

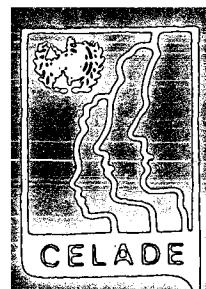
Griffith Feeney

ESTIMACION DE LA MORTALIDAD INFANTIL
Y DE LA NIÑEZ EN
CONDICIONES DE MORTALIDAD VARIABLE

San José, Costa Rica

Febrero de 1983

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA



—

—

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

Griffith Feeney

East-West Population Institute
The East-West Center
Honolulu, Hawaii

**ESTIMACION DE LA MORTALIDAD INFANTIL
Y DE LA NIÑEZ EN
CONDICIONES DE MORTALIDAD VARIABLE**



CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA

Serie D, N° 1.034

San José, Costa Rica

Febrero de 1983

RECEIVED
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
SECRETARIA DE ECONOMIA
SAN JOSE, COSTA RICA

CONTENIDO

	Página
Resumen.....	v
Prólogo	vii
Estimación de la mortalidad a partir de proporciones de hijos sobrevivientes.....	2
El modelo relacional de Brass de familias de tablas de vida.....	4
Estimación de la distribución en el tiempo de los na- cimientos.....	7
Los multiplicadores de Brass.....	12
Trabajo reciente.....	14
Procedimiento de estimación.....	15
Ecuación de estimación para un descenso lineal de la mortalidad.....	16
Estimaciones de mortalidad como intersecciones de ten- dencias lineales coherentes.....	21
Soluciones tabuladas de las ecuaciones de estimación.	24
Errores en las estimaciones.....	24
Aplicación a Costa Rica y a Malasia Peninsular.....	30
Conclusión.....	33
Referencias.....	39
Bibliografía.....	41
Addendum.....	43

INDICE DE CUADROS Y GRAFICOS

Cuadro	Página
1 Valores de l_x por edades simples hasta la edad 80 del estándar general de Brass.....	6
2 Cociente de parideces medias calculadas mediante el polinomio de fecundidad de Brass.....	10
3 Tasas de mortalidad infantil y número de años antes del censo, estimados a partir de las proyecciones de hijos muertos (Q), por grupos quinquenales de edad de las mujeres, y de la edad al comienzo del período reproductivo (S). Valores derivados de la familia del estándar general de Brass.....	25
4 Tasas de mortalidad infantil para nacimientos de mujeres menores de 20, 25, 30, 35 y 40 años, en poblaciones seleccionadas.....	28
5 Costa Rica: información de hijos sobrevivientes y tasas de mortalidad infantil estimadas, censo del 14 de mayo de 1973.....	35
6. Costa Rica: tasas de mortalidad infantil a partir de estadísticas de registro, 1930-1973.....	36
7 Malasia Peninsular: información de hijos sobrevivientes y tasas de mortalidad infantil estimadas, censo del 24/25 de setiembre de 1974.....	37
8 Malasia Peninsular: tasas de mortalidad infantil a partir de estadísticas de registro, 1930-1940 y 1946-1972.	38
Gráfico	
1 Costa Rica: tasas de mortalidad infantil estimadas a partir de la proporción de hijos sobrevivientes, comparadas con tasas calculadas con estadísticas de registros, 1945-1972.....	31
2 Malasia Peninsular: tasas de mortalidad infantil estimadas a partir de la proporción de hijos sobrevivientes, comparadas con tasas calculadas con estadísticas de registros, 1947-1969.....	32

RESUMEN

El procedimiento de Brass para estimar la mortalidad a partir de información de censos o encuestas sobre el total de hijos tenidos e hijos sobrevivientes, por edad de las mujeres, se generaliza para permitir estimaciones de tendencias de la mortalidad. El nuevo procedimiento se aplica a información de Costa Rica y de Malasia Peninsular. Las tasas de mortalidad infantil que resultan se comparan con tasas derivadas de datos de registros. La comparación sugiere, sorprendentemente, que las estimaciones derivadas de informaciones dadas por mujeres entre 30 y 50 años no son notablemente inferiores a las derivadas de información proporcionada por mujeres entre los 20 y 30 años. Esto significa que el descarte que comúnmente se hace de las informaciones entregadas por mujeres mayores de 30 o 35 años puede ser un error. Se presenta información para mujeres menores de 20 años que señala que, probablemente, está seriamente sesgada debido a que la mortalidad infantil es diferencial por edad de la madre al dar a luz.

Nota: Este trabajo recibió el apoyo del East-West Center y del Instituto Nacional de Salud del Niño y Desarrollo Humano (Grant No. 1 R0LHD-09927-1). El autor agradece al Departamento de Estadísticas de Malasia, al personal del Instituto de Población y al ayudante de investigación Stephen E. Wilson por su eficiente ayuda, y a William Brass, Lee-Jay Cho, Ansley J. Coale, Kenneth Hill, Vasantha Kandiah, James A. Palmore, Jr., T. James Trussell y Robert Retherford por leer los borradores de este trabajo y por sus comentarios.

P R O L O G O

El propósito de esta publicación es divulgar el procedimiento desarrollado por Griffith Feeney para estimar la mortalidad infantil (MI) a partir de información relativa a la proporción de hijos sobrevivientes, en el total de hijos tenidos, declarados por las mujeres en un censo de población o encuesta.

Las ideas de la medición de la MI y su tendencia en el tiempo fueron presentadas por primera vez en CELADE por Feeney del "East-West Population Institute" de la Universidad de Honolulu, Hawai. Se realizó para ese fin un seminario entre los días 22 y 26 de agosto de 1977 al que asistieron alrededor de 25 personas. Más de la mitad de los participantes eran funcionarios de CELADE, cinco eran demógrafos de países de la región: dos de Brasil, uno de Perú, uno de Paraguay y uno de Argentina. Otros participantes pertenecían a organismos internacionales (Programa Regional de Empleo para la América Latina y el Caribe, PREALC) y nacionales (Escuela de Salud Pública de la Universidad de Chile, Departamento de Probabilidades y Estadística de la Universidad Católica).

La técnica presentada en aquella oportunidad estaba en pleno desarrollo y sólo hacia fines de 1981 se contó con una versión completa del tema presentado en el seminario. Un addendum posterior a esa versión se incluye en esta publicación.

En este documento se presenta el desarrollo de un nuevo procedimiento para estimar tasas de mortalidad infantil a partir de preguntas - que se incorporan en los censos - sobre el número total de hijos tenidos por una mujer a lo largo de su vida y sobre el número de esos hijos que están vivos al momento de la encuesta. La información que se requiere es el número de mujeres, clasificadas en grupos quinquenales de edad comenzando con el grupo 15-19 años, el número total de hijos tenidos por esas mujeres en esos grupos de edad, y el número de esos hijos que están vivos al momento del censo. La aplicación del procedimiento conduce a estimaciones de la tasa de mortalidad infantil para una serie de momentos anteriores al censo. De la información se deriva tanto el valor de la tasa como el número de años anteriores al censo. La información correspondiente al tramo de edades 15-74 proporciona una serie de doce estimaciones, que abarcan un período entre un poco menos de treinta años hasta cerca de un año anterior al censo. Cada grupo de edad provee de una estimación. Mientras mayor sea la edad más atrás en el tiempo correponde la estimación, con un promedio cercano a $2\frac{1}{4}$ años entre las estimaciones.

Las ideas subyacentes del nuevo procedimiento son una extensión natural de los conceptos introducidos por William Brass y desarrollados luego por el mismo Brass, Coale, Sullivan, Trussell y otros. Los detalles y referencias relevantes se dan en la siguiente sección. El nuevo procedimiento difiere de los otros propuestos previamente en dos aspectos: Se estiman tasas de mortalidad infantil a partir de cada grupo de edad, que se ubican en el tiempo, y, no es preciso conocer la tasa de cambio de la

mortalidad infantil durante los años previos al censo. De este modo se abre la posibilidad de estimar, a partir del censo, tanto el nivel de la mortalidad infantil al momento del censo como la tasa de cambio durante los años precedentes al censo.

El procedimiento de estimación que se expone en la sección siguiente utiliza un aparato técnico relativamente complejo, que desarrolló William Brass durante los últimos 20 años. La exposición en la literatura(1), sin embargo, es excesivamente concisa, y las ideas fundamentales se ven oscurecidas por la excesiva atención que se presta a los "multiplicadores" de Brass, que representan un procedimiento ingenioso para obtener resultados aproximados con relativamente pocos cálculos. En esta sección se expone el aparato técnico desarrollado por Brass, que la mayoría de los lectores necesitará para leer el siguiente capítulo.

Estimación de la mortalidad a partir de proporciones de hijos sobrevivientes

La proporción de hijos fallecidos en relación al total de hijos tenidos por las mujeres, de un determinado grupo de edad en un censo dado, puede expresarse como:

$$\sum_t q(t) c_i(t),$$

donde:

- i - es un índice que identifica al grupo de edad,
- $c_i(t)$ - simboliza la proporción de todos los hijos nacidos de mujeres en este grupo de edad y que nacieron durante el año t previo al censo, y
- $q(t)$ - simboliza la proporción de esos hijos que murieron antes del censo.

Supongamos por un momento 1) que se conocen los valores $c_i(t)$, 2) que la mortalidad ha sido constante durante los años necesarios previos al censo para que todos los nacimientos en cuestión hayan ocurrido, 3) que la mortalidad no es diferencial por edad de las mujeres al dar a luz, 4) que no lo es tampoco entre los hijos de madres vivas y madres muertas en el momento del censo, y finalmente 5) que la estructura por edad de la mortalidad corresponde a una de las familias de tablas modelos de un parámetro. De acuerdo a los supuestos segundo y tercero, la proporción $q(t)$ es igual a uno menos el número de personas-años vividos entre la edad exacta $t-1$ y la edad exacta t en una tabla de vida con raíz uno que refleje la mortalidad experimentada por la población. Si se usa la notación habitual de una tabla de vida, L_x representa los años vividos entre las edades exactas x y $x+1$, y la proporción de hijos fallecidos puede escribirse entonces como :

$$\sum_{t \geq 0} (1 - L_t) c_i(t)$$

Cabe preguntarse ahora qué tabla modelo de vida, dentro de una familia modelo de tablas, producirá, en combinación con los valores conocidos de $c_i(t)$, las proporciones observadas de hijos fallecidos.

Si la familia de tablas modelos está en forma tabular, como en los modelos de Coale-Demeny (2), puede calcularse proporciones hipotéticas de hijos fallecidos combinando los valores $c_i(t)$ con la función L_x de varias tablas. Para estimar la mortalidad se usa simplemente la tabla modelo que produce la proporción observada de niños fallecidos, se interpola entre las tablas modelo si fuera necesario para obtener los valores de L_x que produzcan los valores deseados con un nivel suficiente de precisión. Cualquier función deseada de una tabla puede obtenerse mediante interpolaciones entre dos tablas modelo.

Si la familia de tablas modelos se define mediante una fórmula matemática, como en el caso de las tablas modelos de Brass (3), los valores modelos de L_x pueden expresarse como funciones del modelo paramétrico, y escribimos así, $L_x(w)$ para el valor de L_x en la familia modelo de tablas de vida definidas por el parámetro w . La estimación de la mortalidad puede considerarse entonces como la solución de la ecuación.

$$Q_i = \sum_{t \geq 0} (1 - L_t(w)) c_i(t) \quad (2.1)$$

donde Q_i representa la proporción de hijos fallecidos de mujeres, calculada a partir del censo en el iésimo grupo de edad. Esta concepción del procedimiento implica el uso de modelos que se presentan en forma tabular. Las funciones $L_x(w)$ pueden definirse mediante interpolación entre los valores tabulados. Pueden obtenerse además soluciones numéricas de la ecuación (2.1) mediante procedimientos iterativos corrientes.

El modelo relacional de Brass de familias de tablas de vida

El modelo relacional de familias de tablas de vida desarrollado por Brass será preferible a otros modelos disponibles tanto porque los cálculos son más simples como por la posibilidad de construir la familia adecuándola a los indicadores observados.

Un trabajo teórico sustancial sustenta los modelos de Brass, pero dentro de este contexto se anotarán simplemente las fórmulas necesarias (4).

Sean ϕ y ϕ^{-1} las funciones definidas por

$$\phi(x) = 1/2 \ln \frac{1-x}{x}, \quad 0 < x < 1$$

$$\phi^{-1}(y) = \left[1 + e^{2y} \right]^{-1} \quad -\infty < y < +\infty$$

Se omite el paréntesis cuando es poco probable que se produzcan confusiones respecto al argumento; en particular se escribirá $\phi \ell_x$ en lugar de $\phi(\ell_x)$.

Dada cualquier estructura de valores de ℓ_x , denominada dentro de este contexto como estructura "estándar" y simbolizada ℓ_x^δ , una familia de tablas de dos parámetros, se define:

$$\ell_x(A, B) = \phi^{-1}(A + B \phi \ell_x^\delta),$$

donde A y B simbolizan los dos parámetros. Puede verse que esa relación es equivalente a

$$\phi \ell_x(A, B) = A + B \phi \ell_x^\delta,$$

que dice que los valores transformados de ℓ_x de las tablas de una familia están relacionados linealmente. El cuadro 1 presenta los valores de ℓ_x correspondientes a la tabla de vida estándar general de Brass.

Una familia de tablas de un solo parámetro puede definirse estableciendo $\beta=1$. Vamos a reparametrizar esta familia mediante la tasa de mortalidad infantil q_0 , teniendo en cuenta que el valor de A para el cual $1 - q_0 = \ell_1(A)$ es $\phi(1 - q_0) - \phi \ell_1^\delta$, de donde la familia reparametrizada puede escribirse:

$$\ell_x(q_0) = \phi^{-1} \left[\phi(1 - q_0) + \phi \ell_x^\delta - \phi \ell_1^\delta \right] \quad (2.2)$$

Cuadro 1
VALORES DE l_x POR EDADES SIMPLES HASTA LA EDAD 80
DEL ESTANDAR GENERAL DE BRASS

Edades (x)	l_x				
	x	x + 1	x + 2	x + 3	x + 4
0	10,000	8,499	8,070	7,876	7,762
5	7,691	7,634	7,590	7,554	7,526
10	7,502	7,475	7,448	7,422	7,394
15	7,363	7,323	7,280	7,233	7,183
20	7,130	7,073	7,013	6,951	6,889
25	6,826	6,766	6,705	6,645	6,585
30	6,525	6,465	6,406	6,345	6,285
35	6,223	6,160	6,097	6,032	5,966
40	5,898	5,829	5,759	5,687	5,612
45	5,535	5,455	5,373	5,287	5,198
50	5,106	5,009	4,909	4,805	4,697
55	4,585	4,470	4,351	4,227	4,099
60	3,965	3,823	3,676	3,524	3,369
65	3,210	3,049	2,886	2,719	2,551
70	2,380	2,202	2,023	1,846	1,671
75	1,500	1,335	1,177	1,027	888
80	760				

Fuente: William Brass, On the scale of mortality, loc. cit. en nota página 77, Tabla 4.

Nota : Los valores para edades simples a partir de la edad 10 se calcularon por interpolación cúbica entre valores quinquenales de la tabla original. Entre las edades 5 y 10 la interpolación cúbica se realizó usando los valores dados para las edades 4, 5, 10 y 15.

Estimación de la distribución en el tiempo de los nacimientos

Los valores $c_i(t)$, $t = 0, 1, \dots$ en la relación (2.1), pueden llamarse "distribución en el tiempo de los nacimientos" que ocurren a mujeres del i ésimo grupo de edad. Las preguntas censales sobre hijos tenidos e hijos sobrevivientes no proveen información sobre las fechas en que se produjeron los nacimientos, ya que por cierto ninguna pregunta simple puede recoger información de la historia completa de nacimientos. La distribución en el tiempo de los nacimientos puede tabularse directamente si se dispone de datos sobre historias de nacimientos. En este caso, sin embargo, es probable que también esté disponible la información sobre la edad a la muerte de los hijos fallecidos; consecuentemente, las tasas de mortalidad pueden calcularse directamente, y sería cuestionable la utilidad de los métodos indirectos de estimación. Los procedimientos indirectos pueden ser útiles, no obstante, aun en circunstancias en que puedan utilizarse métodos directos, debido a que la mortalidad infantil es diferencial por edad de la madre, o a que ocurren errores en la declaración de la fecha de nacimiento o de la fecha o edad al morir, sin que se tenga experiencia suficiente para llegar a alguna conclusión general sobre este punto.

Brass ha desarrollado un procedimiento para estimar la distribución en el tiempo de los hijos nacidos a partir del número medio de hijos nacidos a mujeres en grupos sucesivos de edad, basándose en el polinomio que describe la fecundidad por edad (5).

$$f(a) = \begin{cases} k(a-s)(s+33-a)^2 & \text{para } s < a < 33 + s \\ 0 & \text{en los otros casos} \end{cases}$$

para $s < a < 33$

donde k y s simbolizan parámetros relacionados con la tasa global de fecundidad (F_t) y con la edad media de la fecundidad (M) mediante:

$$k = F_t \div 98826.75 \text{ y } M = s + 13.2$$

Brass derivó primero una expresión para el número medio de hijos nacidos vivos de mujeres con edades entre x y $x+5$, suponiendo que las mujeres se distribuyen uniformemente, según edad, dentro del grupo (6), que puede escribirse así:

$$\begin{aligned} & \frac{k}{n} \left[\frac{-(33-d_1)^5}{20} + \frac{11(33-d_1)^4}{4} + 98826.75d_1 \right] + \\ & + \left[\frac{-(33-d_2)^5}{20} + \frac{11(33-d_2)^4}{4} + 98826.75d_2 \right] + \\ & + 98826.75d_3 \end{aligned} \quad (2.3.1.)$$

donde:

$$d_1 = \max 0, \min (33, a+n-s) \quad (2.3.2.)$$

$$d_2 = \max 0, \min (33, 1-s) \quad (2.3.3.)$$

$$d_3 = \max 0, (a+n-s) - \text{mdx} (33, a-s) \quad (2.3.4.)$$

Simbolizando el valor de (2.3.1.) por $P(a,n)$, (7) el número de niños nacidos t a $t-1$ años antes del censo a mujeres con edades entre a y $a+n-1$ al momento del censo, es igual a

$$P(a-t, n) - P(a-t-1, n)$$

La división de estos nacimientos por $P(a, n)$, da la proporción de ellos con respecto al total de nacimientos al momento del censo,

$$c(t) = \frac{P(a-t, n) - P(a-t-1, n)}{P(a, n)} = 0, 1, \dots \quad (2.4.)$$

La constante k en (2.3.1.) se simplifica en (2.4). El valor de δ en (2.3.2-4) puede calcularse mediante la relación

$$\frac{P(a-5, n; \delta)}{P(a, n; \delta)} \quad (2.5)$$

para los correspondientes cocientes observados y resolviendo para δ la ecuación resultante, donde escribimos $P(a, n; \delta)$ en lugar de $P(a, n)$ para indicar explícitamente la dependencia de (2.3.1) del valor del parámetro δ .

En la práctica, se pueden tener soluciones directamente del cuadro 2. Las fórmulas (2.3.2-4) muestran que el cociente de las parideces medias (2.5) dependen sólo de la cantidad $\delta - a$, que llamamos "desplazamiento".

El cuadro 2 presenta el cociente de parideces para varios valores de este desplazamiento. Para obtener el valor de δ que corresponde a un cociente de paridez dado (digamos 0.393), se busca avanzando por las columnas desde la izquierda a la derecha y desde arriba hacia abajo, hasta encontrar el primer valor que supera el valor dado (0.396 en este caso; hay que tener presente que los valores de la tabla están multiplicados por 1000 para eliminar los decimales) y se lee el valor del correspondiente desplazamiento $a - \delta$ (8.6 años en este caso). Puede verse que no se requiere ninguna interpolación. El cuadro se construyó de modo tal que el valor de

desplazamiento $a-\delta$ que corresponde a cualquier intervalo en el cuerpo del cuadro, corresponde al límite superior del intervalo (el valor tabulado, de hecho, es el valor del cociente para el valor de desplazamiento dado más 0.5).

Para estimar el valor de δ se resta simplemente el desplazamiento $a-\delta$ de la edad a que identifica el cociente observado de paridez. Por ejemplo si 0.393 es el cociente de las parideces de los grupos de edades 20-24 / 25-29, $a = 25$ y $\delta = 25 - 8.6 = 16.4$ años.

Cuadro 2
COCIENTE DE PARIDECES MEDIAS CALCULADAS MEDIANTE EL POLINOMIO DE
FECUNDIDAD DE BRASS. (Por mil)

Déci- mas de año	Desplazamiento ($a-5$) en años													
	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
9	64	113	170	233	296	356	412	463	511	554	595	632	667	699
0	68	118	176	239	302	362	417	468	515	559	599	636	670	702
1	73	124	182	246	308	368	423	473	520	563	602	639	673	705
2	77	129	189	252	315	373	428	478	524	567	606	643	677	708
3	82	135	195	259	321	379	433	483	529	571	610	646	680	712
4	87	140	201	265	327	385	438	488	533	575	614	650	683	715
5	92	146	208	271	333	390	443	492	537	579	618	653	687	718
6	97	152	214	278	339	396	448	497	542	583	621	657	690	721
7	102	158	220	284	344	401	453	502	546	587	625	660	693	724
8	107	164	227	290	350	407	458	506	550	591	629	663	696	727
9	113	170	233	296	356	412	463	511	554	595	632	667	699	729

Nota: Véase el texto para conocer la forma de cálculo.

Preston y Palloni han sugerido un enfoque alternativo de estimación a partir de datos de proporciones de hijos sobrevivientes, que utiliza la distribución de los hijos sobrevivientes en vez de la distribución en el tiempo de los nacimientos (8). Ese procedimiento implica rejuvenecer los hijos sobrevivientes en vez de proyectar los nacimientos. La distribución por edad de los hijos sobrevivientes puede estimarse mediante la asignación de los hijos a sus madres, en los cuestionarios de hogares censales, tal como se hace en el método de los hijos propios para estimar la fecundidad. Si todos los hijos sobrevivientes pudieran asignarse apropiadamente, este procedimiento eliminaría los errores debidos a la estimación de la distribución en el tiempo de los nacimientos, lo que constituye, evidentemente, una ventaja. Una desventaja es que se requiere elaboraciones y tabulaciones censales especiales. Si se tiene en cuenta que la mayor parte del trabajo está relacionada con la asignación de los hijos a sus madres, dentro de los hogares, y que esto se está haciendo cada vez con mayor frecuencia para los propósitos de estimar la fecundidad mediante el método de hijos propios, cabe esperar que esta desventaja disminuya con el tiempo y, en circunstancias favorables, pueda desaparecer del todo. Una segunda desventaja es que la distribución por edad de los hijos sobrevivientes que se calcula está sujeta a errores debido a la mala declaración de edades de los hijos y a la no asignación o asignación errónea de hijos a sus presuntas madres. No se sabe si estos errores son menos serios que los que se introducen en la estimación de distribución en el tiempo de los nacimientos, pero los errores debido a la mala ubicación en el tiempo de los nacimientos son razonablemente pequeños a pesar del supuesto, frecuentemente poco realista, de que la fecundidad es constante y que puede describirse con el modelo de Brass.

Una tercera desventaja, que parece ser la más seria de todas, es que el procedimiento se aplica solamente a las mujeres suficientemente jóvenes como para que la mayoría de sus hijos sobrevivientes estén viviendo con

ellas, y por lo tanto puedan serles asignados. Para propósitos prácticos, esto limita el procedimiento a información proveniente de mujeres menores de 30 años. Desde luego, se puede intentar extender la aplicación a mujeres de más edad pero, a medida que aumenta la edad de las mujeres, la incidencia de hijos asignados decrece, y consecuentemente la estimación de la distribución por edad de los hijos sobrevivientes será menos confiable. Estas consideraciones señalan que: 1) la información proporcionada por mujeres menores de 20 años es completamente inútil debido a que la mortalidad infantil es diferencial por edad de las mujeres y 2) el número de hijos nacidos vivos y de hijos sobrevivientes declarados por mujeres con edades entre 30 y 49 años puede ser tan aceptable como el declarado por mujeres entre 20 y 29 años. La limitación a la información proporcionada por mujeres sólo menores de 30 años puede significar, por tanto, desperdiciar dos tercios de la información disponible.

Los multiplicadores de Brass

Brass elaboró un procedimiento para obtener soluciones aproximadas de la relación (2.1) que reduce radicalmente el volumen de los cálculos que se necesita para elaborar estimaciones (9). Considérese el cociente :

$$\frac{q(x; w)}{\sum_t (1-L_{t-1}(w)) c_x(t)} \quad (2.3)$$

donde $q(x; w)$ simboliza el valor de $q(x) = 1-l_x$ en la tabla modelo de vida definida por el valor del parámetro w . Teniendo en cuenta el supuesto relativo a la mortalidad se concluye que, para el valor de w que refleja la mortalidad experimentada por la población, el numerador de este cociente

da el valor de $q(x)$ y el denominador da la proporción de hijos fallecidos entre el total de hijos nacidos vivos tenidos por las mujeres en el iésimo grupo de edades. Multiplicando la proporción de hijos fallecidos por este cociente, se tendrá, por lo tanto, el valor de $q(x)$. Estas observaciones no constituyen todavía un avance obvio en la estimación de la mortalidad, ya que el cociente depende de w , que no se conoce a esta altura del procedimiento.

Brass encontró, sin embargo, que cuando se elige x adecuadamente en relación al grupo de edad, el cociente es casi constante con respecto a w , de modo que w puede fijarse como un valor arbitrario y aún así conduce a un valor aproximadamente válido para todos los niveles de mortalidad. Los valores aproximados de x para los grupos de edades 15-19, 20-24, 25-29, 30-34, 35-39, ... son 1, 2, 3, 5, 10 ...

Teniendo en cuenta que los valores estimados de $c_i(x)$, mediante el procedimiento descrito en la última sección, dependen solamente del grupo de edad y del valor de δ , pueden tabularse los multiplicadores para cada grupo de edad y para una serie de valores de δ . El procedimiento simplificado de estimación, utilizando esta tabla de "multiplicadores" está constituido por tres pasos lógicos:

1. Estimar el valor de δ de la población;
2. Interpolar entre los multiplicadores tabulados para obtener el valor correspondiente a δ ;
3. Multiplicar la proporción de hijos fallecidos para este grupo de edad por el valor interpolado del cociente.

Los dos segundos pasos se repiten para cada grupo de edad. En la práctica, los dos primeros pasos pueden combinarse, ya que hay una correspondencia de uno a uno entre el cociente de las parideces y δ . En vez de

estimar primero λ a partir del cociente de las parideces y luego utilizar esta λ para determinar el valor del multiplicador, se puede incorporar los valores de los cocientes de las parideces en la tabla de los multiplicadores e ir directamente del valor del cociente de las parideces al valor de los multiplicadores (10).

Trabajo reciente

El multiplicador de Brass depende de los valores $c_x(t)$, para $t = 1, 2, \dots$, y de acuerdo al procedimiento de estimación detallado antes, estos valores están determinados por el parámetro λ . Teniendo en cuenta que este parámetro se estima a partir del cociente entre parideces de mujeres en dos grupos de edades sucesivos, el multiplicador es una función del cociente de parideces medias. Sullivan investigó esta relación funcional calculando valores exactos, tanto para el multiplicador como para el cociente de parideces medias, para todas las combinaciones posibles de un numeroso conjunto de patrones observados de fecundidad y de tablas de vida modelos, y generó un total de varios miles de valores para ambas cantidades. Luego estableció una regresión entre los valores del multiplicador y los cocientes de las parideces medias para varios subconjuntos de estas observaciones (11).

Desarrolló regresiones similares para utilizarlas cuando se dispone de las proporciones de hijos fallecidos según duración del matrimonio. Las constantes, resultantes de la regresión, constituyen una forma alternativa de obtener multiplicadores que permiten convertir las proporciones de hijos fallecidos de mujeres de un determinado grupo de edades en valores de $q(x)$ de una tabla de vida.

Trussell refinó después este procedimiento, incluyendo en la regresión un mayor número de variables independientes y sustituyendo las estructuras de fecundidad observadas por Sullivan (12) por estructuras modelos de fecundidad derivadas por Coale y Trussell. La inclusión de variables adicionales reduce el error estándar de la regresión y el uso de las tablas modelos de Coale-Trussell amplía el intervalo de variación de las estructuras de fecundidad en las que se basa la regresión.

Han habido varios intentos para debilitar el supuesto de constancia de la mortalidad durante los años previos al censo. Este trabajo señaló varias formas según las cuales las estimaciones de mortalidad, derivadas de las proporciones de hijos fallecidos, pueden ser interpretadas válidamente cuando la mortalidad varía (13). En cada caso, sin embargo, debía especificarse aproximadamente la tasa de descenso de la mortalidad, de donde se desprende entonces que la tendencia de la mortalidad se supone más bien que se estima a partir de los datos. El trabajo reciente de Preston y Palloni ya se ha mencionado antes (8).

Procedimiento de estimación

Si la mortalidad es constante, se puede especificar el nivel mediante algún indicador como la tasa de mortalidad infantil o la esperanza de vida al nacer, sin ninguna referencia de tiempo. Si la mortalidad varía para especificar una estimación, se requiere tanto los indicadores que reflejan el nivel de la mortalidad como el momento al cual se refiere ese nivel. Esto obviamente es una trivialidad, pero los procedimientos de estimación indirectos suponen tan a menudo que la mortalidad es constante que este punto debe destacarse: una estimación de mortalidad requiere tanto de un indicador como de un momento de referencia.

Ecuación de estimación para un descenso lineal de la mortalidad

Sea $L_x(t)$ el número de años vividos entre las edades exactas x y $x+1$, en la tabla de vida con raíz 1, que refleja los riesgos de muerte en el t -ésimo año antes del censo. La proporción de personas nacidas durante el primer año previo al censo que sobrevive al momento del censo es simplemente $L_0(1)$. La proporción de personas nacidas durante el segundo año previo al censo que sobrevive hasta el fin de este año es $L_0(2)$, y la proporción de estos sobrevivientes que sobreviven un año más de modo que están vivos al momento del censo es $L_1(1) / L_0(1)$, de forma que la proporción de personas nacidas en el segundo año precedente al censo que sobrevive al momento del censo es el producto

$$L_0(2) \cdot L_1(1) / L_0(1)$$

En general, la proporción de personas nacidas durante el t -ésimo año previo al censo que sobrevive al momento del censo se obtiene proyectando esta cohorte año a año, utilizando las relaciones de sobrevivencia de la tabla de vida apropiada.

Esto da :

$$q(t) = 1 - L_0(t) \prod_{i=1}^{t-1} \frac{L_i(t-i)}{L_{i-1}(t-1)} \quad (3.1.)$$

donde $q(t)$ simboliza la proporción de personas nacidas durante el t -ésimo año anterior al censo que no sobrevive al momento del censo.

Supongamos ahora que la tabla de vida que refleja la mortalidad de cada uno de los años previos al censo pertenece a la familia de tablas de vida de un parámetro y que la tasa de mortalidad infantil ha venido declinando linealmente a razón de κ muertes infantiles por cada mil nacimientos por año durante los años previos al censo.

Sea w el parámetro que define la tabla de vida con la mortalidad infantil al momento del censo. Supongamos además que la tabla de vida de cada año se define por la tasa de mortalidad infantil a mediados de cada año.

Valores arbitrarios dados para κ y w definen una tendencia lineal de la mortalidad anterior al censo y de aquí, en particular, se puede establecer la tasa de mortalidad infantil para mediados de cada año previo al censo. Dado el supuesto sobre la familia de tablas modelos de vida, las tasas de mortalidad infantil obtenidas definen el resto de las funciones de la tabla de vida y en particular la función L_x , por edades simples para cada año. Finalmente, estos valores de L_x pueden sustituirse en la fórmula (3.1) para obtener valores de las proporciones $q(x)$, $x = 1, 2, \dots$. Hemos mostrado así cómo calcular valores de $q(x)$ suponiendo una tendencia lineal de la tasa de mortalidad infantil. La dependencia de $q(x)$, de κ y w puede expresarse simbólicamente: $q(x; \kappa, w)$ en vez de $q(x)$. Sustituyendo en (2.1) se obtiene el sistema:

$$Q_i = \sum_{x=1}^{n(i)} q(x; \kappa, w) c_i(x), \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.2.)$$

de N ecuaciones en κ y w , como incógnitas. El límite superior de la suma $n(i)$ se define de modo que $c_i(x) = 0$ para $x > n(i)$ y puede tomarse como el

menor entero que supera el límite superior del grupo de edad menos el límite inferior del período reproductivo. En el caso de los grupos quinquenales de edad que empiezan con 15-19 para $i = 1$ y el límite menor del período reproductivo es igual a 10, $n(i) = 5(i+1)$.

Las ecuaciones (3.2.) son análogas, en muchos aspectos, a las ecuaciones basadas en el supuesto de mortalidad constante. En ambos casos se establece una sola ecuación para cada grupo de edad de mujeres que es formalmente una identidad: por un lado aparece la proporción observada de hijos fallecidos entre el total de hijos tenidos por las mujeres de ese grupo de edad y por el otro esa proporción en términos de los valores de $q(t)$ y $c_i(y)$. En ambos casos debe estimarse los valores de $c_i(t)$ antes de intentar cualquier solución, y en ambos casos las $q(t)$ se reemplazan por expresiones paramétricas derivadas de la familia de tablas modelos de vida de un parámetro. Demográficamente, la única diferencia entre los dos casos es el supuesto de descenso lineal, en contraste con el supuesto de mortalidad constante. Matemáticamente, la única diferencia es el número de parámetros desconocidos en las ecuaciones, uno en el caso de la mortalidad constante, dos en el caso de descenso lineal de la mortalidad.

Teniendo en cuenta que normalmente se dispone de información proveniente de más de dos grupos de edades, las ecuaciones de estimación están corrientemente sobredeterminadas. Por lo tanto, no existirán valores de w y κ que satisfagan cada ecuación. La estructura matemática de esta situación sugiere tres opciones para este punto. La primera es seleccionar algunos, tal vez todos, los subsistemas de dos ecuaciones e intentar resolver cada subsistema simultáneamente para valores de w y κ . Considerando que hay $N(N-1)/2$ maneras de elegir 2 entre N ecuaciones, este procedimiento puede conducir a $N(N-1)/2$ pares de soluciones para w y κ , 66 pares por ejemplo en el caso en que $N = 12$ grupos de edad, entre 15-19 y 70-74.

Indudablemente resulta engorroso tener 66 respuestas potencialmente diferentes para un solo problema, pero esta redundancia puede proveer valiosa información. Si los datos estuvieran totalmente libres de errores, y si los supuestos subyacentes a las ecuaciones de estimación fueran estrictamente válidos, cada par de ecuaciones produciría como resultado precisamente los mismos valores para w y n . Luego, desde un punto de vista puramente lógico, si diferentes pares de ecuaciones producen diferentes valores de w y n , debe aceptarse que alguna o ambas premisas, son falsas y si esto sucediera, es de interés que el analista esté advertido. Puede además interpretarse la dispersión de las estimaciones obtenidas e inferir algo sobre la naturaleza de los errores de las informaciones o sobre la ilegitimidad de los supuestos.

La *segunda* opción para una solución consiste en elegir valores de w y n que minimicen alguna medida de discrepancia entre las proporciones "esperadas" de hijos fallecidos, las expresiones a la derecha de la relación (3.2), y las proporciones observadas Q_{λ} . Este enfoque obvia la necesidad de elegir entre muchas diferentes estimaciones, y al mismo tiempo pone una nota de advertencia sobre los errores de la información o la falta de vigencia de los supuestos, según la magnitud de la medida de discrepancia que se alcanza al minimizar los valores de w y n . Sin embargo se introduce el problema de elegir una medida de discrepancia. La elección apropiada puede depender del problema particular que se tenga entre manos, y generalmente se requerirán métodos numéricos de iteración para encontrar los valores mínimos. Una situación, donde este procedimiento tiene la mayor opción, se presenta cuando las cifras de hijos fallecidos son muy pequeñas y afectadas significativamente por errores aleatorios. En esta situación se podría obtener estimaciones de w y n minimizando alguna medida de discrepancia para lograr menor varianza que con los procedimientos alternativos; se podría, por ejemplo, recurrir a modelos de simulación para probar alguna conjetura.

La *tercera* opción para resolver las ecuaciones de estimación es calcular un "conjunto de solución" para la ecuación de cada grupo de edad. Limitémosnos a considerar, por el momento, un solo grupo de edad, y demos un valor determinado a k , lo que nos produce una ecuación que puede resolverse para la incógnita restante: w . Luego se repite este proceso para una serie de valores de k que cubren un rango de posibilidades empíricas plausibles. El procedimiento proporciona una serie de combinaciones de valores para k y w que separadamente satisfacen la ecuación. La totalidad de estas combinaciones es infinita ya que hay una para cada valor posible de k , pero esta totalidad puede representarse por interpolación entre los valores calculados. En relación a este punto es útil, heurísticamente, imaginar la representación en un gráfico de coordenadas de la combinación calculada de valores de k y w . El conjunto de solución, como un todo, puede visualizarse como una línea en el plano que pasa por los puntos representados. El proceso completo puede repetirse entonces para la ecuación de cada grupo de edad.

Se presenta una potencial dificultad técnica en este procedimiento. El conjunto de solución podría concebirse con irregularidades, de suerte que los puntos intermedios no podrían estimarse con razonable aproximación mediante interpolación. Sin embargo esto no ocurre, un argumento demográfico sencillo muestra que w debe decrecer a medida que k crece. Recordemos que cada punto en el conjunto de solución representa una tendencia lineal de la mortalidad coherente con la proporción observada de hijos fallecidos. El aumento de k implica un descenso mayor en la mortalidad, y si un mayor descenso en la mortalidad tiene que dar la misma proporción de hijos fallecidos, entonces el nivel de la mortalidad al momento del censo debe ser menor. Si no fuera así, el conjunto de solución incluiría dos tendencias de la mortalidad, una de las cuales reflejaría un nivel mayor que la otra en todo momento anterior al censo, lo que es imposible porque las dos tendencias

conducirían necesariamente a diferentes proporciones de hijos fallecidos. Esto señala que el conjunto de solución es "regular" y que son válidas las aproximaciones que se obtienen mediante interpolación.

*Estimaciones de mortalidad como intersecciones de tendencias
lineales coherentes*

Desde un punto de vista técnico, el conjunto de solución de la ecuación de estimación para cualquier grupo de edad, agota la información sobre tendencias de la mortalidad que contiene la proporción de hijos fallecidos de ese grupo de edad. Parece peculiar, incluso paradójico, decir que el conjunto de solución contiene información sobre tendencias de la mortalidad cuando él define un número infinito de posibles tendencias y no provee ningún indicio acerca de cuál de estas tendencias puede realmente ser la verdadera. Sin embargo, el conjunto de solución descarta tendencias de mortalidad que son incoherentes con los datos observados, (de hecho, un número infinito), y en esta forma provee información sobre la mortalidad. Realmente, como se acaba de señalar, entrega toda la información posible que se deriva de los datos de un solo grupo de edad.

Si aceptamos estas consideraciones, podemos estar escépticos sobre la utilidad práctica de información que viene en una forma tan poco manejable. ¿Qué utilidad puede proporcionar un número infinito de respuestas a la pregunta cuál ha sido la tendencia de la mortalidad? Sucede que las tendencias lineales de la mortalidad definidas por el conjunto de solución tienen una intersección común, con una estrecha aproximación, correspondiente a un cierto número de años antes del censo. Consideremos por ejemplo el censo de 1970 de Malasia; las mujeres del grupo de edad 25-29 declararon 745 983 hijos nacidos vivos y 703 487 hijos sobrevivientes, lo

que resulta en una proporción de 0.0570 de hijos fallecidos. Después de los cálculos, el conjunto de solución de la ecuación para este grupo de edad, encontramos que si la tasa de mortalidad infantil ha sido constante durante los años previos al censo, esa tasa debió ser de $w = 38.8$ muertes infantiles por cada 1 000 nacimientos; que si la TMI ha venido decreciendo a razón de $\kappa = 1$ por mil por año, el nivel al momento del censo debió ser de $w = 34.5$ y así en adelante. Otros cálculos de w para $\kappa = 2$ por mil, se presentan a continuación:

κ	2	3	4	5	(%)
w	30.3	26.2	22.1	18.0	

Cada una de estas combinaciones de valores de κ y w define una tendencia lineal de las tasas de mortalidad infantil para la cual el nivel de mortalidad al momento del censo es w y la tasa de descensos durante los años previos al censo es κ , donde $\kappa = 0, 1, \dots, 5$. Si estas tendencias se representan gráficamente, muestran una intersección común que corresponde a cierto número de años antes del censo. Por lo tanto, ellas colectivamente, determinan el valor de la tasa de mortalidad infantil en ese momento. La tasa estimada es 38.8, el valor correspondiente a $\kappa = 0$. El valor de los años anteriores al censo puede leerse aproximadamente en el gráfico 2 y es 4.1 años. El censo se tomó en 1970.7, el tiempo se expresa en forma decimal, y en consecuencia esta estimación corresponde a 1966.6, o *circa* 8 de agosto, 1966.

Para calcular coordenadas de la intersección de cualquier par de tendencias hacemos: $w + \kappa t = w' + \kappa' t$ y se resuelve para t . De modo que el momento en que ocurre la intersección se determina haciendo:
 $t = (w - w') \div (\kappa' - \kappa)$, años antes del censo; la tasa de mortalidad infantil para ese momento puede calcularse como $w + \kappa t$, sea $w' + \kappa' t$ (ambos cálculos

sirven de control cuando se trabaja a mano). Las seis tendencias calculadas en el ejemplo anterior conducen a un total de $6(6-1)/2 = 15$ intersecciones, y cada una especifica una tasa de mortalidad infantil para un momento dado previo al censo. Los valores finales para la tasa de mortalidad infantil y para el número de años previos al censo se pueden obtener promediando los dos juegos de valores.

Se han calculado una serie de estimaciones de mortalidad infantil para catorce juegos de información con el grupo superior de edad que varió entre 45-49 y 70-74. Se obtuvieron seis tendencias lineales coherentes, para cada grupo de edad, y las tasas de mortalidad infantil se calcularon como promedios de las ordenadas del conjunto de todas las intersecciones de estas seis tendencias coherentes. El número de años previos al censo a que corresponde esta estimación se calculó como promedio de las abscisas de estas intersecciones. Las intersecciones, aunque estrechamente agrupadas, no son exactamente coincidentes y ambos datos estadísticos, TMI y el número de años antes del censo, son hasta cierto punto incorrectos. El nivel de imprecisión de la tasa de mortalidad infantil estimada puede medirse como cien veces la mitad del intervalo de valores dividido por el valor medio, en forma análoga para el número estimado de años previos al censo. Estas cifras pueden considerarse como errores relativos aproximados, expresados por cien de las tasas de mortalidad infantil estimadas, y del número estimado de años previos al censo. El valor de este error relativo varía entre 0.00 y 4.27 por ciento para todos los grupos de edades en los catorce juegos de información que se utilizaron para las estimaciones. Sin embargo los valores típicamente crecen con la edad dentro de cada juego de datos, y para todos los grupos de edades menor a 50 años el error es uno por ciento o menos (14).

Soluciones tabuladas de las ecuaciones de estimación

En la ecuación $Q_i = \int q(x; r, w) c_i(x)$

los valores de $c_i(x)$, cuando se estiman como se indicó antes, dependen solamente del grupo de edad (simbolizado con el subíndice i) y del valor del parámetro s en el modelo de fecundidad de Brass. Por lo tanto valores de Q_i y s determinan el conjunto de solución para valores de (r, w) y, en consecuencia, una tasa estimada de mortalidad infantil y un cierto número de años antes del censo. Se puede preparar, por lo tanto, una tabulación con valores de ambas variables que correspondan a intervalos determinados de valores de Q_i y s para cada grupo de edad.

El cuadro 3 presenta valores de la tasa de mortalidad infantil y del número de años antes del censo, correspondientes a valores seleccionados de Q y s para cada grupo de edad, basados en el estándar general de la familia de tablas modelos de vida de Brass. Esta tabla puede usarse para obtener las soluciones de las ecuaciones de estimación (3.2), estimando primero el valor de s y luego haciendo una interpolación doble para obtener la tasa de mortalidad infantil y el número de años antes del censo.

Errores en las estimaciones

Las estimaciones de mortalidad obtenidas mediante el procedimiento descrito en la sección anterior están sujetas a dos tipos de error, los derivados de los errores de la información de proporciones de hijos fallecidos, y los derivados de la falta de validez de los supuestos formulados.

Se han examinado ambos tipos de errores en otras partes (15), por lo que aquí sólo es necesario considerar los aspectos peculiares del nuevo procedimiento o aquéllos que la experiencia nos señala que requieren mayor énfasis.

Cuadro 3

TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL Y NUMERO DE AÑOS ANTES DEL CENSO, ESTIMADOS A PARTIR DE LAS PROYECCIONES DE HIJOS MUERTOS (Q), POR GRUPOS QUINQUENALES DE EDAD DE LAS MUJERES, Y DE LA EDAD AL COMIENZO DEL PERIODO REPRODUCTIVO (S). VALORES DERIVADOS DE LA FAMILIA DEL ESTANDAR GENERAL DE BRASS

Tasa de mortalidad infantil (por mil)							Número de años antes del censo						
Q/S	13	14	15	16	17	18	Q/S	13	14	15	16	17	18
Grupo de edad 15 - 19													
5	43.7	46.3	49.4	53.4	58.7	65.8	5	1.73	1.47	1.23	1.01	0.80	0.62
10	88.6	93.9	100.0	107.7	118.2	132.0	10	1.72	1.46	1.22	1.00	0.79	0.61
15	134.9	142.7	151.6	163.0	178.3	198.4	15	1.70	1.44	1.21	0.99	0.78	0.61
20	182.6	192.8	204.4	219.2	239.0	265.2	20	1.69	1.43	1.20	0.98	0.78	0.60
Grupo de edad 20 - 24													
5	35.6	36.7	38.0	39.6	41.4	43.7	5	3.34	2.98	2.64	2.32	2.01	1.73
10	72.6	74.8	77.4	80.5	84.2	88.6	10	3.33	2.97	2.63	2.50	2.00	1.72
15	111.1	114.4	118.3	122.9	128.4	134.9	15	3.32	2.96	2.62	2.29	1.89	1.70
20	151.2	155.6	160.7	166.7	173.9	182.6	20	3.30	2.94	2.60	2.28	1.97	1.69
Grupo de edad 25 - 29													
5	31.7	32.4	33.0	33.8	34.6	35.6	5	5.35	4.92	4.50	4.10	3.71	3.34
10	64.9	66.1	67.5	69.0	70.7	72.6	10	5.74	4.91	4.49	4.09	3.70	3.33
15	99.6	101.4	103.5	105.8	108.3	111.1	15	5.33	4.90	4.48	4.08	3.69	3.32
20	135.9	138.4	141.1	144.1	147.4	151.2	20	5.32	4.89	4.47	4.07	3.68	3.30
Grupo de edad 30 - 34													
5	29.1	29.6	30.1	30.6	31.1	31.7	5	7.75	7.24	6.75	6.26	5.80	5.35
10	59.5	60.5	61.6	62.6	63.7	64.9	10	7.73	7.22	6.73	6.25	5.79	5.34
15	91.5	93.0	94.6	96.2	97.8	99.6	15	7.73	7.22	6.72	6.24	5.78	5.33
20	125.2	127.2	129.2	131.3	133.5	135.9	20	7.73	7.22	6.92	6.24	5.77	5.32
Grupo de edad 35 - 39													
10	54.5	55.5	56.5	57.5	58.5	59.5	10	10.53	9.92	9.35	8.80	8.26	7.73
15	84.0	85.5	87.0	88.6	90.0	91.5	15	10.53	9.94	9.37	8.81	8.26	7.73
20	115.1	117.2	119.2	121.2	123.2	125.2	20	10.55	9.96	9.38	8.81	8.27	7.74
25	148.1	150.6	153.2	155.6	158.1	160.6	25	10.58	9.97	9.39	8.82	8.27	7.73

(Continúa)

Cuadro 3

TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL Y NUMERO DE AÑOS ANTES DEL CENSO, ESTIMADOS A PARTIR DE LAS PROYECCIONES DE HIJOS MUERTOS (Q), POR GRUPOS QUINQUENALES DE EDAD DE LAS MUJERES, Y DE LA EDAD AL COMIENZO DEL PERIODO REPRODUCTIVO (S). VALORES DERIVADOS DE LA FAMILIA DEL ESTANDAR GENERAL DE BRASS

Tasa de mortalidad infantil (por mil)						Número de años antes del censo							
q/s	14	15	16	17	18	q/s	13	14	15	16	17	18	
Grupo de edad 40 - 44													
10	49.2	50.3	51.4	52.5	53.5	54.5	10	13.64	13.01	12.38	11.73	11.13	10.53
15	75.9	77.5	79.2	80.8	82.4	84.0	15	13.65	13.01	12.37	11.75	11.13	10.53
20	104.4	106.6	108.8	110.9	113.1	115.2	20	13.72	13.06	12.42	11.78	11.16	10.55
25	134.7	137.4	140.2	142.9	145.5	148.1	25	13.79	13.12	12.47	11.82	11.19	10.58
Grupo de edad 45 - 49													
10	43.8	44.8	45.9	47.0	47.8	49.2	10	16.81	16.20	15.58	14.95	14.12	13.64
15	67.8	69.3	70.9	72.6	74.3	75.9	15	16.90	16.24	15.61	14.97	14.32	13.65
20	93.3	95.5	97.7	99.9	102.1	104.4	20	16.95	16.32	15.68	15.03	14.37	13.72
25	120.9	123.6	126.4	129.1	131.9	134.7	25	17.10	16.45	15.80	15.13	14.46	13.79
Grupo de edad 50 - 54													
10	38.7	39.6	40.6	41.7	42.7	43.8	10	19.69	19.07	18.53	17.98	17.40	16.81
15	60.0	61.5	63.0	64.6	66.2	67.8	15	19.72	19.19	18.65	18.08	17.50	16.90
20	83.0	85.0	87.1	89.2	91.2	93.3	20	19.86	19.33	18.77	18.20	17.55	16.95
25	107.7	110.3	112.9	115.6	118.2	120.9	25	20.03	19.48	18.92	18.33	17.72	17.10
Grupo de edad 55 - 59													
15	53.0	54.4	55.8	57.2	58.6	60.0	15	22.19	21.75	21.29	20.82	20.33	19.72
20	72.2	75.3	77.2	79.1	81.1	83.0	20	21.51	21.93	21.46	20.98	20.48	19.87
25	94.4	97.9	100.4	102.8	105.4	107.7	25	22.05	22.13	21.65	21.16	20.65	20.03
30	118.5	122.5	125.5	128.5	131.6	134.7	30	22.43	22.35	21.86	21.35	20.83	20.28
Grupo de edad 60 - 64													
15	46.5	47.8	49.1	49.9	50.8	53.0	15	24.34	25.97	23.59	22.43	21.41	22.19
20	64.6	66.3	68.1	69.9	71.2	72.2	20	24.54	24.17	23.77	23.36	22.53	21.50
25	84.2	86.5	88.8	91.0	93.4	94.4	25	24.78	24.41	24.01	23.60	23.16	22.05
30	105.7	108.5	111.3	114.1	116.9	118.5	30	25.05	24.67	24.27	23.85	23.40	22.44
Grupo de edad 65 - 69													
15	40.4	41.6	42.8	44.0	45.3	46.5	15	25.97	25.62	25.33	25.03	24.69	24.34
20	56.3	57.8	59.5	61.2	62.9	64.6	20	26.35	25.81	25.53	25.22	24.89	24.54
25	73.6	75.8	77.9	80.1	82.0	84.2	25	26.59	26.32	26.02	25.69	25.13	24.78
30	92.6	95.3	98.0	100.6	103.3	105.7	30	26.88	26.61	26.31	25.98	25.62	25.05
Grupo de edad 70 - 74													
15	34.4	35.6	36.8	38.0	39.2	40.4	15	26.71	26.61	26.48	26.31	26.11	25.87
20	48.1	49.7	51.4	53.0	54.6	56.3	20	27.30	27.18	27.02	26.83	26.60	26.35
25	62.9	65.0	67.2	69.3	71.5	73.6	25	27.49	27.38	27.23	27.05	26.84	26.59
30	79.8	82.4	85.0	87.3	89.9	92.6	30	28.21	28.07	27.89	27.34	27.13	26.88

Debería señalarse, bajo el último subtítulo, que aunque el procedimiento de estimación supone que la fecundidad es constante, las estimaciones son tan robustas que los desvíos de este supuesto producen errores insignificante en las estimaciones, a menos que los errores debido a otras fuentes sean extremadamente pequeños. La tendencia a evitar las estimaciones de la mortalidad de la niñez a causa del supuesto de fecundidad constante (y porque se sabe o se intuye que la fecundidad ha estado cambiando, quizás sustancialmente) constituye una ingenuidad. La insensibilidad del parámetro λ frente a errores queda en evidencia en el cuadro 3 (16).

Otra fuente de error que se ha señalado, pero que requiere mayor énfasis, es la relativa a la mortalidad infantil diferencial por edad de la madre (no procede aquí establecer si este diferencial refleja o no alguna relación causal entre la mortalidad infantil y la edad de la madre al dar a luz).

En general, se dispone de tasas de mortalidad infantil por edad de las madres al dar a luz sólo en los casos de encuestas especiales o en estudios que requieren de la asignación madre-hijo, ya que los certificados de defunción no registran, corrientemente, la edad de las madres de los fallecidos. Está disponible sin embargo, alguna información para una diversidad considerable de poblaciones, las que sugieren, persistentemente, que las tasas de mortalidad infantil son mayores para hijos de madres con edades extremas dentro del período reproductivo.

El efecto del diferencial de la mortalidad infantil por edad de la madre en las estimaciones de las proporciones de sobrevivientes puede controlarse calculando tasas de mortalidad infantil para hijos tenidos por madres bajo determinadas edades, como en el cuadro 4, y observando cómo cambia la tasa a medida que la edad límite de las mujeres alcanza el final

del período reproductivo. La fuente de informaciones limita el cuadro 4 a presentar tasas para hijos de mujeres de 40 años o menos, y no para hijos de mujeres al final del período reproductivo; sin embargo, pocos niños nacen de mujeres de más de 40 años, y los valores de la última columna a la derecha pueden considerarse, por lo tanto, representativos de la tasa de mortalidad infantil para hijos de madres de todas las edades. Las tasas de mortalidad infantil de hijos de madres de 20 años o menos, al dar a luz, exceden sustancialmente las tasas generales (en 9 de cada 10 casos) y los diferenciales son sorprendentemente grandes. Parece claro considerar que la información proporcionada por mujeres de 15 a 19 años es inapropiada para estimar la mortalidad.

Cuadro 4

TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL PARA NACIMIENTOS DE MUJERES MENORES DE 20, 25, 30, 35 Y 40 AÑOS, EN POBLACIONES SELECCIONADAS

Población	20	25	30	35	40
Argentina ^a	1.335	979	845	817	801
Brasil ^a	1.041	752	657	648	651
Canadá ^a	212	190	179	180	182
Chile ^a	793	601	546	545	552
El Salvador ^a	1.166	961	889	876	884
México ^a	863	665	582	579	607
California ^a	262	190	177	175	175
Total U.S.A. ^b	331	268	252	249	250
U.S.A. blanco ^b	282	233	221	219	220
U.S.A. no blanco ^b	500	440	420	414	413
Israel ^c	232	217	224	235	243
Bangladesh ^d	1.384	1.213	1.189	1.186	1.198

Notas:

- a/ Ruth R. Puffer, and C.V. Serrano, Patterns of Mortality in Childhood, Table 147, p.245(Washington, D.C.: 1973) Pan American Health Organization, Scientific Publication No. 262.
- b/ U.S. National Center for Health Statistics, A Study of Infant Mortality from Linked Records by Age of Mother, Total-Birth Order, and Other Variables: United States, 1960 Live Birth Cohort, Vital and Health Statistics, Data from the National Vital Statistics System, Series 20, No. 14 (Washington, D. C.: 1973). Table C, p. 11.
- c/ H. Pertiz, and U.O. Schmelz, Eds. Late Fetal Deaths and Infant Mortality: 1948-1972, Special Series No. 455 (Jerusalem: Central Bureau of Statistics 1974), Table 18, p. 164.
- d/ H. Stoeckel and A. K. H. Alauddin Chowdhury, Neo-natal and Post-Neo-Natal Mortality in a Rural Area of Bangladesh, Population Studies, 26, 1972, Table 3, p.117.

Con respecto a las fluctuaciones de la mortalidad, debe señalarse que la información acerca de la sobrevivencia de hijos implica un efecto-filtro natural que descarta las fluctuaciones más importantes de la mortalidad. A título ilustrativo, consideremos una población que ha experimentado una mortalidad infantil de 50 y 100 alternativamente en años previos al censo. Considerando que los hijos tenidos por las mujeres en cada grupo de edad nacen durante un período de varios años, estos niños experimentarían tanto los riesgos de muerte altos como los bajos, y la proporción que muere antes del censo sería aproximadamente la misma que en el caso de una mortalidad constante a razón de 75 muertes por cada mil nacimientos. Las tasas de mortalidad infantil estimadas para momentos determinados en el tiempo estarán, por lo tanto, ya sea 25 puntos por arriba o 25 puntos por debajo. En muchas aplicaciones existe mayor preocupación por la tendencia de la mortalidad a largo plazo que por las fluctuaciones a corto plazo, y en tales casos este "error de estimación" puede representar realmente un suavizamiento conveniente y automático de la serie.

El supuesto de la familia de las tablas modelo de vida se complica si se considera que la mortalidad varía, ya que la estructura por edad de la mortalidad puede cambiar con el tiempo, de manera que la familia modelo apropiada también cambia (17). Esta observación sugiere la necesidad de modelos de mortalidad que combinen variaciones en la edad y en el tiempo.

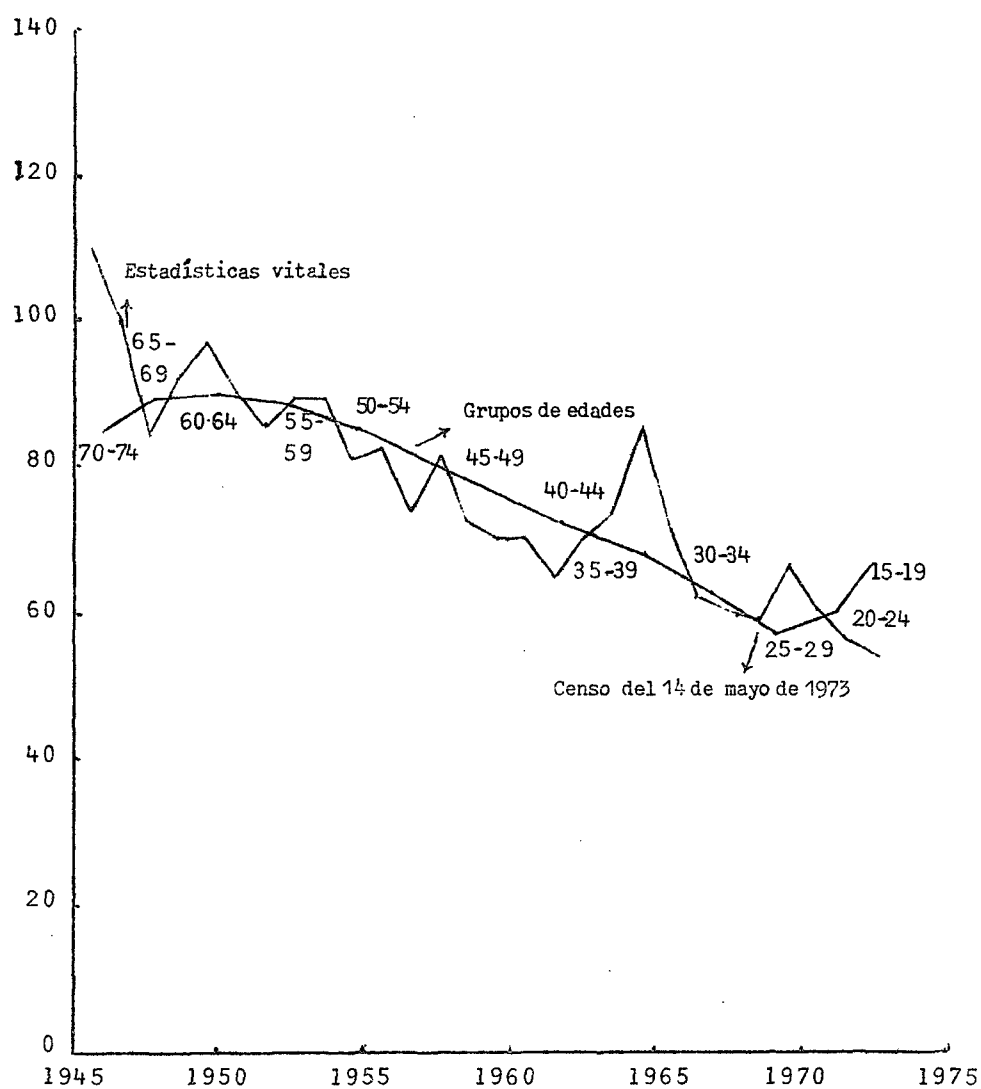
APLICACION A COSTA RICA Y A MALASIA PENINSULAR

Los gráficos 1 y 2 muestran estimaciones de la mortalidad infantil para Costa Rica y Malasia Peninsular, calculadas a partir de información censal de hijos sobrevivientes, que se comparan con estimaciones realizadas con estadísticas de registros. Estas se tomaron de los Anuarios Demográficos de las Naciones Unidas. Tanto las estimaciones de Costa Rica como las de Malasia, basadas en las proporciones de hijos sobrevivientes, muestran una reversión de la tendencia, justamente antes del censo, que pone en evidencia que las informaciones proporcionadas por mujeres en los grupos de edades 15-19 y 20-24, conducen a estimaciones mayores que las derivadas de mujeres de 25-29 años. Queda muy claro, por cierto, que este aparente aumento de la mortalidad es espurio y que las estimaciones basadas en la información de mujeres de 15 a 19 años están sesgadas hacia arriba debido a la mortalidad relativamente mayor de hijos de madres jóvenes. La diferencia entre las estimaciones derivadas de los grupos de edades 20-24 y 25-29 años podrían explicarse de dos formas: debido a errores que subestiman el valor proveniente del grupo 25-29 años, o debido a que la mortalidad infantil es diferencial por edad de las madres, lo que produce una sobreestimación del valor proveniente del grupo de edad 20-24 años. La comparación con las tasas calculadas por medio de las estadísticas de registros, en el caso de Costa Rica, sugiere que el nivel de la mortalidad, basado en la sobrevivencia de los hijos de mujeres de más de 25 años, es correcto; sin embargo, esto sugiere la última explicación. La estimación de Malasia, derivada del grupo de edad 25-29 años es sustancialmente inferior a la calculada con estadísticas de registro. Un examen de la información, para subpoblaciones, muestra que el bajo valor para los grupos con edades superiores a 25 años se debe en gran parte a la población china cuya información está evidentemente errada.

Gráfico 1

COSTA RICA: TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL ESTIMADAS A PARTIR DE LA PROPORCION DE HIJOS SOBREVIVIENTES, COMPARADAS CON TASAS CALCULADAS CON ESTADISTICAS DE REGISTROS, 1945-1972

Tasas de mortalidad infantil (por mil)



Nota: Información de estadísticas vitales tabuladas por año de registro anterior a 1963.

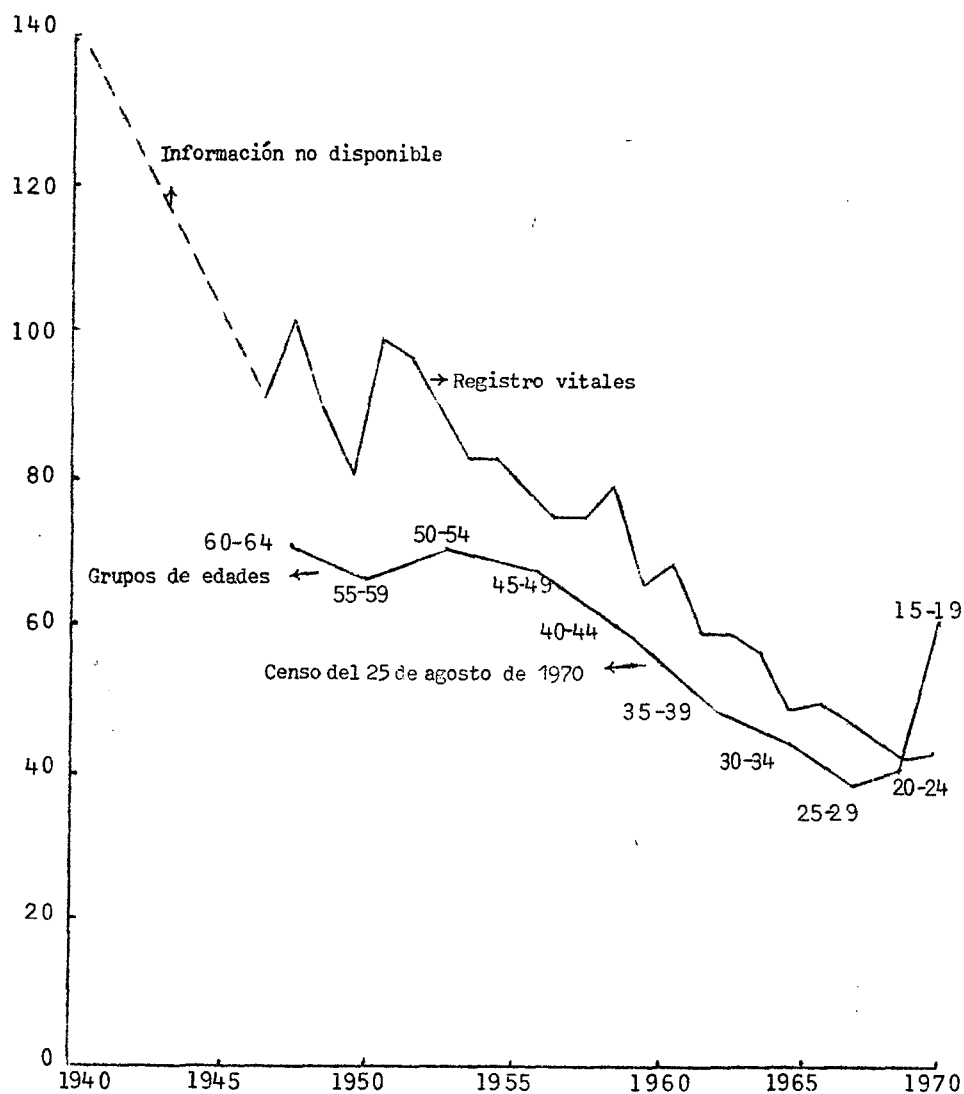
Fuente: Información de estadísticas vitales, cuadro 8;

Estimación basada en datos censales, cuadro 7.

Gráfico 2

MALASIA PENINSULAR: TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL ESTIMADAS A PARTIR DE LA PROPORCION DE HIJOS SOBREVIVIENTES, COMPARADAS CON TASAS CALCULADAS CON ESTADISTICAS DE REGISTROS, 1947-1969

Tasas de mortalidad infantil (pormil)



Fuente: Información de estadísticas vitales, cuadro 6;
Estimación basada en datos censales, cuadro 5.

La observación más sorprendente que hay que hacer, tal vez, al gráfico 1, es la ausencia de algún indicio de diferencias significativas en los errores de respuesta de mujeres entre 20 y 50 años. Las estimaciones de Costa Rica se asemejan mucho a una serie suavizada de tasas calculadas con estadísticas de registros, salvo en la reversión de la tendencia en los extremos. Las estimaciones de Malasia derivadas de los grupos 25-50 años son bajas, pero la estimación basada en el grupo de 45-49 años no es notablemente inferior a la correspondiente al grupo 25-29 años. De hecho, el error relativo es superior en el primer grupo.

Esta observación sugiere que la difundida práctica de descartar la información proporcionada por mujeres mayores de 30 o 35 años puede ser una equivocación. Es plausible que la memoria de las mujeres comience a fallar a medida que llegan a edades de extrema vejez, pero no es particularmente aceptable que las mujeres olviden -mientras están todavía en edades reproductivas- cuántos hijos han tenido, especialmente en situaciones sociales donde se considera que el criar y educar los hijos es el rol principal de las mujeres y la base fundamental de su status social. Sería desacertado suponer, sobre esta base, que las mujeres responden necesariamente con calidad, pero desconfiar ciegamente en la información de mujeres de mayor edad es tan inadecuado como confiar ciegamente. De ningún modo queda claro, de hecho, que los errores por mala declaración sean un problema de falla de memoria.

Conclusión

Las preguntas relativas a la sobrevivencia de los hijos se han incluido en docenas de censos nacionales de población durante los últimos veinte años y mucha de esta información (pero de ninguna manera toda) se ha analizado utilizando métodos indirectos. A pesar de esta vasta experiencia con problemas, tanto en la recolección de la información como en el análisis

de los resultados, se encuentra aún, ocasionalmente, la idea de que estas preguntas no son adecuadas para operaciones de recolección de información a gran escala. La experiencia de las dos últimas décadas refuta definitivamente esta afirmación y las aplicaciones a los casos de Costa Rica y Malasia, que se dan aquí, reafirman la conclusión general. El ejemplo de Costa Rica muestra que los métodos indirectos pueden dar resultados tan buenos como los métodos directos, y el ejemplo de Malasia muestra que los métodos indirectos pueden dar resultados útiles aun cuando están lejos de ser perfectos.

Tanto el examen del diferencial de la mortalidad infantil por edad de la madre, como las aplicaciones a los casos de Costa Rica y Malasia, indican que es muy posible que la proporción de hijos sobrevivientes de mujeres de 15 a 19 años está seriamente sesgada, conclusión que es generalmente aceptada en el campo, pero parece que no ha recibido mucho énfasis en la literatura. Más sorprendente resulta ver que, en el caso de Costa Rica, no hay evidencias de deterioro de la información proporcionada por mujeres por sobre los 50 años, y en caso de la aplicación de Malasia, que la información de mujeres de 45-49 años es tan buena como la de mujeres de 20-24 años. Esto niega el concepto, ampliamente sostenido, que los errores en las declaraciones aumentan sustancialmente con la edad de las mujeres menores de 50 años, y sugiere que la práctica usual de ignorar la información proporcionada por mujeres mayores de 30 o 35 años desaprovecha la mitad de la información disponible. Hay notablemente poca evidencia publicada para apoyar la opinión de que la información de mujeres en la segunda mitad del período reproductivo, está tan afectada por errores que debería ignorarse sistemáticamente para los fines de estimar la mortalidad.

La conclusión obvia es que deberían realizarse estimaciones utilizando toda la información disponible (dentro de límites razonables) y evaluar los

resultados antes de decidir qué grupos de edades deben rechazarse. Esto tiene la ventaja de acumular evidencia de errores de declaración en las informaciones, como también la ventaja de evitar el error de no sacar el máximo a la información disponible.

Cuadro 5

COSTA RICA: INFORMACION DE HIJOS SOBREVIVIENTES Y TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL ESTIMADAS, CENSO DEL 14 DE MAYO DE 1973

Grupos de edades	Total mujeres	Hijos nacidos vivos	Hijos sobrevivientes	Tasa de mortalidad infantil por mil	Año
15-19	111 317	17 901	16 772	67.0	72.3
20-24	84 765	93 097	86 056	60.1	71.0
25-29	63 064	159 466	145 957	57.9	69.2
30-34	50 400	207 823	187 075	62.4	67.1
35-39	46 498	255 968	225 822	68.3	64.5
40-44	39 577	253 195	218 671	72.7	61.6
45-49	31 689	211 484	177 366	78.4	58.4
50-54	27 213	177 485	143 607	84.4	55.2
55-59	20 101	128 987	100 551	88.3	52.3
60-64	18 887	114 249	85 767	90.5	49.7
65-69	11 899	74 150	53 761	89.7	47.6
70-74	9 687	58 832	41 502	84.9	46.1

Fuente: Dirección General de Estadística y Censos. República de Costa Rica, Censos Nacionales de 1973: Población. Volumen 1, Mujeres e hijos sobrevivientes, cuadro 25, pág. 150. Hijos sobrevivientes, cuadro 26, pag. 155.

Cuadro 6

COSTA RICA: TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL A PARTIR DE ESTADISTICAS DE REGISTRO, 1930 - 1973

Año (y)	Tasa para los años señalados (por 10 000)				
	y	y + 1	y + 2	y + 3	y + 4
1930	1 547	1 787	1 491	1 637	1 356
1935	1 570	1 529	1 417	1 217	1 401
1940	1 344	1 259	1 613	1 239	1 275
1945	1 123	1 107	1 081	933	997
1950	902	859	895	897	810
1955	828	739	817	723	704
1960	708	653	707	741	861
1965	718	628	603	597	671
1970	615	565	544	448	

Fuentes: Los siguientes United Nations Demographic Yearbooks:

- 1930-39, 1951 Yearbook, cuadro 19, páginas 228-235;
- 1940-59, 1953 Yearbook, cuadro 11, páginas 216-225;
- 1951-64, 1966 Yearbook, cuadro 14, páginas 280-295;
- 1965-74, 1974 Yearbook, cuadro 20, páginas 342-363.

Nota : Se codifica Costa Rica con "U", para el período 1930-1950 lo que significa que la información es incompleta, y con "C" entre 1951-1973 para significar que la información es relativamente completa. El Anuario de 1966 señala que la información de Costa Rica esta clasificada por año de registro y no por año de ocurrencia antes de 1963.

Cuadro 7

MALASIA PENINSULAR: INFORMACION DE HIJOS SOBREVIVIENTES Y TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL ESTIMADAS, CENSO DEL 24/25 DE SETIEMBRE DE 1974

Grupos de edades	Total mujeres	Hijos nacidos vivos	Hijos sobrevivientes	Tasa de mortalidad infantil por mil	Año
15-19	491 615	56 689	53 525	60.9	69.7
20-24	377 426	384 650	364 974	40.9	68.4
25-29	275 710	745 983	703 487	38.8	66.6
30-34	268 250	1 141 633	1 060 271	44.2	64.5
35-39	214 824	1 149 231	1 051 810	48.6	62.0
40-44	186 528	1 079 425	960 107	58.5	59.1
45-49	157 268	884 325	960 157	67.9	55.8
50-54	135 543	708 065	593 434	70.7	52.7
55-59	105 870	520 452	431 550	66.5	49.9
60-64	93 116	422 035	336 601	71.3	47.4

Fuente: Tabulaciones inéditas, Censo 1970, atención del Departamento de Estadísticas, Kuala Lumpur, Malasia.

Cuadro 8

MALASIA PENINSULAR: TASAS DE MORTALIDAD INFANTIL A PARTIR DE ESTADISTICAS DE REGISTRO, 1930-1940 Y 1946-1972

Año (y)	Tasa para los años señalados (por 10 000)				
	y	y + 1	y + 2	y + 3	y + 4
1930	1 783	1 583	1 497	1 575	1 739
1935	1 589	1 598	1 487	1 494	1 311
1940	1 385				
1945		917	1 022	896	806
1950	1 016	973	900	834	831
1955	784	752	755	796	660
1960	684	597	594	568	484
1965	500	479	451	422	432
1970	408	385	379		

Fuentes: Los siguientes United Nations Demographic Yearbooks:

- 1930-39, 1951 Yearbook, cuadro 19, páginas 328-335;
- 1940-50, 1953 Yearbook, cuadro 11, páginas 216-225;
- 1951-64, 1966 Yearbook, cuadro 4, páginas 280-295;
- 1965-72, 1974 Yearbook, cuadro 20, páginas 342-363.

Notas : El Anuario de 1951 señala " 1930-1933: originalmente Malaya Británica excluye los estados no federados de Malaya. 1934-1940 originalmente Malaya Británica". El Anuario de 1953 indica "antes de 1940, territorio de la Malaya Británica original, esto es, se excluye Singapur". El Anuario de 1966 indica que la cifra de 1962 es "provisoria".

Malasia Peninsular se codifica con "C" lo que significa que "la información es relativamente completa" a través del período.

REFERENCIAS

1. W. Brass y A. J. Coale. "Methods of Analysis and Estimation", en *The Demography of Tropical Africa* (Princeton, New Jersey, 1968), pp. 104-109. W. Brass, "Methods for Estimating Fertility and Mortality from Limited and Defective Data", (Chapel Hill, North Carolina, 1975). pp. 50-59.
2. A. J. Coale y P., Demeny, *Regional Model Life Tables and Stable Populations* (Princeton, New Jersey, 1966).
3. W. Brass, "On the Scale of Mortality", en W. Brass, ed., *Biological Aspects of Demography* (Londres, 1971), pp. 72-74. Véase también N. Carrrier y J. Hobcraft, *Demographic Estimation for Developing Societies* (Londres, 1975), Appendix I; y W. Brass, cita No. 1, pp. 85-96.
4. W. Brass, cita No. 3. Véase también K. Hill y T. Trussell, "Recent Developments in Indirect Mortality Estimation", *Population Studies* 31, 2 (julio 1977), pp. 313-344. También conocido como el "sistema logit" el término "relacional" se usa aquí para llamar la atención al paralelo con el modelo relacional de Gompertz de fecundidad. Véase W. Brass, "Perspectives in Population Prediction: Illustrated by the Statistics of England and Wales". *J.R. Statist. Soc. A* (1974), 137, Parte A, pp. 551-553.
5. Véase W. Brass y A. J. Coale cita 1 y W. Brass, 1975, cita 3.
6. Véase L. J. Cho y G. Feeney, "Fertility Estimation by the Own-Children Method, A Methodological Elaboration", (Chapel Hill, Carolina del Norte, 1978), pp. 10-12, esp. fórmulas (35a-b).
7. Se ha hecho común designar los grupos de edades 15-19, 20-24..., mediante los índices 1, 2, ... y por lo tanto se usa P_1, P_2, \dots para simbolizar el número medio de hijos por mujer en estos grupos de edades. La notación más explícita que se utiliza aquí es necesaria para las fórmulas que conducen de la forma de la distribución en el tiempo de los nacimientos. El término "paridez media" se usa a menudo como sinónimo de "número medio de hijos nacidos vivos" y los cocientes entre las parideces se denominan "relación de parideces".
8. Samuel H. Preston y Alberto Palloni, "Fine Tuning Brass-Type Mortality Estimates with Data on Ages of Surviving Children". *Population Bulletin* No. 10-1977. Nueva York: United Nations Department of Economic and Social Affairs 1978.
9. W. Brass y A. J. Coale cita No. 1, pp. 105-114.

10. Las tablas de los multiplicadores están presentadas en: W. Brass y A. J. Coale, 1968, pp. 108 y W. Brass, 1975, pp.55. La última fuente tiene la ventaja de presentar los multiplicadores tabulados tanto para valores de P_2/P_3 como para P_1/P_2 .
11. J.M. Sullivan, "Models for the Estimation of the Probability of Dying Between Birth and Exact Ages of Childhood", *Population Studies*, 26, 1 (Marzo 1972), pp. 82-83.
12. T.J. Trussell, "A Re-Estimation of the Multiplying Factors for Determining Childhood Survival", *Population Studies*, 29, 1 (Marzo 1975) pp. 97-107. El modelo de Coale-Trussell se discute en A.J. Coale y T.J. Trussell, "Model Fertility Schedules: Variations in the Age Structure of Childbearing in Human Populations", *Population Index*, 40, 2 (April 1974), pp. 185-258.
13. J. Sullivan, "Mortality Estimates Derived from Retrospective Mortality", *Demografi Indonesia*, 2, 1 (Diciembre 1974), pp. 116-133; W.Brass, 1975 cita No. 1, pp. 56-59; E.P. Kraly y D.A. Norris, 1976, "An Evaluation of Brass Mortality Estimates Under Conditions of Declining Mortality", *Demography*, 15, 4 (Noviembre 1979), pp. 546-557.
14. Para consideraciones previas de este procedimiento de estimación véase G. Feeney, "Estimating Infant Mortality Rates from Child Survivorship Data by Age of Mother", "Asian and Pacific Census Newsletter 3, 2 (Noviembre 1976), pp. 15-16 y "Estimation of Demographic Parameters from Census and Vital Registration Data", en International Union for the Scientific Study of Population, *International Population Conference: México 1977* (Lieja, 1977). Volumen III, pp. 349-370.
15. W. Brass y A. J. Coale cita No. 1, pp. 111-119.
16. También en la tabla de los multiplicadores en la página 108 de W.Brass y A.J. Coale, cita No. 1. La tendencia puede derivar de una exagerada noción del nivel de precisión que puede esperarse de los procedimientos indirectos de estimación. No se debería esperar mejores niveles de error que entre 5 y 10 por ciento, aunque por cierto, en algunos casos particulares se puede obtener mayor precisión. Cabe hacer notar, incidentalmente, que siempre hay un valor correcto de Δ aún cuando la estructura real de la fecundidad no se comporte como la del polinomio modelo de Brass.
17. Véase J. M. Sullivan, "The Influence of Cause-Specific Mortality Conditions on the Age Patterns of Mortality with Special Reference to Taiwan", *Population Studies*, 27, 1 (Marzo 1973), p. 141.

BIBLIOGRAFIA

- Brass, W., y Coale, J.A., 1968, Methods of Analysis and Estimation. The Demography of Tropical Africa 104-109. Princeton, N.J.
- , 1971, On the Scale of Mortality. Biological Aspects of Demography 72-74. Londres.
- , 1974, Perspectives in Population Prediction: Illustrated by the Statistics of England and Wales, J.R. Statis. Soc. A 137, 4:551-553.
- , 1975, Methods for Estimating Fertility and Mortality from Limited and Defective Data 50-59. Chapel Hill, Universidad de North Carolina.
- Carrier, N. y Hobcraft, J., 1975, Demographic Estimation for Developing Societies, Appendix I. Londres.
- Cho, L. J. y Feeney, G., 1978. Fertility Estimation by the Own Children Method, A. Methodological Elaboration 10 - 12 fórmula especial (351-b). Chapel Hill, Universidad de North Carolina.
- Coale, A. J. y Demeny, P., 1966, Regional Model Life Tables and Stable Populations. Princeton: Princeton University Press.
- , 1974, Model Fertility Schedules: Variations in the Age Structure of Childbearing in Human Populations. Population Index 40: 185-258 .
- Feeney, G., 1976, Estimating Infant Mortality Rates from Chile Survivorship Data by Age of Mother. Asian and Pacific Census Newsletter 3:15-16.
- , 1977, Estimation of Demographic Parameters from Census and Vital Registration Data. International Union for the Scientific Study of Populations, International Population Conference III:349-370. México.
- Hill, K. y Trussell, T.J., 1977, Recent Developments in Indirect Mortality Estimation. Population Studies 31:313-334.

Kraly, E.P. y Norris, D.A., 1976, An Evaluation of Brass Mortality Estimates Under Conditions of Declining Mortality. Demography 15:549-557 (Noviembre 1978).

Preston, S.H. y Palloni, A., 1977, Fine Tuning Brass Type Mortality Estimates with Data on Ages of Surviving Children. Population Bulletin No. 10, New York: United Nations Department of Economic and Social Affairs 1978.

Sullivan, J.M., 1972, Models for the Estimation of the Probability of Dying Between Birth and Exact Ages of Childhood. Population Studies 26:82-83.

_____, 1973, The Influence of Cause-Specific Mortality Conditions on the Age Pattern of Mortality with Special Reference to Taiwan. Population Studies 27:141.

_____, 1974, Mortality Estimates Derived from Retrospective Mortality Data During Periods of Fluctuating Mortality. Demografi Indonesia 116-133.

Trussell, T.J., 1975, A Re-Estimation of the Multiplying Factors for Determining Childhood Survival. Population Studies 29:97-107.

*

* *

ADDENDUM

Estas notas se refieren especialmente a los principios en que se basan los métodos de estimación. En la práctica, la interpolación que se requiere para obtener las estimaciones, usando los valores del cuadro 3, resulta una tarea tediosa, que consume mucho tiempo y que puede inducir a errores. Aquí se presenta un procedimiento más simple para obtener las estimaciones. Como suele ocurrir, el desarrollo de este método aclaró la relación entre la ecuación de estimación (2.1), el procedimiento de los multiplicadores de Brass y la regresión de ajuste introducida por Sullivan y Trussell.

Los valores de la tasa de mortalidad infantil (TMI), del cuadro 3, que se obtuvieron resolviendo la ecuación (2.1), pueden transformarse en cualquier función de una tabla de vida mediante las fórmulas, planteadas en el sistema logito, de la página 5. Así, por ejemplo, los valores de las TMI para el grupo 30-34 años pueden transformarse en los valores de $q(5)$ que aparecen en el siguiente cuadro.

Q/s	13	14	15	16	17	18
50	48.5	49.3	50.1	50.9	51.7	52.7
100	97.1	98.7	100.4	101.9	103.7	105.5
150	146.2	148.4	150.8	153.2	155.6	158.3
200	195.7	198.6	102.4	204.4	207.5	211.0

Al examinar esta tabla, se puede ver que los valores de $q(5)$, son aproximaciones, notablemente buenas, a las proporciones de hijos fallecidos (valores de Q), presentados a la izquierda. La misma observación puede hacerse para otros grupos de edades cuando $q(x)$ se escoge apropiadamente ($x = 1, 2, 3, 5, 10, 15, \dots$ para los grupos de edades 15-19, 20-24..). Esta observación se debe a Brass y es la primera de las dos en que se basa el método de los multiplicadores (1).

Dividiendo los valores del cuadro anterior ($q(5)$) por la proporción de hijos fallecidos, de la izquierda, se obtienen multiplicadores que, aplicados a la proporción de hijos fallecidos de mujeres con edades entre 30 y 34 años, da una estimación de $q(5)$.

Q/s	13	14	15	16	17	18
50	.970	.986	1.002	1.019	1.035	1.054
100	.971	.987	1.004	1.019	1.037	1.055
150	.975	.990	1.006	1.021	1.037	1.055
200	.978	.993	1.007	1.022	1.038	1.055

Puede observarse que ninguno de los multiplicadores difiere mucho de 1, y que la variación que se presenta es casi exclusivamente entre columnas. Así, el multiplicador para cualquier valor de s es prácticamente independiente del valor de la mortalidad -como debe ser si los multiplicadores han de utilizarse para estimar la mortalidad. Esta es la segunda observación sobre la cual se apoya el método de los multiplicadores de Brass.

El método original de Brass consiste en adoptar una tabla que da los multiplicadores para cada grupo de edad y una serie de valores de s . Los

multiplicadores para cada aplicación se obtienen, entonces, por interpolación entre los valores tabulados, utilizando una estimación de λ basada ya sea en un cociente de parideces medias o en información sobre los nacimientos ocurridos el año anterior al censo (ver cuadro 2 de la página 10 del documento) (2).

Sullivan y Trussell desarrollaron variantes a este procedimiento que implican ajustes por regresión de los valores de los multiplicadores (3). Siguiendo esta idea, se encontró que los valores de los multiplicadores presentados anteriormente se ajustan bien mediante la relación: $0.548 + 0.016 \lambda$, obtenida por una sencilla correlación lineal de los valores contenidos en la tabla que presenta valores de λ en la parte superior. Escribiendo esto como:

$$1 + (\lambda - 14.7) 0.016$$

vemos que el multiplicador es igual a 1, y que la proporción de hijos fallecidos da exactamente el valor de $q(5)$ cuando λ es igual a 14.7, y que un error en un año en λ redundará en un error en $q(5)$ de alrededor de 1.5 por ciento. El mismo procedimiento puede aplicarse a los paneles de la TMI para todos los grupos de edades, que conducen a las ecuaciones que se presentan en el cuadro A-1.

Los valores correspondientes a los Años Anteriores al Censo (AAC), del cuadro 3, pueden transformarse directamente mediante regresión en valores de λ , dando origen al segundo conjunto de ecuaciones que se presentan en el cuadro A-1. Las ecuaciones para los AAC se escriben en la misma forma que la de los multiplicadores, de manera que la constante en la ecuación da el valor de AAC que se aplica cuando el multiplicador toma el valor 1. (4)

CUADRO A-1: ECUACIONES DE ESTIMACION PARA CALCULAR LOS MULTIPLICADORES Y LOS AÑOS ANTERIORES AL CENSO (AAC)

Grupos de edades	x	Ecuaciones para el cálculo de multiplicadores	$q_{\delta}(x)$	Ecuación para el cálculo de los años anteriores al censo.
15-19	1	$1 + (\delta-14.6)0.084$.8670	$1.3 - (\delta-14.6)0.22$
20-24	2	$1 + (\delta-14.2)0.040$.7152	$2.9 - (\delta-14.2)0.32$
25-29	3	$1 + (\delta-15.0)0.021$.6552	$4.5 - (\delta-15.0)0.40$
30-34	5	$1 + (\delta-14.7)0.016$.6015	$6.9 - (\delta-14.7)0.48$
35-39	10	$1 + (\delta-13.9)0.016$.5498	$10.0 - (\delta-13.9)0.56$
40-44	15	$1 + (\delta-15.5)0.018$.5131	$12.1 - (\delta-15.5)0.63$
45-49	20	$1 + (\delta-15.5)0.020$.4551	$15.3 - (\delta-15.5)0.65$
50-54	25	$1 + (\delta-14.8)0.022$.3829	$15.3 - (\delta-14.8)0.58$
55-59	30	$1 + (\delta-14.7)0.022$.3150	$21.7 - (\delta-14.7)0.50$
60-64	35	$1 + (\delta-14.8)0.020$.2496	$23.9 - (\delta-14.8)0.44$
65-69	40	$1 + (\delta-15.1)0.023$.1816	$25.7 - (\delta-15.1)0.34$
70-74	45	$1 + (\delta-15.4)0.026$.1073	$27.0 - (\delta-15.4)0.21$

El error que se introduce por el ajuste de la regresión es de escasa importancia en la mayoría de las aplicaciones. Los errores peores, del orden de más o menos 5 por ciento, ocurren en el grupo de edad de 15-19 años. Esto no tiene mayor trascendencia, sin embargo, porque las estimaciones derivadas de este grupo de edades están seriamente sesgadas debido a que la mortalidad infantil y de la niñez de los hijos de estas mujeres es diferencial por edad de la madre. En consecuencia se la utiliza muy poco, o se la descarta del todo. (5) Para los grupos de edades más avanzadas, el error máximo es cerca del 2 por ciento, el error típico es cerca del 0.5 por ciento.

Para ilustrar el uso de las ecuaciones, se considera el caso de Costa Rica en el cuadro 5. El cociente entre las parideces medias de las mujeres de edades 15-19 años y 20-24 años es 0.146, que da un desplazamiento de 4.6 en el cuadro 2 y un valor de λ de 15.4 años. Los siguientes dos cocientes conducen a valores de 15.6 y 16.6 años, lo que en promedio da 15.9 años.

Tomando como ejemplo el grupo de edad 30-34 años, el multiplicador que corresponde a un λ de 15.9 es 1.019 y el valor de AAC es 6.3 años. La proporción de hijos muertos es 0.0998, de aquí se obtiene una estimación de $q(5)$ igual a 0.1017 para 6.3 años anteriores al censo. La fecha del censo es 14 de mayo de 1973, es decir, 1973,3. Luego el momento al que corresponde la estimación es 1967.0

Este valor de $q(5)$ puede transformarse en cualquier valor de la tabla de vida, utilizando las ecuaciones, en logito, de la página 5 (los valores del logito de la tabla de vida estándar se presentan en el cuadro A-1). La TMI correspondiente es 0.0624 o 62.4 por mil.

El resultado final, una tasa de mortalidad infantil de 62.4 por mil para 1967.0, es en este caso, idéntica a la presentada en el cuadro 5 del documento (página 35). En general, pueden ocurrir diferencias en el tercer dígito de escasa importancia.

Una ventaja, de segunda importancia, se alcanzaría si se contara con fórmulas que permitieran el cálculo directo de los indicadores que se desea estimar. El desarrollo de fórmulas para obtener estimaciones más precisas es, sin embargo, engorroso y difícil. La regresión lineal aplicada a los valores de la TMI en el cuadro 3, por ejemplo, da resultados casi inaceptables. (6)

Considerando los numerosos métodos ahora disponibles para estimar la mortalidad de la niñez, puede observarse que en la mayoría de las aplicaciones la magnitud de las diferencias entre las diversas estimaciones obtenidas, alcanzan valores de escasa importancia, en comparación con los errores de los datos (7).

Corea proporciona un ejemplo extremo, con una subestimación de hijos fallecidos que conducen a estimaciones de mortalidad demasiado bajas, del orden del 30-50 por ciento (8). (Sin embargo, es bastante curioso que la tasa de descenso que se estima, a partir de la proporción de hijos fallecidos, parezca correcta). Samoa Occidental da ejemplos tanto de datos aceptables como de muy deficientes (9). Irónicamente, los datos malos resultan al hacer cambios en las preguntas incluidas en el censo, que pretendían mejorar la calidad de las respuestas. Papua-Nueva Guinea es un ejemplo de cómo los métodos indirectos pueden contribuir para estimar la mortalidad de la niñez, a pesar de los errores obvios de la información (10).

Las estimaciones están afectadas por errores debidos a la falta de vigencia de varios supuestos subyacentes a los métodos, como también a la mala calidad de las informaciones. El más importante, entre aquellos, es la especificación de la familia de tablas modelos de vida. Los valores estimados de $q(x)$ son razonablemente robustos aun cuando haya desvíos del patrón real de mortalidad con respecto al patrón adoptado, pero la transformación de estas $q(x)$ en otros indicadores (como la mortalidad infantil, $q(5)$, o la esperanza de vida al nacer), depende sustancialmente de la familia de tablas modelo que se adopte (11).

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, sería imprudente esperar que la información sobre proporción de hijos muertos conduzca a estimaciones con una desviación menor a 5 o 10 por ciento. En muchos casos este margen es suficientemente aceptable y puede considerarse que la estimación es útil. En otros, puede resultar demasiado grande para distinguir la real diferencia numérica que producen los diferentes procedimientos de estimación (12).

REFERENCIAS

1. W. Brass et.al. *The Demography of Tropical Africa*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1968. Véase el capítulo 3, en particular las páginas entre 104 y 122.
2. Los multiplicadores de Brass se presentan en la tabla 3.6, pág. 108 del trabajo mencionado en la referencia (1). En la tabla 14, pág. 55 del documento de W. Brass "Method for Estimating Fertility and Mortality from Limited and Defective Data", POBLAB, Universidad de Carolina del Norte, Chapel Hill, Carolina del Norte, 1975; y en las tablas V.1-2, pág. 125 de A.L. Coale y P. Demeny, "Method of Estimating Basic Demographic Measures from Incomplete Data" Naciones Unidas, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, Nueva York, 1967. Las tablas en la primera y en la última de estas fuentes son idénticas y dan los valores de los multiplicadores para grupos quinquenales de edades, 15-19, ..., 60-64, y para grupos decenales de edad 15-24, ... 55-64. La tabla mencionada en la segunda fuente proporciona los multiplicadores para los grupos quinquenales de edad, pero agrega una fila de cocientes P_3/P_2 a la de cocientes P_2/P_1 que se da en otras dos tablas. Cuando se usan estas tablas se obtiene el valor del multiplicador directamente a partir de estos cocientes de parideces medias. Una explicación útil del polinomio que usa Brass en el cálculo de los valores de estos multiplicadores se presenta en un artículo de R.D. Retherford "The Brass Fertility Polynomial", *Asian and Pacific Census Forum*, Vol.5, No. 3, mayo 1979, págs. 15 a 19 y 22. La edad media de la fecundidad, simbolizada con \bar{m} en las tablas de multiplicadores mencionadas, es igual a $\delta + 13.2$, en ese caso los multiplicadores dados corresponden a valores de δ iguales a 11.5, 12.5, ..., 18.5. Mediante interpolación entre estos valores pueden obtenerse multiplicadores correspondientes a δ para edades de 13, 14, ..., 18, para el grupo de edad 30-34 años se obtiene: 0.982, 0.995, 1.009, 1.024, 1.039 y 1.055, que están muy próximos a los valores en la tabla de los multiplicadores del párrafo precedente,
2. J.M. Sullivan, "Models for the Estimation of the Probability of Dying Between Birth and Exact Ages of Early Childhood", *Population Studies* 26, (marzo, 1972), pp.79-97; T.J. Trussell, "A Re-estimation of the Multiplying Factors for the Brass Technique for Determining Child Survivorship Rates", *Population Studies* 29 (1975), pp. 97-107. Sullivan da ecuaciones de regresión sólo para los grupos de edades 15-19, y 25-29. Trussell los da para los grupos desde 15-19 a 45-49 años.

4. Brass ha desarrollado recientemente un nuevo procedimiento para el cálculo del número de años anteriores al censo (AAC). Véase: W. Brass "A Simple Approximation for the Time-Location of Estimates of Child Mortality from Proportions Dead by Age of Mother", (inédito), y W. Brass con E.A., Bangboye, "The Time Location of Reports of Survivorship : Estimates for Maternal and Paternal Orphanhood and Ever-Widowed", Documento de Trabajo No. 81-1, febrero 1982, Centro de Estudios de Población, Escuela de Higiene y Medicina Tropical, Londres. Los nuevos valores correspondientes a los multiplicadores de la tabla A-1 son para los grupos de edades 15-19, ... 45-49: 1.4, 3.2, 4.9, 7.3, 10.2, 12.1 y 15.4. Son más bien, mayores que los correspondientes valores en la tabla A.1 (1.3, 2.9, y así sucesivamente) con la diferencia máxima de 0.4 años (para los grupos de edades 25-29 y 30-34 años). En la práctica, esto no es una gran diferencia y estamos de acuerdo plenamente con la sugerencia de Brass en que "la búsqueda de mayor precisión no se justifica".
5. Véase, sin embargo, el trabajo reciente de Ewbank en relación a la corrección debida a los sesgos por mortalidad diferencial según orden de nacimientos. D.C. Ewbank, "The Sources of Error in Brass's Method of Estimating Child Survival: The case of Bangladesh" (por publicarse en *Population Studies*).
6. En un documento anterior se dieron ecuaciones tanto para valores de la TMI como para los AAC en el cuadro 3, ajustados por métodos ad-hoc. Véase G. Feeney, "Estimating Infant Mortality Rates, from Child Survivorship Data by Age of Mother", *Asian and Pacific Census Newsletter* 3 (noviembre 1976), pp. 12-16.
7. Además de los métodos ya mencionados, véase S. H. Preston y A. Palloni "Fine Tuning Brass-Tupe Mortality Estimates with Data in Ages Surviving Children, *Boletín de Población de las Naciones Unidas* No. 10, 1077", Naciones Unidas, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, Nueva York, 1978; A. Palloni, "A New Technique to Estimate Infant Mortality with an Application for El Salvador and Colombia", *Demography* 16 (agosto 1979), pp. 455-473; A. Palloni, "Estimating Infant and Childhood Mortality Under Conditions of Changing Mortality", *Population Studies* 34 (marzo 1980), pp. 129-142.
8. L.J. Cho y G. Feeney, "The Mortality Transition in Korea", documento presentado a la reunión anual (1976) de la Asociación Americana de Población, 29 de abril al 1° de mayo, en Montreal.
9. J. Banister' "Census Questions on Fertility and Child Mortality Problems with Questionnaire Design", *Asian and Pacific Census Forum* 6 (agosto 1979), pp. 5-8.

10. T.M. McDevitt, "Infant Mortality Estimates for Papua and New Guinea", *Asian and Pacific Forum* 8 (agosto 1981), pp. 5-12.
11. S. Thapa y R.D. Retherford, "Infant Mortality Estimates Based on the 1976 Nepal Fertility Survey", *Population Studies* 36 (1), marzo 1982, pp. 61-80.
12. Otros ejemplos y un examen útil sobre los errores los presenta A. Palloni en "A Review of Infant Mortality Trends in Selected Underdeveloped Countries: Some New Estimates", *Population Studies* 35 (marzo 1981) pp. 100-119.

* * *

Fórm. 617 - 400
Noviembre 1982
M. Chaverri M.

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA
CELADE

Edificio Naciones Unidas
Avenida Dag Hammarskjöld
Casilla 91, Santiago, CHILE

Apartado Postal 5249
San José, COSTA RICA