

5 JUL. 1977

Kenneth H. Hill y James Trussell

(London School of Hygiene and Tropical Medicine)

**NUEVOS ADELANTOS EN LA ESTIMACION
INDIRECTA DE LA MORTALIDAD**

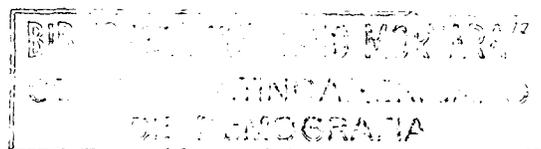
Traducción del artículo *Further Developments in
Indirect Mortality Estimation*, mayo de 1976, inédito



Serie D, N° 89

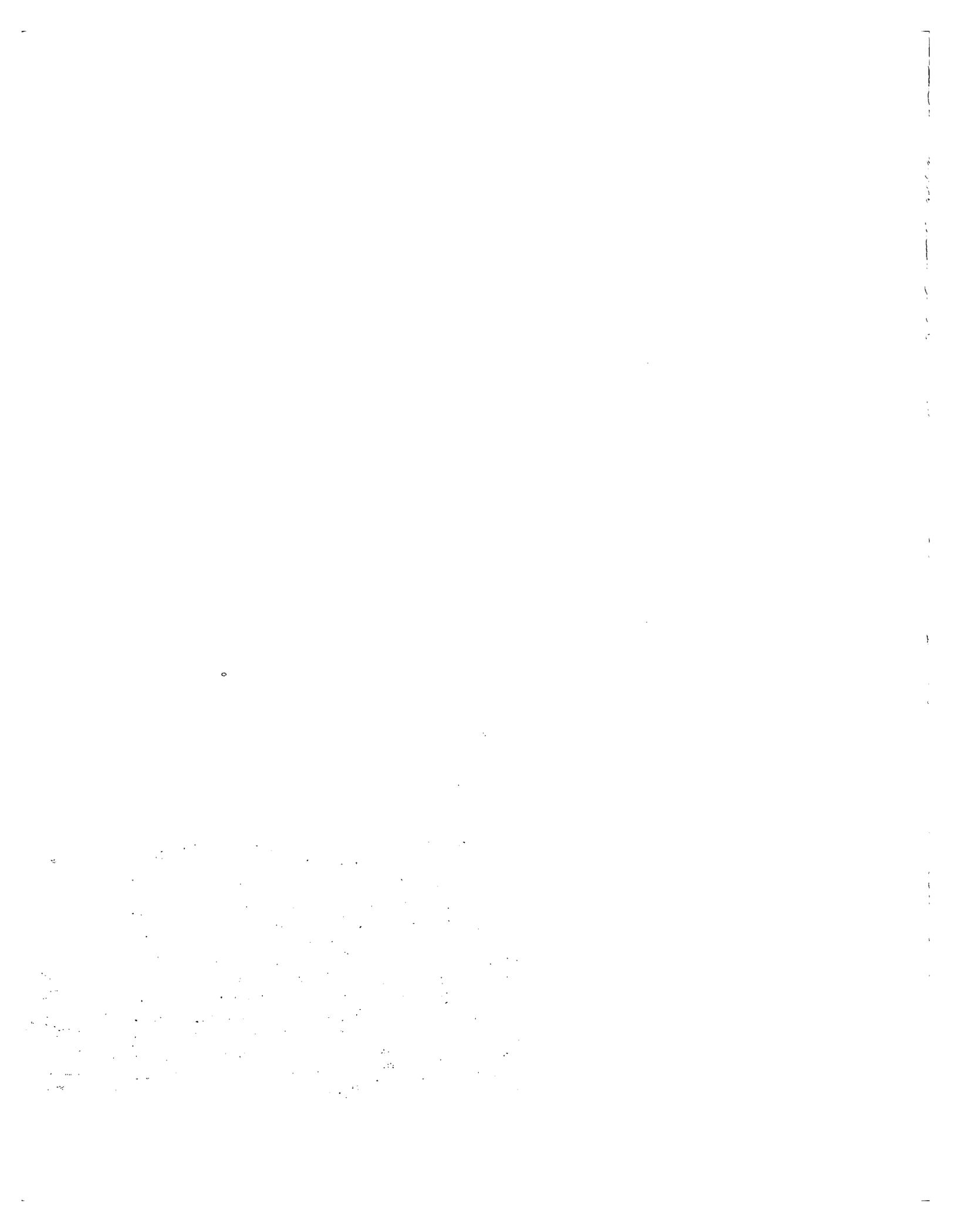
Santiago de Chile

Mayo de 1977



Las opiniones y datos que figuran en este trabajo son responsabilidad de los autores sin que el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) sea necesariamente participe de ellos.

William Brass y Ansley Coale son los pioneros de la estimación indirecta. No debe sorprender si se descubre su influencia en este trabajo. Ellos, como profesores y colegas, en forma continua han demostrado estímulo, apoyo y paciencia. Estamos agradecidos tanto de sus numerosos comentarios y críticas directos, como por su propio trabajo sobre el que construimos el nuestro. Además, estamos en deuda con John Hobcraft y Jane Menken por sus diversas sugerencias reflexivas. Las discusiones con Griffith Feeney y Samuel Preston han aclarado diversos tópicos.



I N D I C E

	<u>Página</u>
Base teórica de los métodos	2
Modelos por edad versus modelos por duración	8
La sobrevivencia de hijos como un estimador de la mortalidad de la niñez	10
Sobrevivencia del esposo como estimador de la mortalidad adulta ...	17
Sobrevivencia de padres como un estimador de la mortalidad adulta	22
La sobrevivencia de hermanos como un estimador de la sobrevivencia adulta	26
La conexión entre la mortalidad de la niñez y la mortalidad adulta y el suavizamiento de los valores de la tabla de vida estimada	28
La estructura lógica unificadora de los métodos anteriores	31
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	36
APENDICE: La derivación de la transformación logito basada en la distribución logística subyacente y a la forma de los logitos de la distribución estándar de q_x	39

Indice de cuadros

Cuadros

1	Valores logito en una tabla de vida estándar	7
2	Esperanza de vida al nacer en tablas de vida generadas para valores seleccionados de α y β	7
3	Razón entre valores de q_x para distintos niveles de mortalidad, y valores q_x para el nivel 11, modelo oeste	13
4	Razón entre q_x para valores seleccionados de α y β , correspondientes a distribuciones intermedias de q_x	14
5	Rango de los parámetros empleados para estimar los factores de ajuste para convertir D_i en valores de q_x	14
6	Coefficientes estimados e indicadores de la bondad del ajuste de las regresiones $q_x/D_j = a + b \text{ EP SM} + c(P_1/P_2) + d(D_1/D_2) + e$..	15
7	Estimaciones de q_2 para las 25 gobernaciones de Egipto en 1947 mediante dos procedimientos	16
8	Rango de los parámetros empleados para generar la proporción de primeros esposos (o esposas) que aun viven, según duración del matrimonio	18

<u>Cuadros</u>		<u>Página</u>
9	Coeficientes estimados e indicadores de la bondad del ajuste de las regresiones $l_j = a + b l_2 + c PS_i + d SMAM_f + e$, para la estimación de la mortalidad femenina	19
10	Coeficientes estimados e indicadores de la bondad del ajuste de las regresiones $l_j = a + b l_2 + c PS_i + d SMAM_m + e$, para la estimación de la mortalidad masculina	20
11	Rango de los parámetros empleados para generar la proporción de primeros esposos sobrevivientes según edad del informante	21
12	Coeficientes estimados e indicadores de la bondad del ajuste de las regresiones $l_N = a + b SMAM_f + c SMAM_m + d {}_5PS_N + e l_2 + f$, para la estimación de la mortalidad masculina	22
13	Coeficientes estimados e indicadores de la bondad del ajuste de las regresiones $l_N = a + b SMAM_f + SMAM_m + d {}_5PS_N + e l_2 + f$, para la estimación de la mortalidad femenina	23
14	Rango de los parámetros empleados para generar la proporción de informantes huérfanos, según grupos quinquenales estándar de edades	25
15	Coeficientes estimados e indicadores de la bondad del ajuste en las regresiones $l_{25+N} = a + bM + c {}_5MS_{N-5} \cdot l_2$	25
16	Rango de los parámetros empleados para generar la proporción de hermanos sobrevivientes	28
17	Coeficientes estimados e indicadores de bondad del ajuste de las regresiones $l_N = a + b {}_5MS_N$	29
18	Las estimaciones indirectas de la mortalidad como equivalente logito de proyecciones prospectivas. $\int_0^W N(a,d)P(d)dd = NS(a)$	32
19	Estimación indirecta de la mortalidad mediante la proyección retrospectiva $\int_0^W S(a,d)/P(d)dd = O(a)$	35

La carencia de registros fidedignos de hechos vitales y de censos exactos de población ha obligado a los demógrafos a idear procedimientos para estimar parámetros demográficos básicos, a partir de datos inexactos o incompletos. El conjunto de dichos procedimientos conforma en la actualidad una lista extensa que incluye métodos que requieren sólo de información recolectada en un solo censo o encuesta (Naciones Unidas, 1967; Carrier y Hobcraft, 1971; Brass y Coale, 1968). Se diseñan nuevas técnicas constantemente y las antiguas son de continuo probadas, actualizadas o revisadas. Desafortunadamente, a menudo, transcurre mucho tiempo entre el descubrimiento de una técnica y el momento en que está disponible. Por otra parte, la naturaleza del acontecer diario garantiza que los métodos se difundan tanto en medios eruditos como en otros.

En este artículo se presentan, de manera unificada diversos procedimientos para estimar la mortalidad a base de respuestas a preguntas especiales formuladas en una sola vuelta de visitas de un censo o de una encuesta. Confiamos en que llenará algunos vacíos de la literatura existente. Aunque varios de esos procedimientos habían sido elaborados previamente, en general no estaban disponibles. Además, hemos simplificado en gran medida los procedimientos que ya existían.

Uno de estos procedimientos, el de la sobrevivencia de hermanos, se apoya en respuestas a una pregunta que nunca se incluyó en una encuesta numerosa. Otro procedimiento se basa en la sobrevivencia del cónyuge según la duración del primer matrimonio; las respuestas nunca se tabularon de acuerdo a la duración, aunque las preguntas acerca de la sobrevivencia del cónyuge se han incluido en encuestas por muestreo y se han tabulado según la edad de la persona entrevistada. En general, las preguntas especiales en que se basan estos métodos, no han sido ampliamente incluidas en censos o encuestas. Se espera que, al dar a conocer estos procedimientos, esas preguntas especiales puedan ser incluidas en el futuro. Ellas podrán ser probadas rigurosamente, sólo cuando se haya reunido una cantidad suficiente de datos.

Base teórica de los métodos

La metodología subyacente es idéntica para cada método. En primer lugar, se distinguen datos estadísticos simples (tales como la proporción de hijos fallecidos respecto del total de hijos nacidos vivos, para una mujer de un grupo estándar de duración del matrimonio; o la proporción de primeros cónyuges que sobreviven al total de personas de un grupo estándar de edad o duración), que pueden obtenerse en la población mediante preguntas especiales. A continuación, para esas mismas proporciones se definen las expresiones teóricas utilizando una notación demográfica uniforme. Finalmente, se calculan esas expresiones substituyendo en las expresiones formales diversas tablas modelo de vida, distribuciones de fecundidad marital y distribuciones de nupcialidad. Las distribuciones modelo de fecundidad y nupcialidad en que se apoyan esos métodos para estimar la mortalidad, han sido descritas ampliamente en Population Index (Coale y Trussell, 1974) por lo que resulta adecuada en este documento una breve discusión

Coale (1971) ha encontrado que la distribución de primeros matrimonios se comporta en forma uniforme y puede describirse con dos parámetros: a_0 , la edad a la que comienzan los primeros matrimonios; y k , el número de años, en la población observada, que incluye un año de experiencia matrimonial de la distribución uniforme. Los cambios de a_0 y k transforman la escala de la frecuencia de primeros matrimonios. McNeil (Coale y McNeil, 1972) ha encontrado una expresión aproximada para los primeros matrimonios, que es de enorme utilidad en la estimación

$$g(a) = (0,19465/k) \exp(-0,174/k) (a - a_0 + 6,06 k) - \exp\left[(-0,2881/k) \cdot (a - a_0 + 6,06 k)\right] \quad (1)$$

En cambio, no se ha encontrado una expresión aproximada para

$$G(a) = \int_0^a g(x) dx,$$

pero $G(a)$ puede calcularse fácilmente en forma numérica. Esta representación de $G(a)$, si se multiplica por un factor E igual a la proporción de los que se casarán alguna vez, produce una aproximación de la proporción de alguna vez casados en cada edad de una cohorte. Se sabe que el promedio de la frecuencia de primeros matrimonios es $a_0 + 11,37 k$; este promedio ha sido designado por Hajnal

(1953) como la edad media al matrimonio de la población soltera (Singulate Mean Age at Marriage, SMAM). Presentó, además un método simple para calcularla a partir de tabulaciones sobre la ~~proporción~~ proporción de solteros según grupos de edades. Este dato estadístico se emplea en varios de los procedimientos de estimación que se presentan más adelante. Debe hacerse notar que SMAM y a_0 definen completamente la frecuencia de primeros matrimonios, dado que

$$k = (SMAM - a_0) / 11,37 \quad (1a)$$

Henry (1961) ha encontrado que existe un comportamiento característico de la fecundidad por edad en las poblaciones donde el control de los nacimientos es escaso o nulo. El definió el control voluntario como la conducta que varía sistemáticamente con la paridez, ya sea que afecte o no a la fecundidad. Aun en el caso de costumbres tales como la lactancia o tabúes contra las relaciones sexuales, que afectan la fecundidad, pero no se alteran con el aumento de la paridez, Henry llamó al comportamiento resultante fecundidad natural. Coale (1971) ha encontrado que la fecundidad matrimonial o se comporta como la fecundidad natural o se desvía en forma regular de ella a medida que aumenta la edad. La razón entre la fecundidad matrimonial y la fecundidad natural puede expresarse como

$$r(a)/n(a) = M \exp [m \cdot v(a)] \quad (2)$$

El factor escalar M hace $r(a)/n(a)$ igual a 1, a una edad arbitraria. Tanto $n(a)$ como $v(a)$ se suponen constantes en el tiempo y en la población.

Coale y Trussell (1974) combinaron distribuciones de fecundidad matrimonial con distribuciones modelo de proporciones de alguna vez unidos, para obtener un vasto conjunto de distribuciones modelo de fecundidad por edad. Estas han mostrado reflejar, notablemente bien, distribuciones empíricas, y esos modelos se han usado ampliamente en diversas aplicaciones.

Hace aproximadamente unos veinte años, Brass describió un sistema para estimar valores de l_x en tablas modelo de vida, el que se denominó por razones obvias el sistema logito. Las descripciones de este sistema estuvieron confinadas por muchos años en publicaciones no disponibles para una gran mayoría. Por lo tanto, hemos estimado aconsejable proporcionar una descripción más bien extensa de los orígenes y propiedades de este modelo, dado que lo hemos utilizado al desarrollar nuestros métodos.

Brass ingresó al Departamento de Estadísticas de la Universidad de Aberdeen en una época cuando los procedimientos para analizar datos cuantitativos, particularmente los de bio-ensayos, eran aún un tema de investigación corriente y vital; los esfuerzos pioneros para desarrollar tales procedimientos corresponden a D. J. Finney, Jefe del Departamento. La motivación subyacente al sistema logito está profundamente enraizada en el bio-ensayo, y es pertinente una breve exposición del problema y su solución. Supongamos que a diversos grupos de animales se les administran diferentes dosis de una droga, y se registra la proporción de aquéllos que mueren a causa de sobredosis. En cualquier población la tolerancia a la droga variará entre los sujetos; si la tolerancia de un individuo es menor que la dosis que recibe, morirá. La respuesta a la dosis puede considerarse dicotómica, 0 ó 1, porque muere o sobrevive. Entonces, uno de los problemas es estimar el promedio y la variancia de la distribución de la tolerancia en la población bajo tratamiento. Se ha encontrado que, si la cantidad de la dosis d es transformada por alguna función $\phi(d)$, la distribución respectiva se aproxima bastante a una distribución normal u otra bien conocida. De esta manera, la proporción esperada de individuos que mueren a causa de una dosis determinada puede expresarse como el área bajo una curva normal, cuyo promedio y variancia son desconocidos bajo $\phi(d)$. Es sencillo transformar una distribución de promedio μ y variancia σ^2 , en otra con promedio cero y variancia unitaria. El área bajo la densidad $\phi(d)$ cuyo promedio es μ y variancia σ^2 es igual entonces, al área bajo la densidad transformada de acuerdo a $\phi(d)$

$$\frac{\phi(d)}{\sigma} - \frac{\mu}{\sigma}$$

Si la densidad correspondiente es normal, entonces el valor y tal que la proporción observada de aquéllos que mueren es igual al área bajo la densidad normal con promedio 360 y variancia uno, se llama el probito; si la distribución corresponde a la secante cuadrada hiperbólica, entonces el valor se llama el logito. Se ha observado empíricamente que la relación entre el logito o probito de las proporciones que mueren y el logaritmo de las dosis ($\phi(d) = \log(d)$), es una línea recta; esto quiere decir que

$$\text{logit}(p) = \alpha + \beta \log(d)$$

Las estimaciones de α y β corresponden, por lo tanto, a estimaciones de μ/σ^2 y $1/\sigma^2$, respectivamente.^{1/}

Consideremos ahora a la edad como una dosis y q_x como la proporción de personas que mueren a causa de una determinada dosis x de vida. Entonces, por analogía, podemos encontrar una función $\phi(x)$ tal que el logito de q_x , que anotaremos $Y(x)$, sea igual a $\alpha + \beta \phi(x)$. Tal $\phi(x)$ siempre existe para una tabla de vida específica. Se postula que el mismo $\phi(x)$ es válido para la totalidad de una clase de experiencia de mortalidad. No tenemos que conocer la forma de $\phi(x)$, sólo saber que existe. Entonces,

$$\left. \begin{aligned} Y_1(x) &= \alpha_1 + \beta_1 \phi(x) \\ Y_2(x) &= \alpha_2 + \beta_2 \phi(x) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Si hacemos Y_2 igual al logito estándar, denotado de aquí en adelante Y_S , entonces de (3) podemos expresar el logito de cualquier otra distribución de q_x como

$$Y(x) = \alpha + \beta Y_S(x) \quad (4)$$

Donde, $\alpha = \alpha_1 - \frac{\alpha_1 \beta_1}{\beta_2}$, y $\beta = \beta_1/\beta_2$

El logito de la proporción de respuestas p (por ejemplo, defunciones) tal que $0 < p < 1$, se define como

$$\text{logit}(p) = \frac{1}{2} \ln(p/(1-p))$$

Por lo tanto,

$$Y(x) = \text{logit}(q_x) = \frac{1}{2} \ln \frac{q_x}{1-q_x} = \frac{1}{2} \ln \frac{1-l_x}{l_x} = -\text{logit}(l_x) \quad (5)$$

^{1/} Si la distribución correspondiente es sech^2 , el valor estimado de β es una estimación de $(1/\sigma^2)(12/\pi^2)$, puesto que la variancia de la distribución normal de sech^2 es $\pi^2/12$.

En consecuencia, (5) puede expresarse en términos de los valores l_x de la tabla de vida, y ésta es la forma usualmente empleada en el esquema de Brass

$$\frac{1}{2} \ln \frac{1-l_x}{l_x} = \alpha + \frac{\beta}{2} \ln \frac{1-l_x^s}{l_x^s} = \alpha + \beta Y_s(x) \quad (6)$$

Por analogía con el problema de bio-ensayo discutido anteriormente vemos que, con respecto a la transformación desconocida $\phi(x)$ y a la distribución estándar $Y_s(x)$ (que aparece en el cuadro 1), $-\alpha/\beta$ es un índice del nivel promedio de mortalidad. Haciendo las derivadas parciales de $Y(x)$ respecto de α y de β obtenemos

$$\frac{\partial l_x}{\partial \alpha} = \frac{2 e^{2\alpha + 2\beta Y_s(x)}}{[1 + e^{2\alpha + 2\beta Y_s(x)}]^2} < 0$$

$$\frac{\partial l_x}{\partial \beta} = \frac{-2 Y_s(x) e^{2\alpha + 2\beta Y_s(x)}}{[1 + e^{2\alpha + 2\beta Y_s(x)}]^2} < 0, \quad \text{ya sea que } Y_s(x) < 0 \quad (7)$$

De (7) vemos que, para todo x , cuando disminuye α aumenta l_x , mientras que el efecto de aumentar β es el cambio de concavidad en la función l_x alrededor de la edad en que $l_x = 1/2$; l_x crece por debajo de esta edad y decrece por sobre ella. Finalmente, si la mitad de la población sobrevive a la edad a , entonces $Y_s(a) = -\alpha/\beta$, mostrando nuevamente que $-\alpha/\beta$ es un índice del nivel de la mortalidad, aunque el nivel no tiene el significado estricto como en un modelo de un parámetro, por ejemplo, las tablas de vida de Coale-Demeny (1966). En un sentido burdo α cambia el nivel de mortalidad y β altera la relación entre la mortalidad adulta y la de la niñez.

Para ayudar a visualizar el efecto de los cambios de α y β sobre un índice global de mortalidad, hemos calculado para diversos valores de α y β las esperanzas de vida al nacer (véase el cuadro 2).

Las tablas de vida generadas por la ecuación (6) han mostrado que ajustan de manera bastante razonable muchas distribuciones empíricas (Brass, 1971). En ciertos casos, puede elegirse un estándar diferente (Brass y Coale, 1968) tal como el africano, utilizado en Demography of Tropical Africa. Mediante el

Cuadro 1
VALORES LOGITO EN UNA TABLA DE VIDA ESTANDAR

0	-∞	20	-0,4551	40	-0,1816	60	0,2100	80	1,2375
1	-0,8670	21	-0,4401	41	-0,1674	61	0,2394	81	1,3296
2	-0,7152	22	-0,4248	42	-0,1530	62	0,2701	82	1,4284
3	-0,6552	23	-0,4103	43	-0,1381	63	0,3024	83	1,5346
4	-0,6219	24	-0,3963	44	-0,1229	64	0,3364	84	1,6489
5	-0,6015	25	-0,3829	45	-0,1073	65	0,3721	85	1,7722
6	-0,5879	26	-0,3686	46	-0,0911	66	0,4097	86	1,9053
7	-0,5766	27	-0,3549	47	-0,0745	67	0,4494	87	2,0493
8	-0,5666	28	-0,3413	48	-0,0574	68	0,4912	88	2,2051
9	-0,5578	29	-0,3280	49	-0,0396	69	0,5353	89	2,3740
10	-0,5498	30	-0,3150	50	-0,0212	70	0,5818	90	2,5573
11	-0,5431	31	-0,3020	51	-0,0021	71	0,6311	91	2,7564
12	-0,5365	32	-0,2889	52	0,0177	72	0,6832	92	2,9727
13	-0,5296	33	-0,2759	53	0,0383	73	0,7385	93	3,2079
14	-0,5220	34	-0,2627	54	0,0598	74	0,7971	94	3,4639
15	-0,5131	35	-0,2496	55	0,0821	75	0,8593	95	3,7424
16	-0,5043	36	-0,2364	56	0,1055	76	0,9255	96	4,0456
17	-0,4941	37	-0,2230	57	0,1299	77	0,9960	97	4,3758
18	-0,4824	38	-0,2094	58	0,1554	78	1,0712	98	4,7353
19	-0,4694	39	-0,1956	59	0,1821	79	1,1516	99	5,1270

Cuadro 2
ESPERANZA DE VIDA AL NACER EN TABLAS DE VIDA GENERADAS PARA
VALORES SELECCIONADOS DE α Y β

α	β										
	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25
-0,4	57,2	56,9	56,7	56,5	56,3	56,1	56,0	55,9	55,7	55,6	55,5
-0,3	53,8	53,6	53,5	53,4	53,2	53,1	53,1	53,0	52,9	52,9	52,9
-0,2	50,3	50,2	50,1	50,1	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0
-0,1	46,7	46,7	46,7	46,7	46,7	46,8	46,8	46,9	46,9	47,0	47,1
0	43,1	43,1	43,2	43,2	43,3	43,4	43,6	43,7	43,8	43,9	44,1
0,1	39,4	39,5	39,6	39,7	39,9	40,1	40,2	40,4	40,6	40,8	41,0
0,2	35,7	35,9	36,0	36,2	36,5	36,7	36,9	37,1	37,4	37,6	37,8
0,3	32,1	32,3	32,5	32,8	33,0	33,3	33,6	33,8	34,1	34,4	34,7
0,4	28,6	28,9	29,1	29,4	29,7	30,0	30,3	30,6	30,9	31,2	31,6

análisis factorial, Lederman y Bréas (1959) han identificado cinco parámetros que serían necesarios para un sistema que representara de manera bastante aproximada el dominio de distribuciones empíricas que ellos examinaron.^{2/} Uno de los parámetros, el sexo, puede manejarse al tratar por separado hombres y mujeres. El sistema logito de Brass contiene dos parámetros adicionales, aquellos que definen el nivel y la relación entre la mortalidad adulta y de la niñez. Brass ha propuesto recientemente (1975) una extensión del sistema logito que se refiere a los dos parámetros restantes, y que identifican la forma de la función de sobrevivencia en la niñez temprana y en las edades avanzadas, respectivamente. Es poco probable que esta ampliación no sea más que de interés teórico, a causa de su complejidad para el manejo y por las pequeñas diferencias que se obtendrían en una primera aplicación del sistema logito para estimar la mortalidad a partir de datos inseguros o incompletos. En resumen, el sistema logito de Brass representa razonablemente funciones de sobrevivencia. Su gran flexibilidad en las aplicaciones por computador es, de cualquier modo, su ventaja fundamental para los modelos que se discuten en este documento. Para facilitar la interpretación, siempre denotaremos las distribuciones de mortalidad del informante mediante primas ($'$) y las de sus cónyuges, hijos, hermanos u otros parientes, sin primas. Siempre suponemos iguales l_x y l'_x ; la distinción se hace sólo por razones de claridad.

Modelos por edad versus modelos por duración

Dos de los modelos para estimar la mortalidad que se discuten a continuación, pueden formularse de manera tal, que el procedimiento de estimación se apoye en observaciones agrupadas ya sea por edad o por duración del matrimonio. Cada formulación tiene diversas ventajas y desventajas. Los modelos por duración requieren generalmente menos supuestos restrictivos que los modelos por edad, y hay razón para creer que los errores de declaración para la duración

^{2/} Para ser más exacto, ellos extrajeron sólo tres componentes principales. El primero que explicaba el 82 por ciento de la variancia, fue identificado con el nivel. El segundo (7 por ciento) y el tercero (4 por ciento) representaban la relación entre la mortalidad de la niñez y la adulta y los patrones en las edades avanzadas, respectivamente.

son de menor monto y extensión que los de la edad (Coale, Hill y Trussell, 1975) aunque se necesita más análisis para verificar esta pretensión. Dado que los procedimientos suponen que las observaciones se recuerdan correctamente, el modelo por duración tendría una ventaja obvia. Las formulaciones por duración poseen también la ventaja de limitar la experiencia de mortalidad o fecundidad a un intervalo pequeño del pasado, mientras que las formulaciones por edad incluyen los efectos de un período de tiempo más amplio. Desafortunadamente, son raras las observaciones que registran la duración del matrimonio. Por lo tanto los modelos por duración son de aplicación limitada. Si el matrimonio, el parto, y las relaciones sexuales no están íntimamente ligados o si el matrimonio está mal definido, entonces los supuestos de los modelos por duración son obviamente violados, y las estimaciones resultantes pueden ser representativas sólo de personas casadas, o tal vez totalmente sesgadas. Por ejemplo, si se utiliza como índice de control de fecundidad una secuencia observada de paridez según duración del matrimonio, en un modelo en el cual la fecundidad ocurre sólo dentro del matrimonio, la inclusión en las parideces declaradas de nacimientos ilegítimos posteriormente legitimados en el matrimonio, producirá un índice sesgado de control de fecundidad. De manera similar, si las uniones son a menudo informales, como ocurre en gran parte de América Latina, entonces la duración del matrimonio no es un concepto bien definido.

En la mayor parte de las formulaciones de los modelos por edad, se supone correcta la distribución de las personas en cada grupo de edades (Brass y Coale, 1968; Sullivan, 1972; Trussell, 1974) porque se ha encontrado que el soslayar este supuesto no provoca diferencias prácticas. Análogamente, los modelos por duración a menudo ignoran la distribución por edad dentro de los grupos por duración (Sullivan, 1972; Coale, Hill y Trussell, 1975). Aunque hemos incluido explícitamente distribuciones por edad en nuestras formulaciones, hemos encontrado que su omisión produce diferencias pequeñas en las fórmulas referentes a la edad o la duración de los procedimientos de estimación. Sólo cuando el matrimonio se extiende en un amplio intervalo de edades, el impacto de la distribución por edad llega a ser considerable en la formulación por duración.

En resumen, no hemos podido encontrar una cantidad suficientemente numerosa de poblaciones para las cuales existan datos por duración del matrimonio y edad, con el objeto de comprobar la superioridad de la formulación por edad o

por duración, de las técnicas de sobrevivencia de hijos o sobrevivencia del conyuge. Sugerimos que, en la medida que sea aplicable, se utilicen ambas formulaciones y se comparen las estimaciones resultantes. La elección de las distintas estimaciones dependerá de la posibilidad de que los efectos de los errores en la declaración de la edad sobreponderen los efectos de la fecundidad extramatrimoniales o las uniones informales.

La sobrevivencia de hijos como un estimador de la mortalidad de la niñez

Hoy en día, el procedimiento para estimar la mortalidad de la niñez, a partir de la proporción de hijos fallecidos respecto del total de hijos tenidos por las mujeres distribuidas por grupos de edades es muy conocido. Fue propuesto por primera vez por Brass (1968) y posteriormente modificado por Sullivan (1972) y Trussell (1974). El supuesto básico en que se apoyan todos estos procedimientos es que la mortalidad ha permanecido constante en el pasado reciente. Hace poco tiempo, Feeney (1975) ha suprimido el supuesto que la mortalidad permanece constante. El efecto de una mortalidad en descenso sobre otras estimaciones, todavía necesita de importantes investigaciones.

Sullivan también presentó una técnica para estimar la mortalidad de la niñez, a partir de observaciones de la proporción de hijos fallecidos respecto del total de hijos tenidos por las mujeres distribuidas según la duración del matrimonio. Sin embargo, utilizó un conjunto muy restringido de distribuciones de fecundidad matrimonial. Empleando las tablas de vida modelo de Coale y Demeny (1966) él evitó, con éxito una dificultad mayor que se discute a continuación.

El modelo subyacente a cualquiera de las técnicas de estimación es perfectamente claro. Sea $r(a)$ la fecundidad matrimonial de una mujer de edad a . Entonces, la paridez de las mujeres casadas a la edad x y que han permanecido casadas durante y años es

$$P(x,y) = \int_x^{x+y} r(a) da \quad (8)$$

Podría objetarse que los nacimientos ocurren a veces antes del matrimonio y aun cuando no haya fecundidad prematrimonial, existe algún retraso entre el matrimonio y el primer nacimiento. La segunda consideración no ha mostrado ser

importante (Coale, Hill y Trussell, 1975), y la presencia de concepciones prematrimoniales no sesgará seriamente el modelo, a menos que ellas sean considerables. Supóngase que existen $n(x,y)$ mujeres que se casaron a la edad x y tienen una duración del matrimonio de y años. Entonces la paridez media de las mujeres que se casaron a la edad x y que han estado casadas menos de 5 años es^{3/}

$$P_1(x) = \int_0^5 n(x,y)P(x,y)dy \quad (9)$$

Por lo tanto, la paridez media de todas las mujeres con menos de cinco años de casadas es

$$P_1 = \int_0^W P_1(x)dx \quad (10)$$

Suponiendo una forma estable para la estructura por edad de la población, puede escribirse

$$n(x,y) = B e^{-r(x+y)} g(x) l'(x+y) \quad (11)$$

donde $g(x)$ es la distribución de frecuencia de primeros matrimonios y B es el número de nacimientos este año. De manera similar podemos definir P_2 , P_3 , y P_4 , como la paridez media de mujeres que han permanecido casadas 5-9, 10-14 y 15-19 años, respectivamente.

De los $P(x,y)$ hijos tenidos por las mujeres que ahora tienen edad $x+y$ y que se casaron a la edad x , han fallecido

$$\int_x^{x+y} r(a) q(x+y-a) da, \quad \text{en que } q_x = 1-l(x)$$

A través de una lógica idéntica a la recién expuesta, podemos encontrar una expresión para el número de hijos fallecidos de las mujeres que han permanecido casadas 0-4 años. La proporción de hijos fallecidos puede expresarse como

$$D_1 = \frac{\int_0^W g(x)e^{-rx} \int_0^5 e^{-ry} l'(x+y) \int_x^{x+y} r(a) q(x+y-a) da dy dx}{\int_0^W g(x)e^{-rx} \int_0^5 e^{-ry} l'(x+y) \int_x^{x+y} r(a) da dy dx} \quad (12)$$

La deducción de D_2 , D_3 y D_4 es análoga.

^{3/} Se ignora aquí el efecto de la viudez, el divorcio y los nuevos matrimonios.

El haber considerado como estable la estructura por edad, no constituye una restricción seria dado que los efectos de cualquier estructura por edad sobre D_j , a menos que sea bastante anormal, tienden a anularse. Entonces, se puede ignorar, y a menudo se hace, la estructura por edad en la especificación de D_j , tanto para la formulación por edad como por duración. Sin embargo, no es tan obvio el efecto de las diferentes especificaciones de las distribuciones de $q(x)$ y $r(x)$. Se decidió experimentar en primer lugar el efecto sobre la técnica de Sullivan, de cambiar sólo la distribución de $r(a)$. En vez de sus distribuciones empíricas, se utilizaron las distribuciones modelo de fecundidad matrimonial propuestas por Coale (1971); se mantuvieron las tablas modelo de vida de Coale-Demeny. En una amplia comprobación realizada a base de datos del censo de Egipto de 1947, que se incluyen en la disertación doctoral de Nosseir (1975), las ecuaciones de regresión obtenidas del conjunto de distribuciones de fecundidad matrimonial produjeron estimaciones prácticamente idénticas de q_2 , q_3 , y q_5 para las 25 gobernaciones de Egipto. Sin embargo, se obtuvo una mejora considerable con las estimaciones logradas a través de los modelos por duración, respecto de cualquier modelo por edad; los q estimados conformaron un patrón mucho más coherente en cada gobernación. Concluimos por consiguiente que, si las tablas de vida modelo de Coale-Demeny reflejan correctamente los patrones reales de mortalidad, entonces las estimaciones con las ecuaciones de Sullivan son perfectamente adecuadas.

Una de las cosas bellas de la técnica de mortalidad de la niñez, al utilizar las tablas de vida de Coale-Demeny, es que las estimaciones de los ajustes necesarios para convertir las D_j en valores de q_x específicos de tablas de vida, son independientes del nivel de la mortalidad. La explicación de esta propiedad sobresaliente es que en esas tablas de vida de un parámetro los valores de q_x correspondientes a distintos niveles de mortalidad son, casi siempre, múltiplos escalares constantes de los valores q_x a distintos niveles. La razón entre los valores q_x del modelo Oeste, para distintos niveles, y aquellos del nivel 11 ($e_0^0 = 45$) que figuran en el cuadro 3, muestra esta propiedad.

Por lo tanto la razón entre q_x y D_j , para distintos niveles de mortalidad será prácticamente constante, ceteris paribus,^{4/} y las variaciones de las

^{4/} N. del T. Los restantes factores supuestos constantes.

Cuadro 3
 RAZON ENTRE VALORES DE q_x PARA DISTINTOS NIVELES DE MORTALIDAD,
 Y VALORES q_x PARA EL NIVEL 11, MODELO OESTE

x	Nivel de mortalidad						
	5	7	9	11	13	15	17
1	1,73	1,45	1,21	1,00	0,81	0,64	0,49
5	1,70	1,44	1,21	1,00	0,80	0,62	0,46
10	1,68	1,43	1,21	1,00	0,80	0,62	0,46
15	1,66	1,42	1,20	1,00	0,81	0,63	0,47
20	1,64	1,41	1,20	1,00	0,81	0,63	0,47

razones serán originadas por otros factores que no permanecen iguales, específicamente las distribuciones de nupcialidad y de fecundidad matrimonial. Las regresiones de q_x/D_j con varios índices de nupcialidad y fecundidad matrimonial explicarán, en consecuencia, la mayor parte de la variación en los factores de ajuste.

No obstante, la situación se torna más compleja, si se emplea el sistema logito de Brass. El término nivel de mortalidad ya no tiene un significado exacto. Los cambios en α y β , a pesar de que uno se mantenga constante y el otro varíe, producen distribuciones de q_x que no son múltiplos unos de otros; esta aseveración es ilustrada en el cuadro 4 que muestra la razón entre q_x correspondientes a distintos valores de α y β .

Reemplazando los valores de los parámetros α y β en la ecuación (6), en la ecuación (2), la edad media de la población soltera al matrimonio (SMAM) y a_0 en la ecuación (1a), y la tasa de crecimiento r , obtuvimos 648 observaciones de P_i y D_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$). Los rangos precisos de los parámetros se observan en el cuadro 5. Los distintos valores de α y β produjeron una variación tan considerable en los valores de q_x/D_j , que ninguna combinación de medidas de posición de la nupcialidad y de la distribución de la fecundidad, puede explicar por sí sola la variancia. En realidad, una regresión de la forma $q_2/D_2 = a + b(P_1/P_2) + c$ SMAM explicó menos del uno por ciento de la variancia total.

Cuadro 4

RAZON ENTRE q_x PARA VALORES SELECCIONADOS DE α Y β , CORRESPONDIENTES
A DISTRIBUCIONES INTERMEDIAS DE q_x

$\alpha = 0, \beta \text{ varía}$									
x	0,80	0,85	0,90	0,95	1,0	1,05	1,10	1,15	1,20
1	1,33	1,24	1,16	1,08	1,00	0,93	0,86	0,80	0,74
5	1,20	1,15	1,10	1,05	1,00	0,95	0,91	0,87	0,83
10	1,17	1,13	1,08	1,04	1,00	0,96	0,92	0,88	0,84
15	1,16	1,12	1,08	1,04	1,00	0,96	0,93	0,89	0,86
20	1,13	1,10	1,07	1,03	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88

$\beta = 1, \alpha \text{ varía}$									
x	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4
1	0,49	0,59	0,71	0,84	1,00	1,18	1,39	1,62	1,88
5	0,51	0,61	0,73	0,85	1,00	1,16	1,34	1,53	1,73
10	0,52	0,62	0,73	0,86	1,00	1,16	1,33	1,51	1,70
15	0,53	0,62	0,73	0,86	1,00	1,15	1,32	1,50	1,68
20	0,53	0,63	0,74	0,86	1,00	1,15	1,31	1,47	1,65

Cuadro 5

RANGO DE LOS PARAMETROS EMPLEADOS PARA ESTIMAR LOS FACTORES
DE AJUSTE PARA CONVERTIR D_i EN VALORES DE q_x

A.-	Nupcialidad		
	SMAM = 17, 19, 21, 23		4 valores
	a_0 = 13, 15		2 valores
B.-	Mortalidad		
	α = -0,4; 0; 0,4		3 valores
	β = 0,75; 1,0; 1,25		3 valores
C.-	Fecundidad Marital		
	m = 0; 0,25; 0,50		3 valores
D.-	Tasa de Crecimiento		
	r = 0,1; 0,2; 0,3		3 valores

Se supone que el parámetro β del sistema logito de Brass controla la relación entre la mortalidad adulta y la de la niñez. Al modificar β , no obstante, cambia el propio patrón de mortalidad de la niñez en forma importante, como puede verse en el cuadro 4. Aunque no se sabe mucho acerca de los patrones de mortalidad de la niñez, es poco probable que los patrones producidos por los cambios en β representen una estructura real de mortalidad. Si los patrones fueran efectivamente representativos, entonces se necesitaría una variable explicativa adicional en la regresión para tomar en cuenta la estructura de la mortalidad. Una variable tal puede ser D_1/D_2 ; al agregarla aumenta la proporción de variancia explicada en q_2/D_2 a 0,69, es decir un aumento de 68 por ciento, pero con un costo considerable. En primer lugar, es poco probable que los patrones modelo sean reales y, en segundo lugar, es más probable que D_1/D_2 produzca una información relacionada más bien con la tendencia de la mortalidad que con su patrón en un instante particular.

Cuadro 6

COEFICIENTES ESTIMADOS E INDICADORES DE LA BONDAD DEL AJUSTE DE

LAS REGRESIONES $q_x/D_j = a + b \text{ EPMS} + c(P_1/P_2) + d(D_1/D_2) + e$

q_x/D_j	Grupo de duración (j)	a	b	c	d	R ²	Error estándar	Coefficiente de variación
q_1/D_1	0-4	1,4141	-0,0016	0,0375	-0,1977	0,7408	0,00193	0,00157
q_2/D_2	5-9	0,1649	-0,0014	0,0329	1,0525	0,6919	0,00168	0,00157
q_3/D_3	10-14	-0,6214	-0,0015	0,0810	1,8976	0,7015	0,00157	0,00152
q_5/D_4	15-19	-0,6569	-0,0015	0,0851	1,9205	0,7294	0,00149	0,00146

a/ Cada regresión se basa en 648 observaciones; cada coeficiente es significativo al nivel de 0,001.

Sin embargo, decidimos comprobar si un método de estimación de mortalidad de la niñez -basado en tablas de vida modelo de 2 parámetros y que incluye D_1/D_2 como indicador de la estructura- produciría resultados diferentes de aquellos obtenidos mediante métodos corrientemente aceptados.

Las ecuaciones para la estimación aparecen en el cuadro 6.^{5/} Decidimos comprobar las nuevas ecuaciones con base en los datos de Egipto (Nosseir, 1975). Los valores estimados de q_2 , obtenidos con el modelo (por duración) de Sullivan y con nuestro modelo, aparecen en el cuadro 7; las diferencias son pequeñas en realidad. Concluimos, por consiguiente, que las ecuaciones presentadas por Sullivan son robustas ante los cambios en los supuestos acerca de las estructuras subyacentes tanto de mortalidad y de fecundidad.

Cuadro 7
ESTIMACIONES DE q_2 PARA LAS 25 GOBERNACIONES DE EGIPTO EN 1947
MEDIANTE DOS PROCEDIMIENTOS

Gobernación ^{a/}	Del cuadro 4	Sullivan
1	0,248	0,242
2	0,237	0,230
3	0,230	0,224
4	0,257	0,250
5	0,145	0,137
6	0,217	0,215
7	0,247	0,241
8	0,234	0,229
9	0,302	0,300
10	0,306	0,302
11	0,262	0,258
12	0,254	0,245
13	0,332	0,329
14	0,344	0,342
15	0,365	0,365
16	0,277	0,272
17	0,322	0,316
18	0,364	0,361
19	0,317	0,316
20	0,249	0,244
21	0,199	0,194
22	0,258	0,265
23	0,302	0,308
24	0,185	0,186
25	0,278	0,273

^{a/} Consúltense Nosseir (1975) para la identificación de cada Gobernación.

^{5/} La edad media de primeros matrimonios en la población estable (EMPM) no sirvió mayormente para la regresión como SMAM, aun cuando contiene información sobre la estructura por edad.

Debido al peligro que D_1/D_2 puede verse afectado por tendencias importantes de la mortalidad y porque es poco probable que los cambios en β representen diferencias reales en la estructura de la mortalidad de la niñez, aconsejamos que las ecuaciones presentadas en el cuadro 6 -con propósitos de comparación- no deben ser usadas para estimar la mortalidad de la niñez.

Sobrevivencia del esposo como estimador de la mortalidad adulta

Para estimar la mortalidad adulta, pueden utilizarse datos acerca de la proporción de primeros cónyuges sobrevivientes, distribuidos ya sea por edad del informante o por duración del primer matrimonio. Se especifica que se trata de primeros matrimonios, para eliminar la dificultad generada por segundos matrimonios. Con el objeto de ampliar a la población total la experiencia de mortalidad de la población alguna vez casada, se supone que las personas solteras y alguna vez unidas experimentan la misma mortalidad.

El modelo por duración puede exponerse de manera sencilla, para cualquiera de los dos sexos. Sea $n(a,d)$ el número de hombres (mujeres) que se casaron a la edad a , hace d años. Suponemos que la distribución por edad corresponde a la de una población estable. Por lo tanto, el número de hombres (mujeres) que se casaron a la edad a , hace d años es

$$n(a,d) = B e^{-r(a+d)} l(a) g(a) \quad (13)$$

y el número de sobrevivientes en el momento actual es

$$B e^{-r(a+d)} l(a+d) g(a) \quad (14)$$

donde B es el número de nacimientos que ocurren este año y $g(a)$ es la tasa específica por edad de primeros matrimonios, para la edad a . Integrando para todas las edades en que ocurren primeros matrimonios e integrando para la duración con el objeto de obtener grupos estándar de duración, podemos lograr la proporción de primeros esposos (esposas) que aún viven en los grupos estándar de duración, suponiendo que la sobrevivencia de esposos y esposas es independiente.

$$PS_1^{6/} = \frac{\int_0^5 \int_0^W e^{-r(d+a)} g(a) l(a+d) da dd}{\int_0^5 \int_0^W e^{-r(d+a)} g(a) l(a) da dd} \quad (15)$$

donde PS_1 es la proporción de primeros esposos (esposas) sobrevivientes respecto de las mujeres (hombres) cuyo primer matrimonio ocurrió hace menos de cinco años.

Eligiendo valores apropiados de los parámetros en las distribuciones de nupcialidad y mortalidad, y de la tasa de crecimiento r , se generaron 648 valores de PS_1 ($i=1, 2, 3, 4, 5$). Los rangos de los valores aparecen en el cuadro 8.

Cuadro 8

RANGO DE LOS PARAMETROS EMPLEADOS PARA GENERAR LA PROPORCION DE PRIMEROS ESPOSOS (O ESPOSAS) QUE AUN VIVEN, SEGUN DURACION DEL MATRIMONIO

A. Nupcialidad			
Femenina	SMAM	= 17, 18, 19, 20, 21, 22.	6 valores
	a_0	= 13, 14, 15.	3 valores
Masculina	SMAM	= 22, 23, 24, 25, 26, 27	6 valores
	a_0	= 15, 17, 19.	3 valores
B. Mortalidad			
	α	= -0,4; 0; 0,4	3 valores
	β	= 0,75; 1; 1,25	3 valores
C. Tasa de crecimiento			
	r	= 0,005; 0,010; 0,015. 0,020	4 valores

6/ Se deja de lado aquí un factor de mortalidad del informante. Para incorporar dicho factor necesitamos conocer la distribución conjunta de la nupcialidad de hombres y mujeres. Algunos cálculos de ensayo sugieren que tal complicación afecta sólo trivialmente los resultados y consecuentemente hemos supuesto aquí que, dentro de cada grupo quinquenal de duración, la misma proporción de informantes potenciales sobrevive para responder.

A continuación, se utilizaron técnicas de regresión para predecir valores de l_j , dados valores de l_2 , PS_i , SMAM y EMPM (edad media de primeros matrimonios en la población). Parece anularse la influencia de la estructura por edad sobre el numerador y el denominador; EMPM que contiene información sobre la estructura por edad no se comportó mejor que SMAM para la regresión. La forma de la ecuación que produjo el mejor ajuste y los coeficientes estimados en cada regresión, se muestran en los cuadros 9 y 10.

En la práctica, el valor de l_2 se estima mediante la técnica de Brass para estimar la mortalidad de la niñez, y se reemplaza en cada regresión.

Cuadro 9

COEFICIENTES ESTIMADOS E INDICADORES DE LA BONDAD DEL AJUSTE DE LAS REGRESIONES^{a/} $l_j = a + bl_2 + c PS_i + d SMAM_f + e$, PARA LA ESTIMACION DE LA MORTALIDAD FEMENINA^{b/}

Edad (j)	Grupo según duración (i)	a	b	c	d	R ²	Error estándar	Coefficiente de variación
20	0-4	-4,0224	0,9386	4,0102	0,00263	0,999	0,00485	0,00698
25	5-9	-1,6857	0,9083	1,7107	0,00189	0,999	0,00545	0,00818
30	10-14	-1,2271	0,8801	1,2701	0,00203	0,998	0,00633	0,00991
35	15-19	-1,0284	0,8519	1,0780	0,00277	0,998	0,00723	0,01184
40	20-24	-0,9168	0,8212	0,9675	0,00392	0,997	0,00814	0,01400

a/ Cada regresión se basa en 648 observaciones; cada coeficiente es significativo al nivel de 0,001.

b/ PS_i es la proporción de primeras esposas que sobreviven a los hombres, correspondientes al grupo de duración i ; l_2 es la probabilidad de sobrevivir a los dos años, para mujeres; $SMAM_f$ es la edad media al matrimonio de las solteras.

El tratamiento de la información sobre proporción de cónyuges sobrevivientes según edad de los informantes es más difícil; involucra la distribución conjunta de nupcialidad para hombres y mujeres. Para simplificar, hemos supuesto que todos los informantes se casan a la misma edad media al matrimonio de la población soltera de acuerdo a la distribución correspondiente. Sea $n(a,t)$ el

Cuadro 10

COEFICIENTES ESTIMADOS E INDICADORES DE LA BONDAD DEL AJUSTE DE LAS REGRESIONES $\frac{a}{l_j} = a + b l_2 + c PS_i + d SMAM_m + e$, PARA LA ESTIMACION DE LA MORTALIDAD MASCULINA $\frac{b}{m}$

Edad (j)	Grupo según duración (i)	a	b	c	d	R ²	Error estándar	Coefficiente de variación
20	0-4	-3,4875	0,9607	3,4884	0,00077	0,999	0,00426	0,00614
25	5-9	-1,5427	0,9387	1,5458	0,00131	0,999	0,00551	0,00826
30	10-14	-1,1558	0,9165	1,1521	0,00224	0,998	0,00648	0,01015
35	15-19	-0,9867	0,8942	0,9703	0,00346	0,998	0,00754	0,01235
40	20-24	-0,8978	0,8703	0,8638	0,00499	0,997	0,00865	0,01487

a/ Cada regresión se basa en 648 observaciones; cada coeficiente es significativo al nivel de -0,001.

b/ PS_i es la proporción de primeros esposos que sobreviven a las mujeres correspondientes al grupo de duración i ; l_2 es la probabilidad de sobrevivir a los dos años, para hombres; $SMAM_m$ es la edad media al matrimonio de los solteros.

número de conyuges que se casaron a la edad a , hace t años. Si la distribución por edad es estable, entonces

$$n(a,t) = B e^{-r(t+a)} g(a) l(a) \quad (16)$$

y el número de los que aún viven es

$$n(a,t) \frac{l(a+t)}{l(a)} = B e^{-r(t+a)} g(a) l(t+a) \quad (17)$$

donde, B y $g(a)$ corresponden a las definiciones establecidas anteriormente. Integrando para todas las edades en que los cónyuges se casan por primera vez y luego integrando para el tiempo transcurrido desde el primer matrimonio, se obtiene la proporción de cónyuges que sobreviven a los informantes distribuidos por grupos quinquenales de edades.

$${}^5 PS_N = \frac{\int_{N-m}^{N+5-m} l'(m+t)/l'(m) \int_0^w e^{-r(t+a)} g(a) l(a+t) da dt}{\int_{N-m}^{N+5-m} l'(m+t)/l'(m) \int_0^w e^{-r(t+a)} g(a) l(a) da dt} \quad (18)$$

donde ${}_5PS_N$ es la proporción de primeros cónyuges que sobreviven a los informantes cuya edad es N a $N+5$, $l(x)$ y $l'(x)$ simbolizan los sobrevivientes a la edad x para cónyuges e informantes, respectivamente, y m es la edad al matrimonio para los informantes. Suponemos que $l(x)$ y $l'(x)$ son iguales; la distinción que se hace en (18) es sólo para facilitar la interpretación. El supuesto de que todos los informantes se casan a la edad media de la distribución por edad de primeros matrimonios, impone una relación fija entre la edad y la duración del matrimonio. La ecuación (18), en consecuencia, se parece a la ecuación (15); en realidad si se hace $N = m$ y $t = \text{duración}$, entonces la ecuación (18) se reduce a la forma correcta de la ecuación (15), tal como se indicó en la llamada de esa ecuación.

Para acercarse un poquito más a la realidad, los valores de r no se especificaron mediante supuestos, sino que fueron obtenidos a base de distribuciones de mortalidad y fecundidad con un patrón caracterizado por valores particulares de SMAM y a_0 , un valor específico de m (0,2) y un nivel establecido por una tasa de fecundidad total^{7/} igual a 5 ó 7.

Para reducir el número de observaciones, y también para aproximarse a la realidad, se eliminaron los casos en que $SMAM_f > SMAM_m$. Mediante este procedimiento, se obtuvo un total de 900 observaciones de ${}_5PS_N$. Los parámetros de las distribuciones de nupcialidad y mortalidad se presentan en el cuadro 11.

Cuadro 11

RANGO DE LOS PARAMETROS EMPLEADOS PARA GENERAR LA PROPORCION DE PRIMEROS ESPOSOS SOBREVIVIENTES, SEGUN EDAD DEL INFORMANTE

A. Nupcialidad	$\left\{ \begin{array}{l} SMAM = 16, 18, 20, 22, 24 \\ a_0 = 13, 15 \\ SMAM = 20, 22, 24, 26, 28 \\ a_0 = 15, 17, 19 \end{array} \right.$	5 valores
Femenina		2 valores
Masculina		5 valores
		3 valores
B. Mortalidad	$\alpha = -0,4; 0; 0,4$ $\beta = 0,8; 1,1$	3 valores 2 valores
C. Tasa de crecimiento	Calculada a base de las distribuciones de fecundidad y mortalidad (véase el texto).	

^{7/} N. del T. También designada como tasa global de fecundidad.

Se emplearon a continuación, técnicas de regresión para predecir valores de l_N , dados valores de l_2 , ${}_5PS_N$, SMAM y EMPM; una vez más EMPM no mejoró la regresión más que SMAM. La forma de la ecuación que produjo el mejor ajuste y los coeficientes estimados en cada regresión, se muestran en los cuadros 12 y 13.

Cuadro 12

COEFICIENTES ESTIMADOS E INDICADORES DE LA BONDAD DEL AJUSTE DE LAS REGRESIONES $l_N = a + b \text{ SMAM}_f + c \text{ SMAM}_m + d \text{ } {}_5PS_N + e \text{ } l_2 + f$, PARA LA ESTIMACION DE LA MORTALIDAD MASCULINA l_N

N	a	b	c	d	e	R ²	Error estándar	Coefficiente de variación
25	-0,8686	-0,00986	0,00243	0,9671	0,9869	0,994	0,0107	0,0162
30	-0,7474	-0,00941	0,00396	0,8375	0,9433	0,995	0,0102	0,0161
35	-0,6648	-0,00948	0,00566	0,7394	0,9119	0,995	0,0107	0,0177
40	-0,6117	-0,01006	0,00757	0,6752	0,8815	0,994	0,0116	0,0201
45	-0,5767	-0,01106	0,00968	0,6391	0,8476	0,993	0,0127	0,0233
50	-0,5526	-0,01246	0,01195	0,6303	0,8063	0,992	0,0139	0,0273
55	-0,5309	-0,01421	0,01425	0,6505	0,7551	0,990	0,0155	0,0333
60	-0,5008	-0,01602	0,01617	0,7067	0,6892	0,986	0,0177	0,0431

a/ Cada regresión se basa en 900 observaciones; cada coeficiente es significativo al nivel de 0,001.

b/ ${}_5PS_N$ es la proporción de primeros esposos que sobreviven a mujeres de edades N a $N+5$; l_2 es la probabilidad de sobrevivir a los dos años, para hombres.

Sobrevivencia de padres como un estimador de la mortalidad adulta

Los datos acerca de la proporción de informantes cuya madre (padre) aún vive, pueden proporcionar estimaciones plausibles de la mortalidad adulta. La metodología fue propuesta por Brass y Hill (1973) y las aplicaciones a los datos africanos han sido descritas por Blacker (en edición). Se presenta aquí una forma de estimación mucho más simple que las utilizadas con anterioridad.^{8/}

8/ Brass y Hill han formulado también un método para la estimación de la mortalidad adulta, a base de la proporción de informantes cuyos padres sobreviven. Este modelo se basa en una distribución de fecundidad masculina de un parámetro. Puesto que esta distribución no es del todo comprensible y en consecuencia, no se conoce muy bien la capacidad del modelo para replicar adecuadamente distribuciones empíricas, se omite aquí el modelo masculino.

Cuadro 13

COEFICIENTES ESTIMADOS E INDICADORES DE LA BONDAD DEL AJUSTE DE LAS

REGRESIONES^{a/} $l_N = a + b \text{ SMAM}_f + \text{SMAM}_m + d \text{ } {}_5\text{PS}_N + e \text{ } l_2 + f$, PARA LA
ESTIMACION DE LA MORTALIDAD FEMENINA^{b/}

N	a	b	c	d	e	R ²	Error estándar	Coficiente de variación
25	-1,0109	0,00138	-0,01020	1,2143	0,9833	0,992	0,0129	0,0196
30	-0,8695	0,00211	-0,00927	1,1081	0,9072	0,995	0,0107	0,0169
35	-0,7484	0,00321	-0,00867	0,9909	0,8616	0,995	0,0102	0,0161
40	-0,6584	0,00472	-0,00871	0,9044	0,8233	0,995	0,0104	0,0180
45	-0,5859	0,00663	-0,00930	0,8419	0,7841	0,995	0,0111	0,0203
50	-0,5219	0,00894	-0,01042	0,8004	0,7380	0,994	0,0120	0,0236
55	-0,4582	0,01157	-0,01205	0,7774	0,6806	0,993	0,0127	0,0273
60	-0,3865	0,01432	-0,01411	0,7723	0,6070	0,992	0,0133	0,0324

a/ Cada regresión se basa en 900 observaciones; cada coeficiente es significativo al nivel de 0,001.

b/ ${}_5\text{PS}_N$ es la proporción de primeras esposas que sobreviven a hombres de edades N a $N+5$; l_2 es la probabilidad de sobrevivir a los dos años, para mujeres.

El modelo puede ser expuesto de manera simple. Sea $n(a, t)$ el número de mujeres de edad a , hace t años. Entonces, al igual que antes, suponiendo una población estable

$$n(a, t) = B e^{-r(t+a)} l(a)$$

Si esas mujeres estuvieran expuestas a una distribución de fecundidad $f(a)$ el número de hijos nacidos hace t años será $n(a, t) f(a)$, y el número de madres que habrán sobrevivido hasta ahora será $n(a, t) f(a) l(a+t)/l(a)$. La experiencia de todas las mujeres que tuvieron un hijo hace t años, puede obtenerse integrando para todas las edades del período reproductivo de manera tal que el número de mujeres que aún sobreviven y que tuvieron un hijo hace t años, será

$$\pi(t) = \int_0^W B e^{-r(a+t)} f(a) l(a+t) da \quad (19)$$

Si se supone que no existe relación entre la sobrevivencia de la madre y la del hijo, la proporción de mujeres aún sobrevivientes será la misma que la proporción de informantes de edad t cuya madre sobrevive. De ahí que la proporción de no huérfanos para los informantes de un grupo quinquenal de edades está dada por

$${}_5^{MS}_{N-5} = \frac{\int_{N-5}^N l'(t) \int_0^w e^{-r(a+t)} f(a) l(t+a) da dt}{\int_{N-5}^N l'(t) \int_0^w e^{-r(a+t)} f(a) l(t) da dt} \quad (20)$$

Se computaron 900 valores de ${}_5^{MS}_{N-5}$ empleando diferentes modelos de fecundidad y mortalidad, los que aparecen en el cuadro 14 para 7 valores de N , desde $N=20$ hasta $N=50$, de 5 en 5 valores.

La tasa de crecimiento r no fue calculada directamente, sino que se la hizo variar de acuerdo a las distribuciones de fecundidad y mortalidad, y se obtuvo como solución a la ecuación integral de Lotka

$$\int_0^w e^{-ra} f(a) p(a) da = 1$$

Posteriormente, se utilizaron técnicas de regresión para relacionar las proporciones de personas cuya madre aún vive, con las probabilidades de supervivencia. Se encontró que una sobrevivencia medida desde el nacimiento podía estimarse con suficiente seguridad si se tomaba en cuenta -entre las variables independientes- la probabilidad de sobrevivir a los 2 años (l_2). Se encontró que la combinación más satisfactoria (error estándar bajo, condición de solidez ante el error) se encontraba al incluir el producto de ${}_5^{MS}_{N-5}$ (proporción de madres sobrevivientes entre los informantes de edades $N-5$) y l_2 , como una de las variables independientes siendo la otra \bar{M} , la edad media a la que se producen los nacimientos en la población. Los coeficientes estimados para la regresión aparecen en el cuadro 15.

En la práctica, se estima l_2 mediante el método de estimación de la mortalidad de la niñez y \bar{M} con la información sobre nacimientos ocurridos en el año anterior al de la encuesta; si no hay información disponible de la que pueda calcularse \bar{M} , puede asignarse arbitrariamente el valor 26 sin mucha pérdida de precisión. Una diferencia de 2 años por encima o por abajo de 26 produciría una diferencia de apenas 0,022 en el valor estimado de 1(45); la diferencia subiría a 0,0694 para 1(75). El método contiene algunas fuentes potenciales de

Cuadro 14

RANGO DE LOS PARAMETROS EMPLEADOS PARA GENERAR LA PROPORCION DE
INFORMANTES HUERFANOS, SEGUN GRUPOS QUINQUENALES ESTANDAR
DE EDADES

A. Fecundidad		
SMAM = 18, 19, 20, 21, 22		5 valores
a_0 = 13, 14, 15		3 valores
m = 0; 0,2; 0,4		3 valores
TFT = 5; 7		2 valores
B. Mortalidad		
α = -0,4; -0,2; 0; 0,2; 0,4		5 valores
β = 0,8; 1,1		2 valores
C. Tasa de crecimiento		
Calculada a base de las distribuciones de fecundidad y mortalidad		

Cuadro 15

COEFICIENTES ESTIMADOS E INDICADORES DE LA BONDAD DEL AJUSTE EN

$$\text{LAS REGRESIONES } \frac{a}{l_{25+N}} = a + b\bar{M} + c \cdot \frac{MS_{N-5}}{5} \cdot l_2$$

N	a	b	c	R ²	Error estándar	Coefficiente de variación
20	-0,3534	0,00553	1,1568	0,994	0,0100	0,0183
25	-0,3768	0,00755	1,1360	0,998	0,0065	0,0129
30	-0,4134	0,00997	1,1192	0,999	0,0047	0,0101
35	-0,4620	0,01270	1,1091	0,998	0,0052	0,0127
40	-0,5145	0,01541	1,1059	0,998	0,0059	0,0173
45	-0,5504	0,01736	1,1037	0,998	0,0055	0,0208
50	-0,5342	0,01736	1,0841	0,996	0,0055	0,0305

a/ Cada regresión se basa en 900 observaciones; cada coeficiente es significativo al nivel de 0,001. $\frac{MS_{N-5}}{5}$ es la proporción de madres sobrevivientes en tre los informantes de edad $\frac{N-5}{N-5}$; \bar{M} es la edad media a la que se producen los nacimientos en la población; l_2 es la probabilidad de sobrevivir a los 2 años.

sesgo. En primer lugar, no se considera la experiencia de mortalidad de los no padres o de los padres para quienes han fallecido todos sus hijos; mientras que la experiencia de mortalidad de una madre que tiene 10 hijos sobrevivientes, se considera 10 veces. El sesgo se produce si existe alguna relación entre

el número de hijos sobrevivientes y la sobrevivencia de la madre. En segundo lugar, la información acerca de hijos jóvenes -menores de 20 años- no puede usarse a causa de lo que podría llamarse efecto de adopción; las proporciones de los que informan ser huérfanos aparecen bastante subestimadas, tal vez porque los huérfanos son adoptados por parientes que se declaran como padres verdaderos.

La sobrevivencia de hermanos como un estimador de la sobrevivencia adulta

Así como puede utilizarse la proporción de hijos fallecidos, madres y cónyuges sobrevivientes, para estimar la mortalidad, del mismo modo la proporción de hermanos sobrevivientes de los informantes (clasificada por grupos quinquenales de edades) puede transformarse en valores $l(x)$ de tablas de vida. Este método, al igual que el de orfandad, está afectado por el mismo tipo potencial de sesgo: grupos completos de hermanos que han fallecido no se consideran, mientras que la muerte de uno es declarada por todos los restantes. Si existe alguna relación entre el número de hermanos y sus probabilidades de sobrevivencia, el método daría resultados sesgados.

El método puede exponerse en forma concisa. Considérense de edad a cuyas madres tenían edad b cuando ellos nacieron. Supóngase una distribución de fecundidad específica por edad $f(t)$ constante. Las madres pueden haber tenido hijos -de acuerdo a la probabilidad determinada por $f(t)$ - antes y después del nacimiento del informante respectivo. El número de tales madres será $B e^{-r(a+b)} f(b)$, que es igual al número de hijos si se admite que no se producen nacimientos múltiples. Ignorando los efectos de la mortalidad y del intervalo entre nacimientos, el número de hijos tenidos por esas mujeres a la edad t , será $B e^{-r(a+b)} f(b) f(t)$, y excluyendo la mortalidad, esos hijos tendrán ahora la edad $a+b-t$. Por supuesto, esos hijos son hermanos de los informantes. Ahora bien, al tomar en cuenta la mortalidad es necesario considerar el hecho que las madres pueden morir después de la edad b , reduciendo el número de hijos más jóvenes. Se necesita considerar además el hecho que las madres no pueden tener un nacimiento nueve meses antes o nueve después de la edad b , y han reducido su fecundidad durante un amplio intervalo. Una aproximación a estas consideraciones es que la mujer no tenga otros nacimientos un año antes y uno después de la edad b , y reduciendo la tasa usual de fecundidad al 50 por ciento

de su nivel durante un año antes y uno después de la edad b . Este procedimiento se aproxima a un intervalo promedio entre nacimientos de tres años, pero por supuesto es constante según edad y paridez.^{9/} El número de hermanos de los entrevistados cuya edad es a , tenidos por madres de edad b , puede expresarse como

$$\begin{aligned} NH(a,b) = & B e^{-r(a+b)} l''(b) f(b) l'(a) \left[\int_0^{b-2} f(t) dt + 1/2 \int_{b-2}^{b-1} f(t) dt + \right. \\ & \left. + 1/2 \int_{b+1}^{b+2} f(t) \frac{l'(t)}{l''(b)} dt + \int_{b+2}^{b+a} f(t) \frac{l''(t)}{l''(b)} dt \right] \end{aligned} \quad (21)$$

El número de esos hermanos aún vivos, será

$$\begin{aligned} NHS(a,b) = & B e^{-r(a+b)} l''(b) f(b) l'(a) \left[\int_0^{b-2} f(t) l(a+b-t) dt + \right. \\ & \left. + 1/2 \int_{b-2}^{b-1} f(t) l(a+b-t) dt + 1/2 \int_{b+1}^{b+2} f(t) \frac{l'(t)}{l'(b)} l(a+b-t) dt + \right. \\ & \left. + \int_{b+2}^{b+a} f(t) \frac{l'(t)}{l'(b)} l(a+b-t) dt \right] \end{aligned} \quad (22)$$

en que la doble prima (") indica la probabilidad de sobrevivencia de las madres. Estas expresiones, pueden ser integradas respecto a b para cubrir todas las edades de las madres de los entrevistados, y con respecto a a (grupos quinquenales) para obtener cifras de acuerdo a la distribución de los entrevistados según grupos quinquenales de edades. Entonces, la proporción de hermanos sobrevivientes se obtiene como razón entre los hermanos sobrevivientes y el total de hermanos.

Reemplazando los distintos valores de los parámetros de las distribuciones implícitas de fecundidad y mortalidad, se obtiene un total de 324 observaciones de las proporciones de hermanos sobrevivientes según grupos quinquenales de edades, ${}_5HS_N$; los parámetros aparecen en el cuadro 16. Como en los casos anteriores, no se prefijaron valores de r , sino que se calculó como raíz de la ecuación de Lotka donde se conoce la mortalidad y fecundidad.

^{9/} El número de hermanos de los informantes puede calcularse exactamente como $\int_0^b f(t) dt + \int_b^w f(t) l(t+b)/l(b) dt - 1$. Desafortunadamente, este cálculo exacto del número de hermanos no nos dice dónde debería sustraerse 1. El procedimiento descrito más arriba, se aproxima a la relación exacta y, además, precisa dónde ocurre la sustracción. Se han formulado otros procedimientos basados en la relación exacta, pero ellos también conducen a problemas que deben ser tratados mediante supuestos arbitrarios. Las principales ventajas de (22) son su facilidad de cálculo y su plausibilidad.

Se encontró que regresiones simples de la forma $a + b \cdot {}_5HS_N$ ajustaban perfectamente bien. Los coeficientes e indicadores de bondad del ajuste se muestran en el cuadro 17. En cada regresión, el coeficiente de ${}_5HS_N$ es cercano a 1,0 y el término constante es pequeño. Esos coeficientes indican que para obtener una estimación de l_N , se necesita alterar sólo ligeramente la proporción de hermanos sobrevivientes. La principal dificultad que se prevé para la aplicación de la técnica, es la posibilidad que un entrevistado no conozca la existencia de hermanos que fallecieron antes de que él naciera, o mientras era pequeño. Esos hermanos pueden quedar eliminados por completo en la información, aumentando de esta manera la proporción aparente de hermanos sobrevivientes.

Cuadro 16

RANGO DE LOS PARAMETROS EMPLEADOS PARA GENERAR LA PROPORCION DE HERMANOS SOBREVIVIENTES

A. Fecundidad			
	SMAM	= 17, 19, 21	3 valores
	m	= 0; 0,2; 0,4	3 valores
	a_0	= 12; 13,5; 15	3 valores
	TFT	= 5; 7	2 valores
B. Mortalidad			
	α	= -0,4; 0; 0,4	3 valores
	β	= 0,8; 1,1	2 valores
C. Tasa de crecimiento r			
	Calculada como raíz de la ecuación de Lotka		

La conexión entre la mortalidad de la niñez y la mortalidad adulta y el suavizamiento de los valores de la tabla de vida estimada

En la formulación original de varios de los métodos presentados aquí, podían estimarse sólo probabilidades condicionales de supervivencia. Por ejemplo, en el procedimiento de la orfandad se estimó $1(25+N)/1(25)$, para $N = 20, 25 \dots$, a base de la proporción de madres sobrevivientes.

Cuadro 17
 COEFICIENTES ESTIMADOS E INDICADORES DE BONDAD DEL AJUSTE DE
 LAS REGRESIONES^{a/} $l_N = a + b \cdot {}_5HS_N$

N	a	b	R ²	Error estándar	Coefficiente de variación
10	0,0033	0,9998	0,9997	0,0021	0,0029
15	0,0223	0,9839	0,9995	0,0029	0,0041
20	0,0216	0,9847	0,9996	0,0028	0,0041
25	0,0129	0,9920	0,9997	0,0024	0,0036
30	0,0102	0,9954	0,9997	0,0024	0,0038
35	0,0115	0,9972	0,9997	0,0027	0,0045
40	0,0134	1,0009	0,9995	0,0033	0,0057
45	0,0143	1,0090	0,9993	0,0040	0,0073
50	0,0125	1,0242	0,9990	0,0048	0,0094
55	0,0075	1,0488	0,9987	0,0055	0,0118

a/ Cada regresión se basa en 324 observaciones; cada coeficiente es significativo al nivel de 0,001. ${}_5HS_N$ es la proporción de hermanos sobrevivientes para los informantes de edades N a $N+5$

Con el objeto de convertir esas probabilidades condicionales en una serie completa de valores de l_x , se ha recurrido al valor estimado de l_2 . Pueden obtenerse valores provisorios de $l(25+N)$, asignando un valor a $l(25)$. Al combinar l_2 con cada valor de $l(25+N)$ se obtiene un valor implícito de β , a través de la fórmula que resulta de la solución a dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\beta = [Y(x) - Y(2)] / [Y_s(x) - Y_s(2)] \quad (23)$$

Una nueva estimación de β , generalmente un promedio de los β implícitos, proporciona una nueva estimación de $l(25)$. Se repite el procedimiento hasta que se logra la convergencia. Es importante destacar que la tabla de vida para todas las edades no podría obtenerse sin información sobre mortalidad de la niñez

El nexo de unión entre la mortalidad de la niñez y la adulta, establecido mediante el procedimiento anterior, se realiza en un solo paso mediante las

regresiones que emplean directamente a l_2 como una variable independiente. Debemos recalcar que l_2 desempeña el mismo rol y tiene la misma importancia en cada procedimiento de los expuestos. Cabe preguntarse si el l_2 estimado con el procedimiento de estimación de la mortalidad de la niñez o por otro, puede usarse directamente o si debe antes efectuarse una especie de suavizamiento de l_2 , l_3 y l_5 . De modo general, por supuesto, no puede darse una respuesta definitiva. Resulta claro, sin embargo, que cualquier suavizamiento puede realizarse sólo con respecto a una tabla de vida de un parámetro. Por ejemplo, los valores l_x estimados podrían suavizarse asignando un solo valor a las tablas de Coale-Demeny, consistente con los niveles implícitos en los valores sin suavizar; este nivel podría elegirse como promedio de los niveles respectivos. El sistema logito puede convertirse en un sistema de un parámetro, haciendo que β tome el valor de 1. Entonces, llamando $\bar{Y}(2, 3, 5)$ y $\bar{Y}_s(2, 3, 5)$ al valor promedio de los logitos de los valores q_x estimados y estándares, respectivamente, se estima α mediante

$$\alpha = \bar{Y}(2, 3, 5) - \bar{Y}_s(2, 3, 5) \quad (24)$$

Con la ecuación (A3)^{10/} se calculan valores de l_2 , l_3 y l_5 . Aunque en general los valores finales estimados de α y β -coherentes tanto con la mortalidad de la niñez como con la adulta- no serán aquellos utilizados en el suavizamiento, el proceso de interacción produce cambios pequeños en esos valores finales. Una vez estimados los valores de l_x es de mucha ayuda, a menudo, suavizarlos mediante el uso del sistema logito para eliminar cualquier valor errático. Una manera de suavizar, sería representar gráficamente $Y(x)$ y $Y_s(x)$ y estimar α y β mediante el ajuste de una línea recta. Desafortunadamente, se violan los supuestos de mínimos cuadrados puesto que las observaciones tienen variancias diferentes; no pueden usarse mínimos cuadrados ponderados ya que no pueden determinarse los valores de las ponderaciones.

Si uno piensa que ciertos grupos de l_x , y por lo tanto de $Y(x)$, son más o menos seguros, pueden agruparse tomando un promedio. Por ejemplo, los promedios de los grupos (2,3,5) y (35, 40, 45,50) darían dos ecuaciones con dos

^{10/} N. del T. Véase el Apéndice.

incógnitas, cuya solución es inmediata. Desafortunadamente, un único procedimiento no es siempre el mejor para todos los casos. Nuestra sugerencia para concluir, es que deberían ensayarse todos los procedimientos con el propósito de indagar el grado de coherencia de los métodos y, en el fondo de los datos básicos.

La estructura lógica unificadora de los métodos anteriores

Ahora que se ha examinado en detalle cada uno de los métodos para estimar la mortalidad, resulta instructivo ubicarlos en un marco de referencia unificador. Coale fue el primero en subrayar que cada uno de esos métodos podía enfocarse como proyección de una población desde un tiempo pasado hasta el presente. En realidad cada uno de ellos puede expresarse mediante una ecuación común de proyección.

$$\int_0^W N(a,d) P(d) dd = NS(a) \quad (25)$$

en que, $NS(a)$ es el número de sobrevivientes de una población inicial $N(a,d)$, y $P(d)$ es la probabilidad de sobrevivencia. Esas tres variables poseen significados especiales, los que aparecen en el cuadro 18 para cada método. De la ecuación (25), tan simple y formal como es, resultan evidentes en forma inmediata varios puntos destacables.

En primer lugar, existe sólo una ecuación para cada grupo de informantes, distribuidos según edad o duración. El punto en cada método es estimar el factor de mortalidad $P(d)$. Es claro que no existe solución única a menos que se imponga alguna limitación a la forma de $P(d)$. Por lo tanto, el primer paso en la estimación es delimitar $P(d)$ a una clase modelo de distribución de mortalidad. Aún más, puede que no exista solución única a menos que la clase varíe según un solo parámetro. Si se utiliza el sistema Coale-Demeny, entonces existe una solución única para cada familia regional. Por otro lado, si se emplea el sistema logito de Brass, un número infinito de tablas de vida puede sustituirse en (25) para dar una solución, empleando valores fijos de $N(a,d)$ y $NS(a)$. Con el objeto de evitar esta dificultad, se fijó un parámetro de información independiente, especificando un valor de l_2 . Tal procedimiento reduce los dos parámetros desconocidos a uno y permite que se encuentre una solución única.

Cuadro 18

LAS ESTIMACIONES INDIRECTAS DE LA MORTALIDAD COMO EQUIVALENTE

LOGICO DE PROYECCIONES PROSPECTIVAS. $\int_0^w N(a,d)P(d)dd = NS(a)$

Método	$N(a,d)$	$P(d)$	$NS(a)$
Niñez (Método de Feeney)	Número de nacimientos \underline{d} años atrás, tenidos por mujeres de edad actual \underline{a}	Probabilidad desde hace \underline{d} años, que un niño sobreviva desde su nacimiento hasta la edad \underline{d}	Numero de hijos sobrevivientes para una mujer de edad actual \underline{a}
Niñez (Edad)	Número de nacimientos \underline{d} años atrás, tenidos por mujeres de edad actual \underline{a}	Probabilidad de sobrevivir desde el nacimiento hasta la edad \underline{d}	Número de hijos sobrevivientes para una mujer de edad actual \underline{a}
Niñez (Dura- ción)	Número de nacimientos \underline{d} años atrás, tenidos por mujeres de duración actual \underline{a}	Probabilidad de sobrevivir desde el nacimiento hasta la edad \underline{d}	Número de hijos sobrevivientes para una mujer de duración actual \underline{a}
Viudez (Dura- ción)	Número de informantes de duración actual \underline{a} , cuyos primeros esposos se casaron a la edad \underline{d}	Probabilidad condicional de supervivencia, desde la edad \underline{d} hasta la edad $\underline{a+d}$	Número de primeros esposos sobrevivientes
Viudez (Edad)	Número de informantes de alguna edad actual \underline{x} , cuyos primeros esposos se casaron a la edad \underline{a} hace \underline{d} años. Se necesita otra integración para todas las edades \underline{a} , de esposas	Probabilidad condicional de supervivencia, desde la edad \underline{a} hasta la edad $\underline{a+d}$	Número de primeros esposos sobrevivientes
Orfan- dad	Número de hijos de edad actual \underline{a} , cuyas madres los tuvieron a la edad \underline{d}	Probabilidad condicional de supervivencia desde la edad \underline{d} hasta la edad $\underline{d+a}$	Número de madres sobrevivientes
Herma- nos	Número de hermanos de un hijo de edad actual \underline{a} , que nació \underline{d} años atrás	Probabilidad de supervivencia desde el nacimiento hasta la edad \underline{d}	Número de hermanos sobrevivientes

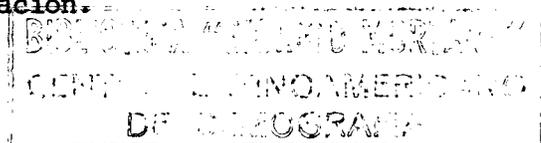
Obviamente, este procedimiento no es aplicable cuando se estima mortalidad de la niñez. Nuestro poco sorprendente descubrimiento es la contraparte de un conjunto infinito de soluciones, esto es, que ninguna ecuación de estimación posee, por supuesto, algún poder explicativo a menos que algún índice directo de mortalidad se incluya como variable explicativa. Los intentos de estimar el

patrón, eliminando un parámetro mediante el uso de D_1/D_2 como variable explicativa, probablemente fracasarán porque D_1/D_2 se ve más afectada por las tendencias de mortalidad que por los diferentes patrones.

No obstante, Feeney (1975) ha explotado este grado extra de libertad de manera muy hábil. El diseñó una tabla de vida de dos parámetros de una manera diferente, empleando un sistema logito de Brass en que $\beta = 1$, pero con un supuesto adicional de que la mortalidad infantil ha descendido linealmente en el tiempo. Con dos parámetros α y r (tasa de descenso de la tasa de mortalidad infantil) él pudo encontrar una familia de tablas de vida, coherente con la ecuación (25) para cada grupo de mujeres según edad en el esquema de mortalidad de la niñez. Cada tabla de vida de esta familia podría caracterizarse mediante el nivel final de la q_0 al momento de la encuesta y mediante una tasa de descenso de la q_0 durante los años precedentes. Cada par de valores (nivel final, tasa de descenso) a su vez define una trayectoria lineal de la q_0 en el pasado. Se encontró que estas trayectorias tienen algún punto único de intersección en el pasado. Por lo tanto, queda determinada la q_0 del pasado para cada grupo de mujeres según edad. Mientras mayor es la edad del grupo, más atrás en el tiempo se ubica la estimación de la q_0 . Uniendo la q_0 a través del tiempo, se establece la trayectoria de la mortalidad en los años anteriores a la encuesta.

El segundo punto que surge de la ecuación (25) es que, a causa de la naturaleza de los datos, debe estimarse $N(a,d)$. De hecho, las restricciones de los datos impusieron el tipo de solución dada originalmente por Brass. En muchos casos, por ejemplo, los datos para el procedimiento de mortalidad de la niñez están disponibles en tabulaciones sobre hijos tenidos e hijos sobrevivientes. La estructura de los nacimientos en el tiempo debe estimarse, ya que ella determina el factor multiplicativo que se usa para convertir la proporción de fallecidos en el valor q_x apropiado de una tabla de vida.

Si fuera posible disponer de alguna estructura en el tiempo, la situación sería en verdad alentadora. Nuevamente, se recurre a los modelos para limitar la estructura a una clase que -se espera- represente el rango probable que se encuentra en poblaciones humanas. Para identificar la estructura apropiada, se utilizan índices tales como la edad media de período reproductivo, la edad media al matrimonio de la población soltera, o la razón entre parideces medias según grupos de edades o duración.



El punto final es que mientras la información puede ser delimitada en muchos casos a una simple tabulación cruzada, en otros (especialmente en censos y encuestas más recientes), literalmente se elimina una parte importante de la información, principalmente la estructura por edad (o duración) de los sobrevivientes. Afortunadamente ya existe una técnica demográfica bien conocida -sobrevivencia retrospectiva- que utiliza esa parte de la información y evita la necesidad de estimar una estructura de fecundidad o nupcialidad desconocida en el pasado. Concentrándose sólo en la estimación de la mortalidad, puede eliminarse alguna fuente potencial de sesgo. Al igual como las técnicas indirectas descritas en este documento son equivalentes al principio único de las proyecciones prospectivas, los datos básicos también pueden conformar, con algún arreglo previo, el punto de origen para la proyección retrospectiva. Cada conjunto de datos puede expresarse como

$$\int_0^W S(a,d) / P(d) dd = 0(a) \quad (26)$$

en que, $S(a,d)$ es la distribución de los sobrevivientes de la población original $0(a)$, y $P(d)$ es el factor de sobrevivencia. El significado específico de cada término aparece en el cuadro 19. Coale sugirió una solución como ésta a Cho(1973), quien la utilizó para estimar la mortalidad de la niñez a base de los datos de Corea sobre hijos-proprios. Recientemente Preston (1976) redescubrió en forma independiente la propiedad de este mismo procedimiento.

Es probable que ahora la metodología de estimación indirecta siga diferentes modalidades. Por una parte, es seguro que los métodos cuyo pionero fue Brass, serán empleados como instrumentos en un futuro previsible. Muchos conjuntos de datos admitirán sólo este tipo de métodos. Son simples de usar y su aplicación puede ser comprendida fácilmente por aquéllos sin mucho entrenamiento formal en demografía. Además, estos métodos exigen relativamente poco de los datos. Por otra parte, en la actualidad es una tarea relativamente fácil programar una técnica de supervivencia retrospectiva, la que conduce por iteración a una solución factible. La integridad de la metodología, el número relativamente escaso de puestos, y los mejoramientos graduales en el tiempo de la calidad de los datos, garantizan que esta aproximación continuará ganando adeptos.

Cuadro 19

ESTIMACION INDIRECTA DE LA MORTALIDAD MEDIANTE LA PROYECCION RETROSPECTIVA

$$\int_0^W S(a,d)/P(d)da = O(a)$$

Método	S(a,d)	P(d)	O(a)
Niñez (Edad)	Número de hijos de edad actual <u>d</u> , tenidos por mujeres de edad actual <u>a</u>	Probabilidad de sobrevivir desde el nacimiento hasta la edad <u>d</u>	Número de hijos tenidos por mujeres de edad actual <u>a</u>
Niñez (Duración)	Número de hijos de edad actual <u>d</u> , tenidos por mujeres de duración actual <u>a</u>	Probabilidad de sobrevivir desde el nacimiento hasta la edad <u>d</u>	Número de hijos tenidos por mujeres de duración actual <u>a</u>
Orfandad	Número de madres de edad actual <u>d</u> , cuyos hijos tienen edad actual <u>a</u>	Probabilidad condicional de supervivencia desde la edad <u>d-a</u> hasta la edad <u>d</u>	Número de hijos
Viudez (Duración)	Número de primeros esposos de edad actual <u>d</u> para informantes que se casaron <u>a</u> años atrás	Probabilidad condicional de supervivencia desde la edad <u>d-a</u> hasta la edad <u>d</u>	Número de informantes

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Blacker, J.G.C., "The Estimation of Adult Mortality in Africa from Data on Orphanhood", en Population Studies. (En edición).
- Brass, William, "On the Scale of Mortality", en Biological Aspects of Demography, editado por W. Brass, et al., Taylor y Francis, Londres, 1971, páginas 69-110.
- Brass, William, A Note on Empirical Mortality Schedules, presentado a un grupo de expertos ad hoc en modelos demográficos, Nueva York, 8-12 diciembre, 1975.
- Brass, William y A.J. Coale, "Methods of Analysis and Estimation", en La Demografía de Africa Tropical, editado por William Brass. Princeton, 1968, páginas 88-150.
- Brass, William y Ken Hill, "Estimating Adult Mortality from Orphanhood", en Conferencia Internacional de Población, UIECP, Lieja, julio, 1973
- Carrier, Norman y John Hobcraft, Demographic Estimation for Developing Societies. Population Investigation Committee, Londres, 1971.
- Cho, Lee-Jay, "The Own-children Approach to Fertility Estimation: an Elaboration", en Conferencia Internacional de Poblacion, Lieja, 1973. Vol. II, UIECP, 1974, páginas 263-278.
- Coale, Ansley J., "Age Patterns of Marriage", en Population Studies, julio, 1971, páginas 193-214.
- Coale A.J. y Paul Demeny, Regional Model Life Tables and Stable Populations, Princeton University Press, Princeton, 1966.
- Coale, A.J., Alan Hill y James Trussell, "A New Method of Estimating standard Fertility Measures From Incomplete Data", en Population Index, abril, 1975, páginas 182-210
- Coale A.J. y Donald McNeil, "The Distribution of Age of the Frequency of First Marriage in a Female Cohort", en Journal of the American Statistical Association, diciembre 1972, páginas 743-749.
- Coale A.J. y James Trussell, "Model Fertility Schedules: Variations in the Structure of Childbearing in Human Populations", en Population Index, abril 1974, páginas 185-258.
- Feeney, Griffith, Estimating Mortality Trends from Child Survivorship Data. Inédito, East-West Population Institute, The East-West Center, Honolulu, Hawaii 96822.
- Hajnal, John, "Age at Marriage and Proportions Marrying en Population Studies, noviembre 1953, páginas 111-132
- Hastings, N.A.J. y J.B. Peacock, Statistical Distributions, Butterworths, Londres, 1975.

- Henry, Louis, "Some Data on Natural Fertility", en Eugenics Quarterly, junio 1961, páginas 81-91.
- Hill, Ken, Indirect Methods of Estimating Adult Mortality Levels. Tesis doctoral inédita, London University, 1975.
- Hill Ken, "Indirect Methods of Mortality Estimation Illustrated with Applications to Bangladesh", en Conferencia Anual del Instituto Internacional de Estadística, abril, 1975.
- Lederman, S y J. Bréas, "Les Dimensions de la Mortalité", en Population, octubre-diciembre, 1959, páginas 637-682.
- Naciones Unidas, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, "Metodos para Estimar Medidas Demográficas Básicas a Partir de Datos Incompletos", en Manuales sobre Métodos de Estimaciones de Población, Manual 4, Nueva York, 1967.
- Nosseir, Nazek, Measures of Fertility and Mortality in the Governorates of Egypt, 1947 and 1960. Tesis doctoral inédita. Princeton University, 1975. Disponible en University Microfilms, Ann Arbor, Michigan.
- Preston, Samuel, "Estimating Child Survival Rates from Data of Women's Reproductive Histories", en Technical Report del Departamento de Sociología, University of Washington, Seattle, Washington.
- Sullivan, Jeremiah, "Models for the Estimation of the Probability of Dying Between Birth and Exact Ages of Early Childhood", en Population Studies, marzo, 1972, páginas 79-97.
- Trussell, James, "A Reestimation of the Multiplying Factors for the Brass Technique for Determining Childhood Survivorship Rates", en Population Studies, marzo, 1975, páginas 97-107.

APENDICE

LA DERIVACION DE LA TRANSFORMACION LOGITO BASADA EN LA DISTRIBUCION LOGISTICA SUBYACENTE Y EN LA FORMA DE LOS LOGITOS DE LA DISTRIBUCION ESTÁNDAR DE q_x

Dada una dosis x , sea p la probabilidad de una respuesta, obtenida mediante la distribución logística acumulada hasta la edad x

$$p = F(x) = \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} ; \quad -\infty < x < \infty \quad (A1)$$

Por lo tanto, la densidad está dada por

$$\frac{dF(x)}{dx} = \frac{2}{(e^{-x} + e^x)^2} = \frac{\operatorname{sech}^2(x)}{2} \quad (A2)$$

Esta es la forma estándar de la distribución logística con $\mu=0$ y $\sigma^2=\pi^2/12$. De (A1), vemos que $\operatorname{logit}(p)=x$. La extensión al caso en que $\operatorname{logit}(p) = x' \beta$, donde x y β son vectores, es totalmente precisa.

Los valores de $Y(x)$ para las edades 1 a 99 ya aparecen en el cuadro 1; esos son valores para el sistema general de Brass de tablas de vida estándar, suavizados por John Hobcraft, quien ajustó una curva de Makeham a los valores l_{40} , l_{50} , l_{60} y l_{70} . En la práctica, se obtienen los valores de l_x como

$$l_x = 1 \left[1 + \exp 2(\alpha + \beta Y_s(x)) \right], x = 1-99 \quad (A3)$$

Finalmente, se elige $l_0 = 1$, y $l_{100} = 0$

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA

CELADE

Edificio Naciones Unidas

Avenida Dag Hammarskjöld

Casilla 91, Santiago, CHILE

Avenida 6ª, Calle 19, Apartado Postal 5249

San José, COSTA RICA