distribución interna

n. b. ryder

EL PROCESO DE TRASLACION DEMOGRAFICA

(Traducción del capítulo
"The Process of Demographic Translation"
aparecido en Demography, Volumen 1, N° 1, 1964)

Serie D, N° 23

RESUMEN

"Traslación demográfica" es el establecimiento de interrelaciones entre una serie cronológica de observaciones en sección transversal en períodos de tiempo sucesivos y las series cronológicas del mismo índice, referido a cohortes sucesivas. Este documento presenta dos tipos de soluciones a este problema y da algunos ejemplos de cada uno.

La naturaleza del problema

El problema de que se ocupa este documento se relaciona con una tabla de medidas específicas por edad y tiempo. A fin de resumir esta tabla con respecto a los cambios que experimentan las observaciones a través del tiempo, se acostumbra computar algún índice que combine las mediciones en el transcurso de la duración total de todas las edades, para estudiar las series cronológicas de esos índices año a año. Pero hay dos maneras de organizar una tabla de este tipo en segmentos de tiempo: primero, como mediciones específicas por edad referidas a una serie de años, y segundo, como mediciones específicas por edad referidas a una serie de cohortes de natalidad. El problema por resolver es el de relación entre las series cronológicas de algún índice referido a períodos sucesivos y las series cronológicas del mismo índice referido a cohortes sucesivas. Este trabajo ofrece dos tipos de soluciones al problema a la vez que da algunos ejemplos elementales de cada uno. Acto seguido se intenta subrayar los méritos del proceso de traslación, denominación con que se le designa en este trabajo, aplicado a diversos problemas demográficos.

Trabajos anteriores en torno a la traslación

El autor se interesó en el problema cuando era estudiante graduado en Princeton en los últimos años de la década del 40. En su tesis doctoral 1/ demostró la tendencia a divergir que muestran tanto las tasas totales de fecundidad a corto y largo plazo, y señaló que estas divergencias

1/ Ryder, N. B. "The Cohort Apprach" Ph. D. dissertation, Princeton University, 1951.

se originaban en la variación en el tiempo de las tasas específicas por edad. La primera aplicación de las fórmulas específicas [2] de la traslación fue el análisis de la historia de dos siglos de fecundidad en Suecia y de la experiencia reciente en América. Ambos estudios se referían a tasas de fecundidad específicas por edad. Posteriormente, publicó dos trabajos afines [3] [4] en torno a la fecundidad por edades específicas en América, empleando fórmulas más complejas que las usadas con anterioridad, y aplicándolas a cohortes con las edades mayores truncadas. En fecha más reciente, ha empleado las fórmulas de traslación en diversas situaciones para diseñar un modelo de traslación demográfica [5] extendiendo, de esta manera, la aplicación a otras variables demográficas. Este documento procura centrar la atención sobre el proceso mismo de la traslación por estimar que puede resultar útil para otros. También ofrece los planteamientos matemáticos hasta donde le ha sido posible desarrollarlos al autor.

Características de la tabla básica

La tabla convencional de observaciones demográficas en la cual se especifica edad y tiempo, tiene filas para la edad y columnas para el tiempo de observación. Las observaciones en un tiempo se han llamado índices del período y resumen todas las observaciones en una columna particular. Ya que una cohorte que se identifica por una diferencia fija entre el tiempo de observación y la edad a la observación, sus índices se localizan a lo largo de una línea diagonal. Si el año de observación es "t", la edad es "a" y el año de nacimiento es T, la relación $t = T + a$ será válida para

---

2/ ..."Problems of Trend Determination during a Transition in Fertility", Milbank Memorial Fund Quarterly, XXXIV (1) (January, 1956), 5-21.

3/ ..."An Appraisal of Fertility Trends in the United States," Thirty Years of Research in Human Fertility: Retrospect and Prospect, Milbank Memorial Fund, 1959.

4/ ..."The Structure and Tempo of Current Fertility," in Demographic and Economic Change in Developed Countries, pp. 117-136. Report of the National Bureau of Economic Research. (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1960)

5/ ..."The Translation Model of Demographic Change," Emerging Techniques in Population Research, Milbank Memorial Fund, 1963.

toda la tabla.[6] Las observaciones que a continuación se ofrecen con respecto a la tabla básica tienen validez para el planteamiento ofrecido en este trabajo: 1) los índices para las observaciones de la cohorte pueden ser computados como una serie cronológica, lo cual tienen tanto de formal legitimidad como las series para períodos sucesivos. 2) Aún cuando los índices de series de períodos y cohortes sintetizan el mismo cuerpo de datos básicos, ellos no varían necesariamente de la misma manera. 3) Cuando se hace necesario, en la práctica, emplear intervalos, sólo es posible definir a dos de las tres variables (t, T, a) en forma precisa, y es corriente que la variable que corresponde a la cohorte (T) se identifica en forma residual como la diferencia aproximada entre las otras dos. 4) La tabla común tiene observaciones en cada edad para cada período, por esta razón las cohortes viejas tienen truncadas sus edades jóvenes y las cohortes jóvenes sus edades viejas.

Preliminares algebraicos

Representando las observaciones de la cohorte nacida en T por $b_x(T)$. Supongamos que la serie cronológica de observaciones para cualquier edad particular puede ser representada por un polinomio de grado $\underline{n}$ en $\underline{T}$. Esto es $b_x(T) = c_o + c_1 T + c_2 T^2 + \ldots + c_n T^n$. Cada edad x tendrá su propio polinomio, esto es, los coeficientes C_i son funciones de $\underline{x}$. El autor ha elegido polinomios porque resulta de interés sintetizar la distribución de las observaciones por medio de los familiares momentos (media, varianza) y estos se obtienen fácilmente de los polinomios ajustados.

Se prueba por inducción:

$$b_x(T-x) = b_x(T) - x b_x'(T) + \frac{x^2}{2!} b_x''(T) - \ldots + (-1)^n \frac{x^n}{n!} b_x^{(n)}(T)$$

donde el índice superior (n) entre paréntesis indica la n-ésima derivada. Si $\beta(r,T)$ se define como $\Sigma x^r b_x(T)$, usando la definición del momento r-ésimo, se tiene:

$$\beta^{(k)}(r, T) = \Sigma x^r b_x^{(k)}(T),$$

donde el índice superior (k) entre paréntesis indica el orden de derivada

[6] A fin de representar en forma más fiel esta identidad en sentido geométrico, la tabla será más adecuada si se construye con filas a 60 y 120 grados, merced, tal vez, al empleo de celdas hexagonales. El autor consideró que la predisposición a ignorar los índices referidos a las cohortes puede deberse en parte a la costumbre de emplear un rectángulo para representar la configuración del período por edades, velando, con esto, al vector cohorte.

$\beta(r, T)$ es el momento al origen de la distribución por edad de la serie cronológica de la cohorte nacida en T. El signo Σ sin otra especificación indica que la suma debe extenderse a todos los intervalos de edad. El momento cero es la suma de todas las observaciones de la cohorte sobre todas las edades. Aunque los momentos son usados en su acepción estadística, estos valores son absolutos y no relativos con respecto al momento cero. En el análisis que a continuación se ofrece, la letra funcional β (y más adelante la letra μ) se empleará para referirse a una estimación de cohorte, y el segundo término, entre paréntesis, se referirá a la fecha de nacimiento.

Cuando se use la letra funcional B (y más adelante M), se referirán al cálculo del período, y el segundo término, entre paréntesis, se referirá a la fecha de observación, o sea, el período. Resulta, también, interesante señalar que cualquier conjunto de (n+1) observaciones pueden ser representados de manera exacta por un polinomio de orden n. Este polinomio tiene a lo sumo n derivadas no nulas. Si hay x edades, cuando más hay x momentos. Si $\beta(r,T)$ es un polinomio de orden n en T, entonces $\beta^{(k)}(r,T)$ es un polinomio de orden (n - k) en T.

El primer tipo de fórmula general

En términos de sus componentes de cohorte, edad por edad, el momento r-ésimo de la distribución del período B(r, T), para el período correspondiente al tiempo en que la cohorte T tiene 0 años puede ser expresada como $\Sigma x^r b_x(T - x)$. Desarrollando $b_x(T - x)$ dado en el párrafo anterior tenemos:

$$B(r, T) = \Sigma x^r b_x(T) - \Sigma x^{r+1} b_x'(T) + \dots + (-1)^n \Sigma \frac{x^n}{n!} b_x^{(n)}(T)$$

Sustituyendo en la expresión a la derivada de orden K del momento r-ésimo de la función β , tenemos:

$$B(r,T) = \beta(r,T) - \beta'(r+1,T) + \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \beta^{(n)}(r+n,T) =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \frac{(-1)^i}{i!} \beta^{(i)}(r+i, T)$$

En palabras, el momento r-ésimo de la función período puede expresarse como la suma del momento r-ésimo y de las derivadas de los momentos sucesivamente más altos de la función cohorte, con signos alternados. El desarrollo precedente se puede emplear también cuando se quiera obtener el valor del momento r-ésimo de la función cohorte en términos de la función período, el resultado es:

$$\beta(r, T) = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{i!} B^{(i)}(r+i, T)$$

Discusión de las fórmulas

Estas fórmulas constituyen una forma de expresar las interrelaciones entre una serie cronológica de índices de cohorte y una serie cronológica de índices del período. El significado intuitivo se desprenderá del análisis de un ejemplo simple, más abajo. El tratamiento es altamente complicado, lo que se acentúa con el segundo tipo de fórmula que se verá más adelante. El desarrollo matemático puede aumentar en claridad empleando el cálculo infinitesimal en lugar del cálculo finito y si las representaciones de las funciones cohortes y período se hacen mediante un sólido geométrico, relacionando secciones de la superficie en un ángulo dado con secciones de la misma superficie en otro ángulo. Aunque la solución general parece satisfactoria desde el punto de vista formal en la realidad se cae al dominio de la impracticabilidad, debido a la muy conocida inestabilidad de los momentos y derivados de orden superior especialmente cuando los datos básicos tienen sistemáticas irregularidades en la edad y en la enumeración.

Un ejemplo del primer tipo (más simple) de fórmula

Supongamos que el polinomio apto para ajustar las observaciones, en cada edad, sea la línea recta. Entonces todas las derivadas superiores a la primera son nulas y la fórmula para el momento de orden cero (suma de todas las observaciones para toda edad) es $B(0, T) = \beta(0, T) - \beta'(1, T)$. El período para el cual esta fórmula es aplicable es aquel correspondiente al tiempo en que ha nacido la cohorte T, esto es en el año T. Consideremos ahora el valor del momento cero para el período cuando la cohorte T ha alcanzado su edad media, tal μ_1, en algún tipo de actividad.

$$B(0,T+\mu_1) = \beta(0,T+\mu_1) - \beta'(1,T+\mu_1) = \beta(0,T) + \beta'(0,T)$$

$$\times \frac{\beta(1,T)}{\beta(0,T)} - \beta'(1,T) = \beta(0,T) \cdot \left[1 - \mu_1'(T)\right]$$

con

$$\mu_1(T) = \frac{\beta(1, T)}{\beta(0, T)}$$

Bajo las condiciones expuestas se tiene que la suma del período correspondiente al tiempo en que la cohorte ha alcanzado su edad media para cada tipo de actividad, modifica a la suma de la cohorte en un factor, el cual es igual al complemento del cambio anual en la edad media de la cohorte. Sea este factor "distorsión distribucional". Cuando las observaciones se refieren a tasas específicas de natalidad por edad, esta fórmula es una expresión de la tendencia de como excede la tasa de fecundidad total del período a la correspondiente de la cohorte. Siempre que la edad media de engendramiento decline de una cohorte a la otra.
Este es un componente para explicar el "baby boom".

Datos y simplificación

Una formulación como la del párrafo anterior tiene la ventaja no sólo de reducir el cómputo en las aplicaciones sino también para la interpretación. La esencia de la relación se expresa en términos familiares, salvo alguna inexactitud. Parecería que cualquier curva que represente de manera precisa a la realidad empírica requeriría un polinomio de un orden bastante elevado, lo que implica momentos de un orden bastante elevado así como derivados de un orden elevado. Sin embargo, estos cómputos son susceptibles en forma marcada a los errores en las mediciones originales por edad. El problema ha sido resuelto en investigaciones empíricas efectuadas por el autor mediante el empleo de ajustes lineales y en ocasiones ajustes cuadráticos cuidando de que correspondan en forma muy clara con la realidad empírica cuando se ajustan a una serie móvil y procurando que cada nueva ecuación represente únicamente un valor para la cohorte central o para el período de las series. Tal vez la mejor razón en favor de esta práctica sea el hecho de que es efectiva. 7/ 8/

Otro procedimiento que redunda tanto en la simplificación como en la aproximación a la realidad es el de la determinación de las fechas. Como en el párrafo anterior, las fórmulas adoptan un aspecto más conocido cuando el período hacia el cual se verifica la traslación corresponde a la media de la distribución de la cohorte, obteniéndose de esta suerte el fundamento para efectuar la traslación. Una elección de este tipo eleva al máximo la tendencia a ser semejantes de los parámetros que corresponden al período y a la cohorte. En realidad, en el ejemplo del párrafo anterior los totales

7/ Véase nota 2/ en página 2.
8/ Véase nota 4/ en página 2.

para el período y para la cohorte son siempre iguales cuando se emplea este procedimiento de la determinación de las fechas toda vez que no se produzca una variación distributiva a través del tiempo (siempre y cuando $\mu_1' = 0$)

El segundo tipo de fórmula general

El primer tipo de fórmula general resulta engorrosa para ajustes que no fueren lineales y para los efectos de intentar verificar la traslación de la media. En razón de que las mediciones estadísticas básicas son momentos relativos, fue necesario desarrollar las fórmulas de nuevo, usando esta vez un polinomio separado para el total, y una proporción de ese total para cada edad separada. Como en el caso anterior

$$B(0,T) = \Sigma b_x(T-x) = \Sigma b_x(T) - \Sigma x b_x'(T) + \ldots + (-1)^n \Sigma \frac{x^n}{n!} \cdot b_x^{(n)}(T)$$

Si $b_x(T) = \beta(0,T) \cdot p_x(T)$, en que $p_x(T)$ es la proporción de la edad total en la edad x, entonces:

$$b_x^{(n)}(T) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \beta^{(i)}(T) \cdot p_x^{(n-i)}(T)$$

$$B(0,T) = [\beta] \cdot \left[\Sigma p - \Sigma x p' + \Sigma \frac{x^2 p''}{2!} - \ldots + (-1)^n \Sigma \frac{x^n p^{(n)}}{n!} \right] - [\beta'] \left[\Sigma x p - \Sigma x^2 p' + \Sigma \frac{x^3 b''}{2!} - \ldots + (-1)^{n-1} \Sigma \frac{x^n p^{(n-1)}}{(n-1)!} \right] + \left[\frac{\beta''}{2!} \right] \cdot \left[\Sigma x^2 p - \Sigma x^3 p' + \Sigma \frac{x^4 p''}{2!} - \ldots + (-1)^{n-2} \Sigma \frac{x^n p^{(n-2)}}{(n-2)!} \right]$$

donde todas las funciones son para la cohorte T y β es el momento cero. Sintetizando $\Sigma x^r p_x(T)$ por $\mu_r(T)$, el convencional momento r-ésimo al origen, se tiene

$$B(0,T) = [\beta] \cdot \left[1 - \mu_1' + \frac{\mu_2''}{2!} - \ldots + (-1)^n \frac{\mu_n^{(n)}}{n!} \right] - [\beta'] \left[\mu_1 - \mu_2' + \frac{\mu_3''}{2!} - \ldots + (-1)^{n-1} \frac{\mu_n^{(n-1)}}{(n-1)!} \right] + \left[\frac{\beta''}{2!} \right] \cdot \left[\mu_2 - \mu_3 + \frac{\mu_4''}{2!} - \ldots + (-1)^{n-2} \frac{\mu_n^{(n-2)}}{(n-2)!} \right]$$

y así sucesivamente.

En consecuencia

$$B(0,T) = \sum_{i=0}^{n} \left\{ \frac{\beta^{(i)}(0,T)}{i!} \cdot \left[\sum_{j=0}^{n-i} \frac{(-2)^{i+j}}{i!} \mu_{i+j}(j)\ (T) \right] \right\}$$

y $B(r,T)$ es igual a la misma expresión pero con el orden del momento incrementada en $(i+j+r)$.

Ejemplificación del segundo tipo de fórmula general

Consideremos primero el período total como expresión de la cohorte total, bajo el supuesto que $\beta\ (0,T)$ es lineal y todas las proporciones son fijas. Para el año cuando la cohorte T tiene 0 años se tiene $B(0,T) = \beta(0,T) - \mu(T).\beta'(0,T)$. Usando el mismo artificio anterior, el total para el año cuando la cohorte T tiene la edad media μ, es

$$B(0,T+\mu) = \beta(0,T+\mu) - (T+\mu).\beta'(0,T+\mu) = \beta\ (0,T) + \mu\ (T).$$
$$.\beta'(0,T) = \beta\ (0,T).$$

Esto no constituye ninguna sorpresa. Es el mismo resultado ya obtenido anteriormente, porque los supuestos son un caso especial de los anteriores de linealidad. Si, sin embargo, suponemos que las proporciones $p_x(T)$, como las $\beta\ (0,T)$, son lineales, nos lleva a un caso cuadrático en $b_x(T)$. El supuesto que todas las $p_x(T)$ son lineales muestra que $\mu_1(T)$ y $\mu_2(T)$ son también lineales y que las derivadas segundas y superiores son nulas. La fórmula tiene la forma

$$B(0,T) = \left[\beta\ (0,T)\right] . \left[1-\mu_1(T)\right] + \left[\beta'(0,T)\right] . \left[\mu_2'\ (T) - \mu_1'(T)\right]$$

Reemplazando $(T+\mu_1)$ por T en la ecuación anterior y simplificando se obtiene $B(0,T+\mu_1) = \beta\,(1-\mu_1' + \delta\,.\gamma)$ donde todas las funciones son para la cohorte T, γ variancia de la cohorte y δ es $\left[\beta'(0,T)\right] / \left[\beta\ (0,T)\right]$, esto es el cambio proporcional en la cohorta total. La diferencia entre este resultado y el obtenido en la fórmula del primer tipo es $\delta\ .\gamma'$. Este término, que es de segundo orden, es adecuado para indicar las consecuencias del supuesto lineal inicial.

Derivación de la fórmula de traslación para la media y la variancia

Con la fórmula obtenida en el párrafo anterior podemos trasladar los valores para el primer y segundo momento del período y obtener para la distribución del período la media (M_1) y la variancia $(V = M_2 - M_1)$. La intuición y la experiencia sugieren que la fuente principal de discrepancias entre la media del período y de la cohorte y entre la variancia del período y de la cohorte, sería una variación en la cohorte total. De este modo el autor considera el caso de un cambio lineal en el momento cero fijando las proporciones, debiendo para ello hacer las correspondientes determinaciones de las fechas en $(T + \mu_1)$. $B(1,T) = \beta(0,T) . \mu_1(T) - \beta'(0,T) . \mu_2(T)$. Reemplazando $(T + \mu_1)$ por T, y simplificando, obtenemos

$$B(1,T+\mu_1) = (\beta + \mu_1 \beta') . (\mu_1) - (\beta') . (\mu_2) = \beta\mu_1 - (\beta + \mu_1 \beta') .$$

$$. (\mu_1) - (\beta') . (\mu_2) = \beta\mu_1 -$$

$$-\beta'(\mu_2 - \mu_1^2) = \beta\mu_1 - \beta'\gamma.$$

Usando el mismo supuesto que en el párrafo precedente, obtenemos $B(0,T + \mu_1) = \beta(0,T)$. Acordando que

$$M_1(T+\mu_1) = \mu_1 \left(1 - \delta \frac{\gamma}{\mu_1} \right)$$

Así la distorción de la media del perírodo a partir de la media de la cohorte depende del cambio relativo anual en la suma, ponderado por el coeficiente de variación. Por un proceso similar se puede determinar que $M_2(T+\mu_1) = \mu_2 - \delta(\mu_3 - \mu_1\mu_2)$. Entonces la variancia del período determinado en el tiempo en $T+\mu_1$ es:

$$V(T+\mu_1) = M_2(T+\mu_1) - M_1 2 (T+\mu_1) = (\gamma). (1 - \delta a_3 \sigma - \delta^2\gamma)$$

donde σ es la desviación standard (raíz cuadrada de la variancia) y a_3 es la común medida (simetría) (el momento de orden 3 respecto de la media dividido por el cubo de la desviación standard) . La razón principal para justificar la fórmula última es para corregir un error publicado (1960, p 121, n.6). En general esta fórmula documenta el aserto que el autor ha hecho en diversas oportunidades en el sentido de que la media del período es una versión distorsionada de la media de la cohorte, a causa de la variación temporal en la suma de la cohorte. Empíricamente esta fórmula no es tan satisfactoria como la que se obtiene por translación del momento cero.

Uso de las fórmulas en el análisis

Un aspecto evidente e importante en este punto es el del por qué es necesario preocuparse de determinar las interrelaciones entre series cronológicas de los parámetros de períodos y de cohortes, cuando la única situación en que es posible computar los parámetros referidos a las cohortes es aquella en que los parámetros del período también existen. Al intentar resolver el problema, el primer aserto del autor fue que las fórmulas de traslación pueden ser empleadas para facilitar la determinación del nivel normal de fecundidad. Sólo en un sentido especial es verdadero que existan datos tanto desde el punto de vista de las cohortes como desde el punto de vista de los períodos. No es posible computar parámetro alguno de cohortes con exactitud si la cohorte no ha completado la actividad sometida a estudio, y esto puede ocurrir mucho tiempo después de haberse producido el momento de actividad máxima. Dado que a medida que se tabulan los datos van surgiendo nuevas funciones cronológicas por edades para cada año, existe entonces, una tendencia, que es fácil de entender, a usar parámetros cronológicos con fines de análisis aún cuando se sepa perfectamente (cosa que aún no se logra del todo) que son reflejos distorsionados del comportamiento de las cohortes. Si los parámetros de las cohortes fueran igualmente convenientes, probablemente se los preferiría. Ahora las fórmulas de traslación indican cuando es factible el usar una serie del período como si estuviera referida a las cohortes, cuando dicha inferencia no ofrece garantías, y cual es la magnitud de la distorsión.

Es posible también emplear las fórmulas de traslación para calcular los parámetros de las cohortes a partir de parámetros del período, y obtener, de esta suerte, una información que permita completar la experiencia truncada de las cohortes de edades más bajas. En dos documentos 9/ 10/ el autor muestra cómo emplear este procedimiento para evitar el dilema de índole analítico que plantean, por una parte, los índices del período recientes pero distorsionados, y por otra parte, los índices menos recientes o incompletos referidos a cohortes. El procedimiento no constituye una solución sin que deba darse algo a cambio. El problema radica en que es difícil de completar una función para las cohortes en las edades más avanzadas al mismo tiempo que se consideran los posibles cambios en la distribución que, en si,

9/ Véase nota 3/ en página 2.
10/ Véase nota 4/ en página 2.

son difíciles de percibir cuando se estudia una experiencia diferencialmente incompleta. La aplicación de las fórmulas de traslación a los parámetros del período constituye una de las maneras de usar toda la información disponible para evitar mal aprovechamiento de los datos. Aún más: los índices empleados en las fórmulas ofrecen menos variaciones de un período al siguiente de las que ofrecen las componentes de distribución de una cohorte a la siguiente.

Empleo de las fórmulas para efectuar proyecciones

El método corriente para efectuar proyecciones hace uso de las componentes de las cohortes o de las edades. Como se dejara dicho, las suposiciones relativas a los cambios temporales en las distribuciones de las cohortes son difíciles de formular a base de información fragmentaria. Las proyecciones de las componentes por edad tienden a desestimar las modificaciones distributivas que actúan sobre las cohortes que constituyen la muestra. Hay escasa lógica en la interrelación entre el comportamiento de una cohorte en un período y el comportamiento de la cohorte siguiente en el período siguiente. Por el contrario, las proyecciones de traslación pueden valerse de supuestos relativos a la duración en tiempo de la media y de la variancia de la cohorte que han sido planteadas para reflejar lo que se sabe acerca de los esquemas cambiantes de la edad fértil. El problema es llegar a determinar, mediante los métodos esbozados en el párrafo anterior, las tendencias actuales en la distribución de las cohortes, proyectándolas al futuro atendiendo a las suposiciones relativas a los movimientos del total, de la media y la variancia de la cohorte, y, acto seguido, mediante las fórmulas de traslación llegar a derivar en forma directa, de estos movimientos, los parámetros del período, necesarios para los fines de planificación. Esto no lleva necesariamente a obtener proyecciones más exactas, pero esas proyecciones, en todo caso, serán más ajustadas. Vale decir, los supuestos y las razones en que se fundan, se plantearán en función del comportamiento de las cohortes en lugar de ser planteadas en función de procedimientos operatorios convencionales.

Las fórmulas como interrelaciones

Cualquier fórmula aceptable no sólo es un auxiliar en el análisis estadístico o en la proyección práctica sino también una expresión de interrelaciones. Es una forma de distinguir entre las facetas de la realidad compleja que son de mayor importancia y las que son de menor importancia, del mismo modo en que la media y la variancia son abstracciones que corresponden a rasgos esenciales tomados de diversas distribuciones de frecuencia. A pesar de la prioridad analítica que merecen las cohortes y los períodos en el análisis de las series cronológicas, las fórmulas de traslación le confieren a ambas una mayor significación al señalar las implicaciones que tienen cada uno en los diversos tipos de cambios que experimenta el otro. La tarea fundamental de la demografía formal es la de transformar aquellas mediciones que tienen una conformación dada a otra que satisfaga diversos fines analíticos o de planificación. En el proceso, se produce, con frecuencia, un importante sub-producto, cual es el de revelar nuevos e interesantes aspectos que deberán ser estudiados de manera substantiva. En el caso presente, las fórmulas de traslación demuestran claramente en qué medida los cambios de distribución son un campo pertinente de estudio. Los esquemas por edades de la fecundidad de las cohortes, inter alia, son reconocidos, ahora, como rasgos esenciales de transiciones demográficas a corto y largo plazo; este reconocimiento, puede, al menos en parte, ser atribuido, a los vínculos entre los totales de períodos y la cambiante distribución temporal de una cohorte a otra.

El modelo de traslación (i)

Tal vez el uso más importante de las fórmulas de traslación sea en la confección de modelos de cambio demográfico[11/] Hasta ahora, pocos han sido los modelos diseñados para abarcar más allá de las manifestaciones más evidentes de las variaciones de las poblaciones en el curso del tiempo. La razón de esto estriba en el hecho de que las funciones de fecundidad y de mortalidad, por edad resisten la formulación matemática simple, y que los supuestos aritméticos adolecen del defecto de ser de difícil manejo y con tendencia a lo particular.

El modelo de traslación para los cambios demográficos se funda en la diferencia entre el comportamiento de una serie de cohortes a través del tiempo, y las manifestaciones de ese comportamiento en períodos sucesivos, como dos modalidades para representar la misma experiencia. Estas modalidades difieren por el hecho de que la primera considera los datos con la

11/ Ver nota 5/ en página 2.

configuración más adecuada para el análisis de los determinantes en tanto que la segunda considera los datos con la configuración más adecuada para el análisis de las consecuencias. La construcción de modelos se opone a la posición demográfica típica. En lugar de tomar un conjunto de datos y obtener de ellos la información acerca de los procesos vitales determinantes, que después devienen en el tema de los "estudios de población", el constructor de modelos comienza con aquellos procesos y muestra qué consecuencias se desprenden de ellos.

En este documento, el modelo de traslación parece ofrecer mayor economía en el planteamiento de lo que es posible con esquemas que usan los componentes de edad de la fecundidad, mortalidad y de población, para cada período de tiempo. Es más simple cuanto que obvia el detalle implícito de la suposición propio de la técnica de componentes, y su forma parece más elegante. Está en el espíritu de LOTKA: mostrar la dependencia última de los nacimientos, muertes y población por edad, en los procesos subyacentes de fecundidad y mortalidad (que en sus modelos, eran procesos de las cohortes).

El modelo de traslación (ii)

El modelo comienza con un N° base de nacimientos para establecer el tamaño inicial de la cohorte inicial. Los tamaños relativos a la edad cero de las cohortes sucesivas son una interrelación reproductiva neta que implica tres componentes: 1) la proporción de la cohorte que sobrevive hasta la edad media de reproductividad P; 2) la tasa bruta de reproducción de la cohorte, R; 3) una traslación de esta tasa bruta de reproducción, R_0=RP, que representa los nacimientos que se producen durante el transcurso de un número de años, en el número apropiado de nacimientos en un año dado. Si se da los supuestos acerca de una serie cronológica de P, R, y A (la edad media de reproductividad neta) es posible determinar la serie cronológica de nacimientos año a año. 12/

...

12/ Resulta evidente del planteamiento matemático ofrecido arriba que la tasa neta de reproducción de la cohorte no es apropiado. Tal vez no esté muy claro que la tasa neta de reproducción referida al período convencional es igualmente inadecuada. Las proporciones de supervivencia adecuadas para ser empleadas, edad por edad, son las de las respectivas cohortes y no las de la sección transversal sintética derivadas de las tasas de mortalidad de un período. En resumen, las proporciones de supervivencia de una cohorte son sometidas a traslación y sólo se relacionan remotamente con las proporciones de supervivencia del período.

Una vez que se ha determinado el tamaño inicial de cada cohorte sucesiva es simple calcular lo que puede llamarse el tamaño de la población para cada cohorte -la suma de sus años-personas de vida- al aceptar una determinada trayectoria para la expectativa de vida de la cohorte al nacer, E. El tamaño de la cohorte es el producto de su tamaño inicial, B y E. Ahora bien, la estructura por edades en un período es una traslación de la estructura por edad de la cohorte. Considerada como una estructura por edad, la población en cualquier punto de tiempo es una sección transversal de las cohortes consideradas como distribuciones por edad de sus personas-años de exposición. De ahí que el número de personas (o, con más propiedad, personas-años) en un período, sea el número de personas-años de la cohorte sometidas a traslación. Esta traslación depende de la cambiante distribución de la edad de las personas-años de la cohorte, que es a su vez una simple función de la cambiante distribución por edad de la mortalidad de la cohorte.

El modelo de traslación (iii)

En último término, el número de muertes en una cohorte es igual a su tamaño inicial, B. El número de muertes en un período es una traslación de ésto, y en que el cambio que se produce en la edad media de mortalidad de cohorte en cohorte desempeña un papel fundamental en la fórmula de traslación. De ahí que, en resumen el modelo emplea la traslación a tres niveles: 1) para establecer los nacimientos de año a año; 2) para establecer las series de personas-años (población) de año en año; 3) para establecer las muertes de año en año; en cada caso en función de derivadas respecto a t de la media de la distribución adecuada por edad de la cohorte. Las tres series son formalmente interdependientes, como cabría esperar atendiendo la relación íntima que existe entre el cambio de población y el número de nacimientos y de muertes. La decisión de basar el modelo en procesos de la cohorte se justifica en virtud de la prioridad analítica de las mediciones de la cohorte[13/]. También se justifica en virtud de la simplicidad de las interrelaciones entre números de cohorte y procesos de cohorte. La posibilidad de obtener la cadena de consecuencias expresadas en

---

13/ "Cohort Analysis," International Encyclopaedia of the Social Sciences. Forthcoming.

nacimientos para el período, muertes para el período, y tamaños de población para el período, se obtiene, en ausencia de distribuciones por edad de la fecundidad y mortalidad por edad, merced a las fórmulas de traslación. La traslación es un aspecto necesario en el empleo de mediciones sumarias de las distribuciones de fecundidad (como R y A) y las distribuciones de mortalidad (como P y E). Estos a su vez permiten, en razón de su simplicidad, la flexibilidad en el desarrollo del modelo y confieren un carácter más general a las suposiciones.

Hay que hacer presente, además, que los parámetros de la distribución por edades, como su media y variancia, pueden ser obtenidos por traslación de movimientos de los parámetros equivalentes de cohortes y que las proporciones en el caso de lapsos de edades dados, de período a período, pueden ser obtenidos haciendo la traslación de poblaciones definidas por límites de cohortes (edades). Para cerrar esta exposición, el autor plantea que el procedimiento de la traslación constituye un substituto factible para los modelos a base de componentes, y que pueden producir resultados importantes dentro de una estructura flexible para la experimentación.

Las fórmulas de traslación para las mediciones de mortalidad

El desarrollo de los procedimientos de traslación ha resultado más difícil en el caso de las funciones de mortalidad que en el caso de las funciones de fecundidad, pues los índices de los primeros son multiplicativos mientras que los índices de los últimos son aditivos. Los índices para la mortalidad referida a las cohortes y a los períodos se construyen a partir de una superficie común que puede ser representada de diversas maneras atendiendo a funciones de tablas de vida como ${}_nm_x$ ó ${}_np_x$. El índice de mortalidad más usado es el de la expectativa de vida al nacer. Constituye dicho índice una suma, pero de ${}_nL_x$, o, en forma continua, la integral de l_x referida a todas las edades, en que la funoión l_x se desarrolla multiplicando a p_x en forma sucesiva. De ahí que las fórmulas de traslación indicadas arriba sean inaplicables. Es posible adelantar algo merced a la conversión de los sucesivos procesos de multiplicación en una suma de logaritmos, derivando así una expresión que origina el log l_x. Siguiendo esta línea, el autor determinó que el (período l_x) = (la cohorte $l_x)^{1-a}$, al suponer que el cambio en el colog ${}_{1}m_x$ para todas las edades era lineal, y el período se fijó en relación a la edad media de la función colog ${}_{1}m_x$. (Para lograr esto se recurrió a la aproximación analítica para l_x en función de m_x). El autor se propone realizar experimentos con fórmulas como estas, pues estima que el proceso de la mortalidad es una función más típicamente demográfica que el proceso de la fecundidad. El mismo tipo de procedimiento multiplicativo actúa también en el caso de la nupcialidad, cuando se plantea como una consecuencia de, digamos, la población soltera que a medida que se producen los primeros matrimonios, y en análisis pareados específicos de fecundidad.[14/]

El marco de aplicación de las fórmulas de traslación

El lector podría llegar a creer que este trabajo se ha referido a las fórmulas de traslación como si fueran útiles solo cuando se trata de medir la fecundidad. Es evidente que esto no es así. Los intentos para obtener inferencias para las cohortes típicas a partir de datos obtenidos en sección transversal que son específicos para algún intervalo de tiempo se ramifican a una amplia variedad de estudios sobre el comportamiento humano y otras formas de comportamiento. En un trabajo presentado en las reuniones del Population Association en el curso del año anterior el autor intentó indicar la amplitud del campo de trabajo del demógrafo.[15/] Estima el autor que los problemas de traslación inciden en cualquier contexto en que es posible aplicar el concepto de una población en su más amplio sentido. Uno de los mayores consuelos para un individuo que opera en el dominio abstracto de la metodología formal lo constituye el aspecto de que cualquier progreso que pueda alcanzarse tiene una aplicación potencial que rebasa el área substantiva en que pudiera haberse originado la investigación. Esto es lo que acontece en el caso de las fórmulas de la traslación demográfica.

14/ ..."The Structure and Tempo of Current Fertility," en Demographic and Economic Change in Developed Countries, pp.117-136. Report of the National Bureau of Economic Research. (Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1960).

15/ ..."Notes on the Concept of a Population," American Journal of Sociology, LXIX (5) (March, 1964): 447-463.