patrones de mortalidad por sexo, no solo en cuanto al nivel inicial sino de evolución de la mortalidad. Aparecería un poco como una desventaja, una vuelta hacia atrás, al comparar las tablas modelo de Carrier y Hobcraft con aquellas.

Hobcraft: Si se hace una proyección de mortalidad se considera que lo importante es conocer o estimar bien el nivel general de la mortalidad, la esperanza de vida al nacer. Si se usa para una proyección una tabla con esperanza de vida 40 años, va a importar poco que usemos una tabla de esperanza de vida de 40 años de hombres o unas tablas de esperanza de vida de 40 años de mujeres. Los efectos en los números proyectados seguramente van a ser pequeños. Lo importante es establecer bien el nivel. Si se tienen diferencias de la mortalidad por sexo, deben usarse; en este sentido se considera que todo el sistema de Brass es defectuoso, no se adapta mucho a este requerimiento.

Lerda: ¿Tampoco lo hace si se usa un estándar para hombres y un estándar para mujeres?

Hobcraft: Se trató de hacer esto, pero sucede que a medida que se alejan de los niveles en torno del estándar, es decir con parámetros α y β lejanos a 0 y a 1, se encuentran entonces diferencias en la mortalidad por sexo que resultan inaceptables. Es una limitación del sistema de Brass. En general es apropiado para hacer una descripción de la forma de la mortalidad, pero no se adecúa para cosas más sutiles como pueden ser la mortalidad femenina, masculina y la diferencia entre ellas dos.

5.4 La Mortalidad Infantil

Otra crítica al modelo de Brass es en cuanto a su capacidad para describir la mortalidad infantil. Existieron esfuerzos de los actuarios en el pasado para ajustar las leyes de mortalidad. Se recuerdan los esfuerzos iniciales de Gompertz en torno a 1825, de Makeham en 1860 ó 1867, y más recientemente en los años 30 las ideas propuestas por un actuario inglés que trabajó en el desarrollo de una curva que básicamente era una generalización de la logística. Este tipo de enfoque sigue siendo el que utilizan los actuarios.

Otra manera de mirar el asunto consiste en imaginar que existe un "stock" de vida que se va perdiendo a raíz de un proceso aleatorio. Esto conduce a una curva de tipo logístico. Si se toman diversas poblaciones, cada una de las cuales tiene una curva de Gompertz, y se distribuyen haciendo una combinación aleatoria de ellas, se determina aproximadamente en una logística.

La transformación logito, en el fondo, también está asociada con la logística, si se utiliza la función l_x de la tabla, no ya la función q_x. Brass negaría esto, parece que Brass no quiere ver en sus relaciones, vinculaciones con la logística. Estos sistemas, sin embargo, no son capaces de reproducir bien la mortalidad al principio de la vida.

SESION IV: lunes 5 de agosto de 1974

IV. ESTIMACION DE MORTALIDAD USANDO RELACIONES DE SUPERVIVENCIA
1. Ubicación de Relaciones de Supervivencia en Tablas Modelo
2. Método de Relaciones de Supervivencia en Cadena

IV. ESTIMACION DE MORTALIDAD USANDO RELACIONES DE SUPERVIVENCIA

1. Ubicación de Relaciones de Supervivencia en Tablas Modelo

La primera técnica que se va a exponer tiene que ver con las relaciones de supervivencia y consiste en buscar con las tablas modelo, a qué niveles de mortalidad corresponden estas relaciones.[18/]

1.1 Hipótesis

Estos métodos han sido aplicados desde hace mucho tiempo. La técnica se apoya en una larga lista de hipótesis que es necesario tener muy presente.

a) En primer lugar se supone que en la población estudiada no ha habido migración a lo largo del período que se considera, o que el efecto de esa migración es despreciable.

b) En segundo lugar, se supone que el nivel de enumeración censal no ha cambiado a través del tiempo, es decir que los dos censos han sido hechos con el mismo grado de exactitud.

c) En tercer lugar, está todo un conjunto de problemas vinculados a la mala declaración de la edad.

1.2. Problemas de la Mala Declaración de la Edad

En el apéndice VI del libro de Carrier y Hobcraft, se ilustra la aplicación de este método, cotejando las relaciones de supervivencia en la forma convencional. Mirando el ejemplo se puede llegar a la conclusión de que los niveles que se estiman, utilizando las relaciones de supervivencia de las tablas modelo, muestran una variación errática, la misma que en buena parte puede ser explicada por mala declaración de la edad. Otras aplicaciones conducen normalmente a resultados aún menos regulares. Estos resultados se deben, en buena parte, a la exageración de la edad, especialmente en edades avanzadas, que podrían situarse por arriba de los 55 ó 60 años.

Ocurre generalmente que cuando se buscan relaciones de supervivencia en una tabla de vida, comparándolas con las observadas, sistemáticamente se encuentra para ciertas edades la indicación de que la mortalidad ha sido extremadamente alta; luego, eso seguido de otras edades con niveles presuntos extremadamente bajos. Es fácil demostrar que esto se debe a la mala declaración de la edad. Para ilustrar el efecto que tiene la exageración de la

18/ Véase el Apéndice B.

edad en las relaciones que se están estudiando, se va a mostrar un ejemplo en el que artificialmente se va a suponer cierto error.

La hipótesis que se hace es que cada persona después de los 60 años exagera su edad en un décimo por año. De acuerdo con esta hipótesis, una persona que tiene 70 (o sea 10 años después de los 60), exagera un año, es decir que, en lugar de declarar 70 años declara 71. Se puede establecer con esta hipótesis, qué datos recogería un censo y comparar esos datos con los que en teoría son correctos. Tómense, para dos censos, las edades correctas que se presume que las personas han declarado. Es mejor para este tipo de análisis manejar edades exactas que edades alcanzadas; teóricamente se tendría 50-55, 55-60 hasta el grupo final 75 y más. Correspondiendo a estos grupos, en el segundo censo se tendrían las edades 60-65, 65-70 hasta 85 y más. ¿Cuál es en realidad la verdadera población que estaría en cada uno de estos grupos? En el primer caso, como se ha supuesto que el error comienza a los 60 años, no habría error ninguno, y se corresponden el valor real observado con el valor teórico. Lo mismo ocurriría en el segundo grupo, pues los errores comienzan a partir de los 60 años. De acuerdo con la hipótesis que se ha formulado, el grupo que en teoría comprende a las personas entre 60 y 65, en realidad recogería solamente el número de personas entre 60 y 64,5 años. Habría, por lo tanto, una pequeña fracción de personas que ya exagera su edad.

El grupo siguiente, de acuerdo con la misma hipótesis, recogería en realidad el número de personas que tiene su edad entre 64,5 y 69. Cada vez el grupo quinquenal se va haciendo más pequeño. Luego sigue de 69 a 73,5 y finalmente el grupo que en teoría es de 75 y más está compuesto verdaderamente con personas que tienen 73,5 años y más. Mirando ahora el efecto en el segundo censo, los resultados son similares hasta donde se puedan comparar; el primer grupo que en teoría es de 60-65, recoge personas de 60-64,5, igual que antes. El siguiente lo mismo: es de 64,5 a 69. El otro de 69 a 73,5; el que sigue, de 73,5 a 78, se tomaba como si fueran personas de 75-80. El de 78 a 82,5 equivocadamente se supone que tiene 80-85 y el grupo final, que se lo tomaba como de personas de 85 y más, en realidad corresponde a personas de 82,5 años y más. Con el error que se ha supuesto, se calculan las relaciones de supervivencia y se ven qué errores se presentan. Las primeras edades consideradas, por ejemplo, las personas que tenían 50-55 años en el primer censo, (en las edades anteriores a éstas no hay error, porque se ha supuesto que los errores comienzan a los 60 años), se comparan en rigor con un grupo diferente en el segundo censo, en que tiene edades entre 60 y 64,5 años. La comparación se hace, entonces, entre un grupo de personas que cubren 5 años de vida en el primer censo con un grupo de personas que tiene una amplitud de 4,5 años de vida en el segundo. Este grupo no es precisamente el grupo de sobrevivientes del primero; es menor. Luego, al hacer el cálculo de las relaciones de supervivencia en forma sistemática tenemos una proporción muy pequeña de sobrevivientes. Lo mismo ocurre con el grupo que sigue: el grupo 55-60 años en el primer censo, de acuerdo con la hipótesis de error, se compara con el grupo que tiene entre 64,5 años y 69 años en el segundo censo. Ahora el problema es un poco más complicado. Por una parte, se encuentra otra vez el mismo tipo de defecto anterior, un grupo de 5 años de amplitud del primer censo es comparado con un grupo de 4,5 años de amplitud en el segundo, lo que hace seguramente que la relación de supervivencia sea más pequeña de lo que debería ser. Por otro lado -y esto es nuevo en relación con este grupo y no con el anterior- se encuentra que el grupo que se compara en el segundo censo es más joven que el verdadero grupo con el cual se debería comparar. Se inicia no en la edad 65, como debería ser, sino en una edad más joven (64,5 años). Por esta razón, podría suceder que la relación de supervivencia fuera menor que la que se esperaría. El efecto de los dos factores, sin embargo, no es parejo y en general se observa que la relación de supervivencia es más baja de lo que debería ser. De ahí en adelante, pasando a los grupos que siguen, la comparación se mejora en el sentido de que se comparan grupos de la misma amplitud (4,5 años). El grupo que sigue, por ejemplo, va de 60 a 64,5 años en el primer censo y 69 a 73,5 años, en el segundo. Entonces, el error que había, de comparar grupos de diferente amplitud, se corrige; pero lo que no se corrige es el hecho de que se está suponiendo que se maneja una edad cuando en rigor se está manejando un grupo de edades diferentes, más jóvenes. En teoría, se debería tener de 60-65 en el primer censo y 70-75 en el segundo. En cambio, en la práctica se está manejando 60-64,5 y comparándolo con 69-73,5, grupo que se inicia en una edad más joven que la anterior. Esto debe determinar que la relación de supervivencia sea muy grande, superior a la que teóricamente se podría esperar. La situación empeora a medida que se sigue avanzando en las edades; es peor en el grupo 64,5-69 y peor aún en el que sigue: de 69 a 73,5. El efecto que se produce en estos casos es el mismo: se obtiene sistemáticamente un valor mayor de las relaciones de supervivencia del que corresponde. La peor situación se presenta en el grupo final, que compara el grupo de 73,5 y más años con el de 83,5 y más, aunque se está considerando el grupo 75 y más y 85 y más. Ocurre entonces que la relación de supervivencia resulta en este caso ya claramente exagerada. Cuando se hicieron las comparaciones se asimilaron estos grupos de edades, con grupos que no se corresponden. En general, las edades finales en la tabla modelo corresponden a edades más avanzadas. Esto determina los errores que se han comentado: que las relaciones de supervivencia que se establecen en la práctica generalmente resultan en las últimas edades, superiores a las teóricas.

1.3 Ejemplo Numérico del Efecto de la Mala Declaración de la Edad

El error anterior había consistido en obtener relaciones de supervivencia muy altas para las edades avanzadas. Se va a probar ahora con un ejemplo hipotético, en que se introduce un error sistemático e hipotético.

El ejemplo en realidad es más complicado, porque además de este error, que tendría que ver con la sobreestimación de edad en las edades avanzadas, se introdujo también un error supuesto acerca de la preferencia de dígitos y traslado del grupo 0-4 al 5-9.

En el ejemplo (véase el cuadro 7) se tomó como base para trabajar una población estacionaria que corresponde al nivel 50 de los modelos que se presentan en el libro de Carrier y Hobcraft (Tabla A.2). Se partió de los ${}_5L_x$ de la población estacionaria de los diferentes grupos de edades, pero es más fácil hacerlo con una estacionaria, porque ya está asegurado que no habrá problemas de cambio en el tamaño de la población a través del tiempo. La hipótesis sobre envejecimiento de la población consiste en suponer que a partir de los 60 años cada persona aumenta en un décimo de año su edad; después de 10 años aumenta en 1 año; después de 20 años en 2, etc. Para cometer ese error en la población estacionaria lo que se hizo fue abrir los grupos quinquenales utilizando la expresión cuadrática que se vio en la Sección II.2, la del Apéndice V del libro de Carrier y Hobcraft. De esa manera se puede pasar a L_x de amplitud de medio año y con esos valores armar los grupos que se necesitan para los efectos de concretar el error. El segundo error que se introdujo , que no tiene que ver directamente con el tema se refiere a: la preferencia de dígitos. Empezó desde la edad 15-19 años y supuso que la preferencia consistía en la atracción del dígito 0; como en el grupo 15-19 años donde no hay 0, se transfiere un 2 por ciento de personas al grupo 20-24; del grupo 25-29 un 4 por ciento al grupo 30-34 y así sucesivamente sigue aumentando hasta terminar con un error que es del 14 por ciento de gente que se transfiere del grupo 75-79 al 80-84. No se pretende que este ejemplo sea un reflejo de la realidad. Es un intento crudo de introducir errores controlados para conocer luego su efecto en la población que se obtiene. Se introdujo un tercer error de traslado del grupo 0-4 al 5-9, de un 3,5 por ciento.

Las cifras del cuadro 7 ilustran acerca de la distribución por edades de la población que se lograría después de haber introducido esos tres tipos de error. Esas cifras contienen error tanto de preferencia de dígitos como de exageración de edades después de los 60 años y traslado de 0-4 a 5-9. En el grupo 50-54, el número de personas aumenta, lo que es absurdo en la población estacionaria. Quizás el error que se supuso de preferencia por el 0, haya comenzado a una edad demasiado temprana y hubiera sido más realista suponer que se iniciaba más tarde, que aumentaba más rápidamente. De cualquier manera puede tomarse como una aproximación a la realidad.

Lo que se indica en la octava columna es el nivel de la mortalidad que se obtiene, primero calculando las relaciones de supervivencia con este tipo de información equivocada. Luego, se compara con las relaciones de supervivencia de las tablas modelo mencionadas. La primera relación de supervivencia conduce a un nivel de la mortalidad muy elevado (65), debido a que se compara un grupo correcto (10-14 años), con una población de 0-4 menor que la verdadera por la traslación hacia el grupo 5-9. Para el grupo 5-9, el nivel obtenido es exageradamente bajo (15), por un doble efecto: exceso en el grupo 5-9 y déficit introducido en el 15-19. En el 10-14, debido a que se compara un grupo 20-24 mayor que el real, con un 10-14 correcto, se obtiene un nivel mayor que el esperado. Ese sería el efecto nada más que de la mala declaración de la edad, que fluctúa de una manera similar a la de las poblaciones reales. Desde luego, la fluctuación en este caso es demasiado regular (40-60-40-60), por la naturaleza del error que se ha introducido.

En los grupos que se estaban considerando antes, donde empieza a operar el efecto de la exageración de la edad, las estimaciones que se logran en los primeros grupos más jóvenes, son de exagerar la mortalidad como ya se había visto en la teoría. Luego sube artificialmente a valores sumamente altos, tal como se había anticipado que iba a suceder. Lo que se está viendo ahora es un ejemplo numérico cuantificando esa hipótesis. Se trata de una ecuación numérica que antes se había visto en teoría, con $\overset{o}{e}_o = 45$ años. Se podría repetir el ejercicio con otras hipótesis, tan arbitrarias como las que se han elaborado. Sin embargo, a pesar de lo arbitrario de las hipótesis, se han logrado resultados que ilustran bastante bien la realidad.

Cuadro 7

EFECTO DE ERRORES DE MALA DECLARACION DE LA EDAD

Edad (x,x+4)	Nivel 50 $_5L_x$	Edades avanzadas modificadas	Transferencia o preferencia	Años L_{0-4}	Estructura modificada	Relaciones de supervivencia decenales	Nivel
0-4	42 442		3,5 por ciento	1,0000	40 942	0,9269	65
5-9	39 148			0,9923	40 648	0,8935	15
10-14	37 951			0,9269	37 951	0,9620	65-70
15-19	37 059		2,0 = 741	0,8871	36 318	0,9067	40
20-24	35 767			0,8917	36 508	0,9370	60
25-29	34 303		4,0 =1 372	0,8043	32 931	0,8936	40
30-34	32 836			0,8355	34 208	0,9205	60
35-39	31 304		6,0 =1 878	0,7187	29 426	0,8645	40
40-44	29 611			0,7691	31 489	0,8732	60
45-49	27 651		8,0 = 2 212	0,6213	25 439	0,7930	40-45
50-54	25 283			0,6716	27 495	0,7070	35
55-59	22 413		10,0 = 2 241	0,4927	20 172	0,6077	30
60-64	18 917	17 199		0,4748	19 440	0,6193	70
65-69	14 836	13 930	12,0 = 1 672	0,2994	12 258	0,4776	+70
70-74	10 413	10 368		0,2941	12 040	0,3910	90-95
75-79	6 146	6 808	14,0 = 953	0,1430	5 855		
80-84	2 825	3 755		0,1150	4 708	0,1711	>115
85 y mâs	1 103	2 180			22 180		

Se logró, aplicando la técnica del encadenamiento[19/] una estimación de la esperanza de vida al nacer correcta 45,11 es decir, se volvió a la estimación original. Es un método que conduce a una estimación global de la mortalidad y no a mediciones por edades. Por lo general, cuando se trabaja con este tipo de técnica, con datos reales, se encuentra que las variaciones en los niveles estimados muestran una tendencia mucho más errática que la que se observa con el ejemplo. Frecuentemente ocurre que es imposible inferir el nivel de la mortalidad de las relaciones de supervivencia observadas. La medición de la mortalidad que se obtiene por estos métodos se refiere, siempre y exclusivamente, a la mortalidad adulta; no dice nada acerca de la mortalidad al comienzo de la vida. Es natural que así sea porque se parte ya con una población de niños vivos entre 0-4 años y analiza la mortalidad de ahí en adelante (ya han sobrevivido esos niños a los riesgos del principio de la vida). Cuando el libro fue escrito, no existían otros métodos alternativos a éste para deducir o estimar niveles de mortalidad adulta. Los métodos de Brass se han desarrollado más adelante y se apoyan en información sobre orfandad o sobre la sobrevivencia del marido y la mujer. En aquel momento era uno de los pocos o el único que existía: la posibilidad de deducir la mortalidad a través de relaciones de supervivencia entre dos censos.

Chackiel: El profesor tomó una población estacionaria y la acomodó para que tuviera el mismo tipo de errores de declaración de la edad que las reales. Calculó las relaciones de supervivencia con esos errores, y aproximadamente se parecieron a las que se encuentran en poblaciones observadas. Cada vez preocupa más en nuestros países, el problema de la emigración, de las migraciones internacionales que afectan mucho la estructura por edad de las poblaciones y se reflejan en las relaciones de supervivencia. Además, el profesor no lo dijo, pero uno de los supuestos más importantes de lo que él está presentando es la omisión proporcional en los dos censos, lo que parece que tampoco se da siempre en los censos nuestros. Aparte se dan omisiones diferenciales por edades, de no ser igual la omisión total de los dos censos. Quisiera saber la opinión del profesor en los dos puntos: la omisión diferencial y la migración internacional.

Hobcraft: Una contestación fácil a la pregunta es que si fuera posible tener una estimación de los migrantes según la edad, lo recomendable sería incorporarlos a la población del segundo censo, a los efectos de establecer la relación de supervivencia. Luego, hacer el análisis que se ha propuesto y quedarse con la estructura real de la población. En relación con los errores de omisión, si existiera una estimación de los errores por edad en los censos sería el caso corregir la población antes de aplicar esta técnica. Pero como se dijo, ésta sería la contestación fácil a la pregunta. Lo que es obvio, lo que posiblemente ocurra siempre es que tanto la migración como las omisiones por edad no sean conocidas. Es un tema muy difícil de abordar, del que se podría hablar durante días. Si se está trabajando con edades jóvenes, adultos jóvenes, el problema de la migración y omisión puede tener una importancia enorme porque se está tratando de medir la mortalidad en un tramo de la vida donde su variación es relativamente pequeña. Haría falta una precisión grande. Podría intentarse hacer estimaciones sin saber nada. El solo hecho de encontrar para esas edades ciertos niveles de mortalidad podría tomarse como una indicación de que existe emigración o de que existe error.

19/ Carrier y Hobcraft, op. cit. Capítulo III, Apéndice VII, véase Sección IV.2.

1.4 Formas de Resolver el Problema de Mala Declaración de la Edad

Se verá un procedimiento orientado a mostrar cómo se puede resolver el problema de la exageración de la edad en los grupos finales. Una forma de superar el error de la exageración en la declaración de la edad, consiste en acumular la información hasta edades más jóvenes. De acuerdo con el ejemplo anterior sería cuestión de acumular información hasta los 60 años y se lograría información correcta. Surge un problema que hasta ahora no se había considerado y que consiste en que cuando se acumula información a lo largo de tramos muy amplios de edades, empieza a tener importancia la composición interna del grupo de edades. Si la población crece, como es lo más probable, la estructura por edades en general es más joven que la que tiene la población estacionaria en el mismo nivel de mortalidad. La comparación quedaría viciada por este hecho. La concentración de personas en el tramo más joven de edades que se está considerando, haría inadecuada la comparación de una población real con una población estacionaria. Para anular esto se han sugerido dos caminos:

a) El primero es el que propone el Manual IV de las Naciones Unidas[20/] donde se aconseja usar, como elemento para hacer la tipificación, la estructura por edades observada. Se ensaya con diferentes tablas de vida, proyectando esa estructura y luego se hace la selección de la tabla buscando la mediana de los diferentes niveles que se han obtenido, dependiendo de la edad a partir de la cual se hace el cotejo. Lo importante para lo que se está considerando es que en el caso del Manual IV lo que se usa como elemento de estandarización es la propia estructura por edad observada.

En el Manual citado, Coale proyecta la población observada desde la edad 0 en adelante con una tabla de vida, hace la misma proyección desde la edad 5 en adelante, desde la edad 10 en adelante, etc.; va cambiando la edad inicial y logra llegar a una población proyectada similar a la observada, con diferentes tablas y dependiendo de la edad en que inicia la proyección. La selección de la tabla , al final la hace tomando la mediana de todas las tablas posibles con las cuales ha podido hacer esa corrección. Este procedimiento depende mucho de que la estructura inicial observada de la población no sea muy anormal.

Hay que tener en cuenta los errores sustanciales que se producen en las estructuras observadas por el exageramiento en las edades. Este procedimiento puede no ser recomendable porque en forma sistemática, aun cambiando los niveles, siempre va a haber un sesgo en la estimación de los sobrevivientes. Hay problemas entonces en este procedimiento, el cual se apoya en la utilización de la estructura por edad como elemento para tipificar.

b) Alternativamente se propone el uso de modelos de población, que es el que se hace en el libro de Carrier y Hobcraft. También tiene limitaciones que se van a señalar. ¿Qué modelo se debería utilizar? El modelo más simple sería, sin duda, el de una población estacionaria, pero, justamente,

20/ Naciones Unidas, "Métodos para Establecer Mediciones Demográficas Fundamentales a Partir de Datos Incompletos", Manual IV, en ST/SOA/Serie A, Nº 42.

se trataba de elaborar esta técnica para resolver el problema de lo inadecuado de una población estacionaria cuando se trataba de asimilar las relaciones de supervivencia observadas con las de un modelo. El modelo siguiente naturalmente sería el de una población estable. Cuando los grupos no son muy amplios se considera que éste puede ser un modelo muy bueno. En este caso se supone que la relación de supervivencia que se obtiene en una población modelo estable es asimilable a la relación de supervivencia observada. Sigue siendo un problema elegir una población estable porque debe decidirse acerca de la selección de la tasa de crecimiento de la población modelo estable. Parece que se puede elegir entre lo que podría haber sido una tasa hipotética aplicable para las personas de edad más avanzada, o la tasa observada actualmente. Estas dudas acerca de cómo elegir la tasa de crecimiento de las poblaciones estables aparecen en el libro de Carrier y Hobcraft. Se dice que puede ser aconsejable usar una tasa de crecimiento más bien baja cuando se trata de buscar una población estable con la cual comparar personas de edad más avanzada. Sin embargo, una tasa más cercana a la tasa observada puede ser más apropiada y esto se justifica por el descenso de la mortalidad que puede hacer que una tasa más reciente sea más adecuada que el de una tasa que posiblemente perteneció a esa población en el pasado.

En la medida que el modelo que se ha adoptado sea apropiado para hacer el ejercicio propuesto en el Manual IV, los resultados podrían ser adecuados. Si lo que se busca es la similitud entre la población real y la observada, para las edades superiores a los 30 años, se puede lograr una concordancia satisfactoria entre una población estable y una población observada, ya que los desvíos más significativos entre un modelo de ese tipo y la población real se producen en las primeras edades. Los cambios de fecundidad y mortalidad que se pueden producir en una población real, afectan mucho más a las edades jóvenes que a las viejas. Aún, en circunstancias donde estas dos variables (fecundidad y mortalidad) cambian, se podría todavía esperar que en las edades avanzadas hubiera una estructura bastante similar entre un modelo estable y las poblaciones observadas. Esto no es totalmente satisfactorio, sería mejor tener un modelo más adecuado para el ejercicio que se propone. Dependiendo de la calidad de la información que se maneja, podría resultar que el uso del modelo produzca mejores resultados que el uso de la técnica que propone Coale.

Ortega: El Profesor Hobcraft, cuando habló de corregir el efecto del crecimiento de la población para determinar el número de personas en los grupos de edades abiertos, dijo que había dos opciones: a) tomar la tasa de crecimiento prevaleciente en el pasado; b) la tasa de crecimiento observada. Entre ellas, le parecía lo más recomendable tomar la observada. Quisiera que desarrollara un poco más esa idea de por qué sería preferible la tasa de crecimiento observada, en lugar de la tasa de crecimiento pasada.

Hobcraft: Este es un tema crucial de debilidad en el procedimiento que se propone: el de seleccionar con qué tasa hacer la corrección para tomar en cuenta la estructura interna del grupo abierto cuando se trata de calcular relaciones de supervivencia. Anteriormente no había ninguna duda de que una tasa más baja, presumiblemente la tasa que regía cuando ocurrieron los nacimientos de las personas que hoy tienen edades avanzadas, era lo mejor que se podía hacer. Después de eso se han hecho proyecciones de estructuras por edades y poblaciones estables sujetas, en un modelo teórico , a cambios rápidos en la mortalidad y se ha llegado, con este ejercicio, a la conclusión de que no es tan claro que siempre fuera una buena elección la de la tasa que regía cuando se produjeron esos nacimientos. Se podría explicar mejor, la estructura actual de población sujeta a esos cambios, con una tasa más cercana a la actual.

Somoza: Lo que ha sucedido en América Latina (no se hable de casos aislados de poblaciones que por una u otra razón tuvieron cambios en la mortalidad en el pasado remoto), es que hasta 1930 ó 1940, la mortalidad se alteró muy poco. Después, súbitamente, todas las edades empezaron a experimentar descensos aproximadamente en la misma época: década de los años 30 ó 40 y 50 inclusive. En esas circunstancias, esos modelos que el Profesor Hobcraft está usando quizá no se adecúen mucho, si se piensa que hasta 1940, para los viejos -que cuando nacieron pertenecían a generaciones que apenas crecían hacia fines del siglo pasado-, presumiblemente las tasas de crecimiento eran menores al 1 por ciento. Esa "marca", que llevan ya impuesta desde el nacimiento, no se debe haber alterado mucho porque recién desde 1940 la mortalidad empezó a bajar. Dadas las circunstancias en que se produjo la baja de la mortalidad en América Latina, eso debe ser un patrón de diferencia que tienen las personas de más de 60 años.

Hobcraft: No se sabe mucho acerca del nivel de mortalidad de los viejos en los países en desarrollo, y menos de la forma en que la mortalidad ha bajado en esas edades. A falta de otra información, el uso de algunos patrones de descenso, dados por tablas modelo, puede ser una forma de resolver el problema. No debería usarse corrientemente -sin un análisis previo- una tasa actual, no tanto la tasa actual como de alguna tasa cercana a ella. Para algunos países los resultados obtenidos utilizando una tasa baja de crecimiento no produjeron resultados satisfactorios. En otros, en cambio, una tasa de crecimiento baja produjo resultados buenos. Un ejemplo donde el uso de una tasa baja fracasó es el de Turquía, aunque ese caso no es representativo, porque es un poco especial, tiene un patrón de mortalidad poco común, con una mortalidad adulta relativamente baja, si se le compara con otros países en desarrollo y una mortalidad al principio de la vida muy alta. Turquía posiblemente no es un país típico, con el cual se puedan hacer comparaciones y extender resultados. En ese caso en particular, el uso de una tasa de crecimiento baja, para hacer el análisis de las edades avanzadas, dio malos resultados.

2. Método de Relaciones de Supervivencia en Cadena 21/

Brass tiene una técnica similar a ésta: emplea básicamente la misma idea que Carrier y Hobcraft. El método de Brass supone el conocimiento de la mortalidad al principio de la vida. El que proponen Carrier y Hobcraft no hace supuesto alguno sobre eso, aunque desde luego también podría incorporarse al método. La estimación que se logra es solamente de la esperanza de vida al nacer, y no se pretende que esa estimación sea verdadera. Nada que esté basado exclusivamente en las relaciones de supervivencia puede

21/ Véase el Apéndice C.

producir una buena estimación de la mortalidad. No se logra una buena estimación de la mortalidad al principio de la vida y la esperanza de vida al nacer depende fuertemente de esta mortalidad.

La estimación de la esperanza de vida al nacer que se logra con el método, se apoya fundamentalmente en una estimación de la mortalidad adulta y una relación entre la mortalidad adulta y la mortalidad al principio de la vida.

Se vio anteriormente el caso de Turquía y se dijo que allí la mortalidad al principio de la vida no guardaba un patrón normal o conocido con la mortalidad adulta. Aplicando este método al caso de Turquía se obtiene una estimación de la esperanza de vida equivocada. Si se conoce la relación que hay entre la mortalidad al principio de la vida y la mortalidad adulta se puede modificar y mejorar la estimación de la esperanza de vida al nacer.

El método, por apoyarse en relaciones de supervivencia, constituye fundamentalmente una estimación global de la mortalidad adulta. Si además, la relación que supone el modelo entre mortalidad adulta y mortalidad al principio de la vida es apropiada, se tiene una buena estimación de la esperanza de vida al nacer.

Recuérdese la necesidad de que para usar el método de relaciones de supervivencia no debe haber migraciones significativas ni tampoco errores diferentes en un censo y otro en relación con la edad. La descripción del método está dada en el Apéndice C, aunque se considera que es en algún sentido imperfecta. La idea básica, o la hipótesis en la que se apoya el método es: que los errores por edad son los mismos en los dos censos que se comparan, que hay errores proporcionales que dependen de la edad y que esos errores se manifiestan en los dos censos. Esto es una hipótesis razonable, aunque no es estrictamente exacta, porque el nivel de errores puede presumiblemente mejorar a través de los censos. Si se conocieran los patrones de error que hay en un censo y en otro, se podría comparar y ver que en general son bastante similares. Los problemas se derivan de mala declaración de edad, más que de otras causas.

Si los errores en la enumeración en los grupos 0-4 y 5-9 fueran del tipo que supone Coale en el sentido de que el error del grupo 0-4 se motiva en una transferencia de niños que declaran edad 5-9, entonces el método produciría resultados apropiados. En cambio, si se supone que el error se debe a una omisión selectiva en el grupo 0-4, la estimación que se logra por este método no es apropiada. Si se cree que esa es la situación, un procedimiento consistiría en calcular la esperanza de vida, no al nacer, sino a la edad de 5 años, dejando de lado el grupo 0-4. En esas condiciones se lograría una estimación de la mortalidad más fehaciente que la que se lograría si uno empezara el cálculo desde la edad 0.

Si se lee con cuidado la descripción del Apéndice C, se toma conciencia de que la hipótesis establecida es que en los dos censos los errores son proporcionales. No habría razón para no seguir empleando esta técnica estrictamente, hasta dejar el grupo abierto final muy pequeño en una edad muy extrema. Esas hipótesis de la proporcionalidad del error en un censo y en el otro no se da, y por esa razón se hace forzoso manejar un grupo de edades abierto que se inicia en edades más jóvenes que las que conviene. Siempre es un estorbo tener que manejar ese grupo. Todo eso se facilita si se está dispuesto a suponer que el error es fundamentalmente de subestimación en ciertas edades, producido por una edad preferencial, como podrían ser las terminadas en 0. Los errores que se tienen que afrontar son más complicados que eso. Si hay sistemáticamente una sobrestimación de edad y se sigue la técnica que se propone se encontrará que, a pesar de ello, los resultados en general se aproximan bastante a la realidad. Esto se ha hecho en un ejemplo puramente artificial. Hace falta tomar en cuenta la corrección necesaria en el grupo abierto, según se expone en el Apéndice VII del libro de Carrier y Hobcraft.

Lo que se va a desarrollar es algo diferente porque se manejaron símbolos, no números. Esto se hará con tres grupos de edades para no tener que copiar todos los 20 valores correspondientes a los grupos quinquenales de edades.

	Primer Censo	Segundo Censo
0 - 4	$C_1L_o(1 + e_o)$	$C_{-1}L_o(1 + e_o)$
5 - 9	$C_2L_5(1 + e_5)$	$C_oL_5(1 + e_5)$
10 - 14	$C_3L_{10}(1 + e_{10})$	$C_1L_{10}(1 + e_{10})$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
85+	$C_{18+}T_{85}(1 + e_{85+})$	$C_{16+}T_{85}(1 + e_{85+})$

Se ha elegido la letra C=porque con ella se quiere simbolizar la cohorte; se refiere a los nacimientos que han ocurrido en este caso en un quinquenio. La población real sería el producto C_1L_o de la tabla. El supuesto es que para una edad dada en un censo y en el otro, existe el mismo error proporcional, que está simbolizado con la letra e. En el caso de edades 0 sería e_o. Habrá algunos que son positivos y otros forzosamente deberán ser negativos.

Hay 18 grupos quinquenales, hasta C_{18+} (se pone el signo + para indicar que se trata de un grupo abierto). El grupo que aparece como C_{16+} se compone de tres grupos: C_{16}, C_{17} y C_{18+}.

Se van a establecer los valores en función de L_{0-4} y L_{5-9}. Primero se adopta el valor 1 para el primer grupo de edades. La primera relación de supervivencia será la que conecta la L_{0-4} con L_{10-14}:

$$_{10}\hat{P}_{0-4} = \frac{C_1\ L_{10-14}(1 + e_{10})}{C_1\ L_{0-4}\ (1 + e_o)}$$ se refiere al grupo 0-4 en el primer censo. Si no hubiera errores, o si el error fuera proporcional, esa relación daría el valor de la relación de supervivencia aplicable al grupo 0-4 por 10 años.

En la segunda relación:

$${}_{10}\hat{P}_{10-14} = \frac{C_3\ L_{20-24}\ (1 + e_{20})}{C_3\ L_{10-14}\ (1 + e_{10})}$$ se procede de la misma forma. El producto de las dos $\hat{P}$ permite cancelar términos y obtener $\frac{L_{20-24}\ (1 + e_{20})}{L_{0-4}\ (1 + e_o)}$. El término siguiente será:

$\frac{L_{30-34}\ (1 + e_{30})}{L_{0-4}\ (1 + e_o)}$ y siguiendo por este camino se llega al grupo final.

La suma de estos términos con $L_{0-4} = 1$ y $L_{5-9} = 1$, se puede expresar:

$$\Sigma_{L_{0-4}} = L_{0-4} + \frac{1}{1 + e_o}\left[L_{10-14}\ (1+e_{10}) + L_{20-24}\ (1+e_{20}) \ldots. + L_{80-84}\ (1+e_{80})\right]$$

$$\Sigma_{L_{5-9}} = L_{5-9} + \frac{1}{1+e_5}\left[L_{15-19}\ (1+e_{15}) + \ldots\ldots\ldots + L_{75-79}\ (1+e_{75})\right]$$

La medición del grupo abierto quedaría expresado en términos simbólicos por la expresión:

$${}_{10}\hat{P}_{75y+} = \frac{C_{16}\quad T_{85}\quad (1+e_{85+})}{C_{16}L_{75-79}(1+e_{75})+C_{17}L_{80-84}(1+e_{80})+C_{18+}T_{85}(1+e_{85+})}$$

o sea que la población final se la puede comparar con una población estacionaria o se la puede asimilar a una población estable de acuerdo con los procedimientos que muestra el Apêndice C.

Aparece un factor común C_{16} que se simplifica:

Los valores:

<u>Primer Censo</u>

Edad 75	$C_{16} \cdot L_{75}$
80 - 84	$C_{17} \cdot L_{80} = C_{16} \cdot L_{80}$
85 +	$C_{18+} \cdot T_{85} = C_{16} \cdot T_{85}$

son proporcionales a la cantidad de gente que había en la población estacionaria en esos tres grupos que están indicados. Reemplaza C_{17} y C_{18+} por C_{16}, puesto que la población es estacionaria.

$${}_{10}\hat{P}_{75+} = \frac{C_{16}\quad T_{85}\quad (1 + e_{85+})}{C_{16}L_{75-79}(1+e_{75})+C_{16}L_{80-84}(1+e_{80})+C_{16}\cdot T_{85}(1+e_{85+})}$$

Se muestra la distribución que habría en la población estacionaria, que se corresponde con la hipótesis que la cantidad de nacimientos cada año es igual. En el segundo censo el grupo de 85+ será otra vez $C_{16} \cdot T_{85}$. Esto se va a poder hacer no solamente si se supone que las poblaciones son reales o estacionarias, sino también si las podemos convertir en una población estacionaria. La relación de supervivencia por edades de 75 años y más se transforma en:

$$_{10}\hat{P}_{75+} = \frac{T_{85} \quad (1 + e_{85+})}{L_{75-79}(1+e_{75})+L_{80-84}(1+e_{80})+ T_{85}(1+e_{85+})}$$

se considerará ahora:

$$_{10}\hat{P}_{75+} = \frac{\hat{T}_{85}}{\hat{T}_{75}} = \frac{T_{85} \ (1 + e_{85+})}{L_{75-79}(1+e_{75})+L_{80-84}(1+e_{80})+T_{85}(1+e_{85+})}$$

por otra parte:

$$\frac{\hat{T}_{85}}{\hat{T}_{85}+L_{75-79}\dfrac{(1+e_{75})}{1+e_5}+L_{80-84}\dfrac{(1+e_{80})}{1+e_o}} = \frac{T_{85} \quad (1 + e_{85+})}{L_{75-79}(1+e_{75})+L_{80-84}(1+e_{80})+T_{85}(1+e_{85+})}$$

despejando en la expresión anterior el valor de $\hat{T}_{85}$:

$$\hat{T}_{85} = \frac{T_{85} \ (1+e_{85+}) \left[L_{75-79}\dfrac{(1+e_{75})}{1+e_5} + L_{80-84}\dfrac{(1+e_{80})}{1+e_o}\right]}{L_{75-79} \ (1 + e_{75}) + L_{80-84} \ (1 + e_{80})}$$

Este es el punto en el cual se hace necesario hacer el supuesto de que los errores de enumeración, de los censos del grupo de 5 a 9 y de 0 a 4 son nulos; o sea $\underline{e_o} = \underline{e_5} = 0$ puede ser uno de ellos positivo y el otro negativo y cancelarse, aunque no es eso algo que surja de las matemáticas. El caso de la T_{85} se reduce a algo bastante más simple. Se simplifica el denominador con el factor que aparece en el numerador y queda simplemente

$$\hat{T}_{85} = T_{85} \ (1 + e_{85+})$$

De una manera similar, los valores que se tenían antes, aquella suma que comenzaba en L_{0-4} se reducirá ahora a:

$$\Sigma_{L_{0-4}} = L_{0-4} + \left[L_{10-14}(1+e_{10})+L_{20-24}(1+e_{20})+\ldots\ldots+L_{80-84}(1+e_{80}) \right]$$

En forma similar se tratan los términos en L_{5-9}. La expresión final para el valor de T_o es:

$$T_o = L_{0-4} + L_{5-9} + L_{10-14} (1+e_{10}) + L_{15-19}(1+e_{15}) +\ldots + T_{85} (1+e_{85+})$$

Es éste el punto en que tiene importancia que se tome o no el grupo abierto. En el primer censo era la suma de la C que multiplicaba los valores de L; la suma de la población errada tenía que dar igual a la suma de la población censada. El supuesto es que solo está afectada por errores de mala declaración de edad, no de omisión. Si la población fuera estacionaria, los valores C se anularían y naturalmente la suma de las $\underline{L}$ que conducen a $\underline{T_o}$ debería ser igual a la suma de las $\underline{L}$ erradas, que también deberían conducir a $\underline{T_o}$. La expresión anterior valdría estrictamente, si los errores tienden a compensarse. El hecho de que las poblaciones C tengan diferente tamaño -por el hecho de no ser estacionaria la población que se maneja-, tiene menor importancia porque se cancelan. Donde no se produce esa cancelación se produce un sesgo. Es en las edades avanzadas donde los errores que se han simbolizado con una $\underline{e}$ tienden a ser sistemáticamente positivos en un grupo tras otro. Eso pone de relieve que el uso de un grupo abierto extenso hace que la fórmula no produzca resultados apropiados.

Resumiendo: la aplicación del método requiere que el error sea nulo en lo que respecta a los dos primeros grupos de edades que se están considerando; o si se quiere de otra manera, que sean errores tales que se compensen, que sea correcto el total del grupo entre 0 y 9, aunque haya error en 0-4 y 5-9. Será necesario también, que los errores que se produzcan en las diferentes edades tengan signos alternados tal que los errores se compensen. Finalmente será necesario corregir la estructura de edad del grupo abierto. Se ha considerado el caso de 10 años de período intercensal por considerar que es el caso más usual, pero la técnica podría ser utilizada en otros casos, en particular en el de 5 años. Si se utilizara este tipo de técnica para elaborar una estimación de la mortalidad en un período intercensal de 5 años, el requerimiento sería que el grupo de edades de 0-4 estuviera sin ningún error. Si hay razones para creer que hay algún error, se podría iniciar la estimación a partir de la edad 5, en cuyo caso el supuesto será que en el grupo 5-9 no hay ningún error. Inclusive podría empezarse en edades más avanzadas. Lo importante del supuesto básico que se está usando, es que el primer grupo de edades que se considera esté exento de errores.

SESION V: martes 6 de agosto de 1974

V. MODELOS EN DEMOGRAFIA
1. Las poblaciones Modelo Estables
2. Hipótesis
3. Tasa Media de Reproducción

V. MODELOS EN DEMOGRAFIA

El desarrollo de los modelos está relacionado con el desarrollo del conocimiento demográfico que se tiene de una población. En países de Africa Tropical, donde hasta 1960, en muchos casos, no había censos; donde recién desde entonces se han tomado y donde todavía en 1970 hay casos donde no hay censos (y donde los hay, son de muy mala calidad comparados con los de América Latina), es poco lo que se puede hacer con la información y hay necesidad de tener modelos que sean muy rígidos, más que modelos que tengan flexibilidad. A medida que el conocimiento de la información básica progresa, se presenta más y más la necesidad de hacer modelos más refinados, más flexibles. Un ejemplo típico de esta idea se tiene analizando la evolución que ha sufrido la construcción de tablas modelo de vida. Primero fueron las tablas modelo de vida de las Naciones Unidas con un solo parámetro, se avanzó después con la familia de Coale y Demeny que, si bien son cuatro familias, sigue siendo todavía de un parámetro, pero tienen bastante más flexibilidad. Siguieron después otros sistemas más flexibles. Cuando se hicieron las primeras tablas, la información básica que se utilizó fue sobre todo la europea y quedó probado después, a medida que se conoció mejor la mortalidad de los países en desarrollo, que esa experiencia no era apropiada para describir la mortalidad de estos países. Los modelos avanzarán, se harán más refinados, a medida que los datos básicos mejoren.

Cuanto más se usan los modelos, más insatisfecho se queda de su uso. Así, las poblaciones modelo estables que comenzaron a usarse a fines de la década del cincuenta y también a principios de la década del sesenta, parecían soluciones muy satisfactorias. Consecuentemente, se pudo ir viendo que no se adecuaban bien para describir la realidad, cuando ocurrían cambios bruscos e importantes en la mortalidad. El camino correcto parece ser el que están siguiendo los trabajos de Coale, en los que se trata de ver los efectos que en estas poblaciones modelo estables producen cambios de mortalidad y cambios de fecundidad. Estos trabajos muestran una vez más la necesidad de ir haciendo modelos más flexibles a medida que el conocimiento que se tiene de la situación demográfica va mejorando. En este terreno todavía hay mucho por hacer. Deberán avanzar las matemáticas para contar con instrumentos más apropiados para describir los modelos que se sigan elaborando y deberá contarse también con más información, porque el uso de modelos más elaborados requiere que los datos de entrada sean de mejor calidad y sean más numerosos que en los modelos menos flexibles. Si se conoce sólo una estructura por edad y de no muy buena calidad, se reconoce que es muy poco lo que se puede hacer, y poco apropiado sería en esas circunstancias utilizar modelos muy sofisticados o muy elaborados. Más eficiente sería, en cambio, el uso de un modelo más rígido donde habría menos posibilidad de selección.

En un modelo más elaborado habrá seguramente un rango muy amplio de posibilidades que van a satisfacer los muy pocos datos que se tienen y de ahí la ventaja de contar con parámetros que se puedan establecer o estimar con robustez. Se verán más adelante el parámetro de la tasa media de reproducción como un ejemplo de lo que se quiere decir. No se tiene que estar pensando en los modelos solamente en términos de tablas modelo estables o de mortalidad. También el uso de las técnicas de Brass, en un sentido más amplio, significa utilizar modelos. Lo que se busca siempre es la robustez en las estimaciones. En un momento dado, se pensó quizás con más optimismo del que se justificaba que las poblaciones estables podían tomarse con eficiencia en el caso de poblaciones en que la mortalidad decrecía, es decir en el caso de poblaciones cuasi-estables. De esa manera, se trabajó a fines de la década de 1950 y a principios de la del 1960. Después, más y más, se fue teniendo dudas acerca de la bondad de ese tipo de manipulaciones. La labor en relación con los modelos parece que no termina nunca. Se trata siempre de ir revisándolos, de incorporar más variables a medida que la información mejora, a medida que se aumentan los requerimientos que se piden al modelo. En Europa, cuando se trabaja en proyecciones de fecundidad, se lo hace normalmente con un modelo bastante flexible, en que se utilizan 3 ó 4 parámetros. Es una tarea delicada, un equilibrio difícil de lograr, el de saber hasta dónde usar un modelo que se adecúe a las circunstancias que se estén manejando.

1. Las Poblaciones Modelo Estables

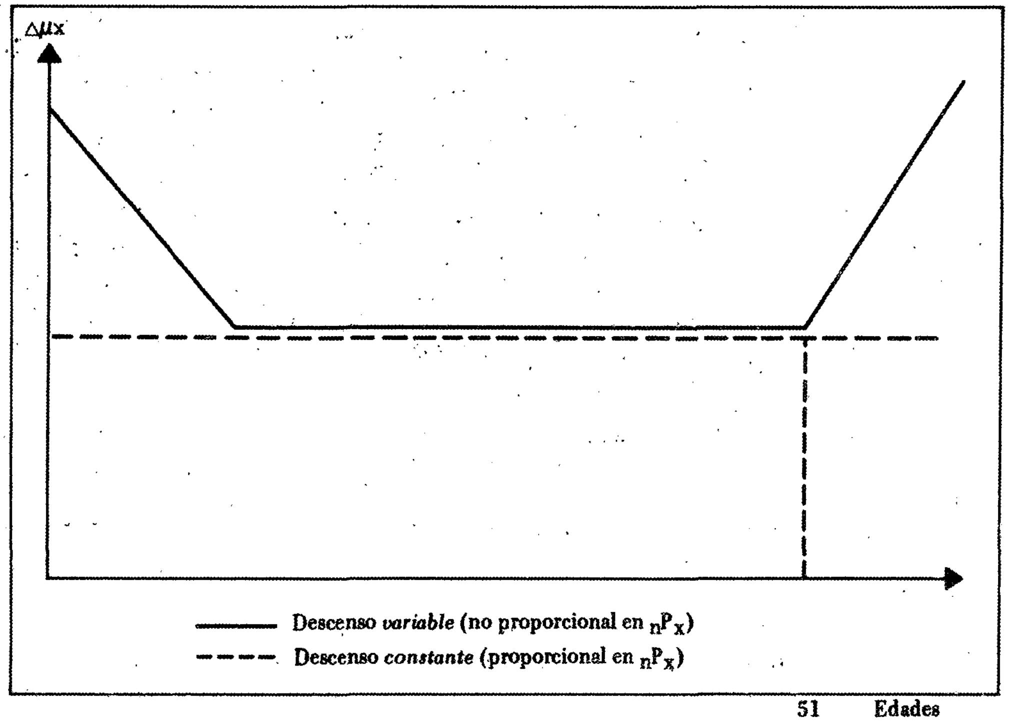
Se va a empezar a considerar el tema de las poblaciones modelo estables. Es ésta un área muy controversial, sobre la cual hay posiciones opuestas. Algunos opinan que no es aplicable la idea de tener poblaciones modelo estables, para derivar de ellas estimaciones de fecundidad y de mortalidad. Otros, en cambio, consideran que los modelos son muy útiles, prácticamente en todos los países para los cuales no hay información adecuada. Una información básica que existe para muchos países (en muchos casos la única) es su distribución por edades. En estos casos se justifica intentar obtener de esa única información disponible las mejores estimaciones que se puedan de fecundidad y, aunque es menos fácil hacerlo, también de mortalidad. En muchos países la población ciertamente *no es estable*. No se trata de defender ese punto de vista, pues se acepta que las poblaciones no son estables. La verdadera cuestión es que si a pesar de que las poblaciones no son estables, los modelos de poblaciones estables permiten o no obtener, de la estructura por edades, estimaciones útiles. En una medida limitada eso se puede lograr.

2. Hipótesis

La población ha tenido en el pasado fecundidad y mortalidad constante y no ha estado sujeta a movimientos migratorios. Jamás población alguna ha cumplido estrictamente con estos supuestos. Sin embargo, han habido poblaciones en las que aproximadamente fueron ciertos. Si las hipótesis se pueden tomar como que se verifican en forma aproximada, se puede asimilar

Gráfico 6

DESCENSO DE LA MORTALIDAD SEGUN LA EDAD



un modelo a una población real y a través de este procedimiento obtener para esa población estimaciones de fecundidad. Se podrá, en algunos casos inclusive derivar estimaciones de mortalidad, dependiendo de cuánta más información adicional exista para ese país. La situación ésta, en que la estructura se mantiene aproximadamente constante, se dio en muchos países hasta más o menos 1950. Entonces, en poblaciones tomadas hasta ese momento, serán aplicables las técnicas que se están presentando. A partir de 1950, sin embargo, en muchos casos se ha producido un descenso muy fuerte en la mortalidad. En algunos casos el descenso de la mortalidad puede dejar a la población con una estructura por edades aproximadamente constante. Se menciona el ejemplo hipotético de que si hubiera un descenso de la mortalidad que fuera de la misma intensidad en todas las edades, la estructura por edades no se modificaría. Esto es fácil de imaginar. Por ejemplo, que todas las relaciones de supervivencia, en todas las edades, descienden en un 3 por ciento. De acuerdo con ese supuesto la estructura por edad de la población no variaría.

Si se parte de una población estable desde el origen -por construcción- y en esa población se inicia un descenso de mortalidad, conforme con ese patrón de descensos en todas las edades, es fácil ver que nada podría deducirse en esa población a partir de su estructura por edades. Se podría acaso deducir alguna característica de su patrón, de su incidencia relativa según las diferentes edades, pero no en cuanto al nivel de la mortalidad, ya que como se ha dicho antes, un descenso uniforme mantiene la estructura por edades constante. ¿Cuán realista es suponer que el descenso de la mortalidad es igual en todas las edades? Hacia 1950 se pensaba que ésta era una forma bastante realista de hacer un supuesto. En Inglaterra y Gales, si se analiza la evolución pasada del descenso de la mortalidad, se observan cambios bastante constantes, según la edad, los que no produjeron ciertamente ningún impacto importante en la estructura por edades de la población. De este tipo de consideraciones surgió la idea de las poblaciones cuasi-estables. Lo que se está presentando ahora no son ideas propias, sino más bien, desarrolladas por Coale.22/ En el gráfico 5, se ilustra cómo se vería un descenso constante en todas las edades. El eje de las abscisas indica edades y el eje de las ordenadas, la medida de un descenso absoluto a través del tiempo. La hipótesis de que el descenso es constante se traduciría en ese gráfico en una línea paralela al eje de las abscisas. Lo que ha ocurrido en los países en vías de desarrollo no es tanto esto, sino más bien algo como la línea continua del gráfico 5, en la cual el descenso fue mayor en las primeras edades y, en muchos casos, también el descenso fue mayor a la media en las edades más avanzadas. Hay entonces una diferencia en la forma en que el descenso ocurrió en los países en vías de desarrollo en años recientes y lo que ocurrió cuando descendió la mortalidad en países europeos como Inglaterra y Gales. El gráfico no está mostrando descensos relativos de las tasas sino descensos absolutos a través del tiempo. En ese sentido es que los cambios absolutos del mismo monto en las tasas de mortalidad están asociados con estructuras constantes. Lo que el gráfico muestra es un cambio en valores absolutos similar en todas las edades, como representativo de la experiencia pasada; y un cambio que varía según la edad como ilustración de la variación de la mortalidad en las poblaciones en desarrollo.

22/ Coale, A., El Efecto de los Descensos de la Mortalidad en la Distribución por Edad, Milbank Memorial Fund, Buenos Aires, 1967.

Se supone que en torno a los 50 años es cuando la ganancia deja de ser, en términos absolutos, aproximadamente igual y se hace más importante a medida que la edad avanza.

Se puede probar que un cambio absoluto en μ_x, independiente de la edad, produce un cambio proporcional en las probabilidades de supervivencia:

$$\mu_x = \hat{\mu}_x + \Delta$$

$$\ell_x = e^{-\int_o^x (\hat{\mu} + \Delta)dy}$$

$$\ell_x = e^{-x\Delta} \cdot e^{-\int_o^x \hat{\mu} dy}$$

$$\ell_x = e^{-x\Delta} \cdot \hat{\ell}_x$$

$$_nP_x = \frac{e^{-(x+n)\Delta} \cdot \hat{\ell}_{x+n}}{e^{-x\Delta} \cdot \hat{\ell}_x} = e^{-n\Delta} \cdot {}_n\hat{P}_x$$

Resumiendo: Si se supone una disminución constante en la μ_x, independiente de la edad, se tiene que las relaciones de supervivencia, cualquiera sea la edad, aumentan, para un tramo dado, en valores que son proporcionales, que no dependen de la edad. Cuando la baja de la mortalidad no ocurre como se ha supuesto, entonces en este caso la estructura por edades cambia. En particular, si la mortalidad en las primeras edades desciende más que en otras, en términos absolutos, el efecto que produce es similar al que se produciría si ocurriera un aumento en la fecundidad. Se marcó en el gráfico, con la edad 5, el punto en el que se tiene el mayor descenso de la mortalidad en el principio de la vida. El número de niños que llega a esa edad sería mayor, tanto porque hubiera ocurrido una mayor cantidad de nacimientos sin haberse alterado la mortalidad, como si hubieran ocurrido más nacimientos y hubiera un descenso en la mortalidad. Puede asimilarse entonces, y Coale lo ha hecho, un descenso de la mortalidad a un aumento en la fecundidad. Al hacerlo hace falta suponer descensos muy particulares. Los descensos que ocurren en la mortalidad dan lugar a ascensos muy peculiares, muy singulares, equivalentes en la fecundidad.

La rama de la curva por arriba de los 50 años de edad desciende más en términos absolutos que por debajo de esta edad. El efecto que produce en la estructura por edad es simple, porque no tiene ningún impacto en la fecundidad; es sólo un efecto directo en la estructura por edades. No cambia la proporción de madres y consecuentemente no se altera la fecundidad.

Coale ha producido una respuesta satisfactoria al efecto que se da en la estructura por edades cuando se tienen cambios a un ritmo constante en el ascenso de la fecundidad que puedan ser compensados con cambios en el descenso de la mortalidad. Hay fórmulas que han elaborado otros matemáticos, que comprenden o que consideran estos modelos más complicados que el de las poblaciones estables. Es hasta donde se ha llegado, que no es ciertamente una situación satisfactoria.

Son plenamente satisfactorios los modelos que Coale ha elaborado para descensos constantes de fecundidad. Es menos satisfactoria la situación que trata descensos de la mortalidad, aunque, desde luego, es muy interesante conocer esto. El mismo Coale está consciente de que este tipo de modelo de descensos de la mortalidad que él ha reelaborado es menos satisfactorio. No es fácil elaborar eso, porque los patrones de mortalidad no son simples de manejar y como la situación no es satisfactoria, sería interesante llegar a construir modelos que contemplaran con propiedad los descensos posibles de la mortalidad.

Somoza: Es difícil aceptar que la mortalidad de los jóvenes bajó más que la media y aceptar lo mismo en relación con los viejos. Conocemos muy poco la forma en que ha variado la evolución de la mortalidad de los viejos en América Latina. Algunos indicios que se tienen más bien apuntarían a que no ha cambiado como él nos indica, porque hay muy mala información que se ve, la que no ha cambiado casi nada.

Chackiel: En un estudio, que no trata sobre América Latina, se menciona que la mortalidad de los adultos (y hay ejemplos de tablas de vida a través del tiempo), no sólo no ha descendido, sino que a veces ha aumentado a edades muy avanzadas. Se trata del estudio de J. Legaré23/ sobre construcciones de tablas por generaciones en Inglaterra y Gales.

Somoza: El problema es que parece que se ha producido este tipo de descenso en los países en desarrollo.

Hobcraft: Recuérdese que se trata de cambios de valor absoluto en la q_x. En las edades avanzadas, donde los riesgos de morir son muy grandes, un cambio muy pequeño en valor relativo puede significar un cambio muy grande en valor absoluto y por lo tanto justificar ese aumento.

Somoza: En América Latina, en los países donde existen estadísticas que muestran las tendencias de la mortalidad en el pasado, se ven muy pocos indicios de que haya sido importante el descenso de la mortalidad en las edades avanzadas. Inclusive hay casos donde se observa que la esperanza de vida a los 60 ó 65 años no cambió con el tiempo. Por esta razón sorprende que el modelo sea así.

Hobcraft: Si no fuera así, si fuera en el sentido de que la línea no sube, toda la elaboración matemática que se ha hecho se simplificaría. Pero la elaboración matemática hecha por Coale tiene este supuesto.

Somoza: ¿En base a qué experiencia empírica, Coale había trabajado?, porque no se puede pensar que lo haya puesto caprichosamente. Debe haber evidencias en otros países donde esto ha sucedido.

23/ Legaré J., "Quelques Considérations sur les Tables de Mortalité de Génération. Application a L'Anglaterre et du Pays de Gales", en Population Nº 5, 1966.

3. Tasa Media de Reproducción

Lo que se ha visto hasta acá es un bosquejo de los modelos disponibles en relación con distribuciones por edad. Pero interesa ahora volver al modelo más simple de población estable. Si la mortalidad desciende de una manera diferente a la que hipotéticamente se estuvo considerando, seguramente la estructura por edades de la población real no se va a adaptar a un modelo de población estable. Si se toma la proporción de los menores de 5 años de una población estable y se trata, a partir de ahí, de estimar el nivel de la fecundidad, se obtienen resultados más o menos idénticos a los que se pueden obtener haciendo la proyección retrospectiva de la población de menores de 5 años. Para hacer esto, hace falta conocer la mortalidad al principio de la vida. Carrier y Hobcraft, Brass y Coale, trabajando en forma independiente, llegaron a la misma conclusión: es posible obtener una estimación adecuada de la fecundidad en términos de la tasa bruta de reproducción si se tiene información sobre la mortalidad al principio de la vida y el porcentaje de menores de 5 años, aún cuando la población considerada se aleje de una población estable. El primero que presentó ideas en torno a esto fue Brass en un documento presentado en 1964,24/ en el que expuso la idea de utilizar preguntas retrospectivas para derivar estimaciones de fecundidad y mortalidad al principio de la vida y utilizó poblaciones estables. Dada la proporción de personas por debajo de cualquier edad, prácticamente se obtiene siempre el mismo valor para el producto (b . ${}_2p_o$): la tasa de natalidad por la probabilidad de alcanzar la edad exacta dos. Puede considerarse que Coale realizó una derivación de lo que se mencionó antes en relación con Brass. Existe un documento que él presentó a un seminario en Kenia en 1969,25/ y en donde se desvían de las recomendaciones del Manual IV de las Naciones Unidas. Se considera que por ser posterior al Manual IV, significa una mejora frente a éste. En ese trabajo, para estimar la fecundidad en Africa, se apoyan en dos datos: la proporción de menores de 15 años -un dato de estructura por edad- y el conocimiento que pudieran tener de la mortalidad al principio de la vida: entre 0 y 2 años. Es muy bueno que se use, para hacer la estimación, la mortalidad a principios de la vida, en lugar de otros parámetros como podría haber sido la tasa de crecimiento. Esto conduce a la idea de la tasa media de reproducción, que es un valor que se puede estimar con bastante seguridad a partir de la estructura por edades. La conclusión sobre la cual en este momento hay consenso, es que conocida la estructura por edad se puede estimar con relativa robustez una medida que combina la mortalidad al principio de la vida y la fecundidad (tasa media de reproducción). La tasa media de reproducción es el producto de la tasa bruta de reproducción por l_2. No hay forma de obtener, exclusivamente

24/ Brass, W., Uses of Census or Survey Data for the Estimation of Vital Rates. Seminario Africano sobre Estadísticas Vitales, 1964. Adis Abeba. Comisión Económica de las Naciones Unidas para Africa.

25/ Page H.J. y Coale A.J. (1969), "Fertility and Child Mortality South of Sahara" en S.H. Oninde y C.N. Ejiogu (eds), Population Growth and Economic Development in Africa, Heinemann Educational Books Ltd. and Population Council, 1972.

de la estructura por edad, una medida pura de fecundidad, ni tampoco una medida pura de mortalidad, sino esta medida que mezcla las dos cosas. Si, además de la estructura por edades, se tiene información sobre la mortalidad al principio de la vida, entonces sí se pueden obtener estimaciones robustas de la fecundidad.

De la estructura por edad se puede hacer una deducción robusta de una medida mixta entre fecundidad y mortalidad a principio de la vida. La derivación del concepto de tasa media de reproducción fue una especie de redescubrimiento. Se produjo un poco por accidente, trabajando en la producción de modelos con tres parámetros. En esos modelos se habían calculado las proporciones de menores de 15 años, de mayores de 45 años y los valores de la tasa de crecimiento, que son las tres variables con las cuales se distinguen y se tabulan los modelos. Se observó cómo variaban las tasas brutas de reproducción y las tasas netas de reproducción dentro de un modelo. Si se mira en las tablas (véase el cuadro 8) cualquiera de los modelos que están allí tabulados, se ve que con el aumento de la tasa intrínseca de crecimiento, la tasa bruta de reproducción desciende, dada la misma estructura por edad. Se observa también que la tasa neta de reproducción aumenta.

Ante esta comprobación se pensó que una medida vinculada con las dos tasas podría mantener estabilidad y ser una característica que pudiera derivarse, con solidez, de la estructura por edades. Se calculó la media geométrica de la tasa neta de reproducción y de la tasa bruta de reproducción y se encontró que efectivamente esos valores resultaban muy constantes para cada una de las estructuras por edades. Esa medida de un valor puramente estadístico no satisfacía plenamente, porque se buscaba algo que tuviera una significación demográfica más clara.

Recordando la relación que hay entre la tasa neta de reproducción y la tasa bruta de reproducción, se buscó una l_x de la tabla para una edad determinada, que reprodujera aproximadamente, los valores de los promedios geométricos que se habían obtenido antes. Haciendo tanteos de esa naturaleza se encontró que esto sucedía con la edad 2. Se calcularon los valores y se obtuvo entonces el conjunto de tasas medias de reproducción que aparecen tabuladas en el libro de Carrier y Hobcraft y que en definitiva constituyen este concepto nuevo, próximo a las medias geométricas que se habían calculado antes.

$$\text{Tasa Media de Reproducción} = \text{MRR} = R' \cdot \frac{l_2}{l_0}$$

Esto se puede ver fácilmente observando las tablas tabuladas. Dada una estructura por edad, un valor de la proporción de menores de 15 años y otro valor de la proporción de mayores de 45, se puede observar que para esa conjunción de valores es prácticamente constante el valor de la tasa media de reproducción. (Véase el cuadro 8). El valor entonces es independiente de la tasa intrínseca de crecimiento o de la mortalidad. Eso es cierto en el conjunto de tablas modelo que se están manejando, es decir, utilizando el estándar africano de Brass para describir la mortalidad y suponiendo un cierto patrón por edades de la fecundidad. No se ha hecho un estudio de las tablas modelo de Coale y Demeny para ver si se da esta misma relación pero lo que sí se ha hecho es estimar la tasa media de reproducción a partir de la relación de niños-adultos. Si se hace esto con las tablas de Coale-Demeny, es decir, si se toma la proporción de niños-adultos de esas tablas y utilizan las fórmulas que ellos han derivado para hacer una deducción de la tasa media de reproducción, se puede ver que se logra una buena estimación de ella:

MRR = CAR (1,64 + 0,8 CAR), donde CAR = $\frac{N_{0-14}}{N_{15-44}}$ (*) y $N_{x,x+4}$ la población con edad entre x y x+4.

Hay diferencias en todo el rango de variación de los modelos entre un 4 por ciento y un 5 por ciento, entre el valor exacto que debería tener la tasa media de reproducción calculada de acuerdo con su definición y los valores que pueden ser inferidos por la relación que se examina.

Es más difícil aplicar este tipo de técnicas a las tablas modelo de Coale y Demeny por la forma en que están organizadas: no dan tabulados en las que se muestre el porcentaje de menores de 15 y mayores de 45 años, lo que, desde luego, puede hacerse con las tablas que tenemos en el libro de Carrier y Hobcraft.

Recuérdese lo que Brass había encontrado: que, conocida la proporción de personas por debajo de una edad, se podía inferir con bastante precisión el valor del producto: $b \cdot \ell_2$. Esa aproximación se ha mejorado con las tablas que Carrier y Hobcraft presentan. Se toma como ejemplo la tabla C.35 (véase el cuadro 8) que combina una proporción de 40 por ciento para menores de 15 años, con diferentes proporciones de mayores de 45. En particular se muestra el caso para una proporción de mayores de 45 años igual a 15 ó 16 por ciento. Son dos los datos con los que se puede hacer una estimación de la tasa media de reproducción. En estas condiciones, lo que se obtiene es más preciso que lo que podría lograrse si se utilizara un dato solamente (como podría ser en este caso la proporción de menores de 15). Se hace depender la distribución de la tasa media de reproducción de dos parámetros y no de uno. En este sentido se considera de que quizás sea éste el único avance que han logrado respecto a la relación anterior de Brass.

Otro mérito es su operacionalidad. Se han tabulado los resultados de manera tal que, conocida la estructura por edad de la población en estudio, se puede, con estas tablas, establecer fácilmente el valor de la tasa media de reproducción. En realidad este trabajo es el único que se ha hecho y se considera también que otra novedad es la de darle a la tasa media de reproducción un valor en sí mismo, no solamente como un camino para estimar la fecundidad o la mortalidad de los niños, sino como un índice demográfico de interés.

También es importante el hecho de que además de conocer la tasa media de reproducción y la mortalidad de adultos, se tienen los elementos para elaborar una proyección de población. Para esto, no suele ser muy importante conocer la fecundidad en sí misma, sino, conocer el número proyectado de niños a lo largo del período de la proyección, en particular de niños que van a tener edades entre 0 y 5 años. Esa cantidad de niños sobrevivientes

(*) Se utiliza información de un mismo sexo en numerador y denominador.

Cuadro 8

POBLACIONES ESTABLES DE TRES PARAMETROS

Porcentaje						Funciones de la tabla de vida							
Menor 15	Mayor 45	R'	R	MRR	Mortalidad infantil	l_2	l_{45}	l_{65}	$_4q_1$	$_5q_{45}$	$_5q_{65}$	$\overset{o}{e}_o$	Tasa de crecimiento anual
40	14	2,5294	1,3183	2,0217	129,0	7993	3693	1348	0,1699	0,1442	0,3989	32,15	1,0
		2,4720	1,3556	2,0204	116,4	8173	3951	1474	0,1565	0,1396	0,3964	33,79	1,1
		2,4169	1,3939	2,0188	103,8	8353	4225	1612	0,1432	0,1349	0,3944	35,52	1,2
		2,3642	1,4335	2,0171	91,3	8532	4518	1762	0,1298	0,1301	0,3930	37,33	1,3
	15	3,5213	1,1478	2,1012	299,3	5967	2180	809	0,2780	0,1518	0,3709	20,81	0,5
		3,4159	1,1800	2,1004	284,6	6149	2345	892	0,2648	0,1476	0,3655	22,01	0,6
		3,3123	1,2131	2,0997	269,3	6339	2525	985	0,2514	0,1433	0,3602	23,30	0,7
		3,2106	1,2472	2,0988	253,3	6537	2719	1087	0,2378	0,1389	0,3551	24,68	0,8
		3,1111	1,2824	2,0978	236,9	6743	2930	1200	0,2240	0,1345	0,3501	26,16	0,9
		3,0142	1,3185	2,0967	219,9	6956	3157	1326	0,2101	0,1301	0,3453	27,75	1,0
		2,9201	1,3558	2,0955	202,4	7176	3403	1464	0,1959	0,1256	0,3407	29,45	1,1
		2,8291	1,3941	2,0941	184,6	7402	3669	1617	0,1816	0,1210	0,3364	31,26	1,2
		2,7415	1,4336	2,0929	166,6	7634	3955	1785	0,1671	0,1164	0,3323	33,18	1,3
		2,6578	1,4743	2,0914	148,4	7869	4262	1971	0,1526	0,1116	0,3287	35,23	1,4
		2,5781	1,5162	2,0898	130,2	8106	4592	2174	0,1380	0,1068	0,3255	37,39	1,5
		2,5029	1,5593	2,0884	112,3	8344	4944	2397	0,1233	0,1019	0,3228	39,67	1,6
		2,4324	1,6038	2,0868	94,7	8579	5320	2639	0,1087	0,0969	0,3209	42,06	1,7
		2,3672	1,6496	2,0855	77,8	8810	5718	2903	0,0942	0,0916	0,3199	44,54	1,8
		2,3076	1,6969	2,0842	61,8	9032	6138	3189	0,0798	0,0862	0,3201	47,12	1,9
		2,2539	1,7456	2,0831	47,0	9242	6580	3496	0,0658	0,0805	0,3219	49,75	2,0
		2,2068	1,7959	2,0823	33,8	9436	7042	3826	0,0521	0,0745	0,3261	52,42	2,1
	16	4,0558	1,2827	2,1593	377,8	5324	2292	1052	0,2631	0,1221	0,3047	20,64	0,9
		3,8913	1,3188	2,1604	357,6	5552	2491	1173	0,2491	0,1178	0,2984	22,12	1,0
		3,7305	1,3561	2,1611	336,3	5793	2711	1308	0,2349	0,1134	0,2922	23,74	1,1
		3,5739	1,3944	2,1615	313,9	6048	2951	1461	0,2204	0,1090	0,2861	25,50	1,2
		3,4220	1,4338	2,1620	290,4	6318	3216	1632	0,2056	0,1046	0,2801	27,42	1,3
		3,2757	1,4745	2,1620	266,0	6600	3505	1823	0,1906	0,1001	0,2743	29,50	1,4
		3,1354	1,5163	2,1619	240,7	6895	3822	2038	0,1754	0,0955	0,2687	31,76	1,5
		3,0018	1,5594	2,1613	214,7	7200	4167	2277	0,1599	0,0909	0,2633	34,20	1,6
		2,8755	1,6038	2,1607	188,4	7514	4541	2544	0,1443	0,0862	0,2581	36,82	1,7

Fuente: Carrier y Hobcraft, *op.cit.*, tabla C.35.

es una función tanto de la fecundidad como de la mortalidad al principio de la vida. Si el único interés que se tiene es el de los valores proyectados, entonces esa medida, la tasa media de reproducción, es adecuada para lograr ese objetivo.

Se plantea entonces la relación: $N_{0-4} = \frac{L_{0-4}}{5l_0} R' \int_u^v \omega(x)P(x)dx$

donde se ve que el número de niños en el grupo 0-4 se deriva del producto de una relación de supervivencia por la tasa bruta de reproducción y por una integral en la que aparecen los $\omega(x)$ (que son los pesos relativos de las tasas de fecundidad según edad, ponderaciones que pueden establecerse en una primera aproximación con un conocimiento que se pueda tener de la edad media de la fecundidad), y los valores de $P(x)$ que representan el número de personas de la población en edad x. Para conocer el número de personas en edad x, que van a dar origen a los nacimientos que se están proyectando, hace falta conocer la mortalidad adulta de la población. La suma de esos valores dará entonces el número de niños proyectados.

Si en lugar de la tasa bruta de reproducción, se utiliza su equivalente, queda la expresión:

$$N_{0-4} = \frac{L_{0-4}}{5l_0} \cdot \frac{MRR}{l_2/l_0} \cdot \int_u^v \omega(x)P(x)dx$$

En cualquier conjunto de tablas que se considere se ve con frecuencia que la probabilidad que tiene un recién nacido de alcanzar la edad exacta 2 es muy cercana a esa relación de supervivencia aplicable a los nacimientos en un período quinquenal. No importa mucho, en realidad, que sean iguales los valores; lo que importa es poder establecer en qué medida deben ser ajustados si se quiere pasar de uno al otro. Si se toma una mortalidad muy elevada o muy baja, se puede ver que difieren muy poco los valores de l_2 y los valores de la relación de supervivencia aplicada desde el nacimiento:

$$\frac{L_{0-4}}{5l_0} \approx \frac{l_2}{l_0}$$

Conclusión: Si se ha establecido para una población la tasa media de reproducción y además se conoce la mortalidad de la población adulta femenina, se puede estimar el número de nacimientos sobrevivientes sin necesidad de conocer el nivel de la fecundidad, es decir, el número de nacimientos que ocurren en esa población.

Gómez: ¿Por qué utiliza la mortalidad adulta de una población y no la mortalidad al principio de la vida?

Hobcraft: Se plantea una situación hipotética en la cual, por algún medio, como podrían haber sido las relaciones de supervivencia, se conoce la mortalidad adulta y nada se conoce en cambio en relación con la mortalidad al principio de la vida. En una situación cualquiera, puede ser muy distinta la mortalidad al principio de la vida, dada una misma mortalidad adulta. En tales condiciones se podría hacer la proyección de la población utilizando el conocimiento que se tiene de la mortalidad adulta más al conocimiento que se pueda derivar acerca de la tasa media de reproducción. Proceder de esa forma es mejor que estimar el nivel de la fecundidad, obtener una tasa bruta de reproducción como consecuencia e inferir el nivel de la mortalidad al principio de la vida. Es preferible el uso de la tasa media de reproducción por las razones que se dieron antes, ya que es muy difícil inferir la mortalidad al principio de la vida apoyándose en el conocimiento que se pueda tener de la mortalidad adulta.

García: Es importante destacar que se está refiriendo a una tasa bruta de reproducción para ambos sexos, si bien la relación se puede utilizar para cada sexo por separado.

Somoza: Normalmente se va a trabajar para cada uno de los sexos en forma separada, pero considera la posibilidad de que se trabaje en forma conjunta con ambos sexos.

Chackiel: El profesor dice que la elección de la l_2 es plausible, quizás porque estamos trabajando con la estándar de Brass. ¿Cómo se obtiene, aproximadamente, el valor de la edad a la que la l_x debe ser tomada?

Hobcraft: Se deja un poco abierta la posibilidad de que la edad pueda ser diferente a 2, pero, en realidad, es un punto que no se ha estudiado con otros sistemas de tablas de vida. Se cree que daría lo mismo con otros sistemas, pero eso no se ha probado.

Lerda: En la aplicación de la fórmula de N_{0-4} se va a suponer que se conoce: a) la mortalidad adulta; b) los pesos relativos de las tasas de fecundidad. ¿Cómo deducir la tasa media de reproducción?

Hobcraft: Hay dos caminos fundamentales: se tiene la estructura por edades de la población y se puede, usando las tablas, obtener una buena estimación de la tasa media de reproducción, (conociendo las proporciones de menores de 15 y de mayores de 45 años). La otra posibilidad es utilizar la fórmula que se apoya en el conocimiento de la relación niños-adultos (CAR), que supone el conocimiento de la estructura por edad de la población.

Lerda: En el procedimiento para calcular los sobrevivientes al final del período de proyección quinquenal:

$$N_{0-4} = MRR \cdot \int_u^v \frac{\omega(x)}{R'} \cdot P\,(x)\,.\,dx$$

Para estimar MRR representativo del período de proyección se necesita la proporción de menores de 15 años, entre otras cosas. Obviamente hay una inconsistencia en el procedimiento ya que para estimar la proporción de menores de 15 años, que serviría para una estricta estimación de MRR, se necesita el valor de N_{0-4} que se está tratando de calcular.

Hobcraft: Se trata en general de aplicaciones a países donde los datos son muy malos. No tendría mucho sentido estar pensando que va a cambiar la tasa media a lo largo de los 5 años considerados. A los efectos de establecer la tasa media de reproducción, parte de la estructura por edad inicial en el momento en que está haciendo el análisis, es con esa estructura, que no va a cambiar mucho al cabo de 5 años, con la cual se deduce la tasa media de reproducción.

Ortega: Observando las tablas, por ejemplo la C.35, se encuentra poca variación de MRR con respecto al cambio en la tasa de crecimiento pero la variación de MRR parece ser más notable con respecto a los cambios en la proporción de personas menores de 15 años y de más de 45. Por ejemplo: para una r de 1 por ciento, y proporción de personas de menos de 15 años de 40 por ciento y mayor de 45 años de 15 por ciento, se obtiene un resultado para MRR de 2,0967; mientras en la tabla C.37, únicamente cambiando en 1 por ciento la proporción de menores de 15 años, (41 por ciento) se tiene una MRR de 2,2321.

Somoza: Ortega piensa que el conocimiento que se tiene de la proporción de menores de 15 no es muy preciso, que frecuentemente se tiene que ajustar por omisión de niños.

Hobcraft: No es el propósito tratar esto ahora, sin que por ello se diga que no es importante considerar cuán robustas pueden ser estimadas las características por errores debidos a P y Q (proporción de personas menores de 15 y mayores de 45 años). Un examen rápido sugiere que algunas estimaciones de las características mostradas en las tablas deberían considerarse con cierto recelo en este sentido.

Conclusión: La estimación depende bastante de la estructura por edad. Si hay errores, es sensible a ellos. Recuérdese que en el Manual IV de las Naciones Unidas, se estudian patrones de error típicos para diferentes grupos de poblaciones. Se habla de errores de menores de 10 años, de menores de 45, etc.; esto tiene que ver con cuán buena o mala es la estimación que se tiene de la proporción de menores de 15 y mayores de los 45. Eso llevaría a la conclusión acerca de que si hay o no omisiones de 0-4, o, si tiene razón Coale cuando supone que no es tanto omisión la que ocurre sino más bien una transferencia al grupo 5-9. Si fuera posible ajustar la distribución por edades, desde luego, el consejo sería utilizar los valores correctos.

Un estudiante hizo un ejercicio con información del censo de la India de 1961 a los efectos de estimar la tasa media de reproducción. Inicialmente se derivó de la estructura por edad sin ningún tipo de corrección. Conocida la primera versión de la tasa media de reproducción, trató de obtener un mejor valor del grupo 0-4, que el dado por el censo. Con este valor corregido del grupo 0-4, volvió a calcular las proporciones de menores de 15 y obtuvo una segunda estimación de la tasa media de reproducción. Mediante este proceso iterativo continuó hasta encontrar una proporción en el grupo 0-4 que fuera coherente con sus tasas medias de reproducción y con la estructura por edad que estaba manejando. Lo que parece observarse en este caso es que la primera estimación de la tasa media de reproducción obtenida por la estructura por edad sin corregir, resulta demasiado baja, en tanto que el procedimiento iterativo lo conduce a una versión final exageradamente alta. Esto podría explicarse en parte porque no todo en el grupo 0-4 era omisión; parte de lo que faltaba en él, podía haberse debido a transferencia al grupo 5-9.

El problema en estos casos es elegir aquellos parámetros que se pueden conocer mejor, que son menos sensibles a los errores de observación. En este sentido, Coale y Demeny estuvieron tratando de establecer qué agrupamientos de edades se podían conocer mejor para usarlos como punto de apoyo a partir de los cuales entrar en los modelos. En el documento de Page y Coale26/ se utilizaban los menores de 15 años en lugar de los menores de 10 años (como aconseja el Manual IV).

Somoza: En relación con esto, se conoce la idea de Bourgeois-Pichat de trabajar con la población de mayores de 5 años solamente y calcular proporciones dentro de ese grupo.

Hobcraft: Es apropiado, siempre y cuando no haya errores del tipo de los que Coale ha supuesto. Si hubiera errores de transferencia del grupo 0-4 a 5-9, empezar el análisis en la edad 5 no sería una solución apropiada.

Chackiel: Utilizar la población de menos de 15 años significa que si hubo un traslado de 0-4 a 5-9 no habría errores. En cambio, si se considera el grupo 5-14 estaría sobrestimado, por la población de 0-4 que se fue a 5-9.

Hobcraft: Es aceptable la opinión de Coale que se apoya, por otra parte, en las pruebas que se tienen en los países desarrollados. Estas pruebas mostraron que efectivamente se produjo el error de transferir niños del grupo 0-4 al grupo 5-9, aunque hay indicios claros de omisión selectiva en el grupo 0-4. No hay pruebas del mismo tipo para los países en desarrollo y entonces lo que queda por hacer es, por extensión, suponer que en los países en desarrollo ocurren los errores que ocurren en los países desarrollados. Cualquiera sea el límite de edades que se elija para definir el grupo, la proporción de personas con las cuales se trabaja siempre va a tener el problema de si hay o no transferencia de este tipo. Solamente seleccionando grupos en los cuales no haya omisión selectiva se podría estar en una buena posición, lo que es muy difícil que se pueda llegar a establecer.

Ortega: Aunque no haya errores por omisión en la información básica, el hecho de que las poblaciones reales no sean exactamente estables provocan una variación en forma de oscilación en la estructura, que puede conducir a variaciones del 1 por ciento o más en la proporción de personas menores de 15 años.

Hobcraft: Efectivamente se producen diferencias, excluyendo la posibilidad de migraciones. Esas diferencias se deberían a cambios en la fecundidad y en la mortalidad. Luego, si la población ha sufrido o experimentado esos cambios, es natural esperar que también la tasa media de reproducción sea sensible a ellos y también varíe.

En el caso en que se producen desvíos de la estabilidad, a menos que esos desvíos sean muy drásticos, se verá que es posible todavía utilizar las poblaciones estables para derivar de allí estimaciones de fecundidad y mortalidad.

Pasando ahora a la tasa media de reproducción, que en las poblaciones estables es teóricamente precisa, el problema es cuán correcta puede ser la estimación cuando se producen desvíos de la estabilidad, o cuándo hay problemas en el conocimiento exacto de la estructura por edad de la población

26/ Page, H.J. y Coale, A.J., (1969) Fertility and Child ..., op.cit.

que se está manejando. Se trató de estimar la tasa media de reproducción para una gran cantidad de países, todos ellos con registros aceptables, que permitían hacer una comparación directa del resultado que se alcanzaba con el cálculo directo de la tasa media de reproducción.

Los resultados muestran que, en general, la estimación que se logra es bastante próxima para la mayoría de los países, lo que es satisfactorio. Se hizo esto para más o menos 30 países. En estos casos no se estudió si los países se acercaban o no a las características de una población estable, no se estudió la historia de los países, no se supo tampoco si habían tenido o no migraciones, ni se estudiaron los cambios de mortalidad; ni siquiera se hizo algún estudio crítico acerca de si eran malas o buenas sus estructuras por edad. Simplemente se aplicó el método, se derivaron para ellos estimaciones de las tasas medias de reproducción, se compararon con las que se podían obtener directamente y, en muchos casos, se obtuvieron estimaciones que caían dentro de un margen del 5 por ciento del valor verdadero y para la gran mayoría dentro del 10 por ciento. Dependiendo de la situación en la que se encuentra, se considera que un error del orden de 5 años en la estimación de la esperanza de vida al nacer puede ser aceptable. La mayoría de las técnicas que se usan para hacer estimaciones de mortalidad implican errores de esta magnitud y no son ciertamente satisfactorias. En general los que propugnan una técnica, pocas veces muestran los errores típicos que se logran en las estimaciones. Sería bueno tratar de hacer esto, pero es muy difícil.

En relación con la fecundidad, un error del orden del 5 por ciento puede ser aceptable. Es mejor conocer algo y las estimaciones con los métodos que se están proponiendo, al producir estimaciones similares a las que se obtienen en países en que hay un 10 por ciento de subregistro, lo que es un poco frecuente, demuestran ser más eficientes que muchos sistemas de registro. Las estimaciones no son todo lo buenas que idealmente se desearía, pero no dejan de producir resultados útiles.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

SESION VI: miércoles 7 de agosto de 1974

VI. ALGUNOS INDICADORES DE LA FECUNDIDAD

1. La Relación Niñas/Mujeres como Medida de la Fecundidad (CAR)

Se estudiará en primer lugar la relación niñas/mujeres como índice de fecundidad y el por qué esta relación puede tomarse como una medida aproximada de la fecundidad.

Se define la relación como: $CAR = \frac{N^F_{0-14}}{N^F_{15-44}}$ o sea, es el cociente entre la población femenina entre 0 y 14 años y la población femenina entre 15 y 44 años.

Recuérdense algunas fórmulas en relación con la fecundidad:

$$f_x = \frac{\text{Nac. femeninos de un año de mujeres de edad } x}{\text{Población de mujeres de edad } x} = \frac{{}_1B^F_x}{N^F_x} \; ; \; R' = \sum_{15}^{44} f_x$$

$$_5f_x = \frac{\text{Nac. femeninos de un año de mujeres entre } x \text{ y } x+4}{\text{Población de mujeres entre } x \text{ y } x+4} = \frac{{}_1B^F_{x,x+4}}{N^F_{x,x+4}} \; ; \; R' = 5 \sum_{15}^{40} {}_5f_x$$

$$_{30}f_{15} = \frac{\text{Nac. femeninos de un año de mujeres entre 15 y 44}}{\text{Población de mujeres entre 15 y 44}} = \frac{{}_1B^F_{15-44}}{N^F_{15-44}} \; ; \; R' = 30 \cdot {}_{30}f_{15}$$

La primera, muestra que la tasa anual de fecundidad para una edad especial está dada por el número de nacimientos que ocurren a mujeres de esa edad dividido por la población femenina de esa misma edad x. La tasa bruta de reproducción queda, entonces, expresada por la suma desde el extremo 15 años hasta 44 años, de la tasa anual de fecundidad relativa a la población femenina clasificada en edades simples. El paso siguiente consiste en considerar tasas de fecundidad anual, pero relativas a grupos quinquenales de edades. En este caso, la definición de la tasa es: el cociente entre el número de nacimientos femeninos que ocurren a mujeres con edades entre x y x+4 dividido entre el número de mujeres con edades entre x y x+4. En función de estas tasas anuales, referidas a grupos quinquenales, la tasa bruta de reproducción queda expresada como 5 veces la suma de estas tasas que se han definido. Exagerando un poco se tomó una tasa de fecundidad que comprende los 30 años, que se ha supuesto es la amplitud del período de vida fértil, y se calculó el cociente entre el número de nacimientos ocurridos a mujeres con edades entre 15 y 44 dividido por el total de mujeres con edades entre 15 y 44 años. Se tiene una tasa anual burda, referida a todo el período reproductivo de la vida. Siguiendo el procedimiento anterior la tasa bruta de reproducción quedaría definida como el producto de 30 -amplitud del intervalo- por la tasa anual entre la edad de 15 y 44 años.

Se ha visto que la última expresión de la tasa bruta de reproducción, igual a 30 veces una tasa anual relativa a un período de 30 años, es una aproximación cruda al valor que se podría haber calculado previamente con tasas anuales. Depende, para que sea más o menos aproximado, de la estructura por edades de la población femenina dentro del grupo de 15 a 44 años. Si esa distribución es aproximadamente lineal o, más bien, suficientemente regular, la aproximación puede ser aceptable; en tanto que si no lo es, la aproximación puede ser muy burda. Se trata de hacer un análisis para justificar el orden de magnitud de la relación de los índices que se están buscando y no un análisis refinado. Considérese nuevamente la relación niñas/mujeres que está dada por un cociente entre población menor de 15 años y población entre 15 y 44 años. Obsérvese el numerador:

$$N^{f}_{0-14} = {}_{15}B^{F} \ \frac{L_{0-14}}{15 \ l_0}$$

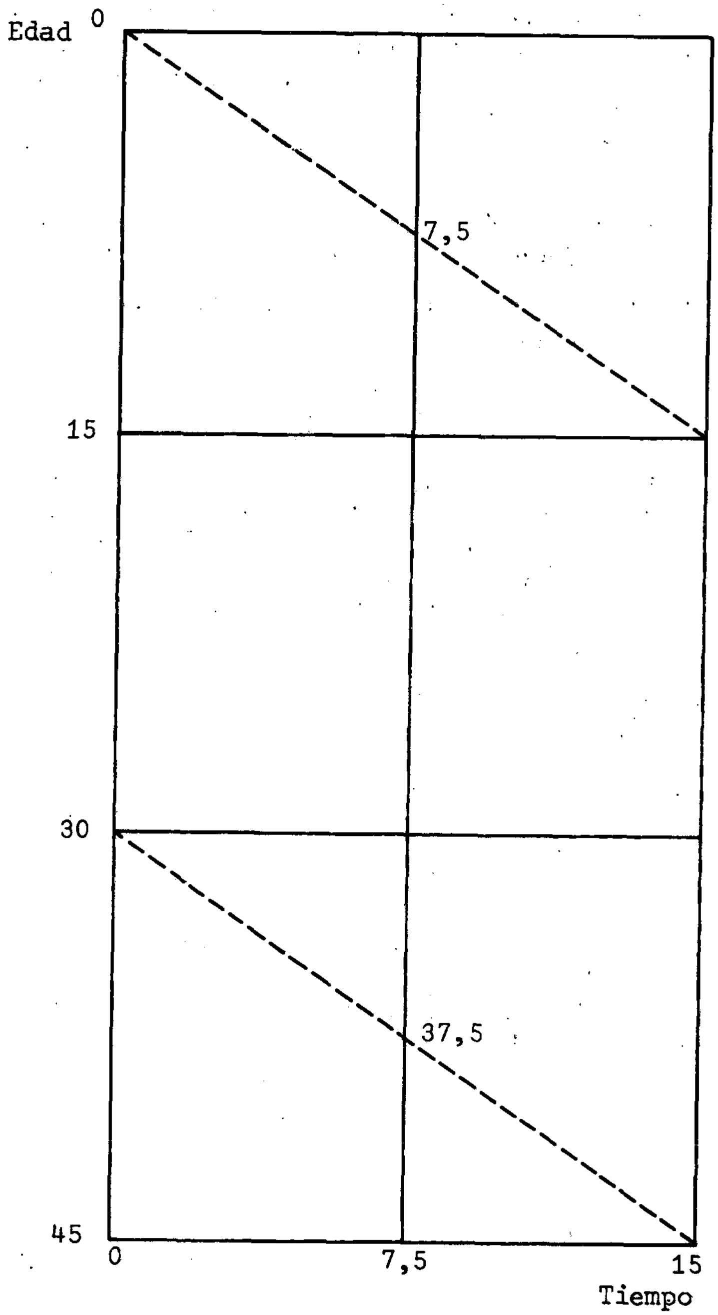
El número de niñas entre 0 y 14 años es igual al producto entre el número de nacimientos femeninos ocurridos a lo largo de 15 años, por la probabilidad de sobrevivir de un nacido vivo hasta alcanzar los 15 años. Esta es una expresión aproximada, en el sentido de que supone una distribución uniforme de los nacimientos en el tiempo. Si los nacimientos están aumentando a un ritmo alto no será una buena aproximación al número de niñas con edades entre 0 y 14, pero, recuérdese que se trata de una explicación sólo aproximada de las relaciones que se están manejando. Entonces, con esa aproximación, la relación niñas/mujeres se define:

$$CAR = \frac{{}_{15}B^{F} \cdot \dfrac{L_{0-14}}{15 \ l_0}}{N^{F}_{15-44}}$$

Esta expresión ya empieza a tener parecido con la ${}_{30}f_{15}$. El denominador de las dos es el mismo: mujeres entre 15 y 44 años. Difieren en el numerador: en la CAR se tiene 15 años de nacimientos y en la ${}_{30}f_{15}$, nacimientos que ocurren en sólo un año. El número de mujeres de 15 a 44 años que aparecen en CAR es el número de mujeres en un momento dado, en el momento en que se está haciendo el cálculo de esta relación. Entonces no será el número que corresponde a los nacimientos que aparecen en el numerador; no son esas mujeres las que han estado expuestas al riesgo de tener las niñas

Gráfico 7

ANALISIS GRAFICO DE LA POBLACION DE 15 A 44 AÑOS EN UN PERIODO DE 15 AÑOS



que constituyen hoy el grupo entre 0 y 14 años. Pero, si se acepta que la estructura por edades es regular dentro del grupo de 15 a 44, y que lo ha sido en el pasado, entonces, este número de mujeres y su distribución interna debe ser parecida a la distribución interna de las mujeres que realmente fueron las madres de las niñas que aparecen hoy con menos de 15 años. Pero en condiciones aproximadamente normales, el número que se tiene ahora en el denominador será sistemáticamente mayor al número de madres que realmente dieron origen a las niñas que ahora tienen menos de 15 años. Se tiene entonces el denonimador un poco exagerado.

Se hará una simplificación a los efectos de tener algo que se parezca a la tasa bruta de reproducción. Para comparar las expresiones CAR y ${}_{30}f_{15}$ hay que dividir por 15 el numerador de la CAR para convertir nacimientos de 15 años en nacimientos de un año.

$$CAR = \frac{R'}{2} \cdot \frac{L_{0-14}}{15 \cdot l_0}$$

Entonces la relación niñas/mujeres es aproximadamente igual a la tasa bruta de reproducción dividida por 2 y multiplicada por un factor de mortalidad, que tiene que ver con la sobrevivencia de los nacimientos. Hay un sesgo en el sentido de que este valor es siempre menor a la relación de niñas-mujeres porque la población actual en 15-44 años es posiblemente mayor que la que dio lugar a los nacimientos.

Se va a relacionar la población en edades de 15 a 44 años de un censo con los nacimientos que han ocurrido a lo largo de los últimos 15 años. Esta población, que hoy tiene entre 15 y 44 años, tenía edades entre 0 y 30 años 15 años antes. Por cierto, la población no está correctamente elegida, si se trata de vincular a esa población con los nacimientos ocurridos en los últimos 15 años. En promedio, a lo largo del período entre hoy y hace 15 años, esa población estuvo con edades entre 7,5 y 36,5. Nuevamente un tramo de edades muy poco apropiado para compararlo con los nacimientos ocurridos a lo largo de los últimos 15 años. (Véase el gráfico 6). Lo que idealmente se desearía tener, a los efectos de definir aquella tasa, sería los nacimientos de los últimos 15 años dividido por la población que tenía en el punto medio de los últimos 15 años, edades entre 15 y 44. Así:

$${}_{30}f_{15} = \frac{{}_{15}B^F}{15\ \bar{N}^F_{15-44}}$$

Esta expresión no es exacta, excepto si el tamaño de la población hubiera sido constante a lo largo de los últimos 15 años. Para hacerla exacta, lo que habría que hacer sería tomar año a año expresiones de este tipo: nacimientos anuales dividido por la población de ese año entre 15 y 44. Tener una tasa anual, hacer lo mismo para cada uno de los 15 años, y luego tomar un promedio (si se refiere a la tasa anual de fecundidad de los últimos 15 años). Entonces, si el número de nacimientos hubiera permanecido constante en el tiempo y la población también, la expresión sería correcta:

$$\mathrm{CAR} \cong \frac{{}_{15}B^F \cdot \dfrac{L_{0-14}}{l_0}}{N^F_{7,5-36,5} \cdot \dfrac{L_{15-44}}{L_{7,5-36,5}}} \ , \ N^F_{7,5-36,5} \text{ corresponde a 7,5 años antes.}$$

Si los nacimientos cambian y la población también, la expresión sería sólo aproximada.

Obsérvense las dos relaciones de supervivencia que aparecen en la expresión anterior: la que aparece en el numerador, relativa a los nacimientos y la que aparece en el denominador relativa a las personas adultas. La primera es seguramente menor que la segunda porque la mortalidad a la cual están sujetos los nacimientos, es una mortalidad mucho mayor que la de los adultos. En forma aproximada acéptese que el cociente entre una y otra es igual al riesgo de morir que tiene un recién nacido entre 0 y la edad 2:

$$\frac{L_{0-14}}{15 \cdot l_0} \cdot \frac{L_{7,5-36,5}}{L_{15-44}} \cong \frac{l_2}{l_0}$$

Será una expresión que hay que verificar si empíricamente es correcta o no.

Con este supuesto se puede seguir adelante en el reemplazo que sigue. La relación niñas/mujeres quedaría escrita así:

$$\mathrm{CAR} \cong \frac{{}_{15}B^F \cdot \dfrac{l_2}{l_0}}{N^F_{7,5-36,5}} \ , \ N^F_{7,5-36,5} \text{ 7 años antes.}$$

La población entre 7,5 y 36,5 años debe guardar una relación más o menos constante, si las estructuras por edades son más o menos uniformes, con la población que hay entre 15 y 44 años.

$$\mathrm{CAR} \cong \frac{{}_{15}B^F \cdot \dfrac{l_2}{l_0}}{N^F_{15-44} \cdot (1+\Delta)} \ , \ N^F_{15-44} \text{ 7 años antes.}$$

Se reemplaza el denominador población de 7,5 a 36,5 años, por la población entre 15 y 44 años, multiplicada por un factor $(1+\Delta)$. Debe hacerse una consideración acerca de este valor. Normalmente la población es creciente, el número de personas entre 7,5-36,5 va a ser numéricamente mayor que la población entre 15 y 44 años. Por lo tanto ese valor Δ va a ser positivo. Se considerarán ahora las relaciones que vinculaban la tasa bruta de reproducción con la tasa anual de fecundidad. Bajo el supuesto de que se tiene una sola tasa anual calculada para los 30 años de extensión, se había visto que la tasa bruta de reproducción era igual a 30 veces esta tasa. Se reemplaza esa tasa de fecundidad entre 15 y 30 años por la expresión que toma 15 años de nacimientos.

$$R' = 30 \cdot {}_{30}f_{15} = \frac{2 \cdot {}_{15}B^F}{N^F_{15-44}}, \; N^F_{15-44} \text{ a mitad de período.}$$

Finalmente, reemplazando esa expresión en la anterior, se llega a:

$$CAR = \frac{R'}{2\,(1+\Delta)} \cdot \frac{l_2}{l_0}$$

Chackiel: Queda confusa la aproximación a l_2/l_0.

Hobcraft: Nunca se verificó si esta aproximación se daba o no en la realidad. Se adoptó más bien por conveniencia. Esto es nada más que una explicación somera que justifica las relaciones que se han establecido. Si esa relación (l_2/l_0) no vale lo que se supone de cualquier manera tiene que estar íntimamente relacionada con ese valor y por lo tanto sería posible determinar un factor constante que corrigiera el sesgo que se pudiera producir. Se llegaron a estas relaciones no por este camino de derivación, de deducción lógica, sino simplemente trabajando con modelos. En varios de los supuestos que se han estado formulando, es importante que la estructura por edades de la población sea muy regular. Finalmente sería fácil verificar en qué medida este supuesto se da, aunque hay que estar preparado a encontrarse con que el resultado no sea l_2, sino que, por ejemplo puede ser l_3.

Lo que se está tratando en todo el desarrollo que se ha hecho es demostrar las relaciones fundamentales que hay entre los conceptos que se están manejando. Queda bien claro que aparece un factor ($1+\Delta$) que depende del ritmo de crecimiento de la población. Si el ritmo de crecimiento es alto ese factor va a tomar importancia y la relación no va a ser tan simple como la que se ha establecido antes.

Ortega: El desarrollo que nos ha hecho el Profesor Hobcraft es un tanto débil, por la introducción de esa relación empírica l_2/l_0, igual a un cociente de relaciones de supervivencia.

Hobcraft: Obsérvense los resultados de los cálculos del producto de las relaciones de supervivencia $\frac{{}_{15}L_0}{15\, l_0} \cdot \frac{{}_{30}L_{7,5}}{30\, L_{15}}$, comparados con el valor de l_2 (véase el cuadro 9). Se calculan los valores utilizando el sistema de las tablas de vida de Brass. Los niveles de mortalidad van desde el nivel 0 hasta el nivel 100 y como se puede ver los valores están muy próximos entre sí.

En las fórmulas que se estaban analizando en determinado momento, se reemplazaba ese producto de relaciones de supervivencia por l_2/l_0. Con estos resultados se puede considerar que era un reemplazo aceptable. Son muy satisfactorios los resultados obtenidos. La serie de valores se cruzan, por lo que en promedio es seguro que todo anda muy bien: el cruce es en torno del nivel 50.

Cuadro 9

APROXIMACION A l_2

Nivel	$({}_{15}L_0/15l_0) \times ({}_{30}L_{7,5}/{}_{30}L_{15})$	l_2/l_0
0	0,5228	0,5308
20	0,6841	0,6893
40	0,8001	0,8017
60	0,8828	0,8811
80	0,9399	0,9377
100	0,9737	0,9722

Con la idea que se venía desarrollando antes, habrá que basarse en el libro de Coale27/ para aclarar algunas de las relaciones que se han visto. La notación es nueva frente a la que se usaba antes. Se designa con m(a) la tasa anual de fecundidad, con c(a) la función de distribución por edades y con α y β las edades límites del período de reproducción. Con esta convención se puede escribir la expresión de la covarianza entre la estructura por edades y las tasas de fecundidad, así:

$$\mu c.m. = \frac{\int_\alpha^\beta m(a)\,c(a)\,da}{\beta - \alpha} - \frac{\int_\alpha^\beta m(a)\,da \int_\alpha^\beta c(a)da}{(\beta - \alpha)^2} \qquad (1)$$

La covarianza μ es igual a una diferencia entre dos expresiones: la primera, una integral entre α y β del producto de la m(a) por la c(a), dividido por $\beta - \alpha$ (la amplitud del período de reproducción). La segunda, el producto de dos integrales dividido por $(\beta-\alpha)^2$. Las dos integrales son: la integral de las tasas de fecundidad y la integral de la proporción de personas en diferentes edades (densidad de distribución). A esto se le puede dar una interpretación demográfica, en términos de medidas conocidas. La integral de las tasas de fecundidad produce la tasa bruta de reproducción. Se conoce también que la integral de las tasas de fecundidad aplicadas a la función de densidad de distribución por edades conduce a la tasa bruta de natalidad. Con estas sustituciones, la expresión anterior puede ser escrita:

$$\mu c.m. = \frac{b}{\beta - \alpha} - \frac{R' \int_\alpha^\beta C(a)da}{(\beta-\alpha)^2} \qquad (2)$$

27/ Coale, Ansley, The Growth and Structure of Human Populations, Princeton University Press, 1972.

La covarianza es igual a una resta entre la tasa de natalidad b dividido por $\beta-\alpha$, menos la tasa bruta de reproducción que multiplica a la integral de la c(a) dividida por $(\beta-\alpha)^2$. Si en esta expresión se despeja el valor de la tasa bruta de natalidad, se obtiene la siguiente expresión:

$$b = \frac{R'}{\beta-\alpha} \int_{\alpha}^{\beta} c(a)\, da + \mu c.m.(\beta-\alpha) \tag{3}$$

Es decir, que la tasa de natalidad es igual a la tasa bruta de reproducción dividido por $\beta-\alpha$, todo multiplicando a la integral de c(a) más la covarianza μ que multiplica a $\beta-\alpha$.

Lo que se ha estado utilizando hasta ahora es una tasa anual de fecundidad relativa a todo el período, la cual se puede simbolizar con una f para la edad α y a lo largo del período $(\beta-\alpha)$

$$(\beta-\alpha)^{f}\alpha = \frac{\int_{\alpha}^{\beta} m(a)\ c(a)\ da}{\int_{\alpha}^{\beta} c(a)\ da} = \frac{b}{\int_{\alpha}^{\beta} c(a)da} = T.F.G. \tag{4}$$

De esta manera se obtiene la tasa de fecundidad general tal como se la define: nacimientos de un año dividido por la población entre 15 y 44 años (en este caso población entre α y β). Sustituyendo la ecuación (3) en (4), se obtiene la ecuación:

$$(\beta-\alpha)^{f}\alpha = \frac{R'}{\beta-\alpha} + \frac{\mu c.m.(\beta-\alpha)}{\int_{\alpha}^{\beta} c(a)\ da} \tag{5}$$

Si en esta expresión se acepta que la covarianza entre la distribución de las tasas de fecundidad es nula, la expresión se simplifica y queda simplemente que la tasa de fecundidad general es igual a la tasa bruta de reproducción dividido por $\beta-\alpha$;

$$R' = (\beta-\alpha)\ .\ T.F.G. \tag{6}$$

Se ha demostrado qué formas toman en general estas funciones; si son las que uno encuentra con frecuencia, es decir, si las tasas de fecundidad son simétricas o próximas a una curva simétrica y además la estructura por edad de la población varía en forma regular, la covarianza es muy próxima a 0. Por lo tanto, esta aproximación es válida. Si en cambio se estuviera ante situaciones de estructuras por edades muy poco usuales, la covarianza podría ser importante y el segundo término de la expresión (5) también podría tener importancia. Este es un planteo exacto en el que se puede ver que si la covarianza es nula, la expresión (6) es estrictamente válida.

2. Tablas Modelo de Poblaciones Estables Basadas en Dos y Tres Parámetros

Los modelos de dos parámetros (2PS) se apoyan a su vez en tablas de vida de Brass de un parámetro. Hay un parámetro que define la mortalidad y otro parámetro que define la fecundidad. Obsérvese el cuadro 10, para un 44 por ciento de población bajo los 15 años. El primer problema que se afronta cuando uno trata de seleccionar el modelo que se elige, es el de utilizar los valores apropiados para esa selección. Las estimaciones suelen a veces ser muy sensibles a esta elección.

Se va a ver ahora un ejemplo (Filipinas 1939) del uso de modelos de dos parámetros en las tablas que ya se observaron. Se ilustra el caso en el que se ha usado como valor conocido para definir un modelo, la proporción de menores de 15 años (44 por ciento). Si en esa misma ocasión se hubiera intentado también utilizar la proporción de mayores de 45 años (44 por ciento) como otro valor conocido para entrar en un modelo, se hubiera encontrado que en las poblaciones modelo que aparecen tabuladas esa proporción varía muy poco y entonces es muy difícil establecer cuál es el modelo apropiado para elegir. En el caso concreto, el valor observado de la población que se está manejando, por no ser una población estable, es completamente diferente a todos los valores que aparecen de la proporción de mayores de 45.

Es importante usar valores observados que permitan discriminar claramente entre los valores tabulados de los modelos.

Chackiel: Si se observan en las tablas niveles de mortalidad superiores a 40, se encuentran valores que más o menos podrían servir para ubicar el porcentaje de 45 y más.

Hobcraft: Si se continuara buscando poblaciones que mantuvieran el 44 por ciento de población de menores de 15 años hasta encontrar aquella que coincidiera también en la proporción de mayores de 45, habría que continuar hasta el nivel 90. Eso se logra, pero en este caso se considera que la estimación sería muy equivocada porque no es ese el nivel de mortalidad de las Filipinas.

Cuadro 10

CARACTERISTICAS SELECCIONADAS DE MODELOS 2PS CON 44 POR CIENTO DE LA POBLACION EN EDADES BAJO LOS 15 AÑOS

Nivel de mortalidad	15	20	25	30	35	40
R'	3,833	3,636	3,474	3,338	3,224	3,130
MRR	2,509	2,506	2,505	2,505	2,505	2,509
Porcentaje en edades de 45 y más	12,84	12,83	12,82	12,84	12,86	12,91
Tasa intrínseca de crecimiento natural (por ciento)	1,775	1,897	2,015	2,128	2,238	2,345

Fuente: Carrier y Hobcraft, Estimaciones ..., op.cit.

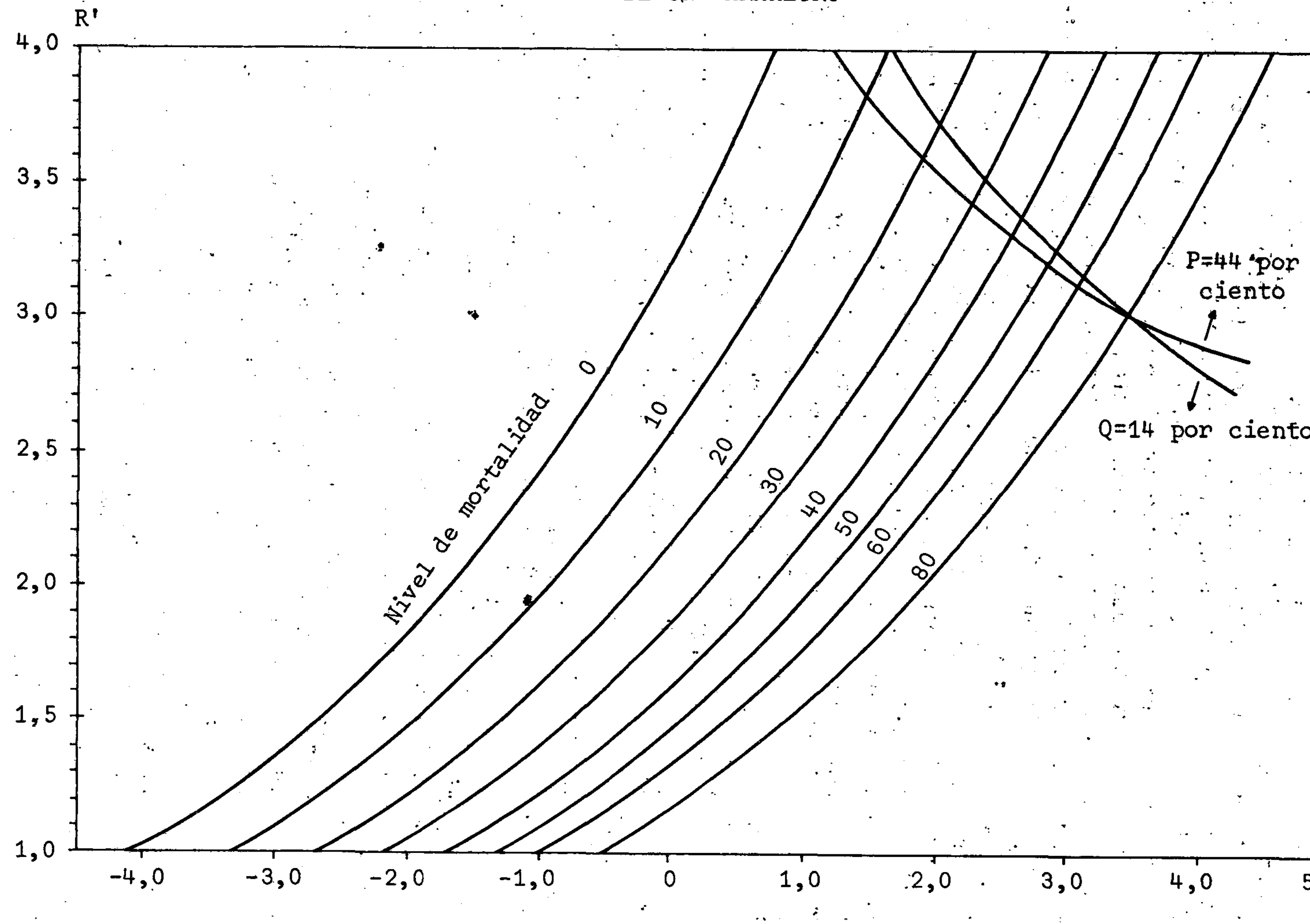
Ahora se analiza el gráfico 7. Se trata de una representación de valores de las poblaciones modelo estables de dos parámetros. En el eje de las ordenadas está representado el valor de la tasa bruta de reproducción, y en el eje de las abscisas el valor de la tasa intrínseca de crecimiento. Cada línea representada corresponde al conjunto de poblaciones que tiene igual nivel de mortalidad, se empieza con el nivel 0, 10, 20, etc. Igualmente, se podría dibujar las poblaciones que tienen un valor constante de la proporción de menores de 15 años. Una de las líneas que atraviesa las anteriores, representa a las poblaciones modelo estables de este sistema, que se caracterizan por tener una proporción de menores de 15 años igual a 44 por ciento. En el mismo gráfico se puede ver también como se presentarían las poblaciones modelo estables que tuvieran la característica de tener igual proporción en la población de más de 45 años. En este caso, la línea correspondiente a Filipinas corresponde a los valores en que la Q vale 14 por ciento. Si ahora se buscara el valor en el que se interceptan las dos líneas, en el cual la proporción de menores de 15 sería igual a la observada y la proporción de mayores de 45 también, se tendría entonces la estimación de los parámetros que se buscan (en este caso la tasa de crecimiento y la tasa bruta de reproducción). Por encontrarse las dos curvas en un ángulo muy alejado de un ángulo recto, cualquier pequeña diferencia en el valor de entrada puede hacer variar mucho la estimación que se logre. El punto de encuentro podría muy bien pasar del nivel de mortalidad 80 al nivel de mortalidad 40. El procedimiento sería muy sensible a pequeños cambios en los valores de entrada. No se usarían nunca esos dos valores de entrada para hacer una estimación de las variables demográficas que se buscan. Idealmente, lo que se debe intentar es utilizar valores observados que formen ángulos rectos, si fuera posible, con la línea que describe el comportamiento de un parámetro. Si se sigue usando la proporción de menores de 15, lo que se debería encontrar ahora sería otro valor de la población observada que estaría dado por una línea que se cruzara con ésta, formando en lo posible un ángulo recto o próximo a uno recto. De esta manera se hace menor la posibilidad de cometer errores, porque los valores observados no son totalmente confiables. Idealmente, para hacer esto, se debería contar con una estimación del nivel de la mortalidad, lo que es muy difícil de tener. Puede acaso tenerse alguna estimación de la mortalidad al principio de la vida y éste puede ser un buen sustituto, aceptando desde luego que el sistema de tablas de mortalidad de Brass, usado en la construcción de los modelos, se adecúa a la mortalidad de la población que se está estudiando.

Otra forma de encarar el problema sería conocer otro indicador de la población, no ya la mortalidad en las primeras edades, sino que por ejemplo la tasa de crecimiento. Se puede utilizar cualquier parámetro, cualquier valor de entrada relativo a la distribución por edades. En el ejemplo que se ilustra, se presenta la proporción de menores de 15, pero es un poco indiferente utilizar este valor o la proporción de mayores de 45. Lo que sí hace falta es usar, además de ese indicador de la estructura por edad, un indicador que corte las curvas que marcan las mismas poblaciones que tienen igual estructura, en un ángulo claro. En este sentido, ya sea la tasa de crecimiento o algún conocimiento que se tenga de la mortalidad, pueden ser la forma más apropiada de trabajar.

El ejemplo que se está mostrando, que consiste en distinguir entre el uso de una estimación que se apoya en un valor conocido de mortalidad frente a la estimación que puede lograrse si se utiliza en lugar de éste la tasa de crecimiento, ilustra bien sobre el punto. Puede verse que los

Gráfico 8

RELACION ENTRE LA TASA BRUTA DE REPRODUCCION, TASA INTRINSECA DE CRECIMIENTO Y NIVEL DE MORTALIDAD EN POBLACIONES MODELO ESTABLES BASADAS EN TABLAS DE VIDA DE BRASS DE UN PARAMETRO



ángulos que se forman, cuando se conoce la mortalidad, se aproximan mucho más hacia un ángulo recto con las curvas que están describiendo una misma proporción que un grupo de edades. Se puede lograr mejores estimaciones si se apoya en un dato de la estructura por edades y una información de mortalidad, que si se apoya en el mismo dato de la estructura por edades y una estimación de la tasa de crecimiento. Parece que esto ha sido observado empíricamente por otra gente, como en el documento de Coale y Page28/ donde en lugar de utilizar la tasa de crecimiento, basan sus estimaciones en el conocimiento de la mortalidad en los primeros dos años de vida. El ejemplo que se está viendo muestra por qué se pueden lograr mejores estimaciones conociendo la mortalidad que conociendo la tasa de crecimiento.

En el gráfico 7, se ilustra el efecto que hay al cambiar la proporción de menores de 15 años. En ese gráfico hay dos curvas casi paralelas. Una de ellas ilustra la proporción de menores de 15 años en el censo de 1958 y la otra muestra la misma proporción, que difería en 1 por ciento, en el censo de 1948. Se puede ver que ese pequeño cambio en la proporción de menores de 15 producía estimaciones bastante distintas. De acuerdo con este procedimiento, se podía ver también que con una misma r los cambios no eran tan marcados como cuando se trabajaba con conocimientos que se apoyan en la mortalidad. Queda así ilustrado el efecto que podía tener un error del 1 por ciento en el valor de entrada, en la proporción de menores de 15. Son muy importantes las reflexiones que han hecho, porque cuando se usan modelos, estos no tienen que ser muy sensibles a los errores que tienen los valores de entrada. En ese sentido, la solución que se ha dado en las tablas modelo de dos parámetros, es seguramente mucho más satisfactoria que las que se han podido dar en relación con los modelos de tres parámetros. Recuérdese que se estaba mencionando que no son muy satisfactorios los valores con los cuales se entra a los efectos de determinar un modelo cuando se trata de la familia de los modelos de tres parámetros. Se considera que los valores de entrada no producen resultados robustos.

En el gráfico 8 se ha reproducido, en todas las líneas, poblaciones modelo que tienen en común la misma proporción de menores de 15 años (P=35). Lo que hace cambiar a una línea de la otra es la proporción de personas mayores de 45. Entonces, si se está ubicado en una de estas líneas, porque se conoce el valor observado de la proporción de menores de 15 y de mayores de 45, esas líneas proporcionan en general una estimación bastante satisfactoria del valor de β, sobre todo si se maneja en la parte derecha del gráfico. Pero si se acepta que puede haber un error en la proporción de menores de 15 años del orden del 1 por ciento (lo que significará en este caso, pasar de una línea a la otra), se puede ver que ese cambio tendría un efecto bastante grande en el valor estimado de β. Quiere decir que no se obtiene con estos modelos una estimación robusta de β; errores en la proporción de menos de 15 pueden producir efectos muy grandes en la estimación. Sin embargo, si se dispusiera de una proporción libre de errores en las estructuras de edades de la población, este procedimiento conduciría a una buena estimación de β. El problema está en que no se dispone normalmente de valores que estén libres de errores. En oposición a esto, la estimación que se logra de la tasa media de reproducción es mejor; es menos sensible a los errores que pueda tener la información básica.

28/ Page, H.J. y Coale A.J. (1969), Fertility ..., op.cit.

El sistema de modelos de dos parámetros es por lo tanto más satisfactorio que el de tres, aunque esto se debe en buena parte a que es mucho más difícil establecer qué valores de entrada deben ser los que se recomiendan en un sistema de tres parámetros. La dificultad de utilizar modelos de tres parámetros se relaciona con el hecho de que para ver realmente el efecto que los cambios en los parámetros producen en los modelos, se debe recurrir a una representación en tres dimensiones y no en dos. Solamente así quedaría ilustrado el efecto de la variación en cada uno de los tres parámetros.

Cuando se tiene que encarar un problema tan complicado como el que se está analizando (poblaciones con tres parámetros), posiblemente lo mejor que se puede hacer es dibujar gráficos, ya que se puede asimilar del examen de un gráfico mucho más de lo que puede decir una tabla. Es éste el mejor procedimiento que se puede utilizar para establecer las relaciones que se buscan. El inconveniente que tiene es que requiere de mucho tiempo la elaboración de estos gráficos y muchas veces es un procedimiento que no conduce a resultados útiles. Tanto Bourgeois-Pichat como Coale se han ocupado de estos tipos de modelos aunque no han tomado en cuenta mucho el problema de la sensibilidad de los modelos a los errores que puede tener la información (los valores de entrada a los modelos). Ellos han dedicado un esfuerzo grande al problema de interpretar las relaciones entre diferentes parámetros de poblaciones estables y es importante que cualquiera que use este tipo de modelos conozca esas relaciones.

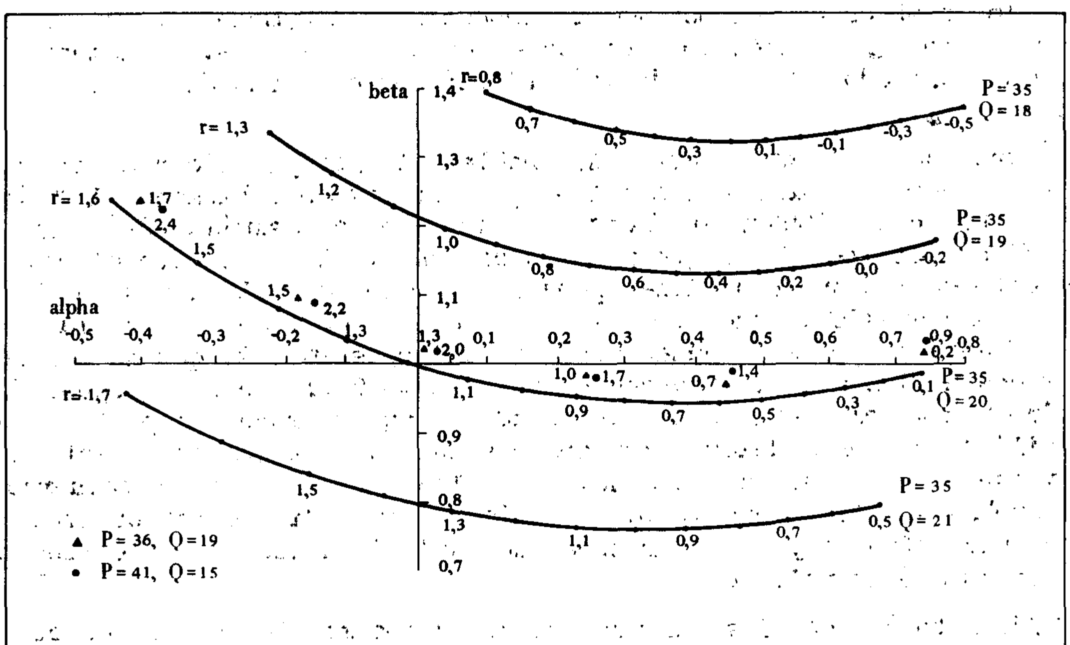
Todo esto se complica aun más cuando en los modelos se introduce una variación en el cambio de la mortalidad, es decir, cuando las poblaciones dejan de ser estables.

3. Estimaciones de la Edad Media de la Fecundidad

Se trata de analizar los procedimientos que se han ideado para hacer estimaciones de la edad media de la fecundidad. El primero es el de calcular esa edad directamente, si se tienen buenos registros. Esto no parece muy relevante para lo que se está analizando porque en esta situación normalmente no se va a requerir de ningún tipo de modelo. Si se dispone de buena información de registros, el problema ya está resuelto. Entonces se verán casos más interesantes. Podría disponerse de información obtenida con la pregunta de nacimientos en el último año. Con esa información es fácil obtener la edad media de la fecundidad. Hay problemas sin embargo en esta alternativa. Primero, los problemas derivados de la mala declaración de edad. Si estos errores se producen, si hay traslados de personas de un grupo de edades a otro, entonces la estimación que logremos de la edad media de la fecundidad va a estar afectada por este tipo de error. Y hay también otro problema: no se cree, como lo supone Brass, que el error en el período de referencia que se comete en las respuestas sea independiente de la edad. A medida que la edad avanza, el error en relación con el período de referencia seguramente aumenta. Esto es así porque se puede ver que en los países en desarrollo la proporción de población alfabeta y el nivel de educación empeora con la edad. Entonces, es de esperar que las respuestas dadas por personas de edad más avanzada sean de peor calidad que las de personas más

Gráfico 9

GRAFICO DE LOS ISOMEROS ASOCIADOS CON P= 35; Q= 18, 19, 20, 21.
(TAMBIEN MUESTRA PUNTOS SELECCIONADOS A PARTIR
DE ISOMEROS CON P= 36, Q= 19 Y P= 41, Q= 15)



jóvenes. Se debe entender esto en el sentido de que no necesariamente tenga que ser mayor el período de referencia o menor. El error que comete la población, lo van a exagerar las personas de más edad. Si el error que comete la población es el de subestimar el período de referencia, entonces las personas más viejas lo van a subestimar más que las jóvenes. Si el error que se comete es en el otro sentido, de exagerar el período de referencia, será mayor cuando se trate de personas de edad más avanzada. Este tipo de error entonces tendría efecto en la estimación que se puede lograr de la edad media de la fecundidad. De todas maneras hay que tener reservas para aceptar los resultados que se pueden lograr de la información de los nacimientos ocurridos en el último año.

Considérense ahora los dos métodos que presenta el Manual IV de las Naciones Unidas, de Coale y Demeny. El primer método se apoya en un análisis de regresión obtenido en poblaciones con fecundidad natural, no controlada, hecha con base en el número medio de hijos de mujeres de 20 a 25 y de 25 a 30 años; conduciendo esto a la siguiente expresión:

$$\bar{m} = 2,25 \frac{P_3}{P_2} + 23,95$$

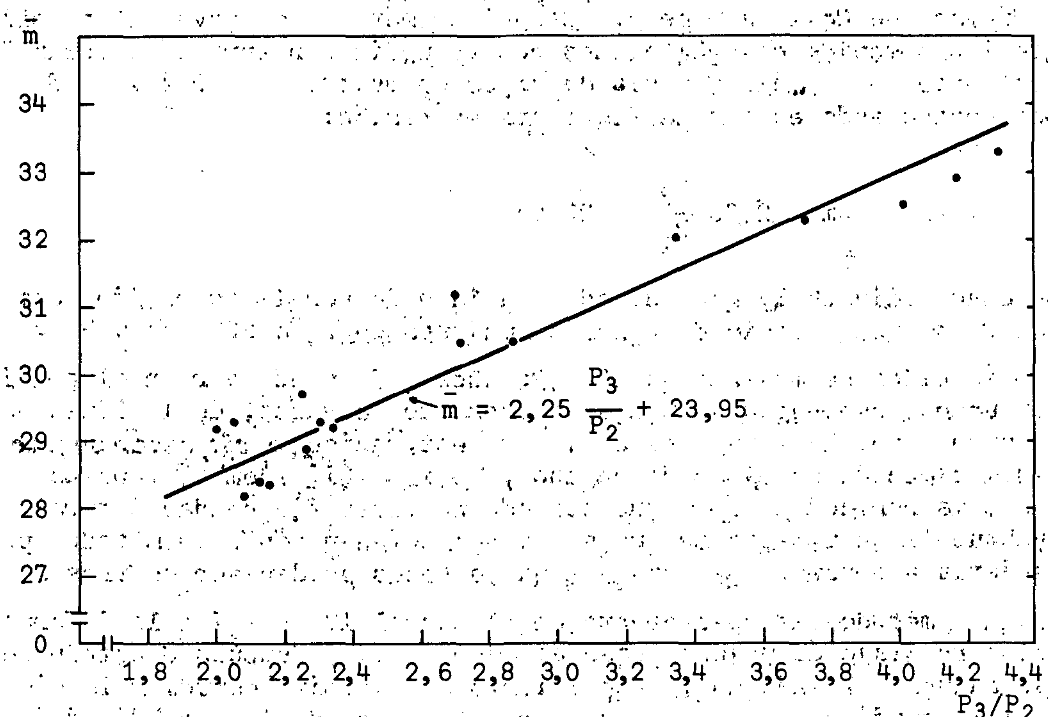
La edad media de la fecundidad estaría dada por la expresión anterior en donde P_3 = número medio de niños de mujeres de 25 a 30 años y P_2 = número medio de niños de mujeres de 20 a 25 años. Se puede ver en el gráfico 9 que los puntos observados se alejaban bastante, a veces, de la línea de regresión y que, por lo tanto, este tipo de estimación podría estar sujeto a errores del orden de un año o de un año y medio. Si, además, tenemos en cuenta que la población en estudio puede no tener fecundidad natural, se concluye que las estimaciones que se pueden obtener con este método pueden estar sujetas a errores muy grandes, que a veces pueden ser de tres años.

El otro método que se presenta en el Manual IV, utiliza la información sobre el porcentaje de mujeres casadas, junto con un supuesto patrón de fecundidad natural. Se da un procedimiento que permite estudiar la distribución de la fecundidad según la edad, en este caso, de la fecundidad de la población casada. La aplicación de este procedimiento depende del conocimiento que se tenga de la proporción de personas casadas en el grupo de 15 a 19 años. Se duda que este método de estimar la fecundidad pueda ser aplicado en poblaciones donde la fecundidad está descendiendo.

Resumiendo, se ha hablado de tres alternativas; descartando la de los registros para estimar la edad media de la fecundidad. Ninguna de las tres es satisfactoria y no se conoce ninguna otra alternativa mejor que esas tres que se han mencionado. Lo más recomendable parecería ser utilizar las tres si es posible. Si se obtienen resultados parecidos, se puede tener confianza en la estimación. No sucede esto comúnmente, lo frecuente es encontrarse con tres resultados y, por lo tanto, con el problema sin resolver. Conclusión: en estas circunstancias, no se puede lograr una estimación confiable de la edad media de la fecundidad. El conocimiento de la proporción de mujeres casadas, parece ser una forma bastante interesante de enfrentar el problema, porque es una información que generalmente se puede obtener a través de un censo. Las alternativas de usar preguntas retrospectivas, combinadas con fecundidad reciente, pueden usarse también aunque ya se dijo que existen dudas acerca de la validez de estos procedimientos.

Gráfico 10

EDAD MEDIA DE LA LEY DE FECUNDIDAD EN POBLACIONES QUE NO PRACTICAN LA RESTRICCION DE NACIMIENTOS, VERSUS ESTIMACIONES DERIVADAS DE LA RELACION ENTRE P_3 (PARIDEZ MEDIA A LAS EDADES DE 25 A 29 AÑOS) Y P_2 (PARIDEZ MEDIA A LAS EDADES DE 20 A 24 AÑOS)



Fuente: Naciones Unidas, Manual IV ..., op.cit.

El sistema que propone Brass, no ajusta la información para corregir errores de este tipo. La técnica que propuso Brass en el documento que presentó a un seminario de Naciones Unidas en Budapest en el año 1971, 29/ tiene la limitación de requerir de un tipo de información con la que no se puede contar frecuentemente. Se requiere prácticamente de una historia de la vida reproductiva de la mujer, ya que clasifica a los nacimientos que la mujer ha tenido, no solo según la edad de la mujer, sino también según la época en que tuvo esos nacimientos, este tipo de información normalmente no se conoce.

29/ Brass, W., Métodos ..., op.cit., pág. 181.

SESION VII: jueves 8 de agosto de 1974

VII. FECUNDIDAD Y POBLACIONES MODELO

1. El Tratamiento de la Fecundidad en los Modelos de Poblaciones Estables

Se verá el desarrollo del Apéndice II del libro de Carrier y Hobcraft, ampliando algunos aspectos que ofrecen dudas de interpretación.

1.1 Introducción

Para una mortalidad dada, la fecundidad solamente afecta la estructura por edad de una población estable en la medida en que afecta a la tasa intrínseca de crecimiento, $\underline{r}$. Las medidas de fecundidad que interesan son: la tasa bruta de reproducción (R'), la tasa neta de reproducción (R) y la tasa media de reproducción (MRR). Es fácil ver que si R' es modificada en una cierta cantidad proporcional, MRR cambia exactamente en la misma proporción y R aproximadamente lo mismo. Así, solamente es necesario considerar cambios proporcionales en la R'.

1.2 Procedimiento Seguido

Es conveniente limitar las variaciones de la fecundidad a un solo parámetro (fundamentalmente para facilitar las tabulaciones). Esto se puede realizar fácilmente aceptando un conjunto fijo de ponderaciones relativas en la fecundidad por edad. Si w(x) es dicha ponderación (siendo $\underline{x}$ la edad) f(x) una tasa específica de fecundidad y $\underline{k}$ una constante, entonces w(x) es definida de tal modo que f(x) = k.w(x) y Σ w(x) = 1. Trabajando con grupos quinquenales de edades, es fácil ver que k = R'/5.

Es un teorema fundamental de la teoría de las poblaciones estables que:

$$1 = \sum_{x=17,5}^{42.5} e^{-rx} \cdot f(x) \cdot {}_5L_{x-2,5} \quad \text{(con intervalos quinquenales)}$$

Así, para un conjunto dado de ponderaciones w(x) y mortalidad constante, R' queda determinada, dando $\underline{r}$; y $\underline{r}$ queda determinada dando R'. Este es el esquema operativo que de este modo reduce la fecundidad a un solo parámetro.

Debido a que las tabulaciones fueron planeadas para usar con datos de países en desarrollo, para las ponderaciones se escogió "el promedio de las tasas relativas de fecundidad de 15 países de alta fecundidad"30/. Estas son:

x	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
w(x)	0,092	0,251	0,255	0,196	0,137	0,069

1.3 Teoría del Ajuste

Empleando las R', las R y las MRR mostradas en las tablas "estándar" publicadas, el usuario necesita un método de ajuste para conseguir la mejor estimación de las tasas reales de un país particular, si se tiene información que muestre que ese país tiene algunas ponderaciones diferentes, de las que han sido supuestas en las tasas de fecundidad por edades. Debe señalarse que la elección de las ponderaciones ha sido tal, que en ausencia de evidencias sobre las ponderaciones apropiadas, para aplicar a un determinado país en desarrollo, pueden ser aceptadas las tasas de reproducción estándar, en la forma en que están dadas. El propósito de este apéndice es presentar un método para realizar el ajuste, cuando hay evidencia en que basarse.

Se designan m y v, la media y la varianza de la distribución supuesta de los nacimientos por edad de la madre y por m+dm y v+dv a los valores reales. Se requiere una simple aproximación para la función L de la tabla de vida y para ello, puede suponerse una función lineal con la edad, o sea, suponer que $_5L_{x-2,5}$ = a-bx, en donde a y b son constantes.

Una demostración de la validez de esta aproximación se obtiene entrando a la tabla modelo de Brass de un parámetro en el nivel 40 con β = 1,0.

Una comparación de los valores reales y estimados de la L es la siguiente:

Edad	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
Valor real	3,4002	3,2550	3,0931	3,9339	2,7706	2,5040
Valor estimado	3,4280	3,2539	3,0798	2,9058	2,7317	2,5576

La ecuación fundamental es:

$$1 = \sum_{17,5}^{42,5} e^{-rx} \cdot f(x) \cdot {}_5L_{x-2,5} \quad \text{(con intervalos quinquenales)}$$

Se simboliza la R' estándar por G y se considera luego

$$e^{-rx} = e^{-30r} \cdot e^{-r(x-30)}$$

30/ Naciones Unidas "Manual III: Método para Preparar Proyecciones de Población por Sexo y Edad", ST/SOA/A, Estudios sobre Población Nº 25, Nueva York, 1956.

Recuérdese el valor del desarrollo en serie de la exponencial para el argumento -rx:

$$e^{-rx} = 1 - rx + \frac{(rx)^2}{2!} - \frac{(rx)^3}{3!} + \ldots$$

Si se desarrolla directamente, teniendo en cuenta que las edades que se manejan van a ser desde 15 hasta 45 y teniendo presente que la tasa de crecimiento r puede ser del 2 ó 3 por ciento el producto 45 r (por ejemplo) es muy grande: vale 0,9. Una aproximación que se limitara a tomar dos términos en este desarrollo no sería satisfactoria, sería muy burda. Si en cambio se hace el artificio de multiplicar y dividir por e^{-30r}, la aproximación se hace mucho más precisa. Siempre va a haber errores mayores cuando se manejen las edades más avanzadas, pero como en estas edades la fecundidad es más baja, eso no importa mucho. Para las edades jóvenes, donde la fecundidad tiene importancia, la aproximación es apropiada. Si se toman edades de 15 años multiplicadas por una tasa de crecimiento de 2 por ciento, la aproximación por dos términos dará, por ejemplo, un valor de 0,7 y el valor exacto es $e^{-15(0,02)} = 0{,}74$. Con esto se demuestra que el haber utilizado este artificio produce aproximaciones adecuadas.

Desarrollando:

$e^{-30r}\left[1-r(x-30)\right]$ y sustituyendo $w(x).\ \frac{G}{5}$ por $f(x)$

y, a-bx por la función L de la tabla de vida:

$$\begin{aligned} 1 &= e^{-30r}\sum\left[1-r(x-30)\right] \;.\; \frac{w(x)}{5} \,.\; G\ (a-b.x) \\ &= e^{-30r}\;.\;\frac{G}{5}\left\{a(1+30r)\sum w(x) - \left[ar+b(1+30\cdot r)\right].\sum x\cdot w(x)+r\cdot b\right. \\ &\quad \left.\sum x^2.w(x)\right\} \\ &= e^{-30\cdot r}\,\frac{G}{5}\left\{a(1+30\cdot r) - \left[a\cdot r+b(1+30\cdot r)\right]\ m+r\cdot b(v+m^2)\right\} \end{aligned}$$

Se va a diferenciar ahora con respecto a G (lo correcto sería usar derivadas parciales). Se va a suponer que la r no depende de la G, no varía con respecto a la G. Se multiplica por dG y se obtiene la expresión:

$$\begin{aligned} 0 &= e^{-30r}\ \frac{dG}{5}\left\{a(1+30\cdot r) - \left[a\cdot r+b(1+30\cdot r)\right]\ m+r\cdot b(v+m^2)\right\} \\ &-e^{-30\cdot r}\ \frac{G}{5}\ \left\{\left[a\cdot r+b(1+30\cdot r)\right]\quad dm-r\cdot b(dv+2m-dm)\right\} \end{aligned}$$

Somoza: Nosotros nos preguntábamos, tratando de seguir estrictamente el razonamiento, si dm era un intervalo finito, luego dG debería también interpretarse como un intervalo finito, un incremento finito de la función. Vemos que el objetivo final es establecer la proporción de ese intervalo finito con respecto al valor de la G. Eso se entendía perfectamente bien y todo nuestro razonamiento fue seguir esa idea: se calculó la diferencia finita y llegamos a la conclusión de que para llegar a la expresión del libro lo que hacía falta era despreciar términos en los cuales las diferencias finitas aparecieran al cuadrado, etc.

Hobcraft: En realidad, después de haber hecho este reemplazo calculando la derivada, se vuelve a interpretar esos diferenciales como un incremento finito de la función y más correcto sería hacer lo que plantea el Profesor Somoza. Se ha seguido ese camino por ser el más usual y el más fácil de trabajar, pero se trata en rigor de calcular una diferencia finita.

Ahora, apoyados en el hecho que:

$$e^{-30.r}\left\{a(1+30.r)-\left[ar+b(1+30.r)\right]m+r.b(v+m^2)\right\}5=1/G$$

Entonces:

$$\frac{dG}{G}=e^{-30.r}\ \frac{G}{5}\left\{dm\left[a.r+b(1+30.r)-2.m.r.b\right]-dv.r.b\right\}$$

Sustituyendo los valores m+28,7; a=4,04; b=0,03 y tomando r = 0,02

$$\frac{dG}{G}=0{,}55\ \frac{G}{5}\left[dm(0{,}08+0{,}05-0{,}03)-dv\ (0{,}0006)\right]$$

$$=G\ (0{,}011\ dm-0{,}00007\ .\ dv)$$

Puesto que el coeficiente de dm es 160 veces el de dv, el término que contiene dv será insignificante a menos que el valor absoluto de dv sea "digamos" 160 veces tan grande como dm. El valor absoluto de v para las ponderaciones estándar es 47. Es inconcebible que dv pueda ser comparable con v y quizás 16 es una sobreestimación del posible valor de dv. Si G fuera 3, esto da una corrección al término dv del orden de 3x3x0,00007x16 o sea alrededor de 0,01. Es dudoso que tal precisión pueda ser intentada en este tipo de trabajo. Por lo tanto, se concluye que el término de dv puede ser ignorado.

Somoza: ¿Por qué aparece dos veces el 3 en esa corrección?

Hobcraft: La explicación es que a partir de la expresión:

$$\frac{\Delta G}{G}=G\ (0{,}011\ \Delta\ m-0{,}00007\ \Delta\ v)$$

si se reemplaza el valor de G, 3 por ejemplo, entonces aparece al cuadrado, si lo que se está obteniendo es la ΔG.

El valor de m para la distribución estándar es 28,73. Si la media de la distribución real es M, entonces dm = M - 28,73 y el ajuste proporcional de las tasas de reproducción es:

$$(M-28{,}73)\ G.e^{-30,r}\ (0{,}006+0{,}64.r)\cong 0{,}006\ (M-28{,}73).G.e^{-30.r}(1+100.r)$$

Así el ajuste consiste en multiplicar

la R' por $0{,}006\ (M-28{,}73)\ G.e^{-30.r}(1+100.r)$

la R por $0{,}006(M-28{,}73)\ G.\ e^{-30.r}(1+100.r)$

la MRR por $0{,}006(M-28{,}73)\ G.\ e^{-30.r}(1+100.r)$

Donde G siempre representa R', pero "sus valores" representan la R', R o la MRR, respectivamente; para r=0, 1, 2, por ciento, $e^{-30.r}$ puede tomarse como 1,00; 0,74; 0,55, respectivamente; y 100.r es la tasa de crecimiento expresada como un porcentaje.

Chackiel: Primero deseo saber si interpretamos bien diciendo que este factor de ajuste debe sumarse al valor de la tasa del modelo de la cual partimos, se calcula la R', se hace el factor de corrección y luego se suma esta expresión a la anterior. La otra duda es si para la tasa neta y la tasa media el factor G siempre es el mismo.

Hobcraft: Un ejemplo numérico aclarará estas dudas.

La fórmula que se utiliza en el ejemplo no es la fórmula final sino la que está presentada antes de la final. No se debió haber puesto la parte final más abreviada, más simplificada, porque cuesta poco trabajo más aplicar la fórmula más precisa, que no se justifica hacer esa última simplificación. Tómese conciencia de que no se va a llegar al último ajuste propuesto sino al que está en un paso anterior. Con información del Brasil se entra en las tablas de tres parámetros con estos datos: 1) tasa de crecimiento del Brasil igual a 2,3 por ciento anual, 2) valor observado de la proporción de menores de 15, es decir, el valor de P; y 3) el valor observado de la proporción de mayores de 45 años, es decir O. Con esos tres valores de entrada se busca en las poblaciones modelo estables de tres parámetros y se obtienen como estimaciones, R'=2,58; MRR=2,30 y R=1,89. Hace falta ahora conocer la edad media de la fecundidad. Se va a suponer 29,91 (usando como fuente de información un trabajo de Keyfitz y otros donde se da para muchos países una serie de datos demográficos). El ajuste proporcional de la tasa bruta de reproducción es:

Valor del ajuste proporcional $= \Delta m\ .\ R'\ .\ e^{-30r}(0{,}006+0{,}64\text{x}0{,}023)$

Reemplazando:

$$= 1{,}18\text{x}2{,}58\text{x}0{,}5016\quad(0{,}006 + 0{,}0147)$$

$$= 0{,}032$$

de ahí entonces se saca la conclusión de que el ajuste proporcional que hay que hacer a la G es de 0,032, o sea el ajuste será 0,032G = 0,08. De ahí que la tasa bruta de reproducción sea igual a la tasa bruta estimada antes, más la diferencia. Se llega al final a un valor ajustado de 2,66 en lugar del originalmente establecido de 2,58.

El ajuste proporcional es del mismo para la R', para la MRR y para la R. La justificación de esto está dada por el hecho de que: $MRR=R'\ l_2$.

Si se aumenta en alguna medida la R', sin alterar la mortalidad a la edad 2, exactamente en la misma medida se tiene que ajustar la MRR. Por lo tanto, la tasa media de reproducción se ajusta en 0,07. Finalmente para la R, recuérdese la relación $R = R'.l_m$. En realidad, se reconoce que no es legítimo lo que se está diciendo, porque se está ante una situación en que la población que se está observando tiene una edad media de la reproducción, diferente a la del modelo. Justamente por eso se hace el ajuste. Sin embargo, en este caso se trata del ajuste que habría que hacer de 1,18 de diferencia en la edad media de las madres, en la medida en que se puede alterar la mortalidad en ese período de vida. Es un ajuste menor, además de que se trata de una expresión aproximada. Teniendo en cuenta todas estas cosas que sería un ajuste de menor importancia y que se trata siempre de una expresión aproximada, se acepta que el ajuste en la R sea también el mismo, proporcionalmente, al que se ha elaborado para la R'. Hecho esto se llega a que la R debe aumentarse en 0,05. Los resultados serían:

$R = 1{,}89 + 0{,}06 = 1{,}95$

$MRR = 2{,}30 + 0{,}07 = 2{,}37$

Se hace otra cosa que no es correcta: es la sustitución de la ley de mortalidad por una recta que se apoya en los valores de la tabla modelo de nivel 40 y que sin embargo se aplica indistintamente a todos los niveles de mortalidad. Los parámetros a=0,04 y b=0,03, que son los que definen la recta, están derivados de una tabla modelo del nivel 40. Sería mejor para cada aplicación que se fuera a hacer de esta fórmula, derivar los valores propios que corresponden al nivel particular de mortalidad de las poblaciones que se están manejando. Sin embargo, no produciría grandes diferencias; el valor de b no se cree que pueda variar mucho en torno a ese valor de 3 por ciento y el valor de a aunque variara mucho -por ejemplo de 3,8 a 4- tendría menor importancia porque en la fórmula el valor de a aparece multiplicado por la r que es una fracción pequeña: 2 por ciento, 3 por ciento. Para ver que no eran los cambios en los valores de a y de b muy importantes a los efectos de producir grandes cambios en la fórmula de ajuste, se prefirió dejar las fórmulas como estaban. En el fondo son apropiadas para el nivel de la mortalidad para el cual fueron derivadas.

1.4 Otras formas de Ajuste de R'

Tómese primero la ecuación $R = e^{rT}$, donde r es la tasa intrínseca de crecimiento y la T el intervalo medio entre dos generaciones. Tomando el logaritmo de esta expresión y despejando el valor de r se tiene que r = (log R)/T. Sustituyendo $R = R'\ l_m$ y la expresión de T que propone Coale,31/

$$T = \bar{m} - \frac{\sigma^2 \log_e R'}{2\ \bar{m}}$$

σ^2 - variancia de las tasas de fecundidad por edad.

$\bar{m}$ - media de las tasas de fecundidad por edad.

se tiene la expresión final:

$$r = \frac{\log_e R'\ l_m}{\bar{m} - \sigma^2 \cdot \dfrac{\log_e R'}{2\ \bar{m}}}$$

31/ Coale, A., The Growth ..., op.cit.

Disponiendo de esta ecuación sería posible despejar el valor de la R' y luego, conocido ese valor, sería fácil pasar a la MRR por la relación que la define o a la R utilizando el valor de la probabilidad de alcanzar una recién nacida la edad m.

Chackiel: En el ejemplo que puso el profesor, tomó la edad media de las tasas del Brasil con 28,9. Observando las tasas medias que había en 1960, por lo menos para América Latina es la más alta. Quiere decir que tomó un ejemplo lo más exagerado que pudo y logró un ajuste de 2,58 a 2,66 en la R', el cual no es demasiado importante. Esto viene a demostrar qué es más útil para demostrar que la distribución tomada en el modelo no necesita de mayores modificaciones y puede usarse con bastante tranquilidad.

Hobcraft: En las tablas modelo de poblaciones estables de Coale-Demeny se usó un rango para la edad media de la fecundidad que fue de 4 valores: 27, 29, 31, 33. Si este ajuste se hubiera hecho para una edad media de la fecundidad de 33 el efecto que hubiera producido hubiera sido 4 veces mayor que el que se ha obtenido. No hace falta hacer el ajuste pero si se tiene la información es mejor hacerlo. En realidad, con las poblaciones estables lo que se obtiene en relación con la fecundidad es fundamentalmente la estimación de la tasa bruta de natalidad. Hace falta luego elaborar nuevas hipótesis o introducir más información si uno quiere obtener una explicación de la fecundidad según la edad. En ese sentido, se eligieron una serie de pesos relativos de las tasas de fecundidad y se procuró que fueran representativos de las condiciones de los países en desarrollo. Se hizo sobre todo para ir un poco más adelante con los modelos; que quedara esto más completo de lo que hubiera quedado sin ese tipo de información o de variable nueva.

Hay mucha estabilidad en la variancia de las tasas de fecundidad. Se puede tomar como un valor representativo de ese parámetro 50.

Somoza: En América Latina tenemos 50 y valores superiores a 50. Ellos han usado un modelo que tiene 47.

Hobcraft: En esta fórmula final ese valor de la variancia es aproximadamente igual al valor de dos veces la edad media de las mujeres. Si tienen una edad media de 28, es 56 y la varianza está, en promedio, en 50; tiende a cancelarse uno con el otro y en definitiva en la fórmula aparece solamente el logaritmo natural de la R', que a su vez es un valor bastante pequeño. El valor de la R' se estaría en condiciones de derivarlo en relación con la edad media de la fecundidad, aunque habría el problema de que también afectaría ese tratamiento a la l_m, (probabilidad de alcanzar la edad m). Eso nuevamente se puede resolver utilizando aproximaciones.

2. Poblaciones en Transición

Ha llegado el momento de ocuparnos de los efectos que puede tener en las estimaciones que se logren utilizando poblaciones modelo estables el hecho que haya cambios en la mortalidad. En el libro de Carrier y Hobcraft se presentan los resultados de un solo experimento. Se tienen resultados de otros intentos que, desafortunadamente, no incluyen como en el ejemplo del libro, un intento por hacer ajustes en las estructuras por edades. Los resultados del libro son entonces muy limitados y no se puede confiar mucho en los resultados que se logran en el ajustamiento que ahí se muestra, aunque esa idea sigue resultando atractiva; sin embargo, no se ha desarrollado mucho más. Los intentos de estudiar los efectos de los cambios de mortalidad en la estructura usan un modelo muy limitado que supone que el descenso en la mortalidad ha operado a lo largo de 25 años. Puede ser que si el plazo de descenso no es de 25 años, si es un plazo mucho más corto, por ejemplo, de 10 años, los resultados no sean estrictamente asimilables. Se supone en el modelo un descenso regular a lo largo de 25 años. Estos resultados pueden ser, pero también pueden no ser similares a los que se logren en condiciones reales. Esto es una limitación, por cierto, de los resultados que se van a mostrar. Conviene destacar esta limitación, no tomar estos resultados muy estrictamente porque tienen un valor de un experimento y nada más que eso.

Se va a ilustrar acerca de los resultados que se obtienen en este ejercicio: hacer variar la mortalidad en una población que es inicialmente estable. ¿Cuál es esa población inicialmente estable que se ha tomado? Es una población en la cual β = 1,20 (véase el cuadro 10). Con el valor de α = 0,6, eso conduce a una esperanza de vida al nacer de acuerdo con la estándar africana de Brass, de 24 años. La tasa neta de reproducción vale 1,4. Se tienen resultados también para otros valores de la tasa neta de reproducción, 1,2, 1,0, pero se va a ilustrar acerca de los resultados con 1,4, y en el ejemplo se supone también la vigencia de la distribución relativa de la fecundidad por edades que se vio anteriormente. Con esos datos queda especificada toda la población. En particular queda determinada su tasa bruta de reproducción. Esta población inicial, que es estable, va a ser sometida ahora a un descenso constante en la mortalidad. Se muestran en el cuadro 11 los valores reales actuales a los cuales se llega en esta proyección y los valores que se estaría en condiciones de estimar suponiendo en el momento en que se hace la estimación que esta población fuera estable y entrando en las tablas modelo de población estable de tres parámetros con el conocimiento que se tiene de P, porcentaje de menores de 15 años, el $\underline{0}$, el porcentaje de mayores de 45, y de r, la tasa observada de crecimiento de la población en el momento actual. Para cada uno de estos parámetros se van a tener dos valores: el real que muestra la proyección y el que ha sido capaz de estimarse utilizando poblaciones modelo estables de tres parámetros. Coinciden en r_o porque ese es uno de los valores por los cuales se entra. Se conoce r=1,5 por ciento en el primer caso. El segundo parámetro se refiere a la tasa bruta de reproducción. La tasa bruta de reproducción se mantiene constante en la proyección, es uno de los supuestos mantener la fecundidad constante. La que se puede estimar utilizando los modelos es 4,97 en lugar de 3,79. La tasa de mortalidad infantil real es 0,236 de acuerdo con la baja supuesta de la mortalidad. La que se puede estimar, la que da el modelo es 0,407. La esperanza de vida al nacer da 26,5, frente al valor estimado de 19,94.

Cuadro 11

POBLACIONES EN TRANSICION

Valores iniciales: β = 1,20; α = 0,60; $\overset{o}{e}_o$ = 24,0; R = 1,4

r_o	R'	$_1q_o$	$\overset{o}{e}_o$	α	β	MRR
1,5	3,79	236	26,5	0,56	1,15	2,56
	4,97	407	19,94	0,73	0,93	2,56
1,8	3,79	247	29	0,44	1,00	2,56
	4,91	408	22,3	0,61	0,80	2,54
2,1	3,79	258	33	0,32	0,85	2,56
	4,71	400	26	0,47	0,68	2,53

La última columna, muestra la tasa media de reproducción, donde se puede ver que los valores que se infieren en las condiciones a las que se llega con la proyección son muy próximos a los valores reales.

Esta tabla está mostrando la evolución de arriba hacia abajo, de una población a la cual van cambiando los parámetros. Si observamos α, vemos que pasa de 0,6, en el momento inicial, a 0,56, lo que ocurre cinco años después del momento inicial. De 0,56 baja a 0,44, -baja 12 puntos- y luego de 0,44 baja a 0,32, -otra vez 12 puntos. La β baja de 1,2 a 1,15, de 1,15 a 1, y de 1 a 0,85. La esperanza de vida al nacer sube de 24 a 26,5, a 29 y 33.

Somoza: Hacemos notar que esta explicación parece que no anda muy bien, observando que la mortalidad infantil crece.

Hobcraft: Eso no es incompatible con el cambio que se está suponiendo en β. Ocurre con frecuencia que cuando β varía en la forma que está indicada acá en la forma de descender, a pesar de que el nivel general de la mortalidad descienda, puede ocurrir que específicamente la mortalidad infantil crezca. Si al revés, se estuviera pensando en un aumento de β, podría también ocurrir que la mortalidad en las últimas edades aumentara a pesar de que el nivel general de la mortalidad estuviera descendiendo. Por eso es que hay que tener siempre reservas en torno al uso del parámetro β. Esas tasas de mortalidad infantil están bien, porque se acomodan, se corresponden, con los valores de β que se están adoptando.

Lo más impresionante positivamente es el hecho que en estas condiciones de cambio en la mortalidad, se mantiene con bastante estabilidad, con bastante precisión, la estimación que se puede hacer de la tasa media de reproducción que por otra parte no varía mucho en el tiempo. Así que se destacan dos cosas: la tasa media de reproducción no varía y se la puede estimar bien.

Las otras conclusiones son: que al proceder como se ha hecho, normalmente se obtiene una estimación de la mortalidad infantil que exagera su verdadero valor y una estimación de la esperanza de vida al nacer que también exagera la mortalidad.

El valor del parámetro β tiende a ser subestimado, se lo estima por debajo y, al revés, se exagera el valor del parámetro α. En relación con la fecundidad, las estimaciones que se logran en general exageran su verdadero nivel. Son conclusiones que son similares a las que están en su libro, con los ejemplos que se elaboran allí.

En el ejemplo que sigue, en que la transición se inicia en una población estable que tiene una esperanza de vida al nacer de 25,5 años, se llega a un punto en que la esperanza de vida al nacer es de 35 años, como se puede ver.

valor inicial $\overset{o}{e}_o = 25,5$

r	R'	$_1q_o$	$\overset{o}{e}_o$	α	β	MRR
2,2	3,43	157	35	0,31	1,15	2,66
	3,73	214	31,8	0,35	1,00	2,67

El supuesto en este caso es bien claro en relación con el tiempo durante el cual se ha producido la transición: 25 años. En 25 años la esperanza de vida al nacer ha subido de 25,5 años a 35 años. En este caso se supone que ha descendido el valor de β y la mortalidad infantil ha aumentado.

En el ejemplo que se acaba de ver se llega a valores prácticamente equivalentes de la tasa media de reproducción. En esta otra proyección se observa, una vez más, que la estimación de la fecundidad es exagerada, la estimación de la mortalidad infantil también se exagera, la esperanza de vida al nacer que se puede estimar, está por debajo del verdadero valor, el valor de β se estima por debajo del verdadero valor y el de α, al contrario, también se estima más alto de lo que debe de ser. Se verá ahora un ejemplo de un cambio muy importante en la esperanza de vida al nacer, del orden de 0,8 por año. Supóngase ahora que la ganancia anual de la esperanza de vida al nacer es del orden de 0,8 por año, que el valor inicial de la esperanza de vida la nacer es de 20 años, que la mortalidad es una tabla de vida de Brass con un β igual a 1,3, que se va a mantener constante y una tasa neta de reproducción igual a 1,4. En estas condiciones se verá lo que ocurre dentro de 60 y 75 años desde el momento inicial. Lo que se verá es cómo se compara, la tasa media de reproducción en una y otra circunstancia. En el primer caso, la proyección conduce a una tasa media de reproducción de 3,23 y, en el segundo caso, a una tasa media de reproducción de 3,87. Tómese conciencia de que la esperanza de vida al momento de llegar, después de los 60 años, es del orden de 68 años y el valor de la esperanza de vida al nacer, en la segunda alternativa, de 75 años; después de iniciado el descenso, es de 80 años. Las estimaciones que se van a derivar ahora se apoyan en la relación que hemos visto del CAR (proporción de niños-adultos). Ese nivel de mortalidad que se alcanza, se lo alcanza en la proyección en un período, no en un momento dado y se considera que el mejor momento para considerar (ya que se está preocupado por la estructura de edades de la población) es el quinquenio previo al momento de llegada. La mortalidad que sigue al momento de llegada, ciertamente no puede tener ningún impacto en la estructura por edades. La tasa bruta de reproducción fue de 4,53 y se mantuvo constante a lo largo de toda la proyección. Esta es la tabla que se está usando para el período entre 55 y 60 años y el valor de la l_2 es 6645 y muestra el valor de la l_2 en el período previo a la llegada, 5 años antes, y muestra también el promedio que existiría si se quisiera tener el valor en el momento exacto de la llegada. Ese valor tiene menor importancia, porque en realidad la tabla con la cual se promedia es 7834, es una tabla que no opera a los efectos de hacer la proyección hasta el momento que sea. La respuesta que se obtiene, ya sea que se usa una tasa o la otra de mortalidad hasta la edad 2, es de 3,27 ó 3,38 y el valor real era 3,23. Véase ahora lo que ocurre cuando se hace la proyección hasta el momento 75. La tabla anterior, la que usa 5 años antes de llegar, daría un valor de 8590, si se hace el promedio de esa tabla con la que le sigue, las que se usarían entre 75 y 80, se tiene un valor más alto. De los dos valores, sería preferible el primero, pero de cualquier manera se ilustran los dos. Contra un valor 3,87, se obtiene 3,83 ó 3,89. Entonces queda ilustrada la estabilidad de la estimación de la tasa media de la reproducción en condiciones muy extremas.

La conclusión sería entonces que las estimaciones que se puede hacer de la tasa media de la reproducción en condiciones muy variables son siempre robustas. Serán robustas, siempre y cuando el descenso de la mortalidad haya sido regular. A pesar de que se han considerado situaciones extremas, en todos los casos se ha supuesto una baja regular de la mortalidad. Cambios muy rápidos en los niveles de mortalidad o de fecundidad que no dejaran marca en la estructura por edades, seguramente harían que la estimación de la tasa media de reproducción no se hiciera tan satisfactoriamente. Por ejemplo, el cambio producido en sólo dos años en el nivel de la mortalidad infantil en Ceylán como consecuencia de la campaña de erradicación de la malaria. Actúa esto como si se produjera de golpe, una vez y para siempre, un aumento en la fecundidad. En estos casos, la estimación de la tasa media de reproducción no se puede hacer satisfactoriamente. Nunca se ha ensayado estudiar los efectos que produciría un cambio en la fecundidad. Es más interesante el estudio de cambios en la mortalidad, toda vez que es éste el tipo de cambio que han experimentado casi todos los países en el mundo. No es frecuente encontrar cambios en la fecundidad, descensos en la fecundidad de los países en vías de desarrollo. Sería interesante ensayar el efecto de estos cambios de la fecundidad en la estimación de la tasa media de reproducción.

Se trató una vez de ver los efectos de cambios rápidos, como los que se mencionaron antes, para el caso de Ceylán. Se supuso artificialmente un cambio repentino en la mortalidad infantil, nada más que en la mortalidad infantil. En ese sentido la experiencia no se asemeja a la de Ceylán donde la mortalidad descendió en todas las edades. En ese caso el procedimiento no funcionó, en el sentido que la estimación que se obtuvo para la tasa media de reproducción se alejó del valor conocido. Lo que sucede en este caso, al proceder como se acaba de indicar, cambiando bruscamente la mortalidad infantil y nada más que la mortalidad infantil, es que se sale del universo de tablas de Brass. No se puede saber cuánto de ese problema que se presenta de no poder estimar bien, se debe al haberse alejado del sistema de tablas de Brass y cuánto se debe realmente a la baja repentina de la mortalidad. No se sabe el efecto de cada uno de estos dos factores y entonces se está en una duda. Después de 25 años de esa baja repentina en la mortalidad infantil, la tasa media de la reproducción valía en la población proyectada 2,64. El valor que se pudo estimar buscando la población estable modelo que le correspondía era de 2,16. Son valores bastante diferentes. Seguramente algo parecido podría ocurrir, si se produce un cambio brusco en la fecundidad, aunque probablemente afecte menos porque, en este caso, la población no tiene que salirse del patrón de mortalidad de las tablas que están manejando. De cualquier manera esta experiencia hace pensar que la estimación que se puede lograr de la tasa media de reproducción no es robusta en circunstancia como las que se están considerando. Otro intento que se ha hecho para tratar el problema de los efectos del cambio de la mortalidad en las estructuras está escrito en el Manual IV de las Naciones Unidas, aunque hay también trabajos de Bourgeois-Pichat que tratan este tema.32/ Los resultados que se obtienen no son muy confiables, por aquello de que se elige una ley de fecundidad muy especial.

Se ha elegido esa ley de fecundidad porque justifica los resultados que se han obtenido. La ley de fecundidad es aquella que concentra toda la fecundidad en un punto dado del tramo de edades reproductivas. Si uno hace proyecciones con diferentes sistemas de tablas, se obtienen resultados diferentes cambiando la mortalidad: si uno hace las proyecciones usando tablas de Coale y Demeny, aparecen algunos pequeños cambios, mucho mayores que los que aparecen, que son de muy poca monta, si se utilizan las tablas de mortalidad de las Naciones Unidas. No tienen estas tablas el mismo patrón. Cuando se las utiliza en proyecciones, no hay allí cambios extremos en los niveles de la mortalidad infantil. En el Manual IV hay una justificación matemática de los ajustes que hay que introducir en las estructuras por edades, pero no se dice acerca de cómo hacer esa corrección. El trabajo es bueno, pero para utilizarlo hace falta conocer los cambios en la tasa de crecimiento de la población, así como los cambios de mortalidad en la población en cualquier momento del tiempo. Esto parece que es una situación muy artificial en la cual nunca se va a encontrar. Si tiene esa información las técnicas pueden aplicarse sin ningún problema. Un documento publicado en Population Index33/ completa la información necesaria para hacer ajustes en la estructura por edades que el Manual IV no da.

No es que no tengan valor los trabajos que han hecho, tanto Bourgeois-Pichat como Coale, en torno al tratamiento de las poblaciones en transición. Al contrario cree que han hecho un trabajo más serio del que han hecho ellos mismos.

32/ Naciones Unidas, El Concepto..., op.cit.

33/ Coale, A., "Constructing the Age Distribution of a Population Recently Subject to Declining Mortality", en Population Index, abril-junio, 1971.

A P E N D I C E S

A P E N D I C E A

EJEMPLO DE DESCOMPOSICION DE GRUPOS DE EDADES UTILIZANDO LOS COEFICIENTES MOSTRADOS EN LA TABLA D34/

Población de Groenlandia (ambos sexos)								
Edad	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
Censo de 1945	2,856	2,700	2,741	1,743	1,554	1,410	1,203	1,042
Censo de 1951	3,380	2,799	2,565	2,331	1,768	1,562	1,379	1,122

Nota: Los censos fueron tomados con exactamente seis años de diferencia.

El problema es descomponer los grupos de edades de la información anterior y la L_x de una tabla de vida como requisito para estimar la mortalidad de Groenlandia durante el período 1945-1951, a partir de relaciones de supervivencia intercensales.

Para calcular las relaciones de supervivencia de los datos censales, debe seguirse una generación de un censo al siguiente. Los datos anteriores muestran por ejemplo el número de personas con edades 5-9 en 1945, pero seis años después ellos tendrán edades 11-15 y forman un grupo de edades no identificado en 1951. En forma alternativa el grupo 15-19 en 1951, por ejemplo, había estado entre 9-13 en 1945; de nuevo un grupo de edades no identificado en la información.

Será por lo tanto necesario manejar, ya sea la información de 1951 (para adaptar las edades que tenían en 1951, a la población identificada en 1945) o los datos de 1945 (para adaptar las edades que tenían en 1945 a la población identificada en 1951). Cualquiera de estos dos procedimientos involucrará la misma cantidad de cálculos. Bajo ciertas circunstancias sería necesario enfrentar la duplicación del trabajo al manejar la información de los dos censos. En este ejemplo se trabajará con la información de 1945 para adaptar las edades alcanzadas en 1945 a la generación identificada en 1951, tanto como sea posible (para algunas generaciones, sus edades en 1945 se encuentran fuera del intervalo donde se pueden realizar estimaciones plausibles con la información de 1945).

Los grupos a identificar en 1945 son: 9-13, 14-18, 19-23, 24-28, 29-33 y 34-38. Considérese el primero de estos tres grupos: 9-13. Es un grupo que comprende cinco años simples de edad. La primera, edad 9, viene de uno

34/ Transcripción del Apéndice V del Documento de Carrier y Hobcraft, Estimaciones Demográficas ..., op.cit., pág. 77.

de los grupos de edades identificados en el presente, a saber, el grupo, 5-9; los otros cuatro años de edad simple, 10-13, vienen del grupo 10-14. Dado que la segunda parte (de cuatro años) es mucho mayor que la otra parte (año simple), lo mejor será considerar la manera de estimar esta parte mayor de cuatro años. El método de estimación para la parte de un año será menos importante, y puede ajustarse al método usado en la parte de cuatro años, con una pérdida de precisión muy pequeña.

El método probable de conducir al menor error es dividir el grupo utilizando el número de personas en ese grupo, y los números en los grupos próximos, anterior y posterior. (Nótese que para utilizar los coeficientes de la Tabla D los tres grupos deben ser de la misma longitud). La mejor manera de estimar el número de personas con edades 10-13 será, entonces, utilizar la información del grupo del cual forma parte, 10-14, y los datos de los grupos 5-9, 15-19. Poniéndolos en orden ascendente de edad, denote con A, B y C el número de personas con edades entre 5-9, 10-14 y 15-19, respectivamente. La manera de utilizar los números A, B y C para estimar la población con edades 10-13 se explicará más adelante, pero considérese primero la estimación del número de personas con edad 9 (que junto con el número de personas con edades 10-13) forma el grupo completo de cinco años de edad, 9-13). Para estar de acuerdo con el método de estimación del grupo 10-13, esto es, usar únicamente los mismos números A, B y C, la estimación del número de personas con edad 9 debería también derivarse de A, B y C. Este puede no ser el método más preciso, pero será muy conveniente. La calidad de la información no es tal que esté supeditada únicamente a la precisión, desatendiendo por completo la conveniencia, esto es, no haciendo ningún intento por mantener baja la cantidad de cálculos involucrados, aunque la precisión tampoco debe ser dejada de lado.

El año simple de edad 9 es parte del grupo A, mientras que el grupo 10-13 es parte de B, esto es, uno es parte del menor de los tres grupos, y el otro, parte del grupo central. Las tres columnas a mano izquierda de los coeficientes dados en la Tabla D son para dividir el grupo más joven, o sea, A; las tres columnas centrales para el grupo central, o sea, B; y las tres columnas a mano derecha para dividir el grupo mayor, o sea, C. Por lo tanto, las tres columnas a mano izquierda son usadas para estimar la población de 9 años, y las tres columnas centrales para estimar el grupo 10-13.

Los coeficientes siempre dan una parte del grupo <u>iniciándose en el límite inferior.</u> Por lo tanto, no puede obtenerse directamente una estimación de la población con edad 9. El grupo restante, esto es, los de 5-8 años de edad, debe obtenerse y restarse del grupo total para obtener los de 9 años. Puesto que el grupo total tiene una longitud de 5 años y la parte 5-8 es de cuatro años, constituye una proporción de 0,8 del total (esto es 4/5). Por lo tanto, se necesitan los coeficientes en la línea "x=0,8". Estos son: 0,9120000, -0,1440000 y 0,0320000 en ese orden. Se verá que, para algunos valores de x, se necesita este gran número de lugares decimales. En el caso de x=0,8 los últimos cuatro decimales son todos ceros y pueden despreciarse, o sea, se tomarán los coeficientes como 0,912, -0,144 y 0,032. El primero de estos es el coeficiente de A, el segundo de B, y el último de C. Así, estos coeficientes implican que una estimación de la población con edades 5-8, está dada por 0,912A - 0,144B + 0,032C. Pero, la población en el grupo total es A, esto es, el grupo 5-9 es 1,0A + 0,0B + 0,0C. Por resta, la estimación de la población con edad 9 es:

0,088A + 0,144B - 0,032C.

La estimación de la población entre 10-13 se encuentra más fácilmente puesto que este grupo se inicia en el límite inferior del grupo 10-14. Los coeficientes se obtienen directamente de las tres columnas centrales, de nuevo en la fila para x=0,8, ya que otra vez debe abrirse un grupo de cuatro años de uno de cinco, o sea, una proporción, de 4/5 = 0,8. Así la estimación de la población entre 10-13 está dada por 0,032A + 0,816B - 0,048C. Sumando las dos fórmulas, la estimación del grupo 9-13 está dada por 0,12A+ 0,96B - 0,08C.

La derivación de esta fórmula no tiene que repetirse para todos y cada uno de los grupos a estimar. Considerando el siguiente grupo de edad, su parte más importante es entre 15-18 y sugiere que la estimación debería basarse en el número de personas en los grupos 10-14, 15-19 y 20-24. Denotando los tres números con A, B y C, respectivamente, como se hizo antes, se encuentra que deben extraerse los mismos coeficientes de la Tabla D, y se obtiene la misma fórmula final. Por supuesto, el resultado es diferente pues ahora se tienen diferentes valores numéricos para A, B y C. Precisamente porque este camino permite obtener la fórmula requerida para todas las estimaciones por medio de un único estudio de los coeficientes de la Tabla D es que la demostración se desarrolló en términos de los símbolos algebraicos A B y C, en lugar de los tres números 2,856, 2,700 y 2,471.

Aplicando la fórmula se obtienen los siguientes resultados:

Edad	Población estimada en 1945
9-13	0,12x2856+0,96x2700-0,08x2471=2737
14-18	0,12x2700+0,96x2471-0,08x1743=2557
19-23	0,12x2471+0,96x1743-0,08x1554=1845
24-28	0,12x1743+0,96x1554-0,08x1410=1588
29-33	0,12x1554+0,96x1410-0,08x1203=1444
34-38	0,12x1410+0,96x1203-0,08x1042=1241

Las relaciones de supervivencia requeridas se obtienen fácilmente. Por supuesto, todas son relaciones de supervivencia para seis años. La primera del grupo 9-13 es,

2565/2737 = 0,9372;

la segunda, para la edad 14-18 es

2331/2557 = 0,9116

las restantes se encuentran fácilmente en la misma forma.

Para encontrar el nivel de mortalidad equivalente es necesario trabajar con la L de la tabla modelo en la misma forma que se trabajó anteriormente con la población de 1945. La primera relación de supervivencia real, por ejemplo, es para seis años, de las edades 9-13. El nivel de mortalidad equivalente a estos es el de una tabla modelo para la cual se encuentra la misma relación de L_{15-19}/L_{9-13}. En la Tabla A.2 se han tabulado los numeradores para cada nivel, pero los denominadores requieren estos valores para ser manipulados. Para el nivel 5, por ejemplo, L_{5-9} = 23700, L_{10-14} = 21984 y L_{15-19} = 20826. Así, una estimación de L_{9-13} se obtiene por

$$0{,}12 \times 23700 + 0{,}96 \times 21984 - 0{,}08 \times 20826 = 22283$$

La contrapartida de la relación real de 0,9372 es

$$20826/22283 = 0{,}9346$$

para una mortalidad a un nivel de 5. Similarmente para un nivel de 10 se requiere L_{5-9} que es 25831; L_{10-14} que es 24107 y L_{15-19} que es 22928.

Así la estimación es

$$L_{9-13} = 0{,}12 \times 25831 + 0{,}96 \times 24107 - 0{,}08 \times 22928 = 24408,$$

y la relación de supervivencia para seis años de la edad 9-13 es 22928/24408 = 0,9394. De aquí que la relación real de 0,9372 se encuentra entre la de 0,9346 para un nivel de 5, y 0,9394 para un nivel de 10, y el problema requerido se ha resuelto para este grupo de edades. Un conjunto de cálculos similares resuelve el problema para los otros grupos de edades. Tal proceso es obviamente tedioso, y sería más fácil completarlo con la ayuda de un computador, dadas las facilidades adecuadas para la programación.

APENDICE B

RELACIONES DE SUPERVIVENCIA[35/]

1. Relaciones de supervivencia intercensal

La idea de equiparar las relaciones de supervivencia intercensal con funciones de tablas modelo comparables, fue introducida por las Naciones Unidas (1956a). Sin embargo, una pequeña modificación a su trabajo simplifica los cálculos aritméticos. Para explicar esto es más fácil exponer la técnica completa, aunque su mayor parte ya había sido ideada por las Naciones Unidas.

Puesto que es usual clasificar la población en grupos de edades de 5 años, la técnica es extremadamente simple si el intervalo intercensal es también de 5 años, tan simple que no merece mayor discusión. Esta técnica tampoco resulta muy difícil si el período intercensal es un múltiplo de 5. El período frecuentemente es de 10 años, y éste es el caso que se considerará cuando se enfrenta la modificación a la técnica de las Naciones Unidas. Si el período es un múltiplo de 5, diferente de 10, la técnica puede utilizarse con alguna modificación. Quienes deseen usar el método, en tal caso deben solicitar asesoría matemática en lo que se refiere a los cambios requeridos. Aquí no se considerará el caso cuando el intervalo no es un múltiplo de 5. En este caso se requiere un manejo excesivo, no sólo de la información observada (para identificar los grupos de edades de un censo que corresponden a cohortes definidas en los grupos de edades del otro censo) sino también de las funciones de la tabla modelo para "equiparar" las relaciones de supervivencia reales. Así, este caso necesita no solamente demasiado trabajo matemático para derivar los métodos apropiados para la manipulación, sino también trabajo aritmético para aplicarlo, que sería mejor llevado a cabo por un computador. A pesar de que es claramente posible, este caso es en extremo complejo, y cualquiera que desee utilizarlo necesitará el consejo de expertos en la materia.36/

Volviendo al caso de un período intercensal de 10 años, bajo el supuesto de una población cerrada, esto es, sin migración, la proporción en cada grupo de edades en el segundo censo con respecto al grupo de edades apropiado en el primero, da una medida de la proporción de la cohorte que sobrevive el período intercensal de 10 años, esto es si el dato de los censos está libre de errores. Se considera que se han calculado, para cada edad, las correspondientes relaciones de supervivencia en la población estacionaria a cada nivel de un conjunto de tablas modelo. Puede entonces especificarse para cada edad un nivel de mortalidad "equivalente". Si estos niveles son constantes o cambian en una forma lenta y regular, esto provee tanto una estimación del nivel de mortalidad, como una indicación de que la información está libre de, al menos, ciertas clases de error. (Considerando la hipotética situación de carencia absoluta de error en la declaración de la edad,

35/ Transcripción del documento de Carrier y Hobcraft, Estimaciones Demográficas ..., op.cit., pág 24.

36/ Una indicación de los procesos aritméticos requeridos se encuentra en el Apéndice A.

pero la misma sub-enumeración para todas las edades en un censo, y en una extensión diferente en el otro, los resultados todavía mostrarían un nivel cambiando lenta y regularmente, pero en este caso no sería correcto ni el nivel, ni la deducción de que no había error presente).

La anterior es esencialmente una descripción de la técnica de las Naciones Unidas. La dificultad consiste en equiparar las relaciones de supervivencia reales con las de la tabla modelo, y puede salvarse por medio del procedimiento ilustrado con el ejemplo presentado en el Apéndice VI.

De antemano se ha sugerido la posibilidad de un cambio en la cobertura de un censo al siguiente (el cambio más probable es un aumento en la cobertura con el transcurso del tiempo). Una pequeña diferencia conducirá a niveles equivalentes no confiables. Así, un resultado del uso de esta técnica es mostrar lo anterior. (Pero no debe olvidarse la posibilidad de mejoras tan pequeñas que no pueden ser detectadas a simple vista, pero que aún así proporcionan niveles equivocados). Un resultado comúnmente alcanzado es una progresión de niveles de una edad a otra, tan irregular, que no resulta creíble. Esto provee un indicador extremadamente sensible del error en la información sobre declaración de la edad, que parece satisfactorio. Hay dos casos especiales de esto. No siempre, pero en general, el grupo de edades más jovén está relativamente subenumerado. Esto conduce a que la primera relación de supervivencia sea demasiado alta, resultando una mortalidad equivalente improbablemente baja. La aparición de tal suceso en las edades más jóvenes es un buen indicador de este error. El segundo error común es la sobreestimación de la edad en la gente mayor. Esto aparece como un nivel en constante alza (esto es, mortalidad en disminución) en las edades más altas, conduciendo finalmente a una mortalidad increíblemente baja en el grupo mayor (abierto o cerrado). Sin embargo, la teoría detrás de esto es más compleja y será diferida hasta la próxima sección.

Además de los dos errores especiales mencionados anteriormente, cambios irregulares en los niveles equivalentes implican que la gente se ha trasladado de algunos grupos de edades a otros, de modo que algunas relaciones de supervivencia son demasiado altas y algunas demasiado bajas, esto es que algunos niveles son demasiado altos y algunos demasiado bajos. Podría encontrarse el nivel <u>mediano</u> y aplicarse a cada edad individual pero, sin estudiar la causa de las irregularidades, no hay razón para suponer, que aplicado a ciegas, esto conduzca automáticamente a una buena respuesta. Este punto se examinará luego.

2. <u>Relaciones de supervivencia de grupos de edades abiertos</u>

Cuando se aplica la técnica discutida anteriormente, el último grupo de edades debe ser abierto, por ejemplo el grupo de 75 años y más, o sea 75+. Para equiparar las relaciones de supervivencia reales de este grupo, con las correspondientes para una población estacionaria, en vez de calcular las proporciones de la función L de la tabla, es necesario calcular las proporciones de la función T. Supongamos que el detalle ofrecido en la clasificación censal está a nivel de grupos de edades de 5 años, hasta los 70-74, y luego un grupo final abierto de 75 y +. Con un período intercensal de 10 años, el grupo de 75 y + del segundo censo estará formado por los sobrevivientes de la cohorte con 65 y + años en el primer censo, el cual puede obtenerse sumando los grupos 65-69, 70-74 y 75 y +. Esto será equipa rado escogiendo la tabla modelo con el valor apropiado para T_{75}/T_{65}. Es esta relación de supervivencia final la que generalmente mostrará el nivel de mortalidad equivalente, correspondiente a mortalidad extremadamente baja, debido usualmente a una tendencia general en la gente de edades avanzadas a sobreestimarsu edad.

Si esta tendencia se restringe a personas con edades mayores de 70, puede superarse en la forma siguiente: en vez de calcular la relación de so brevivencia del grupo de 65 y + moviéndose hacia 75+, puede calcularse, por agregación conveniente, la relación para 60+ moviéndose hacia 70+. La relación de sobrevivencia para este grupo de edades debería entonces ajustarse a un nivel de mortalidad más razonable. Pero si de hecho el error de sobre estimación se inició a una edad mucho menor que los 70 años, persistiría la irregularmente baja mortalidad aparente. Disminuyendo progresivamente la e dad de este grupo final abierto, y probando hasta que se encuentre un nivel de mortalidad razonable, puede hacerse una estimación de la edad donde se i nicia la sobreestimación y puede anularse su efecto, terminando el análisis de modo que tales errores son eliminados por la agregación.

Podría pensarse que esta técnica fuera tan útil que (aun con un intervalo intercensal de 10 años) podrían eliminarse otros errores en la declara ción de la edad, calculando la relación de supervivencia para la población total para todas las edades en el primer censo (quienes forman la población de 10 años y más en el segundo censo), pero existe una falacia en este argu mento. Cuando la relación de supervivencia real de un grupo de edades se e quipara con la de una población estacionaria para determinar la mortalidad de la población real, está implícito el supuesto de que la estructura de e-dad "interna" de los grupos en la población real es la misma que la de la población estacionaria. Si el grupo de edades no cubre un intervalo amplio, el supuesto no es crítico; en la práctica, si el supuesto no es verdadero redundará únicamente en un pequeño error. Pero con un grupo de edades más amplio, el error puede resultar tan grande que distorsione seriamente los re sultados.

Estipulando que no se intenta hacer la equiparación para un grupo de e dades extremadamente amplio (tal como la población de todas las edades) pue de considerarse la estructura de edad de la población real. Si la equipara ción se hace contra una población estable en vez de una población estaciona ria, esto es si se consideran tasas de crecimiento diferentes de cero. Las tablas A 9 a A 11 permiten esto para diferentes grupos abiertos de edades.

La dificultad de utilizar esta modificación de la técnica, consiste en decidir qué tasa de crecimiento usar. Por definición no puede utilizarse la estructura de edad de la población real dentro del grupo abierto selecciona do, pues se supone que hay presentes graves errores en la declaración de la edad. Si la población real es aproximadamente estable la solución sería u-tilizar la tasa de crecimiento vigente. En casos donde se ha iniciado la disminución en la mortalidad, de modo que no existe más estabilidad, las ta sas vigentes de crecimiento proveen un límite superior, puesto que la dismi nución de la mortalidad las hará subir. Es común que en los países en desarrollc el descenso en la mortalidad tenga un mayor impacto en las edades jóvenes. Por esta razón la tasa de crecimiento de la población total, justamente después de que se ha iniciado el descenso, es mayor que la de la población con un intervalo de edad restringido, digamos entre 15 y más o 25 y más. Por otra parte, la disminución en la mortalidad tiene efectos diferenciales a través del intervalo de edad. Aun así no es claro si el mejor resultado se obtendrá utilizando la tasa de crecimiento total, o una referida a un intervalo de edad restringido. En todo caso, es probable que suponer que una tasa de crecimiento nula, a ciegas, produzca resultados peores.

A P E N D I C E C

RESUMEN DE LAS RELACIONES DE SUPERVIVENCIA REALES[37/]

Varios autores (Carrier y Farrag, 1959; Demeny y Shorter, 1968) han sugerido técnicas que dependen, entre otras cosas, del supuesto de que el error debido a mala declaración de la edad a cada edad es el mismo en los dos censos. Ocupándose de información egipcia, donde los datos en los dos censos tenían una magnitud similar, Carrier y Farrag supusieron que el error absoluto era el mismo. Mirando un caso más general, Demeny y Shorter hicieron el supuesto más realista de que los errores eran proporcionalmente los mismos. Aquí se hará el segundo de dichos supuestos.

Si se multiplican dos relaciones de supervivencia reales, y una tiene en el numerador la población de una cierta edad en un censo, y la otra tiene en el denominador la población de la misma edad en el otro censo, entonces, bajo el supuesto de que los errores a esta edad son proporcionalmente los mismos en los dos censos, se eliminará el efecto de este error en el producto. Se describirá una técnica para resumir relaciones de supervivencia estimadas de mortalidad, explotando este principio, y teniendo alguna característica en común con el método ideado por Demeny y Shorter (1968).

Supongamos que se tienen disponibles poblaciones de dos censos, con un intervalo intercensal de 10 años, distribuidas en grupos de edades de 5 años. Se calculan relaciones de supervivencia con base en esta información, terminando con un grupo de edades abierto a una edad lo suficientemente joven para asegurar que el efecto de sobreestimación de la edad en las edades avanzadas sea eliminado (por ejemplo puede ser la relación de supervivencia para el grupo de 45+ del primer censo que se transforma en el grupo 55+ en el segundo censo). Sean las funciones L y T de la tabla a la mortalidad promedio en el intervalo intercensal.

Estos cálculos proporcionan estimaciones de L_{10-14}/L_{0-4}, L_{15-19}/L_{5-9}, etc., hasta T_{55}/T_{45}, pero se desconocen L_{0-4} y L_{5-9}. Denominando estos valores desconocidos con x e y tenemos:

$L_{0-4} = x$,

$L_{10-14} = x \cdot (L_{10-14}/L_{0-4})$

$L_{20-24} = x \cdot (L_{20-24}/L_{10-14}) \cdot (L_{10-14}/L_{0-4})$, etc., o sea multiplicando

x por 1, por la primera relación de supervivencia, por el producto de la primera y la tercera relaciones de supervivencia, etc., hasta estimar L_{0-4}, L_{10-14}, L_{20-24}, etc. La última estimación de este tipo obtenida sería L_{50-54}.

37/ Transcripción del documento Carrier y Hobcraft, Estimaciones Demográficas ..., op.cit., pág. 27.

En forma análoga

$L_{5-9} = y,$

$L_{15-19} = y \cdot (L_{15-19}/L_{5-9})$ etc. La última estimación de esta clase obtenida sería L_{45-49}. La relación de supervivencia del grupo de edades abierto da T_{55}/T_{45} que sería, digamos, z.

Entonces

$$T_{55} = T_{45} \cdot z$$

$$= \left[L_{45-49} + L_{50-54} + T_{55}\right] \cdot z$$

Por lo tanto,

$$T_{55} = \left[L_{45-49} + L_{50-54}\right] \cdot z/(1-z).$$

L_{45-49} se ha estimado de antemano como el producto de y y algún coeficiente que fue calculado aritméticamente, y L_{50-54} como el producto de x por algún coeficiente que también fue calculado. Así, T_{55} puede estimarse como una función lineal de x e y con coeficientes conocidos.

Sumando L_{0-4}, L_{5-9}, L_{10-14}, etc., hasta L_{50-54} y T_{55}, se obtiene T_0 como función lineal de x e y con coeficientes conocidos, digamos, $T_0 = a \cdot x + b \cdot y$.

Hágase una primera "deducción sensata" de $\overset{o}{e}_o$. De un sistema de tablas modelo adecuado pueden encontrarse rápidamente los valores de x e y correspondientes a esta primera estimación (suponiendo l_0 igual a 1). Haciendo sustituciones en la fórmula se encuentra T_0. Pero como $l_0=1$, T_0 es $\overset{o}{e}_o$. De este modo puede encontrarse una segunda estimación de $\overset{o}{e}_o$. De aquí puede obtenerse un segundo par de valores para x e y, una tercera estimación de $\overset{o}{e}_o$, etc. Este proceso no converge tan rápido como se desearía, pero puesto que no oscila, no es difícil "saltar adelante" en las iteracciones y así obtener la convergencia rápidamente. En cualquier caso, los cálculos aritméticos una vez que se han encontrado a y b, son extremadamente sencillos.

El Apéndice VII* muestra un ejemplo aritmético.

* Nota: Véase Carrier y Hobcraft, Estimaciones Demográficas ..., op.cit., Apéndice VII, pág. 91.

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA
CELADE
Edificio Naciones Unidas
Avenida Dag Hammarskjöld
Casilla 91, Santiago, CHILE

Avenida 6ª, Calle 19, Apartado Postal 5249
San José, COSTA RICA