

D- 04901.00

EL DESARROLLO DE NUEVOS MODELOS
DE NUPTIALIDAD Y FECUNDIDAD

Ansley Coale

Serie D, N° 97
Noviembre, 1979
Santiago de Chile



I N D I C E

	<i>Página</i>
Modelos de nupcialidad	2
Patrones modelo de fecundidad	20
RESUMEN	25
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	27

Indice de cuadros y gráficos

Cuadro

1	Porcentaje de parejas que se conocieron no más de X años antes de contraer matrimonio	19
---	---------------------------------------------------------------------------------------------	----

Gráficos

1	Holanda, 1859 y Alemania, 1910: Proporciones de alguna vez casadas	3
2	Holanda, 1859 y Alemania, 1910: Proporciones de alguna vez casadas, con escala y origen ajustados	3
3	Proporción de alguna vez casadas, poblaciones seleccionadas	4
4	Proporción de alguna vez casadas, con escala y origen ajustados, poblaciones seleccionadas	4
5	Frecuencia de primeros matrimonios (primeros matrimonios por mil mujeres), por edades individuales en poblaciones seleccionadas	7
6	Frecuencia de primeros matrimonios, escala y origen ajustados en poblaciones seleccionadas	8
7	Patrón estándar de frecuencias de primeros matrimonios, basado en la experiencia de Suecia, 1865-1869	8
8	Patrón típico de riesgo de primeros matrimonios basado en la nupcialidad de Suecia, 1865-1869, y ajustado por la doble exponencial	10
9	La función residual $g(x)$	14
10	Comparación de frecuencias de primeros matrimonios con datos de Suecia y calculada a partir de la ecuación VI..	16
11	La función residual $g_m(x)$	17

<i>Gráficos</i>	<i>Páginas</i>
12 Valores de $n(a)$ (fecundidad natural), y $v(a)$ (desvío logarítmico con respecto a $n(a)$)	22
13 Tasas de fecundidad por edad de 3 poblaciones ajustadas con un modelo de fecundidad	22

De un modo informal y más bien intuitivo, este ensayo resume las investigaciones publicadas anteriormente en forma más técnica en tres revistas diferentes (Coale, 1971, Coale y McNeil, 1972; Coale y Trussell, 1974). El tema de la investigación consistió en la búsqueda de patrones de edades en las cuales las personas se casan y tienen hijos. Los resultados incluyen el desarrollo de patrones modelo de nupcialidad y fecundidad.

Si hay una ocasión propicia para hacer este resumen, justamente es ésta, como parte del volumen en honor de Louis Henry quien ha contribuido con ideas fundamentales al estudio de la nupcialidad y la fecundidad acumulada, al igual que a tantas otras ramas de la demografía. En el período 1963 a 1969 escribió cinco artículos sobre nupcialidad en *Population*, tres de los cuales dieron origen a un novedoso y esclarecedor modelo sobre la formación de la pareja (resumidos más tarde en inglés en *Theoretical Population Biology*, Henry, 1963, 1966, 1968, 1969a, 1969b, 1972). En la investigación aquí descrita, se descubrió un patrón de edad común al primer matrimonio, si no universal, bastante difundido. Este descubrimiento es independiente de la obra de Henry, pero el esquema de comportamiento, consistente en una secuencia de etapas previas al matrimonio, sugerido por nuestra investigación, también aparece en su marco teórico. Más aún, M. Henry -en correspondencia privada- contribuyó a esclarecer lo esencial y lo accidental en el esquema de comportamiento propuesto por nosotros.

Los patrones modelo de fecundidad que hemos desarrollado, se basan directamente en las ideas propuestas por Henry sobre el concepto de fecundidad natural y fecundidad controlada, y en los diferentes patrones de edades típicas de fecundidad matrimonial que él atribuyó a las poblaciones que experimentaron estas dos formas de reproducción. (Henry, 1961).

Modelos de nupcialidad

Nuestra investigación sobre nupcialidad comenzó con un examen de la proporción de personas alguna vez casadas, tabuladas por edades individuales, de poblaciones europeas de fines del siglo XIX y comienzos del XX. El gráfico 1 muestra un típico par de curvas elegidas entre las ocho que fueron comparadas. Las ocho curvas mostraron diferencias en: i) la edad a partir de la cual la función toma valores positivos; ii) la proporción de alguna vez casadas cuando las curvas se estabilizan al nivel superior; y iii) la rapidez con que crece la curva de las proporciones de alguna vez casadas. A pesar de estas diferencias, las curvas se veían topográficamente similares y pareció posible que si cada una se dibujaba eligiendo un origen, una escala vertical y una escala horizontal adecuados, todas ellas podrían resultar casi idénticas. Cada curva se traza tomando como punto de partida la edad menor a la cual la proporción visible de casadas cobra significación, con una escala vertical tal que la proporción de alguna vez casadas cuando la curva se hace horizontal sea de 1,0, y con una escala horizontal elegida de tal forma que concuerde lo mejor posible con una curva elegida como estándar. Las proporciones de alguna vez casadas, del gráfico 1, se dibujaron otra vez, de esta manera, en el gráfico 2; la identidad de forma básica de las dos curvas se hace ahora evidente. Las otras seis curvas (todas de Europa Occidental entre mediados del siglo XX y la Primera Guerra Mundial) mostraron la misma uniformidad de estructura casi en igual grado, cuando la escala y el origen se eligieron adecuadamente.

Al descubrir la similitud de estructura en las proporciones de alguna vez casadas de estas poblaciones europeas, la pregunta siguiente fue si tal similitud era el resultado de costumbres uniformes asociadas a un patrón de nupcialidad específico de la Europa del siglo XIX, o si la forma de la curva que describe proporciones de alguna vez casadas era común a muchas, si no a todas, las sociedades humanas. A continuación se trazaron ejemplos adicionales de proporciones de alguna vez casadas por edades individuales, buscando casos en registros confiables, con el detalle requerido, para poblaciones que se casan a edades muy tempranas y contrastarlas con las características de los matrimonios relativamente tardíos de las ocho poblaciones

Gráfico 1

HOLANDA, 1859 Y ALEMANIA, 1910: PROPORCIONES
DE ALGUNA VEZ CASADAS

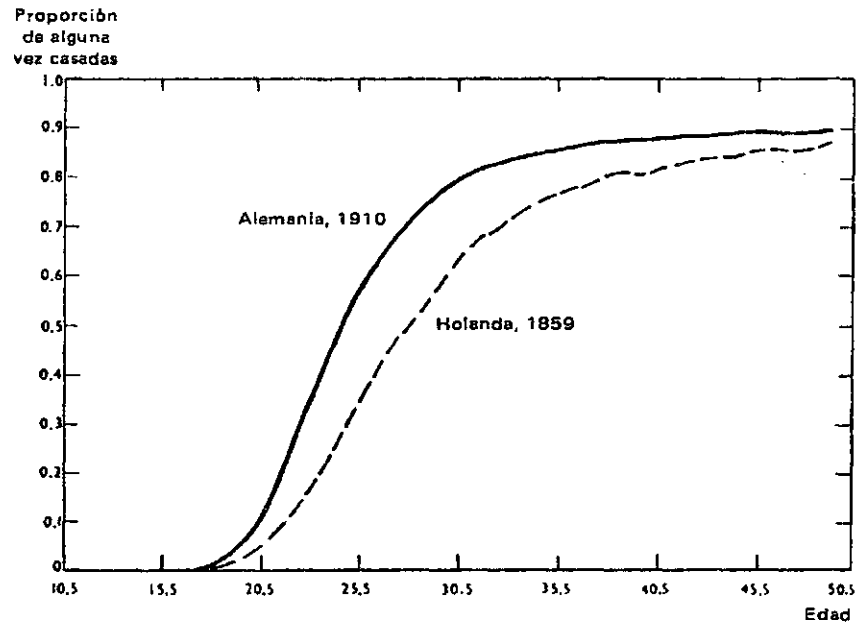


Gráfico 2

HOLANDA, 1859 Y ALEMANIA, 1910: PROPORCIONES DE ALGUNA
VEZ CASADAS, CON ESCALA Y ORIGEN AJUSTADOS

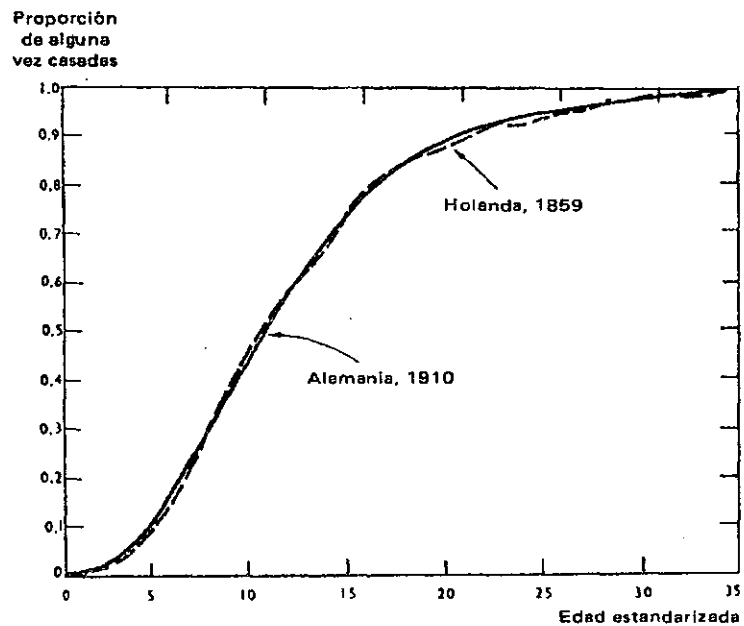


Gráfico 3

PROPORCIÓN DE ALGUNA VEZ CASADAS, POBLACIONES SELECCIONADAS

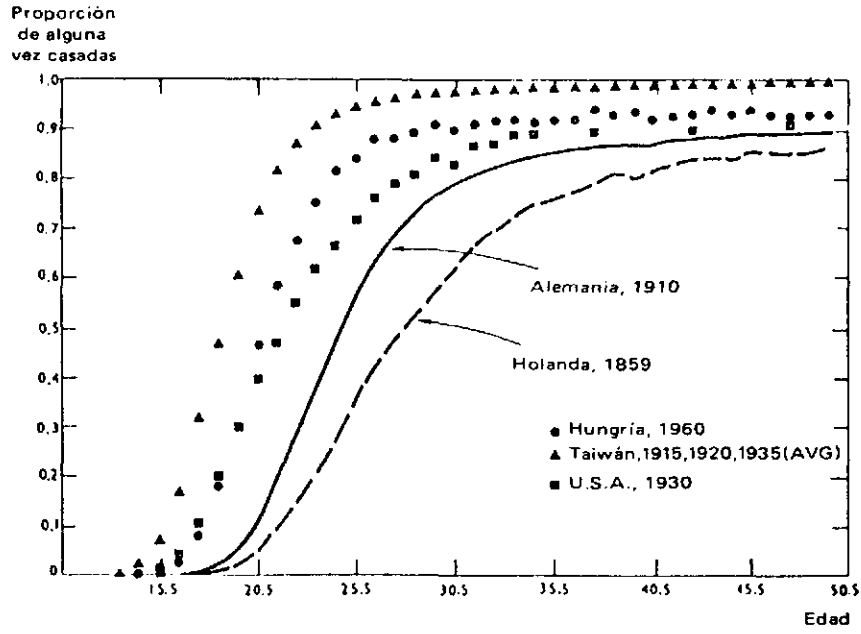
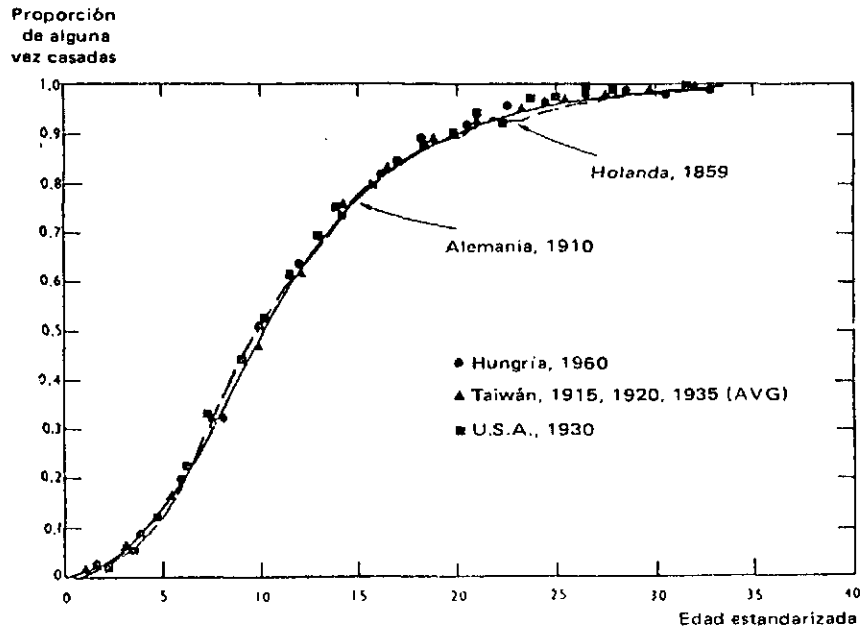


Gráfico 4

PROPORCIÓN DE ALGUNA VEZ CASADAS, CON ESCALA Y ORIGEN AJUSTADOS, POBLACIONES SELECCIONADAS



europeas. Tres de las curvas adicionales aparecen en el gráfico 3. En términos de proporciones de las que llegaron a casarse y de la edad típica al primer matrimonio, el conjunto de curvas es ahora mucho más variado que el original de ocho poblaciones europeas. Sin embargo, después de una transformación conveniente, el nuevo conjunto de curvas es prácticamente uniforme. (Véase el gráfico 4).

La similitud subyacente en la forma como crece la proporción de las alguna vez casadas en las diferentes poblaciones, implica una similitud en el patrón de las frecuencias del primer matrimonio en las distintas poblaciones: definimos como "frecuencia de primeros matrimonios" el número de primeros matrimonios en un intervalo pequeño de edades dividido por el número de años-persona vividos en ese intervalo (con prescindencia de la situación conyugal). Si se pudiera ignorar el efecto de la mortalidad diferencial según situación conyugal, y algunos ensayos prueban que en la práctica puede suceder, la proporción de alguna vez casadas a la edad a en una cohorte es simplemente la suma de las frecuencias de los primeros matrimonios para las edades inferiores a a . En consecuencia, si las diferentes cohortes muestran una estructura por edad uniforme de la proporción de alguna vez casadas, puede inferirse que las frecuencias de primeros matrimonios en las diferentes cohortes también tienen una estructura por edad uniforme. En términos matemáticos, si $g(x)$ es la proporción de mujeres que se casan por primera vez a la edad x , y $G(a)$ es la proporción de alguna vez casadas a la edad a , entonces $G(a) = \int_0^a g(x) dx$. Si $G(a)$ tiene la misma estructura (distinta sólo en cuanto a origen y a las escalas vertical y horizontal) en cohortes extraídas de diferentes poblaciones, entonces $g(x)$ también debe variar en estas cohortes sólo en cuanto a origen y escala.

Sería útil agregar unas breves palabras explicativas sobre las curvas que tienen igual estructura, pero difieren en cuanto a su origen y escala. Un ejemplo sumamente común en estadística es la frecuencia de distribución normal o Gaussiana. La curva normal es estructuralmente la misma, ya sea al describir la distribución de resultados de pruebas en una población escolar o el peso de polluelos recién nacidos. En cada caso, debe especificarse la ubicación de la curva (su media en este caso), la escala horizontal (la desviación estándar), y la escala vertical (determinada por el tamaño de la

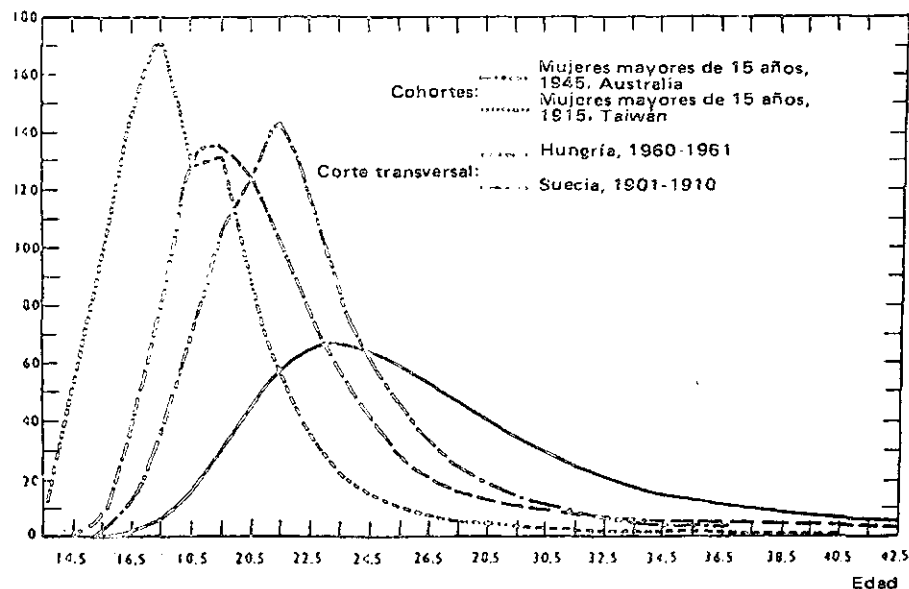
población). Hay una distribución estándar que se ajusta a una gran variedad de poblaciones diferentes, con una apropiada elección de ubicación y escala para la distribución. La similitud hipotética en la estructura por edad de la frecuencia de primeros matrimonios es análoga a la similitud de las diferentes distribuciones normales. La hipótesis implica una distribución típica de las frecuencias de casadas por primera vez, que se ajusta a una gran variedad de poblaciones diferentes, con la selección apropiada de ubicación (que en nuestra exposición se determina por el origen o edad a la cual comienzan los primeros matrimonios, más que por la media) y de las escalas horizontal y vertical. La curva típica de las frecuencias de primeros matrimonios es bastante diferente de la distribución normal, pero si la idea que se comenta es válida, comparte con la curva normal la propiedad de ajustarse a diversos conjuntos de datos con la elección de una ubicación y escala adecuadas.

Se recogió un conjunto de distribuciones que difieren mucho en la frecuencia de primeros matrimonios con el propósito de probar si, después de una transformación adecuada de escala y origen, estas distribuciones tan diferentes comparten la misma estructura básica. Los datos analizados se representan en el gráfico 5. Lo ideal sería examinar sólo datos de cohortes. La relación entre la frecuencia de primeros matrimonios y la proporción de alguna vez casadas se aplica sólo a una cohorte; la proporción de alguna vez casadas a la edad a en un año dado no conlleva necesariamente una relación con los primeros matrimonios experimentados por mujeres más jóvenes durante ese año. Sin embargo, en períodos de nupcialidad relativamente estable, las relaciones que se aplican lógicamente a una cohorte, son aproximadamente válidas para un corte transversal por edad de la población. Cada uno de los dos conjuntos de datos de cohorte en el gráfico 5 aparece distorsionado por circunstancias particulares. Hay una muesca notoria a los 18 años en la curva de primeros matrimonios de Taiwán, y la distribución por edades de los primeros matrimonios de las cohortes australianas que en 1945 tenían 15 años se han visto muy afectadas por la adición de grandes cantidades a la cohorte, como consecuencia de la migración de post-guerra de mujeres jóvenes a Australia. La muesca en la curva de Taiwán es también evidente en los primeros matrimonios de cohortes diferentes a las que se muestra; ya sea de

Gráfico 5

FRECUENCIA DE PRIMEROS MATRIMONIOS (PRIMEROS MATRIMONIOS POR MIL MUJERES), POR EDADES INDIVIDUALES EN POBLACIONES SELECCIONADAS

Primeros matrimonios
por mil mujeres



hecho o al registrar la edad de la novia,^{1/} parece ser que en cierta medida se evita los 18 años como edad para contraer matrimonio. Cualesquiera sean los defectos de la información, se ve que las curvas heterogéneas del gráfico 5 también comparten en el gráfico 6 una estructura básica similar.

Se preparó un patrón estándar de frecuencias de primeros matrimonios con el fin de proporcionar una base para estimar la estructura por edad de la nupcialidad y otras aplicaciones prácticas. El estándar escogido consistió en las frecuencias de primeros matrimonios en Suecia, 1865-1869, ajustadas muy levemente en las edades superiores para eliminar irregularidades en la secuencia de las tasas. El gráfico 7 muestra la distribución con su origen desplazado a 0, y expandida para dar una proporción de los que finalmente llegaron a casarse, igual a 1,0. La integración numérica de esta curva para su primera y segunda integrales, se han tabulado a intervalos de un décimo de año en uno de los artículos citados anteriormente (Coale, 1971).

^{1/} Una posible explicación del menor número de matrimonios a la edad de 18 años, la ha sugerido el Profesor Arthur Wolfe de la Universidad de Stanford. La mayoría de las personas que cumplieron 18 años en su último cumpleaños habría sido registrada como de 19 años por el sistema chino de cómputo de edades; pero el dígito 9 es un homónimo de "perro" en los dialectos chinos del sur que prevalecían en Taiwán, lo cual hacía de los 19 años (18 en las estadísticas tabuladas), una edad muy poco propicia para el matrimonio (Barclay *et al.*, 1976).

Gráfico 6

FRECUENCIA DE PRIMEROS MATRIMONIOS. ESCALA Y ORIGEN
AJUSTADOS EN POBLACIONES SELECCIONADAS

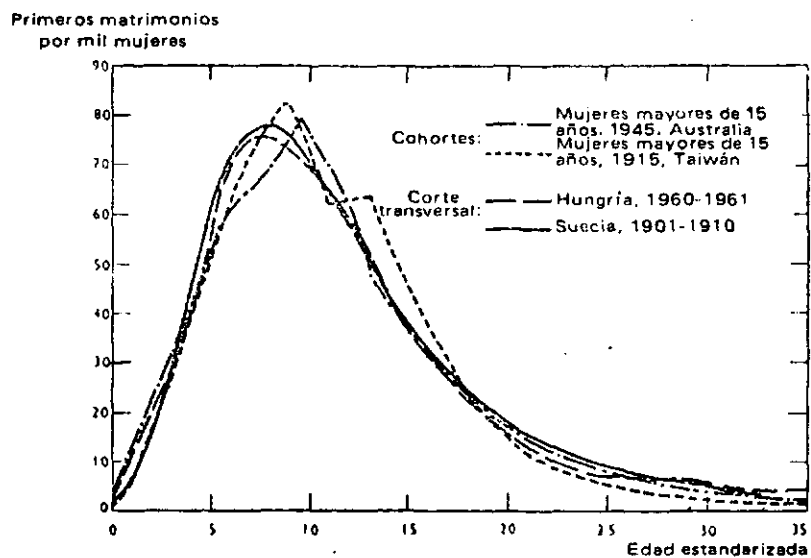
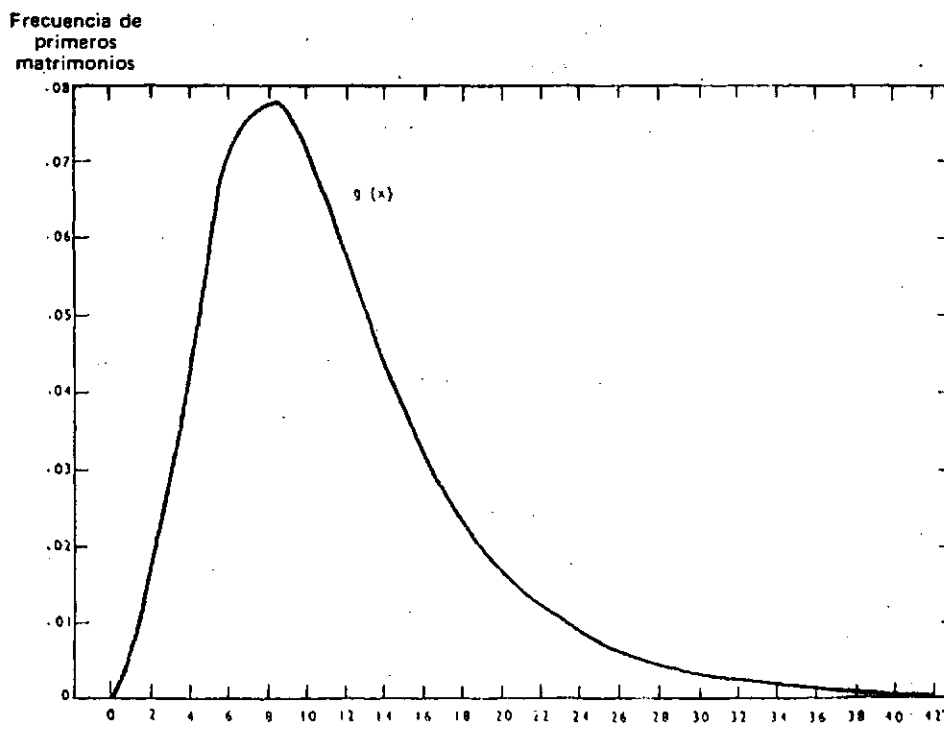


Gráfico 7

PATRON ESTANDAR DE FRECUENCIAS DE PRIMEROS MATRIMONIOS,
BASADO EN LA EXPERIENCIA DE SUECIA, 1865-1869

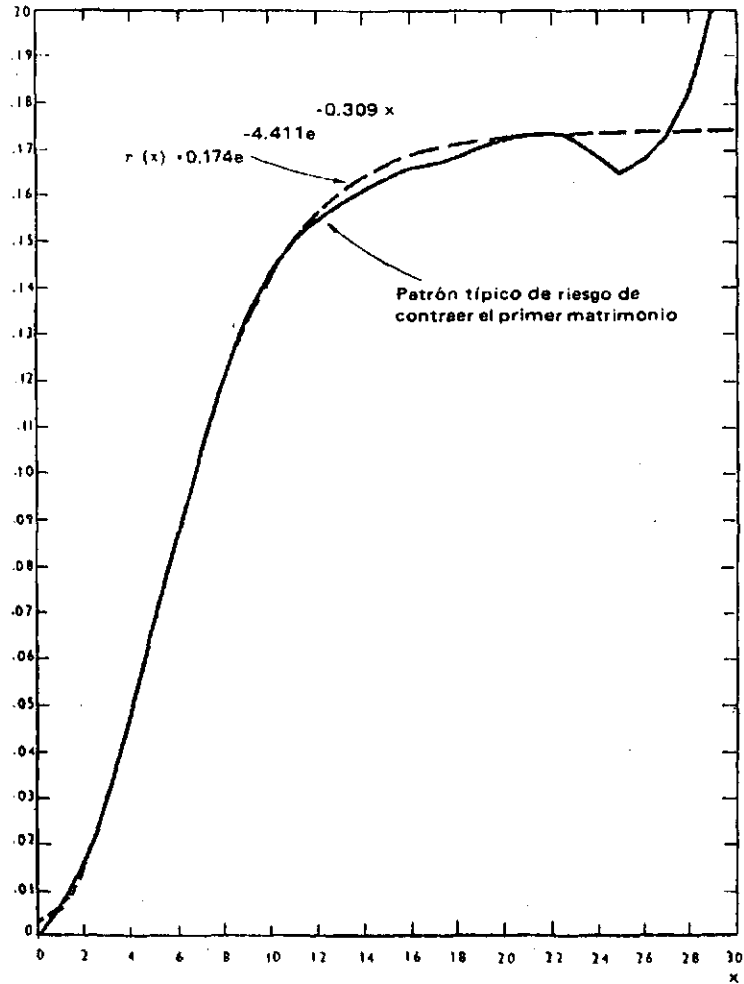


Cuando la apariencia de una función es tan regular y simple como esta curva de primeros matrimonios, la tendencia natural es la de ajustarla por medio de una expresión matemática. Al fracasar en los primeros intentos de encontrar una expresión matemática, el próximo paso fue buscar una función que se ajustara al riesgo de primer matrimonio por edad. El riesgo de contraer matrimonio es la forma usual en que se tabulan las tasas de primeros matrimonios, lo que se define como el número de primeros matrimonios en un breve intervalo de edades, dividido por el número de años-persona vividos en el intervalo por aquéllos (los solteros expuestos al riesgo de la experiencia de contraer matrimonio por primera vez). Ahora bien, la exposición al riesgo de primer matrimonio en diferentes poblaciones no puede tener una estructura similar por edad aunque la estructura de la frecuencia de primeros matrimonios sea similar, a menos que la proporción que permanece soltera al terminar el primer matrimonio sea la misma en distintas poblaciones. A modo de ilustración, un ejemplo simple: supóngase que las frecuencias de primeros matrimonios de dos poblaciones se diferencien en que en una población las frecuencias son uniformemente un 10 por ciento mayores que en la otra, y que la proporción de alguna vez casadas se aproxime a 1,0 en la población más propensa al matrimonio. La proporción limitante de alguna vez casadas en la otra población debe ser $1/1,1$ ó $0,909$. La estructura por edad de las frecuencias de primeros matrimonios es la misma en las dos poblaciones, pero a medida que la proporción de solteros de una de las poblaciones se aproxima a cero y la de la otra a $0,091$, el riesgo de matrimonio para los aún solteros en una población se convierte en un múltiplo siempre mayor del riesgo que hay en la otra. Para superar esta dificultad, "el riesgo de contraer matrimonio debe definirse excluyendo la parte de la cohorte destinada a no casarse nunca". Según la anotación introducida antes, el riesgo de matrimonio, $r(x)$, se define usualmente como $g(x) / (1-G(x))$; la definición aquí propuesta es $g(x) / (G(w)-G(x))$, siendo w la edad más alta para la cual se encuentra una frecuencia de primeros matrimonios que difiere significativamente de cero. Con esta definición modificada del riesgo de primeros matrimonios (es decir, excluyendo de la población expuesta al riesgo a aquéllos destinados a permanecer célibes), las poblaciones que se ajustan a un patrón típico de frecuencias de primeros matrimonios experimentan también

Gráfico 8

PATRÓN TÍPICO DE RIESGO DE PRIMEROS MATRIMONIOS BASADO
EN LA NUPCIALIDAD DE SUECIA, 1865-1869,
Y AJUSTADO POR LA DOBLE EXPONENCIAL

Riesgo anual
de contraer
el primer
matrimonio



un patrón típico de riesgo de primeros matrimonios. La función de riesgo, así definida, para el esquema típico basado en la nupcialidad sueca de 1865-1869 se calcula rápidamente. Después de experimentar con $\log r(x)$, y también con $\log (\log r(x))$, esta misma función se ajustó por

$$r(x) = 0,174e^{-4,411e^{-0,309x}}$$

El ajuste se muestra en el gráfico 8. Este ajuste es por cierto muy cercano hasta alrededor del undécimo año de matrimonio; el dibujante no pudo representar en forma separada los puntos desde $x=2$ hasta $x=11$. El ajuste es aún excelente hasta cerca de los 23 años contados desde el origen. En $x=11$, el 56 por ciento de la cohorte destinada a casarse alguna vez, se ha casado; en $x=22$, el 93 por ciento de la cohorte se ha casado. El ajuste se deteriora sólo cuando los valores calculados para la curva típica se vuelven erráticos debido al escaso número de primeros matrimonios registrados, reduciéndose tanto el numerador como el denominador de $r(x)$. Para valores superiores a x , la doble función exponencial de riesgo resulta más confiable que el riesgo calculado directamente a partir de observaciones; sobre todo, debido a la dependencia creciente del último de una estimación incierta de $G(w)$.

A este punto se había llegado cuando fue publicado el primero de los dos artículos que se comentan; la existencia de un patrón común de frecuencias de primeros matrimonios estaba fuertemente apoyada por la evidencia empírica, y se había encontrado una expresión matemática compacta para una definición modificada del riesgo de contraer matrimonio por primera vez.

Antes de su publicación este material se presentó a una conferencia sobre demografía matemática en Honolulu. En la presentación, expresamos disconformidad con la doble función exponencial de riesgo, en los términos de que no proporcionaba una base evidente para una comprensión intuitiva de primeros matrimonios. En otras palabras, no sugería una teoría o modelo de nupcialidad. No puede colegirse qué tipo de comportamiento individual, o qué forma de influencia social, causa el riesgo de contraer matrimonio por primera vez (dejando de lado aquéllos que nunca se casan) para seguir una doble exponencial.

Griffith Feeney, designado para comentar el trabajo, dijo que él no podía proponer una interpretación de la conducta que explique la doble función exponencial de riesgo, pero que la forma de la curva estándar de frecuencia de primeros matrimonios, por sí misma, sugería una interpretación. Él no había tenido tiempo antes de la reunión para hacer los cálculos necesarios, pero tenía la impresión visual que la curva estándar de frecuencia de primeros matrimonios sería la convolución de dos distribuciones: una distribución normal de la edad de entrada al "mercado" matrimonial y una distribución exponencial del atraso entre esa entrada y el matrimonio. En esa ocasión, encontramos que esta sugerencia era muy estimulante y que daba las bases para un modelo muy simple de primeros matrimonios, siempre que en los hechos tal convolución se ajustara a la curva estándar.

La convolución de dos distribuciones puede ser definida (como hemos aprendido desde entonces) de la siguiente manera: supongamos que hay una variable z , que es la suma de otras dos variables, x e y , y que las distribuciones de frecuencia de x e y , $f(x)$ y $g(y)$, son independientes; entonces la distribución de frecuencia de z , $h(z)$, es la convolución de las otras dos distribuciones. Consideremos la frecuencia con la cual un valor específico de z , digamos \hat{z} se da. Cada valor de x menor que \hat{z} , combinados con una y igual a $\hat{z}-x$, produce una z igual a \hat{z} . La frecuencia con la que se presenta cada valor de x es $f(x)$; la frecuencia de ocurrencia del valor requerido de y , es $g(z-x)$. Si las dos distribuciones son independientes, la frecuencia de ocurrencia de ambas x y $z-x$ es $f(x) \cdot g(z-x)$. De ahí $h(z)$, la convolución de $f(x)$ y $g(y)$, es la frecuencia de ocurrencia de todas las combinaciones de x e y que suman z , o

$$h(z) = \int_{-\infty}^z f(x) g(z-x) dx \quad (I)$$

Feeney ha sugerido una distribución normal de la edad de entrada al "mercado" matrimonial, y una distribución exponencial para el retraso entre la entrada y el matrimonio. La edad al casarse es la suma de la edad de entrada más el período de atraso y la distribución sugerida es, por lo tanto, la convolución de una curva normal y una exponencial.

Si la curva estándar de las frecuencias de primeros matrimonios es la convolución de una exponencial y otra cosa, es fácil calcular lo que esa

otra cosa es, y especialmente encontrar si se aproxima a una curva normal. Al adaptar la ecuación (I) para la convolución de dos funciones $g(a)$, la cual se supone que sea la convolución de un atraso que se distribuye exponencialmente ke^{-kd} , y la distribución de la edad de entrada al "mercado" matrimonial, $g_1(x)$, cuya forma no está determinada, encontramos

$$g(a) = k \int_0^a g_1(x) e^{-k(a-x)} dx = ke^{-ka} \int_0^a g_1(x) e^{kx} dx \quad (II)$$

si ahora calculamos $\frac{dg(a)}{da} = g'(a)$, encontramos

$$g'(a) = -kg(a) + ke^{-ka} \frac{d}{da} \int_0^a g_1(x) e^{kx} dx = -kg(a) + kg_1(a) \quad (III)$$

Por lo tanto

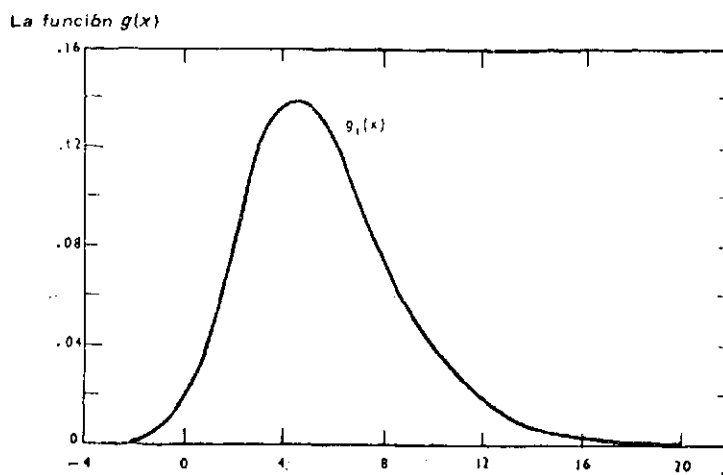
$$g_1(a) = g(a) + (1/k) g'(a) \quad (IV)$$

Si se conoce el componente exponencial de $g(a)$, resulta fácil calcular $g_1(a)$ por diferenciación numérica de $g(a)$. Es más, si la distribución de $g(a)$ que está definida por la doble exponencial de la función de riesgo,

$$r(x) = 0,174e^{-4,411e^{-0,309x}}$$

se acepta como válida, es evidente que el componente exponencial de $g(a)$ es $0,174e^{-0,174x}$ ya que el riesgo de matrimonio (excluyendo aquellos que nunca se casan) se aproxima asintóticamente a 0,174, implicando que la cola de $g(a)$ es una exponencial con un exponente de 0,174. Pero en una convolución de una distribución aproximadamente simétrica de edad de entrada y un atraso que se distribuye exponencialmente, la distribución de edad al contraer matrimonio se aproxima a la distribución exponencial misma después que la entrada al "mercado" se ha completado en su mayor parte. El cálculo de $g_1(a)$ es el siguiente: una forma de $g(a)$ con una escala tal que $G(w) = 1,0$ se calcule numéricamente a partir de la doble exponencial de riesgo. Con $G(w) = 1,0$, $r(a) = g(a)/(1-G(a))$, y $1-G(a)$, que es la proporción de solteros a la edad a equivalga $e^{-\int_0^a r(x) dx}$. Resulta que $g(a) = r(a)e^{-\int_0^a r(x) dx}$. La integración numérica de $r(a)$ en pequeños intervalos (0,01 año) nos da valores de $g(a)$ a los que puede aplicarse fácilmente diferenciación numérica. Luego $g_1(a)$ se calcula a partir de la ecuación (IV). La función obtenida mediante estos pasos aparece en el gráfico 9.

Gráfico 9

LA FUNCION RESIDUAL $g(x)$ 

Sintetizando: el supuesto de que $g(a)$ es la convolución de algún tipo de distribución de edad de entrada al "mercado" matrimonial y una distribución exponencial de permanencia en el mercado permite a) establecer el exponente (0,174) para la distribución de frecuencia estándar de primeros matrimonios; y b) calcular la distribución por edades de entrada al "mercado" matrimonial. Estos cálculos dan $g_1(a)$ representados en el gráfico 9. Pero la curva en el gráfico 9 no es obviamente una distribución normal; no es tan simétrica como $g(a)$, pero aun así, sube en forma más empinada que cuando baja. A estas alturas el problema de encontrar una teoría que explicara la estructura ($g(a)$) de frecuencia de primeros matrimonios ha sido reemplazado por el problema de encontrar una teoría que explique la estructura ($g_1(a)$), de entrada al "mercado" matrimonial.

Durante algunos días nos enfrascamos en una infructuosa búsqueda de una expresión matemática que proporcionara un buen ajuste de $g_1(a)$, recordando después que era la función de riesgo $r(a)$ y no $g(a)$ la que se había ajustado antes. De este modo, calculamos $r_1(a) = g_1(a) / (1 - \int_0^a g_1(x) dx)$, y encontramos que ajustaba muy bien con $(0,174 + 0,309)e^{-4,411e^{-0,309a}}$ que es la función de riesgo con la misma fórmula de $r(a)$, excepto que la constante

ha sido aumentada a 0,309. Por analogía obvia, $g_1(a)$ es la convolución de una distribución exponencial (con exponente $0,174 + 0,309$) y una distribución, $g_2(a)$ de edad de entrada a una etapa previa. La función de riesgo de $g_2(a)$, $r_2(a)$ se ajustó muy bien con $(0,174 + 2(0,309))e^{-4,411e^{-0,309a}}$. Cálculos posteriores mostraron que había una progresión indefinida de las funciones de riesgo, cuya constante aumentaba en una progresión aritmética implícita en la función de riesgo de doble exponencial a $r(a)$, lo que implicaba posiblemente que $g(a)$ es la convolución de una secuencia infinita de distribuciones exponenciales, con exponentes que siguen series aritméticas.

Donald McNeil planteó inmediatamente la interrogante: ¿puede calcularse una distribución de frecuencias que es cerrada como una convolución infinita de distribuciones exponenciales? y encontró rápidamente una respuesta afirmativa a saber,

$$\bar{g}(a) = Ke^{-\alpha(x-\mu)} - e^{-\lambda(x-\mu)} \quad (V)$$

Los coeficientes en la secuencia de distribuciones exponenciales en la convolución infinita son $\alpha, \alpha + \lambda, \alpha + 2\lambda, \dots$; K es una constante determinada por α y λ , y μ una constante que depende de α, λ , y la edad media al primer matrimonio. Para obtener ciertamente un buen ajuste (véase el gráfico 10) con la estructura estándar de las frecuencias de primeros matrimonios (Suecia 1865-1869), los valores sustituidos en (V) son

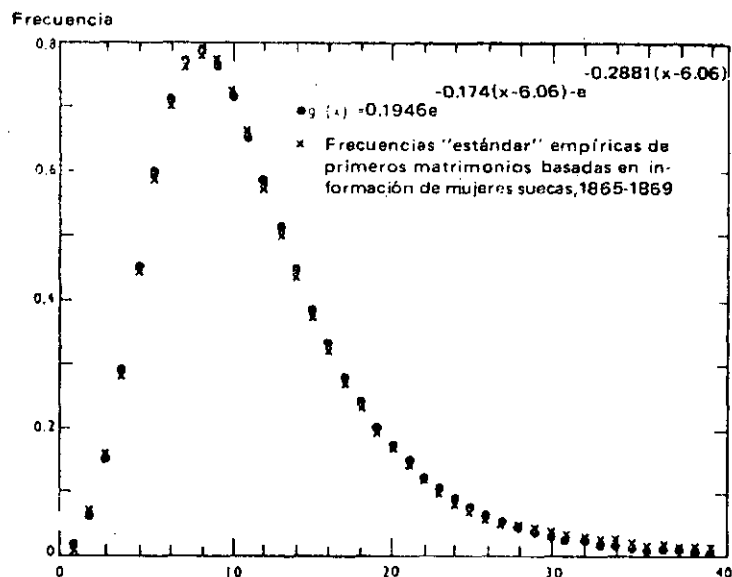
$$g(a) = 0,1946e^{-0,174(x-6,06)} - e^{-0,2881(x-6,06)} \quad (VI)$$

Estas ecuaciones proporcionan una forma simple y cerrada de expresión para $g(a)$, una mejora conveniente sobre la doble función exponencial de riesgo, encontrada antes, que también daba un buen ajuste aproximado. Sin embargo, considerar el primer matrimonio como una secuencia infinita de etapas con probabilidades de pasar de una a otra que forman una serie aritmética no es un avance significativo como medio de visualizar la base de comportamiento de la distribución de frecuencias de primeros matrimonios.

En consideraciones posteriores, sin embargo, resultó evidente que la convolución de una secuencia infinita de exponenciales puede interpretarse como la convolución de un número finito de funciones exponenciales distribuidas -digamos las dos o tres con los coeficientes menores de la serie

Gráfico 10

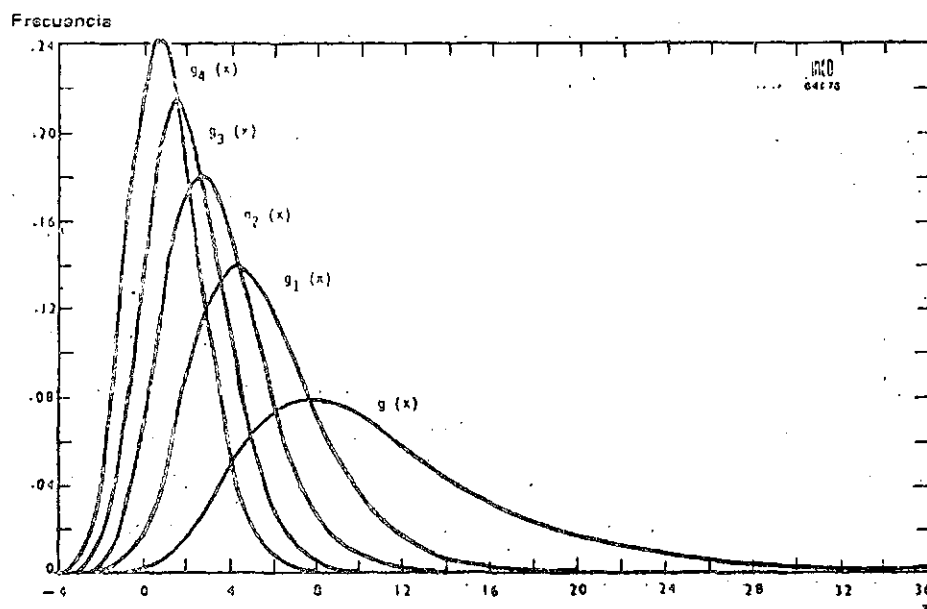
COMPARACION DE FRECUENCIAS DE PRIMEROS
MATRIMONIOS CON DATOS DE SUECIA
Y CALCULADA A PARTIR DE LA ECUACION VI



aritmética- y una función residual aislada (la convolución de un número in finito de componentes exponenciales restantes). Definimos $g_n(a)$ como la convolución de todas las n distribuciones exponenciales menos la primera. Es la distribución residual después de destacar las n primeras exponenciales. El gráfico 11 muestra $g(a)$, $g_1(a)$, ..., $g_4(a)$. Nótese que mientras n crece, $g_n(a)$ se angosta y se hace más simétrica. De hecho, visualmente, $g_4(a)$ puede ser confundida con una distribución normal. McNeil se dio a la tarea (con éxito) de probar que a medida que n aumenta, $g_n(a)$ se aproxima a una distribución normal.

El próximo paso en la interpretación fue reconocer que la convolución de las dos o tres primeras distribuciones exponenciales y una distribución normal con una varianza igual a la varianza de $g_2(a)$ (o $g_3(a)$, según sea el caso)

Gráfico 11

LA FUNCION RESIDUAL $g_m(x)$ 

en realidad difieren muy poco de $g(a)$ calculada como la convolución de una secuencia infinita. Ahora finalmente habíamos llegado a una formulación matemática consistente con un patrón de comportamiento plausible. El primer matrimonio consiste en alcanzar una edad para el estado marital (una edad con una distribución que es aproximadamente normal), seguida de un proceso que pasa por dos o tres etapas, siendo la probabilidad de pasar al siguiente estado aproximadamente constante dentro de cada etapa. En una sociedad occidental convertirse en "casadero" puede ser equiparado a "salir" regularmente; el término de la primera etapa podría quedar determinado por el encuentro de quien va a ser finalmente el esposo; la segunda etapa terminaría con el compromiso y la tercera con el matrimonio.

Estábamos ansiosos de encontrar información empírica que pudiera probar la existencia de tales etapas antecedentes al matrimonio. Etienne van

de Walle sugirió examinar *Le Choix du Conjoint* de Alain Girard (1964) y ahí encontramos dos tabulaciones pertinentes de respuestas que habían sido obtenidas en una encuesta por muestreo de parejas casadas en Francia, efectuada en 1959. Una tabulación era de la edad de cada esposo al contraer matrimonio; la otra, una tabulación de cuánto tiempo antes del matrimonio la pareja se había conocido y frecuentado.

A partir de las respuestas sobre edad al contraer matrimonio, construimos una distribución de frecuencia de primeros matrimonios. De la información, extrajimos un aspecto saliente de esta distribución -la dispersión en torno a la media de la frecuencia de primeros matrimonios en la población francesa en relación con la dispersión de la curva estándar sueca. Se supuso que la distribución de frecuencias de primeros matrimonios se aproximaría satisfactoriamente a la forma estándar, con una elección adecuada de origen y escala. El único parámetro de importancia resultó ser la escala horizontal, cuya relación con la escala estándar se supuso era la relación de las desviaciones estándar de las dos distribuciones. Una aproximación de la distribución estándar puede obtenerse por la convolución de las tres distribuciones exponenciales con los exponentes menores y una distribución normal asignada a la varianza de $g_3(a)$. Se consideró que la distribución francesa era la convolución de cuatro elementos similares con la escala horizontal de cada componente reducido por un factor igual a la relación de las desviaciones estándar. Finalmente, se supuso que la demora mayor (exponente más pequeño) era aquella entre el momento en que uno está en condición de casarse (casadero) y el encontrar el esposo definitivo; por lo tanto, se predijo que el intervalo entre el encuentro y matrimonio sería la convolución de las dos exponenciales, cuyos exponentes igual a $\alpha + \lambda$ y $\alpha + 2\lambda$, donde α y λ son los términos de la ecuación V, pero ajustados a la escala francesa. En la distribución estándar α es 0,174 y λ es 0,288; de ahí que los exponentes de la segunda y tercera exponenciales son 0,462 y 0,750. La relación de las desviaciones estándar de las dos distribuciones es 0,7; de ahí que la distribución del intervalo entre el encuentro y el matrimonio, para la encuesta francesa debiera ser la convolución de dos exponenciales con exponentes de $(0,462)/(0,7)$ y $(0,750)/(0,7)$. Nótese que esta predicción es hecha independientemente de las respuestas de las parejas francesas en lo concerniente a cuánto tiempo se habían conocido antes de contraer matrimonio.

En el cuadro 1, se ha comparado la distribución estimada de los intervalos entre encuentro y matrimonio con la distribución de las respuestas registradas. Otros puntos de la distribución no pueden ser comparados pues no se cuenta con detalles adicionales en el informe de la encuesta francesa. La concordancia es bastante cercana en todos los puntos, excepto el último; las parejas francesas declararon cerca del doble de casos de intervalos de más de seis años que los calculados. Sin embargo, esta categoría incluye la respuesta "nos hemos conocido siempre", y puede incluir parejas que empezaron a frecuentarse menos de seis años antes del matrimonio.

Cuadro 1
PORCENTAJE DE PAREJAS QUE SE CONOCIERON NO MAS
DE X AÑOS ANTES DE CONTRAER MATRIMONIO

x	Porcentaje observado	Porcentaje calculado
0,5	6	6,7
1,0	21	20,4
2,0	50	49,4
3,0	69	70,6
6,0	90	95,3

Hasta este momento, la secuencia de la investigación había sido muy grata: descubrimiento de una regularidad empírica en datos aparentemente dispares sobre nupcialidad, búsqueda de una expresión matemática para la función regular, una expresión consistente con un modelo sensible de comportamiento de primeros matrimoniales, y descubrimiento que la convolución de una curva normal de entrada al estado de nupcialidad y dos o tres demoras que se distribuyen exponencialmente, con exponentes que forman una serie aritmética, se ajustaban muy bien a un patrón corriente de edad al casarse, y podrían también ser traducidas en etapas previas al matrimonio susceptibles de identificación. Si el modelo es apropiado y las dos últimas etapas -la de encontrar a quién va a ser finalmente su esposo y el compromiso, y la etapa entre el compromiso y el matrimonio- se identifican correctamente como

las demoras que por su extensión siguen a la más larga, entonces la distribución del intervalo entre el conocerse y el matrimonio debería ser la convolución de dos distribuciones exponenciales con exponentes predecibles. Cuando hubo información disponible, la predicción resultó.

Al pensar en forma más detenida y examinar más evidencias empíricas, quedó en claro que este modelo -ser elegible para el matrimonio a una edad que se distribuye normalmente y pasar luego al matrimonio a través de etapas sucesivas cuyos riesgos forman una secuencia aritmética- no es ni completo ni exacto. En primer lugar, como anotara Louis Henry en la correspondencia a la cual nos refiriéramos antes, los exponentes que forman una secuencia aritmética no son intrínsecamente plausibles. Generalmente puede haber etapas dominantes que preceden al matrimonio, pero sólo un místico o un numerólogo esperaría que los probabilidades de pasar de una a otra se ajustaran a una secuencia aritmética.

Investigaciones adicionales sobre la regularidad en la distribución de primeros matrimonios, y basadas en esa regularidad, han servido para demostrar que la realidad es más compleja que el simple modelo que McNeil y nosotros construyéramos. El ajuste satisfactorio que se da en la encuesta francesa de la distribución estimada de intervalos entre el encuentro y el matrimonio fue por lo menos parcialmente fortuito y puede no repetirse en otras encuestas. Sin embargo, la uniformidad aproximada subyacente del patrón de frecuencia de primeros matrimonios ha sido ampliamente confirmada como para negarla, y la convolución es por lo menos un paso adelante tanto en la explicación de la uniformidad como de la estructura del patrón.

Patrones modelo de fecundidad

Durante el desarrollo inicial de un modelo de nupcialidad por edad, se constató que tal modelo, combinado con una variabilidad limitada en la estructura por edad de la fecundidad matrimonial, determinaría los límites de variación de tasas de fecundidad con la edad. La idea básica, propuesta primero en 1971 y luego desarrollada en forma más extensa con Trusell, es la siguiente: la tasa de fecundidad a cada edad ($f(a)$) es el producto de la proporción de cohabitación ($G(a)$) y la fecundidad de aquellos que cohabitan ($r(a)$).

En una población hipotética en la cual toda la cohabitación fértil ocurre dentro del matrimonio, y en la cual tampoco hay disolución matrimonial, o en la cual viudas o divorciadas vuelven a casarse inmediatamente, $G(a)$ es la proporción de alguna vez casadas, y $r(a)$ es la fecundidad matrimonial. Hemos observado que $G(a)$ sigue un patrón estándar, que se diferencia solamente en la ubicación (edad al comenzar el primer matrimonio) y el empinamiento (ritmo con el cual se alcanza la proporción final de las alguna vez casadas). De los conceptos básicos introducidos por Henry (Henry, 1961), se sigue que la variación en la estructura de $r(a)$ resulta también rígidamente limitada. Henry presentó un modelo de tasas típicas (20 a 50 intervalos quinquenales) de alumbramientos de mujeres casadas que no practicaban control de natalidad, y otro modelo para mujeres que lo usaban ampliamente. El modelo de fecundidad natural declina a una tasa que se acelera levemente hasta la edad de 35, después de la cual desciende en forma notoria hasta un valor muy bajo para las edades 45-49. La curva que se grafica es cóncava hacia abajo. El modelo de fecundidad matrimonial controlada (mujeres inglesas casadas alrededor de 1920) cae ostensiblemente desde los 20-24 años hasta los 25-29 y luego a los 30-34; la curva es cóncava hacia arriba.

Debido a que la fecundidad natural es similar en estructura de edad en las diferentes poblaciones y también a causa de que el control origina un patrón típico de desvío de la fecundidad natural, la forma de $r(a)$ depende fundamentalmente de la medida en que el patrón de la fecundidad matrimonial se aparta de la natural o no controlada. De esta forma, nuestro modelo de fecundidad humana es el producto de dos conjuntos constitutivos a su vez de patrones modelo. Uno, un conjunto de patrones que se aproximan a la proporción de cohabitación; el otro, una aproximación a la tasa de fecundidad de cohabitantes. Nuestros patrones modelo de fecundidad están basados en el supuesto de que el control causa siempre una reducción proporcionada de la fecundidad por debajo del patrón de fecundidad natural según un modelo fijo por edad. Específicamente, el supuesto es que

$$r(a) = M n(a) e^{mw(a)} \quad (\text{VII})$$

donde $n(a)$ es un modelo de fecundidad matrimonial natural, M es un factor de

Gráfico 12

VALORES DE $n(a)$ (FECUNDIDAD NATURAL), Y $v(a)$ (DESVMO LOGARITMICO CON RESPECTO A $n(a)$)

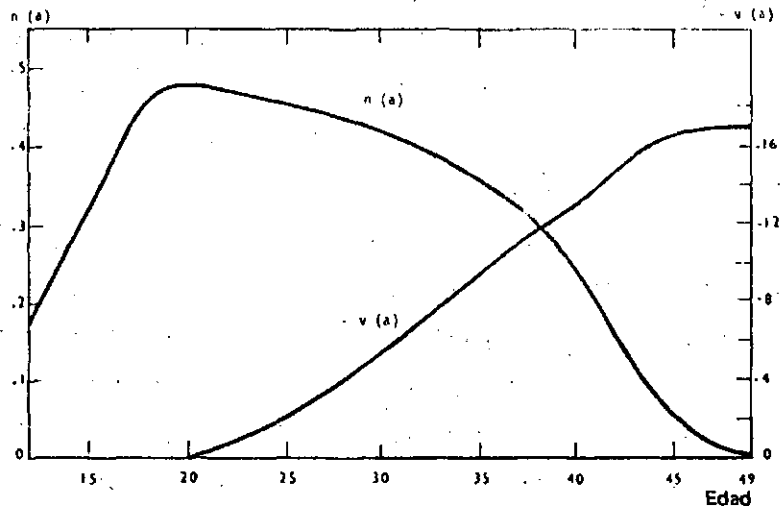
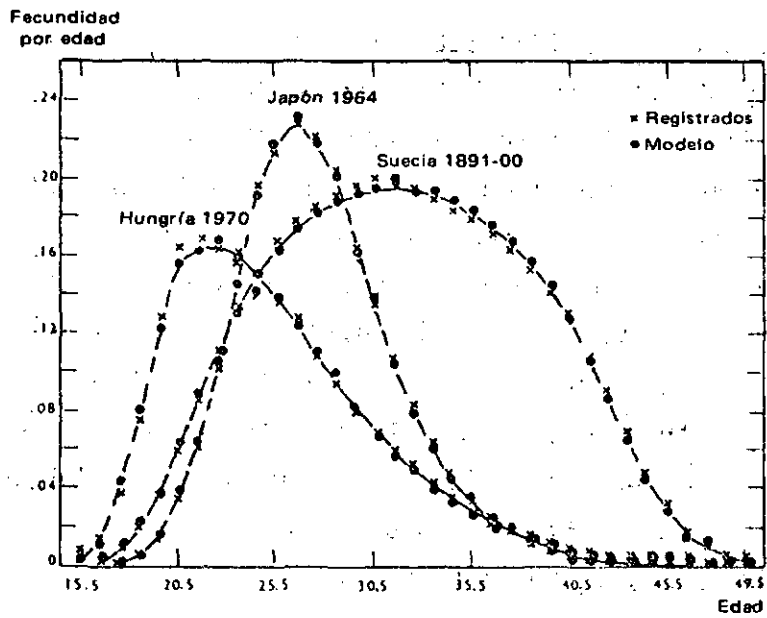


Gráfico 13

TASAS DE FECUNDIDAD POR EDAD DE 3 POBLACIONES AJUSTADAS CON UN MODELO DE FECUNDIDAD



escala que expresa el nivel de la fecundidad matrimonial alrededor de los 20 años en términos de la fecundidad natural, $v(a)$ expresa el patrón típico de reducción de la fecundidad a la edad a por debajo del nivel natural y m es el grado en que el control afecta el patrón de fecundidad matrimonial de la población en cuestión. $n(a)$ y $v(a)$ han sido empíricamente calculadas, $n(a)$ se basó en un promedio de 10 patrones del artículo original de Henry, y $v(a)$ se obtuvo a partir de un promedio de las desviaciones con respecto a la fecundidad natural de 43 patrones de fecundidad matrimonial registrados en poblaciones que obviamente practicaban el control de la natalidad (véase el gráfico 12). Hemos calculado varios cientos de modelos de fecundidad combinando un intervalo de nupcialidad con una edad promedio al primer matrimonio que se extiende desde los 15,5 años hasta bien pasados los 30, y un grado de control que se extiende desde cero (fecundidad natural) hasta un valor que genera un descenso más pronunciado con la edad que cualquier otro alguna vez registrado.

Por interpolación es posible elegir patrones modelo de fecundidad que concuerden con otros patrones correspondientes a parámetros provenientes de registros confiables (por ejemplo, la media, varianza y grado de empinamiento de los 15-19 años a los 20-24). En todas las pruebas hasta la fecha el ajuste resulta extraordinariamente cercano. En el gráfico 13 puede apreciarse cuán bien se ajustan los patrones modelo con la fecundidad de poblaciones que representan extremos en experiencias registradas, edades medias máximas y mínimas y varianza mínima.

Los patrones modelo se ven como buenas aproximaciones a la experiencia real aun cuando incorporan supuestos contrarios a los hechos; por ejemplo, la disolución matrimonial y la fecundidad extra-matrimonial se ignoran. Los modelos resultan porque el patrón de edad de entrada a una convivencia fructífera en una población con un grado sustancial de relaciones extra-matrimoniales, aparentemente se parece a la distribución por edad al casarse de una población que se casa un poco más temprano que la población bajo examen; y porque la diferencia entre la proporción de los alguna vez casados y los aún casados aumenta con la edad de forma tal que reduce la fecundidad tanto como lo haría un pequeño aumento en el grado de control de la

fecundidad matrimonial. La porción creciente del modelo de fecundidad está determinada por la forma en que la cohabitación aumenta con la edad, y este aumento se aproxima bastante bien a $G(a)$ convenientemente elegida de una tabla de nupcialidad. La porción descendente del patrón de fecundidad está determinada por una combinación de la disminución de la proporción de cohabitación y por la medida en que el control afecta a la fecundidad natural. También este descenso se aproxima bastante a una elección conveniente de m .

El patrón de fecundidad subyacente a estos modelos no es ni más completo ni más exacto que el modelo de nupcialidad. Hilary Page (Page, aún no publicado) ha descubierto que cuando se practica el control de natalidad, la fecundidad matrimonial desciende por un tiempo en todas las edades con una uniformidad notoria (de ahí que el patrón de edades de la fecundidad matrimonial en cada período resulte también notoriamente uniforme). Este hallazgo muestra el fundamento para que una $v(a)$ sea similar entre dos poblaciones; la fecundidad controlada cae más abajo que la natural a los 35-39 años que a los 30-34, porque a una edad más vieja hay más mujeres con matrimonios largos. Este descubrimiento significa que el patrón de $v(a)$ debería ser levemente distinto en poblaciones que tienen una marcada diferencia en la edad media de los primeros matrimonios. A pesar de las limitaciones que ya son evidentes en las tablas modelo de fecundidad y nupcialidad, y a pesar de que es necesaria una aclaración y refinamiento, los dos conjuntos modelo resultan útiles para fines de estimación y análisis.

RESUMEN

El primer problema que se presentó fue el de encontrar una expresión matemática para la función de frecuencia de la edad al primer matrimonio, problema que sugiere al mismo tiempo una teoría del matrimonio.

Se tomaron como base las funciones de distribución acumuladas observadas y se constató que al hacer un desplazamiento horizontal y un cambio de las escalas, estas distribuciones eran todas comparables: véase los gráficos 1 y 2 y después 3 y 4. Esta observación es también válida para las funciones de frecuencia: gráficos 5 y 6. Se ha seleccionado, por lo tanto, una distribución tipo como punto de partida: se trata de la distribución de los primeros matrimonios según la edad de la mujer, ocurridos en Suecia, desde 1865 hasta 1869 (gráfico 7).

Si se excluyen las mujeres que no se casaron nunca, el riesgo de casarse a la edad x , $r(x)$ puede ser ajustado mediante una exponencial doble (gráfico 8). En este caso, la función de frecuencia $g(x)$ puede ser considerada como una circunvolución (véase la definición en el texto, fórmula I) de una distribución de la edad de ingreso al mercado matrimonial $g_1(x)$ y de un tiempo de espera distribuido exponencialmente. La función $g_1(x)$ fue calculada numéricamente y está representada en el gráfico 9. Desgraciadamente, nos es más simple que la función $g(x)$. Por lo tanto, se ha considerado a dicha función como la circunvolución de un número infinito de distribuciones exponenciales, cuyos coeficientes forman una progresión aritmética: α , $\alpha + \lambda$, $\alpha + 2\lambda$, etc. La expresión analítica de $g(x)$ está dada por la fórmula V y el caso de Suecia por la fórmula VI (gráfico 10).

Si se designa por $g_n(x)$ la circunvolución obtenida excluyendo las n primeras exponenciales, se constata que g_n tiende rápidamente hacia una distribución normal (de Gauss), (gráfico 11). Por lo tanto, se podría admitir que

la distribución por edad al primer matrimonio, resulta de la entrada en el grupo de los candidatos (a una edad que puede representarse mediante una curva normal) y enseguida, del paso a través de dos o tres estados sucesivos, en los cuales la duración de la estadía puede distribuirse exponencialmente (con una probabilidad de salida constante).

Se realizó un ensayo de ajuste con los datos de una encuesta de A. Girard: se comparó, en el cuadro 1, la distribución de la duración del noviazgo tal como resulta de los datos de la encuesta y tal como resulta del modelo limitado a la segunda y tercera exponenciales.

En los modelos de fecundidad, la proporción de parejas ya formadas a una edad dada $G(a)$ es multiplicada por la fecundidad legítima $r(a)$ para obtener las tasas de fecundidad general a dicha edad, $f(a)$. La forma de la función $r(a)$ depende fundamentalmente del grado de regulación voluntaria de la fecundidad. En la fórmula VII, $r(a)$ se expresa en función de $n(a)$, fecundidad natural de referencia, de $v(a)$ una función tipo de reducción de la fecundidad como consecuencia de la regulación voluntaria y de dos parámetros M y m : siendo M el nivel relativo de la fecundidad a los 20 años y m la intensidad de la regulación.

La forma de las funciones $n(a)$ y $v(a)$ se representa en el gráfico 12. El gráfico 13 da los ejemplos de ajuste para $f(a)$.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Coale, Ansley J., 1971, "Age Patterns of Marriage" en *Population Studies*, Vol. 25, N° 2.
- _____, y McNeil, Donald R., 1972, "The Distribution by Age of the Frequency of First Marriage in a Female Cohort, en *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 67, N° 340.
- _____, y Trussel, James T., 1974, "Model Fertility Schedules: Variations in the Age Structure of Childbearing in Human Populations", en *Population Index*, Vol. 40, N° 2.
- Henry, Louis, 1961, "Some Data on Natural Fertility", en *Eugenics Quarterly*, Vol. 8, N° 2.
- _____, 1963, "Approximations et Erreurs dans les Tables de Nuptialité de Générations", en *Population*, Vol. 18, N° 4, pp. 737-767.
- _____, 1966, "Perturbations de la Nuptialité Résultant de la Guerre 1914-1918", en *Population*, Vol. 21, N° 2, pp. 273-332.
- _____, 1968, "Problèmes de la Nuptialité. Considérations de Methode", en *Population*, Vol. 23, N° 5, pp. 835-844.
- _____, 1969a, "Schémas de Nuptialité: Déséquilibre des Sexes et Célibat", en *Population*, Vol. 24, N° 3, pp. 457-486.
- _____, 1969b, "Schémas de Nuptialité: Déséquilibre des Sexes et Age au Mariage", en *Population*, Vol. 24, N° 6, pp. 1067-1122.
- _____, 1972, "Nuptiality" en *Theoretical Population Biology*, Vol. 3, N° 2, pp. 135-152.
- Girard, Alain, 1964, "Le Choix du Conjoint". INED-PUF, Cahier *Travaux et Documents*, N° 44.

