A N E X O B

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA
CELADE-San José

Seminario sobre

BIOESTADISTICAS DE LA REPRODUCCION HUMANA
(Del 5 al 14 de mayo de 1976)

Programa

(1) INTRODUCCION

- Marco general de la fecundidad
- Consideraciones preliminares sobre la "fecundidad natural"
- La base fisiológica
- Del análisis demográfico estándar a la micro-demografía

(2) FECUNDABILIDAD

- Distribución de las primeras concepciones: caso homogéneo - caso heterogéneo
- Estimación de una función de distribución de la fecundabilidad
- Resultados
- Evolución con la edad
- La fecundabilidad después de una interrupción de la anticoncepción, o después de un nacimiento
- Probabilidades diarias de concepción

(3) MORTALIDAD INTRAUTERINA

- Problemas de definición y de observación
- Tablas de vida de la mortalidad intrauterina
- Edad, orden de nacimiento y heterogeneidad
- Las tasas de continuación como funciones del resultado del embarazo
- La mortalidad intrauterina y la fecundabilidad

(4) PERIODOS DE ESTERILIDAD

-Amenorrea post-parto y lactancia : evidencia directa e indirecta

-Amenorrea en circunstancias especiales

-Esterilidad permanente, primaria y secundaria

-Efecto de la edad

(5) FECUNDIDAD NATURAL

-Papel que desempeña la nupcialidad

-Datos sobre tasas de fecundidad por edad

-Intervalos intergenésicos: problemas de análisis

(6) MODELOS PARA EL ESTUDIO DE LA FECUNDIDAD

-Modelos matemáticos

-Macrosimulaciones

-Microsimulaciones

(7) UN EJEMPLO DE MICROSIMULACION

-Niveles y patrones de edad de la fecundidad natural

(8) FACTORES EXOGENOS

-Variables de comportamiento

-Nutrición, salud ...

BIBLIOGRAFIA

- B. DYKE and J. Mc CLUER (Eds.): "Computer simulation in Human Populations", Academic Press, New York, 1973.

- L. HENRY: "On the Measurement of Human Fertility (Selected writings)", Elsevier (a Population Council Book), 1972.

- L. HENRY: "Démographie. Analyse et modèles", Larousse, Paris, 1972 (cf. chap. 5, 6, 8, 10, 12, 13, 14).

- H. LERIDON: "Biostatistics of Human Reproduction", in Measuring the Effect of Family Planning Programs on Fertility, Ordina Editions, (I.U.S.S.P.), 1975.

- H. LERIDON: "Aspectos biométriques de la fécondité humaine", I.N.E.D. - P.U.F., Paris, 1973.

- M.C. SHEPS and J.A. MENKEN: "Mathematical Models of Conceptions and Births", University of Chicago Press, 1973.

- R.G. POTTER: "Birth intervals: Structure and Change", Population Studies, 17: 155 - 162, Nov. 1963.

- R.G. POTTER et al. : "A Case Study of Birth Intervals Dynamics", Population Studies, 19 (1) : 81 - 96, July 1965.

* * *

CELADE

SEMINARIO SOBRE BIOESTADISTICAS DE LA REPRODUCCION HUMANA.

(San Jose, 5-14 Mayo 1976)

1: Programa

2: Contribuciones del Sr. Albino Bocaz al pre seminario, 27 abril -4 de mayo.

3: HENRY, L. Fecondité des mariages, nouvelle methode de mesure.

4: PORRAS, C. y L.Rosero. El modelo de Barret de simulación de la fertilidad.

5: POTTER, Robert G. y SAKODA, James M. A computer model of family building based in expected values. Reseña por A. FARNOS

6: WOLFERS, D. Determinación de los intervalos de nacimientos y sus medias. Comentario preparado por E. Baldión.

SEMINARIO SOBRE

BIOESTADISTICAS DE LA REPRODUCCION HUMANA

(Bajo la dirección del Doctor Henri Léridon)

CELADE - San José, 5 al 14 de mayo de 1976

Contribuciones del Prof. A. Bocaz al
Pre-seminario, 27 abril - 4 de mayo

I - DESARROLLOS ANALITICOS DE INTERES, SEGUN LAS PAGINAS QUE SE INDICAN (Referencia: libro de H. Leridon).

Pag 28

$C_0 = p$

$C_1 = (1-p)\,p$

$C_2 = (1-p)^2\,p$

$$m = E(t) = \sum_1^\infty t(1-p)^{t-1}p = p\sum_1^\infty t(1-p)^{t-1} = \frac{p}{[1-(1-p)]^2} = \frac{1}{p}$$

$$E(t^2) = \sum_1^\infty t^2(1-p)^{t-1}p = p\sum_1^\infty t^2(1-p)^{t-1} = \frac{2-p}{p^2}$$

$$Var(t) = E(t^2) - [E(t)]^2 = \frac{1-p}{p^2}$$

Pag 29

$C_0 = E\,p = \bar{p}$

$C_1 = E\,(1-p)\,p$

$C_2 = E\,(1-p)^2\,p$

$\vdots$

$C_x = E\,(1-p)^x\,p$ (mujeres que conciben en el mes (x), cualquiera fuese su fecundabilidad)

$C_{x+1} = E\,(1-p)^{x+1}\,p$

$$C_x - C_{x+1} = E\,p(1-p)^x\,[1-(1-p)] = E\,p^2(1-p)^x$$

$$\frac{C_x - C_{x+1}}{C_x} = \frac{E\,p^2(1-p)^x}{E\,p(1-p)^x} = E\,p\cdot\left[\frac{p(1-p)^x}{E\,p(1-p)^x}\right]$$

$C_{px} = \left[\frac{p(1-p)^x}{E\,p(1-p)^x}\right]$ = proporción de mujeres de fecundabilidad (p) que conciben en el mes (x)

La cantidad $G_x = 1 - \frac{C_{x+1}}{C_x} = E\,p\,(C_{px})$

representa la fecundabilidad media de las mujeres que conciben en el mes (x).

$C_{n+1} = \sum_{0}^{n-1} C_{x+1}$ = número de mujeres que conciben en los (n+1) primeros meses)

$$= \sum_{0}^{n-1} E(1-p)^{x+1} p = E\left[p \sum_{0}^{n-1} (1-p)^{x+1}\right] = E\,q(1-q^n)$$

con $q = 1-p$

$C_n = \sum_{0}^{n-1} C_x$ = número de mujeres que conciben en el (n) primer mes

$$= \sum_{0}^{n-1} E(1-p)^x p = E\left[p \sum_{0}^{n-1} (1-p)^x\right] = E(1-q^n)$$

$$Q_n = \frac{\text{Mujeres que conciben en } (n, n+1)}{\text{Mujeres que conciben en } (n) \text{ mes}} = \frac{C_{n+1} - C_n}{C_n}$$

$$= \frac{E(1-q^n) - E\,q(1-q^n)}{E(1-q^n)} = \frac{E\,p(1-q^n)}{E(1-q^n)}$$

<u>La fecundabilidad media de las mujeres que conciben en los (n) primeros meses</u>

$P_n = \frac{\sum_{0}^{n-1} C_x q_x}{\sum_{0}^{n-1} C_x}$ con $C_x q_x = E\,p^2(1-p)^x$

$$= \frac{\sum_{x=0}^{n-1} E p^2 (1-p)^x}{\sum_{x=0}^{n-1} E p (1-p)^x} = \frac{E p^2 \left(\frac{1-q^n}{p}\right)}{E p \left(\frac{1-q^n}{p}\right)} = \frac{E p (1-q^n)}{E (1-q^n)} = \text{[illegible]}$$

Mujeres que conciben en el mes 1: $C_1 = E\,p(1-p)$
" " " " " " 0: $C_0 = E\,p$

$$C_1 = Ep - Ep^2 = Ep - \left[\mathrm{Var.}\,p + (Ep)^2\right]$$

$$\frac{C_1}{C_0} = 1 - (Ep) - \frac{\mathrm{Var}\,p}{(Ep)} = 1 - Ep - C^2 Ep$$

$$\therefore \boxed{\frac{C_1}{C_0} = 1 - (1+C^2)Ep}$$

Pag 35/36

$$f(p) = \frac{p^{a-1}(1-p)^{b-1}}{B(a,b)} \quad \text{con } a,b>0 \qquad B(a,b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$$

Sea la distribución supuesta de las mujeres según su fecundabilidad

Pag 36 Su fecundabilidad media es:

$$Ep = \frac{\int_0^1 p^{a+1-1}(1-p)^{b-1}\,dp}{B(a,b)} = \frac{B(a+1,b)}{B(a,b)} = \frac{a}{a+b}$$

$$Ep^2 = \frac{\int_0^1 p^{a+2-1}(1-p)^{b-1}\,dp}{B(a,b)} = \frac{B(a+2,b)}{B(a,b)} = \frac{(a+1)(a)}{(a+b+1)(a+b)}$$

$$\mathrm{Var}\,p = Ep^2 - (Ep)^2 = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$$

Proporción de mujeres que conciben en el mes j

$$G_j = \frac{\int_0^1 p(1-p)^j \, p^{a-1}(1-p)^{b-1}}{B(a,b)} \, dp = \frac{B(a+1, b+j)}{B(a,b)}$$

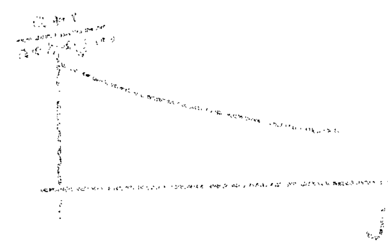
Proporción de mujeres que conciben en el intervalo (j, j+1) respecto a las que han concebido al comienzo del intervalo:

$$q_{j+1} = 1 - \frac{G_{j+1}}{G_j}$$

$$\frac{G_{j+1}}{G_j} = \frac{B(a+1, b+j+1)/B(a,b)}{B(a+1, b+j)/B(a,b)} = \frac{b+j}{a+b+j+1}$$

$$G_j = \boxed{q_{j+1} = \frac{a+1}{a+b+j+1}}$$

de Gini



La razón (G_j) es una función decreciente con j o sea que la fecundabilidad media de las mujeres que aún no se han embarazado es cada vez menor. OBVIO!!!

Media y Varianza de los tiempos de las 1ras concepciones en una población heterogénea tipo Beta

Ya se ha visto que $T = 1/p$ es el tiempo medio a que una mujer de fecundabilidad (p) concibe

Pag 36 $\quad E(X) = \frac{\int_0^1 (\frac{1}{p}) p^{a-1}(1-p)^{b-1}}{B(a,b)} = \frac{B(a-1, b)}{B(a,b)} = \boxed{\frac{a+b-1}{a-1}}$ (

Por otra parte, el momento de orden 2 de esos tiempos es $\left(\frac{2-p}{p^2}\right)$ cuando (p) es único

luego, $$\frac{\int_0^1 \left(\frac{2-p}{p^2}\right) p^{a-1} (1-p)^{b-1}\, dp}{B(a,b)} =$$

$$= \frac{\int_0^1 [1+(1-p)]\, p^{a-2-1} (1-p)^{b-1}\, dp}{B(a,b)} = \frac{(a+b-1)(a+2b-2)}{(a-2)(a-1)}$$

Pag [illegible] luego, la varianza de (T) en una población heterogenea es:

$$Var\,(T) = \frac{(a+b-1)(a+2b-2)}{(a-2)(a-1)^2} - \frac{(a+b-1)^2}{(a-1)^2} = \frac{ab\,(a+b-1)}{(a-1)^2 (a-2)}$$

<u>Estimación por el método de Momentos</u> (Henry - Potter)

<u>Pag 38</u> Si con base a una muestra de tamaño n, podemos calcular $E(T)$ y $Var\,(T)$ (2)

de (1) tenemos $\boxed{\hat{b} = [(ET)-1](a-1)}$ (3)

de (2) $Var\,(T) = \frac{a}{a-2} \cdot \frac{b}{a-1} \cdot \frac{a+b-1}{a-1} = \frac{a}{a-2}(ET-1)(ET)$

$$\therefore \frac{a-2}{a} = \frac{ET\,(ET-1)}{Var\,T}$$

$$\boxed{a = 2 \Big/ \left[1 - \frac{ET\,(ET-1)}{Var\,T}\right]} \qquad (4)$$

II - CALCULO DE LA FECUNDABILIDAD MEDIA SEGUN EL MODELO DE SINGH

De acuerdo a este modelo, la función de distribución de las primeras concepciones es:

$$f(T) = \frac{a b^a}{(b+T)^{a+1}} \qquad (1)$$

Si se dispone de una muestra de tiempos $(T_1, T_2, \ldots T_k)$ con $(n_1, n_2, \ldots n_k)$ observaciones, aplicando el principio de máxima verosimilitud tenemos:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_k \ln\left(1 + \frac{t_i}{b}\right) = \sum_{i=1}^{k} w_i \ln\left(1 + \frac{t_i}{b}\right) \qquad (2)$$

$$\text{con } w_i = \frac{n_i}{n} \qquad (3)$$

O sea que $(1/a)$ es la media aritmética de los logaritmos de $(1 + t_i/b)$

Además se tiene:

$$\frac{a}{a+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i \Big/ \left(1 + \frac{t_i}{b}\right) = \sum_{i=1}^{k} w_i \Big/ \left(1 + \frac{t_i}{b}\right) \qquad (4)$$

O sea que $a/(a+1)$ es una media armónica

Dandonos un valor arbitrario de (b) podemos calcular (2) y una primera estimación de (a). Igualmente con (4) podemos tener otra estimación de (a) a través de $(a/a+1)$ y ver la diferencia (A) entre ellos. Si (a) de (2) $[a_{(2)}]$ es menor que (a) de (4), $[a_{(4)}]$ debe subirse (b), debiendose hacer lo contrario si $a_{(2)} > a_{(4)}$

Se puede preparar un programa en una HP 25:

RCL 1 RCL 5 ÷ 1 + f ln RCL 2 × STO + 3
RCL 1 RCL 5 ÷ 1 + g 1/x RCL 2 × STO + 4 GTO 0 (orden ...
RCL 3 g 1/x STO 1/1 RCL 4 − g 1/x RCL 4 × RCL 1 − STO 2 GTO ...

Con (T) en STO 1
(w) " STO 2
(b) " STO 5

<u>Veamos el caso de los Huteritas</u> (Singh, Demography Vol 9, #2, May 1972)

Mes de Concepción	T	Nº de concepciones (n_i)	W_i
0-1	0.5	103	0.3012
1-2	1.5	53	0.1550
2-3	2.5	43	0.1257
3-4	3.5	27	0.0789
4-5	4.5	30	0.0877
5-6	5.5	9	0.0263
6-7	6.5	12	0.0351
7-8	7.5	9	0.0263
8-9	8.5	6	0.0175
9-10	9.5	8	0.0234
10-11	10.5	10	0.0292
11-12	11.5	5	0.0146
12-15	13.5	9	0.0263
15-18	16.5	7	0.0205
18-24	21.0	7	0.0205
24-48	36.0	4	0.0117
		n = 342	0.9999

<u>Usando el programa de la HP 25 indicado, tenemos:</u>

b	a	q
10.0	3.262	−0.0076
11.3	3.586	0.0077
10.65	3.4245	0.00025

El total de concepciones en el intervalo $(0, t)$ es $\left[1 - \left(\frac{b}{b+t}\right)^a\right]$, que puede programarse también en la HP25

RCL 2 RCL 1 + g $\frac{1}{x}$ RCL 2 × RCL 3 f y^x CHS 1 + GTO 0

con

$t \rightarrow$ STO 1
$b \rightarrow$ STO 2 = 10.65
$a \rightarrow$ STO 3 = 3.424

En nuestro caso:

t	$\sum_{1}^{t_i} C_i$	$\hat{C}_i$	C_i^o
0−1	0.2646	90.5	103
1−2	0.4453	61.8	53
2−3	0.5725	43.5	43
3−4	0.6644	31.4	27
4−5	0.7323	23.2	30
5−6	0.7835	17.5	9
6−7	0.8227	13.4	12
7−8	0.8532	10.4	9
8−9	0.8771	8.5	6
9−10	0.8964	6.5	8
10−11	0.9119	5.3	10
11−12	0.9245	4.3	5
12−15	0.9507	9.0	9
15−18	0.9662	5.3	7
18−24	0.9824	5.5	7
24−48		6.0	4

Desacumulando y multiplicando por n (342) se tiene el número esperado de concepciones por mes

De acuerdo con la distribución probabilística ([illegible]), el tiempo (T) en que las [illegible] [illegible] para cada [illegible] llegar al N° [illegible] [illegible]

$$E(T) = \frac{b}{a-1} = 4.39$$

$$Var(T) = \frac{ab^2}{(a-1)^2(a-2)} = 46.3863$$

Si (T) ha sido calculada con N= 342, el valor [illegible], tiene un error muestral de

$$\sqrt{46.3863/341} = 0.369$$

Usando un solo desvío típico (68% de confiabilidad)

$$1/(4.39 + 0.369) = 0.21$$

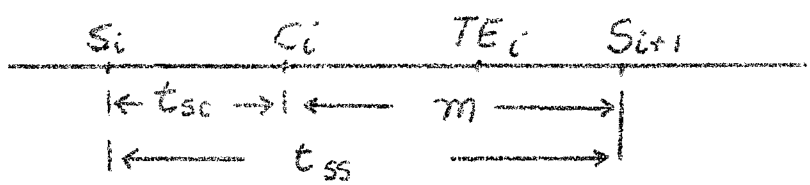
$$1/(4.39 - 0.369) = 0.25,$$

serán los límites en que variará la fecundidad media de las hembras, con el valor central de <u>0.23</u>

Con <u>2σ</u>, los límites serán <u>0.20</u> y <u>0.27</u>

III – Del artículo de Perrin - Sheps.
Human Reproduction: A stochastic process

1) Intervalo entre estados susceptibles (t_{ss})



Los tiempos muertos pueden ser de los tipos siguientes:

m_1 = si el embarazo terminó en MF
m_2 = " " " " " NM
m_3 = " " " " " NV

que tienen probabilidades θ_1, θ_2 y θ_3 de ocurrir

$$t_{ss} = (t_{sc} + m_1)\theta_1 + (t_{sc} + m_2)\theta_2 + (t_{sc} + m_3)\theta_3$$

$$E(t_{ss}) = E(t_{sc}) + \theta_1 E m_1 + \theta_2 E m_2 + \theta_3 E m_3$$

$$\boxed{E(t_{ss}) = \frac{1-\rho}{\rho} + \sum_1^3 \theta_i \eta_i} \qquad (1)$$

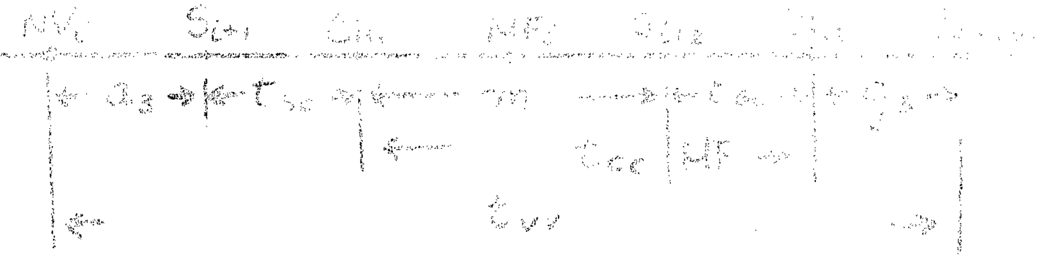
si $\eta_i = E m_i \quad (i = 1, 2, 3)$

$$Var(t_{ss}) = Var(t_{sc}) + \sum_1^3 \theta_i Var\, m_i + \sum_{i<j}^3 \theta_i \theta_j (E m_i - E m_j)$$

$$\boxed{Var(t_{ss}) = \frac{1-\rho}{\rho^2} + \sum_1^3 \theta_i \lambda_i^2 + \sum_{i<j}^3 \theta_i \theta_j (\eta_i - \eta_i)^2} \qquad (2$$

$$\boxed{\text{Siendo } \lambda_i^2 = Var\, m_i} \qquad (3)$$

d) Intervalos entre nacimientos (t_{vv})



$$t_{vv} = (a_3 + g_3) + t_{sc} + (m + t_{sc}) \text{ k veces}$$

Suponiendo (k) muertes fetales antes de llegar al NV siguiente

$$t_{vv} = n_3 + t_{sc} + (m + t_{sc})_k$$

$$E(t_{vv}) = \eta_3 + \frac{1-\rho}{\rho} + (Ek) \cdot E(m + t_{sc})$$

Pero (k) es una variable geométrica, con media $(\theta_1 + \theta_2)/\theta_3$ y varianza $(\theta_1 + \theta_2)/\theta_3^2$. A su vez

$$E(t_{cc} | MF) = E(m + t_{sc}) = \frac{\theta_1}{\theta_1 + \theta_2}\eta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1 + \theta_2}\eta_2 + \frac{1-\rho}{\rho}$$

luego

$$\boxed{E(t_{vv}) = \frac{1}{\theta_3}\left(\frac{1-\rho}{\rho} + \sum_1^3 \theta_i \eta_i\right)} = \frac{A}{\theta_3} \qquad (4)$$

relación de suma importancia, encontrada por L. Henry en 1961.
De la misma manera:

$$E(t_{MF,MF}) = \frac{A}{\theta_1} \qquad (5)$$

$$E(t_{NM,NM}) = \frac{A}{\theta_2} \qquad (6)$$

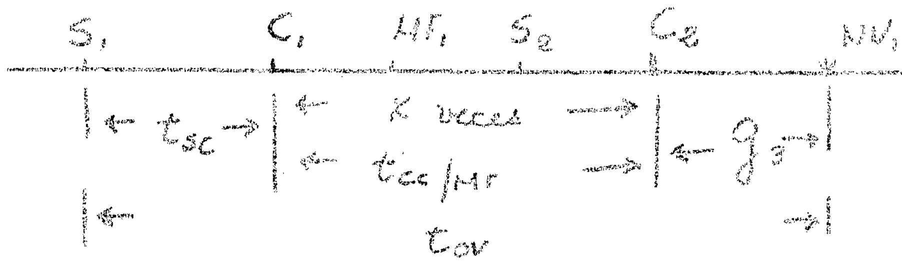
Puede demostrarse a su vez que:

$$\boxed{Var(t_{vr}) = \frac{1}{\theta_3}\left(\frac{1-\rho}{\rho^2} + \sum_{i=1}^{2} \theta_i \lambda_i^2\right) + C} \qquad (7)$$

siendo $C = \dfrac{\theta_1 \theta_2 / \theta_3}{\theta_1 + \theta_3} (\eta_1 - \eta_2)^2 + (E\, t_{cc|MF})^2$ (8

El inverso de (4) es una tasa de natalidad

3) Tiempo para el primer nacido vivo



$$t_{ov} = t_{sc} + (t_{cc|MF})_K + g_3$$

$$E(t_{ov}) = \frac{1-\rho}{\rho} + \frac{\theta_1 + \theta_2}{\theta_3}\left(\frac{\theta_1}{\theta_1+\theta_2}\eta_1 + \frac{\theta_2}{\theta_1+\theta_2}\eta_2 + \frac{1-\rho}{\rho}\right) + \bar{g}_3$$

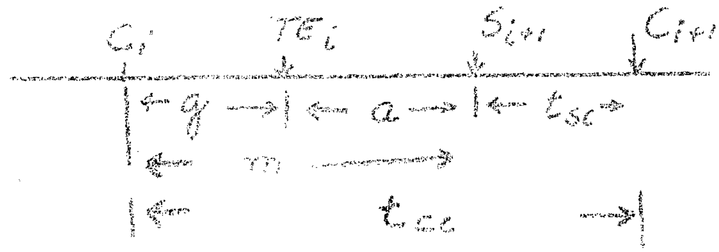
$$\boxed{E(t_{ov}) = \bar{g}_3 + \frac{1}{\theta_3}\left(\theta_1 \eta_1 + \theta_2 \eta_2 + \frac{1-\rho}{\rho}\right)} \qquad (9)$$

y la varianza del tiempo (t_{ov})

$$\boxed{Var(t_{ov}) = U_3^2 + \frac{1}{\theta_3}\left(\theta_1 \lambda_1^2 + \theta_2 \lambda_2^2 + \frac{1-\rho}{\rho^2}\right) + B} \qquad (10)$$

siendo $B = \left[\theta_1 \eta_1 + \theta_2 \eta_2 + (\theta_1 + \theta_2)\frac{1-\rho}{\rho}\right] / \theta_3$

4) Tiempo entre concepciones (t_{cc})



$$t_{cc} = (m_1\theta_1 + m_2\theta_2 + m_3\theta_3) + t_{sc}$$

$$\boxed{E(t_{cc}) = \frac{1-\rho}{\rho} + \sum_{1}^{3} \theta_i m_i}$$

$$\boxed{Var(t_{cc}) = \frac{1-\rho}{\rho^2} + \sum \theta_i \lambda_i^2 + \sum_{i<j}^{3} \theta_i \theta_j (\eta_i - \eta_j)}$$

Valores de los (θ_i)
para el caso en que hay muerte fetal y aborto inducido
Los tipos de término de los embarazos son:

Tipo de Término	Probabilidad	Tiempo Muerto
Muerte fetal precoz	$\theta_1 = d_1$	$\eta_1 \sim 2 \to 5$ ms
" " tardía	$\theta_2 = (d - d_1)(1-a)$	$\eta_2 \sim 7 \to 9$ ms
Nacido vivo	$\theta_3 = (1-d)(1-a)$	$\eta_3 \sim 12 \to 18$ ms
Aborto inducido	$\theta_4 = (1-d_1)a$	η_4

Para d_1 valores entre 10 → 20 %
d " de 25%
a " entre 24 → 30% ó más severo
de 35 → 50% (Tipo

IV - Efecto de los MF en la reducción de la tasa de natalidad

Con MF: $b' = \dfrac{1-d}{\frac{1-\rho}{\rho} + d_1\eta_1 + (d-d_1)\eta_2 + (1-d)\eta_3} =$

$$= \frac{1-d}{\frac{1-\rho}{\rho} + \eta_3 + F_1}$$

siendo $F_1 = d_1(\eta_1 - \eta_2) + d(\eta_2 - \eta_3)$

Sin MF $\quad b = \dfrac{1}{\frac{1-\rho}{\rho} + \eta_3}$ $\quad$ de allí sale $\gamma = 1 - \dfrac{b'}{b} = d + b'F_1$

siendo γ = reducción relativa

Con $\left.\begin{array}{ll} \rho = 0.20 & \eta_1 = 3 \\ d = 0.25 & \eta_2 = 8 \\ & \eta_3 = 15 \end{array}\right\rangle$ $F_1 = -2.5 \qquad \underline{b' = 0.045}$

$\gamma = d + b'F = 0.25 - 0.045 \times 2.5 = \underline{0.138}$

O sea que el efecto de los MF es una reducción del 13.8 % de la natalidad

V - Efecto adicional del AI en la reducción de la natalidad

Con AI y MF $\quad b'' = \dfrac{(1-d)(1-a)}{\frac{1-\rho}{\rho} + d_1\eta_1 + (d-d_1)(1-a)\eta_2 + (1-d)(1-a)\eta_3 + (1-d_1)a}$

Sin AI y MF $\quad b' = \dfrac{(1-d)}{\frac{1-\rho}{\rho} + d_1\eta_1 + (d-d_1)\eta_2 + (1-d)\eta_3}$

IV - Efecto de los MF en la reducción de las tasas de natalidad

Con MF: $b' = \dfrac{1-d}{\frac{1-\rho}{\rho} + d_1\eta_1 + (d-d_1)\eta_2 + (1-d)\eta_3} =$

$$= \frac{1-d}{\frac{1-\rho}{\rho} + \eta_3 + F_1}$$

siendo $F_1 = d_1(\eta_1 - \eta_2) + d(\eta_2 - \eta_3)$

Sin MF $\quad b = \dfrac{1}{\frac{1-\rho}{\rho} + \eta_3}$ $\quad$ de allí sale $r = 1 - \dfrac{b'}{b} = d + b'F_1$

siendo r = reducción relativa

Con $\left.\begin{array}{ll} \rho = 0.20 & \eta_1 = 3 \\ d = 0.25 & \eta_2 = 8 \\ & \eta_3 = 15 \end{array}\right\rangle$ $F_1 = -2.5$ $\quad$ $\underline{b' = 0.045}$

$r = d + b'F = 0.25 - 0.045 \times 2.5 = \underline{0.138}$

O sea que el efecto de las MF es una reducción del 13.8% de la natalidad

V - Efecto adicional del AI en la reducción de la natalidad

Con AI y MF $\quad b'' = \dfrac{(1-d)(1-a)}{\frac{1-\rho}{\rho} + d_1\eta_1 + (d-d_1)(1-a)\eta_2 + (1-d)(1-a)\eta_3 + (1-d_1)a}$

Sin AI y MF $\quad b' = \dfrac{(1-d)}{\frac{1-\rho}{\rho} + d_1\eta_1 + (d-d_1)\eta_2 + (1-d)\eta_3}$

de donde se deduce

$$\boxed{1 - \frac{b''}{b'} = a\left(1 + \frac{F_2\, b''}{1-d}\right)}$$

siendo $F_2 = \eta_4 + d_1(\eta_2 - \eta_4) + d(\eta_3 - \eta_2)$

Si usamos

$a = 0.30$ $\quad \eta_4 = 5$ meses
$\rho = 0.20$ $\quad d = 0.25$
$d_1 = 0.15$ $\quad b'' = 0.0217$
$F_2 = 7.20$

$$1 - \frac{b''}{b'} = 0.30\left(1 + \frac{7.20 \times 0.0217}{0.75}\right) = 0.362$$

O sea que el AI agrega un 36.2% de reducción adicional en la natalidad.

TAREA: calcule el efecto de reducción de la natalidad debido al uso de anticonceptivos

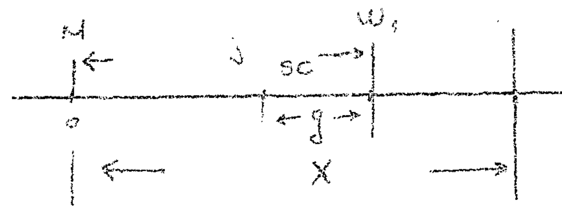
Resumen : "Algunos problemas en el uso de intervalos abiertos de natalidad como indicadores de cambio en la fecundidad". K. Venkatacharya

Population Studies, Vol 26, Nº 3 - Nov 1972
pags 495 - 505

Hipótesis usadas en las fórmulas:

1) El modelo considera una cohorte casada
2) La duración del matrimonio está medida en meses desde el comienzo del matrimonio
3) La fecundabilidad varía con la duración del matrimonio, permaneciendo constante dentro del intervalo, independiente del orden de la paridez y constante para mujeres de igual edad
4) El tiempo de insusceptibilidad post-parto variará con la paridez pero no entre mujeres o edades
5) Se ignora, por ahora, la mortalidad intrauterina. Sin embargo, puede incluirse haciendo unos pequeños cambios en los modelos.
6) En el caso del uso de AC, se acepta que se inicie después del término de la amenorrea post-parto y solamente después del primer nacido vivo. La eficacia del AC es igual para todas las mujeres y no cambia con el tiempo de casada.
7) El período (g) de gestación que da origen al nacido vivo es constante.

a) Nacimiento de orden 1



$V_{j/0}^{(1)}$ = probabilidad que el primer nacido se produzca al cabo de (j) meses desde el matrimonio

$$v_{j/0}^{(1)} = (1-p_1)(1-p_2)\cdots(1-p_{j-g-1})\,p_{j-g} = p_{j-g}\prod_{s=1}^{j-g-1} q_s \quad (1)$$

siendo $q_s = 1 - p_s$

El valor mínimo de (j) es $(g+1)$, que se tiene cuando la mujer se embaraza el primer mes. De ese modo, si aceptamos $g=9$, de acuerdo con (1) podemos calcular

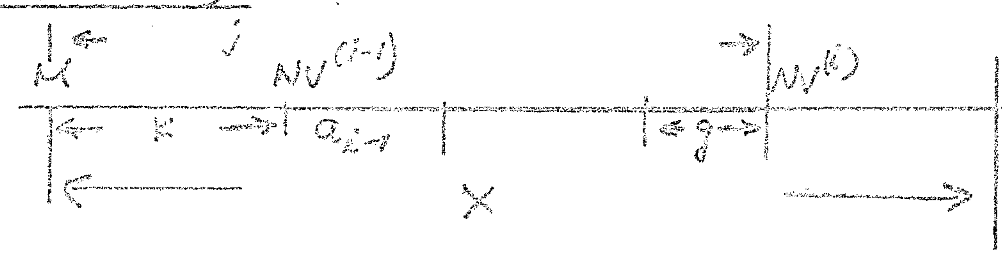
$$v_{10}^{(1)} \quad v_{11}^{(1)} \quad \ldots \quad v_{x}^{(1)} \qquad (2)$$

siendo (x) la duracion del matrimonio

j	$v_j^{(1)}$
10	$v_{10}^{(1)}$
11	$v_{11}^{(1)}$
⋮	⋮

$k=0$

b) <u>Nacimiento de orden (i) respecto al nacimiento de orden $(i-1)$</u>



j = tiempo a que la mujer tiene su nacido vivo de orden (i)

k = tiempo a que la mujer tiene su nacido vivo de orden $(i-1)$

a_{i-1} = duración de la amenorrea post-parto correspondiente al NV $^{(i-1)}$

g = período de gestación de un NV

La mujer puede embarazarse desde el mes $(k+a_{i-1}+1)$ hasta el mes $(j-g)$. De esa manera, se

$v_{j/k}^{(i)}$ = probabilidad de que el NV de orden (i) se produzca en (j) es igual a

$$U_{j/k}^{(i)} = P_{j-g} \prod_{s=k+1+a_{i-1}}^{j-g} q_s \qquad (3)$$

Con
$$K\,min = (i-1) + \sum_{1}^{i-1} m_v - a_{i-1} \qquad (4)$$
$$j\,min = i + \sum_{1}^{i} m_v - a_i \qquad (5)$$

$$m_v = g + a_v \qquad (6)$$

tiempo muerto por el NV de orden (v)

Así por ejemplo para $i = 3$, si $g = 9$ meses

$a_1 = 6$ meses $\quad a_2 = 7$ meses $\quad a_3 = 8$ meses
$m_1 = 15 \quad m_2 = 16 \quad m_3 = 17$

$K_{min} = 26$ meses $\quad J_{min} = 43$ meses

Se puede producir una tabla de valores $U_{j/k}^{(3)}$

J \ K	K = 26	K = 27	K = 28
j = 43			
j = 44			
j = 45			

c) Probabilidad del primer nacido en (j)
$$p_j^{(1)} = U_{j/0}^{(1)} \qquad (7)$$

d) Probabilidad del nacido vivo de orden (i) en (j)
$$p_j^{(i)} = \sum_{K_{min}}^{j-1-m_{i-1}} p_k^{(i-1)} U_{j/k}^{(i)} \qquad (8)$$

En la relación (8) tenemos, para $i=1$

$$p_j^{(1)} = v_{j/0}^{(1)} \qquad (9)$$

para $i=2$

$$p_j^{(2)} = \sum_{K=g+1}^{j-1-m_1} p_K^{(1)} v_{j/K}^{(2)} \qquad (10)$$

ó

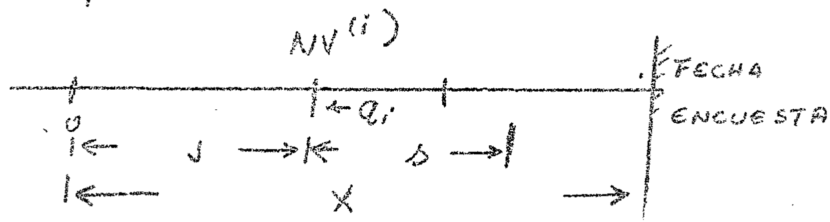
$$p_j^{(2)} = \sum_{K=g+1}^{j-1-m_1} v_{K/0}^{(1)} \; v_{j/K}^{(2)} \qquad (11)$$

Con $J_{min} = 2 + (m_1 + m_2) - a_2$ (12)

Así por ejemplo

$$p_{30}^{(2)} = \sum_{K=10}^{14} v_{K/0}^{(1)} \quad v_{30/K}^{(2)}$$

e) Probabilidad para el $NV^{(i)}$ en el momento (j) no sea seguido por nuevos nacidos vivos hasta (x): $v(x|j)$



Se puede calcular la probabilidad de que a parti
de $(j+a_i)$ se produzca un nuevo nacido vivo y continuar hasta (x). Sumando estas probabilidades se tendría la probabilidad condicional de aumentar la paridez y haciendo el complemento, la de no aumentarl
Los elementos probabilísticos serían del tipo

$$v_{j+s/j}^{(i+1)} \qquad \text{para} \qquad a_i < s \leq x$$

y la probabilidad $v(x/j)$ será igual a

$$p_j^{(i)} \left[1 - \sum_{a_{i+1}}^{x-s} v^{(i+1)}_{j+s/j} \right] \qquad (13)$$

Otra manera puede ser calcular probabilidades de agrandamiento (para la paridez siguiente) más allá de (x), o sea

$$p_j^{(i)} \sum_{k=x+1} (v_{k/j}) \qquad (14)$$

Al parecer esta es la forma como la propone el autor en su artículo

La introducción de esterilidad secundaria, o sea que se presente después del primer NV se puede hacer depender de la edad. Lo mismo puede hacerse en el caso de un PPF en que se recurre a la esterilización quirúrgica

Si α_i = probabilidad condicional de que una mujer quede estéril después del $NV^{(i)}$, definiendo:

$$\theta_i = (1-\alpha_1)(1-\alpha_2)\dots(1-\alpha_i) \qquad (15)$$

La probabilidad de que la mujer quede estéril después del $NV^{(i)}$ es

$$\theta_{i-1}\,\alpha_i \qquad (16)$$

De allí que:

$$U_s(x/j) = p_j^{(i)} \theta_{i-1} \quad \text{para } x-j \leq a_i \qquad (17)$$

$$U_s(x/j) = p_j^{(i)} \theta_i \Big(\sum_{x-j=1+a_i} v_{k/j} \Big) + p_j^{(i)} \theta_{i-1} \alpha_i \qquad (18)$$

Finalmente puede ocurrir que para el caso en que la mujer usó AC, se reemplaza (P_x) por $P_x(1-e)$ siendo (e) la eficacia del AC considerado:

Algunos resultados:

X	Sin esterilidad Fecundabilidad Media					Con esterilidad secundaria tipo I*, pero sin AC	
		$i=1$		$i=4$			
	e	E(IA)	Var(IA)	E(IA)	Var(IA)	$i=1$	$i=4$
60	0	21	159	–	–	24	–
	50	25	182	–	–	**	–
	95	29	187	–	–	**	–
150	0	68	1340	27	197	155	80
	50	126	788	37	349	**	**
	95	144	361	54	450	**	**
300	0	178	2339	109	1920	275	200
	50	246	804	143	1225	**	**
	95	264	361	171	478	**	**

IA = intervalo abierto

* ver texto

** no hay valores en el texto, por no haber considerado simultaneamente AC y esterilidad secundaria

Forma de cálculo de las relaciones 6, 6a, 8, 10 de las paginas 184, 185 y 186, que permiten llegar a determinar los intervalos entre nacimientos:

Aceptando que las relaciones son correctas. Hubo intento de demostrarlas, se le pedirá a Leridon que las demuestre en el seminario posteriormente

a) $$\boxed{V_j^{(1)} = \left(1 - \sum_{y=0}^{j-1} V_y^{(1)} \lambda_{j-1-y}\right) P_1 (1-d_1)} \qquad (1)$$

Siendo
$$\lambda_{j-1-y} = 1 + \frac{d_{j-1-y}}{1-d_{j-1-y}} m^A_{j-1-y} \qquad (2)$$

d = mortalidad intrauterina

m^A = probabilidad de estar en el tiempo muerto cuando el embarazo se pierde (aborto)

Para $j=1$ $$V_1^{(1)} = \left[1 - V_0^{(1)} \lambda_0\right] P_1 (1-d_1) \qquad (3)$$

$j=2$ $$V_2^{(1)} = \left[1 - (V_0^{(1)} \lambda_1 + \underline{V_1}^{(1)} \lambda_0\right] P_2 (1-d_2) \qquad (4$$

$j=3$ $$V_3^{(1)} = \left[1 - (V_0^{(1)} \lambda_2 + \underline{V_1}^{(1)} \lambda_1 + \underline{V_2}^{(1)} \lambda_0\right] P_3 (1-d_3) \qquad (5$$

etc

$$V_0^{(1)} = P_0 \qquad (6)$$

b) $$\boxed{V_j^{(1)} = \rho_j(1-d_j)\left[\sum_{y=0}^{j-1}\left(V_y^{(i-1)} s_{j-1-y} - V_y^{(1)}\lambda_{j-1-y}\right)\right]} \quad (7)$$

siendo

$$s_{j-1-y} = 1 - m^v_{j-1-y} \quad (8)$$

ó probabilidad de abandonar el tiempo muerto cuando el embarazo termina en N.V.

Veamos el caso de $i=2$, o sea los elementos del vector $\underline{V_j^{(2)}}$

$$V_j^{i} = \rho_j(1-d_j)\sum_{y=0}^{j-1}\left(V_y^{(1)} s_{j-1-y} - V_y^{(2)}\lambda_{j-1-y}\right) \quad (9)$$

Para $j = 0, 2, 3$ y 4 tenemos

$$V_0^{(2)} = V_1^{(2)} = V_2^{(2)} = V_3^{(2)} = V_4^{(2)} = 0 \quad \text{si}$$

$$s_0 = s_1 = s_2 = s_3 = 0$$

Para:

$$J=5 \qquad V_5^{(2)} = (V_0^{(1)} s_4)\, \rho_5(1-d_5) \quad (10)$$

$$V_6^{(2)} = \left[(V_0^{(1)} s_5 + V_1^{(1)} s_6) - V_5^{(2)}\lambda_0\right]\rho_6(1-d_6) \quad (11)$$

$$J=6 \qquad V_7^{(2)} = \left[(V_0^{(1)} s_6 + V_1^{(1)} s_5 + V_2^{(1)} s_6) - V_6^{(2)}\lambda_1 + V_5^{(2)}\lambda_0\right] P_7(1-d_7) \quad (12)$$

$$\text{con} \quad V_0^{(1)} = \rho(1-d_0) \quad (13)$$

De manera análoga puede seguirse con la concepción (V) de orden superior, habiendo al comienzo una serie de ellos nulos, debido a que el tiempo con el embarazo y la amenorrea post-parto (tiempo

muerto para NV) es insuficiente para una nueva concepción V.

c) Probabilidad que una concepción (V) ocurrida en (t) sea seguida por otra concepción en el tiempo (j). (Antes de (t) pudieron haber ocurrido (i) concepciones o ninguna).

$$V_{j/t} = \rho_j(1-d_j)\left[\delta_{j-t} - \sum_{k=t}^{j-2} V_{k/t} - \lambda_{j-1} V_{j-1/t}\right] \quad (14)$$

En un caso, por ejemplo $\boxed{t=0}$

$$V_{j/0} = \rho_j(1-d_j)\left[\delta_j - \sum_{k=0}^{j-2} V_{k/0} - \lambda_{j-1} V_{j-1/0}\right] \quad (15)$$

y de allí

$$V_{1/0} = V_{2/0} = V_{3/0} = V_{4/0} = 0$$

$$V_{5/0} = \rho_5(1-d_5)\delta_5 \quad (16)$$

$$V_{6/0} = \rho_6(1-d_6)(\delta_6 - V_{5/0}) \quad (17)$$

$$V_{7/0} = \rho_7(1-d_7)\left[\delta_7 - (V_{5/0} + V_{6/0})\right] \quad (18)$$

etc

Igualmente para $t=1$

$$V_{1/1} = V_{2/1} = V_{3/1} = V_{4/1} = 0 \quad (19)$$

$$V_{5/1} = \rho_5(1-d_5)\delta_4 \quad (20)$$

$$V_{6/1} = \rho_6(1-d_6)(\delta_5 - V_{5/1}) \quad (21)$$

$$V_{7/1} = \rho_7(1-d_7)\left[\Delta_6 - (V_{5/1} + V_{6/1})\right] \quad (22)$$

etc

Relaciones muy parecidas a las relaciones (16), (17) y (18).

Finalmente para $t = j$

$$V_{j+1/j} = V_{j+2/j} = V_{j+3/j} = 0$$

$$V_{j+4/j} = \rho_{j+4}(1-d_{j+4})(\Delta_4) \quad (23)$$

$$V_{j+5/j} = \rho_{j+5}\,(1-d_{j+5})(\Delta_5 - \lambda_{j+4}\;\; V_{j+4/j}) \quad (24)$$

$$V_{j+6/j} = \rho_{j+6}\,(1-d_{j+6})\left(\Delta_6 - V_{4/j} - \lambda_{j+5}\;\; V_{j+5/j}\right) \quad (25)$$

$$V_{j+7/j} = \rho_{j+7}\,(1-d_{j+7})\left(\Delta_7 - \sum_4^5 V_{k/j} - \lambda_{j+6}\; V_{j+6/j}\right) \quad (26$$

etc

d) Probabilidad de que una concepción (V) ocurrida en (j) esté seguida de (m) concepciones V exactamente

$$a_j^{(m+)} = \sum_{t=j+4}^{F} v_{t/j}\; a_t^{(m-1)+} \quad (27)$$

Siendo F = edad o trimestre final fértil de la mujer

En este caso puede convenir construir los valores $a_j^{(m+)}$ desde el mes o trimestre superior (F) hacia atrás. Los valores $a_j^{(m+)}$ se calcularon por recurrencia al igual que antes

e) Número de familias de tamaño D

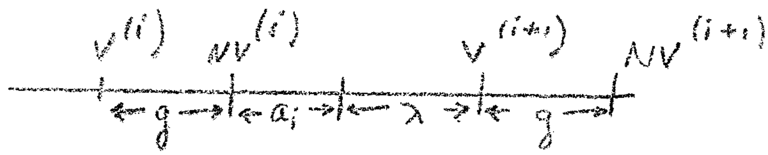
$$N_D = \sum_{j=1}^{F} V_j^{(i)} a_j^{(D-i)+} \qquad (28)$$

f) Tiempo medio entre matrimonio y concepción $V^{(i)}$:

$$\bar{T}_{ov}^{(i)} = \sum_{j=1}^{F} j V_j^{(i)} a_j^{(D-i)+} / N_D \qquad (29)$$

g) Intervalos entre los nacimientos

$I_i = \bar{T}_{ov}^{(i+1)} - \bar{T}_o^{(i)}$ intervalo medio entre los nacimientos de orden (i) e $(i+1)$ (30)



$$TV^{(i+1)} - TV^{(i)} = g + a_i + \lambda \qquad (31)$$

$$TNV^{(i+1)} - TNV^{(i)} = a_i + \lambda + g \qquad (32)$$

O sea que la diferencia de tiempo entre las concepciones $V^{(i)}$ y $V^{(i+1)}$ es igual a la de los nacimientos del mismo orden

h) Correlación entre los intervalos

i) Varianza entre los intervalos

"Del trabajo de J. Emke "Estimación de cambios en fecundidad debida al control de la natalidad"
Estudios in Planif. Familiar [illegible] 1980
(preparado por el prof. A Bocaz)

Se consideran tres grupos de mujeres:

Grupo 1 * mujeres sin relaciones sexuales (solteras, con marido ausente, se-
paradas, enfermas) y mujeres estériles permanentes; s es su pro-
porción.

Grupo 2: mujeres susceptibles; p_2 es su proporción

Grupo 3: mujeres embarazadas o en amenorrea (en tiempo muerto se-
que su concepción termine en MF o en NV); p_3 es su proporci[ón]

ρ_0 = fecundabilidad sin uso de anticonceptivos (28 días)

u = proporción de usuarias de anticonceptivos

ρ = fecundabilidad de la población mezclada $= \rho_0 [(1-e)u + (1-u)]$ (1)

R = frecuencia de las relaciones sexuales en el ciclo (28 días)

K = vida media (en horas) del esperma

$\rho_0 \sim KR$ (2) $\quad \rho \sim KR[(1-e)u + (1-u)] = KR(1-eu)$ (3)

e = eficacia anticonceptivos

m = tiempo muerto $= d\, m_A + (1-d)\, m_V$ (4), d = proporción muertes fetales

m_A = tiempo muerto por una concepción A

m_V = tiempo muerto por una concepción V

$n_2\rho$ = mujeres que se embarazan (paso del grupo 2 al grupo 3)

n_3/m = mujeres que abandonan tiempo muerto (paso del grupo 3 al grupo 2)

Hipótesis: $n_2 \rho = n_3/m$ (5)

de allí que $p_3 = m\rho\, p_2$ (6)

Por otra parte $p_2 + p_3 + s = 1$ (7)

de donde $p_2 + m\rho\, p_2 = 1 - s$

$$p_2 = \frac{1-s}{1+m\rho} \quad (8a) \qquad p_3 = \frac{m\rho}{1+m\rho}(1-s) \quad (8b)$$

b = tasa de fecundidad $= p_2\, [13\rho(1-d)]$

$$b = \frac{13\rho(1-d)(1-s)}{1+m\rho} \quad (9)$$

---

* Este asunto se ha tratado en las encuestas PEAL de Celade a través de la Historia Vida Sexual, últimos 12 meses. -

Nota: Debe recordarse que, de acuerdo a Perrin - Sheps (Reproducción humana: un proceso estocástico), el intervalo medio entre nacimientos, medido en ciclos, es $E(t_w) = \frac{1}{1-d}\left(\frac{1-\rho}{\rho} + m\right)$

La hipótesis dada por la relación (6) $p_2\rho = p_3/m$ no es adecuada si $(1-s)$ está cambiando según la edad, si $(1-s)$ está creciendo crecen p_2 y p_3 pero p_3 puede crecer únicamente si $p_2\rho > p_3/m$ ó $p_2 > \frac{1-s}{1+m\rho}$ (10)

Podemos denominar φ la diferencia entre p_2 y $\frac{1-s}{1+m\rho}$; o sea:

$$\varphi = p_2 - \frac{1-s}{1+m\rho} = \frac{(1-s)m\rho}{1+m\rho} - p_3 \quad (11)$$

$$\Delta p_3 = p_3\rho - p_3/m = \left(\varphi + \frac{1-s}{1+m\rho}\right)\rho - \left[\frac{(1-s)m\rho}{1+m\rho} - \varphi\right]/m = \varphi\,\frac{1+m\rho}{m} \quad (1$$

Si $(1-s)$ no cambia muy rapidamente podemos escribir que, aproximadamente de (11)

$$\varphi = \Delta p_2 - \frac{\Delta(1-s)}{1+m\rho} \quad (13)$$

y como $\Delta p_2 + \Delta p_3 = \Delta(1-s)$ (14)

de (12) y (14) deducimos $\Delta p_2 = \Delta(1-s) - \varphi\,\frac{1+m\rho}{m}$ (15)

que podemos reemplazar en (13), para obtener el valor de φ:

$$\varphi = \frac{m^2\rho}{(1+m\rho)(1+m+m\rho)}\,\Delta(1-s) =$$

$$= \frac{1-s}{1+m\rho}\cdot\left[\frac{m^2\rho}{1+m+m\rho}\;\frac{\Delta(1-s)}{1-s}\right] = \lambda\,\frac{1-s}{1+m\rho} \quad (16)$$

siendo $\lambda = \frac{m^2\rho}{1+m+m\rho}\;\frac{\Delta(1-s)}{1-s}$ (17)

La tasa corregida de fecundidad $b^{(c)}$ por los cambios de $(1-s)$ según la edad, queda finalmente:

$$b^{(c)} = b(1+\lambda) \quad (18)$$

Aplicación numérica

Grupos de edades	s^*	k	d
15-19	0.585	9.0	0.20
20-24	0.285	7.5	0.23
25-29	0.167	5.9	0.27
30-34	0.168	3.5	0.31
35-39	0.311	2.9	0.37
40-44	0.559	2.0	0.44
45-49	0.840	1.0	0.52

$m_A = 2$

$m_V = 12$

$u = 0.30$

$e = 1.00$

$K = 1/56$

Grupos de edades	Tasas de natalidad Relac. (9)	Simulación	Relac. (18)
15-19	0.230	0.191	0.201
20-24	0.368	0.358	0.360
25-29	0.352	0.349	0.351
30-34	0.237	0.256	0.241
35-39	0.163	0.171	0.166
40-44	0.068	0.079	0.075
45-49	0.012	0.019	0.017

* Estos valores varían en el mes. Aquí se dan los valores medios para casadas en las relaciones (9) y (18) en el proceso de simulación.-

Nota: No se ha incluido en el presente resumen "algunas decisiones administrativas" en que se analizan temas tales como ventajas del uso de anticonceptivos frente al aborto inducido, estructura de las usuarias y cambios en el tiempo muerto para los nacidos vivos.-

De todos modos veamos que incremento debe hacerse a la cobertura del PPF en el grupo 30-34 si el nivel de fecundidad observado 0.237 se hace a expensas de aborto inducido igual a 1/3 del total de las muertes fetales.-

Con $\rho_0 = 0.0625$, $e = 1$, $u = 0.30$, $d_1 = 0.31$, $m_A = 2$, $m_V = 12$

$\rho = \rho_0(1 - eu) = 0.0625 \times 0.70 = 0.04375$

$m = 0.31(2) + 0.69(12) = 8.90$ meses

$1 + m\rho = 1.3894$

Tasa de embarazo $= \dfrac{13\rho(1-s)}{1+m\rho} = \dfrac{13 \times 0.04375 \times 0.832}{1.3894} = 0.341$

Tasa de natalidad $= 0.341 \times 0.69 = 0.235$

Tasa de mortalidad fetal $= 0.341 \times 0.31 = 0.106$

Si reemplazamos 1/3 de las muertes fetales (aborto inducido) por uso de AC, manteniendo el nivel de la fecundidad y con $d = 0.207$

$m = 0.207(2) + 0.793(12) = 9.93$

$\dfrac{13\rho(0.793)(0.832)}{1 + 9.93\rho} = 0.235 \qquad \rho = 0.0376$

Tasa de embarazo $= \dfrac{13 \times 0.0376 \times 0.832}{1.3734} = 0.296$

Tasa de natalidad $= 0.296 \times 0.793 = 0.235$ (igual que antes por construcción)

Tasa de mortalidad fetal $= 0.296 \times 0.207 = 0.061$ de esta manera un aumento en 34 % de las usuarias de AC permite reemplazar el 10.6 % de las muertes fetales originadas por el aborto inducido. Costos!!

RESUMEN DEL ARTICULO:

"Demora para concebir, período insusceptible y patrones de fecundidad por cohortes"

CF Lee - KH Lui, Demography vol 12 #1 Feb 1975

- preparado por el prof. A. Bocaz -

En este artículo se usa un procedimiento para la formación de la familia que está en mitad de camino entre los procedimientos puramente descriptivos y los de simulación.

Dentro de los procedimientos descriptivos para resumir la fecundidad por cohortes pueden citarse los siguientes trabajos:

a) Patrones de nupcialidad por edad - AJ Coale 1971 - Population Studies 25, pags 193-214

b) Un nuevo método para estimar niveles de fecundidad natural en poblaciones que practican el control de la natalidad - TJ Espenshade 1971 - Demography 8 - pags. 525-536

c) Sobre patrones de fecundidad por cohortes. SM Farid 1973 - Population Studies 27, pags 159-168, en que se usa la curva de Gompertz (3 parámetros)

d) Un ajuste Gompertz que ajusta: aplicación a patrones de fecundidad canadiense. EM Murphy DN Nagnur 1972 - Demography 9, pags 35-60

A pesar que los diversos modelos matemáticos usados describen bien las informaciones analizadas, los parámetros que aparecen no tienen una adecuada interpretación como parámetros de un proceso de reproducción humana.

Por otra parte debemos hacer notar que se dispone de una profusa literatura acerca de los "facto

res biológicos" * que intervienen en la reproducción humana, pero ellos son difíciles de conseguir. Con valores, que en muchos casos son de tipo híbrido, se han realizado diversos ensayos de simulación que bien no podrían estar representando el justo valor de esos parámetros a las poblaciones que se refieren. Finalmente, los procesos de simulación son de difícil operatoria, incluyendo el programa de computación.

De esta manera Lee-Lui han propuesto un modelo sencillo de formación de la familia, basado en el uso de 3 parámetros que consideran:

1) El riesgo de concebir por k-ésima vez para tener el nacido vivo de orden k
2) La demora media para el primer nacido vivo.
3) La duración media del período de insusceptibilidad (tiempo de gestación del nacido vivo + amenorrea post parto),

y en el que no se ha considerado la mortalidad o disolución de la pareja y la mortalidad intrauterina. Todas las concepciones, por lo tanto, terminan en NV.

Si $N_k(t)$ = número de mujeres "elegibles" para la k-ésima concepción en el momento t.

$C_k\,dt$ = riesgo de la mujer para concebir por k-ésima vez, en el intervalo $(t, t+dt)$

---

* Sheps M, Lapierre-Adamcyk E (eds) 1972. Sobre medición de la fecundidad humana: artículos seleccionados de Louis Henry. New York - Elsevier.
H. Leridon: Aspectos biométricos de la fecundidad humana CELADE - Serie D 1029

$m =$ duración del periodo de insusceptibilidad, invariante con la edad

el cambio de mujeres susceptibles $dN_k(t)/dt$ está dado por la relación :

$$\boxed{\frac{d\,N_k(t)}{dt} = -C_k\,N_k(t) + C_{k-1}\,N_{k-1}(t-m)} \qquad (1)$$

Cuando $k=1$ tenemos que $\frac{d\,N_1(t)}{dt} = -C_1\,N_1(t)$, que luego de resolver nos da :

$$\boxed{N_1(t) = N_0\,e^{-C_1 t}} \qquad (2)$$

siendo $N_0 =$ número de matrimonios en el momento $t = 0$.

Para $k=2$ tenemos que

$$\frac{d\,N_2(t)}{dt} = -C_2\,N_2(t) + C_1\,N_1(t-m)$$

$$N_2(t) = C e^{-C_2 t} = C\,e^{-C_1\lambda t} \qquad (3)$$

si aceptamos la hipótesis que:

$$\boxed{C_k = C_1\,\lambda^{(k-1)}} \qquad (4)$$

De la relación (3) tenemos

$$\frac{d\,N_2(t)}{dt} = \frac{dC}{dt}\,e^{-C_1\lambda t} - C_1\lambda N_2(t)$$

o sea que

$$\frac{dC}{dt} = C_1\,N_1(t-m)$$

y tomando en cuenta (2)

$$dC = C_1\,N_0\,e^{-u + C_1\lambda t}\,dt \qquad (5)$$

siendo $u = C_1\,(t-m)$ (6)

integrando (6)

$$C = C_1 N_0 \frac{e^{-u_1 + C_1 \lambda t}}{-C_1 + C_1 \lambda} + C' = -\frac{N_0}{1-\lambda} e^{-u_1 + C_1 \lambda t} + C'$$

con lo cual

$$N_2(t) = \left(-\frac{N_0}{1-\lambda} e^{-u_1 + C_1 \lambda t} + C' \right) e^{-C_1 \lambda t} \qquad (7)$$

que para $t = m$, notando que

$$N_2(m) = 0$$
$$u_1(m) = 0$$

nos dice que

$$C' = \frac{N_0}{1-\lambda} e^{m C_1 \lambda} \qquad (8)$$

con lo que finalmente

$$\frac{N_2(t)}{N_0} = -\frac{1}{1-\lambda} e^{-u_1} + \frac{1}{1-\lambda} e^{-\lambda u_1} \qquad (9)$$

que es la suma de (2) exponenciales con

$$w_{02} = -\frac{1}{1-\lambda} \qquad w_{12} = \frac{1}{1-\lambda} \qquad w_{02} + w_{12} = 0$$

podemos decir que, en general, tendremos

$$\boxed{\frac{N_k(t)}{N_0} = \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^{k+j+1} w_{jk} \, e^{-\lambda^j u_{k-1}}} \qquad (10)$$

con

$$u_{k-1} = C_1 \left[t - (k-1) m \right] \qquad (11)$$

y si volvemos a considerar la relación (1), podemos encontrar una ley de recurrencia para la determinación de los coeficientes (w_{jk}). Aplicando (10) a (1) se encuentra en efecto que:

$$\boxed{w_{jk} = (-1)^{j+1} \, w_{j(k-1)} \, \frac{\lambda^{k-j-2}}{1-\lambda^{k-j-1}}} \qquad (12)$$

Aplicable mientras $j < k-1$. Cuando $j = k-1$ usam

la condición que la suma de los (w_{ik}) es igual a 0, o sea

$$\boxed{w_{k-1,k} = -\sum_{j=0}^{k-2} w_{jk}} \qquad (13)$$

Dado que la tasa de fecundidad marital por la paridez (k) en el momento (t) es igual a:

$$\boxed{f_k(t) = C_k N_k(t-g) / N_0} \qquad (14)$$

Siendo g = período de gestación para el nacido vivo
y usando la relación (10) podemos escribir

$$\boxed{f_k(t) = C_1 \lambda^{k-1} \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^{k+j+1} w_{jk} e^{-\lambda^j (u_{k-1} - C_1 g)}} \qquad (15)$$

La relación (15) puede calcularse para (k) y (t) predeterminados, si conocemos el valor de los parámetros (C_1, λ, m)
Si para (t) determinado calculamos las $[f_k(t)]$ para las paridades $k = 1, 2, \ldots n$, con (n) suficientemente largo (n = 11 fue el valor usado por Lee-Lui), podemos tener la tasa de fecundidad marital para la duración (t) y de acuerdo a una adecuada "selección" de los parámetros (C_1, λ, m) se puede llegar a una "adecuada reproducción" de la información.

Por ejemplo en el caso de matrimonios que se realizaron en el período 1925-1939 anterior a la 2ª Guerra Mundial en Inglaterra y Gales, con edades al casamiento entre 20-24 años, los valores encontrados para los parámetros fueron $^{12}/C_1 = 15$ meses $\lambda = 0.30$; $m = 22$ meses, pudiendo hacerse la comparación entre valores observados y teóricos:

Duración del Matrimonio (años exactos)	Tasas acumuladas de fecundidad O	T	Duración del matrimonio (años exactos)	Tasas acumuladas de fecundidad O	T
1	0.370	0.382	11	1.892	1.883
2	0.640	0.634	12	1.973	1.961
3	0.843	0.883	13	2.045	2.033
4	1.025	1.062	14	2.105	2.100
5	1.185	1.222	15	2.157	2.162
6	1.330	1.364	16	2.203	2.220
7	1.461	1.490	17	2.238	2.275
8	1.584	1.603	18	2.268	2.326
9	1.699	1.706	19	2.291	2.375
10	1.801	1.789			

lo que indicaría una reproducción relativamente adecuada.

Intervalo entre los nacidos vivos

El modelo de 3 parámetros de Lee-Lui permite determinar los intervalos entre los nacidos vivos, descontando el efecto de la esterilidad permanente ($^{12}/C_K$) será la demora conceptiva que se presente cuando se toma en cuenta las mujeres estériles, pero en una información sobre la formación de la familia según la duración del matrimonio, con mujeres encuestadas al final de su vida fértil, todas ellas "siempre" fueron fértiles.

De esa manera la demora conceptiva del grupo de mujeres consideradas es $^{12}/C_K(1-S_u)$; siendo (S_u) la proporción de mujeres que no pasan de la paridez (K). Además, en el modelo se ha supuesto que $C_K = C_1\lambda^{K-1}$, de donde el intervalo (I_j) entre los nacidos vivos de orden ($j-1$) y (j) es

$$\boxed{I_j = \frac{12(1-S_j)}{C_1 \lambda^{j-1}} + a_j} \qquad (14)$$

Siendo:

S_j = proporción de mujeres que logran su j-ésimo nacido vivo

$12/C_1$ = demora conceptiva para el primer nacido vivo

λ = razón de la PG de los riesgos de concepción

m = duración del período de insusceptibilidad

$$a_j = q \quad \text{si } j = 1$$
$$= m \quad \text{si } j \geq 2$$

Por ejemplo, para el caso de que:

$12/C_1 = 24$; $\lambda = 0,45$

$S_1 = 1.00$; $S_2 = 0,712$; $S_3 = 0.346$; $S_4 = 0.126$,

los intervalos entre los nacidos vivos son:

j	1	2	3	4 y +
I_j	33	54	54	46 meses

"FECONDITE DES MARIAGES. NOUVELLE METHODE DE MESURE"

(INED-PUF, Cahier No. 16, 1953) (Cf. Chap. VI)

L. Henry

Probabilidad de agrandamiento y edad al matrimonio

En una población poco maltusiana, la probabilidad de agrandamiento de una familia depende sobre todo de la aptitud a procrear de los esposos. Se sabe que esta aptitud cesa cuando la mujer pasa de cierta edad. Esta edad es variable y la proporción de mujeres casadas definitivamente inaptas a dar a luz a un nacido vivo debe aumentar con la edad de las mujeres.

De ello resulta que en ausencia de todo intento para limitar los nacimientos, la probabilidad de ser madre en una promoción de nuevas casadas sin hijos depende de la proporción de mujeres estériles al momento del matrimonio y de la proporción de mujeres que, fértiles al momento del matrimonio, se vuelven estériles antes de dar a luz a un hijo nacido vivo.

La probabilidad de agrandamiento de una familia que tiene ya uno o varios hijos depende únicamente de la proporción de mujeres que se volverán estériles antes de haber dado a luz a otro hijo (nacido) vivo.

- Hay entonces una diferencia neta entre la primera probabilidad de agrandamiento a_o y las siguientes.

Consideremos primero a_o sólo. Sea s_o el complemento en relación a 1 de a_o.

$$s_o = 1 - a_o$$

Se puede descomponer s_o en 3 términos: s'_o, s''_o y s'''_o .

s'_o : proporción de mujeres fisiológicamente estériles al momento de su matrimonio.

s''_o : proporción de mujeres que, a pesar de ser fértiles, deciden al casarse no tener hijos.

s'''_o : proporción de mujeres que se volverán estériles antes de haber dado a luz a un hijo vivo.

Se puede admitir que s'''_o es una variación de esterilidad fisiológica, que esta variación depende únicamente del avance de la edad; s'''_o se presenta entonces como una variación de s'_o con la edad.

Si la variación de s'_o puede ser considerada como lineal en el intervalo de algunos años después del matrimonio, años en los cuales ocurren la gran mayoría de los primeros nacimientos, s'''_o es asimilable a la proporción $\Delta s'_o$, de las mujeres que se vuelven fisiológicamente estériles en el intervalo medio que separa el matrimonio del primer nacimiento. Ese intervalo medio es del orden de 2 años.

Sea x la edad. Se tiene entonces

$$s_o(x) = s'_o(x) + \Delta s'_o(x) + s''_o(x) = s'_o(x+2) + s''_o(x)$$

En las poblaciones no maltusianas, $s''_o(x)$ suele ser muy poco significativo y se tiene

$$s_o(x) = s'_o(x+2)$$

probabilidad de no tener ningún hijo = probabilidad de estar estéril a la edad x + 2 para una mujer casada a la edad x.

Como por hipótesis la descendencia en una población no maltusiana se limita solamente por la esterilidad fisiológica, la probabilidad de agrandamiento no depende sino de la proporción de mujeres que se volverán estériles antes de haber dado a luz a otro hijo nacido vivo. Esta última proporción depende entonces solo de la edad y no del número de hijos ya nacidos.

- Para una mujer determinada, considerada al nacimiento de su n ésimo hijo, la probabilidad de ser madre una n + 1 ésima vez depende del lapso que le queda hasta que sea inapta para dar a luz a un hijo vivo, y de su aptitud a concebir durante ese lapso. El lapso que queda hasta la esterilidad definitiva depende de la edad de la mujer. Al contrario la aptitud a concebir, por ciclo menstrual, varía poco con la edad; muy poco, en efecto, según numerosos autores (Gini, Livi, Notestein, Pearl).

Estudio de la esterilidad fisiológica

En las poblaciones poco maltusianas, el conocimiento de a_o, probabilidad de agrandamiento de las familias sin hijos, permite evaluar la proporción s'_o de mujeres casadas estériles a la edad en que se casan.

- Se consideran entonces que a igual edad de la madre al nacimiento de un hijo la probabilidad de ser madre otra vez no depende del orden del nacimiento (por lo menos hasta los nacimientos de orden 5).

- Esta ley vale solamente para las parejas no maltusianas, que ven limitida su descendencia por la esterilidad fisiológica. En ese caso, las familias que no se agrandan después del nacimiento de un hijo son aquellas en que la mujer se ha vuelto estéril antes de haber podido dar a luz a otro hijo vivo.

- Ya que la proporción de nuevas casadas estériles aumenta con la edad, el avance de la edad es un factor importante de la esterilidad, para todas las mujeres. A este factor se agregan otros factores; en particular, al riesgo de volverse estéril por envejecimiento, se pueden agregar riesgos suplementarios debidos a los partos y a sus secuelas.

De esa forma, consideramos dos componentes de la esterilidad, uno debido al envejecimiento y común a todas las mujeres, el otro debido a las maternidades.

-Admitiendo que s_o^i crece lentamente con la edad (por lo menos hasta los 40 años) puede ser asimilada a una función lineal de la edad en un intervalo de edades bastante amplio.

-En esas condiciones, la probabilidad de agrandamiento a la edad x_o sería igual a la probabilidad, para una mujer fértil a la edad x_o, de ser todavía fértil a la edad $x_o + i$, siendo i el intervalo medio entre nacimientos.

-A este riesgo (de esterilidad por envejecimiento) se agrega aquel que resulta del parto, y las probabilidades de agrandamiento observadas acumulan esos dos riesgos. Pero ya que las probabilidades de agrandamiento son independientes del número de hijos ya nacidos, igual cosa se puede decir del riesgo de esterilidad debido al parto.

-De tal suerte que la ley relativa a las probabilidades de agrandamiento es equivalente a una ley sobre los riesgos de esterilidad debidos a la maternidad. El riesgo de esterilidad debido a una maternidad es, si es que existe, independiente del número de maternidades precedentes.

-Pero si ese riesgo es suficiente, la proporción de mujeres estériles debe, a igual edad, ser más elevada para las mujeres que tienen una larga duración de matrimonio que para aquellas que tienen una corta duración. Las primeras, habiendo tenido en promedio más hijos, han agregado a los riesgos comunes debidos al envejecimiento algunos riesgos particulares debidos a las maternidades.

-Entonces van a existir varias tablas de esterilidad. Una que es la de esterilidad debida al solo envejecimiento estaría confundida con la tabla de valores s_o^i si no hubiera concepciones prenupciales. Las otras tablas están referidas a mujeres casadas ya madres y todavía fértiles a una edad determinada. Trata de calcular estas últimas tablas.

Se parte por ejemplo de 1000 mujeres casadas de 20 años ya madres y aún fértiles. Si el envejecimiento interviene solamente, el número de mujeres aún fértiles a los 23 años (tomando 3 años como intervalo entre nacimientos) serán $1000 \cdot a_{20}$, siendo a_{20} la probabilidad de agrandamiento a los 20 años. A los 26 años el número de mujeres fértiles será $1000 \cdot a_{20} \cdot a_{23}$ y así sucesivamente.

Estos resultados serán todavía válidos si después de un parto la progresión de la esterilidad se acelera multiplicando por un factor constante los cocientes de esterilidad por envejecimiento. Pero el parto puede provocar la esterilidad inmediata de una cierta proporción de mujeres. En

ese caso, si las mujeres consideradas tienen una misma aptitud a concebir los resultados precedentes son todavía válidos, pero con un conjunto heterogéneo el número de mujeres fértiles a los 23 años será más pequeño que $1000 \cdot a_{20}$.

La probabilidad de agrandamiento a_{20} representará la proporción de mujeres fértiles a una edad inferior a 23 años, en lugar de un intervalo de 3 años, se tendrá un intervalo más corto.

Este intervalo es indeterminado, pero se puede salvar este inconveniente presentando una serie de intervalos medios. Como estos intervalos medios entre nacimientos son ellos mismos mal conocidos para las poblaciones estudiadas se remedia así dos incertidumbres.

Se consideran los siguientes intervalos medios: 2; 2,5; 3; 3,5; 4.

El número de mujeres fértiles casadas, en dos poblaciones observadas, es el siguiente:

Edad (años)	Inglaterra y Gales (1851 - 1860)	Noruega (antes de 1888)
25	967	970
27	962	965
30	952	954
32	938	941
35	914	914
37	885	882
40	810	800

Las dos series difieren muy poco.

Después de un ajuste gráfico y extrapolación para las edades de 25 años a 20, se adoptan como valores comunes (multiplicados por mil) las probabilidades de agrandamiento a(x) a la edad x, en Inglaterra y Noruega, a las cifras siguientes:

Edad	20	22	25	27	30	32	35	37	40	años
a(x)	979	975	970	965	954	941	915	886	810	

Con estas probabilidades se construye la tabla de fertilidad de las madres (cuadro VI). En ella se indica para 1000 mujeres casadas y a madres y todavía fértiles a los 20 años, el número de ellas que son aún fértiles a cada edad de los 20 a los 40 años.

En el mismo cuadro figura el número de jóvenes casadas fértiles para 1000 mujeres fértiles a los 20 años en dos poblaciones supuestamente no maltusianas.

La situación se ilustra en el gráfico 14.

Para Inglaterra la curva de casadas jóvenes coincide con la curva relativa a las madres para el intervalo de 3,5 años entre nacimientos. Un intervalo medio tan grande debe ser descartado. En un estudio sobre espaciamiento de los nacimientos en Checoslovaquia, en una región muy poco maltusiana, este intervalo es del orden de 2,75 años. La lactancia es frecuente y prolongada en las poblaciones rurales de Europa central, parece difícil atribuir a una población en gran parte urbana un intervalo medio netamente superior. Este estudio mostrará, más adelante, que se puede adoptar para Inglaterra un intervalo medio cercano a 3 años.

Para que la tabla de fertilidad de las madres correspondientes al intervalo medio de tres coincida con aquella de nuevas casadas es necesario utilizar las probabilidades de agrandamiento siguientes:

Edad	20	22	25	27	30	32	35	37	
a(x)	982	979	975	970	963	954	930	903	en lugar de:
	979	975	970	965	954	941	915	886	

La diferencia entre las dos series no es grande y se puede considerar a las cifras de la primera línea como el límite al que debe arribar una población rigurosamente no maltusiana.

Se debe, al término de esta discusión, considerar como real la diferencia entre la tabla de nuevos matrimonios y la tabla de las madres. El riesgo suplementario debido al parto, medicalmente reconocido, es quizás frecuente para producir un desvío visible entre los nuevos matrimonios y las mujeres casadas hace largo tiempo. Subsiste demasiada incertidumbre en estas tablas para poder evaluar la frecuencia de ese riesgo suplementario.

Respecto a Noruega, las concepciones prenupciales son frecuentes y practicadas desde hace tiempo, pueden ellos explicar la diferencia que existe entre las tablas de fertilidad de nuevos matrimonios entre Noruega e Inglaterra? En la hipótesis extrema de concepciones prenupciales muy raras en Inglaterra, ellas tendrían que provocar en Noruega el 50% de los matrimonios a los 25 años, 40% a los 30 años y 35% a los 35 años. Estos porcentajes tan elevados son poco verosímiles; a edad igual y una frecuencia

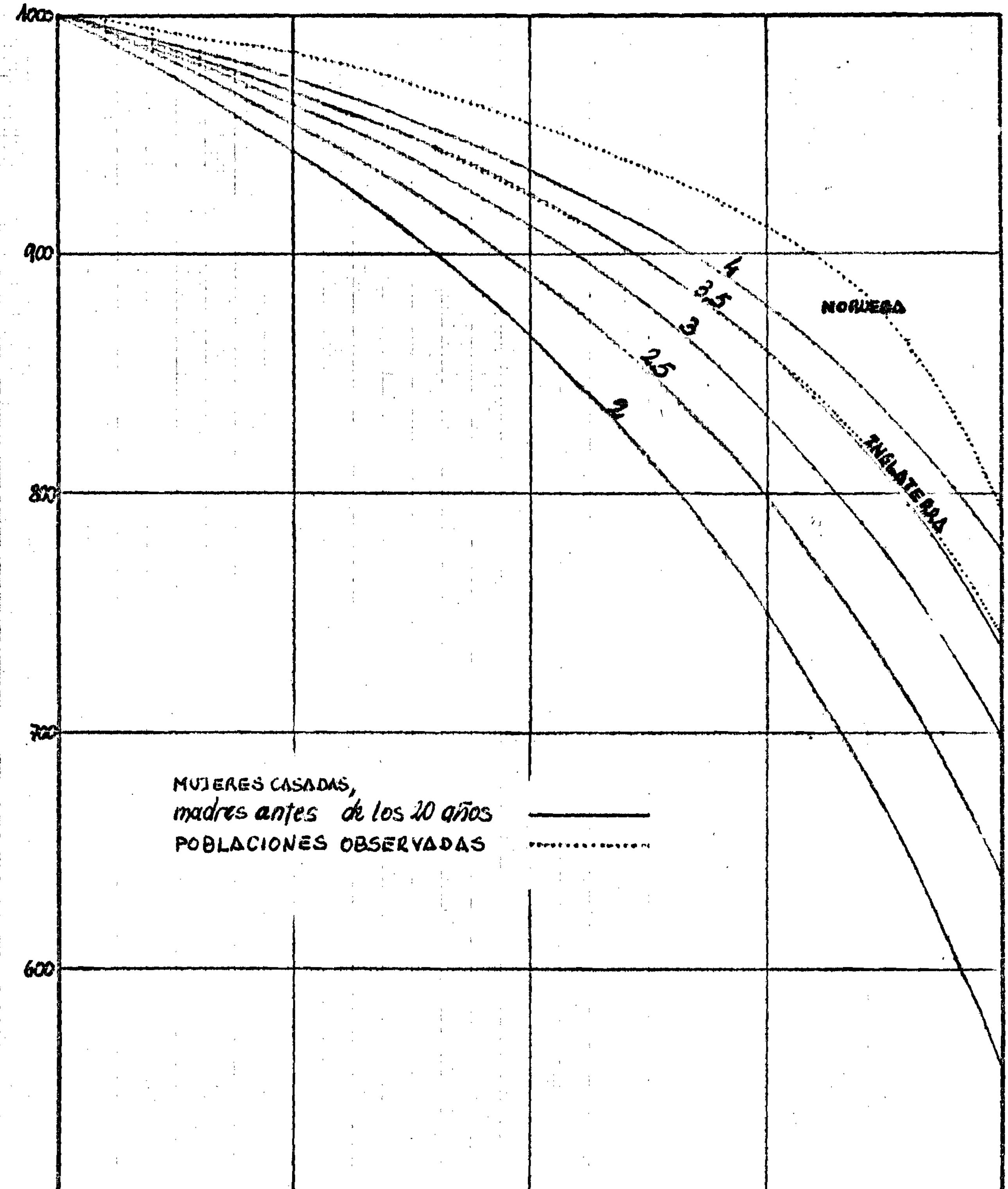
igual de los matrimonios provocados por una concepción, la esterilidad de los nuevos matrimonios debe ser más débil en Noruega que en Inglaterra. En apoyo a esta conclusión se puede mencionar que en una tabla relativa a la edad media de la menopausia dada por R. Pearl es un grupo de mujeres noruegas que presenta la edad más elevada.

Una mayor fertilidad en los nuevos matrimonios significa una progresión menos rápida de la esterilidad con la edad. Así a menos de admitir un riesgo suplementario por parto bastante más elevado en Noruega que en Inglaterra, las tablas de fertilidad de las madres de los dos países deberían presentar un desfasaje como las tablas de fertilidad de nuevos matrimonios. Las probabilidades de agrandamiento son similares para los dos países, sin embargo, los intervalos medios entre nacimientos son netamente más elevados en Noruega. Este hecho no puede aceptarse, se debe admitir que las probabilidades de agrandamiento de las cuales se parte son de [illegible] para Noruega, se puede decir que las mujeres casadas antes de 1888 no pueden ser consideradas como no maltusianas. Se tenían ciertas reservas en este aspecto, ellas quedan acá confirmadas.

Cuadro VI.- Número de mujeres casadas fértiles a diferentes edades para 1000 mujeres fértiles a los 20 años. Número de mujeres casadas en dos poblaciones supuestamente no malthusianas.-

EDAD (en años)	Intervalo medio entre nacimientos					Poblaciones observadas.	
	2	2,5	3	3,5	4	Inglaterra 1861-1870	Noruega antes de 1833
20	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
21	990	993	993	994	995	994	997
22	979	985	986	988	990	988	994
23	968	975	979	982	985	982	991
24	956	965	971	975	979	975	988
25	943	955	963	968	973	968	984
26	929	944	954	961	967	961	980
27	915	932	944	953	960	953	974
28	900	919	934	945	952	944	968
29	883	906	923	936	944	934	962
30	865	892	911	925	935	924	955
31	846	877	899	914	926	913	948
32	826	860	885	902	916	902	940
33	803	842	870	889	905	889	932
34	777	822	853	875	892	875	922
35	749	798	833	859	878	860	912
36	718	772	811	840	862	842	900
37	684	744	788	819	844	822	884
38	648	714	762	795	824	800	862
39	605	680	732	768	703	773	834
40	559	639	698	738	778	742	796

Gráfico nº14.- Número de mujeres casadas fértiles para 1000 mujeres fértiles a los 20 años.-



EL MODELO DE BARRET[1/] DE SIMULACION DE LA FERTILIDAD

Resumen preparado por:
C. Porras y L. Rosero

Se expondrá en forma resumida el trabajo de Barret, con el objeto de destacar las variables y los parámetros con que el modelo fue alimentado, y algunos resultados obtenidos, especialmente referentes a esterilidad.

El modelo es la aplicación de un proceso Monte Carlo para simular la vida reproductiva de muestras de mujeres, en un regimen de fecundidad no controlada.

En el modelo, las variables que actúan en la fertilidad pueden ser de carácter "determinístico" (por ejemplo, en este caso, la duración del período de insusceptibilidad luego de una muerte fetal) o "aleatorio (Por ejemplo, la demora en la concepción). Estas últimas actúan por efecto del azar, de modo que tienen valores esperados (que pueden determinarse analíticamente con las distribuciones de probabilidad utilizados) y valores promedios obtenidos con la simulación. Si el número de casos es suficientemente grande, los promedios muestrales deberían ser parecidos a las esperanzas matemáticas. La comparación de estos dos valores permite evaluar la confiabilidad de las técnicas analíticas de medición, pues éstas trabajan con valores esperados.

La simulación se hace individualmente, para cada mujer, con ello se consigue mayor realismo pues se abandona el supuesto de poblaciones homogéneas.

Barret simula las historias reproductivas de la mujer desde el matrimonio hasta los 50 años de edad, o hasta que sobrevenga la esterilidad, y con los eventos ocurriendo a intervalos de 1 ciclo, es decir, de 1 mes lunar (de 4 semanas).

Comenzando con el matrimonio, la historia de cada mujer es simulada por turnos a través de una serie de estados.

Los estados considerados son: Susceptibilidad a la concepción, embarazo, amenorrea post parto y esterilidad.

Interesa conocer cómo pasan las mujeres de un estado a otro.

1/ Barret, J.C., "Use of a fertility simulation model to refine measurement techniques". En Demography, Volume 8, number 4, November 1971.

Estado de susceptibilidad

Se inicia con el matrimonio, o luego de un período de amenorrea.

La edad de las mujeres al matrimonio, está predeterminada en el modelo, según una distribución de cohortes de matrimonios obtenidas del censo de Irlanda de 1911. Las edades consideradas son: 19, 22.5, 27.5, 32.5, 37.5 y 42.5 años.

Al momento del matrimonio se le asigna a cada mujer una fecundabilidad ρ , que permanecerá constante con la edad.

Entonces, la fecundabilidad aparece variando entre mujeres. Esta variación proviene de la distribución beta (estudiada en el libro de Lérido):

$$f(\rho) = \frac{\rho^{a-1}\,(1-\rho)^{b-1}\,d\rho}{B(a,b)}$$

con $B(a,b) = \int_0^1 x^{a-1}\,(1-x)^{b-1}\,d\,x$

Los parámetros utilizados por Barret fueron:

$a=4$ y $b=34$; que implican $E(\rho) = 0.105$ y $Var(\rho) = 0.0024$.

Que los obtuvo en la simulación del tamaño de la familia del censo de Irlanda de 1911, para matrimonios contraídos a los 20-25 años de edad y con 30-35 años de duración.

Con esa probabilidad mensual de concebir ρ , particular de cada mujer, mes a mes se hace el sorteo hasta que se produzca la concepción. Es decir, se simula una distribución geométrica del tiempo para concebir (t_{sc})

$$f(t_{sc}) = \rho\,(1-\rho)^{t}$$

con $E(t_{sc}) = \frac{1-\rho}{\rho}$ y $Var(t_{sc}) = \frac{1-\rho}{\rho^2}$

(contabilizando el tiempo desde el mes 0 con probabilidad ρ , mes 1 con probabilidad $(1-\rho)\,\rho$, etc. ...).

Estado de embarazo

Con la concepción la mujer ingresa al período de embarazo, del cual interesa conocer su desenlace, y el mes en que ocurre.

Los desenlaces considerados a partir del segundo mes (las pérdidas en el primer mes se las considera incluidas en la fecundabilidad) son:

Tiempo	Desenlace	Proporción
2º a 8º mes	Muerte fetal (MF)	θ_1
9º mes	Nacido muerto (NM)	θ_2
10º mes	Nacido vivo (NV)	$\theta_3 = 1 - (\theta_2 + \theta_3)$

Las proporciones θ_i se consideran variables linealmente con la edad r:

$$\theta_i(r) = C_i + (r-30)S_i$$

con los parámetros: $C_1 = 0.24$ y $C_2 = 0.03$ (Valores de θ_i cuando r=30 años)

$S_1 = 0.005$ y $S_2 = 0.001$ por año.

Se vio que una MF puede sobrevenir entre el segundo y el octavo mes de embarazo. El mes de ocurrencia está tratado como variable aleatoria. Su distribución proviene de la tabla de mortalidad intrauterina de French y Bierman. La misma que corresponde a una distribución geométrica con un término general de 0.55 por mes y a partir de una proporción 0.11 MF en el segundo mes, cuando las MF son de 0.24. Por tanto, la probabilidad de una muerte fetal en el mes n, cuando la mujer tiene 30 años de edad, será:

$$\theta_1(r,n) = \frac{11}{24}\theta_1(r)\ (0.55)^{n-2}\ (\text{con } 2 \leq n \leq 8).$$

Que, por ejemplo, para r = 30 ($\theta_1 = 0.24$) implica un valor esperado para la duración del embarazo de una muerte fetal de 3.02 meses.

Estado de amenorrea (insusceptibilidad) post parto

En este modelo la duración del período de esterilidad temporal posterior al parto es de dos meses para las muertes fetales (a_1) y tres meses para los nacidos muertos (a_2). En cambio, luego de un nacido vivo (a_3) se considera un tiempo mínimo de un mes, seguido de un intervalo aleatorio consistente en dos retrasos consecutivos (v) con distribución geométrica y parámetros de r = 1/6 por mes:

$$a_3 = 1 + 2v(t)$$

con $v(t) = r(1-r)^t$, siendo $r = 1/6$.

Por tanto, $E(a_3) = 11$ meses y $\sigma(a_3) = 7.75$.

Valores similares a los encontrados por Potter en Punjab y que fueron de 10.8 meses en promedio, con desviación estándar de 7.4.

Esterilidad

El modelo la considera dependiente de la edad y está representada por la menor de dos variables aleatorias:

a) La primera se refiere a la edad de la menopausia, que en el modelo ocurre a edades comprendidas entre los 38 y 54 años, según una distribución beta, con media 47.6 y moda 48.7 años. Esta distribución corresponde al modelo de Hyremius y puede expresarse con:

$$f(x) = (x-38)^2 \; (54-x) \; / \; 12$$

b) La segunda variable aleatoria es la esterilidad anterior a la menopausia. Comprende una esterilidad primaria del 4.8% de las mujeres y, a partir de los 28 años, 1.2% de mujeres que van quedando estériles anualmente. Cifras obtenidas del censo de Irlanda con la información sobre edad de las mujeres al casarse en los matrimonios sin hijos.

En conjunto, el modelo considera una edad promedio de 43 años y mediana de 46 años para el fin del período reproductivo.

Algunos resultados:

Barret compara los resultados de su simulación con las cifras del censo de Irlanda y concluye que solo en la corrida del computador para las mujeres casadas a los 22.5 años, las dos distribuciones de mujeres por hijos tenidos son parecidas.

Efectos de truncamiento

Se pueden comparar ciertos resultados obtenidos con la simulación con cifras obtenidas analíticamente. Por ejemplo, aplicando la teoría de renovación de Perrin y Sheps para el intervalo medio entre nacidos vivos

$$E(t_{vv}) = E(t_{ss}) \;/\; \ddot{\theta}_3$$

$$\text{con} \quad E(t_{ss}) = \frac{1-\bar{\rho}}{\bar{\rho}} + \sum_{1}^{3} \tilde{\theta}_i \; \tilde{n}_i$$

La simulación produjo tiempos promedios menores que los esperados en 6.3 meses. Efecto de truncamiento proveniente del hecho de que la simulación trabaja con números finitos, mientras ciertos valores esperados son para intervalos infinitos.

Otra comparación es para el caso en que se suponga la fecundabilidad constante (población homogénea) e igual a $\bar{\rho} = .105$. Aquí Barret encuentra que:

a) El intervalo entre nacidos vivos se reduce en 0.6 por efecto de truncamiento, para los órdenes superiores al sexto hijo.

b) A edades entre 30 y 35 años, los intervalos medios de la simulación son parecidos a los esperados (34.9 meses).

c) En grupos de edad diferentes al anterior, el truncamiento reduce el intervalo medio.

Estimación de la esterilidad

La esterilidad en las mujeres puede subdividirse en:

a) Esterilidad debida a la menopausia.

b) Esterilidad que sobreviene a edades más tempranas.

c) Mujeres que nunca son fecundas.

Es difícil obtener información detallada para cada uno de estos componentes. Sin embargo, en el siguiente cuadro, podemos observar algunas estimaciones referentes al primer componente.

En lo que respecta a la proporción de mujeres estériles a edades considerablemente menores; las estimaciones han variado desde menos de 3% en Francia, hasta más de 10% en Suecia; en tanto que en Asia y países africanos han sido reportadas tasas considerablemente mayores. Por ejemplo, 26% 2/ para las mujeres de Singapur con dades cercanas a los 20 años, lo cual debe ser considerado anormal. Hay que reconocer el hecho de que en algunos casos las muestras estudiadas están indebidamente influenciadas por casos de enfermedad o anticoncepción. Sin embargo, pueden concluirse dos cosas: 1) las tasas de esterilidad de las europeas están entre las más bajas del mundo, y 2) que existe cerca de un 5% de esterilidad probablemente biológica, para edades jóvenes al contraer matrimonio.

2/ Estimado por Bourgeois-Pichat.

Autor	País	Edad promedio a la menopausia	Edad al último hijo	Coef. de variación de la edad de la menopausia
Jeffcoate	U.S.A.	47 a/		
	Gran Bretaña	47 a/		
Hrdlicka	U.S.A. 1/	42 a 50 (prom=45)	37 a 48 (prom=42.1)	
Pearl	Noruega	49.4		7
	Francia	44		15.9
	20 grupos Europeos y americanos	46.4 7.5 b/		

a/ Más 4 años para el último siglo.
b/ Un año menor que la usada en este modelo.
1/ 77 mujeres sioux, de Indianápolis.

Investigaciones médicas han mostrado que cerca de la mitad de la esterilidad de parejas jóvenes, es debida al marido, pero a menos que se establezca lo contrario, los estudios demográficos generalmente han incluido este componente de esterilidad como debido a la mujer, como se hace en el presente modelo.

Aun de la simplificación, la incidencia de la esterilidad antes de la menopausia, puede todavía ser función de la edad y paridez de la esposa y de su edad al matrimonio entre otros factores. En este modelo se toma como función aleatoria de la edad únicamente y no se hace distinción entre:

- esterilidad primaria, y
- esterilidad secundaria.

No se toma en cuenta el hecho de que:

a) Algunas mujeres que se casan a edades más tardías pueden ser seleccionadas por esterilidad.

b) Algunos de los matrimonios a edades tempranas fueron ocasionados por concepciones pre-nupciales.

c) Un atraso o adelanto de la esterilidad puede ser ocasionado por factores del nacimiento.

d) Otras influencias selectivas.

Estas restricciones deben tenerse en cuenta cuando se usa el modelo de simulación para comparar métodos demográficos de estimación de la esterilidad.

En el cuadro 1 se comparan las proporciones teóricas de mujeres estériles con las estimadas por el método de simulación. Los resultados para el caso (a) se derivan de corridas que proveen las historias reproductivas de 10 000 mujeres casadas a edades 22.5, 27.5, 32.5, 37.5, 42.5 y 47.5. Los del caso (b) se refieren a la primera de dichas corridas. En ambos casos la fecundabilidad no varió con la edad, aunque sí varió entre mujeres según la distribución beta mencionada antes. Los casos (c) y (d) son similares excepto que la fecundabilidad disminuyó linealmente a partir de una edad 5 años menor que la de la menopausia para cada mujer y excepto que (d) es computada solo para 5 000 mujeres.

Cuadro 1

PORCENTAJES DE ESTERILIDAD ACUMULADOS POR EDAD

Edad en años	Modelo	Estimados en base a la simulación			
		a	b	c	d
22.5	4.8	4.8	4.8	5.0	5.0
27.5	4.8	6.5	6.5	6.9	7.4
32.5	9.8	11.5	12.0	12.4	13.5
37.5	15.5	18.5	19.6	20.4	21.7
42.5	26.6	36.4	39.7	43.6	46.1
47.5	60.5	73.1	76.1	80.2	82.2

Como se puede observar, la esterilidad está sobreestimada en cada método, aumentando el sesgo en las edades avanzadas. El sesgo surge del hecho de que un intervalo fecundo no necesariamente se asocia con un nacimiento enseguida.

Cuando se simula (en los casos (c) y (d)) una disminución, con la edad, de la fecundabilidad; las estimaciones de esterilidad derivadas de la simulación, se apartan aún más de los valores usados en la construcción del modelo, especialmente cuando se alcanza la menopausia. Este efecto también es de esperar, puesto que la probabilidad de que una mujer conciba antes de que alcance la esterilidad es todavía más reducido.

Aún de todas las limitaciones y problemas que se presentan, se cree que las presentes estimaciones derivadas de la simulación pueden sin embargo, ser útiles como indicador de la magnitud del sesgo producido en tales procedimientos.

A COMPUTER MODEL OF FAMILY BUILDING BASED ON EXPECTED VALUES

Robert G. Potter, JR., and James M. Sakoda

(Demography, Volume 3, number 2, 1966, pág. 450 - 461)

Breve reseña preparada por:
A. Farnós

El artículo "Un modelo de computación de formación de familias, basado en valores esperados" trata de las características que tiene el modelo de simulación creado por los autores. El modelo es conocido por el nombre de FERMOD y se desarrolla en base al uso de probabilidades, mediante un programa preparado para ser utilizado en un equipo IBM 7070 que tiene una capacidad de memoria de 5000 palabras.

El modelo fue diseñado para analizar la distribución de niños nacidos vivos y los intervalos entre nacimientos de una gran población homogénea cuando ésta se mueve a través del período reproductivo.

En el modelo se parte de una gran población de 10 millones de parejas. La fracción de mujeres que se embaraza cada mes y aborta, tiene un nacido muerto, un nacido vivo o llega al último mes de la amenorrea de post-parto, es siempre una proporción esperada, calculada mediante la multiplicación del número de mujeres en una categoría por una probabilidad apropiada.

Por el tamaño de la población que se utiliza para la agregación de resultados, se dice que la población no debe estar sujeta a los errores de muestreo. Esto hace que el modelo tenga menos complejidad que otros -como el de Monte Carlo- pero que a su vez tenga algunas limitaciones en cuanto al tipo de información que se puede obtener con su aplicación.

Señalan los autores que FERMOND es de una complejidad intermedia entre el proceso más general tratado por Henry o los de Monte Carlo y el proceso matemático de Perrin y Sheps 1/.

La población de FERMOND se define por los siguientes parámetros:

1. Duración del período reproductivo.
2. Probabilidades de aborto.
3. Probabilidades de nacido muerto.
4. Duración del embarazo: de tres meses si el embarazo termina en un aborto y nueve meses si termina en un nacido vivo o en un nacido muerto.
5. La amenorrea dura un mes si se tiene un aborto; tres meses si se trata de un nacido muerto y una distribución arbitraria con un recorrido específico si se tuvo un nacido vivo.
6. La fecundabilidad, o sea, la probabilidad mensual de concepción cuando la mujer es fecundable.

Los parámetros 2 al 5 se suponen constantes. La fecundabilidad puede variar de acuerdo con la paridez. El concepto de tamaño deseado de familia y de eficiencia de la anticoncepción es utilizado también con este fin. También se considera la duración del matrimonio. Estos refinamientos hacen posible introducir espaciamientos preferenciales entre el nacimiento de los hijos.

1/ Véase: Louis Henry, "Fécondité et famille, modèles mathématiques (II), Partie theórique and "Aplications numériques", Population, XVI, No. 1 (January-March, 1961) 27-46 y (April-June, 1961) 261-262.

H. Hyrenius y I. Adolfsson, "A Fertility Simulation Model", Göteborg: Demographic Institute, University of Göteborg, 1964, pp. 1-31.

E.B. Perrin y M.C. Sheps, "Human Reproduction: A Stochastic Process", Biometrics XX, March 1964, page 28-45.

En el artículo se citan otros trabajos que pueden resultar de interés.

La salida de FERMOND ha sido restringida a tres tipos de información:

i) Distribución de mujeres según paridez 0, 1, 2, ..., 23, 24.

ii) Media, desviación estándar y asimetría del coeficiante de parídez.

iii) Media y desviación estándar del intervalo que va desde el matrimonio hasta el nacimiento de orden n (tomando n valores desde 1 hasta el máximo de paridez investigado).

Los resultados pueden ser impresos para cada mes, o por intervalos seleccionados, por ejemplo de un año.

Los autores dicen que las simplificaciones de FERMOND pueden ser modificadas para hacer el modelo más complejo.

Por último, en el documento se ilustra el uso de FERMOND, con una aplicación basada en la fecundidad en los Estados Unidos.

Celade 5694

D. WOLFERS: DETERMINACION DE LOS INTERVALOS DE NACIMIENTOS Y SUS MEDIAS *

Comentario preparado por
E. Baldión

1. Concepto Básico: Cuando las observaciones son tomadas a partir de una serie de intervalos de nacimientos representados cuando ellos tienen lugar en el tiempo (por ejemplo: las estimadas a partir de las mujeres de un programa post-parto), la totalidad de las mujeres no quedan representadas igualmente. Consecuentemente la media de los intervalos de tales series no pueden ser usados para investigar las características de todas las mujeres de la población.

A continuación se presenta el método para derivar a partir de la serie de intervalos de nacimientos representados cuando ellos tienen lugar en el tiempo [MIB(B)], una cantidad denominada "Intervalo medio de Nacimientos" (MUJERES) [MIB(W)] que llena las condiciones de que todas las mujeres en la población muestreada estén igualmente representadas.

2. Método:

$$\text{Estima MIB(B)} = \frac{\sum fx}{\sum f} = M$$

* Wolfers D.: "Determinants of birth intervals and their means". (Pop. Studies, XXII, N° 2, July 1968).

y la media de las frecuencias ponderadas

$$MFP = \frac{\sum fx^2}{\sum fx} = A$$

En donde x es el intervalo en meses y f las frecuencias.

Ejemplo:

x	f	fx	fx^2
12	3	36	432
18	10	180	3 240
24	5	120	2 880
30	2	60	1 800
Suma	20	396	8 352

$$M = \frac{396}{20} = 19.8 \text{ meses}$$

$$A = \frac{8\ 352}{396} = 21.1 \text{ meses}$$

El valor de MIB (W) se encuentra entre las dos estimaciones anteriores.

Por otra parte, señala que existen dos fuentes de variación del Intervalo de Nacimientos (aparte de aquellas derivadas de la mortalidad fetal y la variación en la duración del embarazo): 1) Variación "Inter-grupos", que corresponde a la variación aleatoria entre mujeres con características comunes alrededor de un valor medio determinado por el período infecundo después del parto y por la fecundabilidad y; 2) Variación "Intra-grupos" o sea la variación entre diferentes mujeres respecto a los valores mencionados.

Para tener en cuenta esas dos variaciones parte de una propiedad particular de A (Media de las frecuencias ponderadas):

La variancia no corregida de un conjunto de intervalos está dada por:

$$V = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - M^2 = \frac{(\sum fx^2)\ \sum fx}{(\sum fx)\ \sum f} - M^2 = AM - M^2, = (A-M)M$$

Si tenemos que la diferencia total entre A y W es adscribible a la variancia "inter-grupos"(V_2), ésta será:

$$V_2 = (A - W)W \qquad (1)$$

En donde V_2 está conformado por la naturaleza probabilística de la fecundidad (p) y por la variación que cada mujer experimenta con respecto al período infecundo.

Si el primer término de la serie es un (1) mes la demora media de la concepción será $1/p$ y su variancia $\frac{1}{p}\left(\frac{1}{p} - 1\right)$

De donde la variancia total "inter-grupos" debido a este factor será: $\frac{\sum 1/p(1/p - 1)}{n}$

siendo n el total de mujeres en la población.

Si llamamos (a) a la variancia del período infecundo, tenemos:

$$V_2 = \frac{\sum (1/p)^2}{n} - \frac{\sum (1/p)}{n} + a$$

Similarmente, la variancia "Intra-grupos" está formada por las variaciones en la fecundabilidad y por las variaciones en las diferentes extensiones medias del período infecundo en diferentes mujeres. Como la demora "característica" de una concepción de una mujer con fecundabilidad p es 1/p, la variancia de ésta será:

$$\frac{\sum (1/p)^2}{n} - \left[\frac{\sum (1/p)}{n}\right]^2$$

y, si denominamos como (b) la variancia del período infecundo "intra-grupos"

$$V_1 = \frac{\sum (1/p)^2}{n} - \left[\frac{\sum (1/p)}{n}\right]^2 + b \qquad (3)$$

Restando (3) de (2)

$$V_2 - V_1 = \left[\frac{\sum (1/p)}{n}\right]^2 - \frac{\sum (1/p)}{n} + a - b \qquad (4)$$

Denominando a C como el período medio de infecundidad:

$\frac{\sum (1/p)}{n} = w - c$ esto es, la demora media de la concepción de todas las mujeres en la población.

Sustituyendo en (4)

$$V_2 - V_1 = (w - c)^2 - (w - c) + a - b \qquad (5)$$

Por definición $V_1 + V_2 = V$ (6)

Sumando las dos fórmulas anteriores (5) + (6) tenemos:

$$2\, V_2 = V + (w - c)^2 - (w - c) + a - b$$

Sustituyendo en (1)

$$2\, AW - 2\, W^2 = V + (w - c)^2 - (w - c) + a - b$$

$$\therefore\ 3\, W^2 - (2A + 2C + 1)\, W + C^2 + C + a - b + V = 0$$

Despejando, obtenemos el intervalo medio de nacimientos asignable a la totalidad de mujeres de la población (w).

$$W = \frac{2A + 2C + 1 \pm \sqrt{\left[(2A + 2C + 1)^2 - 12(c^2 + c + a - b + v)\right]}}{6}$$