

ent

Sept. 71

CELADE  
Original de trabajo final  
de becario de año

Nº	Z / 8
	1970

Curso básico  
de demografía, 1970.

Autor Guillermo Vallenas X	Asesor Sr. J.M. Pujol
----------------------------------	--------------------------

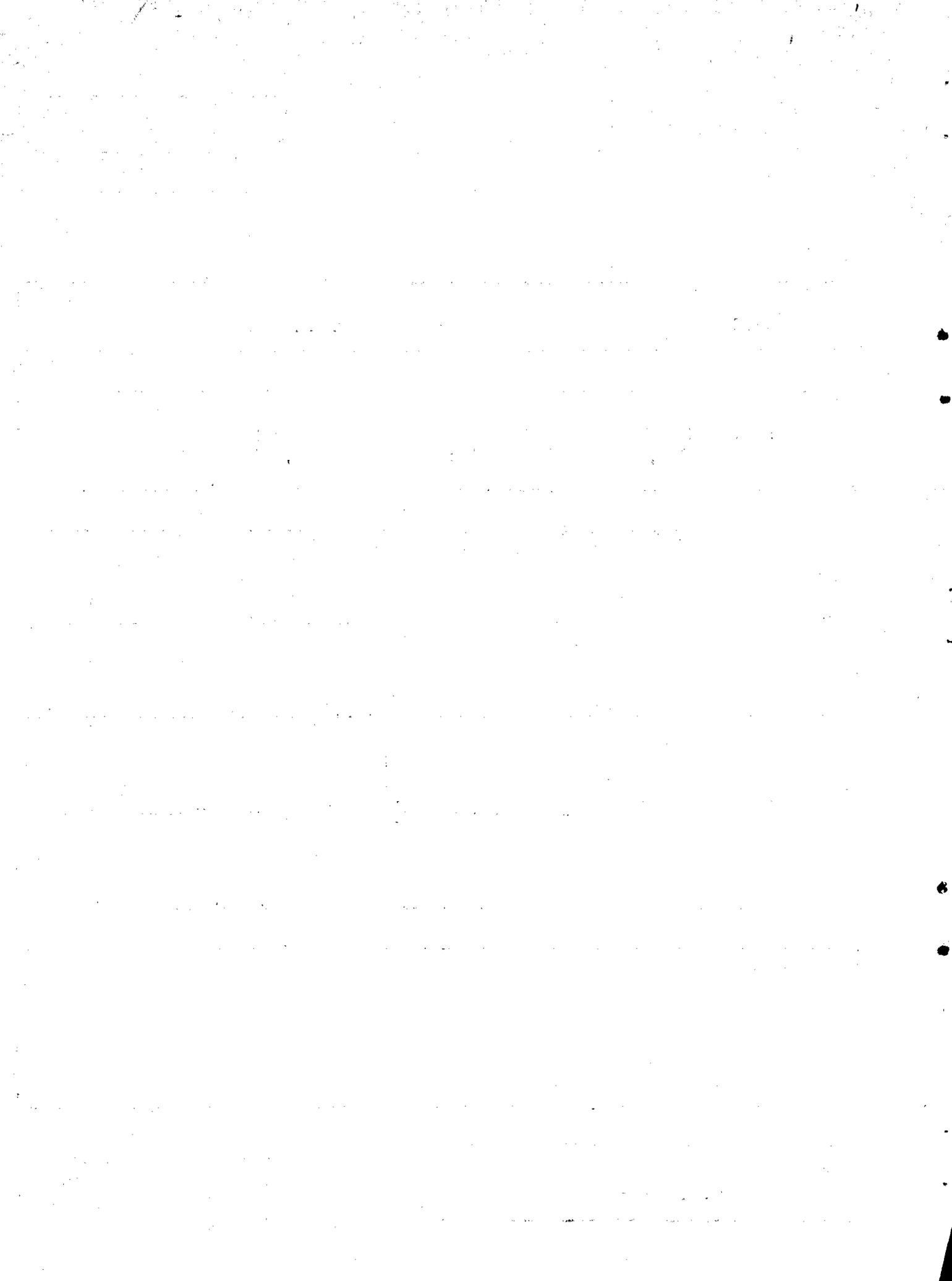
Título del trabajo  
 PERU: COMPROBACION DEL METODO DE WILLIAMS BRASS SOBRE LA ESTIMACION DEL NIVEL DE LA MORTALIDAD EN 1940, A PARTIR DE LA PROPORCION: HIJOS SOBREVIVIENTES/ HIJOS TENIDOS

Se ruega al profesor calificar con una escala de 1 a 7 los siguientes aspectos del trabajo:	Originalidad e interés del tema		Tratamiento teórico del tema	
	Presentación formal	Conclusiones y resultados	Evaluación crítica de los resultados	
Al final, como resumen de las calificaciones asignadas, se clasificará al trabajo en una de las siguientes categorías:	Muy bueno		Bueno	
	Regular		Malo	

Observaciones

Copia destinada a  
Prof. J. Morales

En la copia destinada a la secretaria de becarios se anotará la calificación final conjunta del trabajo y se la destinará al archivo.



## INDICE

	<u>Página</u>
INTRODUCCION .....	1
I. DE LOS DATOS BASICOS .....	1
II. METODOLOGIA .....	3
1. Hijos tenidos .....	3
2. Hijos sobrevivientes .....	3
3. Cálculo del número de hijos tenidos .....	3
4. Cálculo del número de hijos sobrevivientes .....	4
5. Cálculo de la proporción de hijos sobrevivientes por grupos quinquenales de edades .....	4
6. Cálculo de las probabilidades de vivir del nacimiento a la edad exacta $t$ .....	8
7. Construcción de la tabla de vida ajustada .....	9
III. COMENTARIOS .....	13
ANEXO 1 .....	15
ANEXO 2 .....	16

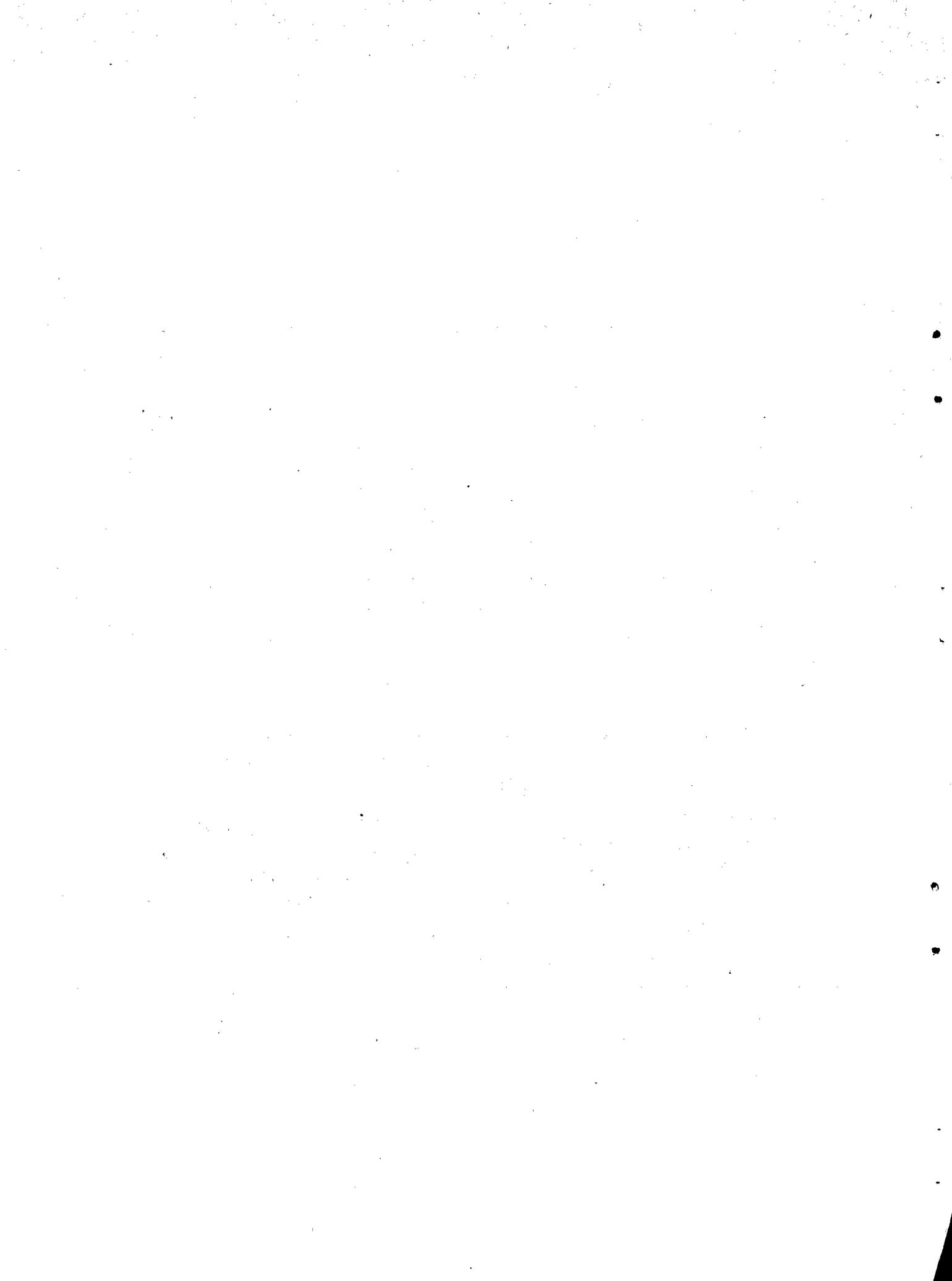
### Índice de cuadros y gráficos

#### Cuadros

1. Perú: Relaciones de sobrevivencia ( $l_x$ ) y años vividos ( $L_x$ ), por años individuales. Ambos sexos, 1940 .....	2
2. Perú: Datos básicos para el cálculo de HS/HT. Ambos sexos, 1940 .....	7
3. Perú: Cálculo de HS/HT. Ambos sexos, 1940 .....	8
4. Perú: Cálculo de los sobrevivientes a la edad $x$ , a partir de las $k_i$ de Brass. Ambos sexos, 1940 .....	9
5. Perú: "Logit" de los valores observados de $l_t$ . Ambos sexos, 1940 .....	10
6. Perú: Cálculo de las $l_x$ ajustadas. Ambos sexos, 1940 .....	11
7. Perú: Tabla de vida abreviada. Ambos sexos, 1940 .....	12
8. Comparación de los factores de mortalidad $k(\text{Brass})$ y $k(\text{real})$ .....	13

#### Gráficos

1. Perú: "Logit" para las $l(t)$ observadas contra el "logit" de las $l_s(t)$ estandar .....	9a
2. Perú: Probabilidad de morir de 0 a $x$ años. Ambos sexos, 1940 .....	13a



## INTRODUCCION

La construcción de tablas de vida por el método tradicional, en el Perú y en algunos países de América Latina, se ha visto obstaculizada por la carencia de buenas estadísticas vitales.

Particularmente, en el Perú, los registros de muertes están afectados por una omisión considerable, motivo por el cual el estudio de la mortalidad, y específicamente, la construcción de tablas de vida, se ha hecho por métodos indirectos.

En el Censo de 1940 se obtuvo información sobre "el número de hijos nacidos vivos" y "el número de hijos fallecidos" información que no fue utilizada durante veinticinco años. William Brass, hizo ver la utilidad que presta dicha información para hacer estudios de la mortalidad juvenil y para la construcción de tablas modelo de vida.

Un factor importante en la metodología de Brass son los factores de mortalidad ( $k_1$ ) que permiten estimar la mortalidad infantil a partir de las proporciones de hijos sobrevivientes obtenidas de la información censal o de encuestas.

En el presente trabajo, se propone verificar el grado de aproximación con que se estima la mortalidad infantil, para el caso peruano, al utilizar los factores mencionados ( $k$ ); con tal fin, se construye una tabla de vida siguiendo la metodología de Brass<sup>1/</sup> con la variante de estimar teóricamente la proporción de hijos sobrevivientes.

### I. DE LOS DATOS BASICOS

Para el cálculo de los hijos nacidos vivos e hijos sobrevivientes se utilizó:

a) Las tasas de fecundidad por edades individuales

Fueron utilizadas las publicaciones en el trabajo de Guillermo Macció<sup>2/</sup>, para el Perú, año 1940.

---

1/ Brass, William, "The Construction of Life Tables from Child Survivorship Ratios". IPU. Conf. 1961. University of Aberdeen.

2/ Macció, Guillermo, Ajuste e interpolación de tasas de fecundidad por edad. CELADE-Subsede, San José, Costa Rica, Serie AS N° 7, 1969.

b) Tabla completa de vida

Se interpoló la Tabla Abreviada<sup>3/</sup> por el siguiente procedimiento:

Los valores de  $l_7$  a  $l_4$  se calcularon utilizando una función auxiliar:

$$g(x) = (x + 1) \log \left( \frac{1}{l_x} - 1 \right)$$

el procedimiento detallado se presenta en el Anexo 1.

El resto de los valores se obtuvieron utilizando los multiplicadores de Beers.<sup>4/</sup>

La interpolación se hizo en la función  $l_x$  para ambos sexos. (Véase el cuadro 1).

Cuadro 1

PERU: RELACIONES DE SOBREVIVENCIA ( $l_x$ ) Y AÑOS VIVIDOS ( $L_x$ ),  
POR AÑOS INDIVIDUALES, AMBOS SEXOS, 1940

x	$l_x$	$L_x$	x	$l_x$	$L_x$
0	100 000	86 076	26	56 504	56 134
1	80 109	77 246	27	55 765	55 394
2	75 256	73 709	28	55 022	54 648
3	72 341	71 646	29	54 274	53 899
4	71 005	69 868	30	53 224	53 148
5	68 819	68 394	31	52 773	52 398
6	67 970	67 548	32	52 022	51 646
7	67 125	66 794	33	51 271	50 896
8	66 464	66 182	34	50 521	50 146
9	65 899	65 655	35	49 771	49 396
10	65 411	65 194	36	49 022	48 648
11	64 978	64 778	37	48 273	47 899
12	64 579	64 386	38	47 525	47 151
13	64 193	63 996	39	46 777	46 402
14	63 798	63 588	40	46 027	45 651
15	63 377	63 147	41	45 275	44 898
16	62 917	62 665	42	44 521	44 142
17	62 413	62 140	43	43 763	43 382
18	61 866	61 576	44	43 001	42 618
19	61 286	60 982	45	42 235	41 849
20	60 677	60 358	46	41 463	41 074
21	60 038	59 703	47	40 684	40 288
22	59 368	59 020	48	39 893	39 491
23	58 672	58 316	49	39 088	38 676
24	57 959	57 597	50	38 256	
25	57 235	56 870			

3/ Salazar, Julia, "Tablas abreviadas de mortalidad para el Perú: 1940-1945, 1950-51 y 1961". Lima, Perú. Boletín de Análisis Demográfico N° 7, 1968.

4/ Bocaz, Albino, Interpolación. CELADE, Serie B, N° 5, pág. 55, 1969.

## II. METODOLOGIA

1. Hijos tenidos

Las tasas de fecundidad representan un promedio anual, las mismas que multiplicadas por el número de años de un intervalo ~~indicarían~~ el número medio de hijos tenidos en un año por las mujeres que pasaron por ese intervalo de edad.<sup>5/</sup>

Si representamos por  $f(t)$  las tasas de fecundidad por edades individuales, y bajo el supuesto de que la fecundidad ha permanecido constante en el tiempo, el número total de hijos tenidos por una mujer de edad  $x$  se puede expresar mediante la función:

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt \quad (1)$$

donde  $a$  es la edad más baja de reproducción.

2. Hijos sobrevivientes

Bajo los supuestos de que la mortalidad ha permanecido constante y que la mortalidad de las madres no es diferencial según el número de hijos tenidos; y conociendo la función de supervivencia  $l(t)$ , el número de hijos sobrevivientes de una mujer de edad  $x$  estaría representado por la función:

$$S(x) = \int_a^x f(t) l(x-t) dt \quad (2)$$

donde  $l(x-t)$  representa la probabilidad de vida, en una tabla de vida de cero hasta la edad  $x-t$ .

3. Cálculo del número de hijos tenidos

Conocidas las tasas de fecundidad por edades individuales, la relación (1) se puede calcular como la suma de las tasas de fecundidad; luego el número de hijos tenidos por una mujer a los 16 años sería  $f_{15,5}$ ; el número de hijos tenidos a los 17 años sería  $f_{15,5} + f_{16,5}$ ; y así sucesivamente, de modo que a la edad  $x$  se podría indicar como:

$$HT(x) = \sum_{j=15,5}^{j=x-0,5} f_j \quad (3)$$

<sup>5/</sup> Las tasas de fecundidad generalmente se expresan en tanto por mil, en cuyo caso, representarían el número de hijos tenidos en un año, por mil mujeres.

#### 4. Cálculo del número de hijos sobrevivientes

Conocidas las respectivas probabilidades de vida, y multiplicando éstas por el número de hijos tenidos, se puede calcular la relación (2) de la forma siguiente: El número de hijos sobrevivientes de una mujer a la edad de 16 años sería  $f_{15,5} l_{0,5}$ ; a los 17 años sería  $f_{15,5} l_{1,5} + f_{16,5} l_{0,5}$  y así sucesivamente, de modo que a la edad  $x$  se puede indicar por:

$$HS(x) = \sum_{j=15,5}^{j=x-0,5} f_j l_{x-j} \quad (4)$$

#### 5. Cálculo de la proporción de hijos sobrevivientes por grupos quinquenales de edades

La declaración que las mujeres hacen, en una encuesta o censo, sobre el número de hijos tenidos o hijos sobrevivientes, generalmente son tabulados por grupos de edades, y se interpreta como el número medio de hijos tenidos o sobrevivientes, respectivamente, que las mujeres de un grupo dado de edades, han tenido en el curso de su existencia. A continuación detallaremos un proceso que nos permita obtener estos datos, a partir de las relaciones (3) y (4).

##### a) Hijos tenidos, por grupos quinquenales de edades

En el Perú se señala como edad mínima de reproducción la de 15 años, por lo tanto la fecundidad por debajo de esta edad se considera nula, consecuentemente se asume que las mujeres menores de 15 años no tienen hijos.

Una aplicación reiterada de la relación (3) hasta los veinte años, nos daría el número de hijos tenidos a los 16, 17, 18, 19 y 20 años. La suma de los hijos tenidos, por las mujeres, hasta cada una de estas edades, representaría el número de hijos tenidos por las mujeres del grupo de 15 a 20 años de edad.

Esquemáticamente se puede escribir como:

$$HT(16) = f_{15,5}$$

$$HT(17) = f_{15,5} + f_{16,5}$$

$$HT(18) = f_{15,5} + f_{16,5} + f_{17,5}$$

$$HT(19) = f_{15,5} + f_{16,5} + f_{17,5} + f_{18,5}$$

$$HT(20) = f_{15,5} + f_{16,5} + f_{17,5} + f_{18,5} + f_{19,5}$$

---


$$(HT)_{20} = 5f_{15,5} + 4f_{16,5} + 3f_{17,5} + 2f_{18,5} + f_{19,5}$$

En forma similar se puede calcular el número de hijos tenidos por las mujeres del grupo de 15 a 25 años de edad, lo que sería:

$$(HT)_{25} = 10f_{15,5} + 9f_{16,5} + 8f_{17,5} + 7f_{18,5} + 6f_{19,5} + 5f_{20,5} + 4f_{21,5} + 3f_{22,5} + 2f_{23,5} + f_{24,5}$$

El número de hijos tenidos por las mujeres, expresado en grupos quinquenales de edades sería:

Para el grupo de 15-19 años:

$$(HT)_{15-19} = (HT)_{20} - (HT)_{15}$$

$$(HT)_{15-19} = 5f_{15,5} + 4f_{16,5} + 3f_{17,5} + 2f_{18,5} + f_{19,5}$$

que se puede escribir como:

$$(HT)_{15-19} = 5 \sum_{j=15,5}^{j=15,5} f_j + 4f_{16,5} + 3f_{17,5} + 2f_{18,5} + f_{19,5} \quad (5)$$

Para el grupo de 20-24 años:

$$(HT)_{20-24} = (HT)_{25} - (HT)_{20}$$

$$(HT)_{20-24} = 5(f_{15,5} + f_{16,5} + f_{17,5} + f_{18,5} + f_{19,5} + f_{20,5}) + 4f_{21,5} + 3f_{22,5} + 2f_{23,5} + f_{24,5}$$

que se puede escribir como:

$$(HT)_{20-24} = 5 \sum_{j=15,5}^{j=20,5} f_j + 4f_{21,5} + 3f_{22,5} + 2f_{23,5} + f_{24,5} \quad (6)$$

Generalizando las expresiones (5) y (6) se tiene:

$$(HT)_{x,x+4} = (HT)_{x+5} - (HT)_x \quad (7)$$

$$(HT)_{x,x+4} = 5 \sum_{j=15,5}^{j=x+0,5} f_j + 4f_{x+1,5} + 3f_{x+2,5} + 2f_{x+3,5} + f_{x+4,5} \quad (8)$$

#### b) Hijos sobrevivientes por grupos quinquenales de edades

Mediante la aplicación de la relación (4), se puede calcular los hijos sobrevivientes de las madres de 16, 17, ... 20 años, los mismos que sumados representarían el número de hijos sobrevivientes de las mujeres en su existencia en el grupo de 15 a 20 años ((HS)<sub>20</sub>).

$$HS(16) = f_{15,5} l_{0,5}$$

$$HS(17) = f_{15,5} l_{1,5} + f_{16,5} l_{0,5}$$

$$HS(18) = f_{15,5} l_{2,5} + f_{16,5} l_{1,5} + f_{17,5} l_{0,5}$$

$$HS(19) = f_{15,5} l_{3,5} + f_{16,5} l_{2,5} + f_{17,5} l_{1,5} + f_{18,5} l_{0,5}$$

$$HS(20) = f_{15,5} l_{4,5} + f_{16,5} l_{3,5} + f_{17,5} l_{2,5} + f_{18,5} l_{1,5} + f_{19,5} l_{0,5}$$

---


$$(HS)_{20} = f_{15,5} l_{4,5} + (f_{15,5} + f_{16,5}) l_{3,5} + (f_{15,5} + \dots + f_{17,5}) l_{2,5} + \dots + (f_{15,5} + \dots + f_{19,5}) l_{0,5} \quad (*)$$

$$(HS)_{20} = \varphi(15,5) l_{4,5} + \varphi(16,5) l_{3,5} + \varphi(17,5) l_{2,5} + \varphi(18,5) l_{1,5} + \varphi(19,5) l_{0,5}$$

donde:

$$\varphi(x) = \sum_{x=15,5}^x f_x$$

En forma generalizada se puede escribir:

$$(HS)_{20} = \sum_{i=15,5}^{i=19,5} \varphi(i) l_{20-i} \quad (10)$$

En forma similar se puede calcular los hijos sobrevivientes de las madres hasta los veinticinco años de los que tuvieron las madres para el grupo de 15 a 25 años ((HS)<sub>25</sub>).

$$(HS)_{25} = f_{15,5} l_{9,5} + (f_{15,5} + f_{16,5}) l_{8,5} + (f_{15,5} + \dots + f_{17,5}) l_{7,5} + \dots + (f_{15,5} + \dots + f_{24,5}) l_{0,5} \quad (11)$$

$$(HS)_{25} = \varphi(15,5) l_{9,5} + \varphi(16,5) l_{8,5} + \dots + \varphi(23,5) l_{1,5} + \varphi(24,5) l_{0,5}$$

donde:

$$\varphi(x) = \sum_{x=15,5}^x f_x$$

Generalizando se puede escribir:

$$(HS)_{25} = \sum_{i=15,5}^{i=24,5} \varphi(i) l_{25-i} \quad (12)$$

El número de hijos sobrevivientes, expresado en grupos de edades sería:

Para el grupo de 15-19 años:

$$(HS)_{15-19} = (HS)_{20} - (HS)_{15} = \sum_{i=15,5}^{i=19,5} \varphi(i) l_{20-i} \quad (13)$$

Para el grupo de 20-24 años:

$$(HS)_{20-24} = (HS)_{25} - (HS)_{20} = \sum_{i=15,5}^{i=24,5} \varphi(i) l_{25-i} - \sum_{i=15,5}^{i=19,5} \varphi(i) l_{20-i} \quad (14)$$

Generalizando las expresiones (13) y (14)

$$(HS)_{x,x+4} = (HS)_{x+5} - (HS)_x \quad (15)$$

$$(HS)_{x,x+4} = \sum_{i=15,5}^{i=x+4,5} \varphi(i) l_{x+5-i} - \sum_{i=15,5}^{i=x-0,5} \varphi(i) l_{x-i} \quad (16)$$

Una relación por cociente de las expresiones (16) y (8) nos indica la proporción de hijos sobrevivientes de los que tuvieron las madres de ciertos grupos de edades.

En el cuadro 2 se muestran los datos básicos necesarios para calcular metódicamente la relación:

$$(HS)_{x,x+4} / (HT)_{x,x+4}$$

Los resultados finales se muestran en el cuadro 3.

Cuadro 2

PERU: DATOS BASICOS PARA EL CALCULO DE HS/HT. AMBOS SEXOS, 1940

x	f <sub>x</sub>	φ(x)	a	$l_{\frac{a-L}{a}x}$	x	f <sub>x</sub>	φ(x)	a	$l_{\frac{a-L}{a}x}$
15,5	7,2	7,2	34,5	50 146	33,5	139,2	780,9	16,5	62 665
16,5	25,6	32,8	33,5	50 896	34,5	129,6	739,7	15,5	63 147
17,5	48,6	81,4	32,5	51 646	35,5	119,9	694,4	14,5	63 588
18,5	74,5	155,9	31,5	52 398	36,5	110,2	647,4	13,5	63 996
19,5	101,6	257,5	30,5	53 148	37,5	100,6	599,5	12,5	64 386
20,5	127,9	378,2	29,5	53 899	38,5	91,3	551,6	11,5	64 778
21,5	151,6	504,2	28,5	54 648	39,5	82,4	504,4	10,5	65 194
22,5	170,9	626,5	27,5	55 394	40,5	73,8	458,3	9,5	65 655
23,5	184,0	736,0	26,5	56 134	41,5	65,6	413,7	8,5	66 182
24,5	190,4	824,8	25,5	56 870	42,5	57,8	370,9	7,5	66 794
25,5	190,6	887,5	24,5	57 594	43,5	50,4	330,0	6,5	67 548
26,5	186,2	922,1	23,5	58 316	44,5	43,3	290,9	5,5	68 394
27,5	180,1	931,3	22,5	59 020	45,5	36,4	253,5	4,5	69 868
28,5	175,0	922,3	21,5	59 703	46,5	29,7	217,3	3,5	71 646
29,5	170,8	902,7	20,5	60 358	47,5	23,1	182,6	2,5	73 709
30,5	165,2	877,3	19,5	60 982	48,5	16,3	148,5	1,5	77 246
31,5	157,2	848,3	18,5	61 576	49,5	9,3	114,5	0,5	86 076
32,5	148,5	816,7	17,5	62 140					

Cuadro 3

PERU: CALCULO DE HS/HT. AMBOS SEXOS, 1940

Grupos de edades	Edad exacta i	(HT) <sub>x,x+4</sub> (1)	(HS) <sub>x,x+4</sub> (2)	(HS)/(HT) (3)=(2)/(1)
15-19	20	534,8	430,6	0,80516
20-24	25	3 604,5	2 728,0	0,75683
25-29	30	8 170,4	5 865,2	0,71786
30-34	35	12 233,3	8 434,5	0,68947
35-39	40	15 230,6	10 139,8	0,66575
40-44	45	17 094,4	10 967,8	0,64160
45-49	50	18 012,0	11 057,9	0,61392

#### 6. Cálculo de las probabilidades de vivir del nacimiento a la edad exacta i

Brass observó que la proporción de niños que mueren en el primer año de vida guarda semejanza con la proporción de muertes de los nacidos vivos de madres del grupo de 15-19 años; la proporción de muertes del segundo año de vida con las de los nacidos vivos de madres del grupo 20-24 y así sucesivamente. Si indicamos por  $q(x)$  las proporciones de los niños que mueren en el primer, segundo, tercer, quinto, etc., años de vida, y  $D_i = 1 - (HS/HT)_{x,x+4}$ ,<sup>6/</sup> las proporciones de niños que mueren de los nacidos de madres de los grupos 15-19, 20-24, 25-29, etc., se pueden establecer las siguientes igualdades:

$$q(1) = k_1 D_{20}$$

$$q(2) = k_2 D_{25}$$

$$q(3) = k_3 D_{30}$$

$$q(5) = k_4 D_{35}$$

$$q(10) = k_5 D_{40}$$

$$q(15) = k_6 D_{45}$$

$$q(20) = k_7 D_{50}$$

<sup>6/</sup> El subíndice  $i$  representa el límite superior del intervalo  $[x, x+4]$ .

Donde los valores  $k$  son los factores de mortalidad de Brass. Los  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  se calculan por una interpolación lineal en la tabla del Anexo 2. La clave para la interpolación es la relación  $P_1/P_2$  que indica la paridez media de las mujeres del grupo de 15-19 años y 20-24 años. En el presente trabajo el valor obtenido es de:  $P_1/P_2 = 0,107$ .

Los valores restantes de  $k$  se calculan por el mismo procedimiento de interpolación lineal, en la tabla del Anexo 2 siendo la clave de entrada en la tabla el valor de la edad media de la fecundidad que para el presente caso,  $\bar{m} = 29,9$  años.<sup>7/</sup> Los resultados de los cálculos mencionados se presentan en el cuadro 4.

Cuadro 4

PERU; CALCULO DE LOS SOBREVIVIENTES A LA EDAD  $x$ , A PARTIR DE LAS  $k_i$  DE BRASS, AMBOS SEXOS, 1940

Grupos de edades	$i$	$D_i$ (1)	$k_i$ (Brass) (2)	$t$	$q(t)$ (3)=(1)·(2)	$l_t=l_x$ (4)=(1)-(3)
15-19	1	0,19484	1,101	1	21 452	78 548
20-24	2	0,24317	1,069	2	25 995	74 005
25-29	3	0,28214	1,026	3	28 948	71 052
30-34	4	0,31053	1,033	5	32 078	67 922
35-39	5	0,33425	1,043	10	34 862	65 138
40-44	6	0,35840	1,024	15	36 700	63 300
45-49	7	0,38608	1,025	20	39 573	60 427

### 7. Construcción de la tabla de vida ajustada

Se ha observado que las probabilidades de supervivencia de dos tablas de vida, guardan cierta relación lineal de la forma:

$$Y(x) = A + B Y_s(x)$$

donde  $Y(x)$  está definida como el "logit"<sup>8/</sup> de las relaciones de supervivencia "observadas".  $Y_s(x)$  el "logit" de las relaciones de supervivencia de una tabla modelo, elegida de manera que represente la configuración de la mortalidad del país en estudio.  $A$  y  $B$  son dos constantes que para el presente trabajo se calcularon por "mínimos cuadrados". (Véanse el cuadro 5 y el gráfico 1).

Bajo el supuesto de que las constantes  $A$  y  $B$  son válidas para las  $l_x$  mayores de los 20 años, y por una regresión de la ecuación  $Y_s(x)$  se calculan los  $l_x$  "ajustados". (Véase el cuadro 6).

7/ El valor de la edad media de fecundidad se calcula por:  $\bar{m} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$

8/  $Y(x) = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{1 - l_x}{l_x} \right]$ .

Cuadro 5

PERU: "LOGIT" DE LOS VALORES OBSERVADOS DE  $l_x$  AMBOS SEXOS, 1940

t Edad exacta	$l_t$ Modelo	$l_t$ Observado	$Y_s(t)$ logit $l_t$ Mo. X	$Y(t)$ logit $l_t$ Ob. Y
2	750	0,74005	1,099	1,0463
3	719	0,71052	0,940	0,8953
5	688	0,67922	0,791	0,7501
10	643	0,65138	0,588	0,6249
15	626	0,63300	0,575	0,5450
20	599	0,60427	0,401	0,4231
$\Sigma$			4,334	4,2847

$$B = \frac{\frac{\Sigma xy}{\Sigma x} - \frac{\Sigma y}{N}}{\frac{\Sigma x^2}{\Sigma x} - \frac{\Sigma x}{N}} = 0,858$$

$$A = \frac{\Sigma y}{N} - B \frac{\Sigma x}{N} = 0,094$$

Una vez conocidos los valores de  $l_x$ , las restantes funciones se obtuvieron aplicando las relaciones siguientes:

a) Número de años vividos por los sobrevivientes de edad comprendida entre  $x$ ,  $x+n$ :

$$L_0 = 0,3 l_0 + 0,7 l_1$$

$$L_1 = 0,41 l_1 + 0,59 l_2$$

$$L_2 = 0,47 l_2 + 0,53 l_3$$

$$L_3 = 0,48 l_3 + 0,52 l_4$$

$$L_4 = 0,48 l_4 + 0,52 l_5$$

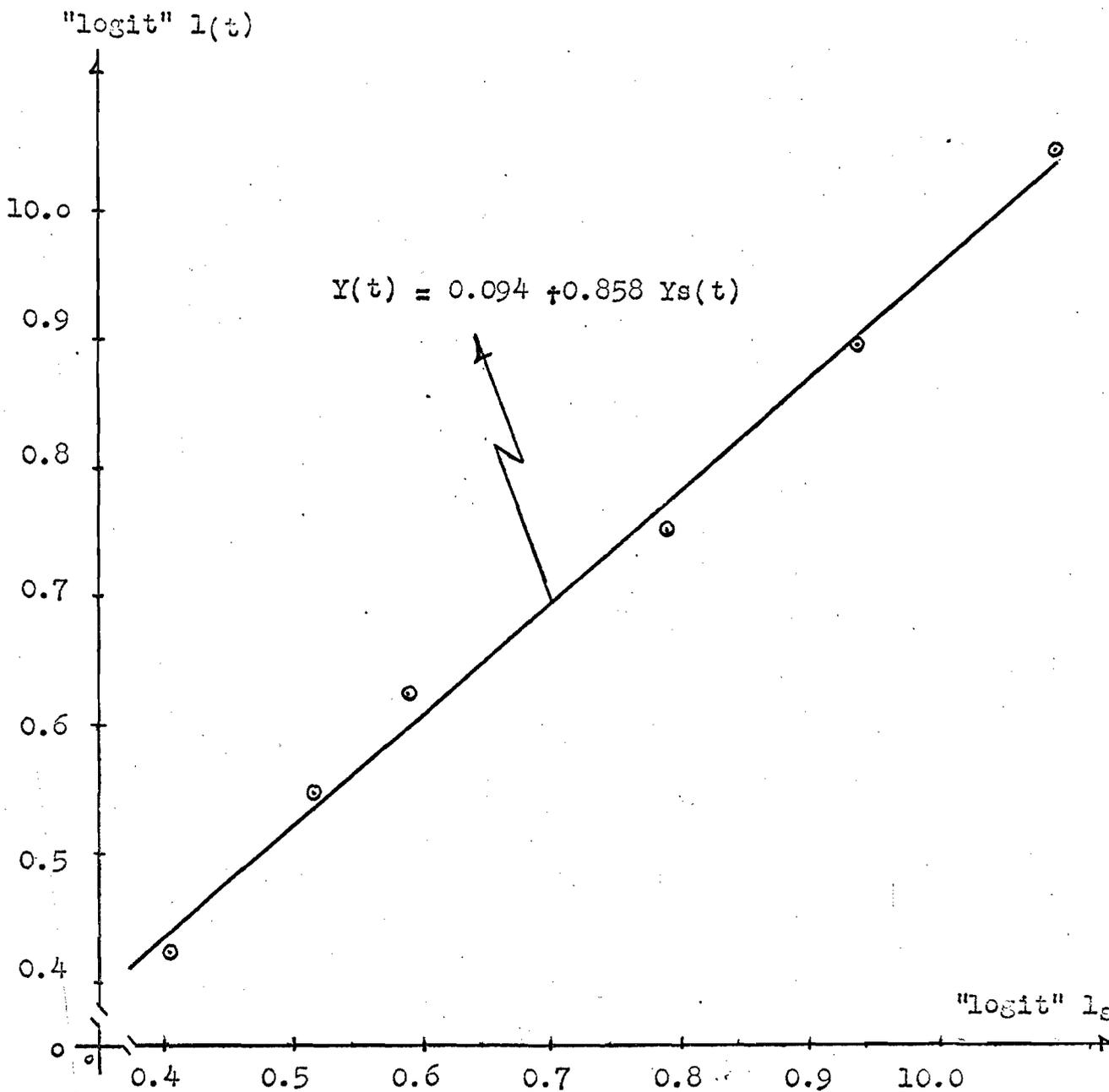
$${}^5L_x = 2,5 (l_x + l_{x+1})$$

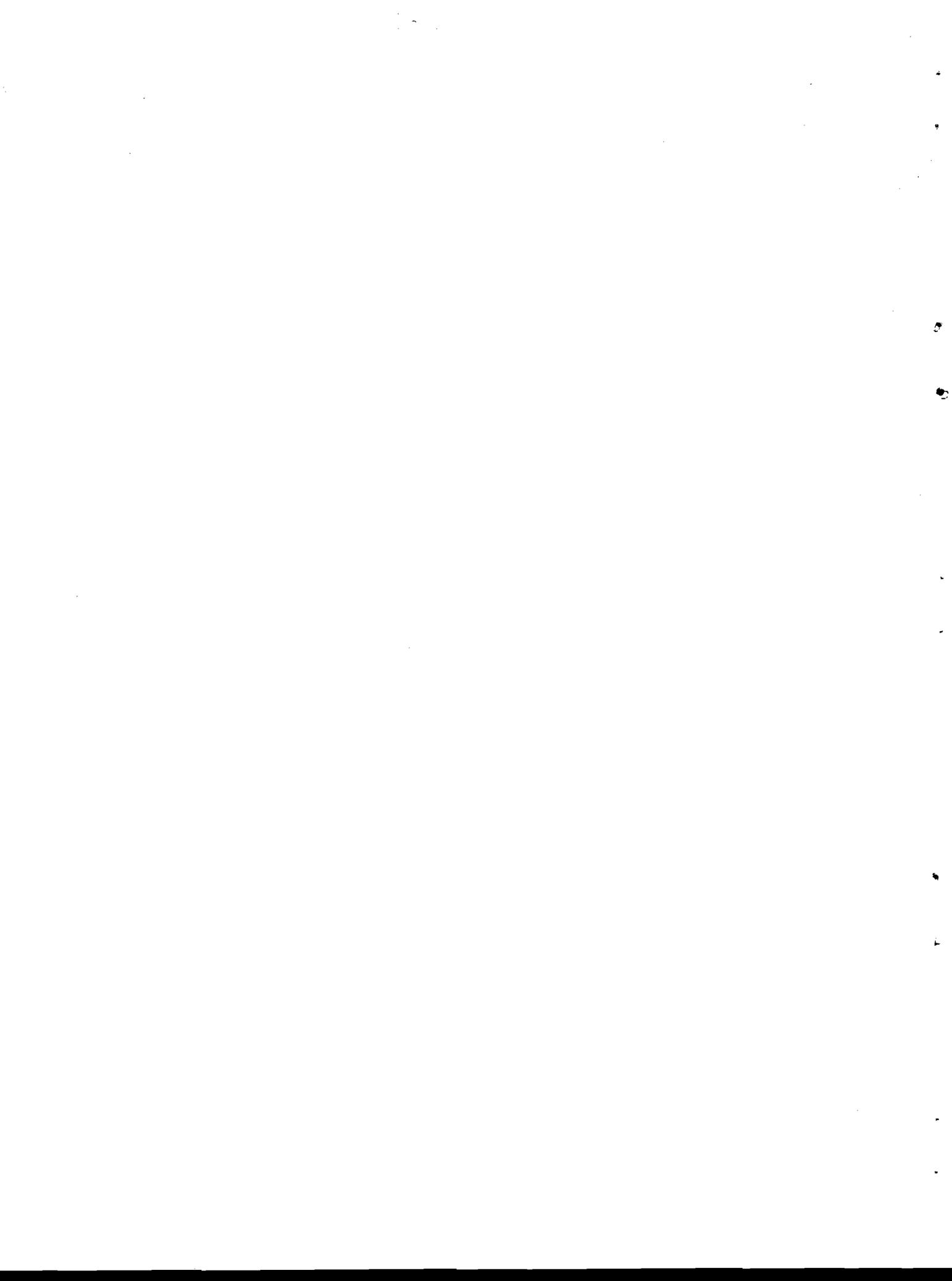
$$L_{85 \text{ y más}} = l_{85} \log l_{85}$$

9/

GRAFICO N° 1

PERU: "logit" para las  $l(t)$  observadas contra el "logit" de las  $l_s(t)$  estándar.





b) Número de años que se espera que vivan los sobrevivientes que alcanzan la edad  $x$ .

$$T_x = \sum_x^w L_x$$

c) Esperanza de vida a la edad  $x$ .

$$e_x^0 = \frac{T_x}{l_x}$$

Los resultados se presentan en el cuadro 7.

Cuadro 6

PERU: CALCULO DE LAS  $l_x$  AJUSTADAS, AMBOS SEXOS, 1940

$x$	$l_x$ modelo	$\text{logit } l_x$	$\text{logit } l_x$ a/ ajustado	$l_x$ ajustado
1	875	1,483	1,3664	79 660
2	750	1,099	1,0369	73 818
3	719	0,940	0,9005	71 110
4	703	0,862	0,8336	69 712
5	688	0,791	0,7727	68 414
10	643	0,588	0,5985	64 530
15	626	0,515	0,5359	63 078
20	599	0,401	0,4380	60 775
25	564	0,257	0,3145	57 790
30	530	0,120	0,1970	54 900
35	497	-0,084	0,0219	50 548
40	463	-0,148	-0,0330	49 250
45	427	-0,294	-0,1582	46 045
50	385	-0,468	-0,3075	42 362
55	337	-0,677	-0,4869	38 062
60	283	-0,930	-0,7039	33 102
65	221	-1,260	-0,9871	27 168
70	158	-1,719	-1,3801	20 098
75	97	-2,278	-1,8605	13 461
80	48	-2,987	-2,4688	7 886
85	17	-4,057	-3,3869	3 248

$$a/ \text{logit } l_x^{\text{ajustado}} = 0,094 + 0,858 \text{logit } l_x^{\text{modelo}}$$

Cuadro 7

PERU: TABLA DE VIDA ABREVIADA. AMBOS SEXOS, 1940

x	n	$T_x$	$L_x$ n x	$T_x$	$o_x$ B x
0	1	100 000	85 762	3 709 615	37,10
1	1	79 660	76 213	3 623 853	45,49
2	1	73 818	72 383	3 547 640	48,06
3	1	71 110	70 383	3 475 257	48,87
4	1	69 712	69 037	3 404 874	48,84
5	5	68 414	332 360	3 335 837	48,76
10	5	64 530	319 020	3 003 477	46,54
15	5	63 078	309 632	2 684 457	42,56
20	5	60 775	296 412	2 374 825	39,08
25	5	57 790	281 725	2 078 413	35,96
30	5	54 900	263 620	1 796 688	32,73
35	5	50 548	249 495	1 533 068	30,33
40	5	49 250	238 238	1 283 573	26,06
45	5	46 045	221 018	1 045 335	22,70
50	5	42 362	201 060	824 317	19,46
55	5	38 062	177 910	633 257	16,64
60	5	33 102	150 675	445 347	13,45
65	5	27 168	118 165	294 672	10,85
70	5	20 098	83 898	176 507	8,78
75	5	13 461	53 368	92 609	6,88
80	5	7 886	27 835	39 241	4,98
85 y más		3 248	11 406	11 406	3,51

## III. COMENTARIOS

La metodología de Brass, permite estimar el nivel de la mortalidad, utilizando la información obtenida de encuestas o censos sobre el número de hijos tenidos y el número de sobrevivientes de los mismos. Un paso muy importante en la aplicación de esta metodología, es el uso de los factores de mortalidad propuestos por Brass, los mismos que se calculan, por una interpolación lineal en las tablas que existen, de estos factores. La fecundidad, cambia en forma diferente en los primeros grupos de edades, razón por la cual, para el cálculo de los valores  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  se utilizó la relación existente entre la paridez media de los grupos de 15-19 años y 20-24 ( $P_1/P_2$ ); esta relación se considera como un indicador de la rapidez con que cambia la fecundidad en estos grupos de edades.

El resto de los valores de  $k$ , o sea,  $k_4$ ,  $k_5$ ,  $k_6$  y  $k_7$ , se calcularon con un procedimiento similar, usando como clave de interpolación la edad media de reproducción ( $\bar{m}$ ). Esto nos indica que la aproximación con que se podría estimar los valores de  ${}_tq_0$ , ( $t \leq 20$ ) y por ende la mortalidad juvenil, depende directamente de los factores  $k$  mencionados, los mismos que a su vez, dependen de la estructura de la fecundidad.

En el presente caso, conocidos los valores de  $f_x$  y  $l_x$  se pueden calcular los valores reales de  $k$  que deberían conducir a la estimación de los  ${}_xq_0$ ; esta relación sería:

$$k(\text{real}) = \frac{{}_xq_0}{D_i} = \frac{1 - l_x}{1 - (HS/HT)_{x,x+4}}$$

Haciendo los cálculos pertinentes, y luego de comparar los  $k(\text{reales})$  con los  $k(\text{Brass})$  se puede observar que la utilización de estos últimos valores, en el presente trabajo, sobrestiman la mortalidad. (Véanse el cuadro 8 y el gráfico 2).

Cuadro 8

COMPARACION DE LOS FACTORES DE MORTALIDAD  $k(\text{BRASS})$  Y  $k(\text{REAL})$ 

i	$k(\text{Brass})$	$k(\text{real})$	$k(\text{Brass})/k(\text{real})$
1	1,101	1,0209	1,079
2	1,069	1,0176	1,051
3	1,026	0,9803	1,047
4	1,033	1,0041	1,029
5	1,043	1,0348	1,008
6	1,024	1,0218	1,003
7	1,025	1,0185	1,007

Los países de América Latina, a excepción de Uruguay y Panamá<sup>10/</sup> se caracterizan por presentar una estructura de cúspide intermedia, con una edad media de reproducción alrededor de los veintinueve años, similar al caso del presente trabajo, luego se podría esperar que la utilización de los factores  $k$ (Brass), en casos reales, podría introducir un sesgo, pequeño, como hemos visto pero que se deben tener en cuenta en caso de los análisis, sobre todo si este sesgo se suma al que generalmente existe por la omisión en la declaración de hijos fallecidos.

En términos generales, se puede decir, que la metodología reproduce muy aproximadamente el nivel de la mortalidad de la tabla inicial, lo cual sumado a la precisión y facilidad con que se aplica la metodología, permitirá dar preferencia sobre otro tipo de método indirecto de estimar la mortalidad en los países, que como el Perú, carecen de buenas estadísticas vitales. Es de esperar que en los próximos censos a realizarse, se recomiende la inclusión de las preguntas necesarias que permitan obtener la información sobre el número de hijos tenidos y el de hijos sobrevivientes, que juntamente con la información sobre orfandad, mortalidad y fecundidad del año anterior al censo, darán datos muy importantes para el Análisis Demográfico.

Con el fin de calcular las funciones como  $l_x$ ,  $e_x^0$  de una tabla abreviada de vida, se calcularon los valores de  $l_x$ , con la transformación lineal "logit".

$$Y(t) = A + B Y_s(t)$$

donde las constantes  $A$  y  $B$  se calcularon por el procedimiento de mínimos cuadrados, los valores de  $Y(t)$  y por lo tanto los de  $l_t$  (corregidos), fueron calculados por regresión de la ecuación lineal con  $Y_s(t)$  en las edades específicas; conocidas las  $l_t$ , se construyó la tabla de vida.

El valor de la constante  $A$  controla el nivel de la mortalidad de una tabla de vida, es decir, la esperanza de vida al nacimiento, en el caso del trabajo se obtuvo  $A = 0,094$ . El sistema de Brass, basado en el "logit", proporciona un intervalo para  $A$ , que es el siguiente:  $-0,8 \leq A \leq 0,8$ , indicando los valores bajos de  $A$  una mortalidad general baja, mientras que un valor alto de  $A$  representaría una mortalidad alta. El valor obtenido para el Perú en 1940 indicaría una mortalidad alta, que corresponde a la situación médico-sanitaria y socio-económica del país alrededor de ese año.

$B$  indicaría la pendiente de la tabla de vida, o sea, la rapidez como la mortalidad se incrementa con la edad. Los valores de  $B$  deben oscilar entre:  $0,7 \leq B \leq 1,4$ . Un valor alto de  $B$  indica que la mortalidad se incrementa rápidamente, con la edad, un valor bajo lo contrario. Para el caso del presente trabajo  $B = 0,858$  nos indica que la mortalidad se incrementa lentamente con la edad.

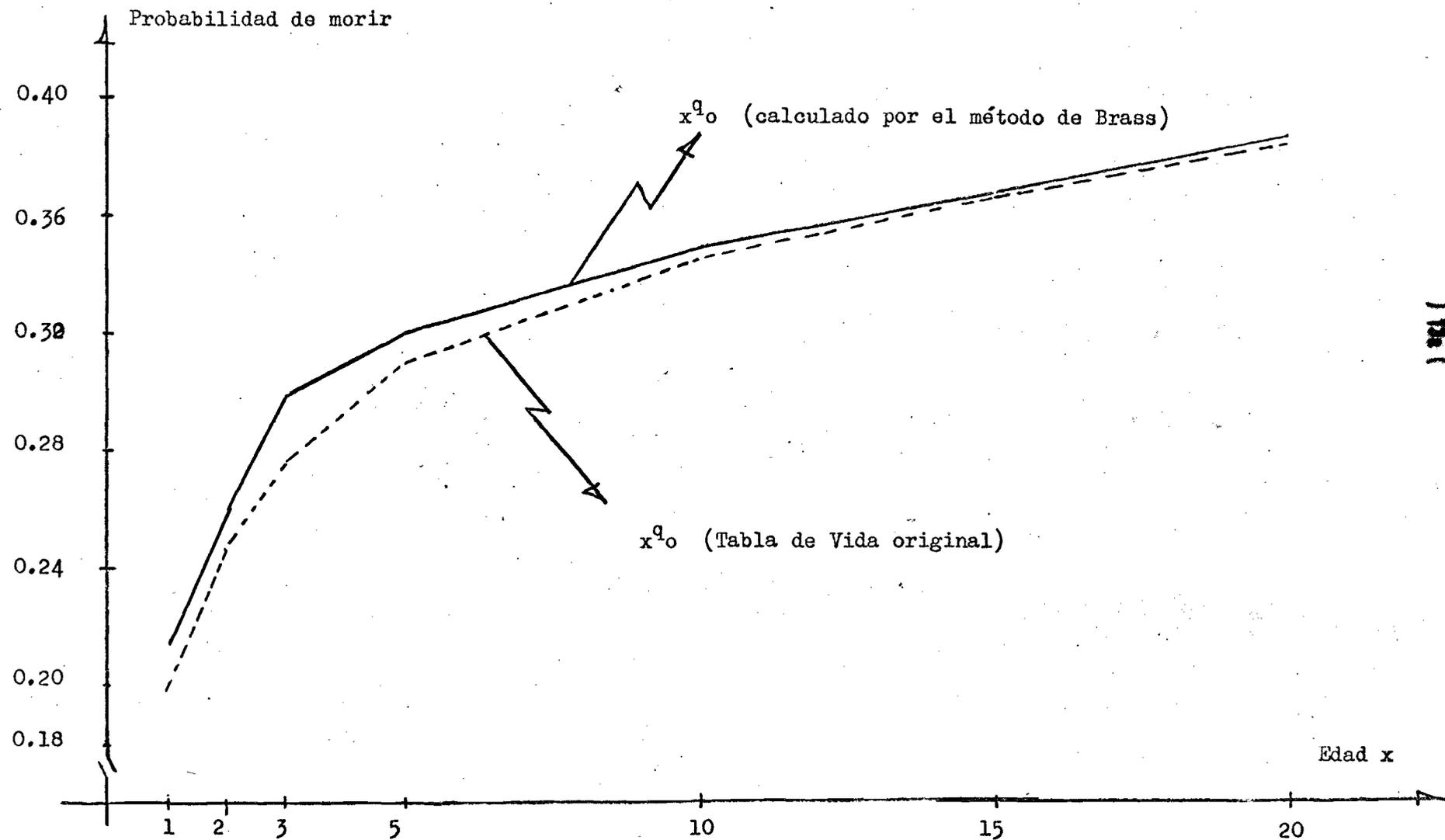
Los valores que se calculan en la tabla de vida, sobre todo para edades mayores de los 20 años, dependerán directamente de la tabla estándar utilizada. En este estudio se utilizó una tabla tomada de las "Tabla de vida standard africana"<sup>11/</sup> que se aplica a la realidad peruana.

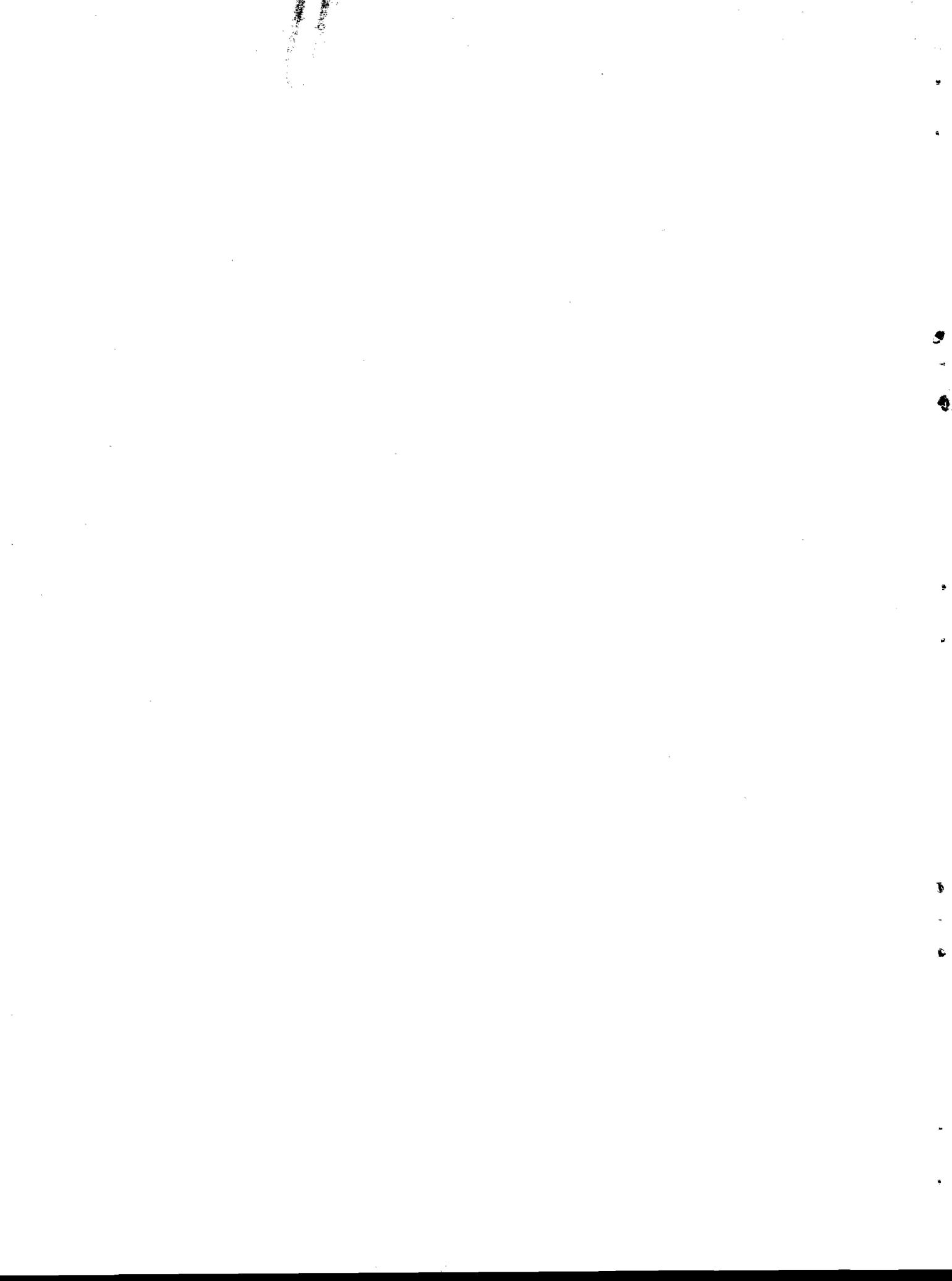
10/ Ortega, Antonio, "Estimación de la mortalidad a través de las preguntas hijos nacidos vivos e hijos sobrevivientes".

11/ Oficina Nacional de Estadística y Censos, Boletín de Análisis Demográfico Nº 9, pág. 12, Lima, Perú, 1969.

GRAFICO N° 2

PERU: Probabilidad de morir de 0 a x años. Ambos sexos, 1940





## ANEXO 1

Cálculo de las  $l_1, l_2, l_3$  y  $l_4$  de una tabla de vida, conocidas  $l_5, l_{10}$  y  $l_{15}$ :<sup>1/</sup>

1. Se da un valor aproximado de  $l_1^I$ , arbitrariamente, luego, mediante la ecuación:

$$g(x) = (x + 1) \log \left( \frac{1}{l_x} - 1 \right) \quad (1)$$

se calculan los valores de  $g^I(1), g^I(5), g^I(10)$  y  $g^I(15)$ , conocidos estos valores, se interpola por Lagrange los de  $g^I(2), g^I(3)$  y  $g^I(4)$ .

2. Mediante la aplicación de:

$$(l_x)^{-1} = \left[ \text{antilog} \left( \frac{g(x)}{x+1} \right) + 1 \right] \quad (2)$$

se calculan los valores de  $l_2^I, l_3^I$  y  $l_4^I$ .

3. Se repite el procedimiento para un segundo valor  $l_1^{II}$  de modo que se hallen los valores de  $l_2^{II}, l_3^{II}$  y  $l_4^{II}$ .
4. Se calculan los valores de  $L_{0-4}^I$  y  $L_{0-4}^{II}$  con los respectivos valores calculados anteriormente.
5. Conocidos  $l_1^I, l_1^{II}, L_{0-4}^I, L_{0-4}^{II}$  y  $L_{0-4}$  se calcula el valor de  $l_1$  requerido, mediante una interpolación lineal.
6. Se calcula el valor  $g(1)$  correspondiente a  $l_1$  hallado.
7. Conocidos  $g(1), g(5), g(10), g(15)$ , mediante Lagrange se interpola los valores de  $g(2), g(3)$  y  $g(4)$ , y posteriormente, con la aplicación de la relación (2) se calculan los valores de  $l_2, l_3$  y  $l_4$  requeridos, que reproducen muy aproximadamente la  $L_{0-4}$  de la tabla de vida.

<sup>1/</sup> Procedimiento recomendado por el Prof. A. Bocaz.

## ANEXO 2

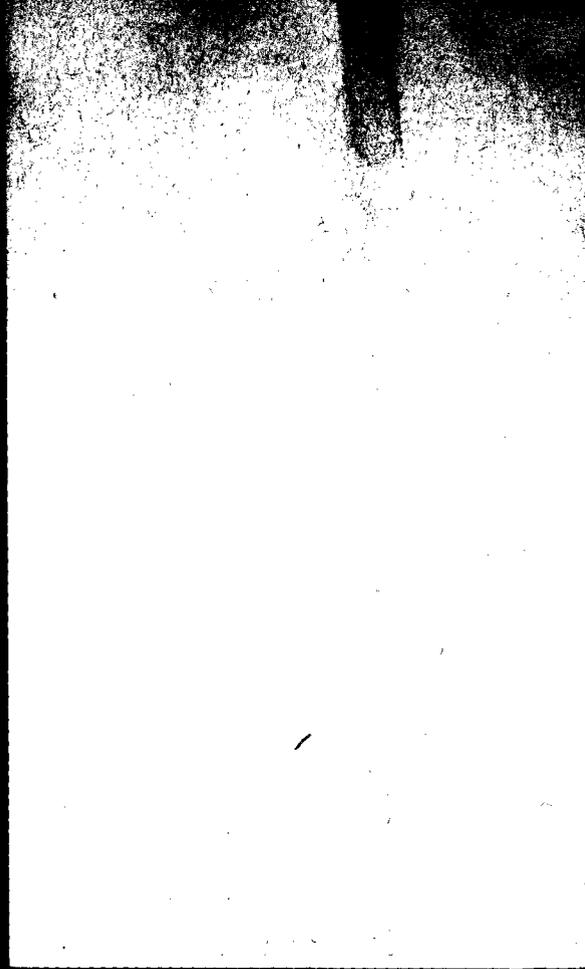
Tabla para estimar la mortalidad a partir de las tasas de supervivencia infantil<sup>2/</sup>

Tabla

COEFICIENTES PARA ESTIMAR LA PROPORCIÓN DE NIÑOS NACIDOS VIVOS QUE MUEREN A LA EDAD  $a-q(a)$ ,  
A PARTIR DE LA PROPORCIÓN DE MUERTOS ENTRE LOS NACIDOS Y DECLARADOS POR MUJERES  
CLASIFICADAS EN INTERVALOS DE CINCO AÑOS

Medida estimada de mortalidad (1)	Límites exactos del intervalo de edades de las mujeres (2)	Coeficiente para obtener $q(a)$ que aparecen en la columna (1) a partir de la proporción de niños declarados muertos por mujeres comprendidas en las edades identificadas en la colum- na (2); para los valores $P_1/P_2$ , $\bar{m}$ y $\bar{m}^1$ según se especifican en la parte inferior de la tabla							
q(1)	15-20	0,859	0,890	0,928	0,977	1,041	1,129	1,254	1,425
q(2)	20-25	0,938	0,959	0,983	1,010	1,043	1,082	1,129	1,188
q(3)	25-30	0,948	0,962	0,978	0,994	1,012	1,033	1,055	1,081
q(5)	30-35	0,961	0,975	0,988	1,002	1,016	1,031	1,046	1,063
q(10)	35-40	0,966	0,982	0,996	1,011	1,026	1,040	1,054	1,069
q(15)	40-45	0,938	0,955	0,971	0,988	1,004	1,021	1,037	1,052
q(20)	45-50	0,937	0,953	0,969	0,986	1,003	1,021	1,039	1,057
q(25)	50-55	0,949	0,966	0,983	1,001	1,019	1,036	1,054	1,072
q(30)	55-60	0,951	0,968	0,985	1,002	1,020	1,039	1,058	1,076
q(35)	60-65	0,949	0,965	0,982	0,999	1,016	1,034	1,052	1,070
	$P_1/P_2$	0,387	0,330	0,268	0,205	0,143	0,090	0,045	0,014
	$\bar{m}$	24,7	25,7	26,7	27,7	28,7	29,7	30,7	31,7
	$\bar{m}^1$	24,2	25,2	26,2	27,2	28,2	29,2	30,2	31,2

<sup>2/</sup> La tabla es reproducción de la Tabla V.1 del anexo V del Manual IV de Naciones Unidas.



Comprobación del  
método de William Brass  
sobre la estimación...  
(Trabajo 1º año - 1971)

~~29/9/71 - TORRESA.~~ *[Signature]*

