LA FORMACION DE LA FAMILIA Y LA FRECUENCIA CON QUE SE DAN DIVERSAS RELACIONES DE PARENTESCO

Leo A. Goodman
Nathan Keyfitz
Thomas W. Pullum

La FORMACION *de la* FAMILIA *y la* FRECUENCIA *con que se dan* DIVERSAS RELACIONES *de* PARENTESCO

CELADE

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA
Santiago de Chile, 1975

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA
CELADE: J.M. Infante 9. Casilla 91. Teléfono 257806
Santiago (Chile)
CELADE: Ciudad Universitaria Rodrigo Facio
Apartado Postal 5249
San José (Costa Rica)

AGRADECIMIENTOS

La investigación por L.A. Goodman fue respaldada en parte por el subsidio de investigación NSF GS 2818 de la División de Ciencias Sociales de la *National Science Foundation.* La investigación por N. Keyfitz fue respaldada por NSF Grant GZ 995 y NIH Research Contract 69-2200. La investigación por T.W. Pullum, fue realizada mientras era Visitante Asociado de Investigación en el Instituto de Población, de la Universidad de Filipinas, con el respaldo de la *Ford Foundation.*

Documento recibido el 19 de enero de 1970 y publicado en "Theoretical Population Biology", Vol. 5, N° 1, febrero de 1974.

Serie E, N° 21

INDICE

El estudio *La formación de la familia y la frecuencia con que se dan diversas relaciones de parentesco*, de Leo A. Goodman, Nathan Keyfitz y Thomas W. Pullum, que se publicó el año recién pasado, estamos seguros que llegará a constituir un texto fundamental, y por lo tanto imprescindible, en los cursos de demografía formal.

Con rigor, y al mismo tiempo, con claridad y elegancia los autores derivan sucesivamente una serie de expresiones que establecen las frecuencias esperadas de varias relaciones de parentesco necesarias en una población en la que han permanecido constantes sus leyes de fecundidad y de mortalidad. Tan elemental y claro es el razonamiento que muchos lectores se preguntarán cómo hasta ahora, después de tantos años transcurridos desde que Lotka planteó las primeras relaciones de este tipo, no se desarrollaron las expresiones que se presentan en el documento reconociendo, como se hace en el propio estudio, los hallazgos originales de Brass y Henry.

El Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) al seleccionar este trabajo para su edición en español tiene la seguridad de hacer un aporte importante, en el campo de la demografía formal, a los estudiosos de habla hispana. Espera, además, que la utilidad de las ideas del documento se extienda también al terreno de las aplicaciones. No es aventurado prever que las relaciones establecidas en el estudio podrán ser empleadas para realizar estimaciones sobre la fecundidad y la mortalidad a partir de información que se pueda recoger en una población acerca de las relaciones de parentesco.

Jorge L. Somoza

RESUMEN

Un conjunto de tasas de fecundidad y de mortalidad por edad implica un número esperado de parientes. Una niña o mujer, seleccionada al azar en una población cuyas tasas de fecundidad y de mortalidad están dadas, puede esperarse que tenga un número determinado de hermanas mayores, de hermanas menores, de sobrinas, primas, etc. En este documento se presentan expresiones que establecen esos valores esperados, tanto para el caso del total de parientes tenidos cuanto de sobrevivientes. Se examinan también fórmulas que dan las probabilidades de tener viva la madre, la abuela, la bisabuela y la tatarabuela de una niña o mujer según la edad de ésta. Los métodos son aplicables para determinar el tamaño de la familia nuclear y extendida. Todas las fórmulas han sido escritas en programas de computación, y en este documento se presentan ejemplos numéricos de su aplicación.

INTRODUCCION

Si en dos comunidades las tasas de mortalidad son iguales, las niñas de la comunidad cuyo nivel de fecundidad sea mayor es de esperar que tengan más hermanas y tías. Por el contrario, si las tasas de fecundidad son iguales, las niñas de la comunidad de menor mortalidad es más probable que tengan a la madre o la abuela viva. Mostraremos aquí cómo calcular valores esperados y probabilidades para éstas y diversas otras relaciones de parentesco; daremos también expresiones para calcular el tamaño medio de la familia nuclear y extendida.

Los resultados estarán basados en un régimen dado y fijo de mortalidad y de fecundidad representado por:

a) La probabilidad que una niña recién nacida sobreviva a la edad x, simbolizada por l_x. Esto es lo mismo que la columna de sobrevivientes de la tabla de vida cuando la raíz l_0 se hace igual a 1. Si la tasa de mortalidad por edad en el intervalo de edades t a $t+dt$ es μ_t (por unidad de tiempo) entonces $l_x = \exp(-\int_0^x \mu_t dt)$. Así, dar las tasas de mortalidad por edad μ_t (para $0 \leqslant t < \infty$) es equivalente a dar la probabilidad de sobrevivencia l_x (para $0 \leqslant x < \infty$).

b) La probabilidad que una mujer de edad x tenga un hijo en los próximos dx años (esto es, en el intervalo de edades desde x a $x+dx$) simbolizada por $m_x dx$. Designaremos las edades menor y mayor del período de vida reproductiva

α y β, respectivamente. Esto es $m_x = 0$ para $x < \alpha$ y $x > \beta$, con fecundidad positiva sólo dentro de los límites de variación $\alpha \leqslant x \leqslant \beta$. (Suponemos que m_x es una función integrable de x. Si además suponemos que m_x es una función continua, tenemos entonces que poner $m_x = 0$ para $x \leqslant \alpha$ y $x \geqslant \beta$, con $m_x > 0$ para $\alpha < x < \beta$).

Las tasas de mortalidad y de fecundidad serán tomadas como fijas. Veremos qué conclusiones sobre tamaño de familia y relaciones de parentesco se derivan de un régimen dado de mortalidad y fecundidad, si suponemos que el régimen se aplica independientemente a los individuos considerados. Calcularemos cuántas hermanas, tías, abuelas, etc., habrá de acuerdo con diferentes regímenes. Aunque la técnica que se presenta puede ser extendida para estimar el número esperado de hermanas, etc., en un régimen cambiante, no abordaremos aquí ese problema.

Nuestros resultados dan un modelo para el estudio de comunidades reales. Si el régimen de fecundidad y de mortalidad es conocido (y si varios supuestos sobre el régimen son ciertos) no se necesitan entonces más datos empíricos para determinar el número esperado de sobrinas de una mujer de 45 años, o la probabilidad de que su madre esté viva. En una comunidad de alta mortalidad será frecuente la orfandad; nuestros cálculos muestran cuán común, dados los regímenes de fecundidad y mortalidad (y siempre que los varios supuestos sobre el régimen sean ciertos).

Si el régimen no es conocido y se pueden recoger datos sobre el número medio de sobrinas de mujeres de 45 años y otras edades, sobre la proporción de individuos que tienen su madre viva, y asuntos similares, nuestras fórmulas entonces pueden ser consideradas como ecuaciones cuyas incógnitas son las tasas de fecundidad y mortalidad por edad. Dejamos para otra ocasión el examen de las condiciones en las cuales podrían ser resueltas y el método de solución. Basta decir aquí que nuestros resultados pueden ser aplicados a dos tipos de problemas opuestos: encontrar los valores esperados de varias relaciones de parentesco implícitos en las l_x y m_x dadas, e inferir la l_x y m_x de las frecuencias observadas de las varias relaciones de parentesco.

Nuestro razonamiento, con alguna modificación, es aplicable tanto a hombres como a mujeres, y sólo a fin de concretar la exposición serán consideradas única y reiteradamente las mujeres.

1. DESCENDIENTES DIRECTOS

Si una mujer de edad a nos habla en un momento t, no hay ninguna duda que está viva, y puede considerarse que ha estado expuesta en todo momento a la fecundidad de la población de la cual ella es un miembro seleccionado al azar. Si la fecundidad es $m_x\,dx$ para el intervalo de edades x a $x + dx$, entonces el número total esperado de niños que dicha mujer ha tenido lo da la integral

$$\int_{\alpha}^{a} m_x\,dx. \tag{1.1.a}$$

Hemos integrado con respecto a x, la edad de la madre en el parto, entre α, la edad fértil más baja, y a, la edad presente de la mujer. Si m_x es la tasa de dar a luz hijas mujeres, entonces la integral da el número esperado de ellas; para una edad $a > \beta$, esto es, para una mujer que ha pasado el período de vida reproductiva, la integral dará la cantidad que en demografía se conoce como la tasa bruta de reproducción, la cual se aplica a las mujeres que sobreviven pasado el período de vida reproductiva. Si m_x son las tasas de fecundidad para niños de ambos sexos y $a > \beta$, la integral es entonces conocida como la tasa global de fecundidad. (En los cálculos que siguen se toma m_x como la tasa de dar a luz hijas mujeres).

La probabilidad de que una hija, nacida cuando su madre tenía una edad x, esté viva cuando su madre tiene una edad a, depende de la supervivencia a través de un período de a-x años: una probabilidad l_{a-x}. De ahí, la probabilidad de que una hija nazca de una mujer entre la edad x y $x + dx$, y que la hija sobreviva al momento t, cuando la madre tenga a años, es $m_x\, dx\, l_{a-x}$. (Suponemos a lo largo del razonamiento que la probabilidad de supervivencia a través de a-x años es l_{a-x}, la que es independiente de que la madre esté aún viva a la edad a, y también es independiente de otros factores). Así, obtenemos la siguiente fórmula para el número esperado de hijas vivas que una mujer de edad a ($a > \alpha$) tendrá en un momento t:

$$\int_{\alpha}^{a} l_{a-x} m_x \, dx. \tag{1.1.b}$$

Expresión deducida por Brass (1953), y utilizada por él para estimar la mortalidad durante los primeros años de vida.

Avancemos ahora dos generaciones y busquemos el número esperado de nietas vivas en un momento t, cuando la mujer tiene una edad a. Al pasar de una edad x a $x + dx$ se espera que una mujer tenga $m_x\, dx$ hijas. Considérese una de éstas. La probabilidad que la hija sobreviva a la edad y y después tenga una hija, es $l_y\, m_y\, dy$. Luego el número esperado de nietas, hasta el momento t, a través de la hija nacida a la edad x de la mujer original, debe ser $\int_{\alpha}^{a-x} l_y m_y \, dy$. En vista que $m_x\, dx$ es el número esperado de hijas tenidas por la mujer original a la edad x a $x + dx$, obtenemos la siguiente fórmula para el número esperado de nietas nacidas hasta el momento t:

$$\int_{\alpha}^{a} \left[\int_{\alpha}^{a-x} l_y m_y \, dy\right] m_x \, dx. \tag{1.2.a}$$

Para calcular el numero esperado de nietas aún vivas en el momento t, necesitamos introducir en la expresión anterior una probabilidad de supervivencia para el período desde el nacimiento al momento t, esto es, a través de a-x-y años desde el nacimiento. Esto se obtiene como la diferencia entre los años a, la edad presente de la abuela, y los $x + y$ años que pasaron desde el nacimiento de la abuela al nacimiento de su nieta. La integral interior de (1.2.a) debe ser multiplicada por la probabilidad l_{a-x-y} a fin de determinar el número esperado de nietas vivas en el momento t:

$$\int_{\alpha}^{a} [\int_{\alpha}^{a-x} l_y m_y l_{a-x-y}\, dy]\, m_x\, dx. \qquad (1.2.b)$$

El razonamiento puede repetirse para otras generaciones sucesivas. El número esperado de hijas nacidas a la edad x a $x + dx$ es siempre $m_x\, dx$; el número esperado de las que entre éstas tendrán hijas a la edad y es $l_y m_y dy$; el número esperado de las que entre éstas (hijas de las hijas) a su vez tendrán hijas a la edad z es $l_z m_z dz$. Para un valor particular de x, y y z el número esperado de bisnietas es

$$l_z m_z\, dz\, l_y m_y\, dy\, m_x\, dx.$$

Ahora, los intervalos de edad pertinentes son: para la edad x de α a a; para la edad y de α a $a-x$, y para la edad z de α a $a-x-y$. Obtenemos, entonces, la fórmula siguiente, para el número esperado de bisnietas nacidas hasta el momento t:

$$\int_{\alpha}^{a} [\int_{\alpha}^{a-x} [[\int_{\alpha}^{a-x-y} l_z m_z\, dz]]\, l_y m_y\, dy]\, m_x\, dx. \qquad (1.3.a)$$

Para obtener el número esperado de bisnietas que sobreviven hasta el momento t, se introduciría un factor $l_{a-x-y-z}$ en la más interna de las integrales, lo que nos daría (1.3.b).

Por medio de reglas que resultarán ahora fáciles de percibir, podríamos obtener las fórmulas correspondientes a generaciones posteriores que designaríamos como (1.4.a), (1.4.b), (1.5.a), etc.

Mediante el empleo de un programa de computación, descrito en el Apéndice, hemos estimado los valores esperados de descendientes directos utilizando supuestos de poblaciones estables para los Estados Unidos (1967), Venezuela (1965) y Madagascar (1966).

Los datos básicos que se ingresan en el programa de computación para estos países fueron tomados de Keyfitz y Flieger (1971), págs. 360, 376, 312). Como lo indica el cuadro 1, estos conjuntos de datos representan tres patrones de fecundidad y mortalidad, típicos y opuestos. Los Estados Unidos muestran baja mortalidad y baja fecundidad; Venezuela, baja mortalidad, pero alta fecundidad; Madagascar, alta mortalidad y alta fecundidad.

Cuadro 1

MEDIDAS DE FECUNDIDAD Y MORTALIDAD EN TRES PAISES SELECCIONADOS

	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
Tasa bruta de reproducción	1,26	3,13	3,29
Esperanza de vida al nacer (población femenina)	74,22	67,70	38,48

Presentamos en los cuadros 2a, 2b y 2c los resultados obtenidos mediante las fórmulas 1.1.a y b, 1.2.a y b, y 1.3.a y b, respectivamente, las cuales dan el número esperado de descendientes femeninos nacidos total y aún vivos según la edad de la mujer. Como es muy pequeña la fecundidad antes de los 15 años, los primeros valores positivos para nietas se producen a los 30 años. De un modo similar, ya que la mayor parte del período reproductivo ha terminado hacia los 45 años, el número eventual de nietas tenidas debe estabilizarse aproximadamente a la edad de 90 años a un nivel equivalente al producto de la tasa bruta de reproducción (toda vez que la mujer considerada ha sobrevivido el período reproductivo de la vida) por la tasa neta de reproducción (ya que sus hijas pueden no haber sobrevivido). Para los tres países considerados, estos números asintóticos son 1,5246; 8,8579; 6,1852, respectivamente. En los cuadros se presentan valores sólo hasta los 85 años, porque no disponemos de los correspondientes a tasas de sobrevivencia más allá de esa edad.

Los números de descendientes tenidos de Venezuela y Madagascar, exceden a los de Estados Unidos, debido a sus altas tasas de fecundidad; pero la alta mortalidad de Madagascar reduce grandemente el número de sobrevivientes. Por ejemplo, de acuerdo con el régimen de mortalidad de este país una mujer de 75 años puede esperarse que haya perdido 40 por ciento de sus nietas, en tanto que en los Estados Unidos una mujer de la misma edad habrá perdido menos del 4 por ciento. Consecuencias similares de las leyes básicas de fecundidad y mortalidad podrán apreciarse en todos nuestros resultados.

Cuadro 2a

NUMERO ESPERADO DE HIJAS TENIDAS Y SOBREVIVIENTES DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, EN TRES PAISES SELECCIONADOS

Edad	Hijas tenidas			Hijas sobrevivientes		
	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
15	0,0021	0,0046	0,0076	0,0021	0,0043	0,0056
20	0,1678	0,3163	0,3533	0,1639	0,2946	0,2607
25	0,5923	1,0791	1,0906	0,5784	1,0038	0,7928
30	0,9401	1,8729	1,7948	0,9172	1,7387	1,2765
35	1,1336	2,4615	2,4912	1,1043	2,2786	1,7301
40	1,2276	2,9178	2,9411	1,1932	2,6914	1,9710
45	1,2534	3,0812	3,1795	1,2143	2,8269	2,0324
50	1,2551	3,1220	3,2587	1,2105	2,8430	1,9600
55	1,2551	3,1267	3,2888	1,2028	2,8184	1,8441
60	1,2551	3,1267	3,2888	1,1916	2,7801	1,7048
65	1,2551	3,1267	3,2888	1,1752	2,7294	1,5693
70	1,2551	3,1267	3,2888	1,1511	2,6617	1,4386
75	1,2551	3,1267	3,2888	1,1166	2,5670	1,3084
80	1,2551	3,1267	3,2888	1,0672	2,4334	1,1681
85	1,2551	3,1267	3,2888	0,9964	2,2580	1,0073

Cuadro 2b

NUMERO ESPERADO DE NIETAS TENIDAS Y SOBREVIVIENTES DE UNA *MUJER, SEGUN SU EDAD,* EN TRES PAISES SELECCIONADOS

Edad	Nietas tenidas			Nietas sobrevivientes		
	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
30	0,0004	0,0014	0,0019	0,0003	0,0013	0,0014
35	0,0149	0,0508	0,0477	0,0146	0,0473	0,0352
40	0,0982	0,3211	0,2618	0,0959	0,2989	0,1916
45	0,3109	1,0395	0,7609	0,3036	0,9667	0,5513
50	0,6288	2,2586	1,5553	0,6136	2,0979	1,1122
55	0,9558	3,8064	2,5604	0,9319	3,5296	1,8011
60	1,2161	5,4152	3,6120	1,1839	5,0102	2,4868
65	1,3836	6,8043	4,5384	1,3442	6,2762	3,0376
70	1,4704	7,7946	5,2402	1,4242	7,1587	3,3813
75	1,5066	8,3893	5,7003	1,4528	7,6582	3,5123
80	1,5188	8,6890	5,9613	1,4550	7,8645	3,4723
85	1,5218	8,8093	6,0886	1,4441	7,8799	3,3203

Cuadro 2c

NUMERO ESPERADO DE BISNIETAS TENIDAS Y SOBREVIVIENTES DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, EN TRES PAISES SELECCIONADOS

Edad	Bisnietas tenidas			Bisnietas sobrevivientes		
	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
45	0,0000	0,0003	0,0004	0,0000	0,0003	0,0003
50	0,0014	0,0088	0,0070	0,0014	0,0082	0,0052
55	0,0128	0,0752	0,0508	0,0125	0,0700	0,0372
60	0,0599	0,3522	0,2083	0,0585	0,3277	0,1518
65	0,1821	1,1122	0,5933	0,1778	1,0342	0,4291
70	0,4035	2,6477	1,3126	0,3938	2,4597	0,9400
75	0,7054	5,1078	2,4117	0,6879	4,7395	1,7064
80	1,0333	8,3875	3,8382	1,0068	7,7709	2,6751
85	1,3282	12,1272	5,4468	1,2923	11,2130	3,7245

2. PROGENITORES DIRECTOS

Se requiere un enfoque diferente para establecer la probabilidad de que un progenitor dado de una niña esté vivo. Tomemos al azar una niña de edad a, de entre todas las de esa edad de una población, y busquemos la probabilidad de que su madre esté viva.

Si la madre tenía una edad x en el momento que dio a luz a la niña que ahora tiene la edad a, entonces la probabilidad de que la madre esté viva ahora es l_{a+x} / l_x. Designemos $M_1(a)$ la probabilidad de que la madre esté viva ahora e indiquemos con $W(x|t-a)$ la distribución por edad (en el momento $t-a$) de las mujeres que dieron a luz una hija en el momento $t-a$. Encontramos que

$$M_1(a) = \int_{\alpha}^{\beta} (l_{a+x}/l_x)\, W(x|t-a)\, dx.$$

Se justifica el uso de la fórmula arriba escrita si suponemos que: a) la probabilidad l_{a+x}/l_x se aplica a cada mujer de edad x que dio a luz una hija en un momento $t-a$, y b) que la distribución por edades (en el momento $t-a$) de las mujeres que dieron a luz una hija en el momento $t-a$, es igual a $W(x|t-a)$, condicionada a que la hija esté con vida en el momento t.

Si la población que consideramos es estable, $W(x|t-a)$ no dependerá de t-a, y entonces podemos reemplazar $W(x|t\text{-}a)$ por

$$W(x) = l_x m_x e^{-rx},$$

donde r es la tasa intrínseca de crecimiento natural. Así, en este caso, la probabilidad $M_1(a)$ que la madre esté viva ahora es (Lotka, 1931)

$$M_1(a) = \int_{\alpha}^{\beta} (l_{a+x}/l_x)\, W(x)\, dx = \int_{\alpha}^{\beta} l_{a+x} m_x e^{-rx}\, dx. \qquad (2.1).$$

Expresión utilizada por Henry (1960), para estimar la mortalidad en una población que carecía de registros de defunciones.

Si la población que consideramos no es estable, las fórmulas para $W(x|t\text{-}a)$ y $M_1(a)$ diferirán de las del párrafo precedente. En este caso, la distribución por edades observada (en un momento t-a) de las mujeres que dieron a luz una hija en un momento t-a podría usarse como $W(x|t\text{-}a)$ en la fórmula para $M_1(a)$, presentada anteriormente; o, si no se conoce la distribución por edades observada, se puede usar otro tipo de información demográfica para estimarla. Por ejemplo, si designamos con $B(t)$ el número de niñas nacidas en un momento t, podemos estimar $W(x|t\text{-}a)$ mediante

$$W(x|t-a) = B(t-a-x)\, l_x m_x \Big/ \int_{\alpha}^{\beta} B(t-a-x)\, l_x m_x\, dx.$$

Nótese que el denominador en la expresión escrita arriba será igual a $B(t-a)$ si: a) tomamos las B como números esperados, y b) los regímenes descritos por las l_x y m_x son aplicables a todas las niñas nacidas en un momento $t-a-x$ (para $\alpha < x < \beta$). Por supuesto que aquí nos interesa el caso donde $t \geqslant a+\beta$.

Para la validez del argumento son esenciales tanto la selección aleatoria de la niña considerada como la constancia de las leyes de fecundidad y de mortalidad. Si la niña de edad a tuviera poca salud esto es, una mortalidad superior a la promedia, y si la salud de madres e hijas estuvieran correlacionadas, entonces esa niña tendría una probabilidad menor que el promedio de tener la madre viva. Nótese que hemos supuesto además que las varias generaciones que entran en cada expresión están independientemente sujetas a las leyes de mortalidad y fecundidad que se han adoptado. Por otra parte la población se considera cerrada a la migración.

La misma técnica puede extenderse a generaciones anteriores y la utilizaremos para encontrar la probabilidad de que una niña de edad a, tomada al azar de una población de régimen fijo de mortalidad, tenga viva la abuela materna.

Si la madre tenía una edad x en el momento que dio a luz a la niña que ahora tiene la edad a, entonces la probabilidad condicional que la abuela materna esté ahora viva es igual a la probabilidad $M_1(a+x)$ que la madre de una mujer de edad $a+x$ (esto es, la madre de la madre de la niña) esté todavía viva. Para la niña de edad a, designemos con $M_2(a)$ la probabilidad de que su abuela materna esté aún viva. Entonces obtenemos la expresión:

$$M_2(a) = \int_{\alpha}^{\beta} M_1(a+x)\, W(x \mid t-a)\, dx,$$

donde $W(x \mid t\text{-}a)$ es la distribución por edades definida en la sección anterior.

De una manera similar, y considerándose sólo las ascendientes maternas directas de cada generación, para una niña de edad a, designemos con M_3 (a) y M_4 (a) las probabilidades de que su bisabuela y tatarabuela maternas, respectivamente, estén vivas ahora. Encontramos las expresiones

$$M_3(a) = \int_{\alpha}^{\beta} M_2(a+x)\, W(x \mid t-a)\, dx,$$

$$M_4(a) = \int_{\alpha}^{\beta} M_3(a+x)\, W(x \mid t-a)\, dx.$$

Consideraciones similares llevan a la relación general recurrente:

$$M_i(a) = \int_{\alpha}^{\beta} M_{i-1}(a+x)\, W(x \mid t-a)\, dx,$$

donde $M_i(a)$ es la probabilidad de que esté viva en el momento t la progenitora femenina de la generación de orden i.*(Se consideran solamente las ascendientes maternas directas de cada generación).

Si la población considerada es estable, entonces $W(x \mid t-a)$ puede ser reemplazada por la cantidad $W(x)$ definida anteriormente, y las fórmulas de arriba pueden simplificarse de la siguiente manera:

$$M_2(a) = \int_{\alpha}^{\beta} M_1(a+x)\, W(x)\, dx, \tag{2.2}$$

$$M_3(a) = \int_{\alpha}^{\beta} M_2(a+x)\, W(x)\, dx, \tag{2.3}$$

$$M_4(a) = \int_{\alpha}^{\beta} M_3(a+x)\, W(x)\, dx. \tag{2.4}$$

En los cuadros 3a y 3b, se dan los valores numéricos de las probabilidades de que la madre, la abuela, la bisabuela y la tatarabuela de una mujer, según su edad, esté viva, en los ejemplos ilustrativos de población estable que se han considerado. A la edad exacta 0, esto es en el momento del nacimiento, la probabilidad de que la madre esté viva es necesariamente 1 (la unidad). Esta probabilidad disminuye muy

* *Nota del traductor:* Se presenta en el texto otra expresión para designar la progenitora femenina de la generación de orden i, aprovechando la circunstancia de que en el idioma inglés cada generación anterior, a partir de la abuela, tiene una denominación que se forma por la anteposición de la palabra "great". Así, bisabuela se dice "great-grandmother", tatarabuela "great-great-grandmother", etc. Empleando una forma análoga a la que se utiliza en matemáticas para indicar una potencia puede, por lo tanto, escribirse la expresión "great^{i-2}-grandmother" para designar a la progenitora femenina de la generación de orden i. No cabe una traducción literal al español de esta forma de expresión.

lentamente en las condiciones de baja mortalidad de los Estados Unidos y Venezuela, de modo tal que el nivel 0,50 es alcanzado a las edades de 53 y 50 años, respectivamente, en esos dos países, pero sólo a la edad de 34 años en Madagascar.

Cuadro 3a

PROBABILIDADES DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, DE TENER LA MADRE Y LA ABUELA SOBREVIVIENTES EN TRES PAISES SELECCIONADOS

Edad	Probabilidad de tener la madre viva			Probabilidad de tener la abuela viva		
	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
0	1,0000	1,0000	1,0000	0,9193	0,8673	0,5999
5	0,9946	0,9895	0,9256	0,8790	0,8125	0,5190
10	0,9870	0,9756	0,8523	0,8232	0,7424	0,4329
15	0,9758	0,9569	0,7817	0,7485	0,6557	0,3438
20	0,9594	0,9317	0,7126	0,6532	0,5532	0,2564
25	0,9356	0,8971	0,6421	0,5385	0,4383	0,1773
30	0,9014	0,8502	0,5660	0,4108	0,3186	0,1121
35	0,8527	0,7879	0,4806	0,2815	0,2055	0,0639
40	0,7846	0,7073	0,3855	0,1652	0,1120	0,0321
45	0,6931	0,6083	0,2859	0,0756	0,0478	0,0136
50	0,5769	0,4921	0,1922	0,0230	0,0141	0,0044
55	0,4393	0,3591	0,1160	0,0035	0,0022	0,0008
60	0,2975	0,2226	0,0611	0,0001	0,0001	0,0000
65	0,1629	0,1029	0,0286	0,0000	0,0000	0,0000
70	0,0443	0,0259	0,0086	0,0000	0,0000	0,0000
75	0,0006	0,0005	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000

El nivel 0,50 para la abuela materna es alcanzado a una edad que es menor a las anteriores en casi exactamente el valor del intervalo entre dos generaciones. Toma los valores de 27,22 y 6 años en los tres países citados, respectivamente.

Una mujer de 25 años tiene aproximadamente una probabilidad tres veces mayor de tener su abuela materna viva si ella habita en los Estados Unidos en lugar de Madagascar.

Cuadro 3b

PROBABILIDAD DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, DE TENER LA BISABUELA Y LA TATARABUELA MATERNAS SOBREVIVIENTES EN TRES PAISES SELECCIONADOS

Edad	Probabilidad de tener la bisabuela viva			Probabilidad de tener la tatarabuela viva		
	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
0	0,5069	0,3974	0,1636	0,0493	0,0303	0,0089
5	0,3881	0,2902	0,1069	0,0205	0,0124	0,0037
10	0,2716	0,1931	0,0642	0,0068	0,0041	0,0013
15	0,1690	0,1140	0,0349	0,0017	0,0010	0,0003
20	0,0899	0,0577	0,0168	0,0003	0,0002	0,0001
25	0,0386	0,0239	0,0070	0,0000	0,0000	0,0000
30	0,0123	0,0076	0,0023	0,0000	0,0000	0,0000
35	0,0026	0,0016	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000
40	0,0003	0,0002	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000

Aplicando la fórmula (2.3) hemos calculado que una niña en el momento de nacer tiene una probabilidad de tener con vida a su bisabuela (en la línea femenina) equivalente a 0,5069 en los Estados Unidos, 0,3974 en Venezuela y 0,1636 en Madagascar. Como cada persona tiene cuatro bisabuelas, a través de los padres y abuelos de ambos sexos, podemos estimar la probabilidad de que *una o más* de las bisabuelas esté viva (en el momento del nacimiento de la mujer considerada) como $1\text{-}(1\text{-}0{,}5069)^4 = 0{,}94$ en los Estados Unidos y solamente $1\text{-}(1\text{-}0{,}1636)^4 = 0{,}51$ en Madagascar. Tal estimación es inexacta puesto que supone la misma tasa neta de maternidad (o de paternidad), tanto para hombres como para mujeres. Sin embargo, uno puede inferir que la alta tasa de fecundidad y mortalidad en las sociedades tradicionales restringirá la formación de hogares extendidos linealmente. Sean cuales fueren las normas culturales que favorecen tales estructuras, en una situación de alta mortalidad, normalmente el número de generaciones contemporáneas será pequeño.

3. HERMANAS

Que una mujer tenga hermanas menores depende en parte de la sobrevivencia de su madre a partir de su propio nacimiento en contraste con lo que ocurre en relación con las hermanas mayores. Por esta razón, consideramos separadamente las hermanas mayores de las menores. Nuestro primer paso es encontrar cuántas hermanas mayores puede esperarse que tenga una niña cuya edad actual sea a. Como antes, suponemos que la niña nació cuando su madre tenía una edad x. En ese momento podría esperarse que la madre hubiera tenido $\int_{\alpha}^{x} m_y\,dy$ niñas. Entonces encontramos que el número esperado de hermanas mayores está dado por

$$S(a) = \int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{\alpha}^{x} m_y\, dy\right] W(x \mid t-a)\, dx,$$

donde $W(x \mid t\text{-}a)$ es la distribución por edades definida en la sección precedente. Si la población considerada es estable, la fórmula anterior puede ser reemplazada por:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{\alpha}^{x} m_y\, dy\right] W(x)\, dx, \tag{3.1.a}$$

donde $W(x)$ es la distribución definida también en la sección citada. Nótese que (3.1.a) no depende de la edad a de la niña que estamos considerando.

A fin de encontrar el número de hermanas mayores que están actualmente vivas se repite el mismo razonamiento, aunque introduciendo ahora un factor que tome en cuenta la sobrevivencia de ellas. La niña nacida cuando su madre tenía y años, $(y<x)$ es $x-y$ años mayor que su hermana que ahora tiene a años de edad, de modo que la hermana mayor debe tener la edad $a+x-y$ años en el momento t, si ella está viva. Por lo tanto, un factor de sobrevivencia l_{a+x-y} debe incluirse en la más interna de las integrales:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{\alpha}^{x} m_y l_{a+x-y}\, dy\right] W(x)\, dx. \tag{3.1.b}$$

Para calcular el número de hermanas menores se requiere una ligera modificación algebraica. La probabilidad de que la madre viva desde la edad x (cuando tuvo la hija que ahora tiene una edad a, en el momento t, que es nuestro punto de partida) hasta la edad $z\,(z>x)$, y luego dé a luz una hija en el intervalo de z a $z+dz$ es $(l_z/l_x)\, m_z\, dz$. El número esperado de estas hijas a lo largo de los a años de posible exposición al riesgo de tener hijas es:

$$\int_{x}^{a+x} (l_z/l_x)\, m_z\, dz \;=\; \int_{0}^{a} (l_{x+y}/l_x)\, m_{x+y}\, dy.$$

De donde se deduce que el número esperado de hermanas menores es:

$$S'(a) = \int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{0}^{a} (l_{x+y}/l_x)\, m_{x+y}\, dy\right] W(x\,|\,t-a)\, dx,$$

siendo reemplazada esta fórmula para la población estable, por

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{0}^{a} (l_{x+y}/l_x)\, m_{x+y}\, dy\right] W(x)\, dx. \tag{3.2.a}$$

Un factor l_{a-y} en la más interna de las integrales tomará en cuenta la sobrevivencia al momento t de las hermanas menores:

$$\int_{\alpha}^{\beta} [\int_{0}^{a} (l_{x+y}/l_x)\, m_{x+y} l_{a-y}\, dy]\, W(x)\, dx. \qquad (3.2.b)$$

Nótese que el valor l_x, en el denominador, se anula con el l_x que está incluido en $W(x)$, para dar una forma alternativa de (3.2.a) y (3.2.b).

Advertimos que en el modelo usual de crecimiento de población, la tasa de fecundidad m_x de una mujer de edad x puede depender de la edad de la mujer (es decir, es una tasa por edad), pero no depende de característica otra alguna de la mujer y, en particular, no depende del hecho de si esa mujer de edad x dio o no a luz durante los nueve meses precedentes al momento considerado. En otras palabras, el período de embarazo y el de amenorrea post-parto es uno de los fenómenos que en el modelo usual de crecimiento de población no se toma en cuenta. Para simplificar hemos utilizado ese modelo a lo largo del trabajo, a pesar de darnos cuenta que un modelo más completo (que considerara, entre otras cosas, el período de embarazo) nos conduciría a fórmulas que diferirían algo de las presentadas aquí. Por ejemplo, las fórmulas (3.2.a) y (3.2.b) diferirían porque una hermana menor de la mujer considerada no puede nacer dentro de aproximadamente un año a contar del momento del nacimiento de ésta. También diferirían por esa razón las fórmulas relacionadas con las que se examinan, y que aparecen en las secciones 4, 5 y 6.

En el cuadro 4 figuran algunos resultados numéricos correspondientes a esta sección. Hemos combinado los resultados para las hermanas mayores y menores, presentando simplemente el número total de hermanas. Este número es más de dos veces mayor en Venezuela y Madagascar que en los Estados Unidos. El noventa por ciento del número total eventual de hermanas de una mujer es alcanzado a la edad de 12 años en los Estados Unidos y a la edad de 15 años en Venezuela y Madagascar, lo que refleja la mayor varianza en la edad de reproducción en los dos últimos países.

El número de hermanas sobrevivientes alcanza su culminación a las edades 25-30 años en los Estados Unidos y Venezuela, y antes, a los 15-20 años, en Madagascar. El número de hermanas aún vivas es mayor en Madagascar que en los Estados Unidos hasta la edad de 51 años, a partir de la cual el efecto de la mayor mortalidad domina el efecto de la mayor fecundidad, de modo tal que, para la edad más alta (85 años), una mujer de los Estados Unidos tiene aproximadamente el doble de hermanas sobrevivientes que una de Madagascar.

Cuadro 4

NUMERO ESPERADO DE HERMANAS NACIDAS Y SOBREVIVIENTES DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, EN TRES PAISES SELECCIONADOS

	Hermanas nacidas			Hermanas sobrevivientes		
Edad	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
0	0,6103	1,3250	1,3804	0,5952	1,2281	0,9643
5	0,8860	1,9299	1,9484	0,8633	1,7852	1,3342
10	1,0837	2,4418	2,4147	1,0541	2,2518	1,6067
15	1,1902	2,7934	2,7351	1,1548	2,5648	1,7506
20	1,2351	2,9893	2,9172	1,1939	2,7275	1,7759
25	1,2485	3,0697	2,9999	1,2003	2,7761	1,7170
30	1,2508	3,0917	3,0296	1,1931	2,7617	1,6140
35	1,2509	3,0957	3,0378	1,1794	2,7186	1,4941
40	1,2509	3,0961	3,0393	1,1594	2,6558	1,3696
45	1,2509	3,0961	3,0393	1,1305	2,5704	1,2425
50	1,2509	3,0961	3,0393	1,0892	2,4556	1,1101
55	1,2509	3,0961	3,0393	1,0309	2,3040	0,9679
60	1,2509	3,0961	3,0393	0,9510	2,1094	0,8144
65	1,2509	3,0961	3,0393	0,8458	1,8680	0,6535
70	1,2509	3,0961	3,0393	0,7152	1,5801	0,4947
75	1,2509	3,0961	3,0393	0,5650	1,2545	0,3503
80	1,2509	3,0961	3,0393	0,4060	0,9147	0,2302
85	1,2509	3,0961	3,0393	0,2544	0,5980	0,1385

4. SOBRINAS

Tomemos nuevamente, como punto de partida, una mujer seleccionada al azar de edad a, nacida cuando su madre tenía una edad x, y pasemos a considerar el número de sobrinas nacidas de hermanas mayores. Una hermana mayor, nacida cuando su madre tenía una edad y, tiene un número esperado de hijas nacidas que vale $\int_{\alpha}^{a+x-y} l_z m_z \, dz$ (cuando $a+x-y > \alpha$). Así, mediante la introducción de este factor en la expresión (3.1.a), obtenemos la fórmula siguiente como expresión del número esperado de sobrinas nacidas de hermanas mayores:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \Big[\int_{\alpha}^{x} [\![\int_{\alpha}^{a+x-y} l_z m_z \, dz]\!] \, m_y \, dy \Big] \, W(x) \, dx. \qquad (4.1.a)$$

Si estamos interesados en el número esperado de estas sobrinas que están sobrevivientes al momento t, debe incluirse el factor $l_{a+x-y-z}$ en la más interna de las integrales:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \Big[\int_{\alpha}^{x} [\![\int_{\alpha}^{a+x-y} l_z m_z l_{a+x-y-z} \, dz]\!] \, m_y \, dy \Big] \, W(x) \, dx \qquad (4.1.b)$$

Reemplazando $W(x)$ por $W(x \mid t-a)$ se obtienen resultados para poblaciones no estables en (4.1.a) y (4.1.b), así como en la expresión (4.2.a) que se considera más adelante.

¿Qué podemos decir sobre las sobrinas nacidas de hermanas menores de la niña de edad a? A una hermana menor, nacida cuando su madre tenía una edad w ($w > x$), le corresponde un número esperado de hijas nacidas

$$\int_{\alpha}^{a-y} l_z m_z \, dz,$$

donde $y = w - x$ representa la diferencia en edad entre la niña cuya edad es a y su hermana menor cuya edad es $a-y$. Así, mediante la introducción de este factor en la expresión (3.2.a), obtenemos la siguiente fórmula que nos da el número esperado de sobrinas nacidas de hermanas menores

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{0}^{a} \left[\!\left[\int_{\alpha}^{a-y} l_z m_z \, dz\right]\!\right] (l_{x+y}/l_x)\, m_{x+y}\, dy\right] W(x)\, dx. \qquad (4.2.a)$$

Como se vio antes, el factor l_x, que aparece entre paréntesis, se puede anular con l_x contenido en $W(x)$, lo que da una forma alternativa de esta expresión. Si estamos interesados en el número de estas sobrinas que están vivas en el momento t, el factor l_{a-y-z} debe ser incluido en la más interna de las integrales de (4.2.a) con el fin de obtener (4.2.b).

En el cuadro 5 se muestran resultados numéricos para el total de sobrinas sumando las nacidas de hermanas mayores y menores. En razón de que esencialmente hemos realizado una convolución por dos veces de una función de fecundidad, la de la madre de la mujer considerada y la de sus hermanas, obtenemos una distribución de "tener sobrinas" que tiene una varianza mayor y que es menos asimétrica que la de "tener hijas". Además, la edad de una mujer a la cual la mitad de sus sobrinas ha nacido es, consecuentemente, cerca de dos años mayor que la edad a la cual ha tenido la mitad de sus propias hijas. Así, la mitad de las sobrinas de una mujer ha nacido cuando éstas alcanzan las edades de 26, 31 y 30 años para los Estados Unidos, Venezuela y Madagascar, respectivamente. El número de sobrinas aún vivas tiene un máximo a las edades de 55-60 años en los Estados Unidos y Venezuela y de 45-50 en

Madagascar; luego declina. Sin embargo, a la edad de 85 años una mujer en Madagascar aún tiene cerca de 50 por ciento más sobrinas vivas que una mujer en los Estados Unidos.

Cuadro 5

NUMERO ESPERADO DE SOBRINAS NACIDAS Y SOBREVIVIENTES DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, EN TRES PAISES SELECCIONADOS

	Sobrinas nacidas			Sobrinas sobrevivientes		
Edad	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
0	0,0092	0,0536	0,0616	0,0090	0,0498	0,0446
5	0,0336	0,1712	0,1661	0,0328	0,1592	0,1198
10	0,0954	0,4434	0,3820	0,0931	0,4120	0,2735
15	0,2203	0,9659	0,7632	0,2150	0,8968	0,5417
20	0,4228	1,8105	1,3407	0,4124	1,6791	0,9415
25	0,6844	2,9637	2,0897	0,6671	2,7447	1,4468
30	0,9558	4,3023	2,9260	0,9306	3,9767	1,9885
35	1,1853	5,6378	3,7395	1,1522	5,1971	2,4802
40	1,3467	6,7923	4,4344	1,3058	6,2380	2,8500
45	1,4420	7,6580	4,9578	1,3932	6,9961	3,0622
50	1,4891	8,2197	5,3067	1,4310	7,4538	3,1206
55	1,5086	8,5342	5,5129	1,4382	7,6586	3,0562
60	1,5151	8,6847	5,6206	1,4277	7,6804	2,9086
65	1,5169	8,7451	5,6701	1,4048	7,5774	2,7114
70	1,5173	8,7648	5,6899	1,3699	7,3820	2,4864
75	1,5173	8,7700	5,6968	1,3200	7,1017	2,2433
80	1,5173	8,7710	5,6987	1,2504	6,7287	1,9848
85	1,5173	8,7712	5,6992	1,1568	6,2496	1,7121

5. TIAS MATERNAS

El número de tías maternas de una niña de edad a depende del número de hermanas que su madre haya tenido. Consideremos, primero, las hermanas mayores de la madre. En la sección 3, $S(a)$ se utilizó para designar el número esperado de hermanas mayores de una niña o mujer de edad a. Si la niña de edad a nació en el momento t-a de una madre de edad x (en el momento t-a), el número esperado de hermanas mayores de la madre es $S(a+x)$. Así, el número esperado de tías maternas (de la niña de edad a) que son mayores que su madre (esto es, el número esperado de hermanas mayores de la madre) es

$$\int_{\alpha}^{\beta} S(a+x) \; W(x \mid t-a) \, dx,$$

expresión que también puede escribirse

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{\alpha}^{\beta} \left[\!\left[\int_{\alpha}^{y} m_z \, dz \right]\!\right] W(y \mid t-a-x) \, dy \right] W(x \mid t-a) \, dx.$$

Para una población estable, la fórmula de arriba se reemplaza por

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{\alpha}^{\beta} \left[\!\left[\int_{\alpha}^{y} m_z \, dz \right]\!\right] W(y) \, dy \right] W(x) \, dx. \qquad (5.1.a)$$

Si queremos saber el número esperado de estas tías maternas que están vivas en el momento t, debemos introducir el factor $l_{a+x+y-z}$ en la más interna de las integrales, obteniendo así la expresión (5.1.b).

Consideremos ahora las hermanas menores de la madre. En la sección 3, $S'(a)$ designaba el número de hermanas menores de una mujer de edad a. Si la niña de edad a nació en el momento t-a de una madre de edad x (en el momento t-a), entonces el número esperado de hermanas menores de la madre será $S'(a+x)$. Así, el número esperado de tías maternas de la niña de edad a, que son menores que su madre (esto es, el número esperado de hermanas menores de la madre) es

$$\int_{\alpha}^{\beta} S'(a+x)\ W(x|\,t-a)\,dx,$$

la que puede también escribirse

$$\int_{\alpha}^{\beta} [\int_{\alpha}^{\beta} [\![\int_{0}^{a+x} (l_{y+w}/l_y)\, m_{y+w}\, dw]\!]\ W(y|t-a-x)\,dy]\ W(x|t-a)\,dx;$$

y para una población estable la fórmula anterior se reemplaza por

$$\int_{\alpha}^{\beta} [\int_{\alpha}^{\beta} [\![\int_{0}^{a+x} (l_{y+w}/l_y)\, m_{y+w}\, dw]\!]\ W(y)\,dy]\ W(x)\,dx. \quad (5.2.a)$$

Para calcular el número esperado de estas tías maternas que están vivas en el momento t, debe introducirse el factor l_{a+x-w} en la más interna de las integrales a fin de obtener la expresión (5.2.b).

El tipo de razonamiento desarrollado anteriormente podría servir para establecer el número esperado de tías abuelas maternas o la frecuencia de otras relaciones de parentesco similares.

En el cuadro 6 se muestran resultados numéricos para tías nacidas y tías sobrevivientes. Nótese, en primer lugar, que virtualmente todas las tías de una mujer ya han nacido en el momento en que ella alcanza la edad de 15 años. En forma más precisa, todas las tías de una mujer deben haber nacido en el momento en que ella alcanza la edad β-2α. A fin de demostrar esto supongamos que una mujer nace en el momento T. Su primera nieta nacerá no antes del año $T+2\alpha$ y su última hija nacerá no después del momento $T+\beta$. La última hija será la tía menor de la primera nieta y nacerá cuando su nieta alcance una edad $(T+\beta) - (T+2\alpha) = \beta-2\alpha$, o menor. (En razón de que el valor de β no es el mismo en los ejemplos numéricos, han resultado algunos números pequeños de nuevas tías más allá de la edad de 15 años para Venezuela y Madagascar).

En segundo lugar, el número eventual de tías esperado es idéntico al de las hermanas. Esto es simplemente porque las tías de una mujer son las hermanas de su madre; observación que será utilizada más adelante en la sección 7 de este documento.

Cuadro 6

NUMERO ESPERADO DE TIAS NACIDAS Y SOBREVIVIENTES DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, EN TRES PAISES SELECCIONADOS

Edad	Tías nacidas			Tías sobrevivientes		
	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
0	1,2417	3,0400	2,9745	1,1891	2,7257	1,6379
5	1,2491	3,0804	3,0173	1,1846	2,7204	1,5462
10	1,2507	3,0929	3,0332	1,1694	2,6745	1,4315
15	1,2509	3,0957	3,0379	1,1455	2,6001	1,3059
20	1,2509	3,0961	3,0390	1,1112	2,4981	1,1739
25	1,2509	3,0961	3,0391	1,0631	2,3643	1,0357
30	1,2509	3,0961	3,0391	0,9975	2,1934	0,8910
35	1,2509	3,0961	3,0391	0,9112	1,9817	0,7417
40	1,2509	3,0961	3,0391	0,8027	1,7298	0,5923
45	1,2509	3,0961	3,0391	0,6741	1,4443	0,4502
50	1,2509	3,0961	3,0391	0,5320	1,1399	0,3231
55	1,2509	3,0961	3,0391	0,3877	0,8387	0,2174
60	1,2509	3,0961	3,0391	0,2551	0,5666	0,1361
65	1,2509	3,0961	3,0391	0,1480	0,3460	0,0785
70	1,2509	3,0961	3,0391	0,0739	0,1877	0,0413
75	1,2509	3,0961	3,0391	0,0311	0,0888	0,0196
80	1,2509	3,0961	3,0391	0,0108	0,0357	0,0083
85	1,2509	3,0961	3,0391	0,0029	0,0117	0,0030

En razón de que tan pocas tías de una mujer nacen después que la mujer misma, el número de tías sobrevivientes decrece monótonamente, en proporción aproximada a la probabilidad que la madre esté viva. En realidad, al momento en que una mujer nace, conforme al régimen supuesto para Madagascar, un 45 por ciento de sus tías ya han muerto. La edad de una mujer a la cual se puede esperar que la mitad de sus tías (nacidas alguna vez) estén vivas, es de 47, 43 y 6 años en los Estados Unidos, Venezuela y Madagascar, respectivamente. Una mujer en Madagascar puede esperar tener 2,4 veces más tías *nacidas* que una mujer en los Estados Unidos, pero dadas las mayores tasas de mortalidad tendrá de hecho menos tías *vivas* después de la edad de 23 años. En contraste con esta situación, una mujer en Venezuela espera tener 2,5 veces más tías nacidas que una norteamericana y a la edad de 50 años aún tendrá 2,1 veces más de tías sobrevivientes.

6. PRIMAS

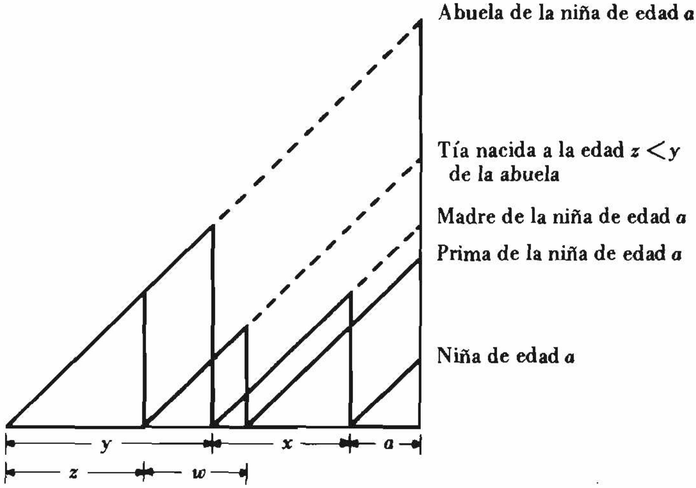
Consideremos ahora las primas maternas (esto es, las hijas de tías maternas). Nuevamente empezamos con una niña de edad a y nos preguntamos primeramente acerca del número de sus primas, hijas de las hermanas mayores de su madre. La probabilidad de que su madre tuviera la edad x a $x+dx$ al momento de su nacimiento es $W(x)\,dx$ y de que su abuela tuviera la edad y al momento del nacimiento de su madre es $W(y)\,dy$. (Esto es para el caso de una población estable; para aplicaciones a casos más generales, $W(x)$ y $W(y)$ serían reemplazadas por $W(x\,|\,t\text{-}a)$ y $W(y\,|\,t\text{-}a\text{-}x)$, respectivamente). La probabilidad de que su abuela tuviera una hija mayor a la edad z, donde $z < y$, es $m_z\,dz$. El número previsto de hijas que esta hermana mayor de su madre hubiera tenido, sería $l_w m_w dw$ sumado desde α hasta el momento presente, esto es $a+x+y-z$, usando nuevamente el artificio de contar el tiempo a través de las edades de las diferentes personas consideradas. A fin de encontrar la respuesta completa, necesitamos solamente multiplicar las probabilidades e integrar a lo largo de todas las edades posibles x (la edad de la madre al momento del nacimiento), y (la edad de la abuela al momento del nacimiento de la madre) y z (la edad de la abuela al momento del nacimiento de la hermana mayor de la madre) para obtener

$$\int_{\alpha}^{\beta} \left[\int_{\alpha}^{\beta} \left[\!\left[\int_{\alpha}^{y} \left(\int_{\alpha}^{a+x+y-z} l_w m_w \, dw\right) m_z \, dz\right]\!\right] W(y)\, dy\right] W(x)\, dx. \quad (6.1.\text{a})$$

El gráfico 1 puede ayudar a seguir las líneas de descendencia involucradas en este razonamiento.

Gráfico 1

DIAGRAMA DE LEXIS PARA UNA PRIMA, HIJA DE UNA HERMANA MAYOR DE LA MADRE, DE UNA NIÑA DE EDAD a



Para las primas cuya madre es menor que la madre de la niña de edad a, necesitamos solamente reemplazar la integral a lo largo de z. Tenemos que tomar en cuenta la sobrevivencia de la abuela hasta esa edad z y, con este propósito, reemplazamos m_z en la expresión anterior por $(l_z/l_y)m_z$. Además, los límites de la integración correspondientes tienen que ser modificados; en lugar de integrar entre α e y, debemos hacerlo entre y y $a+x+y$. Por lo tanto tenemos

$$\int_{\alpha}^{\beta} [\int_{\alpha}^{\beta} [\![\int_{y}^{a+x+y} (\int_{\alpha}^{a+x+y-z} l_w m_w \, dw) \frac{l_z}{l_y} m_z \, dz]\!] \, W(y) \, dy] \, W(x) \, dx, \tag{6.2.a}$$

para primas cuya madre es una hermana menor de la madre de la niña de edad a. La l_y del denominador puede simplificarse con la l_y contenida en $W(y)$.

La suma de las dos integrales da el número esperado de primas relacionadas a través de las hermanas de la madre de la persona considerada. Para obtener el número de sobrevivientes entre ellas, debemos introducir el factor $l_{a+x+y-z-w}$ en la más interna de las integrales

$$\int_{\alpha}^{\beta} [\int_{\alpha}^{\beta} [\![\int_{\alpha}^{y} (\int_{\alpha}^{a+x+y-z} l_w m_w l_{a+x+y-z-w}\, dw)\, m_z\, dz]\!]\, W(y)\, dy]\, W(x)\, dx \qquad (6.1.b)$$

para las primas a través de hermanas mayores de la madre, y

$$\int_{\alpha}^{\beta} [\int_{\alpha}^{\beta} [\![\int_{y}^{a+x+y} (\int_{\alpha}^{a+x+y-z} l_w m_w l_{a+x+y-z-w}\, dw) \frac{l_z}{l_y}\, m_z\, dz]\!]\, W(y)\, dy]\, W(x)\, dx \qquad (6.2.b)$$

para las primas a través de hermanas menores.

Cuadro 7

NUMERO ESPERADO DE PRIMERAS PRIMAS (HIJAS DE HERMANAS DE LA MADRE) NACIDAS Y SOBREVIVIENTES DE UNA MUJER, SEGUN SU EDAD, EN TRES PAISES SELECCIONADOS

Edad	Primas nacidas			Primas sobrevivientes		
	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
0	0,7332	3,5129	2,4824	0,7137	3,2437	1,6694
5	0,9666	4,6998	3,2129	0,9398	4,3291	2,1157
10	1,1701	5,8527	3,9064	1,1353	5,3729	2,5050
15	1,3224	6,8514	4,5006	1,2793	6,2605	2,7913
20	1,4207	7,6223	4,9601	1,3684	6,9197	2,9519
25	1,4754	8,1512	5,2811	1,4119	7,3324	2,9884
30	1,5016	8,4725	5,4833	1,4231	7,5239	2,9211
35	1,5123	8,6443	5,5981	1,4130	7,5393	2,7776
40	1,5160	8,7243	5,6566	1,3872	7,4212	2,5834
45	1,5170	8,7564	5,6833	1,3468	7,1964	2,3575
50	1,5173	8,7673	5,6940	1,2897	6,8749	2,1111
55	1,5173	8,7704	5,6978	1,2126	6,4553	1,8510
60	1,5173	8,7711	5,6990	1,1125	5,9327	1,5828
65	1,5173	8,7712	5,6993	0,9886	5,3074	1,3132
70	1,5173	8,7712	5,6993	0,8432	4,5915	1,0516
75	1,5173	8,7712	5,6993	0,6834	3,8130	0,8085
80	1,5173	8,7712	5,6993	0,5202	3,0158	0,5938
85	1,5173	8,7712	5,6993	0,3680	2,2535	0,4148

En el cuadro 7 figuran resultados numéricos derivados de la información de los tres países seleccionados.

En el momento del nacimiento, como se observó antes al considerar el número esperado de hermanas, es cuando se alcanza algo menos de la mitad del número eventual de primas que han de nacer. Utilizando el mismo tipo de razonamiento que para las tías, todas las primas de una mujer habrán nacido hacia el tiempo en que ella tiene la edad $(T+2\beta)-(T+2\alpha) = 2(\beta-\alpha)$, lo que es dos veces la edad a la cual todas sus hermanas habrán nacido. La edad a la cual una mujer tiene el mayor número de primas sobrevivientes es 30-35 años en los Estados Unidos y Venezuela, y 20-25 en Madagascar.

El número eventual de primas nacidas es idéntico al de sobrinas nacidas. Se observó en la sección 5 que el número eventual de tías y de hermanas nacidas era igual. La presente observación se deriva de aquélla, toda vez que las primas son las hijas de las tías y las sobrinas son las hijas de las hermanas. La ley que sigue el número de descendientes se hace más explícita en la sección 7.

7. NUMERO EVENTUAL ESPERADO DE PARIENTES

Cada niña nacida viva puede ser tomada como un origen o un punto de referencia en una línea de descendencia. Esto es, en el momento de nacer una niña representa una madre, una abuela materna, etc., y también un número esperado de hijas que se conoce como la tasa neta de reproducción *(N)*, un número esperado de nietas *(N^2)*, etc. En esta sección encontraremos que si uno conoce los valores numéricos de: a) la tasa neta de reproducción y b) el número eventual esperado de hermanas, entonces para una población estable se puede también calcular el número eventual esperado de cada una de las posibles categorías de parentesco.

Mediante el uso del término "número eventual esperado", queremos sólo significar que llevamos continuamente la cuenta de las personas que nacen en cada una de las relaciones de parentesco, tales como "tía" o "sobrina". No queremos decir que la mujer (para quien utilizaremos el término antropológico "ego") que define la estructura, vive hasta o más allá de alguna edad específica. Todos los nacimientos y muertes ocurren conforme con las reglas fijas descritas previamente. Las cantidades obtenidas no se refieren a una edad dada de ego y no son ni siquiera dependientes de que ella esté todavía viva.

En el gráfico 2 se muestra cómo se generan las frecuencias eventuales esperadas. El movimiento hacia abajo de cada

Gráfico 2

NUMERO ESPERADO EVENTUAL DE PARIENTES EN UNA POBLACION ESTABLE

Generaciones desplazadas desde ego	Línea principal	Línea de descendencia de las hermanas	Primeras primas	Segundas primas	Terceras primas
-3	1* (8)*	Tías bisabuelas: S (16)			
-2	1* (4)*	Tías abuelas: S (8)			S X N (32)
-1	Madre: 1* (2)*	Tías: S (4)		S X N (16)	S X N^2 (64)
0	Ego: 1* (1)*	Hermanas: S (2)	S X N (8)	S X N^2 (32)	S X N^3 (128)
1	Hijas: N (2)	Sobrinas: S X N (4)	S X N^2 (16)	S X N^3 (64)	S X N^4 (256)
2	N^2 (4)	S X N^2 (8)	S X N^3 (32)	S X N^4 (128)	S X N^5 (512)
3	N^3 (8)	S X N^3 (16)	S X N^4 (64)	S X N^5 (256)	S X N^6 (1024)

S = Número eventual esperado de hermanas, *N* = Tasa neta de reproducción. Los números entre paréntesis son sólo multiplicadores aproximados en un modelo de dos sexos, "*" indica que el número es exacto.

columna, de una generación a la siguiente, involucra simplemente la multiplicación del número precedente por la tasa neta de reproducción, *N*. La equivalencia del número esperado de hermanas, tías, tías abuelas, etc., puede requerir alguna justificación. Nótese que ego tiene una y sólo una madre, y esta mujer (la madre de ego) esperaría eventualmente tener tantas hermanas como ego en una población estable. Desde el punto de vista de ego las hermanas de su madre son sus tías. En forma similar se puede razonar para las tías abuelas, etc.

En el cuadro 8 se dan valores numéricos, para las celdas del gráfico 2, correspondientes a los tres conjuntos de datos utilizados antes en este documento. Las cantidades para hermanas, tías, sobrinas y primas concuerdan con las que se han dado antes en el caso de que la mujer hubiera sobrevivido hasta las edades más avanzadas. Por ejemplo, de acuerdo con las tasas para 1965 y 1967, una mujer venezolana esperará tener 31,5 veces más primas terceras (desplazado un tiempo cero) que una mujer de los Estados Unidos, y 12,7 veces más bisnietas.

Cuadro 8

CANTIDADES REPRESENTADAS EN EL GRAFICO 2, CALCULADAS PARA TRES PAISES

	Estados Unidos 1967	Venezuela 1965	Madagascar 1966
H	1,2509	3,0961	3,0393
$H \times N$	1,5173	8,7712	5,6992
$H \times N^2$	1,8404	24,8488	10,6871
$H \times N^3$	2,2324	70,3966	20,0404
$H \times N^4$	2,7079	199,4335	37,5797
$H \times N^5$	3,2846	564,9951	70,4694
$H \times N^6$	3,9842	1 600,6311	132,1442
N	1,2130	2,8330	1,8752
N^2	1,4714	8,0259	3,5164
N^3	1,7848	22,7374	6,5940

Todas las cantidades calculadas hasta aquí se han limitado a mujeres, relacionadas a través de mujeres. Si el sexo de la relación de parentesco es ignorado, y no se considera el sexo de la persona investigada, el número esperado de parientes aumenta rápidamente con la distancia de la relación. El factor mediante el cual cada frecuencia se incrementa es aproximadamente una potencia de dos, que depende de la razón entre sexos a diferentes edades. Cada celda del gráfico 2 contiene un número entre paréntesis que muestra el aumento en la frecuencia cuando el concepto de "madre" se generaliza al de "padre" sin distinción de sexo, el de "hermana" al de "hermano", el de "hija" a "hijo", etc. Nótese que con esta generalización, el número eventual esperado de *hermanos y hermanas* es sólo aproximadamente la mitad del número de *tíos y tías*, etc.

8. TAMAÑO MEDIO DE LA FAMILIA

Consideremos ahora familias que estén compuestas de un núcleo familiar de marido, mujer e hijos solteros (si hay alguno). Supóngase que todos los niños viven con sus padres hasta que se casan, y que a la información que hemos utilizado a lo largo de este documento, consistente de l_x y m_x, se agrega ahora una nueva información: la proporción de mujeres casadas entre todas las mujeres de edad a, representada por $P(a)$. Buscamos la proporción de mujeres casadas en el total de la población femenina; la recíproca de esta proporción será el número medio de mujeres por familia. (No contamos como familias separadas aquéllas en las cuales la esposa ha fallecido; su número está tomado en cuenta implícitamente como parte de algunas otras familias con esposa viva).

Sea $f(a \mid t)$ la distribución por edades de la población femenina en el momento t. Entonces la proporción de mujeres casadas en la población femenina es

$$\int_0^{\omega} P(a) f(a \mid t)\, da,$$

donde ω es la edad más alta a la cual alguien llega con vida. Para una población estable, $f(a \mid t)$ puede ser reemplazada por

$$f(a) = l_a e^{-ra} / \int_0^{\omega} l_x e^{-rx}\, dx.$$

En este caso, el número medio de mujeres por familia es

$$1/\int_0^{\omega} P(a)\, f(a)\, da. \tag{8.1}$$

Goodman (1953 y 1968) desarrolló expresiones para la razón entre sexos. Hasta donde las poblaciones están formadas por números aproximadamente iguales de hombres y de mujeres, el número medio de miembros de una familia nuclear, tanto de hombres como de mujeres, puede encontrarse mediante la multiplicación por 2 de la expresión anterior, obteniéndose así

$$2/\int_0^{\omega} P(a)\, f(a)\, da. \tag{8.2}$$

La fórmula (8.2) es aplicable cuando: a) cada mujer casada forma una familia; b) cada mujer soltera es miembro de la familia de alguna mujer casada (su madre o su madre adoptiva); c) cada hombre es miembro de la familia de alguna mujer casada (su madre, su madre adoptiva o su esposa). La suposición implícita es que los hijos ilegítimos están también incluidos en la familia de alguna mujer casada. Es necesario modificar (8.2), cuando las condiciones a), b) o c) no son satisfechas; pero no entraremos en los dètalles de esas modificaciones aquí.

Considérese ahora el caso de la familia extendida en oposición a la familia nuclear, donde: a) cada mujer casada forma una familia si su madre está muerta; b) cada mujer casada es un miembro de la familia de su madre si ésta está viva; c) cada mujer soltera es un miembro de la familia de alguna mujer casada (su madre o madre adoptiva); d) cada hombre es un miembro de la familia de alguna mujer casada (su madre, su madre adoptiva o su esposa). En este caso el tamaño medio de la familia está dado por la expresión

$$2/\int_0^{\omega} \left[1-\int_{\alpha}^{\beta} (l_{x+a}/l_x)\, W(x \mid t-a)\, dx\right] P(a)\, f(a \mid t)\, da,$$

donde $W(x\,|\,t\text{-}a)$ es la distribución por edades definida en secciones anteriores. La cantidad entre paréntesis de la fórmula anterior es la probabilidad de que esté muerta la madre de una mujer de edad a. Suponemos aquí que esta probabilidad no depende del hecho que la mujer de edad a esté casada. Si este supuesto no se satisface se requieren modificaciones en la fórmula, pero no nos ocuparemos de ellas aquí. Para una población estable, la fórmula de arriba que da el tamaño medio de la familia extendida, se reemplaza por

$$2/\int_0^{\omega} [1-\int_{\alpha}^{\beta} (l_{x+a}/l_x)\, W(x)\, dx]\; P(a)\, f(a)\, da, \tag{8.3}$$

donde $W(x)$ y $f(a)$ se calculan mediante las fórmulas dadas anteriormente.

Referimos al lector a Coale (1965) y Burch (1970) para resultados relacionados con los que acabamos de presentar sobre este punto, pero diferentes. Dichos autores proponen expresiones para el tamaño medio de la familia nuclear y extendida, conforme con supuestos algo más restringidos que los nuestros. Suponen que todas las mujeres se casan; que todos los casamientos tienen lugar exactamente a la edad media del matrimonio, y que todos los nacimientos ocurren a la edad promedio de dar a luz. Si estos supuestos no se cumplen (como de hecho sucede) las fórmulas utilizadas en las obras mencionadas pueden dar resultados incorrectos, pero las que se presentan aquí continuarán siendo aplicables.

SUMARIO

En este artículo se presentan algunas técnicas simples que pueden ser utilizadas a fin de establecer las frecuencias esperadas o las probabilidades correspondientes a varias relaciones de parentesco. Para las siguientes seis categorías estas frecuencias esperadas o probabilidades son dadas según la edad de una mujer: 1) hijas y otras descendientes; 2) madre y otras progenitoras; 3) hermanas; 4) sobrinas; 5) tías; 6) primas. En los casos 1) y de 3) a 6) los números esperados de nacidas y sobrevivientes son indicados con fórmulas designadas *a* y *b*, respectivamente. El método es aplicable a parientes más distantes y, con alguna modificación, a la línea masculina tanto como a la femenina. En la sección 7 mostramos que la eventual frecuencia esperada para cualquier posible relación de parentesco en una población estable, depende sólo de la tasa neta de reproducción y del número eventual esperado de hermanas. En la sección 8 damos fórmulas para el tamaño esperado de la familia nuclear y la extendida conforme con suposiciones simples sobre formación de familia.

Las aproximaciones numéricas a las integrales fueron calculadas utilizando como dato de entrada solamente las tasas por edad de fecundidad y mortalidad (véase el Apéndice). Los cómputos para la sección 8 requerirían, además, la proporción de mujeres casadas en cada intervalo de edad.

APENDICE

La fórmula (2.1), como ejemplo de una integral simple, estaba dada por la relación:

$$M_1(a) = \int_{\alpha}^{\beta} l_{a+x} m_x e^{-rx}\, dx. \tag{A.1}$$

Generalmente, no podemos evaluar las funciones l_x y m_x para valores arbitrarios de x, ya que la información se recoge, por lo usual, para intervalos quinquenales de edad. Así, cuando x es un múltiplo de 5, tenemos la función de la tabla de vida

$$_5L_y = \int_{y}^{y+5} l_x\, dx \tag{A.2}$$

y las tasas de fecundidad observadas para grupos quinquenales

$$_5F_y = \int_{y}^{y+5} m_x k_x\, dx \Big/ \int_{y}^{y+5} k_x\, dx \tag{A.3}$$

donde k_x es proporcional a la distribución por edades observada.

Extendemos algo el intervalo de integración redefiniendo α como el múltiplo de 5 más grande, que es menor o igual que la edad menor del intervalo de reproducción, y β como el menor múltiplo de 5 que es mayor o igual que la edad más alta del intervalo de reproducción. Entonces, si y se restringe a múltiplos de 5, podemos escribir nuevamente (A.1) como

$$M_1(a) = \sum_{y=\alpha}^{\beta-5} \int_{y}^{y+5} l_{a+x} m_x e^{-rx}\, dx. \tag{A.4}$$

En razón de que cada término de la función integranda es una función continua, podemos aplicar el teorema fundamental del cálculo integral a fin de obtener, para $y = \alpha, \alpha+5, \dots, \beta-5$, la relación

$$\begin{aligned} \int_{y}^{y+5} l_{a+x} m_x e^{-rx}\, dx &= m_{\bar{y}} e^{-r\bar{y}} \int_{y}^{y+5} l_{a+x}\, dx \\ &= m_{\bar{y}} e^{-r\bar{y}}\ {}_5L_{a+y}, \end{aligned} \tag{A.5}$$

donde $\bar{y}$ es algún número entre y e $y+5$, esto es $y \leqslant \bar{y} \leqslant y+5$. Suponemos además, primero, que $\bar{y} \doteq y+5/2$, y segundo que $m_{\bar{y}} \doteq m_{y+5/2} \doteq {}_5F_y$. La segunda suposición será cierta si m_x es constante entre y e $y+5$, aunque puede ser también verdadera conforme con otras condiciones, dependiendo de la distribución por edades dentro del intervalo. Así pues empleamos la siguiente aproximación para $M_1\ (a)$:

$$M_1(a) = \sum_{y=\alpha}^{\beta-5} e^{-r(y+5/2)}\ {}_5L_{a+y}\ {}_5F_y. \tag{A.6}$$

Las otras integrales simples (1.1.a) y (1.1.b) fueron evaluadas en forma análoga.

Indicaremos nuestra aproximación numérica a integrales dobles utilizando una forma general en lugar de una forma particular. Cada integral doble en este documento tiene la siguiente forma:

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} \left(\int_{b_1(x)}^{b_2(x)} f(x,y)\, dy\right) g(x)\, dx,$$

donde b_1 y b_2 son el menor y el mayor de los límites de integración de la integral interna y son ellos mismos funciones de x. Luego la integral interna puede ser resumida por un nuevo símbolo

$$I(x) \equiv \int_{b_1(x)}^{b_2(x)} f(x,y)\, dy,$$

que es una función de x, tal que

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} I(x)\, g(x)\, dx = \sum_{z=\alpha}^{\beta-5} \int_{z}^{z+5} I(x)\, g(x)\, dx,$$

donde α, β, y z son todos múltiplos de 5.

De nuevo ahora, aplicando el teorema fundamental del cálculo integral, toda vez que $I(x)$ es continua,

$$S = \sum_{z=\alpha}^{\beta-5} I(\bar{z}) \int_{z}^{z+5} g(x)\, dx$$

para una $\bar{z}$, $z \leqslant \bar{z} \leqslant z+5$. Nuestra información es tal que la $I(x)$ puede ser evaluada solamente para argumentos que son múltiplos de 5, de modo que nos aproximamos al valor de $I(\bar{z})$ haciendo $\frac{1}{2}\,[I(z) + I(z+5)]$. Esta aproximación será exacta si $I(x)$ es constante entre z y $z+5$, pero también puede ser exacta o más o menos precisa dependiendo de la configuración de las funciones que la componen.

Hemos ya mostrado cómo reducir integrales dobles a integrales simples, las que a su vez ya han sido examinadas; la reducción de integrales triples, etc., se efectúa en forma análoga, lo que no necesita ser detallado.

Hay dos caminos obvios para mejorar la calidad de estas aproximaciones. Uno puede suponer que dentro de los intervalos de cinco años l_x y m_x son lineales, cuadráticas, etc. En forma alternativa, las funciones ${}_5L_x$ y ${}_5F_x$ podrían ser ajustadas para edades singulares, o para intervalos de edad aún menores; y las sumas precedentes, establecidas para unidades de cinco años, deberían ser modificadas a fin de tomar en cuenta que la unidad de suma sería ahora la de un año.

El segundo camino es más simple en principio, pero hubiera requerido mucho tiempo de computador. Calculamos la probabilidad de tener una abuela sobreviviente (fórmula 2.2) con los datos de Venezuela de 1965, utilizando intervalos de cinco años e intervalos de años simples de edad, a fin de estimar el orden de aproximación de las sumas a lo largo de cinco años. En la tabla I se muestran nuestros resultados con tres decimales. Para cada edad parece que los cómputos hechos a intervalos de cinco años subestiman ligeramente el valor de la probabilidad verdadera de tener la abuela sobreviviente, por una cantidad que nunca excede de 0,004 en valor absoluto. La discrepancia podría presumiblemente ser mayor para nuestras integrales triples y cuádruples, y menor para las integrales simples.

Tabla I

COMPARACION DE LOS VALORES DE $M_2(a)$ CALCULADOS A INTERVALOS DE CINCO AÑOS Y A INTERVALOS DE UN AÑO. VENEZUELA, 1965, POBLACION FEMENINA

Edad exacta de la niña	(2.2) Probabilidades de tener la abuela sobreviviente calculadas a: Intervalos de cinco años de edad	Intervalos de un año de edad
0	0,867	0,869
5	0,812	0,814
10	0;742	0,745
15	0,656	0,659
20	0,553	0,556
25	0,438	0,442
30	0,319	0,322
35	0,206	0,209
40	0,112	0,114
45	0,048	0,049
50	0,014	0,015
55	0,002	0,002
60	0,000	0,000

El programa de computador que produjo los resultados numéricos de los cuadros 1-7, y que podría ser aplicado a cualquiera de las fórmulas de las secciones 1-6, fue escrito en FORTRAN IV, estando disponible, a solicitud del lector.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Brass, W., "The derivation of fertility and reproduction rates from restricted data on reproductive histories", en *Population Studies* 7, 1953, pp. 137-166.

Burch, T.K., "Some demographic determinants of average household size: An analytic approach", en *Demography* 7, 1970, pp. 61-70.

Coale, A.J., "Appendix: Estimates of average size of household", en *Aspects of the Analysis of Family Structure* (A.J. Coale, Ed.), Office of Population Research, Princeton, N.J., 1965, pp. 64-69.

Goodman, L.A., "Population growth of the sexes", en *Biometrics* 9, 1953, pp. 212-225.

Goodman, L.A., "Stochastic models for the population growth of the sexes", en *Biometrika* 55, 1968, pp. 469-487.

Henry, L., "Mesure indirecte de la mortalité des adultes", en *Population* 15$^{\underline{e}}$ année, 1960, pp. 457-465.

Keyfitz, N. y Flieger, W., *Population: Facts and Methods of Demography*, W.H. Freeman and Company, San Francisco, 1971.

Lotka, A.J., "Relation between birth rates and death rates", en *Science* N.S. 26, 1907, pp. 21-22.

Lotka, A.J., "Orphanhood in relation to demographic factors: A study in population analysis", en *Metron* 9, 1931, pp. 37-109.

Impreso en los Servicios de
Reproducción de CELADE.