

**SEMINARIO SOBRE METODOS PARA MEDIR VARIABLES
DEMOGRAFICAS (FECUNDIDAD Y MORTALIDAD)**

**16-24 de setiembre de 1971
San José, Costa Rica**

**CENTRO LATINOAMERICANO
DE DEMOGRAFIA - CELADE**

SERIE DS. NO. 9

**SAN JOSE, COSTA RICA
1973**

**WILLIAM
BRASS**

**Resumen y
Traducción**

**JORGE L.
SOMOZA**

Las opiniones y datos que figuran en este trabajo son responsabilidad del autor, sin que el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) sea necesariamente partícipe de ellos

**SEMINARIO SOBRE METODOS PARA MEDIR VARIABLES
DEMOGRAFICAS (FECUNDIDAD Y MORTALIDAD)**

16-24 de setiembre de 1971
San José, Costa Rica

**WILLIAM
BRASS**

Resumen y
Traducción

**JORGE L.
SOMOZA**

SERIE DS. NO. 9

**SAN JOSE, COSTA RICA
1973**



INDICE

	Página
PRESENTACION.....	VII
SESIONES	
I 1. Introducción.....	1
2. Principios generales.....	2
3. Estimaciones de la fecundidad.....	8
II 1. Polinomio para describir la fecundidad.....	15
2. Uso de la información sobre orden de nacimientos.....	20
III 1. Comentarios sobre el documento "The Analysis of Maternity Histories to Detect Changes in Fertility".....	31
IV 1. Estimaciones de la mortalidad.....	47
2. Hijos tenidos e hijos sobrevivientes.....	47
3. Orfandad de madre.....	55
V 1. Tablas para estimar la mortalidad a partir de la información de orfandad de madre.....	63
2. Orfandad de padre.....	75
3. El sistema logito.....	78
VI 1. Fundamentos y propiedades del sistema logito.....	85
2. Uso del sistema logito.....	91
VII 1. Estimación de la mortalidad con información de dos censos sucesivos.....	105
2. Utilización de las poblaciones cuasi-estables.....	117
VIII 1. Modelos de mortalidad basados en el sistema logito.....	127
2. Algunas aplicaciones de los métodos de Brass a datos de América Latina.....	130
3. Comentarios finales.....	141
Bibliografía de referencia.....	145

INDICE DE CUADROS

Cuadro	Página
1. Valores del coeficiente k para estimar el valor medio, para grupos de edad de cinco años, de la fecundidad acumulada (F_i) de acuerdo con la fórmula.....	18
2. Valores del coeficiente k para estimar el valor medio, para grupos de edad de cinco años, de la fecundidad acumulada (F_i) de acuerdo con la fórmula.....	19
3. Multiplicadores para la interpolación de tasas acumuladas de fecundidad de primeros nacimientos.....	23
4. Distribución del total de nacidos vivos de diferentes cohortes de mujeres, por períodos de tiempo.....	36
5. Distribución de primeros nacimientos de cohortes de mujeres, por períodos de tiempo.....	38
6. Totales y primeros nacimientos acumulados, por mil mujeres, por períodos quinquenales anteriores a la encuesta.....	40
7. Totales y primeros nacimientos acumulados ajustados, por mil mujeres, por períodos quinquenales anteriores a la encuesta.	44
8. Factores de multiplicación para estimar la proporción de hijos nacidos vivos que mueren en la edad a , $q(a)$, según la proporción fallecida entre los hijos nacidos vivos a las mujeres de 15-20, 20-25, etc.	53
9. Tabla para convertir las proporciones de niños con madres todavía vivas, en probabilidades de sobrevivencia de una tabla de vida.....	65
10. Conversión de la proporción de niños con madres todavía vivas en probabilidades de sobrevivencia de una tabla de vida.....	67
11. Tabla de conversión de la proporción de niños con madres todavía vivas, en probabilidades de sobrevivencia de una tabla de vida (adicional).....	71
12. Factores multiplicadores w para convertir proporciones de madres vivas en probabilidades de sobrevivencia desde la edad 25.....	73
13. Cuadro simplificado para aplicaciones en poblaciones cuasi-estables.....	125

Cuadro		Página
14.	Censo Experimental de Costa Rica (Cantón Grecia). Porcentaje de hijos con madre viva. Año 1968.....	131
15.	Censo Experimental de Costa Rica. Cálculo de la edad media de las madres (m). Año 1968.....	132
16.	Derivación de las probabilidades de supervivencia $l(B+N) / l(B)$	132
17.	Análisis comparativo de las relaciones de supervivencia obtenidas por el método de Brass.....	133
18.	Comparación de los valores de l_x	133
19.	Cálculos con la nueva tabla (cuadro 10).....	134
20.	Brasil, 1950: Aplicación del método de Brass para calcular las probabilidades de muerte hasta la edad a [$q(a)$, $a = 1, 2, 3, 5, 10, \dots, 30$], a partir de las preguntas sobre hijos nacidos e hijos fallecidos.....	136
21.	Valores de los factores k , obtenidos por interpolación en el cuadro 8.....	137
22.	Distribución por edad (sin tomar en cuenta la mortalidad) y proporción de muertes de niños nacidos vivos por mujer con edades entre 20-25 años.....	140

INDICE DE GRAFICOS

Gráfico		
1.	Diferencia entre porcentajes estándares y observados hasta cierta edad. Islas Gilbert y Ellice 1963: Mujeres.....	6
2.	Diferencias entre logitos de porcentajes estándares y observados hasta cierta edad.....	6
3.	Comparación de la distribución de orden de nacimientos con el estándar. Islas Salomón Británicas: 1967.....	28
4.	Corrección de la distribución de nacimientos para la cohorte de mujeres de 30 a 34 años.....	42

Gráfico

Página

- | | | |
|----|--|-----|
| 5. | Comparación de tasas de sobrevivencia, según la tabla de mortalidad estimada con la estándar. Turquía 1955-1960 (Hombres) | 112 |
| 6. | Suaviamiento de la mortalidad intercensal mediante la raíz de orden cuarta. Turquía 1945-1955 (Mujeres)..... | 115 |
| 7. | Estimación de la mortalidad intercensal para un intervalo de 16 años. Islas Gilbert y Ellice, 1943-1959..... | 118 |
| 8. | Brasil; 1950: Valores de l_x para edades seleccionadas, estimadas por el método de Brass y según niveles 11 y 13 de las tablas de Coale y Demeny. Familia Oeste..... | 138 |

* * *

PRESENTACION

Entre el 16 y 24 de setiembre de 1971 se llevó a cabo en CELADE - San José (Costa Rica) un seminario bajo la dirección del Profesor William Brass, de la Universidad de Londres. Tuvo como propósito principal analizar varios documentos de los que es autor, donde propone diversos métodos para obtener estimaciones de la fecundidad y mortalidad en países con estadísticas deficientes, a través de preguntas censales o de encuestas.

A los pocos días de concluido el Seminario se publicó un volumen con la versión española de sus disertaciones en inglés, realizada en el transcurso de cada sesión por el Profesor Jorge L. Somoza, cuyo registro magnético constituyó la base de dicho documento.

La demanda de este material ha sobrepasado los pronósticos iniciales, circunstancia que puede explicarse por el creciente interés en el conocimiento y uso de los métodos desarrollados por el Profesor Brass entre los investigadores y docentes de América Latina.

Esta nueva edición que ahora se ofrece, ha sido revisada en su texto, fórmulas, cálculos y gráficos pero conservando esencialmente su forma original.

2 de mayo de 1973.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that proper record-keeping is essential for the success of any business and for the protection of the interests of all parties involved. The document outlines the various methods and procedures that should be followed to ensure the accuracy and reliability of the records.

The second part of the document provides a detailed description of the accounting system that has been implemented. It explains the various components of the system, including the books of account, the journals, and the ledgers. It also describes the methods used to record and classify the transactions, and the procedures for reconciling the accounts and preparing the financial statements.

The third part of the document discusses the various methods and procedures that should be followed to ensure the accuracy and reliability of the records. It outlines the various methods and procedures that should be followed to ensure the accuracy and reliability of the records, and the importance of maintaining accurate records of all transactions.

The fourth part of the document provides a detailed description of the accounting system that has been implemented. It explains the various components of the system, including the books of account, the journals, and the ledgers. It also describes the methods used to record and classify the transactions, and the procedures for reconciling the accounts and preparing the financial statements.

SESION I: jueves 16 de setiembre de 1971

1. INTRODUCCION
2. PRINCIPIOS GENERALES
3. ESTIMACIONES DE LA FECUNDIDAD

1. INTRODUCCION

Nos destaca primero algunos aspectos puramente formales del Seminario; le gustaría mucho a Brass que esto fuera una reunión informal como ha sido otras veces, nos invita a hacer preguntas cada vez que no se entienda algo. Adelanta que va a ser un ejercicio difícil por el problema del lenguaje, de la traducción, pero él opina -y yo también opino así- que pese a la dificultad del lenguaje en Santiago este tipo de sesiones anduvo bien. Insiste mucho entonces en que no tengan ustedes ninguna duda para interrumpir y hacer las preguntas que quieran. La mayor parte del tiempo lo dedicará a presentar un conjunto de métodos que han sido desarrollados en aproximadamente los últimos diez años, para hacer estimaciones de medidas demográficas básicas en países en desarrollo, en los cuales es difícil obtener información, y cuando esto ocurre, cuando se ha obtenido información, resulta que es sumamente deficiente. Resalta que muchos métodos se han desarrollado en este campo, pero que el seminario no le dará tiempo para hacer un examen de todos esos métodos. Se ocupará principalmente de aquéllos en los cuales él ha estado más directamente involucrado en el desarrollo. Dirá poco entonces por ejemplo acerca de las teorías de las poblaciones cuasi-estables.

Nos habla ahora de los problemas de las estadísticas básicas en los países en desarrollo. Nos destaca que hay fundamentalmente dos tipos de información; información de flujo de eventos y la otra que tiene que ver con el total de la población en un momento. Habló primero de la información de flujo que se obtiene básicamente y tradicionalmente en los países europeos a través de los registros de acontecimientos: nacimientos, muertes, matrimonios y a veces estadísticas de movimientos migratorios. Dice que esto no ocurre en los países en desarrollo y exagerando las cosas nos llega a decir que un país puede denominarse subdesarrollado o en desarrollo si no tiene ese tipo de datos y que cuando lo tiene ya no es un país subdesarrollado. Es por lo tanto muy importante este tipo de métodos para hacer estimaciones que permitan anticipar el cambio de la población, tomar decisiones fundadas sobre lo que está pasando y tener conocimiento de lo que está pasando en medidas tan importantes como la fecundidad, especialmente ahora en que existen problemas en materia de control de población, de control de la familia.

Finalmente, el segundo tipo de datos, el que tiene que ver con el stock, con el tamaño de la población en un momento, le preocupa menos en los países en desarrollo, porque es algo que se puede obtener bastante bien, a través de un censo de población, y los países en desarrollo en general se puede decir que han podido resolver ese problema.

Hay varias maneras de estimar los acontecimientos, el flujo digamos, que juegan a través del tiempo. Y nos habla de 4 formas. Una primera es a través de encuestas por muestreo especiales; métodos que tienen que ver con la recolección de la información en diferentes maneras, por ejemplo mediante visitas repetidas, o a través de la designación de registradores especialmente con ese propósito, métodos que vinculan estas ideas con las ideas de verificar coherencias usando tablas como la de Chandrasekaran - Deming, para hacer controles y estimaciones de las posibles omisiones. Hay todo un complejo de métodos en torno a estas ideas, y lo que se puede decir, común a todos ellos, es que son en general encuestas que directamente tratan de estimar la información. Ya se ocupará más adelante, hacia el final del seminario, de este tema.

Una segunda forma de obtener este tipo de información tiene que ver con el empleo de modelos de poblaciones cuasi-estables. Lo fundamental acá consiste en la combinación de información obtenida a través de censos, con modelos de cualquier tipo, como son las tablas modelo de vida o poblaciones estables modelo.

Un tercer método se basa en el uso de preguntas retrospectivas, en censos o en encuestas en gran escala. Estas preguntas tienen que ver con acontecimientos ocurridos en el pasado, por ejemplo con niños nacidos en el pasado, con niños sobrevivientes o muertos en el pasado. Lo característico acá es que la información es obtenida en una ocasión: en el censo. Estos métodos retrospectivos, que constituyen un conjunto de métodos, se los conoce ahora, un poco, sin que él haya tenido culpa en esto, con la denominación de métodos de Brass y él no considera que esto sea afortunado.

Finalmente ha surgido ahora una cuarta posibilidad, que consiste en el uso de censos sucesivos para derivar estimaciones. Nos dice que este cuarto método tiene aspectos en común tanto con el que tiene que ver con el uso de poblaciones cuasi-estables, como con el que se ocupa de la obtención de información retrospectiva.

2. PRINCIPIOS GENERALES

Nos habla que antes de entrar en detalles quisiera presentarnos principios generales que él ha deducido de su experiencia, y que le parece útil tener presente antes de hacer algún intento de uso de datos demográficos para hacer estimaciones. Nos advierte que no tomemos esto demasiado en serio, pero yo creo que sí.

El primer principio lo llama Serendipity (que me anticipa que tendré dificultades en traducirlo), que tiene que ver con la suerte. Hace falta hacer uso, echar mano no importa de qué información podamos disponer a los efectos de conocer y estimar la realidad. Muchas veces se han obtenido datos o informaciones o estimaciones simplemente buscando atrás datos que habían sido recogidos y no habían sido usados. Con ejemplos que aparezcan más adelante él nos va a ilustrar en qué consiste básicamente este principio.

El segundo principio es el de la Rehabilitación, y lo usa por analogía con el lenguaje médico. Se trata de acomodar, de corregir los errores de información usando lo que la información requiere esencialmente para ser corregida. Confiar más en el dato observado y corregir lo menos posible, que correr el riesgo de excederse en el ajuste. A título de ejemplo nos habla del caso de la teoría de las poblaciones cuasi-estables, que según él es excelente si la información que uno tiene que manejar es sumamente mala, pero que si la información mejora, existe el peligro de sobrecorregir ese tipo de información. Nos da también un ejemplo médico que posiblemente sirva para ilustrar la idea; nos dice que si alguien tiene una lesión en una pierna, es posible que con un bastón pueda rehabilitarse de una manera más eficiente que proveyéndolo de una silla de ruedas. El principio sería corregir lo menos posible, o solamente corregir cuando se tiene establecido que es necesaria absolutamente la corrección. Nos adelanta que no se asusten si por ahora estos principios no resultan demasiado claros, él anticipa que con el desarrollo del seminario tendrá ocasiones de mostrar en qué consisten realmente.

El tercer principio es obvio, aunque extremadamente importante, el de la Consistencia o Coherencia (Consistency). En cualquier información demográfica, los hechos, las cosas están relacionadas unas con otras, y es entonces importante cuidar que haya coherencia interna entre ellas. Hay muchos medios de buscar esta coherencia, por ejemplo buscar que las estimaciones de la mortalidad y fecundidad sean coherentes, con la estructura por edades de la población. Hay otras coherencias en la información básica que son menos obvias y que va a tener ocasión de examinar más adelante.

Pasamos ahora al cuarto principio, el de la Robustez, y nos dice que esta palabra la usa por analogía al uso en estadística. El principio quiere significar que, si las hipótesis no se cumplen, no se introducen errores de importancia en las estimaciones. En cambio en un método que no es robusto, si las hipótesis no se verifican fielmente, entonces los resultados suelen tener gruesos errores. Los sistemas de tablas de vida modelo, suelen a veces ser poco robustos en algunas aplicaciones. Ellos se apoyan en la teoría de que la información disponible da buenos resultados en relación con la estructura por edad de la población, entonces, conociendo la estructura por edad de la población, se pueden hacer estimaciones de mortalidad y fecundidad. Pero esos resultados son aceptables siempre y cuando la información sea relativamente buena, exacta. Uno podría derivar muchas estimaciones muy buenas, que serían buenas en teoría, pero que después en la práctica no funcionarían para nada. Y nos presenta un ejemplo de lo que podría elaborarse atendiendo a un principio que uno sabe que la mortalidad de una población es siempre muy baja en el grupo de edades entre 3 y 10 años. Entonces uno podría ser capaz de deducir mucho a partir del número de personas entre 3 y 5, ya que los cambios que mostrara la información en teoría deberían deberse no tanto a mortalidad como a cambios en otras variables, fecundidad, por ejemplo. Pero tal método, si se elaborara, necesitaría información fehaciente de las personas con edades entre 3 y 5 años y eso sabemos nosotros que es muy difícil de tener. En resumen entonces, son métodos que funcionan muy bien exclusivamente en el campo teórico, pero que no funcionan en la práctica.

Finalmente el quinto principio es el de "No rule" o sea de ninguna norma estricta. Dice que no hay método que siempre, invariablemente siempre, funcione. No hay método que valga para cualquier circunstancia. Todos se basan

en ciertos supuestos sobre cómo se generan los errores y sobre esto es muy difícil, sino imposible, anticipar como ocurrirán. Si bien es cierto que hay una sola verdad, hay infinitas maneras en que pueden producirse los errores. Y nos habla ahora entonces de ejemplos. Un ejemplo que nos pone que todos conocemos, es el problema de la preferencia de dígitos en la declaración de edades. Estamos todos acostumbrados a ver en las pirámides de población, que hay exageraciones en las edades terminadas en 0 y 5 y omisiones, falta de gente, en las otras edades. Pero, y viene la excepción que nos confirma lo de no aplicar nunca reglas generales, en el censo de Guinea de 1955 no ocurrió para nada esto. Sucedió más bien un rechazo violento de las edades terminadas en 0 y 5. La razón principal de esto se puede explicar; en tal censo eran muy pocas las personas que conocían su edad, de modo que fueron sobre todo los enumeradores los que hicieron estimaciones, y los enumeradores fueron entrenados, enseñados muy bien para evitar el problema del redondeo de las edades en 0 o en 5, y tan bien fueron, que más bien trataron de hacer estimaciones que no fueran 0 o 5. Un ejemplo más complicado, el segundo que nos dio, tiene que ver con el censo de China en la década de 1950. Mirando la estructura por edades se puede ver que ésta es coherente, suave en todas las edades. Antes de interpretar esto sin embargo, habría que tener en cuenta una serie de información que tiene que ver con la declaración de edades. El nos habla de tres. Primero deberíamos conocer, antes de analizar el dato, cómo es que se declara la edad en la cultura China. En China cuando un niño nace está en el año uno y de ahí en adelante todos cambian de edad en el año nuevo chino, de modo que un niño nacido un mes antes del año nuevo chino, a los dos meses tiene año 2. Entonces eso es una cosa que debería conocerse antes de analizar la información. Una segunda cosa que debería saberse es que los enumeradores en el censo fueron instruidos para traducir al sistema occidental la edad del chico. Y la tercera consideración que habría que saber es que esas normas que se dieron a los enumeradores estaban malas. Si no se conoce todo eso difícilmente se puede hacer un análisis censal de la información.

Hablaré ahora de los instrumentos que usará, de los que depende desde luego el resultado de la estimación que va a obtener. Normalmente se estará en una situación en que no podemos confiar en la información. A los efectos de analizarla, y deducir de ella estimaciones, debemos tener algún conjunto de referencia o elemento de comparación, lo que también a menudo se denomina modelo. Entonces en estas circunstancias comparamos la información con ese patrón modelo, que suponemos es lo que nosotros esperamos que reproduzca esta información. Esos patrones dependen mucho de la naturaleza de los fenómenos que uno esté estudiando, nos habla de algunos ejemplos. Podría ser que el conjunto de referencia fuera una cuestión dogmática que definiera por ejemplo la fecundidad de una población; pudiera en cambio suceder que ese patrón de referencia, ese elemento de comparación, sea exclusivamente empírico, sea derivado de otra población la cual se está comparando. Les doy un ejemplo: toma la distribución por edades de una población que normalmente dice que tiene la forma descendente; uno podría tener una línea curva descendente muy regular, no interesa como ha sido deducida, como elemento de referencia con la cual comparar las relaciones observadas que uno tiene. Si uno en esa comparación observa discrepancias muy grandes entre el patrón de referencia y la población que se está observando y no hay ninguna razón especial para explicar esto, la conclusión sería de que la estructura por edad que uno está analizando es muy deficiente.

Otro ejemplo, al revés en este caso, lo puede dar refiriéndose al Censo de China de 1953. Dije al revés porque sucede, si uno mira la estructura por edad de China de 1953, que esa estructura casi se conforma con una estructura teórica y lo hace de una manera tan fiel que se tiene dudas de que verdaderamente esa información sea real. La adecuación al modelo en este caso es demasiado exacta. Dependemos mucho de esto, de compararnos con modelos y entonces es muy importante establecer estos modelos con más o con menos rigidez dependiendo de la calidad de la información.

Habla de rigidez, habla de grados de libertad, habla de números de parámetros necesarios para la definición de un modelo, y nos pone ahora otro ejemplo: si consideramos como distribución del modelo estándar, como punto de referencia, una población estable y escribió la fórmula de la densidad de la población estable por edad

$$A(x) = C e^{-rx} l(x)$$

donde C es una constante, r es la tasa de crecimiento y $l(x)$ es la tabla de vida. Si tomamos por ejemplo una tabla de vida del conjunto de tablas de Coale-Demeny, familia oeste, en esa decisión usamos un parámetro. Este ejemplo de la estructura por edad de una población estable nos muestra de que tenemos tres grados de libertad en la selección del modelo.

Y pasando a otro punto, nos dibujó una serie de puntos que tienen una marcha un poco irregular y se preguntaba cuál sería la mejor curva de ajuste. En estas circunstancias tiene pleno vigor la aplicación del principio dos, aquel que tenía que ver con la rehabilitación. Alguien podía ajustar una línea recta, o una curva, o una función más complicada. Es sumamente difícil, nos dice, establecer cuál puede ser la mejor. Su punto de vista es que decididamente no se debe tomar ninguna decisión acerca de qué modelo usar como conjunto de referencia, sin antes haber hecho un examen directo y cuidadoso de la información básica. Como crítica dice que el sistema de poblaciones estables modelo no le gusta quizás por eso, porque antes de empezar ya está un poco decidida cuál es la flexibilidad o la inflexibilidad del modelo que se va a usar.

Ha dibujado en la pizarra algo que conocemos todos, los gráficos 1 y 2 que aparecen publicados en el documento DS No.8, pág. 17. Lo ha hecho con el propósito de destacar en la pizarra algunos puntos importantes de este ejemplo. Nos dijo antes que el principal asunto era examinar la información con un patrón de referencia que permita juzgar acerca de su bondad o de sus problemas. Un punto que destaca primero es que muchas veces no conviene hacer la comparación en la escala original (la forma más obvia de hacerlo), sino que hay ventaja, para examinar la calidad de la información que uno maneja, hay ventaja en hacer alguna transformación matemática, como lo vamos a ver ahora. Eso ayuda tanto a detectar en la información errores, como también más adelante a corregir esos errores.

Gráfico 1.

DIFERENCIAS ENTRE PORCENTAJES ESTANDARES Y OBSERVADOS
HASTA CIERTA EDAD

Islas Gilbert y Ellice 1963 (Mujeres)

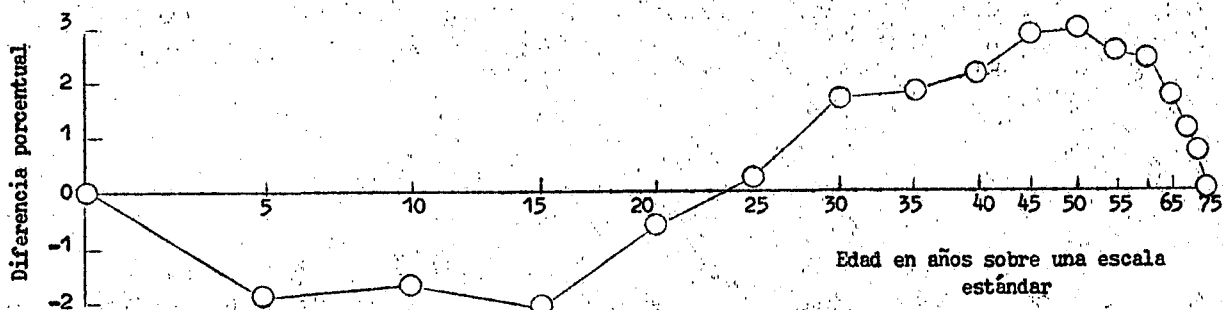
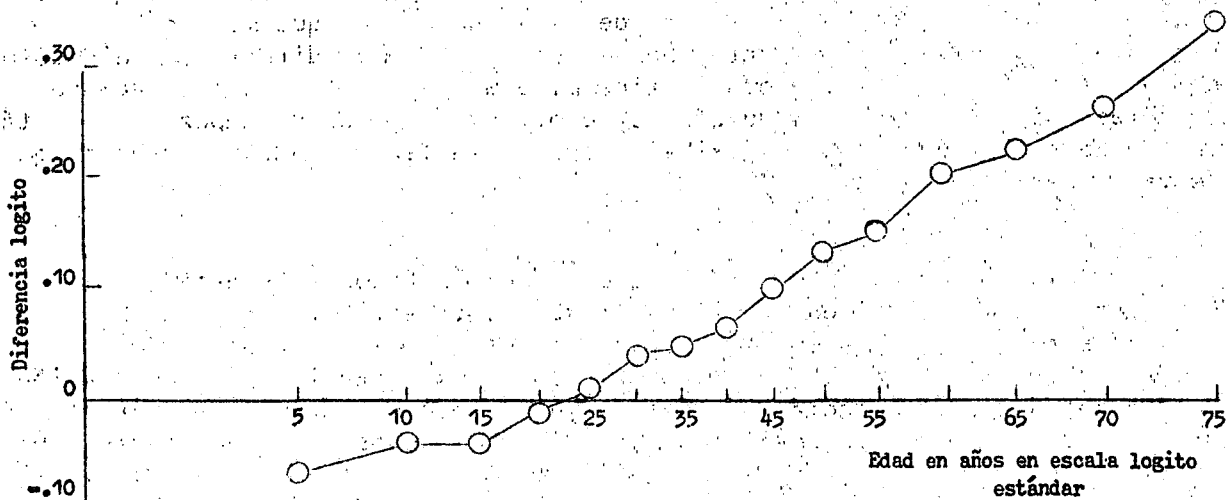


Gráfico 2.

DIFERENCIAS ENTRE LOGITOS DE PORCENTAJES ESTANDARES Y OBSERVADOS
HASTA CIERTA EDAD



Nos muestra primero una comparación entre la distribución acumulada por edades de la población de las islas Gilbert y Ellice en el censo de 1963. Compara la distribución acumulativa a las edades 5, 10, 15, etc., con porcentajes similares calculados en una distribución por edades estable. Lo que el gráfico muestra es la diferencia calculada para cada edad entre el porcentaje acumulado observado y el porcentaje acumulado de la población modelo y hace la representación poniendo en el gráfico esa diferencia en la escala de las ordenadas, y en la escala de las abscisas indica el porcentaje de población en la población estándar. En el gráfico 1 aparece la edad pero en la escala de las abscisas ha puesto en realidad el porcentaje de la población estándar. Nos dice que también podría haberse puesto la escala natural, pero el gráfico quizás no hubiera resultado tan conveniente para el análisis. El examen de esta información revela algunas discrepancias. Si hubiera habido una concordancia perfecta entre la población observada y el modelo, la curva del gráfico habría sido concordante con el eje de las abscisas. Llega a la conclusión de que el ajuste no muestra que la población que se maneja sea estable, hay muchas fluctuaciones, y también hay algo que se podría considerar como fluctuaciones erráticas que podrían ser ajustadas y nos habló de una posibilidad de ajuste dibujando una línea regular que eliminara esas oscilaciones erráticas. Nos dice después que eso no parece satisfactorio, porque esta manera de representar la información no permite ver y juzgar bien acerca de sus errores.

Por lo tanto se plantea la posibilidad de una transformación que facilite juzgar la información. Se pregunta si no podría hacerse que eso, los errores, quedaran en evidencia si uno representara la información en otra escala. Una razón por la cual Brass señala que la escala anterior no es apropiada, es que en tal escala tiene que haber por fuerza concordancia en el dato observado y ajustado en dos edades en la edad 0, donde el porcentaje debe ser cero en las dos poblaciones que se comparan, y luego en el punto final donde los dos valores deben ser cien. Entonces la imposición de esa tremenda restricción, de esos dos puntos extremos, es lo que hace que la forma que resulta sea poco útil para mirar y ajustar los valores que se están analizando. Nos habla de que hay muchas posibles transformaciones matemáticas que permitirían resolver el problema adoptando valores desde menos infinito cuando se trata de la diferencia en el punto cero a más infinito en el punto 100. De todas las transformaciones que son válidas, él prefiere la logito, nos habla de otras, menciona la probito, pero él está acostumbrado a usar la logito, y nos escribe la definición en la pizarra, suponemos que eso será el logito de p.

Para el segundo gráfico ha calculado el logito de cada una de las proporciones y luego la diferencia de los logitos, y luego ha hecho la representación colocando en las abscisas el logito de la estándar. Conclusión: ahora se ve que la distribución por edades muestra una tendencia mucho más clara de apreciar si es regular o no. Se puede ver que en esta representación los puntos se acomodan en forma muy cercana a una línea recta o una curva con una inclinación sumamente suave. Uno podría en forma mucho más fácil ajustar esto. Y otra cosa importante que se puede apreciar ahora es que la población que estamos manejando difícilmente podría considerarse una población estable. De haber sido una población estable, la curva habría tenido la forma de una línea horizontal.

Nos destaca algo que tiene que ver con los principios que nos dijo antes; en esta manera de proceder él no depende demasiado de la hipótesis, si se hubiera propuesto de entrada ajustar la estructura por edad de esta población usando un modelo de población estable hubiera impuesto en esta escala que estamos manejando ahora, una línea horizontal. Yo tenía ganas de tomar conciencia, con este ejemplo que hemos visto de cual principio de los 5 hemos estado manejando. La contestación es de que sobre todo ha sido el principio de "rehabilitación", de no imponer un exceso de ajuste a los datos y también el principio quinto de "no rule".

Como último punto general, nos dice que a menudo el mejor estándar que se puede utilizar como elemento de referencia, de comparación, no tiene origen en una serie externa de datos como puede ser el ejemplo anterior donde se tomaba una población estable modelo; sucede a veces que de la propia información que uno tiene es posible derivar de ella misma un estándar de comparación.

Bien, entraremos ahora al estudio de técnicas sobre aspectos especiales, empezando con las

3. ESTIMACIONES DE LA FECUNDIDAD

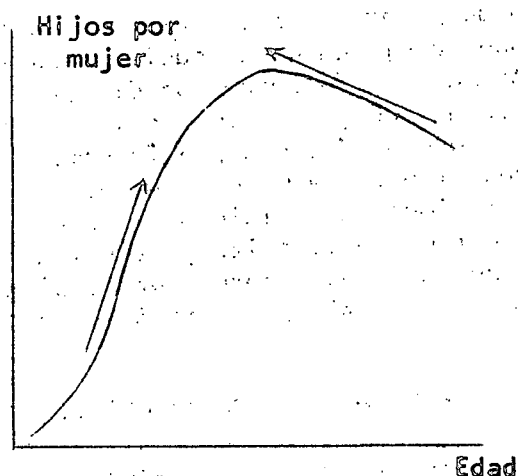
Nos muestra en la pizarra el tipo de información más simple, más fácil de obtener, más común, información que se ha venido recogiendo desde hace aproximadamente 80 años, a través de encuestas representativas de la población total o del censo; muestra el total de niños nacidos vivos promedio por mujer según la edad a la época del censo, tabulada por edad de las mujeres. Nos dice que los americanos suelen llamar a esto, paridez media. La idea es obvia y ya la adelantó Kuczynski hace muchos años. Este tipo de información, en torno al final del período de la vida fecunda, en torno a los 50 años, nos da la tasa global de fecundidad de una población.

Una ventaja enorme, grande, destacable del sistema es que no hay en esto ningún elemento de tiempo en las preguntas, de modo que las respuestas no están afectadas por este error, aunque en la medida en que están mal declaradas las edades, si lo están. Pero ofrece tres problemas serios. El primero, surge de la información que está en la pizarra, es el que tiene que ver con el descenso que muestran los datos sobre el número medio de hijos tenidos por mujer; una vez que la edad alcanzada es relativamente alta podemos ver que es mayor la información de los hijos tenidos en el grupo que arranca a los 45 años, que el número medio a los 50 y todavía más bajo resulta a los 60. Si uno sabe que en la población que está analizando, la fecundidad no era menor en el pasado, eso puede dar relieve a una deficiencia grande que se atribuye en general a la falla de memoria de la población más envejecida.

Segundo, suele haber diferencias en la mortalidad, este efecto existe pero es menor que el derivado de las fallas de la memoria. Finalmente una tercera limitación es que si la fecundidad está cambiando se obtiene una medida total de la fecundidad muy fuera de época, muy lejana; en poblaciones primitivas con fecundidad constante puede ser que esto no sea un problema, un impedimento para la aplicación de esta medición, pero si en cambio estamos ante poblaciones en las cuales la fecundidad ha bajado o acaso crecido en el pasado, este procedimiento no parece apropiado.

Edad de la mujer	Hijos nacidos vivos por mujer
15 - 19	0.18
20 - 24	1.50
25 - 29	2.99
30 - 34	4.16
35 - 39	5.38
40 - 44	5.63
45 - 49	5.69
50 - 59	5.19
60 y más	4.55

$$\frac{P_2}{P_3} = 5.96$$



Se pregunta luego si con esta información defectuosa se puede lograr mejorar las estimaciones de la fecundidad y nos habla de procedimientos que han sido ideados, para -mediante extrapolaciones- obtener el valor del número medio máximo en la edad final del período reproductivo. Se trata aquí como dije antes de mejorar las estimaciones en torno a la edad 50. Los intentos han sido varios, todos conducentes, según nos dice, a malas estimaciones y él no va a dedicarse ahora a explicarlo para llegar a esas conclusiones. Lo que tienen de común es que todos ellos se extrapolan, hay quien inclusive, ha tratado de justificar un método que consistía en extrapolar de las edades peores de información hacia las edades más jóvenes -Das Gupta se ocupó de esto-, a los efectos de lograr el valor máximo (ver gráfico arriba). Alguien en cambio ha pensado en apoyarse en las edades más jóvenes por tratarse de personas que tienen información más exacta, por referirse a una época más moderna.

Un poco en esta línea está el método que proponen Coale y Demeny que queda expresado en aquella ecuación

$$F = \frac{P_3}{P_2}$$

donde F es la tasa expresada como un cociente entre la paridez del grupo tercero, que corresponde a la edad de 25-29 años, al cuadrado, dividido por la paridez del grupo segundo, de las mujeres de 20-24. Con la información que aparecía en la pizarra que se refería a las Islas de Gilbert y Ellice, la aplicación del procedimiento de Coale conduce aparentemente a buenos resultados, indicando una fecundidad total de 5.96 hijos. La aplicación del mismo procedimiento en otro tipo de población en el oeste africano conduce a resultados muy malos; y esto es así porque el método que proponen no es robusto y no lo son en general ninguno de los métodos que estamos examinando; a veces andan muy bien y a veces andan muy mal. Se trata en el fondo en todos ellos de apoyarse en un intervalo de edades muy breve para hacer un ajustamiento y estimar valores a edades mucho más lejanas de las que uno está manejando. Un pequeño error en la información básica o en el ajuste, en ese breve período que maneja puede producir grandes desviaciones en las estimaciones finales. Además, el fenómeno que él está tratando de medir es sumamente complejo, la fecundidad y la forma de la fecundidad cambia mucho de una población a la otra. En conclusión, uno podría complicar el método de Coale y llegar igualmente a resultados muy malos. No es complicando el modelo que se va a mejorar las estimaciones a su juicio. Después de todo esto, nos señala que si él tuviera que hacer una estimación y la única información de la que dispusiera fuera del tipo de la que aparece en la pizarra, el consejo de él sería: agregue un 10 por ciento al número medio de hijos que aparece a la edad de 50.

Intervención de Chackiel. Yo no sé si correspondería hacer una pregunta, pero como el profesor hizo una afirmación y una serie de argumentaciones sobre por qué en ciertas edades empieza a descender la paridez y yo creo que nosotros en varios ejemplos de América Latina hemos visto que no hemos observado un descenso muy claro, a no ser a edades muy allá al final, si él no conoce alguna experiencia y podría darnos alguna indicación a qué podría deberse que en algunas experiencias no se produce ese descenso; inclusive tenemos casos en que sigue aumentando después del período reproductivo, como por ejemplo en Brasil donde sigue aumentando hasta los 70 años.

Respuesta: Dice que no se sorprende; experiencias como la que usted tiene en América Latina, se dan también en Africa en los cuales este tipo de datos, la paridez media, sigue creciendo después de pasar el límite del período de fecundidad, y se puede deber, bien a casos en que la fecundidad ha sido más alta en el pasado y aunque haya habido errores de mala declaración ese hecho de que haya sido más alta compensa errores crecientes quizás de declaración. Nos dice además recordando el principio No. 5 de "no rule" que lo que él ha mostrado es la evidencia más generalizada, lo que ocurre más frecuentemente pero hay muchas excepciones a ese caso.

Retomemos el punto donde lo dejamos; nos habla de la imposibilidad o de los malos resultados que se lograban buscando de ajustar u obtener una estimación de la fecundidad total a partir del conocimiento que se pudiera tener de una fecundidad más o menos aceptable. Ahora él, refiriéndose a que hay información acerca de la propia población como para lograr internamente un modelo, la estimación que se puede lograr de la fecundidad total resultaría más coherente. Se pregunta asimismo, de dónde saca esta evidencia acerca de

las características de la fecundidad interna en el modelo. Bueno, da varias respuestas; si se tiene por ejemplo algún registro de nacimientos aunque no sea completo, esa información defectuosa puede darnos idea acerca de la forma de la curva de fecundidad anual; puede obtenerse esa información sobre nacimientos del último año y tener así tasas anuales a través de una encuesta, puede acaso también utilizarse el patrón conocido de la fecundidad de una ciudad para hacer estimaciones en otras regiones del país. Hay varias posibilidades.

Ahora se va a detener a analizar un caso, que él considera que es más poderoso, más conveniente si se tiene ese elemento adicional de esa información no solamente retrospectivo sino algo más, por ejemplo en particular la pregunta que él está a favor de hacer es: cuándo se produjo el último nacimiento; esto da una idea acerca de la forma del modelo de fecundidad que permite hacer como vamos a ver después, estimaciones acerca de la fecundidad total. Típicamente la situación en muchos censos es ésta: se pregunta el total de hijos tenidos a las mujeres y se les pregunta también como dije antes, cuándo fue que tuvieron el último nacimiento, lo que permite elaborar una estimación de los nacimientos ocurridos en el último año. El problema que se presenta es sin embargo el del período de referencia. Es posible que la ubicación en el tiempo del último nacimiento, o si se hace la pregunta directamente de nacimientos en el último año, conduzca a resultados que están referidos a un período de tiempo que no es exactamente el período que se tuvo en mente cuando se hizo la pregunta; la respuesta no es precisa, a veces la referencia de tiempo es muy extensa, es más de un año, a veces es menos de un año, y esto puede conducir a resultados que aparentemente están en contradicción con los resultados de fecundidad retrospectiva. Nos propone hacer la hipótesis, que no es muy fuerte: aceptar que la forma que tienen las tasas de fecundidad obtenidas así sobre la fecundidad en el último año en un período de referencia, la forma es correcta, no el nivel; si aceptamos esto podemos tener un elemento de juicio valioso para hacer un ajuste de los datos.

El sistema general entonces esquemáticamente se basaría en estos principios, resumidos en estos puntos. Primero se calcula una tasa anual de fecundidad, presumiblemente defectuosa porque el período de referencia está mal, que nos permite calcular la forma de la curva de fecundidad. En un segundo paso, obtenemos por acumulación de estas tasas una medida sintética de la fecundidad acumulada, que es la paridez media que teníamos antes, pero ahora a partir de las tasas anuales por suma. Y en una tercer etapa, comparamos estas dos medidas que son comparables y que se refieren las dos al número medio de hijos obtenidos por mujer a la misma edad. A una la llamamos F , la sintética, la que se apoya en datos de tasas anuales observadas en el último año; la otra, el número medio de hijos, directamente obtenidos por una encuesta retrospectiva, le llamamos P ; o alternativamente A a la primera y B a la segunda. Y ahora nos propone usar el cociente entre las dos, si hay concordancia entre las dos medidas el cociente será cercano a uno, estará denotando justamente eso: normalmente se producen diferencias que se hace necesario interpretar. Deja por el momento de lado las técnicas, considera que ese aspecto es poco importante para el contexto actual de lo que está diciendo, y nos va a hablar más bien de resultados típicos y de la forma de interpretar esos resultados típicos. Muchas veces ocurre que este cociente P , resultado de una pregunta retrospectiva dividido por F resultado de una pregunta en relación con el

último año nada más, muestra una variación con la edad más o menos del tipo como la que muestra en la pizarra, mayores a uno al principio, inferiores a uno después, reflejando presumiblemente (es la interpretación que él hace), el aumento de la omisión en el número declarado de hijos tenidos por las mujeres a medida que avanza su edad y el efecto marginal seguramente menor de la diferencia de mortalidad atendiendo a la diferente paridez de las mujeres.

Edad de la mujer	A (F)	B (P)	B/A (P)/(F)	(Uganda)* (P)/(F)
15 - 19	0.41	0.43	1.05	1.36
20 - 24	1.59	1.68	1.06	1.13
25 - 29	2.81	2.72	0.97	0.89
30 - 34	3.74	3.52	0.94	0.79
35 - 39	4.43	4.12	0.93	0.74
40 - 44	4.85	4.32	0.89	0.71
45 - 49	5.07	4.73	0.93	0.72

* Esta columna se comenta más adelante.

Si los primeros resultados son próximos a uno, tenemos una indicación de que la información dada sobre nacimientos en el último año es coherente con la información dada por estas mismas mujeres en relación con los hijos tenidos en toda su vida; esto debería satisfacerlos, podríamos sacar la conclusión de que se ha recogido con exactitud la información referente a la fecundidad del último año; si esto además se acompaña con una gradual caída en los valores, podríamos hacer también una interpretación bastante clara de que eso se puede deber, si no hay razón para pensar en otra cosa, a los problemas de la memoria. Se acepta entonces los valores dados por los nacimientos recogidos en el último año como relativamente correctos y a través de ellos se puede derivar la fecundidad acumulada. Esto ocurre pocas veces sin embargo; pocas veces tenemos que el cociente de P_2 , fecundidad retrospectiva de mujeres de 20-24, esté cercano a la tasa acumulada derivada de nacimientos del último año; lo común es que los valores varíen, que valgan generalmente más que uno; el campo de variación parece estar en la experiencia del profesor Brass, entre 1.8 y 0.7. Muchas veces aparentemente han estado informando acerca de nacimientos no del último año, sino de períodos mayores o menores, que muchas veces se puede explicar porque el enumerador es el que ha hecho la estimación de la edad del niño y al hacer esta estimación ha tenido muy en cuenta las costumbres en torno a los períodos de lactancia.

Bien, en estas circunstancias si aceptamos el supuesto de que las parideces medias de las primeras edades P_1 , P_2 , P_3 , por tratarse de acontecimientos relativamente recientes en el tiempo, son correctos y si aceptamos al mismo

tiempo la segunda hipótesis de que la forma dada por la curva anual de fecundidad, es correcta, una buena forma de estimar el nivel final de fecundidad será el dado por la aplicación, a las tasas anuales, de los factores obtenidos, P_i dividido F_i , para las edades jóvenes. Lo que se hace con esto es elevar de una manera, con una corrección derivada de la propia información, la paridez en las edades avanzadas. En el fondo es lo mismo que lo que hacían los otros métodos, extrapolando tendencias, pero el mérito, la virtud de este procedimiento es que el ajuste se apoya en información que se ha logrado internamente.

Intervención de Ortega: En relación con las preguntas básicas empleadas para estimar la fecundidad, generalmente en sus trabajos el profesor Brass nos habla de la pregunta sobre "hijos tenidos el último año", mientras que acá, si no he oído mal, la referencia sería: "Cuándo tuvo el último hijo?". Considera que esta última pregunta es más conveniente que la anterior?

Respuesta: Bien, nos dice que está a favor de esta pregunta, y es importante para los que tienen conexiones con los censos. Dice que es evidente que los resultados que se logran son mejores y la explicación que tiene es que cuando uno pregunta "Cuándo tuvo el último hijo?", casi que está forzando a una contestación detallada y cierta a la pregunta, en tanto que si la pregunta es "Tuvo un hijo en el último año?", es casi una invitación a decir que no, y no pasa nada; entonces parece haberse probado que preguntando la fecha del último nacimiento, se logran resultados que son mejores, que si se pregunta la información del último año.

Nos aclara también que con la pregunta sobre la fecha del último nacimiento se elabora información de nacimientos en el último año, con una pequeña falla sistemática. Si la persona ha tenido el niño muy recientemente existe la posibilidad de que antes de haber tenido este último niño, haya tenido otro en el mismo año y en este caso se pierde esta información, pero el error es muy pequeño y no tiene importancia frente a otro tipo de fallas.

Se preguntó si desaparecía el problema del periodo de referencia. Respuesta: fuerza a un intento positivo de estimar el periodo de referencias, pero él no se hace ilusiones que con eso se resuelva el problema del periodo de referencia, siempre la estimación del momento de nacimiento y del último nacimiento va a ser una estimación muy bruta, muy burda, que va a depender otra vez de la apreciación del enumerador o la madre para estimar esa fecha de una manera muy cruda, si siguen vinculando la lactancia con la edad del niño van a seguir ocurriendo los mismos problemas en relación con el periodo de referencia.

Nos hace ahora una aclaración importante: él acepta que si uno trabaja con pocos enumeradores, a nivel de una escala pequeña, con un trabajo de mucha calidad, es posible fijar con precisión apropiada el periodo de referencia; pero él cuando está hablando en general, está pensando en encuestas en que se entrevista a una población muy grande y se trabaja con muchos enumeradores, de modo que la calidad del trabajo no puede ser muy buena.

Comentando ahora los resultados, se pregunta él mismo si este método funciona bien en la aplicación, y la contestación es que generalmente sí, aunque a veces no. Ha sido aplicado en Africa, en las islas del Pacífico, en países de Asia, en algunas poblaciones europeas. Se pregunta asimismo cómo sabemos que funciona, y la contestación es que las estimaciones que se obtienen son sensatas, se acomodan con lo que sabemos de la población. Se detiene a pensar sobre el dilema de que a veces no funcionan y además porque, cómo sabemos que no funciona; bueno, a juicio de él lo que debemos hacer es observar cuidadosamente esa serie de valores de P/F a la luz de lo que sabemos y además en la variación que muestran en sí mismo; si aparecen desvíos pronunciados que no pueden explicarse, por lo que sepamos, que no pueden ser ciertos, bueno uno tendría dudas acerca de la aplicabilidad del método.

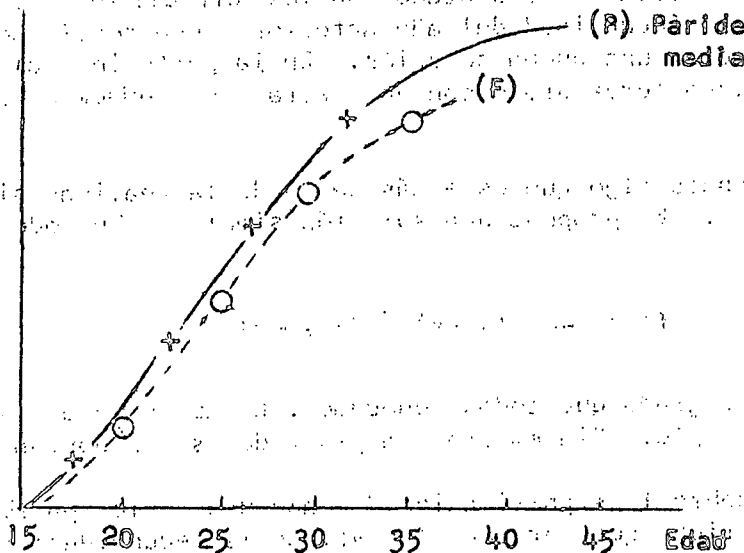
Nos pone en la pizarra un ejemplo en el que él pensaría que el método no sería aplicable (última columna del cuadro de página 12); en tanto que en el primer ejemplo las variaciones de estas relaciones mantenía el patrón de seguir decreciendo a medida que la edad avanzaba, salvo alguna variación en los últimos grupos de poca importancia, no sucede lo mismo con la nueva serie; ese salto brusco que ocurre entre el grupo 20-24 y el siguiente sería inaceptable para él; en este caso él opina que el método no sería aplicable. Estos resultados corresponden a una población en Uganda, él no tendría explicación para justificar este tipo de cambio. Nos adelanta que mañana se ocupará más de aspectos técnicos de esta metodología y nos invita a que si tenemos casos por presentar, lo hagamos mañana.

SESION II: viernes 17 de setiembre de 1971

1. POLINOMIO PARA DESCRIBIR LA FECUNDIDAD
2. USO DE LA INFORMACION SOBRE ORDEN DE NACIMIENTOS

1. POLINOMIO PARA DESCRIBIR LA FECUNDIDAD

Ante todo nos informa que el gráfico que ha copiado en la pizarra es el que teníamos ayer; se refiere entonces a la idea que está detrás de la relación entre F y P . Con P vamos a designar el número medio de hijos por mujer según la edad, obtenido a través de los datos retrospectivos, y con F , la misma idea pero derivada de la fecundidad obtenida para un período reciente. Hay errores en el período de referencia y errores en la cabalidad o integridad en la declaración de la paridez media, sobre todo con el avance de la edad. Queda por ver una cuestión técnica que es necesario resolver, y nos invita a considerar el gráfico. Este representa dos series de valores: uno, correspondiente a los valores de P que corresponde a puntos referidos, uno a cada uno de los intervalos de edades que podemos convenir en representar en el punto central del intervalo. Estos puntos se representaron con cruces (x): una para la paridez primera entre 15 y 20; la segunda cruz corresponde al grupo 20-24 y así sucesivamente. Con todos esos puntos tendríamos la representación de la paridez media por mujer obtenida a través de la pregunta retrospectiva.



Si tomamos ahora los valores F obtenidos a partir de la fecundidad actual, los cuales han sido representados con un pequeño círculo (o), nos encontramos que los puntos no coinciden con los anteriores. Estamos en condiciones de establecer con precisión el número medio de hijos pero a edades exactas: 20 años exactos, 25 años exactos, etc.. Nada impide una vez que se representaron ambas series, ajustarlas y ver en qué medida se puede hacer coincidir la una con la otra. Brass está más a favor de buscar un procedimiento teórico que mejore la precisión de este trabajo de manera que lo haga más efectivo. Todo consiste entonces en relacionar ambas series mediante el ajuste de una curva que haga corresponder los puntos. No se busca nada elaborado, al contrario, se busca algo muy simple, y lo más simple de todo podría consistir en la elaboración de una línea recta entre los puntos de las F . Si se hiciera por ejemplo el punto correspondiente comparable para el que uno tiene para el grupo 20-24, aparecería como un punto intermedio entre la fecundidad acumulada a los 20 y la fecundidad acumulada a los 25 años exactos.

A esta altura se refirió al problema que se presenta por el hecho de que cuando se hace una encuesta retrospectiva sobre los nacimientos del último año, esta información del último año está referida a un período en el cual en promedio las mujeres eran medio año más jóvenes de lo que son hoy en el momento de la encuesta. Así por ejemplo, la fecundidad que informan las mujeres que tienen entre 20 y 25 años corresponde en realidad a la fecundidad que tuvieron ellas cuando estaban entre los 19.5 y los 24.5. Hace falta tomar en cuenta cuidadosamente este desplazamiento del período. Si en lugar de considerar en la encuesta los nacimientos del último año se considerasen los nacimientos de los dos últimos años, deberíamos desplazar las edades un año en lugar de medio año. Cuando la información corresponde a nacimientos del último año, los puntos deberían ser representados desplazándolos medio año hacia la izquierda, a las edades 19.5, 24.5, 29.5, etc.. Esta serie sería la que ahora habría que hacer corresponder con la anterior a los efectos de hacer los ajustes.

En consecuencia el problema que se tiene es ver cómo completar la curva de los puntos que se tiene representada con los circulitos (o) derivada de la pregunta sobre la fecundidad del año anterior. Una recta, como se dijo antes en general no es una buena solución. En la parte inicial de la curva y en la final hay mucha curvatura y con una recta cometeríamos quizás grandes errores.

Se busca entonces algo que esté más cerca de la realidad sin pretender demasiada precisión. El propone una solución simple. Un modelo cuya forma matemática es:

$$f(x) = c(x-s)(33+s-x)^2$$

polinomio de tercer grado que todos conocemos. Es muy simple y ha sido pensado para que sea muy simple. Sin embargo, a pesar de eso es bastante flexible.

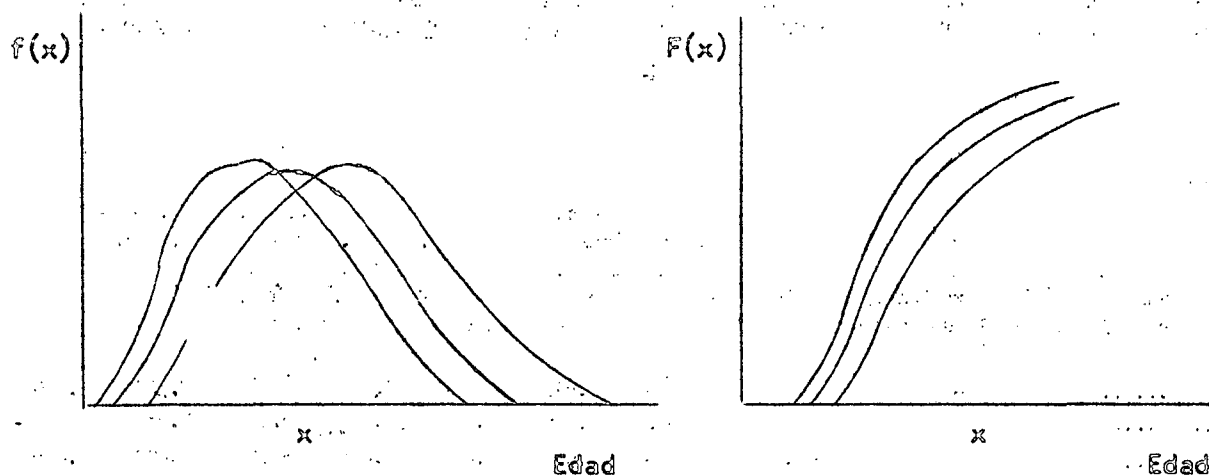
Nos comenta sobre la significación de cada uno de los parámetros: el primero de ellos c , tiene que ver con el nivel de la fecundidad; no tiene importancia alguna para el asunto que estamos considerando aquí. El segundo

parámetro \underline{s} , es muy importante e indica la edad en la cual comienza la fecundidad; no es importante en sí mismo pero es importante porque cambia la ubicación de la distribución en la escala de las edades y si por ejemplo, se fija \underline{s} como 15 años, se obtiene que la media de las edades en la distribución de las tasas es 28.2. En general el valor de la media es $\bar{m} = s + 13.2$; en consecuencia moviendo la \underline{s} se mueve la media de la distribución.

El valor 33 tiene que ver con el intervalo del período reproductivo. Para nuestros propósitos dice que es apropiado tomar 33, que es un promedio entre numerosas observaciones. La experiencia dice que puede oscilar entre 30 y 36. Fijando 33 como valor del intervalo del período de la procreación y no considerando ahora el valor de \underline{c} que no nos interesa, hemos reducido la expresión a otra en donde hay un solo parámetro: \underline{s} . Lo que se hace ahora es hacer la acumulación de esa función. Construir

$$F(z) = c \int_{\underline{s}}^z (x - \underline{s}) (33 + \underline{s} - x)^2 dx$$

siendo $F(z)$ el número acumulado de niños a la edad z exacta. Cambiando el valor de la \underline{s} uno tendría una sucesión de curvas como las que se indican a continuación:



Con estas curvas apoyándonos en este modelo estamos en condiciones de resolver el problema que nos planteamos al principio, de ir rellenando la curva entre los puntos que nos interesa a fin de tener valores correspondientes con los valores de P . Notemos que lo que importa es cómo se ajusta la realidad a la curva en el intervalo específico entre las edades que uno está considerando, pues no se trata de hacer un ajuste a lo largo de toda la escala de las edades. Variando la locación uno puede aproximarse a la fecundidad

de la población particular que se está estudiando. El problema entonces es cómo seleccionar la locación, es decir la ubicación de la curva de distribución. El valor \underline{s} no parece ser satisfactorio pues es difícil de estimar en una población real. En cambio lo que puede estimarse fácilmente en una población real conociendo su fecundidad es la edad media (\bar{m}) o alternatively, la que el profesor Brass designa f_1/f_2 , es decir, el cociente entre las tasas de fecundidad entre el grupo 15 - 19 y el grupo 20 - 24. Este es un índice fácil de obtener y de manejar y que ubica la población real cerca del modelo que le corresponde. Lo que se hizo en los cálculos fue establecer qué factores hacfa falta usar a los efectos de convertir las tasas anuales de fecundidad por edad en el punto correspondiente de la curva que fuera comparable en cuanto a edad con la paridez media observada. Esos valores fueron calculados y tabulados. Hay fundamentalmente dos tablas, una en la cual se ha supuesto que las edades que se obtienen en relación con la fecundidad del último año están desplazadas medio año en relación con las edades en el momento de la encuesta (véase el cuadro 1). La segunda tabla en cambio, da los valores correspondientes para la situación en que no hay desplazamiento, caso que se presentaría por ejemplo, si uno trabajara con datos del registro civil. En este caso no hay desplazamiento y las edades son directamente comparables (cuadro 2). Si hiciera falta establecer los valores de estos factores para períodos diferentes a esta situación de ningún desplazamiento y de desplazamiento de medio año, ellos se podrían obtener por un procedimiento de interpolación o de extrapolación a partir de los valores disponibles.

Cuadro 1.

VALORES DEL COEFICIENTE K PARA ESTIMAR EL VALOR MEDIO, PARA GRUPOS DE EDAD DE CINCO AÑOS, DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA (F_i) DE ACUERDO CON LA FORMULA

$$F_i = 5 \sum_{j=0}^{i-1} f_j + k f_i$$

(Donde $f_0 = 0$)

f_1 = Tasa de fecundidad por edades para las personas comprendidas entre los 14,5 y 19,5 años de edad
 f_2 = La misma tasa para las personas comprendidas entre los 19,5 y 24,5 años de edad, etc.)

Intervalo de edades (i)	Límites exactos del intervalo de edades	Coeficientes k para los valores f_1/f_2 y \bar{m} según se indica en la parte inferior de la tabla							
1.....	15 - 20	1.120	1.310	1.615	1.950	2.305	2.640	2.925	3.170
2.....	20 - 25	2.555	2.690	2.780	2.840	2.890	2.925	2.960	2.985
3.....	25 - 30	2.925	2.960	2.985	3.010	3.035	3.055	3.075	3.095
4.....	30 - 35	3.055	3.075	3.095	3.120	3.140	3.165	3.190	3.215
5.....	35 - 40	3.165	3.190	3.215	3.245	3.285	3.325	3.375	3.435
6.....	40 - 45	3.325	3.375	3.435	3.510	3.610	3.740	3.915	4.150
7.....	45 - 50	3.640	3.895	4.150	4.395	4.630	4.840	4.985	5.000
	f_1/f_2	0.036	0.113	0.213	0.330	0.460	0.605	0.764	0.939
	\bar{m}	31.7	30.7	29.7	28.7	27.7	26.7	25.7	24.7

Fuente: Naciones Unidas, Manual IV. Métodos para establecer mediciones demográficas fundamentales a partir de datos incompletos. Nueva York, 1968. Anexo IV, pág. 132.

Cuadro 2.

VALORES DEL COEFICIENTE K PARA ESTIMAR EL VALOR MEDIO, PARA GRUPOS DE EDAD DE CINCO AÑOS, DE LA FECUNDIDAD ACUMULADA (F_i) DE ACUERDO CON LA FORMULA

$$F_i = 5 \sum_{j=0}^{i-1} f_j + k f_i$$

(Donde $f_0 = 0$)

f_1 = Tasa de fecundidad por edades para las personas comprendidas entre los 15 y 20 años de edad

f_2 = La misma tasa para las personas comprendidas entre los 20 y 25 años de edad, etc.)

Intervalo de edades (i)	Límites exactos del intervalo de edades	Coeficientes k para los valores de f_1/f_2 y \bar{m} según se indica en la parte inferior de la tabla							
1.....	15 - 20	0.335	0.660	1.030	1.390	1.760	2.130	2.450	2.754
2.....	20 - 25	2.025	2.170	2.265	2.330	2.380	2.420	2.455	2.485
3.....	25 - 30	2.420	2.455	2.485	2.510	2.535	2.560	2.580	2.605
4.....	30 - 35	2.560	2.580	2.605	2.625	2.650	2.675	2.700	2.730
5.....	35 - 40	2.675	2.700	2.730	2.760	2.800	2.845	2.895	2.960
6.....	40 - 45	2.845	2.895	2.950	3.040	3.145	3.285	3.470	3.720
7.....	45 - 50	3.195	3.455	3.720	3.930	4.240	4.495	4.750	5.000
	f_1/f_2	0.036	0.113	0.213	0.330	0.460	0.605	0.764	0.939
	\bar{m}	32.2	31.2	30.2	29.2	28.2	27.2	26.2	25.2

Fuente: Op.cit., cuadro 1.

En respuesta a una consulta, el profesor Brass hace una aclaración con respecto a los nacimientos que ocurren a mujeres que tienen una edad inferior a los 15 años. Dice que en la práctica, esos nacimientos son incorporados a los nacimientos de las mujeres que tienen entre 15 y 19 años; en consecuencia si uno tiene que aplicar la tabla y tiene nacimientos de mujeres menores de 15, para hacer un uso correcto de la tabla lo que tiene que hacer es sumar esos nacimientos a las mujeres del grupo 15-19. Comenta que esto tiene muy poca importancia práctica porque generalmente los números son muy pequeños. Además menciona que cuando trabajamos con el desplazamiento de medio año, el primer grupo no representa la fecundidad entre 15 y 20 años exactos sino más bien, la fecundidad del grupo entre 14.5 y 19.5 años.

Dice que ha dedicado más tiempo del que acostumbra a la presentación de esta función modelo, porque en Uganda hubo un intento siguiendo esta misma idea de elaborar un modelo para describir la fecundidad de los primeros nacimientos y las personas que trabajaban en esto tenían el propósito de obtener un ajustamiento bueno a lo largo de todas las edades y nos dice que éste no es el propósito del modelo que nos presenta. Cada vez que se lo usa se opera con él a lo largo de pequeños intervalos de edades y uno por vez, en particular

se usa f_1/f_2 para las primeras edades y no importa mucho si ese ajustamiento es bueno o es malo para la parte final de la curva; puede suceder que dos modelos sean coincidentes en la primera parte y que sean muy diferentes en la parte final, en ese caso lo importante es que parcialmente, y a medida que se va desplazando, el ajuste sea correcto, pero poco nos debe importar que fuera del intervalo que uno usa, el ajuste sea apropiado. Y lo mismo puede pasar al revés, que al final las dos curvas sean muy parecidas y muy diferentes al principio, lo que puede ocurrir cuando se usa la edad media de la distribución (m) para hacer el ajuste de la parte final. Uno logra acercarse al valor teórico con el valor empírico, desentendiéndose de lo que pasa con esas dos curvas al principio de las edades. Es entonces un problema equivocado el de tratar de pensar que con este polinomio se está logrando un ajuste desde las primeras edades hasta el final del período de reproducción. Comenta que el polinomio suele ser muy poco apropiado para describir la parte de la curva correspondiente a la cúspide de la fecundidad, pero nuevamente nos encontramos con que esta limitación del polinomio para describir esa parte de la curva tiene muy poca importancia práctica, pues los valores que se utilizan para el ajuste en esa parte de la curva varían muy poco.

2. USO DE LA INFORMACION SOBRE ORDEN DE NACIMIENTOS

Nos dice que hay métodos poderosos que permiten ahondar el estudio, tomando en cuenta la información correspondiente al orden del nacimiento o paridez como también se le llama. Empieza por advertirnos que siempre se dispone de esa información cuando se dispone de la información que se ha visto antes sobre el total de los nacimientos tenidos y de los nacimientos del último año. Desgraciadamente sin embargo, no siempre esa información se tabula, y ésto lo explica: si uno ha preguntado a la mujer cuántos hijos ha tenido y además si ha tenido un hijo en el último año y nos contesta que ha tenido 6 hijos y que el último lo ha tenido el último año, no tenemos ninguna duda de que este hijo es de orden 6. No hace falta pues, ninguna otra pregunta en los censos y en las encuestas para hacer uso del procedimiento que nos propone, el que tiene en cuenta el orden (o paridez). Nos dice que el mismo tipo de relación que se estableció antes entre un valor retrospectivo del número medio de hijos por mujer y un valor acumulado obtenido a partir de la información del último año (P/F), se puede establecer ahora tomando en cuenta la paridez. Empecemos entonces considerando la primera. Uno puede obtener primeros nacimientos del año pasado, establecer tasas de primeros nacimientos, y acumular esas tasas lo que iría dando por edad, el número de mujeres que llegan a ser madres de acuerdo con la información de lo que sucedió en el último año. Por otra parte, la información retrospectiva permite hacer el mismo cálculo y obtenemos entonces valores parecidos a los que aparecen en la pizarra.

Las primeras tasas $f(1)$ serían los primeros nacimientos dividido por las mujeres de cada grupo; de manera que daría la tasa anual por edad de los primeros nacimientos. La acumulación de esas f , nos daría una F de primeros nacimientos $F(1)$, comparable con la proporción de mujeres que llegan a ser madre alguna vez, en un análisis retrospectivo. La columna siguiente, $P(1+)$,

representa la proporción de mujeres con uno y más hijos. La relación $P(1+)/F(1)$ es una relación esencialmente igual a la que teníamos cuando no tomábamos en cuenta el orden de los nacimientos. Análogamente se podría establecer una tasa $F(2)$ que resultaría de acumular tasas anuales de segundos nacimientos y se trataría de comparar esos valores con una $P(2+)$ que reflejara la proporción de mujeres que tuvieron 2 o más hijos, derivados de los datos retrospectivos sobre los hijos tenidos durante toda su vida.

DATOS CORRESPONDIENTES A NUEVA GUINEA

Edad de la mujer	F(1)	P(1+)	$\frac{P(1+)}{F(1)}$	F(2)	P(2+)
15 - 19	0.21	0.21			
20 - 24	0.78	0.79			
25 - 29	0.92	0.95			
30 - 34	0.94	0.95			
35 - 39	0.95	0.96			
40 - 44					
45 - 49					

Podría establecerse la relación $P(2+)/F(2)$ y establecer relaciones parecidas con $F(3)$, etc. Nos llama la atención que la suma de las $F(1)+F(2)+\dots$, establecida para un grupo de edades, nos conduce a lo que teníamos antes y que llamábamos simplemente \bar{r} y que una suma similar a los valores $P(1+)+P(2+)+\dots$ nos conduce al valor de la paridez media (P) que teníamos antes. Es decir que lo que se ha hecho ahora es dividir entre sus partes componentes la información que teníamos dada para el total. Podemos relacionar como lo deseamos valores de la fecundidad reciente (F) con la fecundidad pasada (P), siempre que la fecundidad haya permanecido constante.

Para hacer una traducción más fiel, diré que la primera suma de que nos habló era una suma de sumas pero no por edades, pero nada impide que uno pueda hacer las sumas grupo de edad por grupo de edad. (No debemos confundir esto con las probabilidades de agrandamiento, es decir, con el riesgo que tiene una mujer que tuvo tres hijos de tener un cuarto, etc. Acá se trata siempre de tasas anuales calculadas sobre la base del total de la población femenina, por eso es que se puede sumar. No confundamos una idea con la otra).

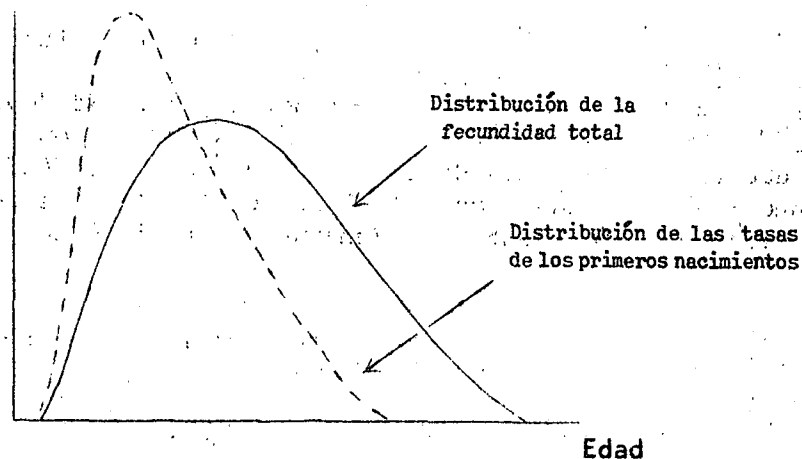
Nos habla ahora de la particular importancia que tiene el estudio de los primeros nacimientos. Nos dice que este material es sumamente valioso, y las razones son varias. Primero, porque generalmente al hablar de primeros nacimientos se trabaja solo con mujeres jóvenes que suelen ser las más educadas,

las más "despiertas". Además corresponden a acontecimientos más recientes y nos independizamos un poco de los problemas de omisión derivados de las mujeres de edades más avanzadas. La segunda razón es que uno puede esperar información más exacta respecto a si una mujer es madre o no, que cuando se pregunta el orden del nacimiento a mujeres que han tenido muchos hijos. En otras palabras, es más fácil que una mujer que tuvo 10 hijos omita uno a que una mujer que fue madre diga que no lo fue.

Y en relación con el período de referencia, y éste es el tercer punto, si el período está muy mal declarado aparecen enseguida errores que son más fáciles de detectar. Si las sumas de las tasas anuales de los primeros nacimientos no dan algo razonable, entonces se tienen indicios claros de que ha habido errores -que pueden ser grandes-, en el período de referencia. Por ejemplo, si una suma superara el valor del cien por ciento, sería un error que enseguida saltaría a la vista indicando que el período de referencia posiblemente haya sido muy superior a un año; y al revés, si la suma de las tasas condujera a resultados tan poco razonables como que solamente el 60 por ciento de las mujeres llegara a ser madre, nos pondría en evidencia que el error en el período de referencia ha sido el de considerarlo menor que un año.

El ejemplo dado, que se refiere a Nueva Guinea es un ejemplo particularmente apropiado en el sentido de mostrar que esta información es muy buena. Hay gran coincidencia entre los valores de la F y la P. Nos dice que si hubiéramos hecho esto con los datos de Costa Rica del Censo Experimental, posiblemente hubiera quedado en evidencia que la información sobre los hijos nacidos el último año estuvo mal dada.

Así como en el procedimiento anterior en relación con el total de nacimientos había un factor k que permitía componer el índice sintético, F, aquí también se necesita un factor análogo, para transformar las tasas anuales de primeros nacimientos en proporciones acumuladas de madres por edad. La forma de las curvas es muy distinta como se puede observar:



Según nos indica, esto no es muy importante y no conduciría a nada serio el usar factores no muy apropiados, ya que se apoya todo, en el uso de factores para el comportamiento de las tasas acumuladas entre los 25 y los 34 años que parecen ser muy estables. Pero Blacker y Hill han trabajado muy recientemente en la elaboración de estos factores y como están disponibles parece conveniente usarlos. Blacker y Hill elaboraron una función en que la fecundidad se refiere a primeros nacimientos y que es más complicada que la vista anteriormente. Es la siguiente:

$$f(x) = c(x-s)^{\frac{1}{2}} (20+s-x)^2$$

Es una distribución que se hace más estrecha que la anterior, y en donde fue necesario incorporar ese exponente $\frac{1}{2}$ para hacer que la subida de la curva al principio fuera más aguda. Se desarrollaron valores k para este modelo y ellos aparecen en el cuadro 3.

Cuadro 3.

MULTIPLICADORES PARA LA INTERPOLACION DE TASAS ACUMULADAS DE
FECUNDIDAD DE PRIMEROS NACIMIENTOS

\bar{m}	17.58	18.58	19.58	20.58	21.58
$\frac{f(15-19)}{f(20-24)}$	1.7436	1.5472	1.3591	1.1549	0.8702

Grupos de edad

10 - 14	2.0401	1.6145	1.2373	1.1174	
15 - 19	3.1097	3.0544	2.9791	2.8518	2.4947
20 - 24	3.3396	3.2887	3.2431	3.1997	3.1565
25 - 29	3.8256	3.6714	3.5566	3.4694	3.3981
30 - 34	4.6667	4.3468	4.1952	4.0983	4.0300

Fuente: Hill, K.W. y Blacker, J.G.C., Some Problems of African Demographic Analysis. Junio de 1971. (No publicado)

Nos comentó ayer que en algunas circunstancias el método que él nos propone no ha dado resultados satisfactorios en el sentido de que las relaciones P/F no presentaban una variación razonable. Nos va a comentar ahora estos malos resultados refiriéndose a un ejemplo que corresponde a una población del África del Este. Dice que es común que en una población de esta región hayan surgido estos problemas pero es muy reciente la idea de por qué sucedía esto. Con la información proporcionada por Tanzania en el censo de 1969 se da la oportunidad de estudiar más a fondo el punto, pues por primera vez se presentaron tabulados los hijos por orden de nacimiento.

DATOS DE TANZANIA, CENSO 1969

Edad de las mujeres	$\frac{P}{F}$	F(1)	P(1+)	$\frac{P(1+)}{F(1)}$
15 - 19	1.23	0.27	0.33	1.21
20 - 24	1.09	0.80	0.79	0.99
25 - 29	0.91	1.00	0.88	0.87
30 - 34	0.85	1.07	0.89	0.83
35 - 39	0.79	1.10	0.89	0.82
40 - 44	0.74	1.12	0.88	0.79
45 - 49	0.72	1.12	0.89	0.79

Como vimos antes, esta información se pudo haber tabulado en otros censos, porque la información estaba, pero no se hizo. Por primera vez para una población africana eso fue posible y permitió el análisis por paridez que se hizo entonces para diversos órdenes de nacimientos pero que en el cuadro de la pizarra se ha limitado a copiar el caso del primer nacimiento, lo que distingue con el número 1. Analicemos ese ejemplo. Primero veremos lo que pasa con la aplicación ciega del método, aquél que consideraba todos los nacimientos. La variación de la relación P/F muestra un cambio -que resulta para él inaceptable- del grupo de edad 20-24 al grupo 25-29. Esa caída de 1.09 a 0.91, es algo que razonablemente no se puede aceptar como consecuencia de los errores de falla de memoria, etc. porque parece ser demasiado cercana la experiencia de las mujeres de 20-24 y las de 25-29 como para producir tal cambio. Habrá algunas explicaciones, y una podría ser errores muy fuertes en la declaración de la edad. Si por ejemplo niñas de menos de 15 años son declaradas como que tienen más de 15, eso puede hacer que el F(1) resulte seriamente subestimado. Contrariamente si las niñas del grupo 15-19 que no tienen hijos, el enumerador las coloca en el grupo de menos de 15 años (y esto puede suceder porque muchas veces el enumerador se guía por el hecho de que la mujer tenga o no tenga hijos para hacer una estimación de la edad), puede determinar una exageración del valor F(1) sin afectar por cierto el valor de P(1+). Todo esto pueden ser explicaciones tendientes a justificar esa caída, pero según él no son suficientes.

Nos dice que la aplicación ciega del método hubiera conducido a multiplicar por 1.09 los valores de la tasa anual recogida, cuya suma daba antes, de entrada 7.27 niños. Si a eso se lo multiplica por 1.09 se llega a un nivel arriba de 8 lo que él considera exageradamente malo. Pasémos ahora a mirar cuánto más podemos saber, si hacemos un análisis de los primeros nacimientos. Mirando la información de la derecha del cuadro podemos ver que la $F(1)$ (proporción de las mujeres que llegan a ser madre en función de los primeros nacimientos ocurridos en el año anterior), alcanza el valor 100 para el grupo 25-29 y de allí en adelante está siempre por arriba de 100, lo que sería lógicamente inadmisibile. Ahora aplicando el método, la corrección que habría que aplicar con $P(1+) / F(1)$ sería mucho más razonable que antes, pues en lugar de 1.09 sería 0.99. Pero él insiste sobre todo en el hecho de que el análisis de $F(1)$ pone de relieve datos que aparentemente son incoherentes. Podría haber varios tipos de errores, dice que el error en la declaración de la edad puede ser muy importante, pero él insiste que con la nueva información podemos poner en evidencia algo que parece contradictorio, como es el hecho de que este $F(1)$ supere el 100 por ciento. Se supone que esto se debe a que mujeres viejas están declarando haber tenido niños en el último año, que en realidad no han tenido, y una explicación podría buscarse en el hecho de que en esta población formada por tribus bantúes es común que cuando un niño pierde su madre, sea adoptado por la hermana del padre y en cualquier investigación que se haga es muy difícil distinguir un hijo auténtico de la madre y un hijo adoptado mediante ese sistema. No hay forma de corregir esto, pero eso no nos interesa para los fines del análisis que estamos haciendo.

En particular Blacker hizo algunos supuestos más o menos arbitrarios de sentido común que le permitieron salir adelante, pero eso no nos interesa a los propósitos de la exposición aquí. Lo que quiere señalar él, es que abrir la información haciendo la distinción por orden del nacimiento, permite conocer mucho mejor lo que está detrás y hacer correcciones o simplemente llegar a detectar quizás cosas absurdas que de otra manera quedarían ocultas.

Se va a referir ahora al uso del orden del nacimiento en la información de los nacimientos registrados para derivar estimaciones de la fecundidad. Esto se puede conocer a través de los registros como queda dicho, o acaso a través de una encuesta que recoja información acerca de los nacimientos ocurridos en un año. Es un método que no utiliza información retrospectiva. Va a suponer también que no conoce el tamaño de la población. En relación con las aplicaciones nos va a mostrar el gráfico 3 sacado de la publicación "Ajuste e interpretación de datos demográficos" (Traducción de CELADE-Subsede, DS.No. 8, pág.21) en donde se ilustra la aplicación de estas ideas.

Vamos a suponer entonces que estamos en condiciones de calcular F , es decir, la fecundidad total por mujer proveniente de la información de los nacimientos de un año, y por ahora pensemos que estamos en condiciones de calcularla y que por lo tanto conocemos también el tamaño de la población. También, la información nos permite calcular $F(1)$, es decir, la información derivada de los primeros nacimientos. Nos propone que consideremos ahora el cociente $F/F(1)$ y nos dice que esto representa el tamaño medio de la familia completa, por madre. Así como antes la F representaba el total de la fecundidad

por mujer, ahora este cociente representa la fecundidad total por madre. Empecemos ahora con las elaboraciones de esta idea. Si los valores son proporcionales, tanto el numerador como el denominador, a otros valores, o sea, si multiplicamos por k el numerador y el denominador, podemos pensar que esto es equivalente a suponer que si bien no se conoce el número exacto de F o de $F(1)$, se conocen cantidades que son proporcionales al número exacto ($kF/kF(1)$). El supuesto fundamental está en que se supone que se puede conocer con el mismo grado de omisión el total de nacimientos y el total de primeros nacimientos. Si se está en esas condiciones, se puede establecer el cociente y llegar a una expresión que va a representar $F/F(1)$.

Podría también, si se quisiera, utilizarse un número de población cualquiera, arbitrario, con el objeto de obtener las tasas, pues conduciría a los mismos resultados. Lo que se necesita en determinado momento, si se pone a calcular los datos con población, es alguna idea de la población por edad. Una vez que se haya calculado ese cociente entre los valores aproximados que supone que se compensan multiplicándolos por $P(1+)$, es decir, la proporción de mujeres que alguna vez llegan a ser madres en la población lo que es fácil de establecer (ya sea por alguna encuesta o simplemente adoptando un porcentaje razonable, como puede ser 90 por ciento, que es razonable para una población no muy modernizada, donde eso es un fenómeno más bien biológico que social), el producto $P(1+)$ por el cociente de los datos observados (errados en el numerador y el denominador pero cuyo cociente se supone válido), $F/F(1)$, nos da una estimación de la fecundidad total.

$$\frac{F}{F(1)} \cdot P(1+)$$

Veamos ahora cómo juega en lo anterior, lo que nos dijo sobre la necesidad de contar con un modelo por edades. Nos indica qué información tenemos. Tenemos solamente: la distribución por edades de los nacimientos totales ocurridos en un año y dentro de esos nacimientos, los que son primeros nacimientos. Eso es todo lo que tenemos. Nos dice "distribución", pero si ustedes quieren ser más precisos, son la clasificación de los nacimientos por edades de las madres, en números absolutos.

A los efectos de obtener las tasas deberíamos contar con una clasificación equivalente por edades de la población femenina. Esto es lo que no tenemos. En lugar de eso lo que tenemos que hacer es adoptar una arbitraria distribución por edades de la población. No interesa el valor absoluto sino que lo que nos importa es una función relativa, distribución por edades de la población. Toda ella puede estar afectada por un factor constante que no nos interesa. Con esa distribución arbitraria estamos en condiciones de calcular tasas (el número absoluto no nos interesa, lo digo una vez más, porque después vamos a hacer el cociente).

Nos dice que esta información (distribución por edad de las mujeres), es independiente, puede obtenerse de cualquier otra fuente, y nos va a dar después un ejemplo aplicado a las Islas Salomón Británicas en el que el factor $P(1+)$ fue obtenido de un censo de 1959 y lo usó en relación de los nacimientos de

1968. Nos dice una vez más que la estimación de $P(1+)$ es fácil de obtener; una encuesta de mujeres de edad avanzada nos permite clasificarla en si tuvieron un niño o no, y nos permite conocer una proporción que es sumamente estable en sociedades en donde la fecundidad es alta. Solamente en algunas poblaciones del Africa se ha observado que esa proporción nunca baja del 90 por ciento, pero también puede alcanzar valores de 80 y hasta 75 por ciento. Pero uno nunca está en total ignorancia de lo que está pasando en esas sociedades, en este caso se sabe que esas poblaciones estuvieron afectadas fuertemente por enfermedades venéreas. Entonces la conclusión sería que esa proporción $P(1+)$, si bien es independiente de la información anterior, es algo que en general se puede estimar fácilmente. En particular, en los censos del Brasil se tiene expresamente una columna para las mujeres que alguna vez tuvieron un niño, y Mortara siempre se preocupó mucho de calcular el porcentaje de mujeres "prolíficas" como las llamaba él.

Se pregunta si es razonable suponer que el valor de k que afecta el numerador es el mismo que afecta al denominador en el cociente entre F y $F(1)$: $kF/kF(1)$.

Dice que esto depende mucho de cómo se obtuvo la información. A veces resulta razonable y otras veces, no. Si en una encuesta se trabaja con el mismo error en la escala del período de referencia para todas las edades y órdenes de nacimientos, parece razonable que sí lo sea. En una encuesta tipo Honduras (EDENH) por ejemplo, lo sería. Pero algunas veces no es razonable hacer ese supuesto. Los primeros nacimientos pueden estar mejor informados que los otros. En primer lugar, entre otras cosas, porque las mujeres más jóvenes registran mejor los nacimientos. Puede ser también porque las mujeres jóvenes que están teniendo hijos son atendidas en servicios médicos con más frecuencia que las mujeres que están teniendo hijos de una paridad superior. Se puede hacer algo? se pregunta. Y nos contesta que sí, que algo se puede hacer. En lugar de utilizar directamente la información disponible, propone hacer una comparación con una estándar. Comparar entonces los valores estimados, los que se indican como:

$$F, F(1), F(2), F(3), \dots \text{ etc.}$$

con valores similares análogos que se podrían derivar de un patrón, y preguntarse si esa comparación tiene sentido o qué tendencia sugiere. El trató de elaborar sistemas de ajustes matemáticos bastante complicados, pero no le condujeron a resultados satisfactorios. Lo que le parece más cómodo y conveniente es hacer una representación gráfica en la que se coloque en el eje de las ordenadas los valores de F estimados (F) y en la escala de las abscisas, un estándar o distribución de referencia (F). Estamos otra vez con la idea que nos presentó ayer, de usar un patrón como elemento de comparación con los datos que uno tiene, un patrón que sea de la misma clase y que nos permita entonces hacer una evaluación de la calidad de nuestra información.

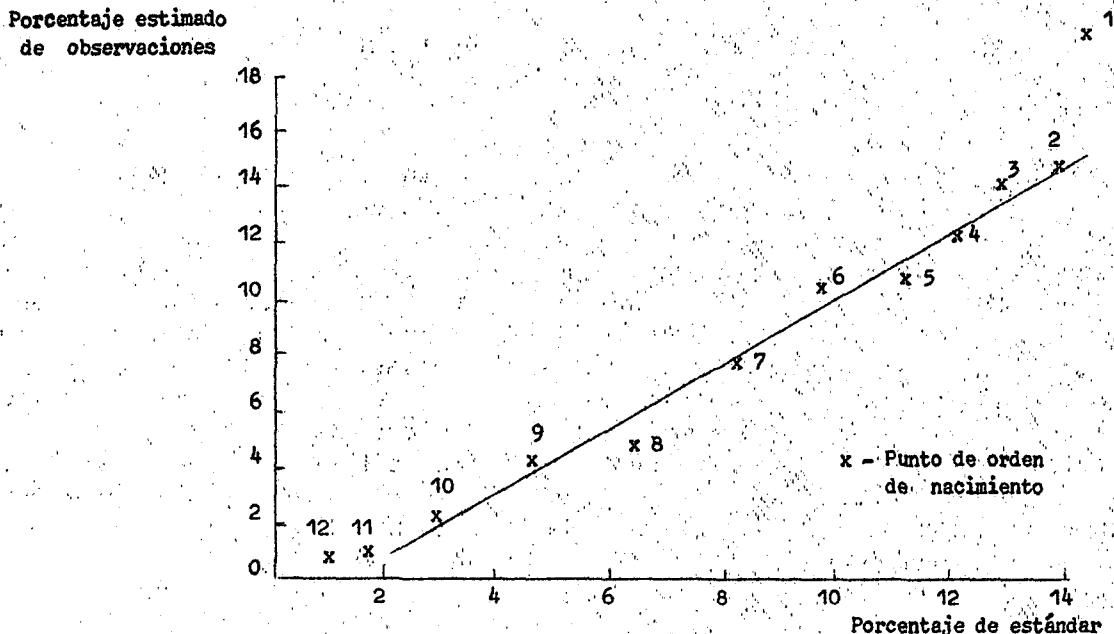
Se trata acá de comparar el $F(1)$ con el $F(1)$ estándar, el $F(2)$ con el $F(2)$ estándar, etc. Tal es lo que se hace en el gráfico 3, con información proveniente de las Islas Salomón Británicas, en 1967. Esa información era proporcionada por parteras que notificaban acerca de los nacimientos que hablan

atendido y que informaban sobre el orden de los nacimientos y otros datos que no nos interesan ahora. El desconoce que cobertura tenfa esta información, podría ser un tercio o un cuarto de la población, lo que sí sabe es que era una proporción limitada y de ese orden.

Gráfico 3.

COMPARACION DE LA DISTRIBUCION DE ORDEN DE NACIMIENTOS
CON EL ESTANDAR

Islas Salomón Británicas: 1967



Fuente: Brass, W., Ajuste e interpretación de datos demográficos. CELADE Serie DS No.8, pág.21. Traducción del doc. "Disciplining Demographic Data" presentado a la Conferencia de Londres, Vol. I, setiembre de 1969.

Miremos entonces el gráfico y vemos que los puntos aparecen bastante alineados. El gráfico nos informa sobre los primeros nacimientos, segundos nacimientos, terceros, etc. hasta el número 12. Excepto el primero, que queda completamente afuera de la línea de tendencia, los otros parece que se aproximan bastante a un patrón bastante normal de variación. Si fuera cierto que el patrón de error fuera similar en todos los órdenes de paridez, uno debería esperar una forma coherente de variar en estos puntos como efectivamente se logra excepto en el primero. La conclusión que uno debería sacar analizando este gráfico es que los primeros nacimientos son registrados con un grado de cobertura muy superior al de los otros nacimientos. Y, para colocarlos en un plano comparable de igualdad, habría que corregir el primer trazo, bajándolo

al nivel en que se encontrara con la tendencia que marcan los otros. Al hacer esto nos pondríamos de acuerdo con nuestra hipótesis de que el valor de corrección es el mismo, ya sea primeros nacimientos o nacimientos de otro orden.

La información analizada, como hemos visto, se refería al año 1967; un análisis similar hecho con información de 1968-1969 mostró resultados algo diferentes. No solo los nacimientos de primer orden, sino también los de segundo y en cierta manera los de tercero, se alejaban de la línea de tendencia de la recta, mostrando que estaban registrados mejor que los nacimientos de orden cuarto, quinto, etc.. Es decir, el segundo se alejaba un poco hacia donde está el primero, sin por supuesto producir un desvío tan grande. Se corrigió entonces no solamente la información del primer orden, sino también la del segundo y el tercero, poniéndola más de acuerdo con la tendencia a los efectos de hacer cierta la hipótesis de que el error es similar en todos los órdenes de nacimientos.

El considera que es razonable que haya sucedido esto, que haya mejorado la notación de los segundos y terceros nacimientos, porque seguramente supone él que entre los años 1968 y 1969 mejoró el trabajo de las parteras cubriendo más población, y entonces parece natural que ocurra lo que aparentemente ocurrió.

Ahora se va a referir al estándar para la comparación. Empieza por advertirnos que va a tratar separadamente los casos de alta fecundidad de los casos de baja fecundidad. Se ocupa primero de los de alta fecundidad y nos dice que no importa en esta situación el estándar que se utilice. Cualquier estándar que refleje una alta fecundidad puede ser apropiado. En esta situación el $F(1)$ es un valor muy parecido al $F(2)$ y aún a $F(3)$. Muy pocas mujeres tienen solo un hijo o dos, si la fecundidad es alta lo normal es que tengan más, un orden de nacimientos mayor. Eso hace que en el gráfico los primeros valores aparezcan muy próximos entre sí. Si fuera posible adoptar un estándar interno, proveniente de la misma población, tanto mejor. Es eso lo que él hizo en el caso de la información que estábamos analizando de las Islas Salomón Británicas, adoptando como estándar, para los efectos de hacer la comparación, los datos del censo de 1959. El censo tenía información sobre el total de los hijos tenidos, lo que le permitió disponer de los valores $P(1+)$, $P(2+)$, etc. que como sabemos son equiparables al $F(1)$, $F(2)$, etc.. Trabajó entonces con el censo de 1959. La información de mujeres de un grupo de edad avanzada, su distribución según orden de nacimiento, a los efectos de tener un patrón con el cual comparar. No esperaba que esa línea fuera recta. Lo que buscaba era una tendencia que pusiera de relieve los puntos que se alejaban notablemente de ella como sucede acá. Si hubiera usado otro estándar, hubiera tenido quizás otra tendencia, posiblemente parecida, quizás tal vez con un poco más de curvatura. Eso tendría poca importancia. Insiste que lo importante era destacar si había algún orden de nacimiento (el primero), que se alejara o no de la tendencia general.

Pasando ahora al segundo aspecto, la aplicación de este método en población de baja fecundidad, nos advierte que es más difícil en este caso establecer un patrón satisfactorio, porque mientras que en poblaciones de alta

fecundidad parece ser que las cosas suceden de una sola manera (F(1) es parecido a F(2) y a F(3)), tratándose de poblaciones de baja fecundidad hay muchos patrones que pueden ser válidos. Puede que la población sea de baja fecundidad porque muchas mujeres tienen solamente un niño o porque algunas no tienen ninguno y otras tienen tres, pueden darse muchas combinaciones. El nos dice que no nos puede ayudar porque no ha aplicado este método en poblaciones donde la fecundidad es baja.

SÉSION III: sábado 18 de setiembre de 1971

1. COMENTARIO SOBRE EL DOCUMENTO
"THE ANALYSIS OF MATERNITY HISTORIES
TO DETECT CHANGES IN FERTILITY"

Se va a referir al documento E/CN.9/AC.12/R.11, The analysis of maternity histories to detect changes in fertility, que comenzó a gestarse a comienzos de 1971, cuando las Naciones Unidas le informaron que se estaba organizando en Budapest una conferencia técnica encaminada a examinar métodos de análisis de información de fecundidad para países en desarrollo y en particular, el tema de análisis del cambio de la fecundidad. Le pidieron que preparara un documento exponiendo su método favorito para medir estos cambios. El no tenía ningún método favorito aunque había estado pensando en el asunto desde hace un tiempo atrás, en razón que ha estado vinculado al problema de medir cambios en la fecundidad en países que han establecido políticas de control de población para reducir la fecundidad fundamentalmente.

Nos advierte que el problema es muy difícil, puede haber muchas formas en las tendencias de la fecundidad cuando cambia en los países en desarrollo. Cuando ésto ha ocurrido en los países europeos, se contaba entonces con registros fehacientes de nacimientos que permitían seguir esas tendencias con claridad. Eso no puede hacerse ahora en los países en desarrollo, donde no hay sistemas apropiados de registros civiles. Entonces hay que recurrir a otro tipo de instrumento. Se podrían organizar métodos a través de encuestas, como se está haciendo en muchos países, enviando enumeradores especiales; quizás a lo largo de visitas repetidas. Sin embargo no se puede decir que se haya establecido que este sistema haya tenido éxito, y esto por varias razones. Hace falta que las muestras sean sumamente grandes si es que se quiere retener la sensibilidad suficiente en las medidas que se logran como para detectar cambios en la fecundidad. Ese es un inconveniente serio. Otro inconveniente muy serio es que organizar este tipo de encuestas es muy costoso. Este es su punto de vista y posiblemente va a tener oportunidad más adelante de hablarnos de los problemas que él ve en este tipo de encuesta.

a. Preguntas retrospectivas en una sola encuesta

Pasando entonces a los métodos que podrían ser los que él recomienda, nos recuerda que ha venido hablando hace dos días de la medición de la fecundidad a través de una encuesta con preguntas retrospectivas. Podría entonces pensarse que realizando encuestas de este tipo en períodos diferentes uno estaría en condiciones de establecer cambios en la fecundidad. Recordemos que las preguntas que se hacen en este tipo de encuestas tienen que ver con los nacimientos totales tenidos en el pasado y con los nacimientos ocurridos en

el último año. A través de este tipo de información se puede estimar razonablemente bien la fecundidad. Hecha una encuesta de este tipo en un momento dado, se podría repetir dos o tres años después y establecer qué cambios se han producido entre un momento y el otro.

A pesar de que él recomienda este método, no está muy convencido de que sea satisfactorio para medir razonablemente bien los cambios. Y esto por diversos motivos. En primer lugar, al establecerse la estimación de la fecundidad acepta que está sujeta a cierta arbitrariedad del criterio del que hace la estimación. Hay que corregir errores de declaración de la edad y esto después de luego puede conducir a diferentes estimaciones dependiendo de quien lo haga. Y aunque aisladamente en una encuesta se puede llegar a un error razonable en la estimación, digamos de +5 por ciento, en una encuesta posterior, hecha varios años después, con otro tipo de organización, con otros enumeradores, podría acaso establecerse una estimación tan buena como la anterior pero errada en sentido contrario, es decir en -5 por ciento. Si tal cosa sucediera habría sin duda un cambio grande en los resultados debido nada más a este error, el que podría estar ocultando cambios reales importantes en la fecundidad. O al revés, estar aparentando que esos cambios han ocurrido. Si el cambio en la fecundidad fuera notable, posiblemente eso no tuviera mucha importancia, pero cambios tan importantes como del orden del 10 por ciento que darían ocultos nada más que por el error inherente al método mismo.

Resulta atrayente tener presente ver qué ventajas se podrían tener tratando de mirar las tendencias a través de una encuesta limitada a una sola visita en la que se hiciera investigación retrospectiva. Una ventaja grande es que la información sería coherente y si está sesgada lo estaría en el mismo sentido para diferentes segmentos de la población, ya que se recogería la información una sola vez, con los mismos encuestadores y con los mismos principios, en oposición con lo que sucedería si uno tuviera dos encuestas. Otra enorme ventaja es que los resultados se obtendrían rápidamente. Si uno hiciera dos encuestas separadas por 5 años, naturalmente necesitaría más de 5 años para tener los resultados. Con una sola encuesta retrospectiva se pueden lograr los resultados mucho antes.

Aún con el tipo de encuesta que se ha venido analizando hasta aquí, en donde se investigaba el total de hijos tenidos y los nacimientos del último año, es posible detectar algún tipo de cambio en la fecundidad. Nos pone el ejemplo, donde el número medio de hijos de mujeres de 45-49 años suponemos que es 7.02 y en el grupo de mujeres de 50-54 es 7.15.

Edad de las mujeres	No.medio de hijos por mujer
45 - 49	7.02
50 - 54	7.15

Si con la técnica que hemos analizado días pasados, hacemos un ajuste de la información de las mujeres más jóvenes, teniendo en cuenta los nacimientos del último año y obtenemos que la tasa global de fecundidad reciente es del orden de 6.27, podríamos concluir que la fecundidad de esta población ha descendido. Hay desde luego un problema importante, los órdenes de nacimientos, lo que hemos llamado P(6), P(7), están posiblemente afectados por fuerte error y por lo tanto el método no es preciso. Puede suceder entonces, que una aparente estabilidad en la fecundidad no sea tal en razón de que la información correspondiente a las paridades más altas haya sido recogida con un defecto mayor que las otras. Claro que cuando el cambio es notable, muy fuerte, como ha sucedido en media docena de casos en donde la fecundidad ha descendido mucho, aún este método que no es nada apropiado, puede estar dando resultados aparentemente razonables. Pero él dice que no se puede usar en forma sistemática.

b. Preguntas sobre "historia de maternidad"

Qué se puede hacer en una encuesta, cuando además de la información que hemos estado suponiendo que recogíamos, recogemos también la fecha del nacimiento de cada uno de los niños, o lo que se podría llamar también "historia de maternidad". Con esta información se puede elaborar un cuadro:

Edad de las mujeres	N a c i m i e n t o s			
	1970	1969	1968
15 - 19
20 - 24
...
...
TGF

ubicando cada nacimiento en su año de ocurrencia y relacionándolo con el número de mujeres según su edad. Con esta información se pueden calcular tasas anuales de fecundidad por edad y derivar de ellas tasas globales de fecundidad. Todo esto se ha hecho -y se ha hecho en países desarrollados-, y nos pone como ejemplo el Censo de Familia Inglés de 1946 de Gran Bretaña. Se obtuvieron a través de él medidas muy precisas sobre la fecundidad para diferentes períodos, cambios en los tamaños de familia, etc.. De modo que esta posibilidad existe y se ha llevado a la práctica en países desarrollados.

Desea hacer una aclaración que dice debió haber hecho antes. Al hacer el cálculo de las tasas globales de fecundidad, a medida que uno avanza hacia atrás en el tiempo, se puede estar cometiendo un error sistemático de selección, toda vez que la información que se maneja ha sido obtenida de mujeres vivas al momento de la encuesta y por lo tanto sobrevivientes del total de mujeres que tuvieron hijos en el pasado. En la medida en que pudiera haber mortalidad diferencial vinculada con la fecundidad de las mujeres, se podrían obtener estimaciones sesgadas por esa razón. Él considera que esto no tiene mucha importancia y no la tiene sin duda para nada, en los períodos recientes y él duda de que la tenga siquiera para períodos más lejanos. Es un punto técnico que considera importante señalar para los demógrafos más rigurosos.

c. Errores en la declaración de nacimientos retrospectivos

El tipo de encuesta que estaba analizando es fácil de llevar adelante en los países más adelantados pero no lo es en los países en desarrollo, ya que la información está afectada por errores substanciales, errores que tienen que ver con la respuesta, con la información que se logra. Y él los clasifica en tres grandes categorías:

1. Errores de omisión
2. Errores de escala en el tiempo, en el período de referencia
3. Errores de ubicación en el tiempo

El primero es obvio. Cuando se pregunta acerca de los nacimientos ocurridos en el pasado, los que ocurrieron en un pasado muy lejano generalmente son seriamente omitidos. Es poco lo que se puede hacer para remediar esto, desde luego un buen trabajo de campo puede hacer algo, y lo que se puede hacer también es concentrar la atención de los enumeradores en un período de tiempo reciente, desentendiéndose un poco de lo que sucedió en el pasado más remoto. De esta manera la omisión podría reducirse y hacerse poco importante.

Pasemos al segundo tipo de error, al que tiene que ver con la escala. Hablábamos los otros días de los errores que se producían cuando uno estudiaba los nacimientos ocurridos en el año anterior a la encuesta, los cuales podrían estar referidos no a un año, sino a veces a ocho meses, a veces a quince meses. Este error se hace aún más notorio cuando se retrocede en el tiempo y cuando después se asigna los años de ocurrencia a períodos determinados. No se puede decir que esa asignación sea correcta. Cuando esos períodos son por ejemplo de quinquenios de 0 a 5 años anterior a la encuesta, de 5 a 10 años anterior a la encuesta, etc., es posible que muchas asignaciones a esos períodos estén erradas. El origen es el mismo que teníamos antes en relación con el período de referencia cuando hablábamos del último año.

Pasamos entonces al tercer error, error de ubicación en el tiempo. Es muy común observar en muchas de las encuestas que se han desarrollado en esta materia que en los nacimientos que han ocurrido en el pasado lejano, se ha exagerado el tiempo de la ocurrencia, en el sentido de que se los coloca en el

pasado más allá de lo que posiblemente fueron. Eso él lo atribuye a que los enumeradores tienen la tendencia de suponer que todas las mujeres se casan muy jóvenes y tienen los hijos cuando son jóvenes. Entonces al encuestar mujeres muy viejas, la tendencia que se tiene es a exagerar el momento en que ocurrieron los nacimientos, colocándolos en el tiempo más atrás de lo que debe ser. A eso lo vamos a llamar errores en la ubicación en el tiempo. Dice de que hay claras evidencias de que esto sucede. Son todos estos problemas de errores difíciles de resolver. De lo que trata el documento que estamos analizando es de buscar métodos para corregir los errores del segundo y tercer tipo, los que tienen que ver con la escala de referencia en el tiempo y con la ubicación en el tiempo. Es poco lo que se puede hacer para corregir errores de omisión.

Se va a referir al cuadro 4 extraído del documento que analizamos. Prefiere explicar el método a partir de un ejemplo que en este caso consiste en la población de Nueva Guinea Occidental donde, cuando todavía estaba administrada por el gobierno de Holanda, en 1960, se hizo una investigación sobre fecundidad en una encuesta de mujeres. El tabulado que se hizo de los datos fue muy minucioso, con mucho detalle, y permite hacer una serie grande de análisis.

Pasemos al cuadro. Muestra para cada grupo de edades, en la primera columna, el número de hijos por mil mujeres. Entonces tendríamos en la primera columna nuestra habitual P correspondiente a cada uno de los grupos quinquenales; 168 por mil sería el número medio de hijos en el grupo 15-19, 155 por mil en el grupo 20-24, etc.. La primera columna por lo tanto tiene un sentido muy claro. Pasemos a la segunda columna. En este caso tenemos otra vez, siempre por mil, el número de nacimientos ocurridos a lo largo de los 5 años anteriores al de la encuesta. Cada uno de estos valores se podrían interpretar como 5 veces la tasa específica anual de fecundidad ya que cubre 5 años de experiencia. Hay una ligera complicación en relación con la escala de edades para pasar de un grupo de edades a otro una mujer en promedio tiene las edades intermedias de cada uno de los grupos, es decir, las tasas serían en realidad asignables por ejemplo cuando pasa de 20-24 a 25-29 al grupo quinquenal de 22.5 a 27.5.

Si uno suma estas tasas referidas todas al período entre 0 y 5 años anteriores a la fecha de la encuesta, y obtiene 7143, la suma esta tiene la misma significación que una tasa global de fecundidad obtenida ahora con referencia a un período de tiempo bien fijado. Lo mismo se obtiene sumando las tasas quinquenales de fecundidad del período 5 a 10 años anteriores al momento de la encuesta, etc.. Cada una de esas sumas se haría en cada una de las columnas del cuadro.

Si observamos ahora lo que sucede en relación con los valores en una diagonal que se inicia en el extremo arriba a la izquierda y vamos hacia abajo a la derecha, tenemos valores comparables en relación con la edad de las mujeres, difiriendo en el momento del tiempo. 1356 por mil sería la fecundidad de las mujeres al pasar del grupo 15-19 a 20-24, y esa misma significación tendría para otra cohorte de mujeres; el valor 1308 que aparece en la línea de la diagonal. Son números equivalentes en cuanto a los intervalos de edades; su diferencia está en que se refieren a períodos diferentes de tiempo.

Cuadro 4.

DISTRIBUCION DEL TOTAL DE NACIDOS VIVOS DE DIFERENTES COHORTES DE MUJERES,
POR PERIODOS DE TIEMPO

Grupos de edad al momento de la encuesta	Nacimientos totales por mil mujeres por periodos quinquenales anteriores a la encuesta					
	Total	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
15 - 19	168	168				
20 - 24	1 555	1 356	198	1		
25 - 29	3 398	1 864	1 308	226		
30 - 34	4 973	1 691	1 667	1 360	255	
35 - 39	5 967	1 310	1 442	1 576	1 315	324
40 - 44	6 239	647	1 055	1 365	1 407	1 423
45 - 49	5 996	102	453	938	1 173	1 517
50 - 54	5 728	5	92	432	741	1 196
55 - 59	5 619		6	61	318	795
60 - 64 ^{a/}	5 625			(4)	(84)	(411)
Fecundidad total		7 143	6 221	5 963	5 293	5 666

a/ Las medidas en paréntesis fueron calculadas mediante la asignación de todos los nacimientos ocurridos para edades superiores a los 60 años, al grupo de edades 60-64.

Fuente: Brass, W., The analysis of maternity histories to detect changes in fertility, Naciones Unidas. E/CN.9/AC.12/R.11. Budapest, 14-25 junio de 1971, cuadro 1, pág. 9.

Si examinamos el cuadro podemos establecer evidencias de los tres tipos de errores que fueron definidos anteriormente. Primero errores de omisión. Podemos ver mirando la primera columna que los valores suben como suponemos que debe ocurrir, hasta la edad de 40-44, pero de allí en adelante se estabilizan o tienden a bajar. Se interpreta esto como una evidencia de que está ocurriendo lo que tantas veces hemos visto, que las mujeres de más alta edad han omitido hijos tenidos en mayor medida que las jóvenes.

El segundo tipo de error, aquel que tiene que ver con el período de referencia con la escala en el tiempo, queda en evidencia si uno compara la tasa global de fecundidad que se obtiene según la fecundidad de los últimos 5 años, con la que se obtiene según período que va de 5 a 10, y si queremos también de 10 a 15. En el primer caso el valor es 7143, en tanto que la fecundidad en el período que va de 5 a 10 años antes de la encuesta, sería mucho menor, es 6221. Parece que esto no es cierto, para aceptar la validez de esto habría que suponer que ha habido una subida muy marcada en la fecundidad, lo que parece que no es aceptable. Es un problema de la ubicación en el tiempo, en el período de referencia que se está manejando, de los nacimientos que han ocurrido en el pasado.

Y pasemos ahora entonces al tercer error, el que hablábamos de la ubicación en el tiempo, de aquellos nacimientos más lejanos, de las mujeres de más edad. Esto queda en evidencia siguiendo la primera diagonal, la que corresponde al grupo de edades 15-19. A medida que avanzamos en las cohortes, que nos vamos ocupando de mujeres más y más viejas, advertimos que estos valores tienden a crecer notablemente, lo que para él es evidencia de que han sido asignadas a los primeros años reproductivos de la edad de las mujeres más viejas, una cantidad de niños que posiblemente correspondiera a edades más avanzadas.

Todos estos errores quedan en evidencia de una manera aún más clara si examinamos el cuadro 5. Este cuadro es exactamente similar en su contenido al cuadro 4, se diferencia en que acá se ha ocupado exclusivamente de los primeros nacimientos en tanto que en el cuadro 4, recordémoslo, se ocupaba de todos los nacimientos con independencia del orden. Acá queda más en evidencia, según nos dice, el problema de la escala de referencia en el tiempo; miremos otra vez lo que él llama la tasa de fecundidad del primer nacimiento, la última línea del cuadro, comparando totales de columnas. Tenemos 927 para el período más reciente contra 874 para el período que va de 5 a 10 años antes de la encuesta. Esto es inaceptable para él, vuelve a subir luego a 910 en el período siguiente. De acuerdo con la experiencia de los últimos 5 años 927 de cada 1000 mujeres llegarían a ser madres, y ese índice bajaría bruscamente a 874, si uno se atuviera a esta tabla, en el período de 5 a 10 años.

Queda también en evidencia de una manera más clara el problema de la ubicación en el tiempo. Mirando otra vez la primera diagonal vemos que los valores suben 142, 155 y terminan en 262. Ha habido parece una exageración en la edad, en el sentido de tomar una edad muy joven a la cual las mujeres más viejas tuvieron su primer hijo.

Cuadro 5.

**DISTRIBUCION DE PRIMEROS NACIMIENTOS DE COHORTES DE MUJERES,
POR PERIODOS DE TIEMPO**

Grupos de edad al momento de la encuesta	Primeros nacimientos por mil mujeres, por períodos quinquenales anteriores a la encuesta					
	Total	0 - 5	5 - 10	10-15	15-20	20-25
15 - 19	142	142				
20 - 24	716	560	155	1		
25 - 29	920	182	552	186		
30 - 34	937	33	138	562	204	
35 - 39	949	9	22	130	526	262
40 - 44	947	1	7	25	118	535
45 - 49	940			6	18	95
50 - 54	937				7	17
55 - 59	935				2	10
60 - 64	924					4
Fecundidad total de primeros naci- mientos		927	874	910	875	923

Fuente: Brass, W., "The analysis of maternity histories to detect changes in fertility", *op.cit.*, cuadro 2, pág. 10.

d. Corrección de errores

Cómo se puede procurar corregir estos errores que hemos venido detectando? Una primera idea podría consistir en usar la técnica que se ha venido presentando en los días pasados; aquella de contraponer fecundidad obtenida en forma retrospectiva versus fecundidad actual obtenida a través de una pregunta sobre nacimientos en el último año. Esto permitiría corregir la ubicación en el tiempo de los nacimientos. Hecha la corrección en relación con el año inmediatamente pasado, por el método que conocemos, podríamos después restarle al total de nacimientos los que hemos estimado por el método y proceder a repetir el proceso usando ahora la información en relación con el segundo año a contar desde la fecha de la encuesta. En la información que estamos analizando ese procedimiento no es posible porque no se dispone de información año por año. Como hemos visto, la información está agrupada por quinquenios. Se puede entonces aplicar el método tomando como intervalo el quinquenio y no el año, pero se puede ver que aplicado en estas condiciones, el método no produce resultados satisfactorios. Puede ser que esto se deba a que el período de cinco años sea muy largo y que entonces la hipótesis fun-

damental del método que consiste en suponer que el error en la declaración del período de referencia es independiente de la edad, tratándose de un período de cinco años, esa hipótesis es falsa como lo demuestran los errores de la ubicación en el tiempo, el tercer tipo de error, donde uno puede ver que el error cambia según la edad, según la cohorte que uno esté analizando.

Podría ser que sucediera que el método de resultados satisfactorios sin embargo, si se lo aplicara, como se dijo antes, a un período anual de tiempo, pero es poco probable que sea de cualquier manera un método muy útil, porque en tales condiciones cuando analizara año por año, necesitaría disponer de una información muy amplia para obtener resultados libres, razonablemente, de errores de muestreo. Aun en encuestas muy grandes como la que estamos analizando, que abarcó algo así como 19 mil mujeres, el número de nacimientos en un año es muy pequeño si uno lo clasifica por edad. Haría falta disponer de muestras mucho mayores para que acaso el método pudiera ser aplicable.

El problema entonces consiste en ver cómo podemos corregir los errores que hemos llamado de escala de referencia y de ubicación en el tiempo. Resulta antes necesario adoptar alguna hipótesis, darnos alguna base, para empezar a hacer esto, buscar algún procedimiento para corregir. Y esa base él se la da del siguiente modo: la hipótesis fundamental que él hace es que el patrón de los primeros nacimientos ha permanecido invariable en el tiempo. Es sobre la base de esa hipótesis que se va a derivar el método para hacer correcciones y por lo tanto llegar a estimaciones más fehacientes. Lo que él derive como método de corrección de análisis de la información de los primeros nacimientos será después por extensión aplicado a la corrección de los nacimientos de otros órdenes. Descarta entonces toda posibilidad de estimar qué cambios se han producido en relación con los primeros nacimientos. El no considera que esto es importante aunque en determinadas situaciones podría serlo. Nos dice al pasar que el documento que se le pidió escribir tenía que referirse a poblaciones de alta fecundidad en las cuales se implantaran programas de control de fecundidad por ejemplo. En estas condiciones se considera que es muy poco probable que tales programas afecten mayormente el patrón del primer nacimiento. Espera en cambio que los programas de control de la fecundidad van a afectar más bien a los nacimientos de un orden superior.

El primer error que nos va a ilustrar cómo se puede producir, es el relativo al error de escala, del período de referencia, lo que se hace fácilmente. Se hace exactamente lo que nos propuso hacer ayer, un cociente entre la medida total de fecundidad no importa qué orden de paridez, dividido la medida total de fecundidad de paridez uno, lo que vimos que podía ser asimilado a un cociente entre cantidades proporcionales a los valores verdaderos, o sea

$$\frac{\hat{F}}{F(1)} = \frac{k F}{k F(1)}$$

El primer cociente sería entre 7 143 del cuadro 4 y 927 del cuadro 5, luego dividimos 6 221 por 874, y así sucesivamente; cada uno de esos cocientes se refiere a un período de tiempo quinquenal distinto. Se puede hacer esto como estoy indicando, globalmente con el total de la información, o se puede

hacer acumulando edad por edad que es lo que se ilustra en el cuadro 6. Allí se han obtenido relaciones similares a la que estoy diciendo, primero para el grupo de edades de 15 a 19 años, etc..

Cuadro 6.

TOTALES Y PRIMEROS NACIMIENTOS ACUMULADOS, POR MIL MUJERES, POR PERIODOS QUINQUENALES ANTERIORES A LA ENCUESTA

Grupos de edad al final del periodo	0 - 5			5 - 10			10 - 15		
	Total A ₁	Primeros F ₁	A ₁ /F ₁	Total A ₂	Primeros F ₂	A ₂ /F ₂	Total A ₃	Primeros F ₃	A ₃ /F ₃
15-19	168	142	1.18	198	155	1.28	227	187	1.21
20-24	1 524	702	2.17	1 506	707	2.13	1 587	749	2.12
25-29	3 388	884	3.83	3 173	845	3.76	3 163	879	3.60
30-34	5 079	917	5.54	4 615	867	5.32	4 528	904	5.01
35-39	6 389	926	6.90	5 670	874	6.49	5 466	910	6.01
40-44	7 036	927	7.59	6 123	874	7.00	5 898	910	6.48
45-49	7 138	927	7.70	6 215	874	7.11	5 959	910	6.55

Fuente: Brass, W., "The analysis of maternity histories to detect changes in fertility", *op.cit.*, cuadro 4, pág. 13.

Mirando ahora el cuadro 6 se ve corregida de esta manera la deficiencia de la escala de referencia, se obtienen valores en la tercera columna de cada una de las tres partes en que está dividido el cuadro, que son mucho más próximos entre sí; miremos por mirar cualquiera cosa, para el grupo 30-34 tengo 5.54 como valor del cociente contra 5.32 si el periodo es 5-10, 5.01 si el periodo es 10-14. Han desaparecido aquellas diferencias notables que había entre un índice global de fecundidad, o parcial, según se tratara de un periodo de tiempo o de otro periodo de tiempo.

Hasta aquí todo ha sido muy simple. Entramos ahora a la parte más elaborada de buscar una forma de corrección en relación con la ubicación en el tiempo. Algo que nos pone más cerca de la realidad donde advertimos que aquello de suponer que el error en la escala del tiempo en el periodo de referencia es igual en todas las edades, teniendo evidencia de que no lo es.

El deriva su corrección de la información de los primeros nacimientos; y la idea fundamental es ésta: vamos a tomar la distribución de los primeros nacimientos del período más reciente como bueno, aceptándolo. Importa acá destacar que se trata de la distribución de los primeros nacimientos, no de los números absolutos.

La segunda columna del cuadro 5, esa que suma 927 nacimientos, nos da la distribución hipotéticamente correcta. Las diferencias en el pasado que encontramos entre esta distribución y la que aparece en el cuadro, las vamos a atribuir a errores en la ubicación en el tiempo de los nacimientos. Y lo que vamos a procurar es traducir estos errores a errores en años, en lugar de referirse a un período de cinco años, la segunda distribución nos puede estar indicando que el primer valor está referido a un período de más de cinco años. Ese mayor valor, en relación con los cinco años trataremos de establecerlo en términos de años, años de desplazamiento, años de error en la escala del tiempo.

El método técnico que se aplica para hacer la corrección que vamos a analizar es gráfico; y el gráfico que tiene que ver con lo que vamos a analizar aparece al final de la publicación de referencia. La línea llena que aparece al principio indica la distribución de los primeros nacimientos estándar (véase el gráfico 4).

En el gráfico se ilustra la aplicación del método para la cohorte que tiene edades 30-34. Entonces estamos corrigiendo los valores de la cohorte 30-34 que se leen en forma horizontal en el cuadro 5, en comparación con la distribución vertical que la tomamos como estándar. Y esos puntos los representamos en el gráfico, el primer punto aparece con un circulito, el segundo punto lo mismo, siempre está desplazada la línea, y el cuarto punto nos dice coincide por construcción.

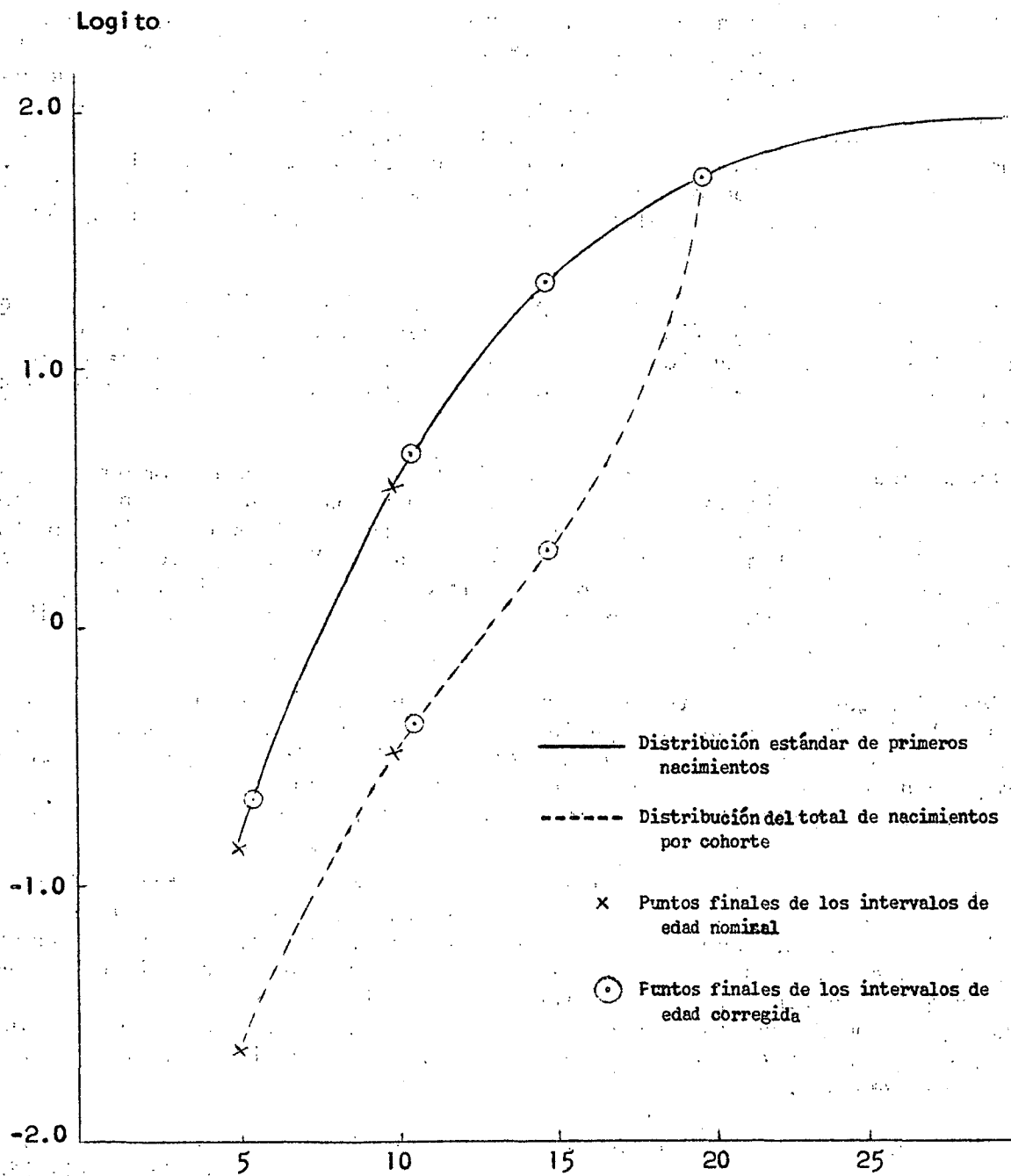
Nos dice que el supuesto es de que esta cohorte más vieja a estado ubicada en el tiempo en el pasado, hacia atrás, con error en los primeros nacimientos. Si aceptamos como patrón correcto el más reciente, tenemos un criterio para determinar cuántos años en cada caso esa cohorte ha estado cometiendo ese error sistemático de colocar nacimientos indebidamente en el pasado.

El primer punto entonces en la cohorte de la escala que estamos siguiendo, como ustedes ven se ubica a la derecha en la escala de las abscisas en relación con el primer punto de la escala estándar. Entonces se trata ahora de ver en la abscisa cuál es el número de años a que correspondería ese punto en la escala estándar, y la diferencia entre cinco y ese valor que da más o menos seis, me da una idea de que tipo de error ha habido en la exageración del período de referencia de ese primer punto. Pasa lo mismo en el segundo, y así sucesivamente.

Ahora usando lo que se ha logrado, es decir el error estimado en el período exacto de ubicación en el tiempo, corregimos la información en relación con todos los nacimientos en la misma medida, es decir si en el primer caso el período de referencia era en realidad de seis años aunque estaba indicado que era cinco, vamos a suponer que ese mismo tipo de error se ha cometido en

Gráfico 4.

CORRECCION DE LA DISTRIBUCION DE NACIMIENTOS PARA LA COHORTE
DE MUJERES DE 30 A 34 AÑOS



Fuente: Brass, W., "The analysis of maternity histories to detect changes in fertility", op cit., gráfico 1.

relación no solo ya con el primer nacimiento sino también con todos los otros nacimientos de la cohorte de mujeres de 30-34. Y de esa manera entonces surge la línea que está abajo de la continua, que se refiere a la distribución del total de los nacimientos. Vean ustedes que los puntos con circulito han sido reproducidos a la misma altura, para el mismo valor de abscisas. Es frente a ese valor de abscisa que se ha indicado el total de nacimientos de esa cohorte.

Ahora disponiendo de estos puntos que están ubicados en la escala presumiblemente correcta de tiempo, se traza una línea y se leen los puntos que están marcados como cruz, que son los valores finales, referido ahora a los periodos cinco, diez, etc..

Nos observa que él no ha cambiado el total de los nacimientos. Lo único que hace es reasignar el periodo de tiempo al cual esos nacimientos estaban referidos. Originariamente estaban referidos a un periodo 5, 10, 15, 20, ahora están referidos a un periodo 6, 11.5, etc. Disponiendo de esa información se hace el ajuste y se lee en los momentos que nos conviene.

Hay un punto de menor importancia que sin embargo quiere mencionar. A los efectos de aplicar este método uno podría haber hecho la representación en escala natural sin ningún inconveniente, excepto el inconveniente práctico de tener que manejar posiblemente un papel muy grande. El ha preferido para facilidad de eso, hacer la transformación que aparece acá, que es una transformación logito, pero nos dice que no necesariamente esta transformación es la que mejor se puede prestar para hacer el trabajo, es una herramienta práctica para trabajar, no hace a la esencia del método.

Estaba tratando de aclarar mis propias ideas para ver en qué orden se trabaja. Primero se hace el gráfico de los puntos estándar, primeros nacimientos de los últimos cinco años, y se traza una línea gráficamente a mano alzada. Luego en esta línea se representan los valores conocidos de ordenada de otra cohorte cualquiera de mujeres. Esa representación nos permite determinar un valor de abscisa correspondiente a esa cohorte. Conocido el valor de abscisa tenemos un criterio para asignar la fecundidad total de esa cohorte atendiéndonos ahora a la abscisa. O sea que de ahí vamos hacia arriba y tenemos los circulitos en la última línea. Luego una unión de esos puntos nos dará la fecundidad de esa cohorte, y la lectura de esa línea ajustada, en las abscisas que nos convienen ahora, nos permiten llegar al resultado final.

Como resultado final nos propone mirar ahora el cuadro 7, donde aparecen los valores ajustados. Y nos invita que miremos por ejemplo el grupo de la cohorte 35-39, los valores resultantes de A, comparando el grupo 0-5, con el grupo 5-10, 6482 y 6377. Después de la corrección entonces la fecundidad alcanzada hasta ese grupo de edades es prácticamente la misma en los dos periodos de tiempo que estamos manejando, habiendo desaparecido presumiblemente los errores que afectaban la información original.

Para hacer más interesante la comparación ha copiado en la pizarra los dos valores no corregidos, los originales que seguramente estaríamos en condiciones de calcular a partir de la información del cuadro 4. De acuerdo con

estos valores 6389 y 5670, lo que aparentemente había ocurrido era que la fecundidad había aumentado en el período más reciente en relación con el período más lejano.

Cuadro 7.

TOTALES Y PRIMEROS NACIMIENTOS ACUMULADOS AJUSTADOS, POR MIL MUJERES, POR PERIODOS QUINQUENALES ANTERIORES A LA ENCUESTA

Grupos de edad al final del período	0 - 5			5 - 10			10 - 15		
	Total A ₁	Prime-ro F ₁	A ₁ /F ₁	Total A ₂	Prime-ro F ₂	A ₂ /F ₂	Total A ₃	Prime-ro F ₃	A ₃ /F ₃
15-19	168	142	1.18	183	144	1.27	185	149	1.24
20-24	1 540	173	2.16	1 492	726	2.06	1 361	721	1.89
25-29	3 444	909	3.79	3 397	912	3.72	2 991	907	3.30
30-34	5 153	936	5.51	5 140	946	5.43	4 449	941	4.73
35-39	6 482	945	6.86	6 377	955	6.68			

Fuente: Brass, W., "The analysis of maternity histories to detect changes in fertility", *op.cit.* cuadro 8, pág. 16.

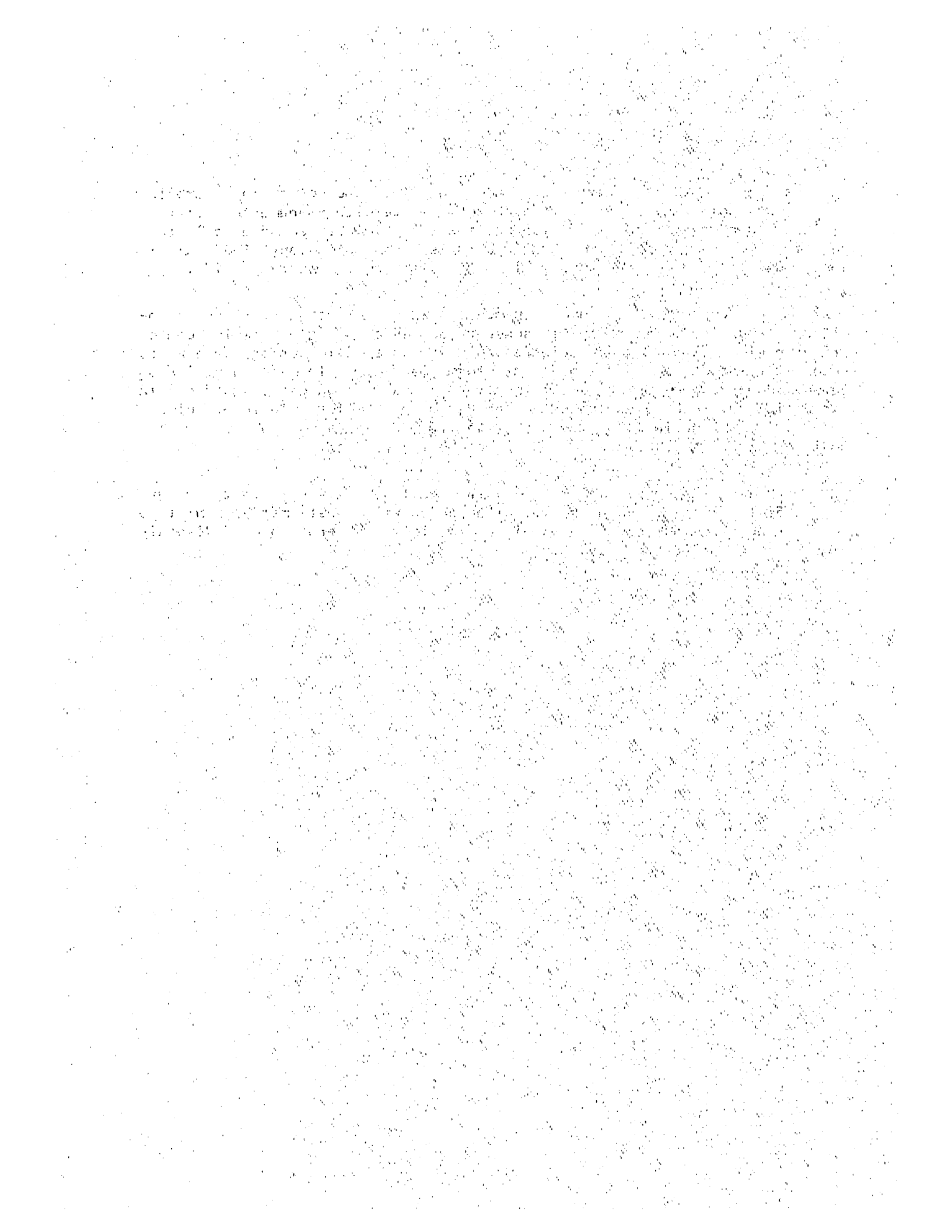
Comparando esos dos valores con los que han sido obtenidos después de la corrección, la conclusión es completamente distinta, la fecundidad no ha cambiado. En general no es eso lo que se busca, no se está buscando detectar tendencias pasadas sino más bien si ha habido una caída en la fecundidad. Pero nos dice que antes de llegar a poder medir eso, lo primero que hace falta es corregir los errores más obvios que como en este caso suelen mostrar tendencias completamente erradas de lo que posiblemente esté pasando en realidad.

Nos dice que el trabajo está todavía incompleto; quedan muchos problemas planteados sin resolver. Primero, por qué se detiene él en los ajustes en el grupo 35-39. La respuesta es obvia, porque en estas edades prácticamente terminan los primeros nacimientos, y él se ha apoyado al hacer las correcciones en la distribución de los primeros nacimientos. Esta limitación del método podría ser importante si es que hace falta corregir mucho la información en edades posteriores. Se pregunta si se puede hacer algo para vencer esta dificultad. Considera que sí, considera que se podrían desarrollar modelos matemáticos que permitieran extrapolar tendencias y de esa manera extender la corrección más allá de lo que se puede hacer con la hipótesis que se está usando hasta ahora.

Un segundo problema que para él no está resuelto es el de la interpolación o extrapolación. El método gráfico no le resulta plenamente satisfactorio, encuentra que en la práctica uno tiene mucha libertad para la lectura de los puntos. Se podría encontrar una transformación más apropiada que la logito que permita hacer más fácil la interpolación o la extrapolación.

Hay un punto final que quiere comentar, el que tiene que ver con la validez del supuesto. Es razonable suponer que los errores en relación con el primer nacimiento en épocas recientes son los mismos a los errores que se producen en relación con el resto de la información? Por lo menos, nos dice po demos suponer que estos errores tienen la misma dirección que los otros y la corrección que se hace seguramente debe ayudar para mejorar la información - pero faltaría todavía una aplicación mucho más extendida de la que él ha podido hacer para ver si realmente el método funciona bien.

El considera que este ejemplo muestra resultados muy satisfactorios, pero nos dice que ha tenido gran dificultad para aplicar este método a otro tipo de información porque sucede que tal información en general no está disponible como para aplicar el método.



SESION IV: Lunes 20 de setiembre de 1971

1. ESTIMACIONES DE LA MORTALIDAD
2. HIJOS TENIDOS E HIJOS SOBREVIVIENTES
3. ORFANDAD DE MADRE

1. ESTIMACIONES DE LA MORTALIDAD

Se ocupará a partir de hoy del estudio de la Mortalidad dedicándole el tiempo que nos queda en el seminario para estudiar los procedimientos que se han ideado para estimar la mortalidad en los países en desarrollo donde no se cuenta con buenos registros estadísticos. Se podría decir que los registros civiles en relación con la cobertura son peores en el caso de las muertes que en el de los nacimientos, lo que hace que sea más difícil conocer la mortalidad de una población en estas condiciones, que su fecundidad. Es muy difícil entonces obtener información apropiada en los países en desarrollo en relación con la incidencia de la mortalidad.

Se ocupará fundamentalmente de dos tipos de procedimientos. Uno basado en información de diferente tipo que se obtiene en un censo con carácter retrospectivo y más adelante se referirá al uso de censos sucesivos para derivar estimaciones de la mortalidad.

2. HIJOS TENIDOS E HIJOS SOBREVIVIENTES

El modo más simple y acaso más obvio para obtener información sobre mortalidad pasada quizás sea preguntando acerca de cuántos hijos ha tenido una mujer y cuántos de ellos han muerto. Esta pregunta se formuló en censos de población levantados hace mucho tiempo. Sin embargo esta información fue usada muy poco, como no fuera para decir de una manera muy cruda que si había muchos niños muertos esa era una indicación de que la mortalidad era alta.

Se refiere al cuadro escrito en la pizarra y nos explica la significación de cada columna.

Señala que las proporciones no dependen del número de mujeres; es el cociente entre el número de hijos muertos sobre el número de hijos tenidos. Supone que este tipo de información tiene en general poco error, aunque desde luego puede haberlos. Se pregunta ahora qué es lo que se puede hacer con esta información, cómo se puede derivar medidas que estén expresadas en forma apropiada para el análisis. Ese es el punto del cual se va a ocupar inmediatamente.

Edad de las mujeres	Número medio de hijos nacidos por mujer (1)	Número medio de hijos fallecidos por mujer (2)	Proporción de muertes (2) : (1)
15-19	0.18	0.03	0.136
20-24	1.50	0.24	0.157
25-29	2.99	0.57	0.191
30-34	4.16	0.93	0.223
35-39	5.38	1.37	0.255
40-44	5.63	1.68	0.299

Nos dice que miremos a esta proporción desde el punto de vista matemático lo que resulta bastante directo. Con la letra x se va a indicar la edad exacta x de una mujer; con $f(y)$ como función de la edad, se va a designar a la tasa anual específica de fecundidad a la edad y , y con $q(z)$ va a indicar la probabilidad de morir desde el nacimiento hasta la edad z que tiene un niño recién nacido.

$$P_x = \frac{\int_0^x f(y) q(x-y) dy}{\int_0^x f(y) dy}$$

Fijemos la atención en el denominador. La integral entre 0 y x de las tasas específicas de fecundidad nos conduce a la fecundidad acumulada por una mujer sobreviviente, hasta la edad exacta x .

Y en el numerador, el producto de esa fecundidad específica a una edad por la probabilidad de morir en el período que va entre 0 y $x-y$ da el total de niños muertos de los niños tenidos por una mujer a la edad y . La suma de todos ellos da el total de hijos muertos, y el cociente define la proporción P_x .

Nos aclara que en las expresiones anteriores el límite inferior de la integración podía haber sido α en lugar de cero si por α entendemos la edad inicial del período de reproducción.

$$P_x = \frac{\int_{\alpha}^x f(y) q(x-y) dy}{\int_{\alpha}^x f(y) dy}$$

Consideremos ahora una edad $x > \beta$, siendo β el límite superior del período de reproducción. Nos propone hacer el desarrollo en serie del valor de la probabilidad de morir referida a la edad $(x - y)$, y coloca los dos primeros términos del desarrollo en serie:

$$q(x - y) = q(x - m) + (y - m) q'(x - m) + \dots$$

siendo m el valor medio de la función $f(y)$. Por ser m el valor medio de la función, el segundo término del desarrollo se anula y si aceptamos que los términos de orden superior al primero son despreciables, entonces de una manera aproximada se puede escribir que:

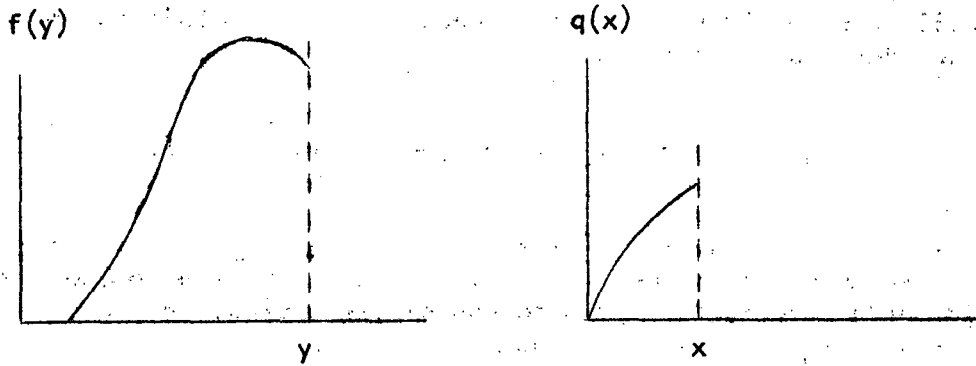
$$P_x \cong q(x - m)$$

Esta expresión aproximada es bastante precisa porque, por una parte, sucede que la función de fecundidad es bastante simétrica, y por la otra la probabilidad de morir, si se dejan de lado las primeras edades, tiene un comportamiento bastante regular, bastante lineal. Sucede entonces que cuando la edad es superior a β , es decir a una edad avanzada, las dos cosas se combinan y esto hace que esa relación aproximada sea bastante precisa.

Si siguiendo con la idea anterior, si tomamos edades avanzadas que ya han superado el límite superior de la reproducción, por ejemplo los grupos 45-49 y 50-54, y aplicamos esta fórmula aproximada, tendríamos que la proporción de niños muertos correspondiente al grupo 45-49, nos daría la probabilidad de morir entre 0 y $47.5 - m$ años, o sea $q(47.5 - m)$; el grupo siguiente, de 50-54, daría la probabilidad $q(52.5 - m)$. Y como por otra parte el valor de m es casi siempre de 27 o 28 años, en definitiva el primer grupo nos daría aproximadamente la probabilidad de morir entre 0 y 20 años, es decir $q(20)$; el que sigue nos daría la probabilidad de morir entre 0 y 25, $q(25)$, el que sigue, $q(30)$, etc..

Pero sucede que no es precisamente la información de las mujeres de edad avanzada la que más nos interesa, nos importan más las edades jóvenes en donde se verifica que la edad $x < \beta$.

En estas condiciones tenemos por una parte un pedazo de la curva de fecundidad y no toda la curva, y el trazo que tenemos en general no es simétrico. Por otra parte sucede que la probabilidad de morir en las primeras edades no crece en forma suave sino que por el contrario crece en una forma muy marcada. Entonces, lo que hacía que la expresión anterior produjera resultados precisos cuando uno consideraba una edad muy avanzada no se cumple ahora y por lo tanto no se puede aplicar en forma satisfactoria.



A la luz de lo que se ha visto, parece ahora razonable pensar que si estamos considerando una edad inferior a β se puede también hacer que esa proporción de hijos muertos a una edad, se corresponda con una probabilidad de morir del nacimiento a lo largo de un intervalo, que él llama en general T que no será por cierto $(x - m)$, pero será un intervalo T que estará determinado por la \underline{x} , la edad exacta de la mujer, y la \underline{m} la ubicación de las tasas de fecundidad según la edad. Dependerá no tanto del nivel como de la forma de la curva. Esa es la hipótesis fundamental que se hace. Se puede ver que si se multiplicaran todas las probabilidades de morir por una constante \underline{c} , la relación aproximada nos dice que el resultado también estaría multiplicado por \underline{c} , y se mantendría la relación.

$$P_x \cong q(T_{x,m})$$

Esto parece razonable y hace que se puede esperar que si se elige una T aproximadamente, las variaciones que pudieran producirse en el patrón de la mortalidad la afectarían poco.

Antes de seguir adelante nos llama la atención sobre el hecho de que lo que se ha establecido para una edad exacta \underline{x} de las mujeres se puede generalizar para el grupo quinquenal haciendo la integral entre x y $x+5$ en el numerador y el denominador. Se obtiene entonces una proporción referida a una edad entre x y $x+5$:

$${}^5P_x = \frac{\int_x^{x+5} \int_{\alpha}^x f(y) (x-y) dy dx}{\int_x^{x+5} \int_{\alpha}^x f(y) dy dx} q(T_{x,m})$$

Si resultara razonable esa relación que nos propone, se puede calcular el valor de T eligiendo un modelo de fecundidad con diferentes valores de \underline{m} , de ubicaciones y un razonable patrón de mortalidad. Por patrón de mortalidad entiende algún patrón promedio de mortalidad, de tal manera que si se producen desviaciones entre la mortalidad de la población que está analizando y ese promedio, tengan poco efecto en el valor de T .

El procedió de esta manera, utilizando como patrón de fecundidad el sistema que ya conocemos, según el cual:

$$f(y) = c(y - s) (33 + s - y)^2$$

Como patrón de mortalidad adoptó un promedio de un conjunto muy amplio de tablas de vida derivado de una publicación de las Naciones Unidas, con algunas modificaciones que, según él, lo hacían más cercano a una experiencia promedio.

Calculando para diferentes valores de \underline{m} : 24.7, 25.7, 26.7, ... cada uno de los grupos de edades que interesaban:

$T_{1,m}$ en donde el 1 indica que corresponde al grupo de mujeres de 15-19 años.

$T_{2,m}$ en que 2 se refiere a las mujeres de 20-24, y así sucesivamente.

Los resultados son: para \underline{m} 24.7 25.7 26.7

es $T_{1,m}$ 1.14 1.09

$T_{2,m}$ 2.35 2.16 2.25

Analizando estos resultados se puede ver que los valores de $T_{1,m}$ están en torno a 1, si se observan los correspondientes a $T_{2,m}$, los resultados varían en torno al valor 2, si calculáramos los correspondientes a $T_{3,m}$, veríamos que están en torno al valor 3, para $T_{4,m}$ los resultados están en torno al valor 5; y para $T_{5,m}$, los resultados varían en torno al valor 10, y de ahí en adelante cabe esperar que varíen de 5 en 5. Esto sugiere la posibilidad de adoptar más bien edades exactas que valores precisos de T , pues en la práctica no resulta conveniente estar trabajando con plazos del tipo 1.09 o algo así. Se buscó entonces un procedimiento que permitiera hacer un cambio que resultara conveniente en la aplicación y se propuso entonces expresar esa probabilidad de morir que estaba referida a un período complicado $T_{x,m}$ como a proximadamente igual a un factor constante que va a depender de \underline{m} , y que multiplique a una probabilidad de morir referida a un período T_i , es decir:

$$q(T_{x,m}) \approx c_m q(T_i)$$

T_i cuando $i = 1$ se toma igual a 1 año

T_i cuando $i = 2$ se toma igual a 2 años, y así sucesivamente

Se cambió entonces el sistema de valores a un sistema de factores que permiten pasar fácilmente del valor empírico de una P a un valor de la probabilidad de morir referido a un período de años exactos, a edades exactas.

La expresión final sería :

$$q(T_i) = C_m \cdot P_i$$

donde P_i representa la proporción de hijos muertos en el grupo de orden i de edades de las mujeres (estamos hablando siempre de grupos quinquenales de edad).

Así como cuando se trataba de aplicar el procedimiento para estimar la fecundidad, se usaban dos datos para entrar en las tablas, así también aquí, se utilizan determinadas medidas para entrar en estas tablas, a los efectos de establecer los factores que permiten estimar probabilidades de morir. Cuando se trabaja en relación con las primeras edades de la fecundidad, no interesa mucho la edad media de la distribución de fecundidad porque está muy afectada por lo que ocurre a lo largo de todo el período de la reproducción, en tanto que es mucho más importante tomar en cuenta cómo cambia la fecundidad al principio del período reproductivo.

Entonces él propone una medida al principio, que es de una naturaleza similar a la que vimos antes cuando estudiábamos fecundidad. Propone utilizar el cociente entre lo que llama P_1 que es el número medio de hijos por mujer en el grupo primero y P_2 el número medio de hijos por mujer en el segundo grupo. Podría igualmente bien, nos dice, haberse usado el cociente f_1/f_2 , pero hay ventajas en utilizar la medida que señalé antes porque no necesariamente se conoce la tasa específica de fecundidad por edades, en cambio es forzoso que uno conozca P_1 y P_2 .

Todo entonces quedaría dispuesto como se indica en la pizarra (véase el cuadro 8). Esta tabla debe ser similar a la que aparece en "The Demography of Tropical Africa". Para cada uno de los grupos de edad están los factores que permiten calcular las probabilidades $q(a)$. En la parte inferior de este cuadro aparece en la primera línea las proporciones P_1/P_2 . En la segunda línea se presenta la edad media 24.7, 25.7, 26.7, que será utilizada también para entrar en la tabla, pero en relación con los grupos de edades más avanzados. La tercera línea corresponde a la mediana \bar{m} , que se emplearía cuando se presentan dificultades para calcular el valor de la media.

Entonces queda clara la forma de utilizar la tabla; se selecciona el valor empírico P_1/P_2 o la \bar{m} si es que se trata de edades más avanzadas, leyendo en esta tabla se obtienen los factores, multiplicando estos factores por la

proporción de niños muertos se obtienen directamente las probabilidades de la tabla de vida, que miden el riesgo de morir hasta el primer año, segundo año, tercer año, quinto año, etc..

Cuadro 8.

FACTORES DE MULTIPLICACION PARA ESTIMAR LA PROPORCION DE HIJOS NACIDOS VIVOS QUE MUEREN EN LA EDAD a , $q(a)$, SEGUN LA PROPORCION FALLECIDA ENTRE LOS HIJOS NACIDOS VIVOS A LAS MUJERES DE 15-20, 20-25, etc.

15-20	$q(1)$	0.859	0.890	0.928	0.977	1.041	1.129	1.254	1.425
20-25	$q(2)$	0.938	0.959	0.983	1.010	1.043	1.082	1.129	1.188
25-30	$q(3)$	0.948	0.962	0.978	0.994	1.012	1.033	1.055	1.081
30-35	$q(5)$	0.961	0.975	0.988	1.002	1.016	1.031	1.046	1.063
35-40	$q(10)$	0.966	0.982	0.996	1.011	1.026	1.040	1.054	1.069
40-45	$q(15)$	0.938	0.955	0.971	0.988	1.004	1.021	1.037	1.052
45-50	$q(20)$	0.937	0.953	0.969	0.986	1.003	1.021	1.039	1.057
50-55	$q(25)$	0.949	0.966	0.983	1.001	1.019	1.036	1.054	1.072
55-60	$q(30)$	0.951	0.968	0.985	1.002	1.020	1.039	1.058	1.076
60-65	$q(35)$	0.949	0.965	0.982	0.999	1.016	1.034	1.052	1.070
Guía para la selección del multiplicador									
P_1/P_2		0.387	0.330	0.268	0.205	0.143	0.090	0.045	0.014
m		24.7	25.7	26.7	27.7	28.7	29.7	30.7	31.7
m		24.2	25.2	26.2	27.2	28.2	29.2	30.2	31.2

Fuente: Brass, W., y Coale, A., Métodos de análisis y estimación, CELADE, Serie D. No.63, Octubre, 1970, cuadro 6, pag. 21. (Traducción del cap. 3 de "The Demography of Tropical Africa", Princeton, Princeton University Press, 1968).

Se pregunta ahora cuán bien funciona el método. La primera pregunta es cuán bien funciona el método cuando se supone que todo es perfecto, que no hay problemas de mala información. Y nos dice que el método es muy robusto, en realidad es, ciertamente, muy robusto.

Variaciones en la forma de la curva de fecundidad tienen muy poco efecto, excepto acaso en las edades más tempranas, relativas al primer grupo de edades de las madres, donde siempre hay dudas acerca de su valor, del error que pueda tener; a veces los números son muy pequeños, a él no le preocupa mucho lo que suceda en relación con este primer grupo.

Pequeñas variaciones en la curva de la mortalidad tiene poco efecto en las estimaciones que se logran. Sobre todo, sin duda, el efecto es mucho menor al efecto de otros errores que son inherentes a este tipo de estimación. Hay un punto sin embargo que él considera que puede tener importancia: es la distorsión que se podría producir en la estimación si es que la mortalidad estuviera descendiendo en forma muy pronunciada.

Entonces la conclusión de esta parte es que si la información es apropiada, la estimación es buena y es muy poco sensible a pequeños cambios en la información, lo que hace que el método sea muy robusto.

El problema real no está en las técnicas que se utilizan para derivar las estimaciones, sino más bien en los problemas que tienen que ver con la naturaleza de los datos que se manejan. Analicemos algunos de estos problemas.

El primero tiene que ver con la selección. Las madres sobrevivientes que son las que producen la información pueden constituir un sector sesgado de la población. Clairan ha dicho, posiblemente con razón, que en países en desarrollo con alta mortalidad, si una madre muere los niños de esa madre tienen posiblemente un riesgo de morir mayor que un niño cualquiera. Entonces presumiblemente las madres que han muerto y que no están tomadas en cuenta en este estudio, posiblemente han tenido niños que han estado sujetos a una mortalidad mayor que la mortalidad de los niños que estamos en condiciones de establecer por este método.

Segundo problema, tiene que ver con la omisión de niños muertos. Si se omiten en la declaración niños tenidos por las mujeres, y tenemos evidencias claras de que eso es así, es muy posible que se omitan en mayor medida los niños que han fallecido; parece más fácil que se olviden de ellos, que de los niños que están vivos. Y esto parece que es indudable que ocurre cuando se trata con mujeres de las edades más avanzadas. En muchas encuestas se ha podido ver que pasada la edad de 40 años, la información produce resultados poco satisfactorios. Las proporciones de niños muertos crecen al aumentar la edad hasta cierto nivel, y de ahí en adelante se mantienen más o menos constantes lo que se puede tomar como una evidencia de que hay en esas edades serias omisiones. También cree que puede existir el problema de la omisión de niños que nacen y mueren muy poco tiempo después de haber nacido, dentro de la semana por ejemplo. No sabemos si esto ocurre pero es posible que ocurra. Lo que puede decir es que si ocurren, la información está afectada por este tipo de error, el efecto que produce no parece distorsionar grandemente el patrón de la mortalidad por edades que se obtienen porque en general se observan tendencias sumamente plausibles.

El tercer problema tiene que ver con los cambios en la mortalidad, que afectan fundamentalmente de dos maneras. La primera tiene que ver con el hecho de que cuando se investiga la experiencia de mujeres de edades relativamente avanzadas, se toma como ejemplo ilustrativo el grupo de 35-39 años, la estimación que se logra tiene que ver con el pasado ya que entre las muertes de los niños prevalecen las que ocurren a lo largo del primero o segundo año de vida, y esas mujeres que tienen hoy entre 35 y 39 habrán tenido la mayoría de sus hijos unos diez años antes. La mortalidad que se está estimando, está entonces fuertemente relacionada con aquel período y será diferente si está cambiando, de la mortalidad más reciente.

Nos dice que él en sus aplicaciones presta poca atención a las estimaciones que se logran para estos grupos de edades, que se concentra fundamentalmente en basar sus estimaciones en los tres o cuatro primeros grupos, fundamentalmente el segundo, el tercero y el cuarto.

Esta es una forma de perturbación derivada del cambio en la mortalidad. La segunda tiene que ver con que los factores que se han calculado para convertir las proporciones de niños muertos en probabilidades de morir de la tabla de vida, distorsionan el patrón de la mortalidad si es que la mortalidad está cambiando. Él considera que eso no es realmente muy importante, salvo en condiciones extremas de cambios muy bruscos. Ha elaborado conjuntos de tablas que permiten corregir los factores a fin de tomar en cuenta cambios en la mortalidad. No las piensa publicar sin embargo porque considera que pueden ser útiles solamente en ocasiones muy especiales y que hace falta seguir investigando más el punto antes de llegar a una decisión como la de publicar esas tablas.

El cuarto problema que se puede presentar tiene que ver con los mortinatos. En algunas culturas los mortinatos pueden estar incluidos entre los niños muertos (hijos nacidos vivos fallecidos), dependiendo un poco de la forma en que se hacen las preguntas, se organiza la encuesta y sobre todo de los patrones culturales, eso puede ocurrir. Si tal cosa ocurre, el efecto desde luego será una sobreestimación del nivel de la mortalidad.

Estas consideraciones que acaba de hacer considera que son muy importantes. Me estoy refiriendo a los cuatro puntos anteriores. Pierden importancia sin embargo si se consideran solamente a las mujeres jóvenes. A pesar de su importancia, cree él que las estimaciones que se logran tienen errores que él podría calificar como permitidos si se compara las estimaciones que se logran por este método, con estimaciones derivadas por otros métodos o provenientes de registros. Y nos dice que hay ahora cientos de aplicaciones de este tipo de procedimiento y que virtualmente en todas partes las estimaciones han conducido a estimaciones mayores de la mortalidad que las que resultan de la aplicación de otros métodos o las que se pueden derivar de encuestas a través de visitas. Sustancialmente mayores son los niveles de mortalidad que resultan por este método, y esto hace pensar que razonablemente son estimaciones mejores. Si se lo hubiera aplicado a datos de poblaciones de Europa en el pasado, también se alcanzarían estimaciones posiblemente más realistas que mostrarían un nivel de mortalidad mayor.

3. ORFANDAD DE MADRE

En la primera parte de esta sesión se ha referido a un método encaminado a estimar la mortalidad de la niñez, cómo se podría hacer ahora para estimar la mortalidad después de la niñez? Nos dice que es mucho más difícil, que en realidad no hay método alguno que permita obtener resultados satisfactorios. Consideramos sin embargo lo que podría hacerse, y en esta primera parte se ha referido a una cosa que se podría hacer y es seleccionar una tabla modelo de vida que tuviera para la mortalidad de la niñez un nivel similar al que uno ha

sido capaz de estimar, por ejemplo podría elegirse una tabla modelo de las Naciones Unidas que reflejara una mortalidad similar a la que uno ha obtenido para las edades 2, 3 y 5 años. Podría igualmente seleccionarse una de las tantas tablas modelo de Coale y Demeny que cumpliera con la misma condición, o si se quisiera podría recurrirse al sistema de tablas logito que como sabemos tiene dos parámetros y plantearlo como un sistema de un solo parámetro y con la información disponible seleccionar una tabla que reflejaría el comportamiento de la mortalidad a lo largo de todas las edades. Estas tres formas de proceder, que en el fondo es la misma, es muy poco satisfactoria a juicio del profesor Brass y esto es así porque la relación entre la mortalidad de la niñez y la mortalidad adulta no es muy fuerte. Uno puede encontrar poblaciones que tengan la misma mortalidad adulta asociada con niveles muy diferentes de mortalidad de la niñez. Como ejemplo de esto, nos menciona el caso de Turquía con relativamente baja mortalidad adulta en comparación con la mortalidad de la niñez.

Cuáles métodos directos están disponibles para medir la mortalidad? Se contesta diciendo, que puede haberse preguntado en una encuesta acerca de las muertes ocurridas en el último año y puede hacerse, desde luego también, mediante los registros civiles. En cualquiera de los dos casos la información que se logra en los países en desarrollo es bastante pobre. El conoce muchas encuestas en las cuales se ha hecho la pregunta acerca de las muertes del último año y sin embargo no conoce ninguna que haya dado resultados satisfactorios. Están los problemas del período de referencia y las omisiones. Los registros civiles tampoco funcionan para nada, se podrán excluir algunos países en desarrollo como puede ser el caso de Chile, pero en general son muy deficientes. Se pregunta entonces si es posible intentar corregir la omisión de los registros civiles en base a la mortalidad que se puede estimar, como hemos visto en esta misma sesión, tomando como base la mortalidad de la niñez. Comparando entonces la estimación que uno tiene sobre la mortalidad de la niñez con la mortalidad de los niños que se obtiene a partir de los registros civiles o de preguntas en encuestas acerca de las muertes del último año, uno podría deducir cuán incompleto es el registro, y nos pone un caso en que uno podría, a través de una estimación retrospectiva como las que hemos visto, llegar a la conclusión que la mortalidad antes del 50 aniversario vale 157 por mil. Y si para la misma población uno tuviera que a través de los registros la mortalidad para el mismo período de vida fuera 96 por mil, la relación $157/96$ nos daría una estimación de las deficiencias del registro.

Esta forma de trabajar no es satisfactoria. Sucede que la precisión con que se registran las muertes de los niños no tiene nada que ver en general con la precisión con que se registran las muertes de los adultos, y nos menciona la experiencia de las islas Fiji donde se había llegado a la conclusión, por este procedimiento, que la omisión en los niños podría ser del orden del 50 por ciento, en tanto que se pudo comprobar que la omisión de muertes de adultos era mucho mayor, del orden del 85 por ciento. Haber aplicado aquel resultado del 50 por ciento para estimar la omisión de todas las muertes hubiera sido, desde luego, muy poco satisfactorio.

Para terminar me pide que agregue que la pregunta sobre las muertes ocurridas en el último año ha sido eliminada de los censos y encuestas de África y de Asia en vista de lo muy poco alentadores resultados que se habían obtenido.

La situación es entonces desesperada para estimar la mortalidad de adultos. Más adelante se va a referir a lo que posiblemente sea lo más promisorio que es estimar la mortalidad mediante la comparación de dos censos. Por ahora está a la búsqueda de algo más directo, suponiendo que no se dispone de la información de dos censos. En estas condiciones, piensa en la utilidad de la pregunta de orfandad. Una pregunta muy simple de hacer, una sola pregunta en el censo que dice "Está su madre viva?", permite estimar la mortalidad femenina, y una pregunta similar "Está su padre vivo?", permite estimar la mortalidad masculina. Queda ahora la pregunta de qué es lo que dice esa información. Recuerda que Lotka ya hace muchos años sugirió un procedimiento acerca del uso de esta pregunta de orfandad e hizo cálculos directos. Algunos años atrás, Henry sugirió a demógrafos franceses que trabajaban en Africa, que esta información podría ser útil para obtener estimaciones sobre la mortalidad de los adultos. El no sabe por qué, acaso estuvo muy ocupado, acaso tuvo poco interés en el asunto, pero lo cierto es que Henry no se ocupó de instruir a esos demógrafos franceses acerca de cómo explotar esa pregunta. Uno de ellos, Clairan le pidió al profesor Brass que ideara algún método para usarla y hace aproximadamente cuatro años se ocupó de desarrollar el método que nos va a exponer, que no ha sido todavía publicado, porque antes de publicarlo deseaba tener la oportunidad de probarlo.

El problema de tratar de relacionar la información de orfandad con el nivel de la mortalidad radica en el gran número de hechos selectivos sobre los que nada sabemos y que pueden estar afectando este procedimiento y nos pone un ejemplo: si se le pregunta a una persona de 20 años si su madre está viva, el tratar de derivar de esa respuesta una estimación de la mortalidad femenina en el pasado, puede tener problemas como éste: en primer lugar para que haya contestación en relación con una mujer, es necesario que esa mujer haya tenido algún hijo que pueda ahora informar acerca de su condición de sobrevivencia o muerte. Por lo tanto, la experiencia de mortalidad de las mujeres que nunca han tenido hijos, no será tomada en cuenta en la estimación que se hace. Otro factor que perturba es el número de hijos que una mujer ha tenido. Una mujer que ha tenido 10 hijos tendrá potencialmente 10 personas que podrán informar de su condición de sobrevivencia o muerte, y una mujer que ha tenido un solo hijo, tendrá solamente una persona que en el censo informará sobre si está viva o no. Además el problema se complica porque la sobrevivencia de los hijos también afecta la respuesta. Si una mujer ha tenido 3 hijos y los 3 han fallecido, no será tomada en cuenta con esta información, en tanto que otra mujer que también haya tenido 3 hijos y que están vivos, va a aparecer 3 veces en nuestra información.

Hay por lo tanto un problema muy complicado de selección, y lo que se puede hacer es suponer que esa selección no importa, aunque tenemos conciencia que posiblemente sí importe. Es posible que la mortalidad de las mujeres que no tuvieron hijos sea mayor que la mortalidad de la totalidad de las mujeres y es posible que la mortalidad de las mujeres con muchos hijos acaso haya sido menor. Lo que puede suponerse es que puede haber compensaciones en las diferentes selecciones.

Se refiere ahora a la expresión matemática de la relación que se va a utilizar para deducir el nivel de la mortalidad a partir de la información de huérfanos :

$$P_x = \frac{\int_{\alpha}^{\beta} b(y) \frac{l_{x+y}}{l_y} dy}{\int_{\alpha}^{\beta} b(y) dy}$$

en donde P_x es la proporción de hijos con edad exacta x que tienen la madre viva en el momento de la encuesta. Esa proporción se establece por un cociente cuyo denominador es la integral de una función que llamamos b que es la densidad de madres de edad y . Se integra entre α y β , lo que quiere decir que los niños, que nacen en un momento, provienen de madres que se distribuyen a lo largo de todo el período reproductivo de la vida, entre α y β . En el numerador encontramos la misma densidad de madres, pero ahora multiplicada por una probabilidad de supervivencia que va desde la edad y , que es la variable de integración, hasta $x+y$. Ese es el riesgo de sobrevivir x años exactos, que tiene una madre desde el momento que tiene el hijo hasta el momento de alcanzar la edad $x+y$. La integral comprende todas las edades posibles entre α y β .

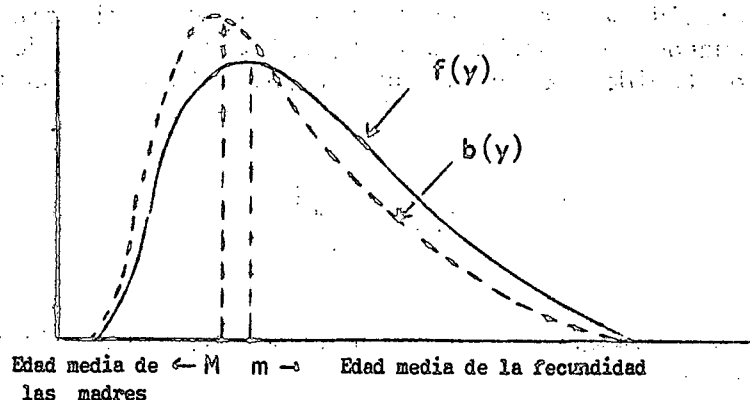
Si consideramos la expresión anterior, vemos que se trata de una ponderación de la función de supervivencia desde la edad y hasta la edad $x+y$ por la función de maternidad. Entonces podemos esperar que esta proporción resulte aproximadamente igual a la expresión:

$$P_x = \frac{l_{x+B_x}}{l_{B_x}}$$

en donde aparece una probabilidad de sobrevivir por un plazo exacto de x años referida a una edad inicial que se ha llamado B_x . Es de esperar que esa edad B_x esté próxima a la edad media de las madres en la población que estamos considerando; por ejemplo si la edad media de las madres está cerca de los 27 años, la probabilidad que buscamos sería la probabilidad de sobrevivir x años (la edad del niño en el momento de la encuesta), para una persona de edad 27.

Designará con M a la edad media de las madres en oposición a la m , la edad media de las tasas de fecundidad. Sobre esto mismo nos ilustra dibujando la curva de las tasas de fecundidad $f(y)$, y la de $b(y)$. Si la población es creciente predominan más las mujeres jóvenes que las viejas lo que hace que la distribución de $b(y)$ tenga otra forma que la de $f(y)$.

En estas condiciones, que son las normales, la M estaría ubicada a la izquierda de la m que sería el promedio de las tasas de fecundidad.



Si la variación de las probabilidades de sobrevivencia desde la edad y a la edad $x+y$ fuera lineal, sería estrictamente cierto que esta proporción P_x sería igual a la probabilidad de sobrevivir desde la edad M hasta la edad $x+M$:

$$P_x = \frac{l_{x+M}}{l_M}$$

De hecho en realidad esto no ocurre, la variación no es lineal, pero a lo largo de las edades adultas de las mujeres, en donde se concentra el período de la procreación, no es muy grande la curvatura. Esto permite entonces, hacer cálculos a partir de modelos, que dan en general, con suficiente aproximación una estimación a esta probabilidad. Porque a pesar de que la variación no es lineal, no está muy lejana de serlo.

La expresión anterior que hablamos visto referida a una edad exacta x , es necesario en la práctica considerarla referida a un intervalo de edades para lo cual es preciso hacer una integral que vaya de z a $z+5$, si es que tenemos la información en grupos quinquenales. Esto complica pero no cambia la esencia de la relación.

$$P_i = \frac{\int_z^{z+5} \int_\alpha^\beta b(y) \frac{l_{x+y}}{l_y} dy dx}{\int_z^{z+5} \int_\alpha^\beta b(y) dy dx}$$

Volviendo a la expresión anterior, resulta inconveniente tenerla expresada en valores de M que pueden resultar fraccionarios, como podría ser la edad 33.5 o algo parecido y por lo tanto plantea la conveniencia de hacer lo que se hizo antes cuando se trataba de la mortalidad a partir de los hijos sobrevivientes e hijos tenidos, es decir buscar una solución como la que se propone:

$$P_i = C_{M_i} \frac{l_{B+N_i}}{l_B}$$

en la que P_i se referirá ahora a la proporción de niños no huérfanos en diferentes grupos de edades:

$$P_1 \dots\dots\dots 0 - 4$$

$$P_2 \dots\dots\dots 5 - 9$$

$$P_3 \dots\dots\dots 10 - 14$$

etc.

y donde el valor de N_i será la edad central de cada uno de esos grupos, es decir en el primer caso la edad 2.5, en el segundo caso la edad 7.5 y así sucesivamente, 12.5, etc.. En lugar de elegir valores de B arbitrarios, que pueden resultar fraccionarios como ya se dijo, se busca un factor de ajuste, que denominó C_{M_i} que tenga la virtud de incorporar en él la corrección necesaria para que las edades estén referidas a los puntos intermedios de los intervalos de edades. Son estos los factores que él ha elaborado y sobre los cuales seguramente nos seguirá hablando.

La B es una edad convenientemente elegida, reemplaza a la M de antes, que era la edad media de las madres. La ventaja ahora es que va a ser una edad redonda o si es fraccionaria va a ser relativa a un punto central de un grupo quinquenal.

Veamos un ejemplo de cálculo tomando como caso ilustrativo el grupo de edades 10-14 que en la simbología adoptada se representa con P_3 .

$$P_3 = \frac{\int_{10}^{15} \int_{\alpha}^{\beta} b(y) \frac{l_{x+y}}{l_y} dy dx}{\int_{10}^{15} \int_{\alpha}^{\beta} b(y) dy dx}$$

En el numerador aparece de una manera general la expresión anterior y lo único que ha hecho ahora es fijar la que antes era z y $z+5$, ahora es 10 y 15. En relación con las variables que aparecen allí para la integración, nos dice cuando se trata de la función de mortalidad ha utilizado como antes el modelo promedio, la tabla estándar que se ha usado antes, es decir en la estimación de la mortalidad a través de los hijos sobrevivientes e hijos tenidos. Queda ahora el problema de cómo se estima la ley de distribución por edad de las madres. Nos dice que en cualquier población, esa ley, que hemos llamado b , está dada por el producto de la función de la fecundidad por edades y el número de mujeres en una edad específica:

$$b(y) = A(y) f(y)$$

Tenemos en el polinomio, un modelo para fecundidad específica. Cómo hacemos para obtener la distribución por edad de las madres? La hipótesis adicional que se hace, es suponer que se trata de una población estable en cuyo caso la densidad de distribución está dada por la expresión:

$$A(y) = e^{-ry} l_y$$

Haciendo ahora el reemplazo conveniente de la función de densidad de distribución de las madres en la expresión general, vemos que se produce una simplificación; la l_y del numerador se anula con la que aparece en la distribución por edad de las madres y queda la expresión:

$$P_3 = \frac{\int_{10}^{15} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-ry} f(y) l_{x+y} dy dx}{\int_{10}^{15} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-ry} f(y) l_y dy dx}$$

en donde la única diferencia entre el numerador y el denominador tiene que ver con la edad de la función de sobrevivencia. En el numerador la edad es $x+y$, en el denominador la edad es y .

Nos dice que esta forma es muy apropiada para hacer los cálculos y sucede lo que sucedía antes con el polinomio; que se desplaza fácilmente cambiando el origen.

Qué pasa con el cálculo de la expresión de la exponencial, donde aparece el exponente $-ry$?

Nos dice que el efecto de la r no es muy grande. Cambia desde luego la distribución de b y eso hace que cambie la M . Pero sucede que si uno ha calculado bien la M , no interesa lo que pasa con la r . Es decir, que conocida bien la M poco nos interesa si esa M se produce con una r del 2 por ciento o del 3 por ciento.

Nos advierte que el cálculo anterior que nos había propuesto no es correcto en la medida en que allí se ha supuesto que la densidad de personas entre los 10 y 15 años es constante, y la verdad es que eso no es constante. Si fuéramos consecuentes con el principio de que estamos en una población estable, la proporción de personas entre 10 y 15 años sería:

$$\int_{10}^{15} A(x) dx = \int_{10}^{15} e^{-rx} l_x dx$$

es decir, una exponencial multiplicada por la función de sobrevivencia. Debe por lo tanto incorporarse ese elemento a la integral y quedar escrita así:

$$P_3 = \frac{\int_{10}^{15} A(x) \int_{\alpha}^{\beta} e^{-ry} f(y) l_{x+y} dy dx}{\int_{10}^{15} A(x) \int_{\alpha}^{\beta} e^{-ry} f(y) l_y dy dx}$$

en donde la integral se refiere a la densidad de personas a la edad x , $A(x)$ entre 10 y 15 (es decir que hay que cambiar el número de hijos que informan).

Esto podría no tener mucha importancia si las edades que uno maneja son bajas, por ejemplo entre 10 y 15 años, pero puede tener mayor relevancia para edades más avanzadas. Por ejemplo en el grupo de 40-45 años, si tendría importancia. Como consecuencia, los resultados que se obtengan van a depender en alguna medida de los valores que se asigne a la r .

Se hicieron cálculos adoptando un nivel alto de fecundidad, aproximadamente equivalente a una TGF de 6 niños. Dicho en otras palabras, tomó una tasa de crecimiento del orden de 1.5 por ciento porque el nivel de mortalidad que estaba usando era muy alto. El procedimiento de aplicación es muy simple y queda expresado así:

$$C_{M_i} P_i = \frac{l_B + N_i}{l_B}$$

Conociendo la M y conociendo la proporción empírica de niños que no son huérfanos (que hemos llamado P), se hace el producto $C_{M_i} P_i$ a los efectos de llegar a una conveniente medida de la probabilidad de sobrevivencia que va desde una edad apropiada y conveniente hasta otra edad apropiada y conveniente.

Nos dice que mañana se seguirá refiriendo a esto, a algunas aplicaciones prácticas y a las causas por las cuales se considera que el método es robusto.

SESION V: martes 21 de setiembre de 1971

1. TABLAS PARA ESTIMAR LA MORTALIDAD A PARTIR DE LA INFORMACION DE ORFANDAD DE MADRE
2. ORFANDAD DE PADRE
3. EL SISTEMA LOGITO

1. TABLAS PARA ESTIMAR LA MORTALIDAD A PARTIR DE LA INFORMACION DE ORFANDAD DE MADRE

Explicó ayer la idea que estaba detrás del procedimiento ideado para estimar la mortalidad femenina adulta a partir de la información sobre orfandad de madre. Si bien esas ideas no están adecuadamente publicadas, se presentan en una nota que conocemos en la que se explica el uso de los multiplicadores. Tenemos ahora por delante un documento preparado por Hill y Blacker, del que existe una copia aquí en el CELADE, ^{1/} en el que se han hecho cálculos similares adaptados al caso de la sobrevivencia del padre (orfandad paterna). En este documento el método está muy bien descrito.

Nos va a hablar del uso de las tablas que nos acaba de distribuir, pero nos advierte ante todo que ellas tienen una disposición diferente a la que parece en el documento que se ha entregado a los participantes (CELADE, Serie DS, No. 4). En la columna matriz de las tablas presentadas en el documento DS No. 4 aparece la proporción P que corresponde a la proporción de madres sobrevivientes (ver cuadro 9). En cambio en las tablas que nos presenta ahora, aparecen en la columna matriz los grupos de edades de los hijos (ver cuadro 10). Nos dice que la nueva disposición es preferible a la anterior. El distinguo, como se puede ver, es que en la primera se habla de la proporción de madres sobrevivientes mientras que en la segunda se entra por los grupos de edad de los hijos.

Olvidemos ahora las tablas primeras y concentremos nuestra atención en el uso de la tabla del cuadro 10. Supongamos que tenemos información recogida en una encuesta, que nos permite calcular el porcentaje de madres sobrevivientes según las diferentes edades de los niños.

^{1/} Hill, K.H. y Blacker, J.G.C., Some Problems of African Demographic Analysis. Junio de 1971. (no publicado)

Edad de los niños	Porcentaje de madres sobrevivientes
0 - 4	0.997
5 - 9	0.983
10 - 14	0.962
...	...
...	...

El propósito nuestro es derivar de estas proporciones la mortalidad femenina, utilizando las tablas. En primer lugar, ignoramos el primer grupo, y esto en razón de que la proporción de muertes en ese primer grupo es muy pequeña y además está afectada por fluctuaciones muy erráticas. Los resultados que se pueden basar en ellas son muy poco confiables. Segundo, encontramos el valor M , es decir la edad media de las madres. Normalmente calculamos M utilizando la información de los nacimientos del último año. Si tenemos las mujeres clasificadas por edad y los nacimientos que ellas han tenido en el último año correspondientes a cada grupo de edad, podemos obtener el valor medio M .

Supongamos que el resultado del cálculo es que la edad media de las madres, la $M = 23$, entonces en la selección de nuestros factores tomamos los valores de la columna 23. Esta columna nos da el factor por el cual tenemos que multiplicar la proporción observada de madres sobrevivientes a los efectos de obtener la probabilidad de sobrevivencia que buscamos. Ilustra esto con el siguiente ejemplo:

$$\text{Para 5-9 años tendremos: } 0.983 \times 0.999 = \frac{l_{B+N}}{l_B} = \frac{l_{30}}{l_{22.5}}$$

puesto que: $B = 22.5$ y

$N = 7.5$ (edad central del grupo de edad que estamos considerando)

En consecuencia, la probabilidad de sobrevivencia que estamos considerando es la que va desde la edad 22.5, (valor de la base en esta columna), hasta la edad $22.5 + 7.5$, es decir 30.

Para el segundo grupo sería:

$$10-14 \text{ años } \text{---} 0.962 \times 1.003 = \frac{l_{22.5+12.5}}{l_{22.5}} = \frac{l_{35}}{l_{22.5}}$$

que representa la probabilidad de sobrevivir durante un intervalo de 12.5 años a partir de la edad base que es 22.5. En consecuencia el resultado sería la probabilidad de sobrevivir desde la edad 22.5 hasta los 35 años.

Cuadro 9.

TABLA PARA CONVERTIR LAS PROPORCIONES DE NIÑOS CON MADRES TODAVIA VIVAS, EN PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA DE UNA TABLA DE VIDA

P	(i) B = 22.5 años					(ii) B = 25.0 años					
	M (años)					M (años)					
	22	23	24	25	P	23	24	25	26	27	28
0.950	0.997	0.998	0.999	1.000	0.950	0.997	0.998	0.999	1.000	1.001	1.002
0.900	1.000	1.002	1.004	1.006	0.900	0.998	1.001	1.004	1.006	1.008	1.010
0.850	1.003	1.007	1.011	1.015	0.850	0.999	1.004	1.008	1.012	1.016	1.020
0.800	1.006	1.013	1.019	1.025	0.800	0.999	1.006	1.012	1.019	1.025	1.032
0.750	1.009	1.019	1.028	1.037	0.750	0.997	1.007	1.017	1.027	1.036	1.046
0.700	1.011	1.025	1.038	1.051	0.700	0.994	1.008	1.022	1.035	1.047	1.061
0.650	1.013	1.032	1.049	1.066	0.650	0.989	1.008	1.026	1.043	1.060	1.078
0.600	1.015	1.039	1.061	1.082	0.600	0.983	1.007	1.030	1.052	1.074	1.097
0.550	1.014	1.044	1.072	1.099	0.550	0.975	1.004	1.033	1.061	1.089	1.117
0.500	1.012	1.049	1.083	1.116	0.500	0.957	0.995	1.031	1.067	1.102	1.137
0.450	1.005	1.049	1.092	1.133	0.450	0.939	0.984	1.029	1.072	1.114	1.157
0.400	0.995	1.047	1.099	1.149	0.400	0.916	0.970	1.023	1.075	1.126	1.177
0.350	0.982	1.042	1.104	1.164	0.350	0.885	0.950	1.013	1.075	1.137	1.198
0.300	0.956	1.030	1.107	1.179	0.300	0.837	0.915	0.992	1.069	1.145	1.219
0.275	0.935	1.018	1.105	1.185	0.275	0.805	0.980	0.975	1.060	1.144	1.227
0.250	0.907	0.998	1.095	1.187	0.250	0.768	0.858	0.951	1.045	1.141	1.233
0.225	0.873	0.971	1.079	1.181	0.225	0.726	0.822	0.920	1.023	1.131	1.233
0.200	0.834	0.938	1.055	1.168	0.200	0.681	0.781	0.883	0.995	1.113	1.227
0.175	0.794	0.901	1.024	1.147	0.175	0.636	0.738	0.843	0.961	1.089	1.213
0.150	0.754	0.862	0.987	1.118	0.150	0.590	0.694	0.803	0.921	1.056	1.190

Cuadro 9 (cont.)

TABLA PARA CONVERTIR LAS PROPORCIONES DE NIÑOS CON MADRES TODAVIA VIVAS, EN PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA DE UNA TABLA DE VIDA

P	(iii) B = 27.5 años						(iv) B = 30.0 años								
	M (años)						M (años)								
	25	26	27	28	29	30	27	28	29	30	P	27	28	29	30
0.950	0.999	1.000	1.001	1.002	1.003	1.004	0.999	1.000	1.001	1.002	0.950	0.999	1.000	1.001	1.002
0.900	0.999	1.001	1.004	1.006	1.009	1.012	0.998	1.001	1.004	1.006	0.900	0.998	1.001	1.004	1.006
0.850	0.999	1.003	1.008	1.013	1.017	1.022	0.996	1.002	1.007	1.012	0.850	0.996	1.002	1.007	1.012
0.800	0.997	1.004	1.011	1.019	1.026	1.033	0.992	1.001	1.008	1.016	0.800	0.992	1.001	1.008	1.016
0.750	0.993	1.003	1.014	1.025	1.035	1.045	0.985	0.998	1.009	1.020	0.750	0.985	0.998	1.009	1.020
0.700	0.988	1.002	1.016	1.031	1.045	1.059	0.977	0.993	1.009	1.025	0.700	0.977	0.993	1.009	1.025
0.650	0.981	1.000	1.018	1.038	1.056	1.074	0.967	0.988	1.009	1.029	0.650	0.967	0.988	1.009	1.029
0.600	0.970	0.995	1.019	1.044	1.068	1.090	0.952	0.981	1.008	1.033	0.600	0.952	0.981	1.008	1.033
0.550	0.956	0.987	1.018	1.049	1.079	1.107	0.934	0.969	1.004	1.034	0.550	0.934	0.969	1.004	1.034
0.500	0.936	0.975	1.013	1.053	1.089	1.125	0.911	0.954	0.996	1.032	0.500	0.911	0.954	0.996	1.032
0.450	0.915	0.961	1.006	1.051	1.096	1.141	0.886	0.935	0.984	1.028	0.450	0.886	0.935	0.984	1.028
0.400	0.889	0.943	0.996	1.050	1.102	1.156	0.855	0.913	0.968	1.021	0.400	0.855	0.913	0.968	1.021
0.350	0.850	0.915	0.980	1.045	1.107	1.171	0.810	0.879	0.945	1.011	0.350	0.810	0.879	0.945	1.011
0.300	0.793	0.872	0.952	1.030	1.108	1.185	0.749	0.826	0.906	0.990	0.300	0.749	0.826	0.906	0.990
0.275	0.758	0.843	0.930	1.015	1.102	1.190	0.710	0.792	0.878	0.967	0.275	0.710	0.792	0.878	0.967
0.250	0.721	0.809	0.901	0.995	1.092	1.191	0.670	0.755	0.848	0.944	0.250	0.670	0.755	0.848	0.944
0.225	0.681	0.771	0.867	0.968	1.074	1.184	0.629	0.716	0.812	0.911	0.225	0.629	0.716	0.812	0.911
0.200	0.638	0.730	0.829	0.935	1.050	1.169	0.586	0.675	0.773	0.876	0.200	0.586	0.675	0.773	0.876
0.175	0.590	0.686	0.789	0.899	1.021	1.147	0.540	0.631	0.732	0.839	0.175	0.540	0.631	0.732	0.839
0.150	0.539	0.637	0.745	0.861	0.986	1.119	0.491	0.583	0.688	0.799	0.150	0.491	0.583	0.688	0.799

Fuente: Brass, W., Tablas para convertir las proporciones de niños con madres actualmente vivas en probabilidades de sobrevivencia de una tabla de vida. CELADE Subsele, Serie DS No. 4, 1971.

Cuadro 10.

CONVERSION DE LA PROPORCION DE NIÑOS CON MADRES TODAVIA VIVAS, EN
PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA DE UNA TABLA DE VIDA

Grupos de edad de los niños (en años)	(i) B = 22.5 años				(ii) B = 25.0 años					
	M (años)				M (años)					
	22	23	24	25	23	24	25	26	27	28
5-9	0.997	0.999	1.001	1.002	0.997	0.999	1.001	1.002	1.004	1.005
10-14	1.000	1.003	1.006	1.009	0.998	1.001	1.004	1.007	1.010	1.014
15-19	1.003	1.008	1.013	1.018	0.999	1.004	1.009	1.015	1.021	1.027
20-24	1.006	1.014	1.023	1.031	0.998	1.006	1.015	1.024	1.034	1.046
25-29	1.011	1.023	1.037	1.051	0.995	1.008	1.022	1.037	1.053	1.072
30-34	1.014	1.033	1.054	1.077	0.987	1.008	1.029	1.053	1.079	1.109
35-39	1.016	1.046	1.078	1.113	0.971	1.001	1.033	1.069	1.109	1.154
40-44	1.006	1.049	1.096	1.148	0.934	0.976	1.023	1.075	1.134	1.200
45-49	0.981	1.040	1.107	1.183	0.868	0.924	0.988	1.060	1.143	1.238
50-54	0.896	0.971	1.059	1.161	0.721	0.786	0.862	0.952	1.057	1.180

Grupos de edad de los niños (en años)	(iii) B = 27.5 años						(iv) B = 30.0 años			
	M (años)						M (años)			
	25	26	27	28	29	30	27	28	29	30
5-9	0.999	1.001	1.002	1.004	1.006	1.008	0.998	1.000	1.002	1.004
10-14	0.999	1.002	1.006	1.009	1.013	1.017	0.998	1.001	1.005	1.010
15-19	0.998	1.004	1.009	1.016	1.023	1.031	0.994	1.001	1.008	1.016
20-24	0.994	1.004	1.014	1.025	1.037	1.051	0.986	0.997	1.009	1.023
25-29	0.986	1.001	1.017	1.035	1.055	1.077	0.973	0.990	1.010	1.031
30-34	0.973	0.995	1.020	1.048	1.079	1.114	0.949	0.975	1.003	1.036
35-39	0.941	0.974	1.011	1.051	1.098	1.150	0.901	0.938	0.979	1.026
40-44	0.890	0.935	0.986	1.044	1.111	1.187	0.824	0.872	0.928	0.992
45-49	0.779	0.836	0.902	0.977	1.065	1.168	0.670	0.726	0.792	0.869
50-54	0.615	0.679	0.754	0.846	0.946	1.069	0.497	0.555	0.624	0.705

M = edad media de las madres al nacimiento de los niños

B = punto inicial de la probabilidad de sobrevivir

Hay cuatro tablas preparadas que corresponden a valores diferentes de B: 22.5, 25.0, 27.5 y 30.0 años. Los valores que se pueden obtener de la primera tabla que arranca con el valor 22.5, probabilidades que son las que aparecen en la primera columna del esquema que sigue. Se ve que la primera probabilidad es para 7.5 años; la segunda, para 12.5 años; la tercera será para 17.5 años, etc., es decir, que van aumentando de 5 en 5. Si en lugar de partir de la primera tabla hubiéramos partido de la que tiene $B = 25.0$ las probabilidades que hubiéramos logrado serían para iguales periodos que en el caso anterior, pero a partir de la edad base 25. Si el punto de partida hubiera sido $B = 27.5$ todas las probabilidades tendrían como edad inicial 27.5 aunque los intervalos de referencia hubiesen sido, de nuevo, 7.5 años, 12.5, etc.

N	Valores de B			
	22.5	25.0	27.5	30.0
7.5	$\frac{1_{30}}{1_{22.5}}$	$\frac{1_{32.5}}{1_{25}}$	$\frac{1_{35}}{1_{27.5}}$...
12.5	$\frac{1_{35}}{1_{22.5}}$	$\frac{1_{37.5}}{1_{25}}$	$\frac{1_{40}}{1_{27.5}}$...
...

Ahora nos preguntamos con cuáles de esos valores nos podríamos quedar, cómo se podrían seleccionar. Empieza por decirnos que si el patrón de mortalidad de la población que uno está analizando está próximo (en forma) al promedio que se ha usado como estándar, realmente la decisión no tiene mucha importancia porque cualquiera fuera la elección nos conduciría prácticamente a una estimación coincidente.

Anteriormente habíamos considerado el caso en que el patrón de la mortalidad de la población se acercaba al patrón promedio. Si en cambio estamos en un caso general en que eso no ocurre, se pregunta cuál es la forma más segura de seleccionar los factores. La norma es, tratar de seleccionar aquellos que estén más próximos al valor 1. Sucede con frecuencia que uno encuentra esos factores en diferentes tablas, dependiendo de la edad. Siguiendo con el ejemplo, si $M = 23$, podría suceder que para las edades más tempranas uno tuviera factores muy próximos a 1 para una base de 25, pero que a medida que fuera avanzando en la estimación de factores para edades más avanzadas, se encontrara con que los valores que corresponden a $B = 22.5$ están más próximos a la unidad que los que corresponden a $B = 25$. En este caso, lo que él

aconseja es cambiar de una tabla a la otra, en algún intervalo de edad, y nos dice que a veces es necesario cambiar hasta 2 veces en trancé de seleccionar los factores más próximos a la unidad.

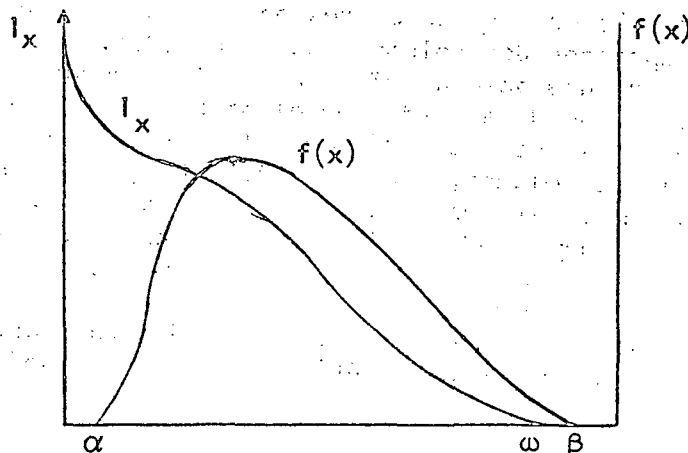
Pasando a otro punto, nos habla de que las tablas originalmente elaboradas (las del cuadro 9, que aparecen en el documento que ha sido distribuido), se usarían de una manera muy similar. En esos casos, se entra con el valor P (en lugar de la edad). Normalmente habrá que interpolar entre los valores que aparecen tabulados, por lo que él no recomienda el uso de esas tablas. En relación con la precisión de los resultados, posiblemente las nuevas sean un poco mejores, pero no mucho. La razón por la cual él prefiere el uso de las tablas que nos presentó en esta sesión en lugar de las que están publicadas, tiene que ver con la facilidad de su aplicación.

Hablará ahora de las características del método. Se refiere en primer término al grado de robustez de las estimaciones que se pueden lograr con él. Plantea la relación fundamental:

$$P_i = \frac{l_{B_i + N_i}}{l_{B_i}}$$

en donde la proporción de hijos con madres sobrevivientes es igual a un cociente entre dos valores de la función l_x de la tabla de vida referida, en el denominador a B_i y en el numerador a la edad $B_i + N_i$.

Nos dice que esa relación es realmente muy robusta, que cambios en el patrón de la mortalidad y en la fecundidad afectan muy poco el resultado y uno puede con bastante seguridad estimar aproximadamente la relación con un valor conocido de P. La razón para que ésto ocurra está en que las dos curvas que se combinan en esta relación tienen una forma de variar muy regular. La curva de la sobrevivencia en las edades adultas, por una parte, y la curva de la fecundidad con su simetría por la otra, hacen que la relación no dependa demasiado de las formas particulares, tanto de una como de la otra.



El problema entonces no está tanto en la teoría sino en la práctica, de tratar de usar números redondos para los valores de B. Sería inconveniente, por ejemplo, usar un valor de B de 23.57 años. Como hemos visto, él ha tratado de expresar todo en términos de valores de B redondeados: 22.5, 25, etc. Y entonces el problema surge en esta aproximación, y cuando sucede que el factor que hay que usar se aleja de 1 el error tiende a aumentar. Hay entonces un problema de conciliar la robustez de la relación teórica con el problema práctico de aproximarse a edades redondeadas.

En la aplicación, las tablas que hemos estado considerando producen en general, resultados coherentes. A veces, sin embargo, en razón de la sensibilidad en la forma de las curvas de la mortalidad se hace necesario utilizar tablas más refinadas, que se diferencian de las que estamos considerando en que los valores de la B han sido tabulados a intervalos anuales, en lugar de 2.5 años como ya hemos visto. Se puede así, por este arbitrio, obtener factores que afecten a la proporción de madres sobrevivientes más próximos a la unidad. El precio de esta mayor precisión hay que pagarlo y se obtienen como resultado, relaciones de sobrevivencia que se hacen más difíciles de manejar. Y nos pone un ejemplo, podría obtenerse la relación de sobrevivir:

$$\frac{l_{23.5 + 7.5}}{l_{23.5}} = \frac{l_{31}}{l_{23.5}}$$

el intervalo de edades, de 23.5 a 31, no es ciertamente muy fácil para manejar después.

Nos presenta otra tabla en la que aparecen estos nuevos factores que tienen una disposición similar a los que hemos estado considerando antes (véase cuadro 11).

Ilustra ahora con un ejemplo el resultado típico que se obtiene de la aplicación de este procedimiento. El ejemplo proviene de una encuesta realizada en Camerún. En la primera columna aparecen los grupos básicos de edad; en la segunda, la edad x que corresponde a la edad central de cada intervalo; y luego aparecen dos columnas de resultados. La primera, consecuencia de haber usado una base de 27.5 años y la segunda, de una base de 25.0 años. Nos dice que de acuerdo con el principio de que la mejor estimación se obtiene cuando la base es próxima a 1, los mejores valores serían los obtenidos en la primera columna, con base 27.5 años, hasta la edad x igual precisamente a 27.5 años, en tanto que de ahí en adelante, los mejores resultados serían los que corresponden a la tabla de base 25. Analizando la variación en las primeras edades se observa que es muy coherente el comportamiento de los valores de la base 27.5 con la de 25, y entonces por razones de conveniencia práctica, en este caso particular, él propondría quedarse con la tabla completa correspondiente a una única base, la de edad 25 años.

Cuadro 11.

TABLA DE CONVERSION DE LA PROPORCION DE NIÑOS CON MADRES TODAVIA VIVAS,
EN PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA DE UNA TABLA DE VIDA (Adicional)

Grupos de edad (en años)	B ^M	22	23	24	25	26	27	28	29	30
30-34	23.5	.997	1.016							
	24.5	.978	.997	1.017						
	25.5		.977	.997	1.019					
	26.5			.976	.997	1.019				
	27.5				.973	.995	1.020			
	28.5					.969	.993	1.020		
	29.5						.963	.989	1.019	
	30.5							.957	.986	1.017
35-39	23.5	.990	1.017							
	24.5	.959	.986	1.016						
	25.5			.983	1.015	1.051				
	26.5				.979	1.013	1.051			
	27.5					.974	1.011	1.051		
	28.5						.968	1.007	1.052	
	29.5							.962	1.004	1.052
	30.5								.955	1.000
40-44	23.5	.964	1.004	1.050						
	24.5		.958	1.001	1.049					
	25.5			.952	.997	1.048				
	26.5				.944	.992	1.047			
	27.5					.935	.986	1.044		
	28.5						.923	.977	1.040	
	29.5							.907	.965	1.032
45-49	22.5	.981	1.040							
	23.5	.918	.973	1.036						
	24.5			.961	1.027	1.103				
	25.5				.946	1.016	1.095			
	26.5					.926	.998	1.082		
	27.5						.902	.977	1.065	
	28.5							.876	.955	1.048
50-54	21.5	.992	1.075							
	22.5	.896	.971	1.059						
	23.5		.870	.949	1.041					
	24.5				.921	1.016	1.128			
	25.5					.896	.995	1.111		
	26.5						.871	.973	1.093	
27.5							.842	.946	1.069	

E d a d	x	$\frac{l_{27.5+x}}{l_{27.5}}$	$\frac{l_{25.0+x}}{l_{25.0}}$
5 - 9	7.5	0.948	0.950
10 - 14	12.5	0.898	0.903
15 - 19	17.5	0.820	0.829
20 - 24	22.5	0.699	0.716
25 - 29	27.5	0.553	0.585
30 - 34	32.5		0.462
35 - 39	37.5		0.328
40 - 44	42.5		0.229
45 - 49	47.5		0.121

Si uno tuviera la necesidad de conciliar una con la otra debería resolver el problema que se deriva del hecho que las dos tienen base distinta. Habría que hacer una estimación de la probabilidad de sobrevivir de la edad 25.0 a la edad 27.5 y considera que esto es de menor importancia porque esa probabilidad es muy grande, y por lo tanto fácil de estimar y en todo caso, si la estimación no fuese buena no introduciría un error importante. Con esta información, se está en condiciones de construir una tabla de vida para la mortalidad de los adultos a partir de una raíz cualquiera a la edad base. En la ilustración que estamos siguiendo, si uno hubiera adoptado toda la tabla completa de base 25, la raíz sería l_{25} (los sobrevivientes a esa edad serían 1000). De ahí, mediante las relaciones que uno ha establecido podría completar los sobrevivientes a la edad 32.5, usando la primera relación, usando la segunda relación llegar a los sobrevivientes a los 37.5 años, y así sucesivamente de 5 en 5 años.

Nota: Con posterioridad al Seminario, el profesor Brass estimó los multiplicadores que se presentan en el cuadro 12, para convertir las proporciones de madres vivas en probabilidades de sobrevivencia. La edad base B es en todos los casos 25 años. Las probabilidades de sobrevivencia se calculan en la forma indicada al pie del cuadro.

Cuadro 12.

FACTORES MULTIPLICADORES W PARA CONVERTIR PROPORCIONES DE MADRES VIVAS
EN PROBABILIDADES DE SOBREVIVENCIA DESDE LA EDAD 25

N	M								
	22	23	24	25	26	27	28	29	30
10	.420	.470	.517	.557	.596	.634	.674	.717	.758
15	.418	.489	.556	.618	.678	.738	.800	.863	.924
20	.404	.500	.590	.673	.756	.838	.921	1.004	1.085
25	.366	.485	.598	.704	.809	.913	1.016	1.118	1.218
30	.303	.445	.580	.708	.834	.957	1.080	1.203	1.323
35	.241	.401	.554	.701	.844	.986	1.128	1.270	1.412
40	.125	.299	.467	.630	.791	.950	1.111	1.274	1.442
45	.007	.186	.361	.535	.708	.884	1.063	1.250	1.447
50	-.190	-.017	.158	.334	.514	.699	.890	1.095	1.318
55	-.368	-.220	-.059	.101	.270	.456	.645	.856	1.083
60	-.466	-.352	-.217	-.084	.053	.220	.378	.579	.800

Para una edad media de las madres M dada, los factores W_N son usados para ponderar las proporciones de madres sobrevivientes en los grupos quinquenales de edad adyacentes a N. Denotando éstos por ${}_5P_{N-5}$ y ${}_5P_N$, entonces:

$$W_N = {}_5P_{N-5} + (1 - W_N) \cdot {}_5P_N$$

es la estimación de $I(25 + N) / I(25)$.

Algunos problemas prácticos para la estimación de la mortalidad
mediante la pregunta de orfandad de madre

Pasamos ahora a considerar los problemas prácticos en la aplicación de este método. Ante todo quiere destacar el hecho de que la información que manejamos seguramente está fuertemente seleccionada, por el hecho de que no refleja la mortalidad de mujeres que nunca han tenido hijos, también por el hecho de que los pesos que se dan a las mujeres atendiendo a su fecundidad son distintos, etc.. Dejemos eso de lado, aunque es importante, para hablar sobre qué efectos podría tener un error en la estimación del valor de M. Como se dijo ya, este valor se calcula a partir de información actual, muy reciente, nacimientos del último año, y esta información puede no ser representativa

(y ciertamente no lo será en algunos casos), de la distribución por edad de las madres de los niños más viejos, nacidos hace ya muchos años. El no cree que este error pueda tener importancia en la estimación. La razón principal es que allí donde estos métodos se aplican, aunque la *M* haya cambiado en el tiempo, los cambios que puede haber tenido no son de importancia suficiente como para determinar estimaciones muy distintas de la mortalidad por aplicación de este método.

Quiere considerar ahora el problema práctico que tiene que ver con los cambios en la mortalidad. Esto pone realmente serias dudas acerca de la aplicabilidad del método, principalmente cuando se analiza la proporción de huérfanos entre personas que tienen entre 45 y 49 años o edades superiores. En tal situación, muchas de las muertes deben de haber ocurrido en un pasado distante, y por lo tanto la estimación de la mortalidad que uno obtiene puede estar alejada de la mortalidad presente. Hay sin embargo dos observaciones que hacer, un poco contrabalanceando ésto. La primera es que toda vez que la mortalidad tiende a crecer a medida que la edad avanza, muchas de las muertes de las madres de las personas en este grupo de edad (45-49), han ocurrido en años recientes. Y la segunda consideración es que en países en desarrollo, con alta mortalidad y donde la mortalidad está cambiando, es de esperar que el cambio sea de menor importancia en las edades adultas que en las edades juveniles e infantiles, y por lo tanto, de menor importancia para los cálculos que se hacen por este método.

Otro problema que ha surgido en todas las informaciones que él ha examinado hasta ahora, aunque en menor medida en ésta del Camerún más reciente es, que para los primeros grupos de edad, particularmente para los dos primeros, la estimación que se logra de la mortalidad es extremadamente baja comparada con la que se logra con otros grupos de edad. Parece que no hubiera coherencia entre ellos; pero hay una explicación obvia de ésto. Los niños muy jóvenes, cuyas madres han muerto, son generalmente adoptados por otras mujeres y consecuentemente es muy posible que en las encuestas aparezcan como no huérfanos, e inclusive nos dice que, en la cultura de muchas poblaciones africanas si el enumerador preguntara a la mujer si un niño es realmente su hijo es muy probable que una madre que lo haya adoptado diga que sí lo es, aunque en realidad no lo sea.

Nos dice que el método fue ideado hace aproximadamente 5 años y nunca fue publicado; lo importante es preguntarse si el método funciona, si su aplicación conduce a resultados buenos, no se conforma con obtener resultados muy bonitos elaborados en teoría sino que es necesario ponerlos a prueba en la práctica.

Nos informa que la pregunta sobre orfandad se ha puesto a prueba y se está incluyendo cada vez más en África (ahora debe haber algo así como seis países con censos donde se han incluido) y empiezan a ser conocidos los resultados. También menciona algunos otros países: Camerún, Chad y otros más.

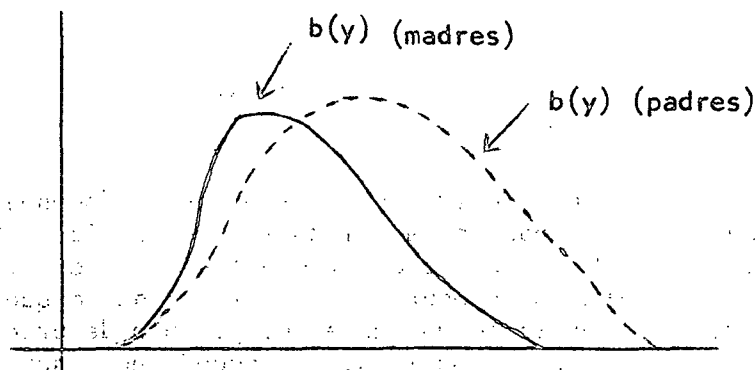
A la luz de lo que se ha dicho antes sobre el método, podría haber dudas acerca de la eficiencia de las estimaciones que con él se pueden obtener. Lo que es entonces un poco sorprendente es que la aplicación haya conducido

a resultados buenos, como sucede en el caso de Kenya. Se pregunta, asimismo, qué es lo que quiere significar cuando dice que los resultados son buenos, toda vez que se desconoce la información para compararla. Lo que él quiere significar, es que la forma de variar de un grupo de edad a otro grupo de edad de la función de sobrevivencia parece plausible; que la estimación de la mortalidad adulta que se logra se concilia bien con la mortalidad estimada para la población infantil; que los resultados son sensatos y tienen sentido. Nos dice al pasar, que los censos en los cuales se ha incluido la pregunta sobre orfandad han tenido también invariablemente la pregunta sobre hijos sobrevivientes e hijos tenidos, lo que ha permitido con la otra técnica que ya hemos analizado estimar la mortalidad en la niñez. Es entonces alentador ver que la estimación de la mortalidad infantil, en la niñez y en los adultos jóvenes es coherente con la que se puede lograr para los adultos con este método. No tiene en realidad experiencia donde el resultado no haya sido favorable.

Puede ser que lo que esté sucediendo acá es que el principio de "serendipity" esté funcionando, que haya muchos errores que se compensen entre sí y que por esa razón es que los resultados son mejores de lo que él podría haber esperado.

2a. ORFANDAD DE PADRE

Pasará ahora a ocuparse de la orfandad de padre, es decir, de la medición de la sobrevivencia de hombres. Si bien siempre fue optimista en torno a la posibilidad de usar la información de orfandad de madre para derivar estimaciones de la mortalidad, no creía que pudiera sacarse algo parecido de una pregunta similar en torno a la orfandad de padre, y esto por diferentes razones. Hay una razón de orden técnico que ilustra con el gráfico siguiente:



Nos muestra cómo se distribuirían las madres por edad y cómo se distribuirían los padres por edad, destacando que la distribución por edad de los padres sería mucho más extendida que la de las madres. Un niño de 5 años (y está pensando siempre en culturas africanas), puede tener un padre de 20, como también puede tener un padre de 60 o 70 años; en consecuencia, cuando se buscan medidas promedio, el promedio se tendría que hacer entre valores mucho más dispersos. Esto haría que la calidad de la estimación fuese menor que cuando se trabaja sólo con la población femenina, donde el intervalo de la reproducción es más estrecho y mejor definido. Ese es el problema técnico. En relación con el problema práctico, dice que se conoce mucho más acerca de las madres que de los padres principalmente en las poblaciones donde las uniones no son muy estables, donde hay migraciones, donde muchos hombres desaparecen. Todo esto quedó confirmado en un estudio piloto que se llevó a cabo en Kenya hace dos o tres años. Los resultados mostraron que algo así como el 50 por ciento de los padres había muerto en años recientes, en un período muy corto de tiempo, esto lo hicieron en Nairobi, donde es muy frecuente la incidencia de la ilegitimidad y él piensa que muchas veces cuando el padre no era muy conocido o no estaba muy cerca de la casa, era más fácil decir que había muerto que ponerse a explicar la situación. Por el contrario, en un estudio hecho en una área rural, los resultados fueron razonablemente buenos. Blacker es un entusiasta de esta pregunta y ha estado insistiendo en la necesidad de incorporarla en los censos y para eso ha tenido que justificar su utilidad a fin de convencer a los Jefes de Estadística encargados de tomar los censos, de la conveniencia de incluirla. Se ha elaborado un análisis entre Blacker, Hill y el profesor Brass estableciendo un sistema para analizar la información recogida en relación con la orfandad de padres.

No necesita extenderse mucho presentando el sistema ideado, porque los cálculos siguen exactamente el mismo camino recorrido para elaborar las estimaciones de la mortalidad femenina. Nos dice algo en relación con el modelo de distribución de la fecundidad y recuerda primero la forma que tenía la ley de fecundidad del modelo en el caso de la población femenina:

$$f(x) = c(x-s) (33+s-x)^2$$

y el modelo que se ha adoptado para la fecundidad masculina:

$$m(x) = c(x-s) (60+s-x)^3$$

Nos destaca la diferencia entre uno y otro, advirtiéndonos, de entrada, que se hizo pensando sobre todo en la aplicación que se iba a hacer de estos modelos a la población de Africa, es decir que las características del modelo de fecundidad masculina han procurado ser reflejo de lo que ocurre en Africa. Las diferencias: en tanto que antes el período de procreación tenía una extensión de 33 años, en el modelo de la fecundidad masculina en lugar de 33 se toman 60 años, y en tanto que el polinomio antes era de tercer grado, ahora es de cuarto grado. El factor que antes estaba elevado al cuadrado

ahora está elevado al cubo. Dice que ésto se ha hecho a fin de tomar en cuenta sobre todo la forma como varía la cola hacia la derecha del polinomio a medida que la edad aumenta. Nos dice que Blacker y Hill examinan en su documento el desarrollo de este sistema de estimación de la mortalidad a partir de la información de la orfandad masculina.

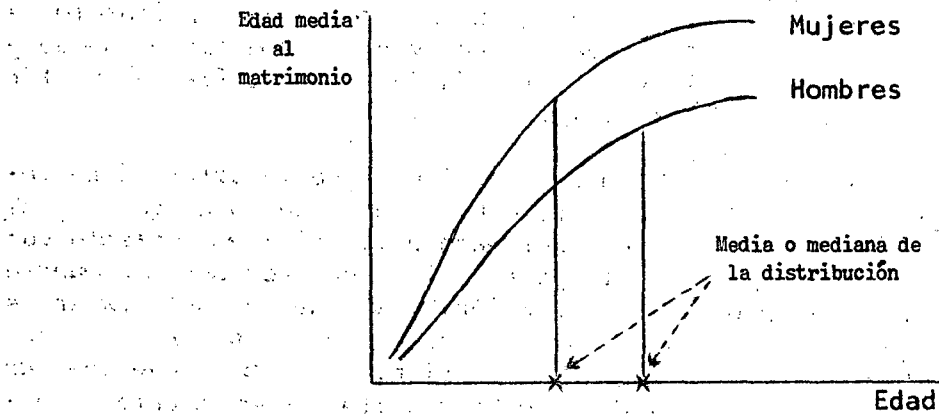
El otro problema que se presenta distinto al caso de la orfandad de madre, es el que tiene que ver con el parámetro N . Nos hace notar que las madres pueden morir solamente después de haber dado a luz al niño, en tanto que los padres y la condición de huérfano de padre, tiene que ver con la muerte de los hombres desde el momento de la concepción. Esto haría que lo que antes era N ahora se convierta en $N + 3/4$, es decir, una extensión de $3/4$ de año más a fin de tener en cuenta el período de gestación. Esto hace que sea un número poco conveniente de manejar y por eso ha resultado conveniente e inclusive más preciso, no considerar la relación de sobrevivencia de padres por grupos de edad con la mortalidad para estos períodos $N + 3/4$, sino más bien para $N + 2.5$ años, llevando el período hasta el final de la edad del grupo que se considera. Nos pone un ejemplo en relación con el grupo de edad 10 - 14. El valor c , la constante que se ha calculado, es una constante tal que multiplicada por P_{10-14} en este caso la proporción de niños de 10 - 14 años que tienen padre vivo, debe ser igual a una probabilidad de sobrevivencia desde la edad B (la base) hasta una edad $B + 15$ (12.5 edad central del intervalo + 2.5 años).

$$C \cdot P_{10-14} = \frac{l_{B+12.5+2.5}}{l_B} = \frac{l_{B+15}}{l_B}$$

El último punto que quedaría por resolver, sería el cálculo de la edad media de los padres. Esto es difícil de hacer porque no se dispone normalmente de la información. Se podría buscar una solución tratando de relacionar la edad media de los padres con la edad media de las madres, que como hemos visto ya es más fácil de obtener. Podría ponerse que la edad media de los padres (M^*) es igual a la edad media de las madres más una constante.

$$M^* = M + d, \text{ siendo } d \text{ una constante.}$$

Cómo se puede buscar esa constante? Ante todo se trata de un intento de medir algo así como la diferencia de las edades de los hombres y mujeres al momento del casamiento. Hay dos o tres métodos aproximados que permiten acercarnos a ese valor y hacer una estimación. Si se dispone en la encuesta de la proporción de personas que se casaron alguna vez, clasificadas por sexo y edad, se puede entonces calcular la media o la mediana de esa distribución y luego la diferencia entre las dos, daría un valor aproximado de la d . Blacker y Hill en su documento examinan este asunto.



Nos advierte que la presentación de este tema la ha hecho muy rápido pues no está convencido de que se puedan lograr con él buenos resultados. Quizás donde no se disponga de otro tipo de recurso para medir la mortalidad masculina, pueda resultar justificado este tipo de método. Él cree que hay mejores, y que la estimación de la mortalidad de los hombres o de las mujeres mediante la comparación de la información de dos censos, es superior. Dicho en otras palabras, no considera que éste sea un método robusto. Depende en gran medida de la forma que tome la distribución de los nacimientos según la edad de los padres y en esa distribución tiene mucho que ver la incidencia que tiene la fecundidad en las edades avanzadas. Eso puede ser crítico, pues un aumento de la fecundidad, inclusive por la edad de 80 años, podría distorsionar el resultado. Además duda de la precisión que pueda haber en las respuestas que se obtengan sobre la pregunta de orfandad de padre. Lo ve como un recurso extremo y duda que sea de aplicación en América Latina.

3. EL SISTEMA LOGITO

Se ha abstenido hasta ahora de hablarnos sobre Tablas Modelo de Vida. Entrará ahora en este tema porque será esencial en los temas que va a seguir presentando. Señala primero los objetivos que tienen las tablas modelo: primero, servir como estándar, es decir como referencia para comparar con la experiencia de mortalidad que está manejando; y segundo, usarlas para completar el conocimiento incompleto que a veces tenemos de la situación de mortalidad de una población. Las tablas modelo dan una imagen completa de la mortalidad, en tanto que en la práctica se puede tener una imagen muy fragmentaria de la situación. Esa información incompleta suele ser suficiente para seleccionar una tabla modelo de vida adecuada.

Los modelos son siempre una lucha entre la realidad y la simplicidad. Por una parte deben tratar de acercarse lo más que se pueda a la verdad, a la situación real, en tanto que por la otra, se les pide que sean simples, que queden definidos a partir de muy pocos conocimientos que son los que se pueden tener de esa realidad. En un mundo ideal, los patrones de mortalidad serían seguramente muy simples. Conocida la mortalidad a una cierta edad, posiblemente uno pudiera, en esa situación ideal, derivar una estimación de la mortalidad para otra edad. Pero estamos lejos de estar en esta situación ideal y los patrones de mortalidad pueden ser muy variados y muy complejos, comparados unos con otros y de una población a otra. Afirma categóricamente que no hay sistema de modelos de mortalidad que sea muy bueno, en el sentido de acercarse a la realidad de una población real. Todas las poblaciones reales tienen características propias que no pueden ser descritas adecuadamente por modelos.

Para el trabajo en países en desarrollo, el esfuerzo inicial en torno a las tablas modelo fue el de las Naciones Unidas. Dichas tablas se produjeron allá por 1954-55. Desde entonces, al presente, sucedió un período de elaboración de modelos de mortalidad tratando de lograrlos más flexibles. Se pretende que ese aumento en la flexibilidad permita una mejor representación, siempre y cuando se cuente con la evidencia empírica que permita seleccionar adecuadamente entre esas tablas más flexibles. Piensa que el sistema más desarrollado, el más flexible y que él considera más apropiado es el sistema logito.

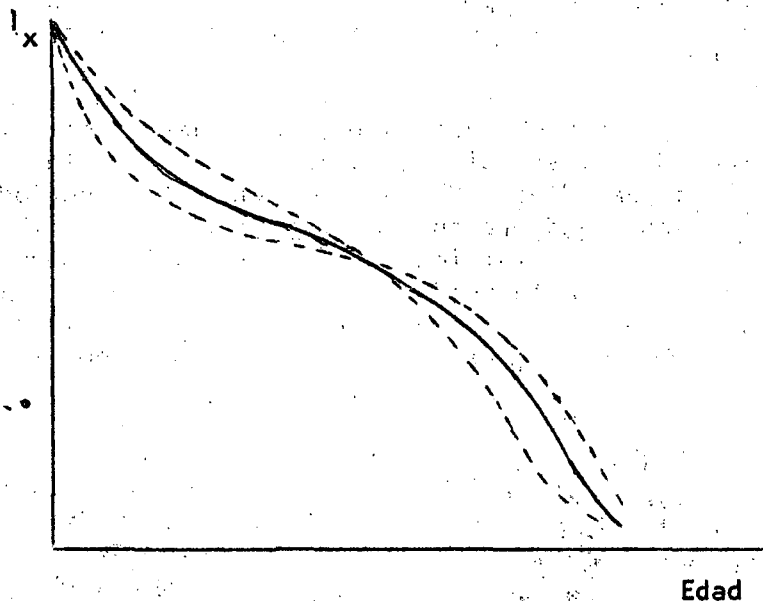
Cuando en noviembre del año pasado el profesor Brass visitó el CELADE, en Santiago, no había publicado todavía de una manera satisfactoria una descripción del sistema. La situación ha cambiado ahora y no se preocupará de entrar a describir detalles del sistema logito. En el documento "Sobre la escala de la mortalidad" (CELADE DS No. 7), describe ampliamente el sistema. También figura en un libro más reciente publicado por Carrier y Hobcraft ^{en} donde además de aparecer el uso del sistema, se presentan tablas modelo y se presentan poblaciones estables modelo y una descripción del uso.

Dice que no va a entrar en la descripción de las tablas modelo de Naciones Unidas, ni de las de Coale y Demeny, pues los considera conocidos. Simplemente va a destacar los puntos que considera más importantes. El problema principal con el conjunto de tablas modelo de las Naciones Unidas es que se trata de un conjunto basado en un solo parámetro y por lo tanto es muy poco flexible. Cuando ese conjunto fue elaborado quizás no haya parecido poco razonable pensar que con un solo parámetro se podría describir la mortalidad de cualquier población. Pero el mayor conocimiento adquirido desde entonces acerca de los patrones de mortalidad, demuestra que un solo parámetro no es suficiente para describir normalmente las diferentes características de mortalidad que se dan en las poblaciones.

Se referirá ahora a los modelos de tablas de Coale y Demeny, que fueron un intento para hacer más flexibles los modelos comparados con el intento de las Naciones Unidas. Como sabemos, ellos propusieron cuatro familias de tablas a pesar de que, como en el caso de las Naciones Unidas, cada una de esas familias sigue siendo una familia de un solo parámetro. La filosofía es que

cada población es diferente a otra, pero podrían agruparse las poblaciones con características similares haciendo entonces que la selección, si uno sabe como entrar en las tablas, condujera a un modelo más apropiado, afín con las características de la población que uno está manejando.

De una manera muy general se puede decir que lo que las tablas de Coale y Demeny hacen, es lo que ha ilustrado en el gráfico que se indica:



Dibujó cuatro caminos posibles asociando una caída violenta de la mortalidad en las edades juveniles con dos caídas posibles, una rápida y otra lenta en las edades avanzadas y asociando después una caída suave al principio en las primeras edades, con las mismas caídas, una rápida y una lenta en las edades avanzadas. Esto define cuatro combinaciones lógicas posibles, y si bien esto no es exactamente lo que describen las tablas de Coale, el profesor Brass nos dice que aproximadamente, para el propósito que se tiene en vista acá, esta descripción es suficiente.

El problema, a juicio de él es que a pesar de este intento de tomar en cuenta características de la mortalidad de algunas poblaciones, se está todavía lejos de haber considerado situaciones mucho más agudas que las que los modelos de Coale y Demeny presentan. En la realidad se dan caídas mucho más pronunciadas de la mortalidad juvenil que las que ellos han supuesto, combinadas con caídas también mucho más pronunciadas que las que ellos han supuesto en la mortalidad de los adultos (al hablar de caídas se refiere a caídas de la función de l_x , la curva de sobrevivencia). Y por el otro lado, al otro extremo, lo contrario; descensos mucho menos pronunciados que los que las tablas

de Coale y Demeny anticipan, asociados con descensos otra vez menos pronunciados en las edades avanzadas. En la realidad sucede entonces que hay situaciones mucho más extremas en las relaciones que las que Coale y Demeny han supuesto. Visto desde este ángulo, los supuestos de Coale y Demeny parecen ser un poco modestos, demasiado pequeños, frente a la realidad de algunas poblaciones.

Se pregunta por qué estas desviaciones tan extremas entre la realidad de algunas poblaciones y el sistema de Coale y Demeny. La explicación que él tiene es que las tablas de Coale y Demeny están basadas prácticamente en experiencias de poblaciones de Europa y además en experiencias de poblaciones europeas recientes. Otros patrones, que difieren grandemente, provienen por lo general de países en desarrollo o de poblaciones de Europa cuando se las considera en períodos muy lejanos y cita el ejemplo de Islandia (1703). La experiencia de esa población europea tan remota, no se acomoda bien con los sistemas de modelos de Coale y Demeny. Lo que pasa en definitiva es que la mortalidad es mucho más variable de lo que el sistema supone. Se refiere ahora a algunos desvíos característicos que se encuentran en diferentes poblaciones y cita el caso de Turquía, Rusia, Bulgaria como poblaciones con una experiencia de mortalidad que comparada con los sistemas de Coale y Demeny muestran relativamente una mortalidad mucho más alta en la niñez y mucho más baja en la población adulta. Cita además poblaciones como la de la Guyana Británica, la Isla Mauricio y Malaya donde la relación o el desvío es contrario, es decir muy baja mortalidad infantil frente a muy alta mortalidad de adultos.

La necesidad de un sistema de tablas modelos más flexible llevó a unos autores, entre ellos a Bourgeois-Pichat y Lederman, a elaborar sistemas más flexibles pero que a juicio del profesor Brass son más difíciles de operar. Además nos hace notar que el sistema logito se elaboró antes que estas elaboraciones más recientes de Bourgeois-Pichat y Lederman.

El sistema logito es diferente de los otros en el sentido de que no es un conjunto de tablas modelo de vida el que produce, es más bien un infinito sistema de relaciones que generan esas tablas. Se basa en:

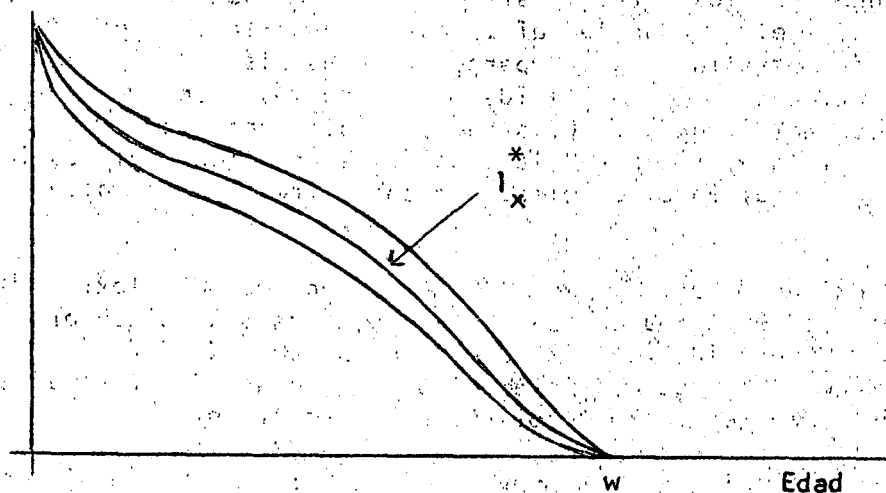
$$\text{logit}(1-l_x) = \alpha + \beta \text{logit}(1-l_x^*); \quad l_x^* = \text{tabla estándar}$$

y está la definición de logito:

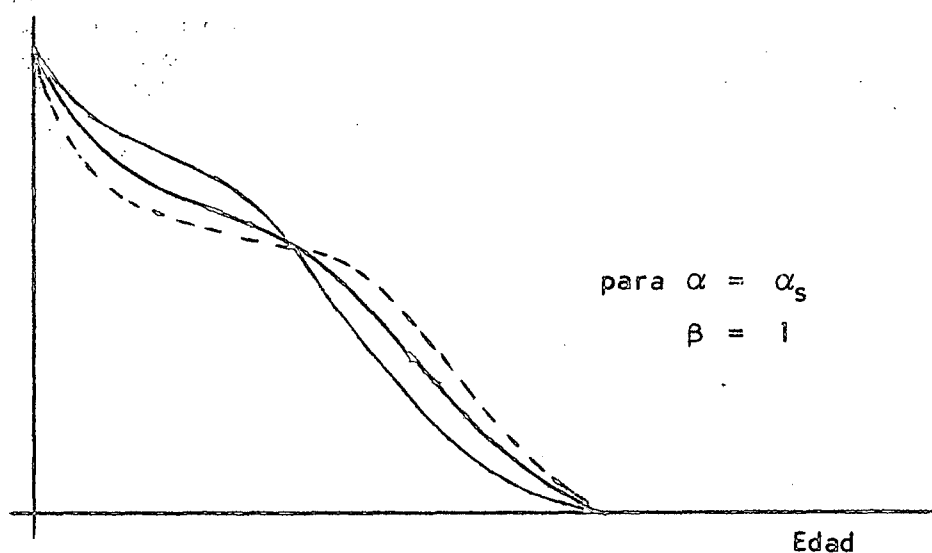
$$\text{logit}(1-l_x) = \frac{1}{2} \log_e \frac{1-l_x}{l_x}$$

En este momento, después de muchos años, no está en condiciones de hacer una explicación histórica de cómo llegó a esa fórmula, inclusive ya se ha olvidado de los diferentes pasos. Nos habla de las características de la relación logito, que hace que si una cantidad p comprendida entre 0 y 1 es transformada mediante esta relación, se la hace variar entre $-\infty$ y $+\infty$. Esto

determina características que hacen que la función varíe en forma casi lineal con la variable x . Tiene por lo tanto las propiedades de todo tipo de relación lineal que varía de $-\infty$ a $+\infty$, lo que resulta muy conveniente. Si miramos ahora una tabla de vida representada por l_x , y si para empezar el análisis fijamos en la relación $\beta = 1$, y hacemos cambiar el parámetro α , lo que conseguimos tal como lo muestra el gráfico, es una serie de tablas derivadas de la original, que tienen sin embargo, la característica común con la original de mantener las características principales de la mortalidad, es decir la misma forma, dice él, entendiéndolo por "misma forma" que si la mortalidad baja mucho al principio en la tabla estándar (la que tiene el asterisco), bajará también mucho al principio en las tablas derivadas, y contrariamente, la misma característica de cambio de mortalidad final se va a conservar en todas las tablas derivadas.



Estábamos en el caso en que habíamos fijado β y habíamos hecho variar α ; ahora hacemos al revés. Fijamos un valor de α y vamos a hacer variar a β . Para fijar ideas propone que llamemos a $\alpha = \alpha_s$, e indiquemos el valor de β en forma variable. Se obtiene entonces un conjunto de tablas que pasan por un punto en un valor especial, central (central si uno lo elige central, pero podría no ser central, lo importante es que pasan todas por un mismo punto), para el cual el logito de la tabla estándar, $\text{logit}(1 - l_x^*)$, es cero. Entonces cambiando los valores de β , se puede hacer que la mortalidad varíe más o menos intensamente, en términos relativos, al principio o al final de la tabla. Nos dice que la transformación logito hace que la tabla derivada que obtenemos tenga todas las propiedades que nosotros imponemos a una tabla de mortalidad, es decir que varía de 1 a 0 al avanzar la edad, que las probabilidades de muerte naturalmente son siempre positivas, etc.. En consecuencia se ha logrado un modelo que tiene dos parámetros y una mayor flexibilidad que los modelos que se han estado presentando anteriormente.



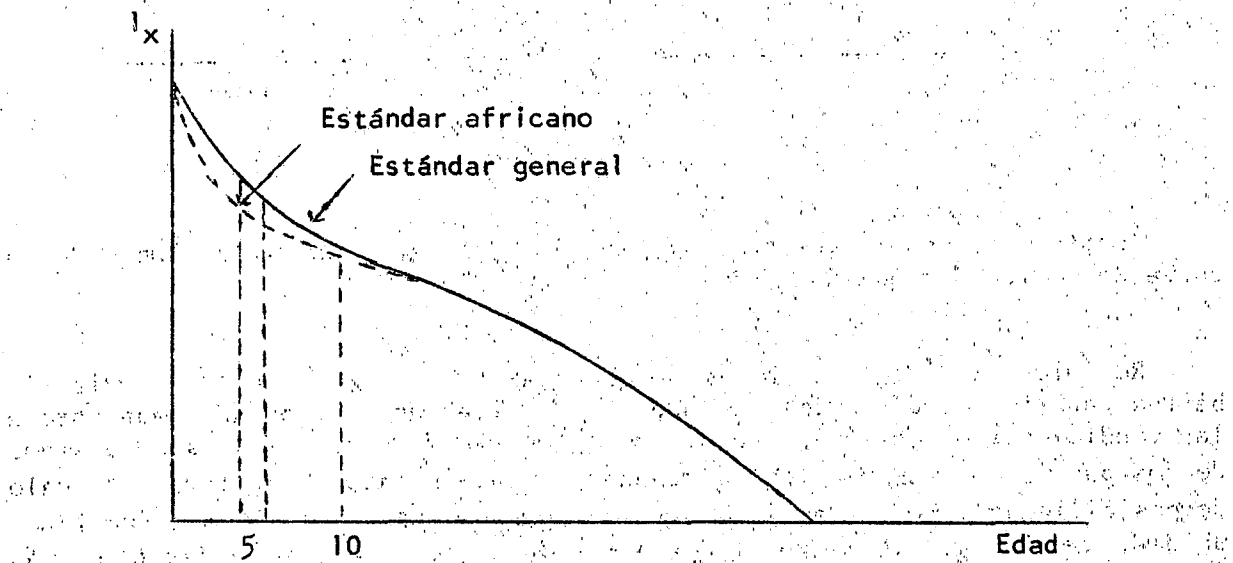
Además de los dos parámetros, se tiene la elección de la forma de la curva de mortalidad que uno quiere.

Resumiendo, elegimos una curva estándar y además nos queda todavía libertad para fijar dos parámetros que nos permitan acercarnos adecuadamente a las condiciones de mortalidad que estamos tratando de describir. Es un sistema de dos parámetros más una tabla estándar, lo que produce un enorme intervalo de posibilidades, de formas y de niveles, que contiene el sistema de Naciones Unidas, de las tablas modelo regionales de Coale y que se extienden más allá.

Se ocupa ahora de la selección de la tabla estándar. Nos informa que él usa diferentes, atendiendo al propósito de la aplicación. Tiene uno que considera el patrón general, el patrón promedio, y que representa fundamentalmente experiencia de mortalidad europea. Este patrón genera tablas que están muy próximas, o que casi coinciden con las tablas modelo de Naciones Unidas o con el modelo Oeste del Sistema de Coale y Demeny. Tiene otro estándar, el estándar africano, que difiere del anterior por la mortalidad al principio de la vida. En términos relativos en este nuevo estándar la mortalidad de los niños es mayor frente a la mortalidad infantil al principio de la vida.

Nada nos impide cambiar de estándar y como ejemplo nos dice que analizando la mortalidad en Fiji, encontró que era relativamente baja en los intervalos de edades entre 5 y 20 años y en consecuencia modificó los estándares anteriores para tomar en cuenta esta característica. Si se llegara a

conocer algo acerca de las características de mortalidad en las edades avanzadas, ellas se podrían incorporar al modelo patrón. Claro que esto no es corriente y normalmente no se sabe nada. Cuando uno trabaja con una población en particular, como el ejemplo que nos dio referente a Turquía, se puede usar como estándar una tabla de mortalidad de todo el país. Hay entonces (como lo ilustran estos ejemplos), una muy amplia posibilidad de selección en la tabla estándar.



SESION VI: miércoles 22 de setiembre de 1971

1. FUNDAMENTOS Y PROPIEDADES DEL SISTEMA LOGITO
2. USO DEL SISTEMA LOGITO

I. FUNDAMENTOS Y PROPIEDADES DEL SISTEMA LOGITO

Piensa decir algo más sobre el sistema logito. Explicó ya su naturaleza; hoy se extenderá en otros aspectos. La justificación del sistema es fundamentalmente empírica, ha sido capaz de reflejar con satisfacción la experiencia de mortalidad de acuerdo con muchas tablas de vida. Se puede ver que la relación propuesta permite ajustar tablas de vida, cuando las conocemos, al estándar, de acuerdo con la relación propuesta y el ajustamiento es muy bueno. Aplicado a experiencias de mortalidad muy singulares del tipo de las de la Isla Mauricio, Turquía, Bulgaria, Rusia, etc., experiencias que no pueden ser descritas en forma satisfactoria con las tablas modelo de las Naciones Unidas o con el sistema de Coale y Demeny, el sistema logito dio resultados bastante aceptables. Hay otro tipo de poblaciones para las cuales las tablas de Naciones Unidas o de Coale y Demeny funcionan bastante bien y en esos casos también se puede ver que el sistema logito produce resultados satisfactorios y aún mejores. Hay además otras ventajas. Es conveniente tener una expresión de tipo matemático para trabajar. El sistema como sabemos establece una relación lineal, hay un parámetro α y otro β . Para la determinación de estos parámetros se puede hacer uso de todas las técnicas estadísticas disponibles lo que permite trabajar con la ayuda de mucho conocimiento disponible.

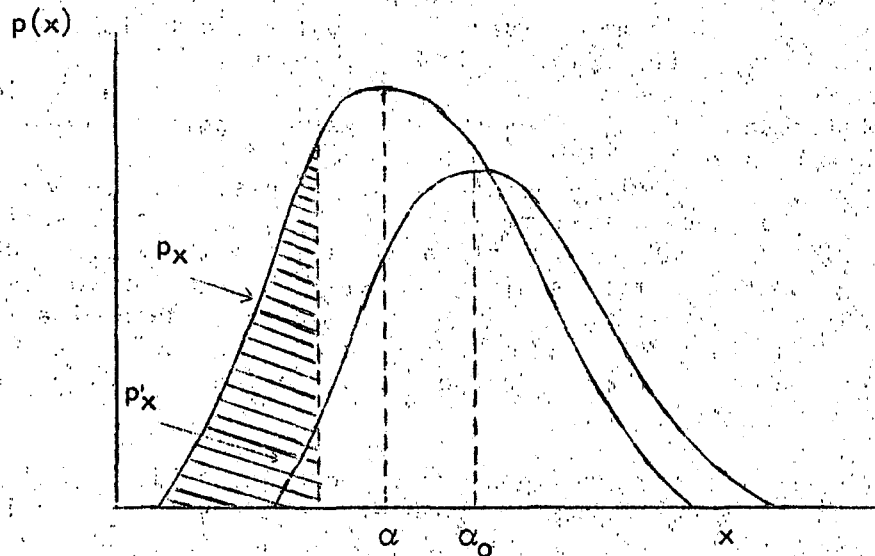
Nada parecido ocurre cuando uno trabaja con las tablas modelo de Naciones Unidas o las de Coale y Demeny, ya que en ese caso no hay relaciones matemáticas establecidas, sino simplemente tablas que aparecen tabuladas. Resulta ser particularmente apropiado cuando se trata de proyectar la mortalidad. Si se conoce la mortalidad presente y la mortalidad pasada es posible estudiar tendencias en la evolución de los parámetros que resultan de ajustar tablas al sistema y luego uno tiene la libertad de cambiar los valores de los parámetros α y β y así anticipar lo que podría ser la mortalidad futura. Un cambio en α está ligado con un cambio supuesto en el nivel de la mortalidad, y un cambio en β nos indicará de lo que anticipamos que puede pasar con los cambios relativos, por ejemplo si la mortalidad de la niñez va a sufrir un descenso menor o mayor que la mortalidad de los adultos. Con la tendencia pasada, se pueden estimar tasas de cambio en los parámetros observados y ese conocimiento nos permite hacer proyecciones sobre bases bastante objetivas. Nos habla que ésto ha sido usado ampliamente en trabajos que no han sido publicados.

Por último, otra ventaja que señala el sistema es que la forma matemática que tiene lo hace muy apropiado para el uso de computadoras, lo que no sucede con los sistemas de Coale o de las Naciones Unidas.

Lo dicho anteriormente estaba en relación con la justificación empírica o práctica y se propone ahora examinar con más cuidado el significado del sistema. Nos propone el análisis siguiente:

$$\text{Define: } y = \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2 \frac{x - \alpha}{\beta}$$

que corresponde a una curva simétrica, cuya media es α y cuyo desvío estándar es igual a β . Nos señala al pasar que al decir esto no está muy seguro pero que en realidad tiene poca importancia.



Si consideramos otra curva de igual forma pero con otras características, la que vamos a distinguir usando α_0 y β_0 , es decir:

$$y_0 = \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2 \frac{x - \alpha_0}{\beta_0}$$

Si consideramos un punto cualquiera de la primera curva y prestamos atención a la proporción del área por debajo de la curva correspondiente a un

cierto valor \underline{x} de la abscisa y la llamamos $p(x)$, y consideramos también la proporción para la segunda curva y la llamamos $p'(x)$, entre las dos proporciones queda establecida la relación:

$$\text{logit } p(x) = c + d \text{ logit } p'(x)$$

siendo entonces:

$p(x)$ la proporción de área debajo de la primera curva para un cierto valor de \underline{x} , definida para (α, β) , y

$p'(x)$ la proporción análoga para la segunda curva definida por (α_0, β_0)

Propone ahora considerar un estándar definido por los valores: $\alpha = 0$ y $\beta = 1$ y por: $y = 1/2 \text{ sech}^2 x$ estándar que vamos a designar por $p^*(x)$. Resulta entonces la relación:

$$\text{logit } p(x) = \alpha + \beta \text{ logit } p^*(x)$$

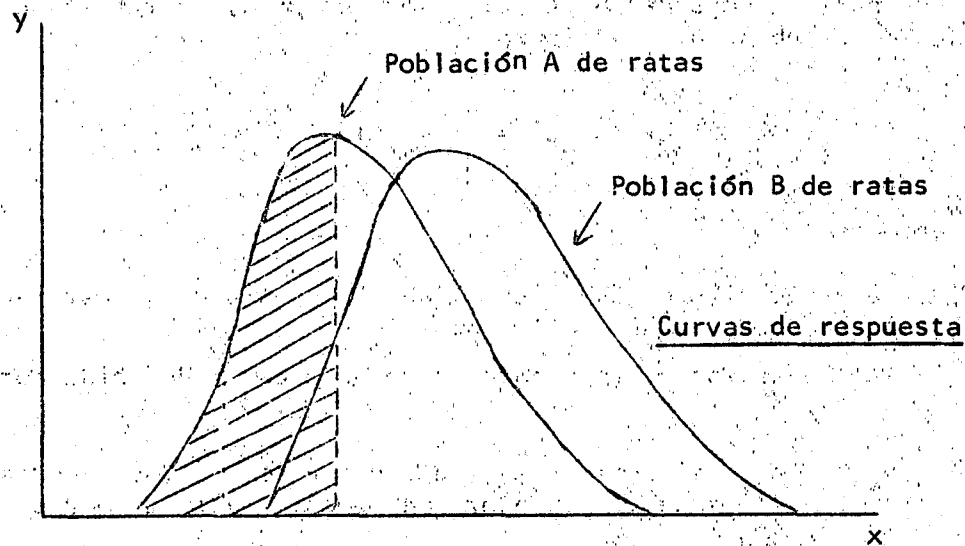
Conviene aclarar aquí que las superficies que considera por debajo de las curvas y que son representadas por las proporciones $p(x)$, $p'(x)$ y $p^*(x)$ se refieren todas al mismo argumento \underline{x} con la diferencia que al hablar de:

$p(x)$ nos estamos refiriendo a una curva definida para (α, β) ,

$p'(x)$ nos estamos refiriendo a una curva definida para (α_0, β_0) y

$p^*(x)$ nos referimos a una curva definida para $(\alpha = 0; \beta = 1)$.

Esta función se usa mucho en "Bio-assay" (Ensayo biológico), es una curva de respuesta. Se la usa para estimar cómo los animales reaccionan a una cierta droga. Para este propósito se usan ratas. Pensemos en esa reacción en el sentido de cuantas mueren, aunque puede ser que la experiencia se refiera a otro acontecimiento distinto de la muerte. Dada una cierta dosis habrá una cierta proporción de animales que fallecen y otra que sobrevive. Si fuera \underline{x} el valor que se está considerando, entonces en la curva, toda la proporción que representa la superficie que está por debajo, estará indicando la proporción de animales que mueren con una dosis inferior a \underline{x} . Para una dosis más grande, naturalmente la proporción tiende a aumentar y se llegará a un momento en que con una dosis suficientemente grande será posible matar a todos los animales. Trabajando con otro lote de animales se obtendría una segunda curva del mismo tipo. La experiencia muestra que generalmente la forma de estas curvas son similares si es que se usa una escala apropiada para medirlas. Esta escala apropiada, que ahora no importa mucho, en este caso suele ser el logaritmo de la dosis, en lugar de las cantidades de esas dosis. De esta manera es posible una conformación de las curvas que es fundamentalmente similar cualquiera sea el lote de animales.

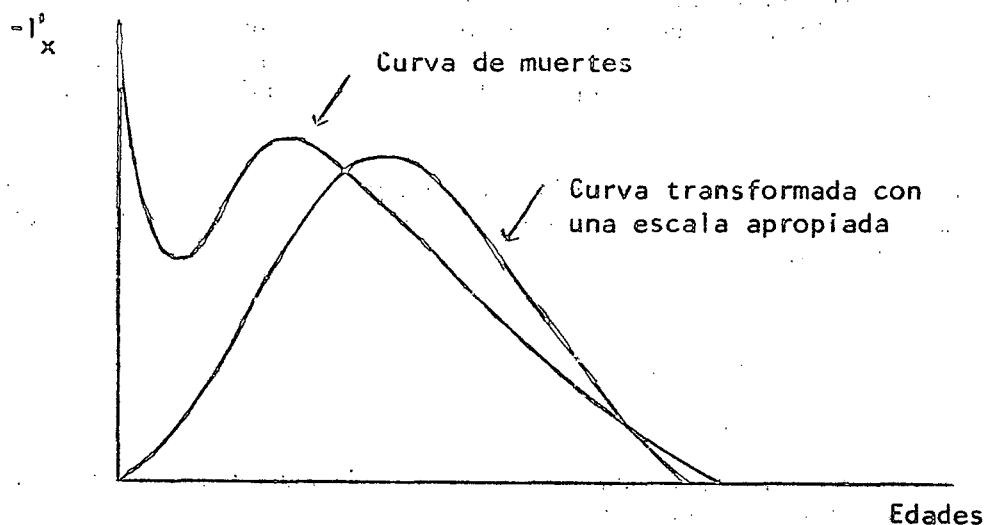


Recapitulando, ha dibujado la curva que correspondería a la población de ratas A y la que correspondería a la población de ratas B y en el eje de las abscisas las cantidades de dosis en una escala apropiada. La relación que vincularía a esas proporciones es:

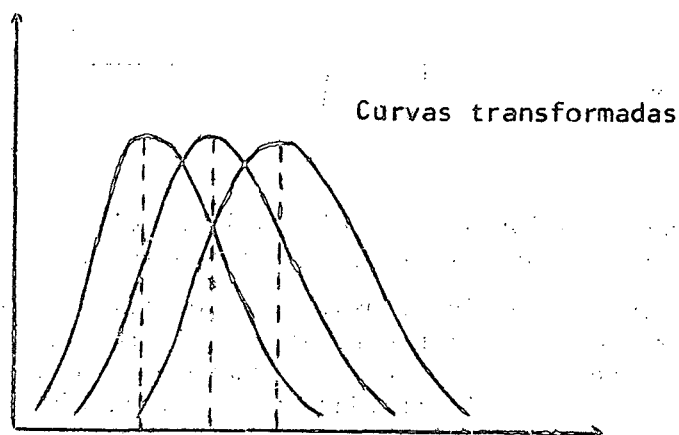
$$\text{logit } p = \alpha + \beta \text{ logit } p^*$$

Por analogía se puede pasar ahora a la forma de cómo se muere una población de seres humanos, se podría decir que ellos mueren a medida que aumenta la dosis de tiempo. A través de diferentes extensiones de tiempo hay causas que van provocando muertes y a medida que esas extensiones de tiempo aumentan, esos factores biológicos, del medio etc. van actuando y cada vez es mayor la proporción de seres humanos que se van muriendo. No hace falta establecer aquí qué tipo de transformaciones sería necesario hacer para lograr que las diferentes curvas de mortalidad obtenidas para diferentes poblaciones de seres humanos tuvieran la misma forma. Lo importante es destacar que poseyendo una escala capaz de hacer ese tipo de transformación el sistema puede aplicarse.

Se ha representado aquí la forma empírica de la "curva de muertes" en una población humana (curva del número absoluto de muertes en una cohorte y no de los riesgos de morir), que es $-l_x$, siendo l_x la derivada de la función L_x . Si se hace ahora mediante alguna transformación apropiada el cambio de esa curva a una curva transformada se estaría en condiciones de establecer una relación logito que vinculara la experiencia de una población humana con otra. Una vez más nos insiste que a esta altura no es necesario la relación matemática que lograría eso. El punto principal es que cualquier transformación que nos conduzca a formas similares sería una solución al problema.



El hecho de que el sistema logito produzca buenos resultados lo podemos interpretar como que hay intrínsecamente una escala de mortalidad, escala que hace que la mortalidad de todas las poblaciones puede expresarse de una manera similar en cuanto a su forma, en esta transformación que estamos considerando. Nos dice que en el sentido estricto, la forma no es similar, se producen algunas pequeñas variaciones de una población a otra. Pero lo que conviene destacar es su extraordinaria similitud. A medida que el nivel de la mortalidad cambia se logran diferentes curvas transformadas, como las que se presentan en el gráfico siguiente, que difieren en cuanto a su ubicación, lo que es debido a que el rango de variación de la mortalidad en las poblaciones humanas es muy grande. Nos señala que hay poblaciones en las cuales la mitad de sus componentes iniciales mueren al alcanzar la edad 25, en tanto que hay otras poblaciones en que eso sucede al alcanzar edades en torno a los 75 años. Sin embargo, a todos los niveles los valores promedio que se obtienen para el parámetro β son muy parecidos. En promedio el parámetro β



vale 1. No quiere decir esto que valga 1 en todas las poblaciones, vale por arriba y por debajo de 1, pero en promedio en poblaciones del oeste de Europa vale 1 y en poblaciones de muy alta mortalidad en Africa también vale 1. Esto podría tomarse como indicación de que hay algo biológicamente fundamental, subyacente, que queda de relieve al hacer el análisis mediante esta transformación.

No hay nada secreto en relación con la forma de la primera función que ha presentado y qué es la que conduce a la relación logito. Nos estamos refiriendo a la relación:

$$y = \frac{1}{2} \operatorname{sech}^2 \frac{x - \alpha}{\beta} \quad (1)$$

hay otras funciones similares que también han sido usadas y la más común es la distribución normal de Gauss:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{(x - \alpha)^2}{\sigma^2}}$$

Nos dice que si en lugar de usar la expresión (1) hubiera usado la expresión de Gauss, la relación que hubiéramos obtenido es la relación que se llama probito. A igual que antes, está relacionada con la superficie debajo de la curva, en este caso la curva de Gauss, hasta una cierta cantidad variable x . La expresión del probito, paralela a la que hemos visto antes con el logito, es:

$$\text{probito } p = \alpha + \beta \text{ probito } p^*$$

una dificultad es que no es posible expresar la relación con la transformación probito de manera tan simple que como cuando se trabaja con la relación logito. Desde un punto de vista matemático es estrictamente similar:

$$\text{probito } z = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2} \frac{(x - \alpha)^2}{\sigma^2}}$$

Las dos transformaciones, la logito y la probito son las más conocidas, aunque nos advierte que hay otras, pero menos usadas.

En relación con las aplicaciones, la diferencia de usar una u otra son de muy poca importancia, solamente acaso hay diferencia en los extremos pero al comienzo de la vida y no al final. La causa por la que él ha preferido el sistema logito es la mayor simplicidad en su aplicación.

La naturaleza de la transformación es tal que hace que con el cambio de escala, lo que sucede en el primer período sea expandido enormemente, es decir, que se produzca una cola que tiene una extensión enorme. Esto puede parecer muy arbitrario pero en la práctica tiene muy poca importancia, porque realmente lo que afecta son las edades muy bajas de la vida, digamos por debajo de 10 minutos, de 20 minutos no de una semana, porque cuando uno está midiendo escalas de edades en el término de una semana ya está en un momento donde las diferencias entre una curva y la otra quedan muy claras.

A una pregunta sobre si el hecho de que la curva se desplazara en relación una con la otra y que al mismo tiempo las tuviéramos fijas en el sentido de que tienen que partir del mismo punto, no hacía que la varianza se alterara, nos contesta que no, que en razón de las propiedades de estas funciones, cuando se manejan intervalos infinitos, puede suceder que a pesar de estar agarradas en el mismo punto inicial, la varianza se mantiene uniforme de una curva a la otra. Insiste una vez más, en que esta característica peculiar, de naturaleza matemática, no altera las posibilidades de análisis práctico y que esta transformación nos da libertad para disponer de posibilidades de ajuste matemático al permitir que se verifiquen estas cosas tan extrañas como, por ejemplo, arrancar del mismo punto y después comportarse de manera diferente una de la otra.

2. USO DEL SISTEMA LOGITO

Se va a referir ahora a las formas de usar el sistema logito. En primer lugar se usa para examinar con sentido crítico información conocida. Un segundo uso es la construcción de una tabla de vida. Un tercer uso es el estudio de poblaciones cuasi-estables.

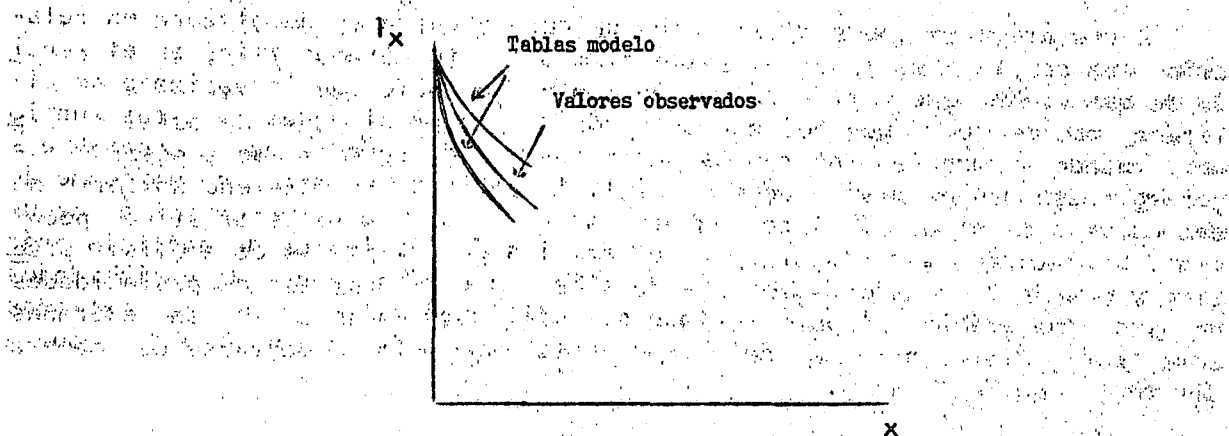
Pasemos al primero: El examen crítico de información disponible. Supongamos que tenemos un conjunto de valores estimados de alguna manera acerca de la mortalidad de la población, es decir, algunos valores observados de la función l_x por ejemplo:

Edad	l_x (estimaciones)
0	...
1	...
2	...
5	...
...	...

Para fijar ideas podríamos pensar que estas estimaciones han sido derivadas de un análisis, por ejemplo de la relación de hijos sobrevivientes sobre hijos tenidos, o que también podrían haberse derivado, como vamos a ver más adelante, de una medida aproximada de la mortalidad mediante la comparación de 2 censos.

Invariably en todos estos casos los resultados van a mostrar tendencias erróneas de la mortalidad, pues los valores están sujetos a errores (de muestreo o de otro tipo). El problema nuestro es examinarlos críticamente y acaso ajustarlos después de un modo conveniente.

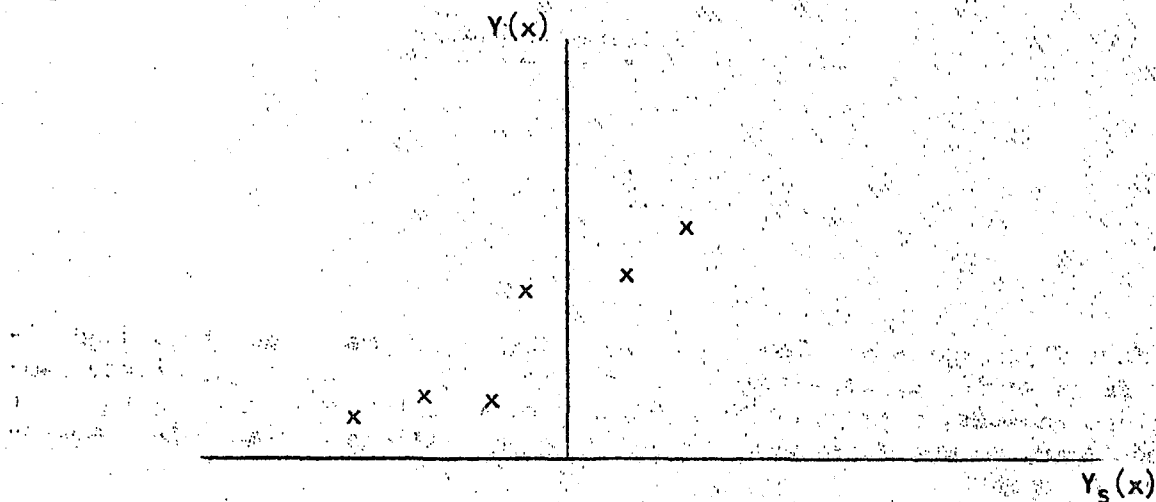
Una primera cosa que podríamos hacer sería comparar los valores observados con una tabla modelo.



Pero él considera que mucho más conveniente que esto, es usar el sistema logito y entonces primero nos familiariza con la presentación de las relaciones.

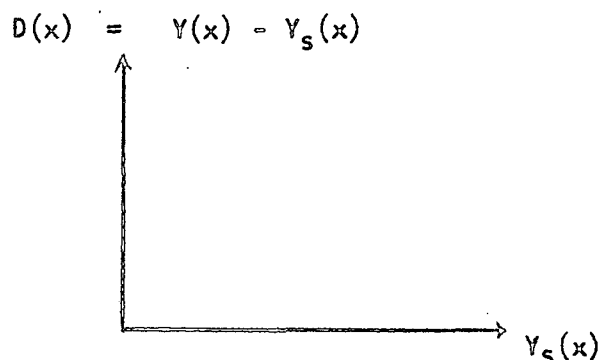
Va a usar $Y_S(x)$ para representar logit $(1-l_x^S)$ y llamamos $Y(x)$ al logito obtenido directamente con los valores observados: $\text{logit}(1-l_x)$. En esta aplicación hace falta seleccionar una tabla estándar. Esta tabla no tendrá por qué ser la misma para diferentes aplicaciones.

Tenemos por lo tanto una tabla estándar, calculamos el logito y lo llamamos $Y_S(x)$ y llamamos $Y(x)$ al logito que obtenemos directamente de los valores observados. Una primera cosa que podemos hacer es un gráfico, como el siguiente:



donde en el eje de las abscisas se representan los valores logito de la estándar y en el eje de las ordenadas los logitos de los valores observados. En las edades donde tenemos valores de ambas series, vamos a poder definir puntos que se ubicarán según la forma de las cruces representadas en el gráfico.

Podemos entonces, examinar que tendencia sigan esos puntos. Sin embargo una forma que generalmente es más sensible y más útil para hacer comparaciones, es la que nos propone ahora, en lugar de representar en las ordenadas el valor de los logitos de los valores observados, representar la diferencia entre los logitos de nuestra tabla y los logitos de la tabla estándar:



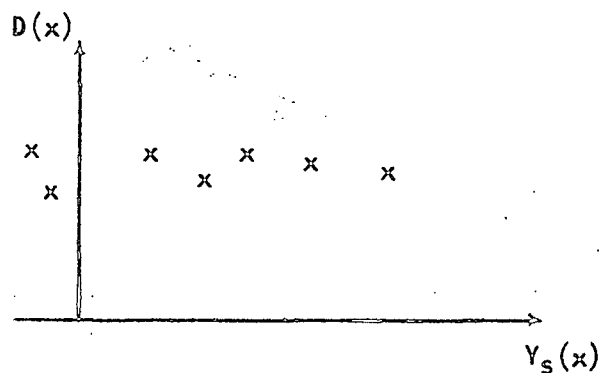
La razón por la cual él prefiere usar la diferencia en lugar de la función $Y(x)$, está en lo que vamos a ver enseguida,

Hemos visto que: $Y(x) = \alpha + \beta Y_s(x)$ (Relación lineal)

La diferencia quedaría definida como:

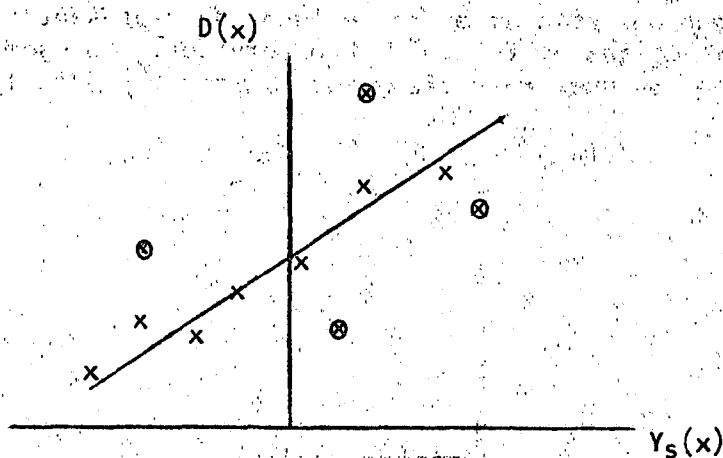
$$D(x) = Y(x) - Y_s(x) = \alpha + (\beta - 1) Y_s(x)$$

Pero sucede que generalmente β es un valor muy próximo a 1, la diferencia $(\beta - 1)$ produce en general valores muy pequeños, en torno al valor 0, lo que hace que la nueva línea recta, la $D(x)$, ahora tenga una inclinación muy pequeña y sea casi horizontal, paralela al eje de las x . Eso permite tener una escala más sensible a los cambios y facilita la labor de análisis crítico que estamos realizando.



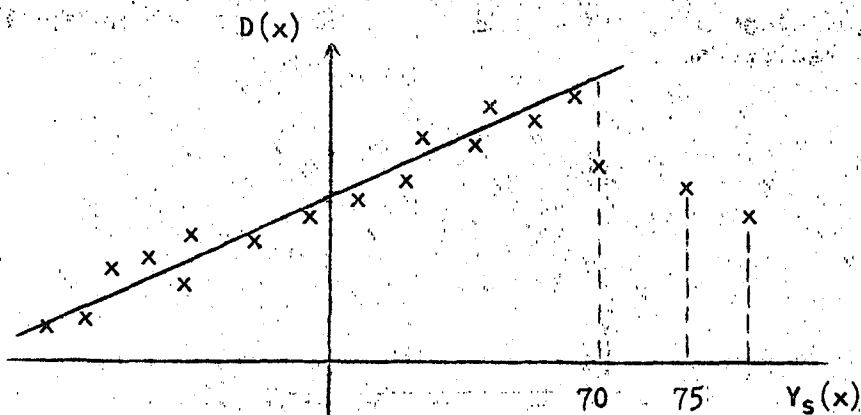
Llegamos ahora a la consideración de puntos que son muy importantes y que tienen que ver con el uso del método.

1. Nos propone mirar el gráfico de los puntos que serían representativos del valor de esa diferencia definida antes, $D(x)$, en la escala de ordenadas y la $Y_S(x)$ en la de las abscisas. Normalmente obtenemos puntos como los siguientes:



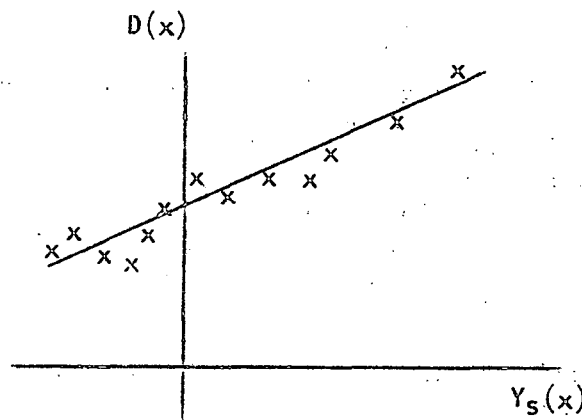
Los puntos muestran una tendencia general a crecer a pesar de que habría muchas oscilaciones que no tendrían significación sino que se debieron a variaciones accidentales. En estas condiciones debemos respetar la curvatura o desviaciones conocidas de la mortalidad. Lo más sensato será trazar una línea recta que describa la tendencia general de los puntos. Si los puntos son muy erráticos y presentan muchas oscilaciones como se observa en el gráfico anterior (por ejemplo los indicados con \otimes), en este caso lo mejor que se puede hacer es trazar burdamente una línea de tendencia recta pues la información parece ser tan mala que no hay razón para hacer algo más elaborado. Normalmente no sucede esto y la información muestra tendencias más claras.

Supongamos ahora una situación diferente en la que tenemos los puntos distribuidos, según el siguiente gráfico:



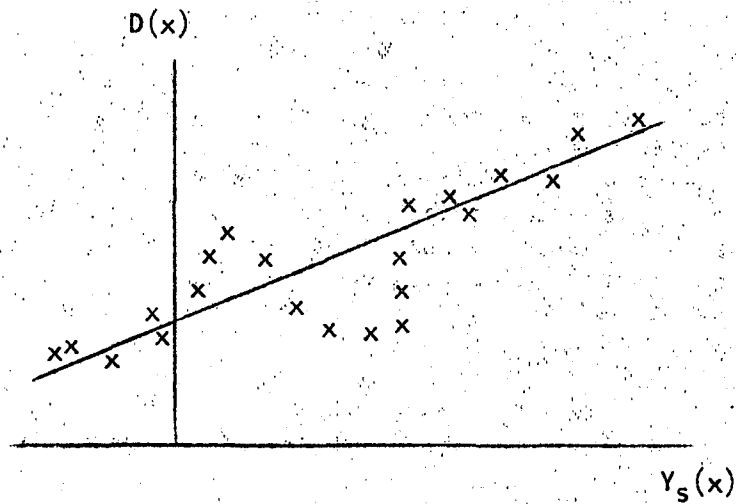
Observemos que la transformación que estamos usando hace que los puntos para las edades más jóvenes, estén ubicados mucho más próximos entre sí, que los puntos correspondientes a las edades más avanzadas. Si la experiencia que tuviéramos fuera de la forma anterior, entonces cabría preguntarse si la información de las últimas edades es confiable o no. Si no nos merece confianza, ya sea porque se ha derivado de muy pocas observaciones o porque tenemos indicaciones de que la edad estaba mal declarada, etc., lo más sensato parece ser ignorar esa información y trazar una línea recta que se apoye en los puntos que nos merecen confianza, dejando completamente de lado lo que se deriva de las edades avanzadas en donde se presenta una desviación en la tendencia general.

Veamos ahora una situación algo distinta. Supongamos que los puntos observados muestran un desvío a la tendencia general, como se ve en el siguiente gráfico:



donde varios puntos caen notablemente por abajo. En estas circunstancias uno se preguntaría a qué se debe ese desvío. Si supiéramos por ejemplo que la información que estamos analizando se origina en la pregunta sobre orfandad materna, sabemos que en las edades jóvenes, que son las que corresponden a ese desvío, se producen desvíos sistemáticos pues la información subestima la mortalidad de madres jóvenes. Interpretando así la información que estamos corrigiendo, lo sensato sería, otra vez, ignorar estos puntos sesgados y trazar la línea de tendencia apoyándonos en los otros puntos que merecen más confianza.

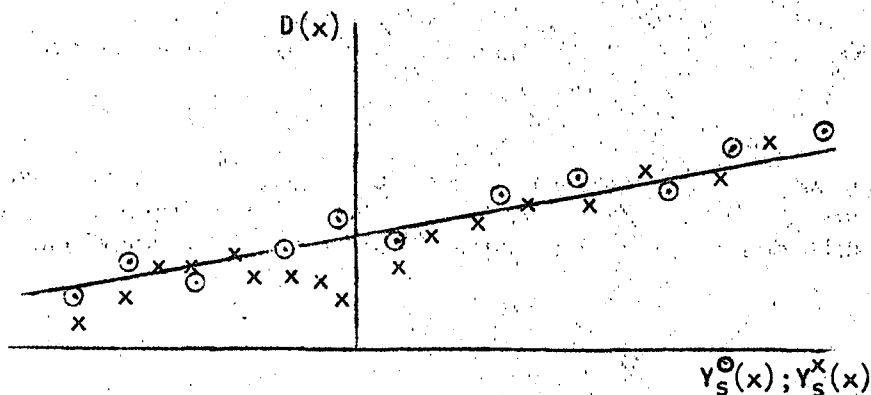
Supongamos que ahora estamos ante una experiencia, un caso real, mortalidad femenina en Turquía obtenida a través de la comparación de dos censos. Mostró resultados que esquemáticamente se muestran a continuación:



Una tendencia normal, salvo en un tramo de edades en donde al principio hay puntos que se escapan de esa tendencia general, para arriba y después hacia abajo. Tomarlos en cuenta y proceder a ajustar la información no hubiera sido aceptable. Había una explicación bastante clara y es suponer que esos desvíos a la tendencia general se deben a migraciones internacionales, a pesar de que en la elaboración de los datos se tomó en cuenta este hecho y se hizo alguna corrección para tal fin. Sin embargo, pudo suceder que la corrección que se hizo, haya sido muy burda y es posible que todavía los movimientos internacionales hayan dejado huella en las relaciones de sobrevivencia estimadas.

Desvíos como los que estamos viendo podrían significar por ejemplo, emigraciones en las edades muy jóvenes y luego la tendencia para abajo podría significar un retorno de los emigrantes en las edades un poco más avanzadas, afectando así todo el tramo que va entre 15 y 35 años, más o menos. Con esta interpretación, lo sensato sería ignorar otra vez esos puntos, y trazar una línea de tendencia que vaya a través de esas edades pero sin tomarlos en cuenta de modo que regularicen levemente los desvíos que hay en los puntos situados fuera de ese tramo de edades.

Supongamos ahora otro tipo de problema, por ejemplo, que nuestros puntos observados tengan la siguiente forma:



un punto muy bajo presumiblemente representativo de la edad 1 y luego puntos por ejemplo, entre las edades 10 y 30 años que caen por debajo de la tendencia lineal que muestran los puntos restantes. Supongamos también que esto no lo podemos explicar, sino que por el contrario, tenemos la convicción de que la mortalidad en la edad 1 es correcta y además, que tenemos la evidencia de que la mortalidad entre los 10 y 30 años está bien establecida. En estas circunstancias la recomendación es: cambiemos el estándar por otro estándar que tuviera la característica de mostrar una muy baja mortalidad al principio de la vida, entre 0 y 1, y también baja mortalidad en el tramo 10 y 30 años. Esto, siempre es posible de hacer, es decir que siempre es posible buscar entre el conjunto de tablas de vida de diferentes poblaciones, en diferentes momentos, alguna con las características que estamos señalando.

Nos dice que es mucho más aconsejable tomar otro estándar, graficar los puntos (en estos casos señalados con \odot), y trazar a través de ellos una línea recta. Eso sería mucho más recomendable que tratar de usar el estándar anterior y ajustar una curva que no fuera una línea recta.

Este ejemplo ilustrativo del que se está hablando corresponde al estudio de la mortalidad, que se hizo en las Islas Fiji. Sucedió que en esa ocasión se tenían -de dos fuentes-, indicaciones claras de que efectivamente en esa población era un hecho cierto que en un tramo de edades, en realidad entre 5 y 25 (y no entre 10 y 30 como se dio en el ejemplo), la mortalidad era muy baja. Esto lo mostraban tanto los registros, aunque estaban incompletos, como las estimaciones de la mortalidad intercensal que fue posible derivar. Entonces lo que se hizo fue buscar una tabla con esas características, es decir relativamente baja mortalidad en el tramo 5-25 años y la adoptaron como estándar. Se encontró una tabla que cumplía esa condición, correspondía a una tabla de Polonia aunque parece que se trata de una característica de las poblaciones de Europa del Este. Se tomó entonces la tabla de Polonia como estándar y se pudo ver que usándola como estándar, los puntos quedaban alineados. Nos destaca mucho el hecho importante de que no tenía nada en común la mortalidad de Polonia con la de las Islas Fiji, pues correspondían a niveles diferentes. Inclusive, las relaciones entre diferentes grupos de edades de las tasas de mortalidad eran muy distintas lo que quedaba en evidencia cuando se determinaron los valores de α y β . Estas resultaron ser: α muy distinto de cero y β muy distinto de 1. Sin embargo esa característica de la baja mortalidad en las edades 5-25, hizo que las dos estuvieran emparentadas por el sistema logito, mediante una línea recta.

En cada uno de los casos que estamos analizando se termina siempre por ajustar una línea recta, ya sea en el caso de que se ignoren algunos de los puntos observados o que se cambie la tabla estándar.

Se pregunta entonces cómo? El mismo contesta que no sabe cuál es el mejor método. Quizá el más obvio consistiría en calcular por mínimos cuadrados los valores de α y β , tratando de minimizar la diferencia $Y(x) - Y_S(x)$, o sea $D(x)$. Si se tuviera que hacer esto sería un poco laborioso, en razón de que la información no está disponible para puntos equiespaciados, pero hay programas de computadora que resolverían el caso sin problema.

El considera que esto no sería bueno porque las ponderaciones implícitas no son las más apropiadas. Se pregunta por qué habría de minimizar la diferencia en la escala logito; por qué habría de conducirnos al mejor ajuste. Hecha esta pregunta, propone alternativamente otro tipo de respuesta. Acaso resulte mejor hacer mínima la diferencia en los valores de la función l_x sin transformar, quizás esta sea la respuesta más razonable:

$$\sum (l_x - l_x^s)^2$$

Alguien puede acaso pensar que mejor sería hacer mínima la suma de las diferencias en los valores de las probabilidades de morir para intervalos de edades:

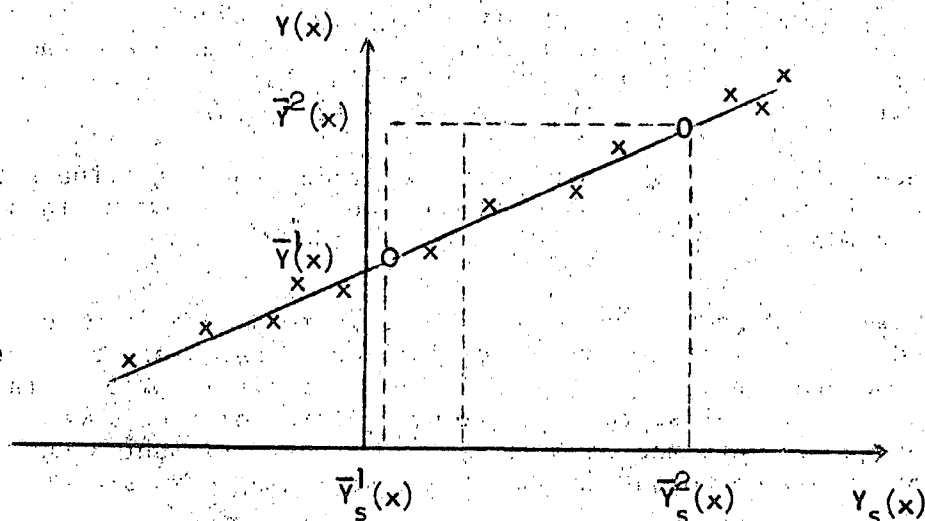
$$\sum (q_x - q_x^s)^2$$

Todos son caminos posibles y nos anuncia que un alumno ha estado desarrollando estas ideas habiendo llegado a llevar al lenguaje del computador lo cual hace que estén disponibles para ser usados mediante la expresión:

$$\sum w_x \left[Y(x) - Y_s(x) \right]^2$$

Nos aclara que en realidad la persona que estuvo detrás de la idea de este método no fue tanto el alumno sino su supervisor, el doctor Carrier, pero éste toma muy en serio los problemas de confiabilidad y hasta tanto no esté esta tesis aprobada, le ha hecho prometer al profesor Brass que no difundirá el método. El tiene copias pero no puede hacerlas públicas. Pronto será publicado.

En la práctica él recomienda un método muy simple, que da buenos resultados. Inclusive cree que cuando se conozca mejor el método que ha ideado Carrier, posiblemente no se mejorará mucho la eficiencia de la definición de la recta. Nos presenta el siguiente gráfico con 12 puntos.



Son 12 puntos que han resultado después de haber rechazado los que considerábamos que estaban errados y quedarnos solamente con aquéllos que vamos a ajustar.

Los divide en 2 grupos, de 6 y 6 en nuestro ejemplo, y nos propone calcular el valor medio de las abscisas, o sea de la $\bar{Y}_s(x)$ que él va a llamar así: $\bar{Y}_s(x)$ y el valor medio de las ordenadas o sea: $\bar{Y}(x)$. Esto define un punto en la primera parte. Procede de una manera similar con los 6 puntos de la derecha, calculando el valor medio de la abscisa y de la ordenada y entonces con estos 2 puntos quedan enseguida definidos los parámetros β y α , así:

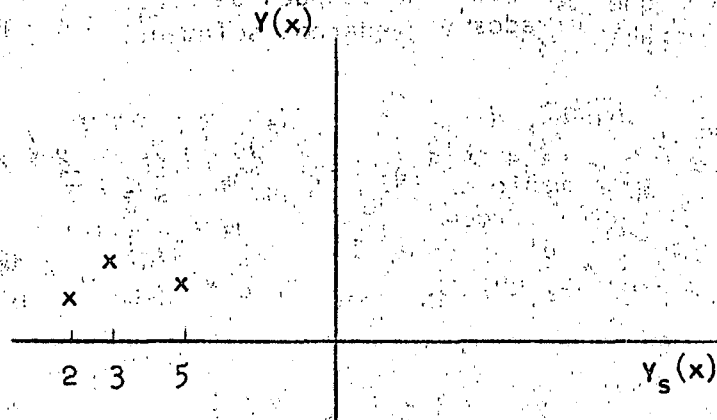
$$\beta = \frac{\bar{Y}^2(x) - \bar{Y}^1(x)}{\bar{Y}_s^2(x) - \bar{Y}_s^1(x)}$$

$$\bar{Y}^2(x) = \alpha + \beta \bar{Y}_s^2(x)$$

Conocido el valor de β y utilizando la información de cualquiera de los dos puntos, ya sea el primero o el segundo, se define el valor de α .

La razón por la cual él considera que aplicar el sistema de mínimos cuadrados no es satisfactorio radica en que en ese sistema se le da un peso exagerado a los valores extremos en razón de la forma de la transformación logito. Para las edades muy extremas, muy jóvenes, los logitos son sumamente grandes con valor negativo, en tanto que para las últimas edades, los logitos son muy grandes con valores positivos. Suele suceder además que esa información de la mortalidad no es la mejor; entonces no parece muy importante que la curva ajustada pase cerca de esos puntos. El hecho de que los logitos exageren la importancia de los valores para esas edades, a él no le parece muy conveniente; al contrario, considera que un sistema como el que propone, que da un peso mayor a las edades centrales, que son las que más le importa ajustar, debe ser un sistema superior. Él cree, aunque no ha estudiado el punto a fondo, que posiblemente su sistema esté próximo al que se lograría procurando minimizar las diferencias en la función l_x en lugar del logito. El problema general es el que estuvimos viendo hasta ahora. Quedan por ver ahora algunos problemas especiales que se presentan en algunas circunstancias. El primero tiene que ver con la mortalidad de los niños, posiblemente lo que uno puede derivar de las preguntas sobre hijos sobrevivientes e hijos muertos. Nos ha dicho ya que no se puede confiar en el primer valor, virtualmente las estimaciones de la mortalidad más confiables son las probabilidades de morir antes de los 2, 3 y 5 años.

Generalmente esas estimaciones resultan como se indica en el siguiente gráfico, dándonos tres puntos que no muestran una tendencia clara.



Desde luego que si los tres puntos resultaran perfectamente alineados no habría ningún problema, sería cuestión de aceptar esa alineación y ya estaría el problema resuelto. Pero no sucede generalmente; hay problemas de error de muestreo y conviene por lo tanto hacer algún tipo de ajuste. El ha llegado a la conclusión de que lo mejor consiste en ajustarlo simplemente con una paralela al eje de las x horizontal. Llamando t_2 , t_3 y t_5 a las diferencias entre los valores observados en escala logito y los valores estándar de las edades correspondientes:

$$t_2 = Y(2) - Y_s(2)$$

$$t_3 = Y(3) - Y_s(3)$$

$$t_5 = Y(5) - Y_s(5)$$

El propone tomar un promedio de los tres valores de t , y luego con ese promedio estimar los valores de la tabla que está tratando de construir a partir de la estándar, sumándole a cada uno de los logitos de la estándar el valor promedio de t :

$$\bar{t} = \frac{t_2 + t_3 + t_5}{3}$$

$$\hat{Y}(2) = Y_s(2) + \bar{t}$$

$$\hat{Y}(3) = Y_s(3) + \bar{t}$$

$$\hat{Y}(5) = Y_s(5) + \bar{t}$$

Nos dice que esto casi siempre le ha conducido a él a ajustes que considera satisfactorios. El error podría consistir en el hecho de que al hacer tal cosa, si la β fuera diferente de uno se estaría cometiendo un error, pero considera que ese error es de muy poca importancia, sobre todo tratándose de un intervalo de edades tan breve como es el que se considera.

Pasemos a un segundo problema especial. Se trata ahora de ver cómo podemos combinar el ajuste de una tabla de vida si es que disponemos por una parte de información en relación con la mortalidad de niños tal como acabamos de ver en el punto anterior y por la otra a través de una pregunta de orfandad hemos sido capaces de derivar probabilidades de sobrevivencia, digamos desde la edad 25 hasta 7.5 años hacia adelante, 12.5, etc..

$$\frac{l_{32.5}}{l_{25}} ; \frac{l_{37.5}}{l_{25}} ; \dots ; \frac{l_{77.5}}{l_{25}}$$

En general no hay una forma directa de hacer esto ya que no conocemos cual es la mortalidad que va digamos entre 2 o 5 según cual sea la edad para la cual hemos hecho la estimación anterior de mortalidad de la niñez, desde esa edad, hasta los 25 años. Cómo se puede combinar entonces estas dos informaciones fragmentarias? Bueno, él dice que no lo sabe, no hay una respuesta plenamente satisfactoria. Nos habla sin embargo de un intento hecho por John Blacker. Blacker ha ideado un programa de computador que partiendo de un valor, para fijar ideas pensamos en 2, β , busca el mejor valor de β atendiendo a cada una de las estimaciones que tenemos para cada grupo de edad.

$$Y(x) = \alpha + \beta Y_s(x)$$

$$Y(2) = \alpha + \beta Y_s(2)$$

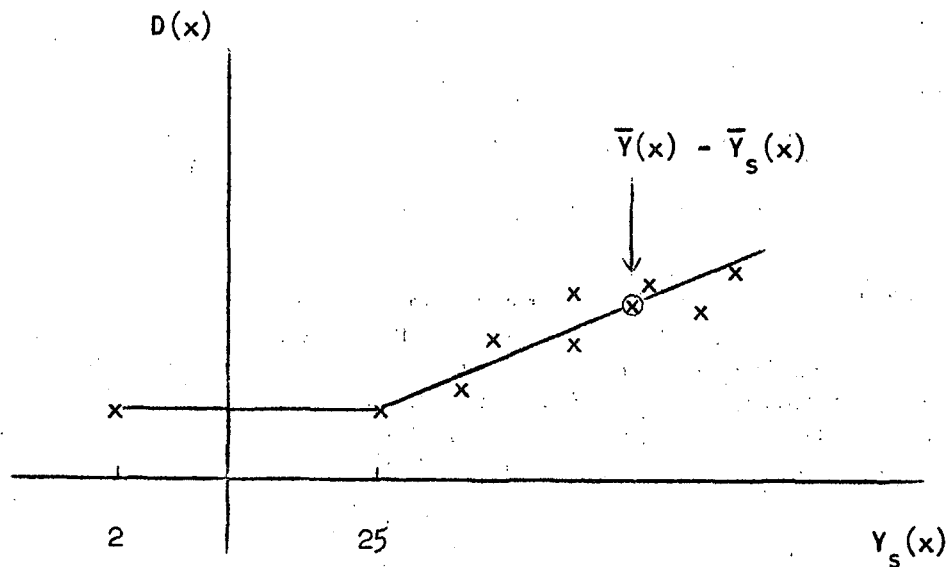
$$Y(x) - Y(2) = \beta (Y_s(x) - Y_s(2))$$

El método que desarrolla el programa de Blacker se desarrolla por el procedimiento de aproximaciones sucesivas. Da un valor a β , con ese valor puede aplicarlo a la última relación, y luego ve si la probabilidad que está considerando, digamos de 25 a 32.5, que obtiene con un β dado, se aproxima o no a la que él conoce y reiterando el proceso llega un momento en que obtiene una β que tiene la virtud de ser compatible con el valor de probabilidad que conoce. Procediendo de esta manera para cada una de las probabilidades que tiene, que en este ejemplo van de 25 a 32.5 hasta 25 a 77.5, obtiene una sucesión de valores de β , $\beta_1, \beta_2 \dots, \beta_n$. Entonces ahora se trata de seleccionar entre estos valores el valor de β que se va a adoptar. Las aplicaciones han mostrado que las estimaciones de mortalidad a partir de la pregunta de

orfandad, produce normalmente resultados muy coherentes, lo que significa, en términos de lo que estamos analizando ahora, que se obtienen valores de β asombrosamente similares entre sí; en todas las experiencias de Africa los resultados han sido sistemáticamente alentadores, la forma de variar de β nunca se alejó del intervalo 0.9 y 1.2 siendo todavía más pequeño en una aplicación concreta; el intervalo anterior corresponde al conjunto de las experiencias de todas las poblaciones.

Nos dice que Blacker tiene todavía un programa más complicado que el que explicó antes. Establecido un valor de β calcula el número acumulado de muertes que se van produciendo hasta ciertas edades tratando de ver si este número así calculado en teoría, se aproxima o no al número de muertes que se conoce en la realidad a partir de la información de orfandad. Presumiblemente este programa más complicado ha procurado salvar algunos errores que tienen que ver con la declaración de edad, pero no se está de ninguna manera convencido que los resultados finales de este método más complicado sean mejores que los que obtenía antes con el método más simple. Personalmente Brass tiene sus reservas, porque dice que con este método se toma más en cuenta que con el otro, declaraciones de personas de mayor edad, que como ya lo ha dicho varias veces, están más sujetas a errores.

Brass tiene un método más simple que proponer, en relación con el problema que estamos analizando, de conciliar información que conozcamos en las primeras edades con información que conozcamos después de los 25. Propone hacer algo muy simple; conocida la información de mortalidad para los dos años, él supone que β es igual a uno, o sea que la línea es horizontal en el gráfico que sigue, hasta la edad 25. Y de ahí en adelante está en condiciones de seguir calculando para cada grupo de edades, un punto observado que irá presentando la forma errática, como la que se indica.



Por lo que se nos dijo antes, de que las primeras estimaciones de la mortalidad basadas en las edades más jóvenes, apoyándose en orfandad, no son buenas, él prefiere dejar de lado los primeros puntos y apoyarse en el ajuste que va a hacer en los puntos que siguen. Propone tomar un promedio de los valores observados tanto de las abscisas como de las ordenadas, lo que le va a ubicar un punto en el gráfico. Conocido ese punto obtiene el valor de β simplemente estudiando la inclinación que va entre ese punto que ha obtenido y el valor de la edad 25 que tenía antes. Ese β lo podríamos llamar el primer β , porque lo que él propone ahora es un proceso reiterativo que nos conduce a un segundo β . El segundo β lo recalcula aplicando el primero al valor conocido de la edad dos y logrando así un nuevo valor, presumiblemente más exacto, de la diferencia en el punto 25. Normalmente esta segunda estimación es suficientemente buena para todos los propósitos y por lo tanto el método que él propone es sumamente simple y expeditivo. Este procedimiento él lo puede aplicar en aproximadamente media hora con una máquina de cálculo en la oficina.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry should be supported by a valid receipt or invoice. This not only helps in tracking expenses but also ensures compliance with tax regulations. The second part of the document provides a detailed breakdown of the company's revenue for the quarter. It shows a steady increase in sales, particularly in the electronics and software sectors. The third part of the document outlines the company's financial goals for the next quarter, including a target for profit margin and a plan to reduce operational costs. The final part of the document is a summary of the overall financial performance and a recommendation for the board of directors to approve the budget for the next quarter.

The following table shows the quarterly revenue breakdown:

Quarter	Revenue	Profit
Q1	\$1,200,000	\$300,000
Q2	\$1,350,000	\$350,000
Q3	\$1,500,000	\$400,000

The revenue for Q3 was significantly higher than the previous two quarters, indicating a strong performance in the market. The profit margin also improved, which is a positive sign for the company's financial health.

The board of directors is recommended to approve the budget for the next quarter, which includes a target for profit margin of 25% and a plan to reduce operational costs by 10%.

The company's financial performance for the next quarter is expected to be strong, with a target for revenue of \$1,600,000 and a profit of \$400,000.

The company's financial performance for the next quarter is expected to be strong, with a target for revenue of \$1,600,000 and a profit of \$400,000.

The company's financial performance for the next quarter is expected to be strong, with a target for revenue of \$1,600,000 and a profit of \$400,000.

The company's financial performance for the next quarter is expected to be strong, with a target for revenue of \$1,600,000 and a profit of \$400,000.

The company's financial performance for the next quarter is expected to be strong, with a target for revenue of \$1,600,000 and a profit of \$400,000.

The company's financial performance for the next quarter is expected to be strong, with a target for revenue of \$1,600,000 and a profit of \$400,000.

SESION VII: jueves 23 de setiembre de 1971

1. ESTIMACION DE LA MORTALIDAD CON INFORMACION DE DOS CENSOS SUCESIVOS
2. UTILIZACION DE LAS POBLACIONES CUASI-ESTABLES

1. ESTIMACION DE LA MORTALIDAD CON INFORMACION DE DOS CENSOS SUCESIVOS

En esta sesión se va a referir a un método muy importante para estimar la mortalidad en países en desarrollo que carecen de estadísticas vitales adecuadas. El método consiste en derivar medidas de mortalidad a partir de dos censos sucesivos. Indica que este método es muy importante y que va a ser más y más importante en el futuro. Se trata de un método muy antiguo, pues hace como cien años que se lo usó por primera vez en la India, pero considera que ahora se lo puede emplear con mucha mayor eficiencia. La idea es muy simple: supongamos que tenemos dos censos separados entre sí por un período de 5 años, y que en la población considerada no hay migración, o que si la hay, ya se ha hecho alguna corrección adecuada a fin de tenerla en cuenta. En estas condiciones a partir de la población del primer grupo de edad en el primer censo y de la población de 5 a 9 años en el segundo, podemos calcular la relación de supervivencia:

$$\frac{{}_5P}{{}_5O} = \frac{{}_5B}{{}_5A}$$

en donde:

${}_5A$ es la población de 0-4 años en el primer censo,

${}_5B$ es la población de 5-9 años en el segundo censo, y

$\frac{{}_5P}{{}_5O}$ es la relación de supervivencia aplicable a la población de 0-4 años, para 5 años.

De una manera similar se puede proceder para los grupos de edades restantes.

Hay un punto importante que desea señalar y es que el método no nos dice nada sobre la mortalidad al comienzo de la vida, es decir sobre la mortalidad que él llama de la niñez o temprana. Esa mortalidad que corresponde al primer y segundo año de vida no queda traducida en la relación de supervivencia indicada para el grupo inicial de 0 a 5 años. Si se calcularan las relaciones del tipo que se acaba de indicar, se obtiene información como la que se indica en el cuadro para la población masculina de Turquía durante el período 1955 - 1960.

TURQUIA, 1955 - 1960 (Hombres)

Grupos de edad	$\frac{5P}{5x}$
0 - 4	1.041
5 - 9	1.003
10 - 14	0.959
15 - 19	0.939
20 - 24	0.952
25 - 29	1.066
30 - 34	0.996
35 - 39	0.969
40 - 44	0.911
45 - 49	1.039
50 - 54	0.836
55 - 59	1.122
60 - 64	0.681

Se trata de un caso de información relativamente buena, sin embargo podemos advertir que hay valores que resultan inaceptables, como valores muy altos, aunque podemos observar que a veces esos valores muy altos están seguidos por valores muy bajos, como se ve por ejemplo en los dos últimos grupos de edad que aparecen en el cuadro. Esto es así, porque la medida que estamos estableciendo está fuertemente afectada por los errores de declaración de la edad. También se debe a que estamos tratando de medir, la mortalidad, excepto en las edades anteriores a los 5 años, y esta es relativamente baja aunque el nivel sea alto. De manera que los errores de declaración de la edad pueden muy bien ocultar la tendencia real de la mortalidad. Cualquier método que se utilice para derivar de estas relaciones de supervivencia medidas de una tabla de vida, depende mucho del ajustamiento que se adopte. Cuando se elaboró la información de los censos de la India, se utilizaron en general métodos actuariales que consistieron en ajustar primero las distribuciones - por edades, y hecho ésto se calcularon las relaciones de supervivencia.

El opina que este método no es satisfactorio a menos que la estructura por edad sea muy buena ya inicialmente, lo que haría entonces que el método no se aplicase. Esto parece estar en contra de los propósitos para el cual el método fue concebido, es decir para ser aplicado a poblaciones cuyas estadísticas son deficientes. La crítica es la siguiente: los resultados

dependen mucho del procedimiento de ajustamiento que se utilice. Mas recientemente se ha hecho el ajustamiento recurriendo a modelos de tablas de vida, y otra vez, ésto depende mucho del criterio que se siga. Se ha recurrido a tablas modelos de vida para ajustar las relaciones de supervivencia observadas.

Hay varias formas de utilizar las tablas modelo de vida con este propósito de ajustar las relaciones de supervivencia observadas. Y hay diferentes tablas modelos de vida para usar. Por lo tanto hay muchas posibilidades y él nos podría hablar como de media docena de formas de trabajar. Nos dice que algunos métodos tienen ventajas, pero no se va a dedicar ahora a describir esas aplicaciones posibles, y prefiere presentar una o dos ideas que considera importantes y dedicar la mayor parte del tiempo disponible a describir el método que él estima que es el mejor.

Veamos esas dos ideas importantes. Una forma de hacer los ajustamientos ha consistido en suponer que la población que se está estudiando es estable o cuasi-estable. Por ejemplo, si A y B son dos poblaciones estables, se considera una tasa de crecimiento r que resulta de la comparación de las poblaciones de los dos censos, (este es el método que Arriaga ha usado extensamente con censos de América Latina) y luego con el supuesto de la estabilidad y tablas modelo, se derivan presumibles tablas intercensales. El no duda de que posiblemente este es el método peor que explota este tipo de datos. Y nos indica dos razones. En primer lugar, cuando se usan los modelos de las Naciones Unidas (y nos indica que ésto no es criticable a Arriaga pues posiblemente cuando él aplicó el método eran las únicas tablas modelo disponibles). Más criticable acaso sea la segunda razón por la cual él rechaza el método. Considera que el supuesto de la estabilidad es muy limitado y lo que es más lamentable es que no hace falta hacerlo.

De las dos razones antes indicadas (y por las cuales critica el trabajo de Arriaga), la principal tiene que ver con el supuesto de la estabilidad de la población. Ese supuesto puede no ser cierto.

Considera él que un avance importante en relación con lo hecho por Arriaga es el método propuesto por Coale y Demeny. En primer lugar porque usan tablas modelos propias y además, y ésto es lo fundamental, que no suponen la estabilidad de la población. El método es más bien simple. Una vez que se ha elegido una región de las cuatro que hay (y si no hay criterio para elegir la región se puede hacer el trabajo cuatro veces, ensayando todas), como hay un solo parámetro hay una sola forma de proyectar con una ley de mortalidad la población desde un momento inicial al segundo, por ejemplo de A a B. Y esto se hace sucesivamente, utilizando diferentes tablas. Lograda la primera proyección se suma la población proyectada desde la edad 5 en adelante, luego se hace lo mismo desde la edad 10 en adelante, etc.. Y se busca para cada una de esas sumas acumulativas cuál es el nivel de la mortalidad que hace que la suma de valores así proyectados coincida con la suma equivalente de valores observados en el segundo censo. De esa manera se establece para cada una de esas sumas acumulativas cuál es el nivel de la tabla de vida que hace conciliar esas dos sumas, que se puede expresar ya sea con el número del nivel o bien en términos de esperanza de vida a la edad 10, como suele ser usual en la práctica de Coale.

Grupos de edad	Censos de población (intervalos: 5 años)	
	A	B
0 - 4	5A_0	5B_0
5 - 9	5A_5	5B_5
10 - 14	${}^5A_{10}$	${}^5B_{10}$
15 - 19	${}^5A_{15}$	${}^5B_{15}$
...
...

En donde 5A_x y 5B_x representan las poblaciones en los grupos de edad $x, x+4$ del primero y segundo censo respectivamente.

x	$\sum_x^w A P - \sum_{x+5}^w B$	Tablas modelo	
		Nivel	e_{10}^o
5		Nivel 27	52.3
10		Nivel 23	47.3
15	
...	

Se completa el proceso seleccionando entre todos los valores que se han estimado (uno para cada grupo acumulado de edad a partir de la edad 5, de la edad 10, etc.), un nivel medio, generalmente la media de los niveles que se han encontrado.

Hay dos críticas que él tiene que hacer al sistema propuesto por Coale y Demeny. La primera es de menor importancia, y es que resulta difícil aplicar el método propuesto cuando el período intercensal no es un múltiplo de 5 años, y aún aunque lo sea en el caso bastante favorable de un período intercensal de 10 años, es necesario hacer cálculos bastante más complicados que los que hemos visto aquí. Y si el intervalo no es un múltiplo de 5 la dificultad es todavía mayor. Sin embargo esta crítica no es fundamental. La que él considera importante es la que tiene que ver con la poca flexibilidad de las tablas del sistema de Coale y Demeny. El no acepta eso de imponer a los resultados que deban conformarse a una tabla del sistema. Debe más bien tener flexibilidad y poder decidir después de examinar los datos acerca de las características que él quiere conservar de la mortalidad observada.

Una posibilidad sería aplicar la misma idea de Coale y Demeny pero hacerla ahora con un sistema de tablas más flexibles como podrían ser las del sistema logito. Darle a la tabla que se seleccione una mayor flexibilidad. A fin de hacer esto habría que fijar dos parámetros en lugar de uno, por ejemplo, imponer que la relación de muertes de más de 5 años sea determinada en relación con las muertes de más de 15 años, es decir algo que tenga que ver con el parámetro β del sistema. Nos dice que el sistema propuesto, el de Coale y Demeny que está examinando ahora y su aplicación con el sistema logito es un sistema de aproximaciones sucesivas y que se hace muy complicado si en lugar de tener un parámetro se consideran dos. A pesar de que en teoría pareciera que aplicar el sistema logito es más atractivo que aplicar el sistema de tablas de vida de Coale y Demeny, en la práctica tampoco resulta muy atractiva esa forma de operar.

El método que va a proponer para calcular la mortalidad intercensal sigue el sistema logito, pero no sigue el camino propuesto por Coale y Demeny. En realidad no se trata de un método sino más bien de dos métodos. Uno propugnado por Carrier y Hobcraft y el otro cuyo autor es el propio profesor Brass. Los dos se basan prácticamente en los mismos principios. Brass considera que el que él propone es mejor y será el único que expondrá aquí. Una ventaja que encuentra entre la forma de proceder de él y la propuesta por Carrier y Hobcraft radica en que es muy fácil extender la aplicación del método de Brass cuando el período intercensal no es de 5 o 10 años. No se podría hacer fácilmente lo mismo con el método de los autores antes indicados.

Va a suponer nuevamente que el intervalo intercensal es de 5 años. Deja para más adelante el caso más general en que ese período es diferente a 5 o 10 años. Nos propone que consideremos conocido el valor de ${}_5L_0$, o sea el número de personas en la población estacionaria con edades exactas entre 0 y 5. Multiplicando ese valor por la primera relación de supervivencia observada $\frac{{}_5P_0}{{}_5P_5}$ obtiene un valor estimado de la población estacionaria de edades exactas entre 5 y 10, o sea ${}_5L_5$. Multiplicando este valor por la segunda relación de supervivencia observada $\frac{{}_5P_5}{{}_5P_{10}}$, obtendrá la población estacionaria con edades entre 10 y 15, y así sucesivamente.

$$\begin{array}{rcl}
 {}_5L_0 & \cdot & {}_5P_0 \\
 \hat{{}_5L}_5 & \cdot & {}_5P_5 \\
 \hat{{}_5L}_{10} & \cdot & {}_5P_{10} \\
 \dots & & \dots \\
 \dots & & \dots
 \end{array}$$

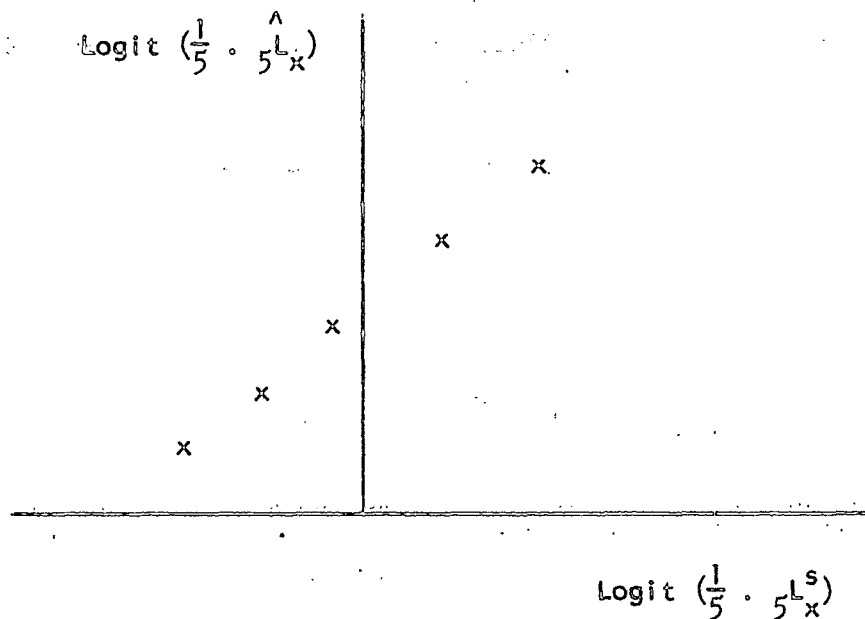
Nos llama la atención de que al final trabajará con un intervalo abierto de edades, digamos, personas de más de 70 años en el primer censo ($A_{70 y +}$) y personas de más de 75 años en el segundo censo ($B_{75 y +}$). Habrá que tomar ésto en cuenta a los efectos de calcular la población estacionaria del grupo final.

En conclusión este procedimiento conduce a una estimación de la población estacionaria según grupos de edad.

El problema ahora consiste en ajustar los valores de la ${}_5L_x$ que han sido derivados. Esto se puede hacer muy fácilmente si se usa el sistema logito, si reconocemos que $1/5$ del valor de ${}_5L_x$ es igual a un valor de l_x para una cierta edad intermedia entre las edades que definen el intervalo que uno esté considerando. Por ejemplo:

$$\frac{1}{5} \cdot {}_5L_{10} = l_z \quad \text{siendo } z \approx 12.5 \text{ años}$$

y así sucesivamente para cualquier otro grupo de edad, excepto para el primero, en que esta aproximación no sería por cierto muy satisfactoria. Si tomamos ahora valores equivalentes de la población estándar y los valores observados, hacemos la transformación logito de los dos y representamos los puntos en un gráfico, encontramos una relación como la que se ve en el gráfico que sigue, relación que es similar ahora en términos de $1/5$ de la L , a la que teníamos ayer en términos de l_x . El procedimiento de ajustamiento sería igual al que hacíamos ayer, habría la posibilidad de una gran flexibilidad cambiando de estándar si fuera requerido, eliminando algunos puntos erráticos, etc..



Lo que ha dicho es prácticamente todo lo que podría decirse en el terreno teórico. Se presentan sin embargo, desde el punto de vista práctico algunos problemas que conviene considerar. El primero tiene que ver con el supuesto de que se conocía el valor de $5L_0$. Si no conocemos este valor, estamos realmente en una situación mala, pues nada nos va a decir la relación de supervivencia acerca de la mortalidad en los primeros períodos de vida. Recordemos que podemos tener esa información si se cuenta con los datos sobre hijos sobrevivientes e hijos tenidos, lo que permitiría tener una buena base para estimar el valor $5L_0$. Si no lo tenemos, es posible hacer un supuesto razonable cualquiera, arbitrario, que permita desarrollar todo el procedimiento hasta el momento de llegar al gráfico, y en ese momento, podríamos establecer si el punto inicial del cual partimos es coherente o no con los restantes, se alinea o no con los otros puntos. Sabemos por lo que vimos ayer, que la tendencia de los otros puntos no es un elemento muy serio como para servir de base a la estimación del primero. Pero de todas maneras puede ser una estimación relativamente coherente con el resto de los valores de la tabla.

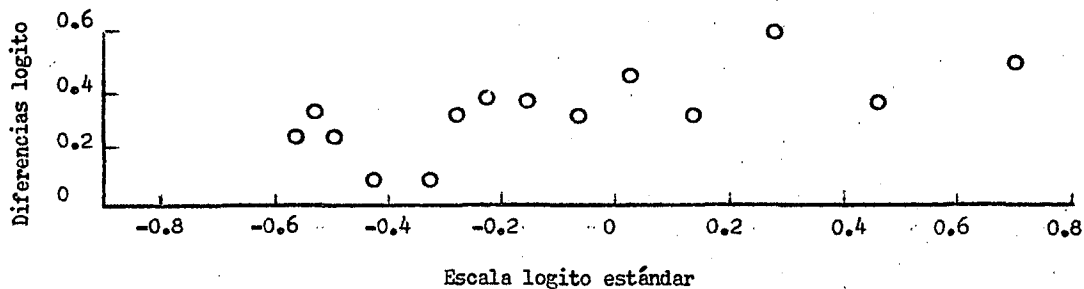
En el gráfico que aparece en el documento "Ajuste e Interpretación de Datos Demográficos" (CELADE, Serie DS, No. 8) y que se reproduce a continuación, aparece una ilustración del método que nos propone. Se trata de una aplicación a los datos de Turquía. En este caso los puntos son muy variables, es poco lo que se puede hacer con ellos, como no sea trazar una línea recta tendiente a regularizar un poco el variar de la información. Nos recuerda lo que vimos ayer en relación con la mortalidad en las Islas Fiji, donde en una circunstancia parecida, un cambio de escala había permitido alinear los puntos y facilitar el ajustamiento.

El caso de Fiji es un buen ejemplo en que la aplicación de otros sistemas hubiera conducido a resultados poco satisfactorios.

Gráfico 5.

COMPARACION DE TASAS DE SOBREVIVENCIA, SEGUN LA TABLA DE MORTALIDAD ESTIMADA CON LA ESTANDAR

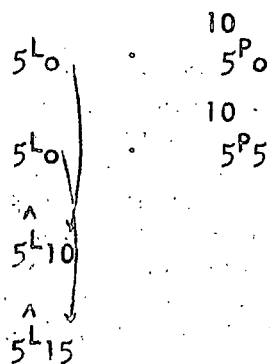
Turquía 1955 - 1960 (Hombres)



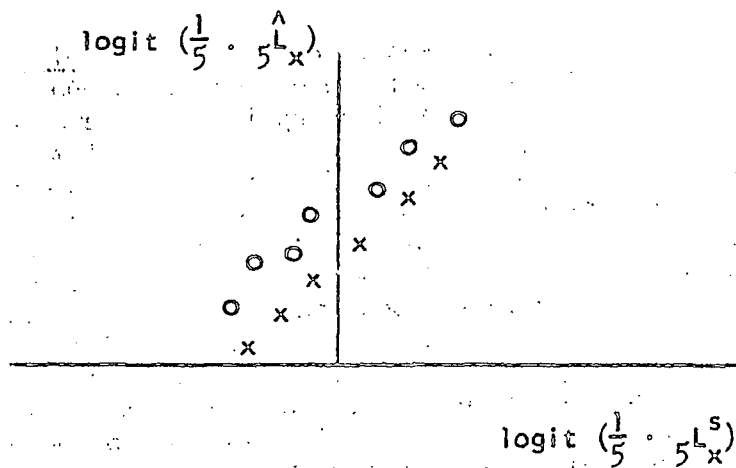
Hay un punto importante que tiene que ver con la omisión en el primer grupo de edades: los niños entre 0 y 5 años. Si aceptamos que esa omisión se produce, el valor estimado de la relación de supervivencia relativa al grupo 0-5 será una mala medida de la mortalidad. En la práctica puede ser más adecuado ignorar ese valor e iniciar el cálculo con las relaciones de supervivencia a partir del grupo que va de 5 a 10 años. Esto no tiene inconveniente si es que por otra parte es posible conocer la mortalidad del primer grupo a través de otra información, y está pensando siempre en los datos sobre el número de hijos sobrevivientes e hijos tenidos, lo que conducirá a la estimación de la mortalidad hasta los 2 o 3 años. Lo que quedaría por estimar, desde la edad 3 en adelante hasta empalmar con las estimaciones que arrancarían de esta experiencia intercensal, es un tramo de vida en el cual la mortalidad es muy baja y la posibilidad de cometer un error grande en cualquier estimación que uno haga es muy pequeña y tiene poca trascendencia.

Estamos ahora en la situación en la que el período intercensal es de 10 años en lugar de 5, el método que propone es igualmente fácil de aplicar. Admitamos que ahora las relaciones de supervivencia, siempre referidas a grupos quinquenales de edad, van a ser por un período de tiempo de 10 años y necesitamos por lo tanto por tal causa iniciar el cálculo de la población estacionaria por grupos quinquenales de edad a partir de dos valores iniciales en lugar de uno como era antes. El primero será la población, como antes, entre cero y cinco años y una segunda estimación necesaria de apoyo será la que va de cinco a diez. A partir del grupo inicial entre cero y cinco las relaciones de supervivencia decenales nos van a permitir ir calculando el número de personas en la población estacionaria con edades iniciales en el grupo 10, 20, 30, etc., y a partir del grupo segundo, el que arranca con cinco años, las

relaciones de supervivencia nos van a permitir calcular personas vivas en la población estacionaria en grupos quinquenales, que empiezan con una edad que termina en cinco, por lo tanto, el primer grupo será entre 15 y 20, el segundo entre 25 y 30, etc.. Se procede así sucesivamente, y después de obtenidos los resultados, estimaciones por grupos quinquenales de las personas en la población estacionaria, se procede exactamente del mismo modo que vimos antes.



Hay un detalle de importancia práctica menor pero que conviene señalar. Cuando se trabaja con un intervalo intercensal de cinco años, es frecuente encontrar que las relaciones de supervivencia (como vimos en el ejemplo numérico), suelen alternarse valores muy altos con valores muy bajos de modo tal que al multiplicarlas sucesivamente para obtener el valor de los sobrevivientes en la tabla de vida, se producen compensaciones. Es posible que se obtengan entonces valores que alternativamente aparezcan como muy altos unos y muy bajos los otros, algo así como que si se estuviera trabajando con dos poblaciones en lugar de una, como se indica en el gráfico siguiente:



Quando esto ocurre, el problema de ajustamiento no es fácil de resolver y él propone un procedimiento muy simple que permite arreglar esto para lo cual nos invita a que miremos un poco la relación:

$$\frac{{}^{10}P_0}{{}^5P_5} \cdot \frac{{}^{10}P_5}{{}^5P_5} = \left(\frac{{}^5P_0}{{}^5P_5} \cdot \frac{{}^5P_5}{{}^5P_5} \right) \cdot \left(\frac{{}^5P_5}{{}^5P_5} \cdot \frac{{}^5P_{10}}{{}^5P_{10}} \right)$$

Nos señala que podemos considerar el producto de dos relaciones de supervivencia sucesivas de 10 años, como un producto de 4 factores. Si se tratara del grupo 0-5 y 5-10 los cuatro factores serían relaciones por cinco años de 0-5, 5-10, 5-10 y 10-15, advirtiendo que cada par adyacente de relaciones de supervivencia tienen un quinquenio de edades en común. La raíz de orden cuarta de este producto de dos relaciones de supervivencia por diez años, podría interpretarse como una relación de supervivencia por cinco años relativa al grupo central de edades, en este caso sería una relación por cinco años para el grupo de edades entre cinco y diez inicialmente. O sea:

$$\frac{{}^5P_5^A}{{}^5P_5} = \sqrt[4]{\frac{{}^{10}P_0}{{}^5P_5} \cdot \frac{{}^{10}P_5}{{}^5P_5}} = \sqrt[4]{\frac{{}^5P_0}{{}^5P_5} \cdot \frac{{}^5P_5}{{}^5P_5} \cdot \frac{{}^5P_5}{{}^5P_5} \cdot \frac{{}^5P_{10}}{{}^5P_{10}}}$$

En el gráfico 6 nos muestra la aplicación de este procedimiento, y la información corresponde a Turquía, 1945-1955. Se puede ver en él la existencia de dos series de valores muy distintos que resultan luego convertidas a una sola si se utiliza el procedimiento que se acaba de exponer.

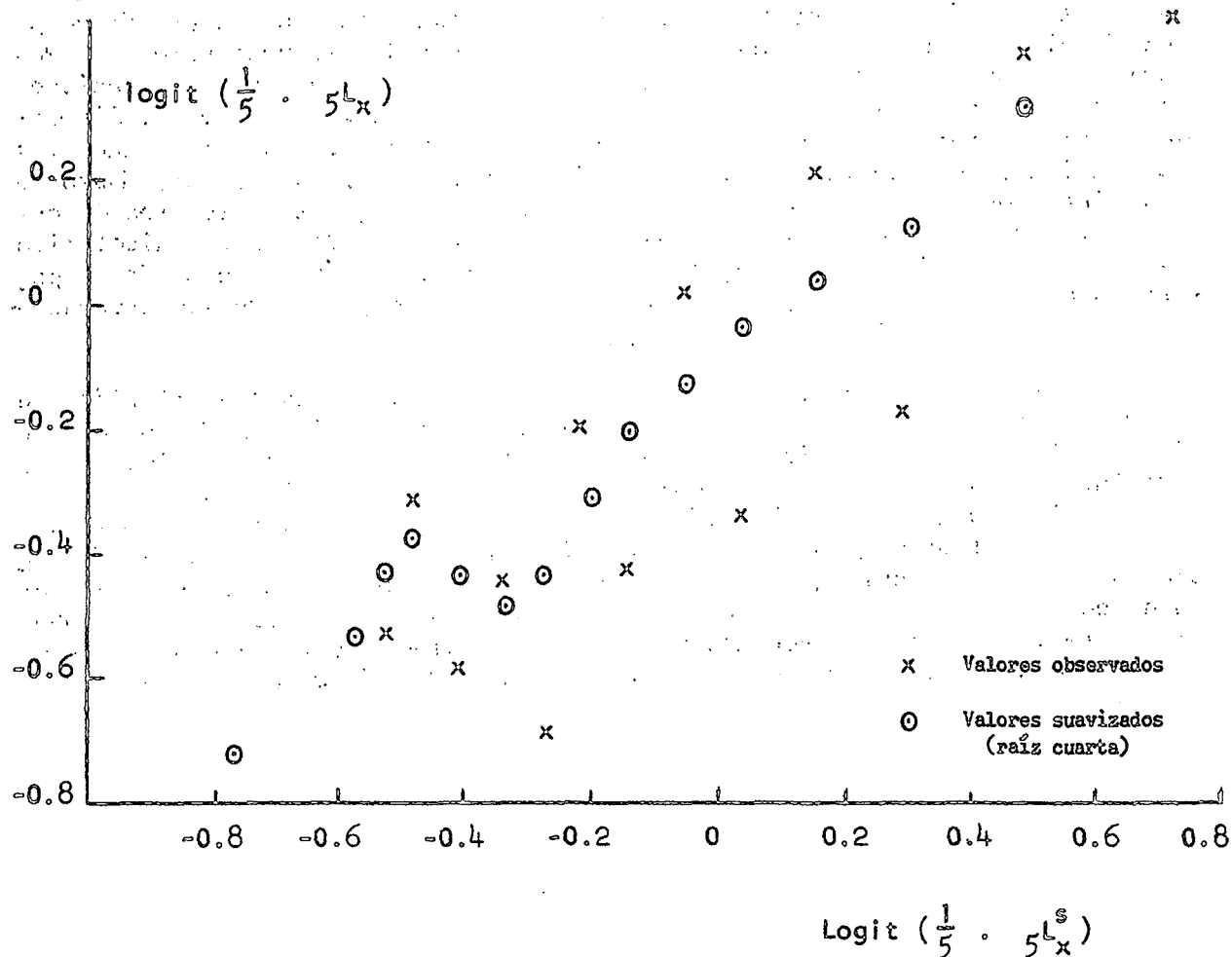
Nos señala también que en el gráfico hay una parte, donde los valores bajan, que tiene que ver seguramente con lo que nos señalaba ayer del efecto de las emigraciones de población.

Pasemos ahora al caso general o sea el caso en que el plazo intercensal es cualquiera y no un múltiplo de cinco: siete años, doce años, dieciséis años. El método que nos propone es fácil de aplicar y tenemos entonces en esto un ejemplo del principio "serendipity". Sucede que el método funciona a pesar de que cuando se lo ideó no se pensó en tener que resolver este problema. Para fijar ideas consideremos que el período intercensal es de doce años. Para trabajar es necesario disponer de información, en uno de los censos de la población clasificada por edades individuales lo que permitirá hacer los agrupamientos correspondientes por cohortes con los grupos quinquenales del otro censo. Nos advierte de que si esto no está disponible, será necesario proceder a obtenerlo por algún sistema de interpolación. Advirtamos que el grupo 0-4 del primer censo se corresponde con el grupo 12-16 del segundo; el grupo 5-9 con el 17-21, etc.. La información nos permite calcular relaciones de supervivencia observadas por plazos de 12 años. Supongamos que en el primer censo las edades son las habituales, de 0 a 5, de 5 a 10, etc..

Gráfico 6.

SUAVIZAMIENTO DE LA MORTALIDAD INTERCENSAL MEDIANTE
LA RAIZ DE ORDEN CUARTA

Turquía, 1945-1955 (Mujeres)



La relación ${}_{12}P_0$ significa la relación de supervivencia aplicable al grupo de personas que tienen edades exactas entre 0 y 5 en el momento inicial, para obtener el número de sobrevivientes 12 años después, es decir entre los 12 y 17 años exactos. Para aplicar el método hace falta iniciar con estimaciones independientes que nos tenemos que dar, se trata ahora de tres valores de la población estacionaria: el $5L_0$ y el $5L_5$, y adicionalmente hace falta una estimación de la L entre los 10 y 12 años. Es decir que hace falta información en la población estacionaria para un intervalo de 12 años de vida: los dos primeros grupos quinquenales, como antes, y un tercer valor estimado de la población estacionaria entre 10 y 12 años exactos. Iniciamos el proceso

a partir de la primera estimación independiente $5L_0$ y la relación de supervivencia observada por doce años relativa a ese mismo grupo de edades, nos da una estimación de la población estacionaria en el grupo entre 12 y 17 años. Lo que él propone ahora, es dividir ese grupo quinquenal en dos partes: una representativa de la población entre 12 y 15 años y la otra, de la población estacionaria entre 15 y 17. Para hacer ésto sugiere utilizar un sistema muy simple, tomar $3/5$ para estimar el primer valor que tiene una extensión de 3 años de vida, y tomar $2/5$ para hacer la estimación del segundo valor. Nos advierte de que se podría elaborar algo más refinado para tener estimaciones más precisas usando la información conocida de alguna tabla de vida. Sin embargo, él no cree que esto sea necesario ni justificado. Nos dice que las fluctuaciones del logito a partir de la función L son tales que hacen ilusoria cualquier precisión que uno quiera en este punto. Lograda esa separación del valor proyectado en dos partes, advertimos que la suma del valor hipotético inicial en relación con la $2L_{10}$ y el primero logrado ahora (que serán las personas que van entre 12 y 15 años: $3L_{12}$), se combinan para darnos el grupo normal de edades entre 10 y 15 o, sea $5L_{10}$.

Al aplicar al segundo elemento, la función $5L_5$, la segunda relación de supervivencia, llegaremos a una estimación de la población estacionaria entre 17 y 22 años. La aplicación a través de un sistema simple de desglose de esta información en dos grupos, multiplicándola por $3/5$ y $2/5$ nos permitirá tener estimaciones de la población: $3L_{17}$ y $2L_{20}$. Tenemos entonces los dos componentes del otro grupo de la población estacionaria, la que nos había que dado del primer cálculo que iba desde 15 a 17 y la que logramos en este segundo que va de 17 a 20. La suma de las dos nos da la población estacionaria entre 15 y 20 años. Podemos ver que el sistema va completando los valores que se buscan, valores quinquenales de la población estacionaria.

$$5L_0 \cdot \frac{12P_0}{5P_0} = 5L_{12} \begin{cases} \times \frac{3}{5} = 3L_{12} \\ \times \frac{2}{5} = 2L_{15} \end{cases}$$

$$5L_5 \cdot \frac{12P_5}{5P_5} = 5L_{17}$$

$2L_{10}$

$3L_{12}$

$2L_{15}$

.....

Hay unos pequeños puntos finales que quisiera presentar. Nos llama la atención sobre el hecho de que para aplicar el sistema cuando el plazo intercensal es de 12 años, nos hizo falta disponer de estimaciones de la población estacionaria para tres grupos, los dos primeros quinquenales y un tercero adicional. Si dispusiéramos de información independiente sobre la mortalidad para el principio de la vida deberíamos usarla y colocarla en el gráfico y cuando ajustemos los valores, conservar esa estimación porque hemos supuesto que es buena. Si no estamos en esas condiciones la situación es bastante mala. Nos dice que podemos empezar con cualquier estimación arbitraria aunque razonable, y luego buscar una tendencia que nos resulte aceptable en el variar de los logitos.

Otro segundo y último comentario que nos hace es el siguiente: sucede, aunque parezca extraño, que trabajando a veces con doce años de intervalo se logran resultados más regulares que cuando se trabaja con diez. Esto en razón de que al hacerse la suma de dos trozos de L que provienen de diferentes grupos de edades, se produce una suerte de ajuste automático que no se da cuando se trabaja con 10 años. No es extraño entonces, encontrar que con 12 años se pueden a veces obtener mejores resultados que si el plazo intercensal es de 10 años. Ilustra esto con el gráfico 7 relativo a las Islas Gilbert y Ellice, donde se ha estimado la mortalidad intercensal para un intervalo de 16 años, entre 1943 y 1959.

En esta experiencia se contaba con una estimación sólida de la mortalidad de principio de la vida, que se apoyaba en las relaciones de hijos sobre vivientes e hijos tenidos, información recogida por el censo de 1959. Pueden ustedes advertir, mirando el gráfico, que la información es muy satisfactoria.

Ver gráfico 7 en la página siguiente.

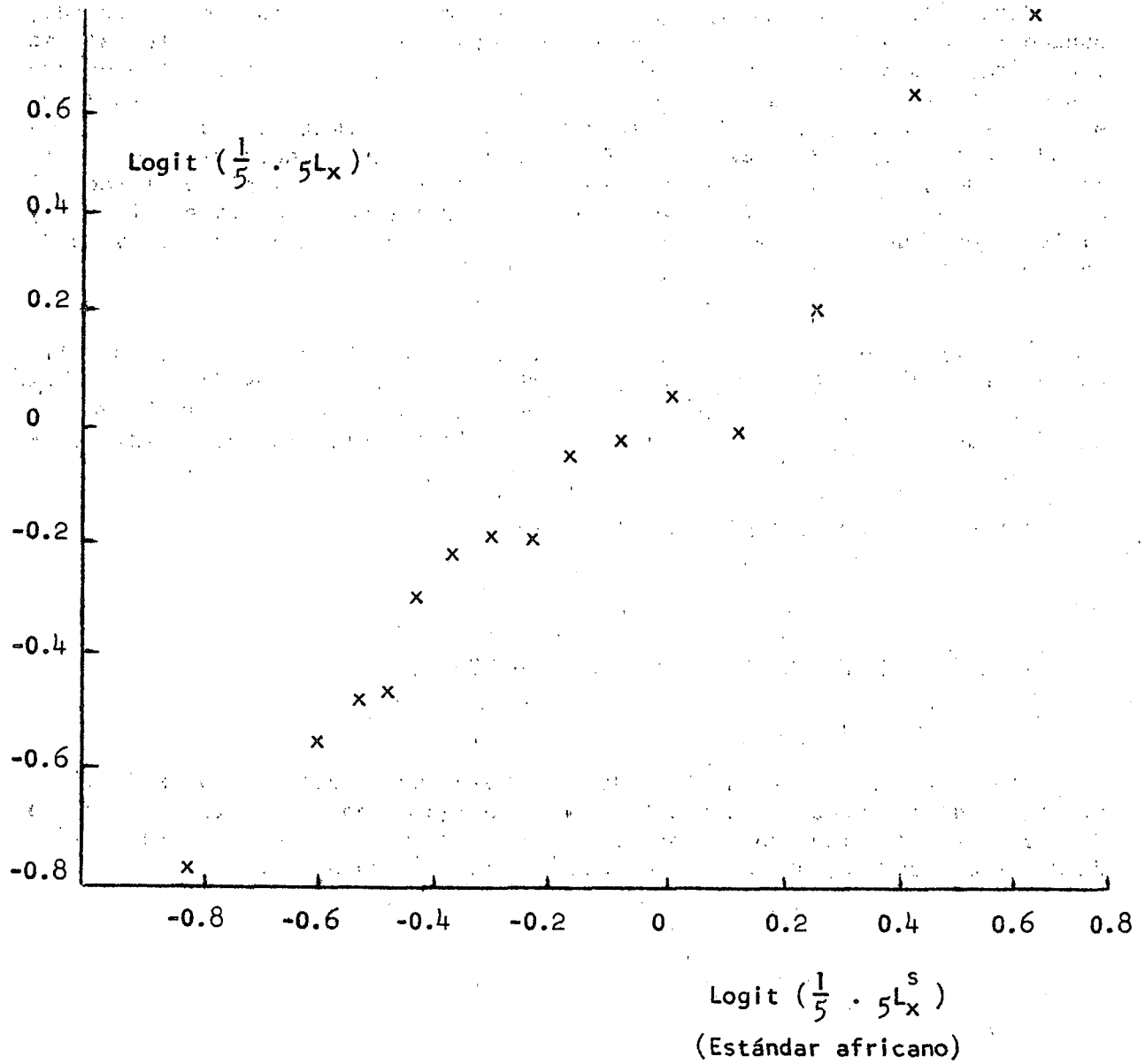
2. UTILIZACION DE LAS POBLACIONES CUASI-ESTABLES

Va a referirse ahora al tema de las poblaciones cuasi-estables. El siempre tiene dudas cuando se enfrenta a la tarea de exponer este tema, acerca de cual larga o extendida o profunda, o cual breve, debe ser la exposición. En estas circunstancias va a tener que ser por fuerza breve.

Gráfico 7.

ESTIMACIONES DE LA MORTALIDAD INTERCENSAL PARA UN
INTERVALO DE 16 AÑOS

Islas Gilbert y Ellice, 1943 - 1959



Nos dice primero que él considera que hace 10 o 15 años atrás las teorías sobre poblaciones cuasi-estables se ubicaban en el centro de los estudios de demografía en los países en desarrollo. Hoy en cambio, considera él que se han vuelto poco importantes. La razón de ésto estriba en que las estimaciones que se pueden hacer con esta teoría son siempre crudas, burdamente aproximadas, excepto en condiciones muy artificiales de países con fecundidad constante, con pocos cambios en la mortalidad y con patrones de mortalidad que se ajusten a ciertas normas. No es un método robusto. Hace 15 años y aún hace 10 años, cuando era muy poca la información que se conocía de muchos países en desarrollo, las ideas sobre las poblaciones cuasi-estables fueron muy útiles. Si sólo se conoce, por ejemplo, la estructura por edades de una población, lo mejor que quizás se pueda hacer es aplicar este tipo de teoría, pero ahora en cambio, disponiendo de más y mejor información pueden utilizarse otros métodos capaces de producir mejores resultados. Esto no quiere decir de que él no sostenga que es necesario conocer bien la teoría de poblaciones cuasi-estables para poder hacer una adecuada interpretación y entender lo que sucede en las poblaciones, pero se trata de una razón teórica y no considera que sea un instrumento práctico apropiado. Personalmente nunca la usa, excepto para un uso muy importante pero subsidiario que seguramente servirá de ilustración.

La idea principal detrás de la teoría de poblaciones cuasi-estables, es que la estructura por edades de una población toma una forma similar o parecida a la de una población estable. Nos recuerda la forma que toma la estructura por edades en una población estable:

$$A(x) = c e^{-rx} l_x$$

La idea principal es que aunque en una población se produzcan cambios de mortalidad, estos cambios no afectarán mucho la estructura por edades si la fecundidad se mantiene más o menos constante. La forma en tales circunstancias de una población cuasi-estable se acerca a la de la población estable.

Aceptado ese principio, el problema práctico consiste en derivar estimaciones de los componentes demográficos a partir del conocimiento empírico de la distribución por edades de una población.

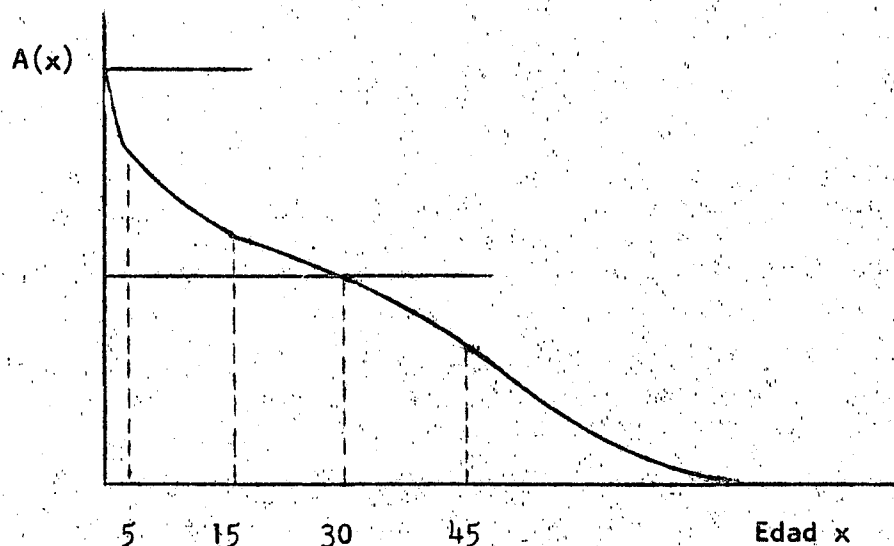
Un buen número de las primeras aplicaciones que se hicieron, consistió en estimar la tasa de crecimiento r , disponer de información en relación con la estructura por edades de la población y de alguna manera producir estimaciones de la ley de mortalidad. Entre los nombres que menciona como los primeros en hacer este tipo de estudio, están los de Coale, Siklani, Krolk, quienes hacia fines de la década del 50 aplicaron este tipo de método. También nos dice que el método de Arriaga cae dentro de esta misma gama de trabajo.

A pesar de que aproximadamente es cierto lo que se dice de que esa relación es válida en la práctica, la verdad es que sólo vale en forma muy aproximada y muy burda. Él considera que se trata de una técnica muy cruda.

Como normalmente se conoce la r a través de la comparación de dos censos, él nos llama la atención de que el método que explicó antes, encaminado a derivar la mortalidad intercensal por la comparación de dos censos, es mucho más apropiado que el que estamos viendo ahora, y si por el contrario el cálculo de la r no se hace por comparación de dos censos, el método resultará más burdo aun y consecuentemente los resultados que se obtienen dejan mucho que desear.

La aplicación más importante de estas ideas fue la que se hizo para estimar la fecundidad de una población a partir de su estructura por edades. Bourgeois-Pichat, Coale, Stolnitz, allá por los años 1954 fueron los que aplicaron esta técnica. Ellos procedieron dándose una estimación razonable de la mortalidad mediante una tabla modelo de vida, y eso les permitió, conocida la estructura por edades, estimar la r y además la constante c , que es equivalente a la tasa de natalidad de la población. Esto implica en el fondo, que conocida la estructura por edades queda implícita una tasa de natalidad. Ellos no trabajaron normalmente desarrollando relaciones para cada caso, sino que dispusieron de tablas que les permitieron trabajar con rapidez.

Con lo anterior se sostiene que la estructura por edades está determinada fundamentalmente por la fecundidad y no así por la mortalidad. Dice que es fácil de ver esto en un gráfico como el siguiente:



En él se ha representado la estructura por edades en una población y marcado algunas edades particularmente importantes. Destaca en primer lugar el valor de la ordenada en el origen, directamente relacionado con la tasa de natalidad, y destaca también el número de mujeres entre las edades de 15 y 45 años. Nos dice que la relación entre ambas, la ordenada en el origen y las mujeres entre 15 y 45 años, es la relación que existe fundamentalmente

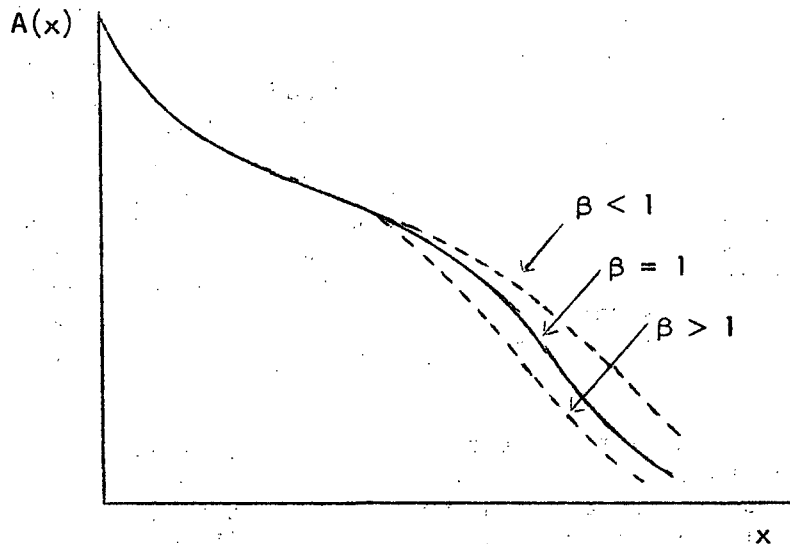
entre la fecundidad y la estructura por edad y que si uno quiere simplificar las cosas puede tomar la relación entre el valor de la ordenada en el origen y la ordenada de los 30 años. Llegamos a la conclusión de que esa relación está dada por la fecundidad y no por la mortalidad. De una manera muy simplificada pero clara, se ve entonces el por qué de aquella afirmación de que es la fecundidad más que la mortalidad la que determina la estructura.

Cuán próxima es esta relación entre la fecundidad y la estructura por edades de una población? Por un accidente desafortunado, sucede que esa relación es muy cercana cuando se supone la vigencia de las tablas modelo de vida de las Naciones Unidas. En otras palabras si la mortalidad se ajusta a los patrones de Naciones Unidas, la relación entre la tasa de natalidad y la estructura por edades es muy estrecha, pero en cambio no lo es en las poblaciones reales.

Se puede ver bien esta limitación que señala, examinando las tablas de Coale y Demeny y más aún si se utiliza el sistema logito. Hay dos defectos (él se refirió hasta ahora al primero). Nos habla de que la mortalidad puede ser muy variable en los primeros años de vida (la mortalidad de los niños), y esto puede estar asociado por lo tanto de una manera diferente con la mortalidad adulta. Cuando uno está trabajando con esas poblaciones, no se puede distinguir si la diferencia entre una y la otra se debe a que tienen diferente fecundidad o diferente mortalidad al principio de la vida. En general, poblaciones que tengan la misma o parecida estructura por edad pueden sin embargo tener muy diferente fecundidad compensada con una muy diferente mortalidad de niños.

La carencia de robustez del método no se puede ver en relación con el segundo defecto que él señala ahora, cuando uno utiliza la tabla de Coale y Demeny, pero sí queda en evidencia si se está haciendo el análisis a través del sistema logito. Se puede ver que los cambios en el nivel de la mortalidad no afectan mucho la estructura por edades, pero en cambio sí la afecta mucho, si se cambia la relación que hay en la mortalidad, entre la mortalidad de la niñez y la mortalidad adulta; en otras palabras en términos del sistema logito, un cambio en α que significa un cambio de nivel, no afecta grandemente el cambio de la estructura por edades, pero un cambio de β puede tener grandes efectos. Lo repite luego diciendo que la relación entre la fecundidad y la estructura por edades es fuerte, en efecto, como lo sostienen los que defienden la teoría de las poblaciones cuasi-estables, si se está en un sistema logito con una β próxima a 1; en cambio cuando la variación entre la mortalidad de la niñez y la mortalidad adulta es muy marcada, esa relación tiene menos valor.

El efecto de cambios en el valor de β queda ilustrado por el gráfico que aparece en la pizarra, donde muestra como puede caer diferente una curva de sobrevivencia según que la β sea menor que uno, cayendo entonces menos en las edades finales, o mayor que uno, acentuándose la caída.

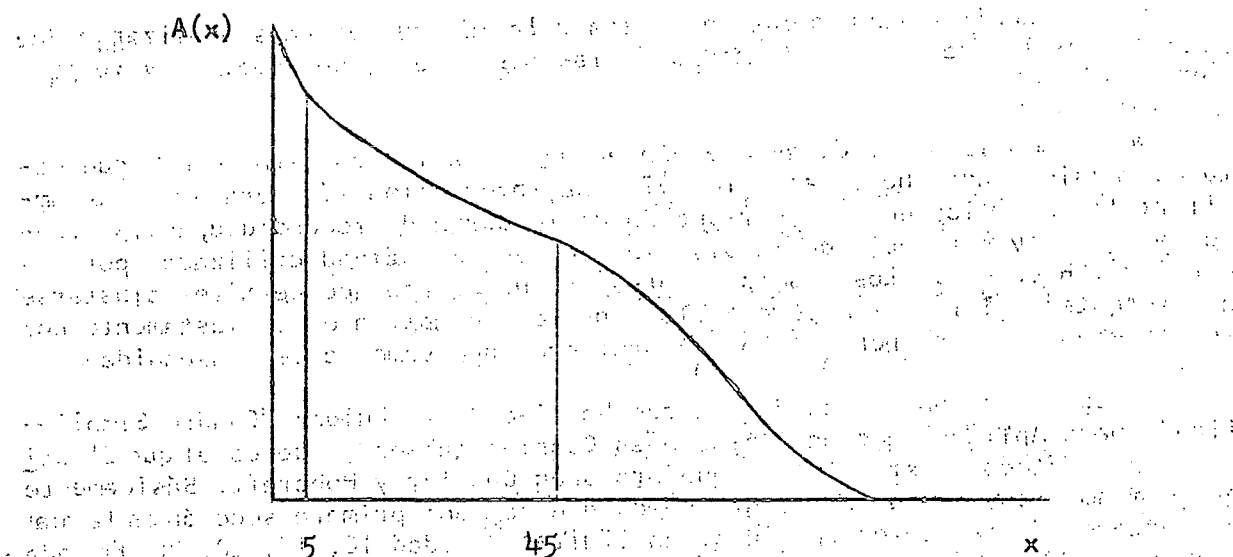


Entonces el efecto en la estructura por edades para β moderados en torno al valor 1 es en realidad moderado, pero ciertamente no lo es cuando β toma valores lejanos a 1, valores extremos. La proposición que él hace es esta, si uno conoce en general el nivel de la mortalidad de la población y en particular algo acerca de la mortalidad de la niñez, ese conocimiento y el de la estructura por edades le permite hacer una buena estimación de la fecundidad, pero esta idea está lejos de la idea original, aquella que decía que uno podía deducir fácilmente la fecundidad conociendo solo la estructura por edades. Termina luego diciendo que si uno sabe todo lo que estamos suponiendo, en realidad no hace falta recurrir a la teoría de las poblaciones cuasi-estables para deducir la fecundidad.

Otro problema es que no es cierto lo que se decía originalmente de que cambios en la mortalidad tenían poco efecto en los cambios de estructura. Esto puede conducir a resultados muy burdos. Si en circunstancias en que la mortalidad está cambiando, se trata de estimar la mortalidad o la natalidad se pueden cometer errores sustanciales. Para salvar estos inconvenientes, se han ideado algunas correcciones que toman en cuenta los cambios en la mortalidad y cita a Coale como el autor de ese tipo de procedimientos. Nos llama la atención sin embargo sobre el hecho de que más y más se han ido alejando del principio original de que la estructura por edades alcanzaba para hacer una serie de estimaciones. Acabamos de ver hace un momento que hacía falta conocer algo acerca de la mortalidad de la niñez, algo acerca de la relación entre mortalidad de la niñez y de mortalidad de adultos, ahora estamos viendo que hace falta conocer algo acerca de cambios en la mortalidad. La idea original parece haber quedado un poco lejana.

Se pregunta si hay algo robusto en torno a estas ideas y categóricamente dice que sí. El trozo de curva en la estructura por edades comprendida entre una edad muy temprana inmediatamente después de ese primer período que

sigue al nacimiento y los 45 años, esa estructura es realmente muy robusta, en el sentido de que la relación entre la proporción de personas en la edad digamos 3 años, 4 años, y la proporción de personas entre esa edad, 3 o 4 años y 45 años, guardan una estrecha relación. Lo que hacemos con esto es descartar los trozos de los tramos de edades que causaban dificultades, tanto al principio de la vida como al final y nos quedamos con los trozos que realmente muestran una gran estabilidad.



Es siguiendo esas ideas que Carrier y Hobcraft han estimado medidas que tienen que ver con la estabilidad en la estructura por edades de la población. Definen lo que ellos llaman la tasa media de reproducción (MRR), como el producto entre la tasa bruta de reproducción y el valor de P para la edad 2, probabilidad de sobrevivir a la edad 2 desde el nacimiento; y definen después una medida de la distribución por edades que es una relación niño-adulto, dada por el cociente entre la población de 0 a 15 años en el numerador y la población entre 15 y 45 años en el denominador. Esto lo hacen para un sexo o para ambos sexos en conjunto.

$$\begin{aligned} \text{MRR} &= \text{CAR} \times p_2 \\ \text{CAR} &= \frac{15^A}{30^A 15} \end{aligned}$$

Hay una relación robusta entre las dos relaciones MRR y CAR. Hay tablas muy elaboradas de Carrier y Hobcraft en las cuales se establecen estas relaciones pero hay también en el mismo libro una fórmula muy simple que él copia en la pizarra y que nos dice que la tasa media de reproducción (MRR) es igual a

$$\text{MRR} = \text{CAR} (1.64 + 0.8 \text{ CAR})$$

Este es un valor empírico que ha resultado de una serie de cálculos hechos en poblaciones estables modelo construidas sobre la base del sistema logito. Personalmente el profesor Brass prefiere otro, ligeramente modificado que nos va a presentar después. Nos dice que es un medio robusto de establecer o estimar la fecundidad a partir del conocimiento que se tenga de la relación niños-adultos definida anteriormente y del conocimiento que es necesario tener de la mortalidad al comienzo de la vida, p_2 . Con estos dos datos es posible obtener una buena estimación por este medio de la tasa bruta de reproducción, una medida de la fecundidad, y se trata de una estimación robusta.

Omitió decir anteriormente que esta relación que estamos analizando depende del valor de M el valor medio de las tasas de fecundidad. Vale para un valor de $M = 28.73$.

Nos llama la atención de que aún en una relación robusta como lo que estamos considerando, hace falta todavía una información más para poderla ampliar: la ubicación de la distribución de la curva de fecundidad, 28.73 resulta ser el valor medio de la distribución de fecundidad utilizada por Carrier y Hobcraft. Los mismos autores dan un método que permite ajustarse a diferentes valores de M pero él lo considera complicado y es justamente por esto que nos va a proponer otro que prefiere, que vamos a ver enseguida.

Vamos a examinar el cuadro 13 que ha sido distribuido: "Cuadro Simplificado para Aplicaciones en Poblaciones Cuasi-estables", que es el que él utiliza como método alternativo al que proponen Carrier y Hobcraft. Básicamente es lo mismo; observando el cuadro vemos que hay una primera sección en la cual aparecen encabezamientos que muestran límites de edad 10, 15, 20, 30. En cada una de esas columnas aparece el porcentaje de población entre 0 y esa edad en relación con la población de menos de 45 años; son entonces indicadores de la distribución por edad de la población; aparecen cuatro valores en lugar de uno solo como antes, recordemos que Carrier y Hobcraft presentaban un único indicador de la distribución por edad. Mirando ahora en una línea - y nos invita a que miremos la primera línea - aparecen más a la derecha valores de la tasa media de reproducción para diferentes valores de M : 26.2, 28.2, 30.2. En lugar de utilizar una fórmula para corregir valores como proponen C y H, él es partidario más bien de mostrar valores tabulados para diferentes valores de M ; por ahora no hace falta seguir mirando las otras columnas.

La forma de usarla. Supongamos primero que hemos decidido usar como indicador de la estructura por edades, la proporción de menores de 15 años en relación con la proporción de menores de 45 años, igual que antes. Entramos ahora en la tabla por la 2a. columna, la que tiene 15 como encabezamiento; digamos que nuestro porcentaje es de 45.3; buscamos en los valores y encontramos que en la fila 6, aparece ese porcentaje; entonces de la fila 6 nos trasladamos hacia la derecha y según cuál sea el valor de M que tengamos nosotros obtenemos valores que valen 1.81, 1.89, 1.99. Si por ejemplo el valor de la edad media de la distribución de fecundidad fuera 28.2, el resultado sería 1.89. Desde luego si es necesario se procede a hacer interpolaciones en cualquiera de las etapas de este proceso.

Cuadro 13.

CUADRO SIMPLIFICADO PARA APLICACIONES EN POBLACIONES CUASI-ESTABLES

Fila	Población hasta cierta edad expresada como porcentaje de la población de menos de 45 años.				MRR para diferentes valores de m			Porcentaje de menos de 45 años		Fila
	10	15	20	30	26.2	28.2	30.2	$b_1 l_2$		
1	21.7	32.6	43.6	66.1	0.95	0.95	0.95	13.6	63.5	1
2	23.7	35.0	46.4	68.6	1.08	1.09	1.10	16.2	67.8	2
3	25.7	37.6	49.2	71.0	1.23	1.26	1.28	19.1	71.7	3
4	27.8	40.1	51.9	73.3	1.41	1.44	1.48	22.3	75.4	4
5	29.9	42.7	54.7	75.5	1.59	1.65	1.72	25.7	78.8	5
6	32.1	45.3	56.3	77.6	1.81	1.89	1.99	29.4	81.8	6
7	34.3	47.9	60.0	79.6	2.05	2.17	2.30	33.2	84.6	7
8	36.5	50.5	62.6	81.5	2.32	2.48	2.65	37.3	87.0	8
9	38.7	53.0	65.0	83.2	2.62	2.83	3.05	41.5	89.1	9
10	40.9	55.5	67.5	84.9	2.95	3.23	3.52	45.8	90.9	10

La MRR (tasa media de reproducción) puede estimarse partiendo de la distribución por edades de las mujeres menores de 45 años para cualquier valor de m , mediante una selección de una línea apropiada en la tabla.

Las dos últimas columnas dan las estimaciones correspondientes de $b_1 l_2$ y el porcentaje menor de 45 años (completando la distribución por edad para $\beta = 1$). Si β no es igual a uno pero se conoce $b_1 l_2$ y el porcentaje de menos de 45 años, es posible obtenerlo como el valor correspondiente a $MRR = e^{1/3(\beta-1)}$

$$\begin{aligned} MRR &= \text{tasa media de reproducción (mean reproduction rate)} \\ &= l_2 TBR \end{aligned}$$

La última sección del cuadro está destinada a obtener a partir de la tasa media de reproducción, una estimación de b (tasa de natalidad) por l_2 . Nos dice ahora que la tasa de natalidad va a depender del valor de β ; si β fuera mayor de 1, esto significa que relativamente hablando, para edades superiores a 45, la proporción de personas sería menor y consecuentemente con una misma fecundidad se lograría una tasa de natalidad más alta. Los valores que aparecen en la tabla corresponden a un valor de $\beta = 1$. Si sucede que β no es igual a 1, hay una nota abajo en el cuadro que presenta un método para tomar en cuenta la corrección necesaria buscando un falso valor de M que permita entrar y obtener un valor corregido.

No hay nada fundamental en la tabla que estamos examinando; se podría llegar a resultados mucho mejores trabajando con toda la información disponible, haciendo cálculos. La ventaja es de carácter práctico que en una sola hoja de papel uno dispone de la información que le permite hacer estimaciones. Otra ventaja en comparación con el método de C y H tiene que ver con las proporciones de edad; tenemos acá la posibilidad de trabajar con cuatro proporciones, lo que nos permite obtener un conjunto de otras tantas tasas medias de reproducción y verificar entonces la coherencia interna de la estructura por edades. Podría suceder que la proporción en relación con una sola edad estuviera afectada por errores de declaración de edad y consecuentemente afectara eso a la estimación.

SESION VIII: viernes 24 de setiembre de 1971

1. MODELOS DE MORTALIDAD BASADOS EN EL SISTEMA LOGITO
2. ALGUNAS APLICACIONES DE LOS METODOS DE BRASS A DATOS DE AMERICA LATINA
3. COMENTARIOS FINALES

1. MODELOS DE MORTALIDAD BASADOS EN EL SISTEMA LOGITO

El profesor Brass indica que no podría partir de este Seminario sin antes decir algo sobre el libro de Carrier y Hobcraft "Demographic Estimation for Developing Societies" que acaba de aparecer, y esto en razón de que el libro contiene un extenso surtido de tablas basadas en el sistema logito. Esto hace que él mismo se considere en cierta medida responsable de esa publicación, aunque es poco lo que ha tenido que hacer, tanto en la elaboración de los cuadros que allí aparecen como en la redacción del texto. Encuentra que es un libro muy sensato, inteligentemente elaborado. Pero al mismo tiempo debe decirnos que el valor práctico que ve en él no es muy grande. Y la razón principal de esta reserva se basa en lo que vimos en la sesión de ayer. El método se apoya fundamentalmente en la aplicación de las poblaciones cuasi-estables, es decir, derivar estimaciones demográficas a través de estructuras por edades. Como ya hemos visto, el profesor Brass encuentra que cada vez este tipo de técnicas es menos necesaria y considera que se debe emplear otros procedimientos.

Comienza por considerar las tablas que presenta el libro mencionado. Nos dice que la presentación es bastante similar a la forma usada ya por Coale y Demeny, aunque en general han tenido que afrontar un problema más difícil, porque hacer una presentación compacta de tablas de dos parámetros plantea un problema más arduo que cuando se trata de tablas de un solo parámetro. Empezamos con las tablas del capítulo A, que serán poblaciones con un solo parámetro, y en este capítulo siempre se ha utilizado la tabla del estándar africano, con un $\beta = 1$. Comenta que este estándar es útil para describir situaciones muy comunes en Africa, en Asia; no sabe si será aplicable a las poblaciones de América Latina.

Las funciones que aparecen tabuladas a intervalos de 5 en 5 años son las corrientes de una tabla de vida: la función de supervivencia l_x , la población estacionaria nL_x , las relaciones de supervivencia por cinco años nP_x , las probabilidades de morir nq_x y las tasas centrales de mortalidad nM_x . Aparecen también para edades individuales la l_x y la L_x . Una relación que él considera particularmente importante es la que designa con P_{x+} que es una relación de supervivencia aplicable a un grupo abierto de edades:

$$P_{x+} = \frac{\infty L_{x+5}}{\infty L_x}$$

Se han hecho cálculos como para poder corregir el efecto que poblaciones crecientes puedan tener a fin de hacerlas comparables, en la relación de supervivencia con esta relación, en la población estacionaria. Y los supuestos han sido que estas poblaciones crecían con una tasa del 1 por ciento, 2 por ciento, 3 por ciento. Será necesario consultar la tabla para entender cabalmente la significación del ajuste, pero se puede entender la idea. Una relación de supervivencia empírica calculada para una población que crece al 1 por ciento, debe poder ser corregible mediante el uso de alguna tabla contenida en el libro a los efectos de hacerla comparable con la relación de supervivencia obtenida de la población estacionaria.

El segundo capítulo de tablas, el B, presenta valores de la distribución por edades de las poblaciones estables modelo generadas con las tablas de vida presentadas en el capítulo A. Las poblaciones estables quedan caracterizadas para diferentes niveles de tasas brutas de reproducción, y aparte también explícitamente la tasa intrínseca de incremento.

El tercero y último capítulo de tablas, el capítulo C, presenta modelos de poblaciones estables basadas en modelos de mortalidad de dos parámetros, especificando en cada uno de ellos, un valor de α y un valor de β (dos parámetros dentro del sistema logito). Esos dos parámetros se combinan con un tercer parámetro que tiene que ver con la población estable, y es la tasa intrínseca de crecimiento. A fin de facilitar la presentación de un conjunto de tablas que sería enorme, como en el caso de presentar todas las combinaciones posibles de valores de α , β y r , se seleccionó una forma de presentación tratando de prestar atención solamente a los modelos que podrían darse en la práctica. El modelo que uno desea se busca tomando en cuenta la proporción de personas con menos de 15 años y por encima de 45. Con eso es posible tomar en cuenta dos parámetros. Para cada una de las posibilidades de valores de estos dos parámetros se especifican los diferentes modelos que las satisfacen. Esto parece que ahorra enormemente la presentación de las tablas y se eliminan algunas que tienen pocas probabilidades de existir. En particular hablaba de que una alta fecundidad con una baja mortalidad se asocia sólo con tasas altas de crecimiento. Algunas combinaciones particulares de α y β lógicamente posibles pueden sin embargo ser completamente irreales por el hecho que no se dan en la práctica y por lo tanto no tiene mucho sentido publicar esos resultados.

A la pregunta sobre si trabajaron con un solo modelo de fecundidad tal como lo hacen Coale y Demeny, el profesor Brass responde que en realidad se dieron una sola ley de fecundidad en la forma de un modelo matemático y luego buscaron formas que no son demasiado elaboradas, para poder modificar la ley de fecundidad, que en general queda especificada por dos parámetros: la media de la fecundidad y su variancia.

Especificando las funciones que aparecen publicadas en el capítulo C, nos dice que se presentan la tasa bruta de reproducción, la tasa neta de reproducción, la tasa media de reproducción, valores seleccionados de la tabla de vida: l_1 , l_2 , l_{45} , l_{65} , y luego probabilidades de morir para los períodos de vida de 1 a 5 años (q_1), de 45 a 50 (q_{45}), de 65 a 70 años (q_{65}) y un valor resumen: la esperanza de vida al nacer (e_0^0). Aparecen especificados los valores de α , β y de la tasa intrínseca de crecimiento, y finalmente la distribución por edades en grupos quinquenales.

Las tablas han sido construidas para ser usadas como se dijo antes, en relación a las ideas sobre las poblaciones cuasi-estables. Se parte con el conocimiento de las proporciones de personas menores de 15 años y las mayores de 45 años de edad, presumiblemente después de haber hecho algún tipo de ajuste a la información disponible. Con esta información se fijan dos parámetros y es necesario conocer algo más a fin de caracterizar la población que se busca. Es posible que se sepa algo en relación con la tasa de crecimiento, o que se conozca algo sobre la mortalidad. Con esas dos informaciones referentes a la estructura por edades y ese algo más que se conozca, es posible estimar el resto de los parámetros. El profesor Brass piensa sin embargo, que el método es muy poco preciso y que en este momento ha perdido oportunidad. En el texto se destaca, con mucha claridad, las limitaciones de la aplicación de este método y nos dice, que en realidad los autores hacen tantas advertencias en relación con las limitaciones que tiene, que a uno lo hacen pensar para qué lo va a aplicar alguna vez. Ellos demuestran que las diferencias de mortalidad y en particular la forma en que la mortalidad puede cambiar, conducen a resultados muy poco satisfactorios. Nos destaca que el texto correspondiente a las advertencias para el uso cauteloso del método, es muy bueno.

Pero a pesar de las limitaciones señaladas, el profesor Brass encuentra usos valiosos para este conjunto de tablas, y se refiere en primer lugar al que se deriva de tener tabulado un conjunto bastante completo de poblaciones estables modelo. Nos dice que a través de los métodos que hemos estado examinando estos días, es posible que para una población se esté en condiciones de estimar la tasa bruta de reproducción a partir, por ejemplo de los datos sobre la fecundidad retrospectiva combinada con la información proveniente de la pregunta sobre la fecundidad del último año, y también se esté en condiciones de hacer algún tipo de estimación sobre la mortalidad que lo conduzca a los valores de α y β , usando por ejemplo los datos sobre orfandad o los datos sobre los hijos fallecidos o como resultado de la comparación de dos censos. Con esa información fragmentaria que se puede obtener, será posible calcular una población estable y lo más importante, es que será posible ver, utilizando ese conjunto de tablas, si los resultados que uno ha obtenido son coherentes con las tablas publicadas (se trata entonces de una verificación de la coherencia de los resultados que uno está manejando). Le permitirá llegar a la conclusión por ejemplo, que las diferencias entre los datos que uno está utilizando y los correspondientes a un modelo, se deben a causas conocidas, como son migraciones, cambios en la mortalidad, etc.. Es decir que se trata de un elemento de comparación muy útil.

La segunda razón que él encuentra valiosa en este conjunto de tablas es usarla para ajustar distribuciones por edad observadas, aun para los casos en que la fecundidad y la mortalidad estén cambiando, se obtienen valores razonables. Esto no implica suponer que los parámetros α y β son aplicables a la población que se estudia. Es simplemente para ajustar valores, y nos dice que Keyfitz ha usado el sistema logito de tablas para tal propósito (piensa que debe ser el único americano que lo ha usado hasta ahora).

El tercer ejemplo de uso que él considera importante tiene que ver con la explotación de la relación que vimos en la sesión de ayer, entre la tasa media de reproducción y la relación de niños a adultos, aunque para esto,

según hemos visto, no hace falta disponer de un conjunto extenso de tablas. La fórmula simple que nos indicó o la pequeña tabla que ayer nos mostró, podrían ser usadas fácilmente y con suficiente aproximación en la mayoría de los casos. Si se quisieran resultados más refinados, y él no puede imaginar cuándo eso podría ocurrir, entonces el uso de este conjunto más extenso de tablas podría resultar valioso.

2. ALGUNAS APLICACIONES DE LOS METODOS DE BRASS A DATOS DE AMERICA LATINA

a) Aplicación de uso de los datos sobre la pregunta de orfandad de madre en el Censo Experimental de Costa Rica (Canton Grecia, año 1968). (Presentación de Antonio Ortega G.).

En el cuadro 14 se presenta el total de hijos y de huérfanos de madre por grupos de edad, que es la información básica recogida en el censo. Con estos valores se calcularon las proporciones de hijos huérfanos de cada grupo y su complemento, el porcentaje de hijos con madre viva P.

Para entrar a las tablas se necesita además de P, una estimación de la edad media de las madres M. En el cuadro 15 se incluye su cálculo efectuado a partir de la información de las mujeres que en el censo declararon haber tenido algún hijo en el último año. Resulta $M = 28.5$ años.

Una vez calculado M y P se estimaron los factores de corrección h usando la tabla que aparece en el documento "Tabla para convertir las proporciones de niños con madres actualmente vivas, en tasas de sobrevivencia de una tabla de vida", CELADE DS No.4. Hay cuatro tablas,^{2/} que corresponden a valores de B, la edad base de la probabilidad, de 22.5, 25, 27.5 y 30 años. La interpolación pudo haberse hecho tanto en la tabla (iii) como en la (iv) donde pueden derivarse factores correspondientes a $M = 28.5$ años. Se prefirió la (iv) porque allí -según lo aconseja Brass-, los factores h resultan más cercanos a uno. Multiplicando en el cuadro 16, los porcentajes de hijos con madre viva por los factores h , se obtuvieron las probabilidades de sobrevivencia $l(B+N)/l(B)$. La edad base B que corresponde a la tabla (iv) es 30, mientras que N, que es el valor central del grupo de edades, toma valores: 7.5, 12.5, etc.. Por lo tanto las probabilidades comprende los intervalos de 30 a 37.5 años de edad, de 30 a 42.5, etc..

En el cuadro 17 se comparan las probabilidades calculadas por el método de Brass, con probabilidades correspondientes calculadas para las tablas femeninas de Costa Rica de 1950 y 1963, y un Estado de los Estados Unidos en 1960. Como una ayuda visual se ha marcado con un símbolo -⊗- el intervalo en donde caerían las estimaciones obtenidas por aplicación del método de Brass. Como complemento en el cuadro 18 se comparan los valores de la función l_x derivados de las estimaciones y de la tabla femenina de Costa Rica de 1963. El valor de l_x a la edad 30, 87 185, coincide por construcción.

^{2/} Véase el cuadro 9 del presente documento.

Los resultados obtenidos por el método de Brass equivalen a una esperanza de vida al nacer de alrededor de 65 años, por lo cual cabría concluir que la información básica obtenida en el Censo Experimental, tendría errores que conducen a subestimar la mortalidad.

A sugerencia del profesor Brass se han repetido las estimaciones utilizando esta vez las últimas tablas distribuidas. En el cuadro 19 se comparan los resultados obtenidos con los factores del cuadro 9, frente a los derivados ahora con los valores del cuadro 10. Puede verse que hasta los 25 o 30 años de edad los resultados son más o menos similares, pero de ahí en adelante, las probabilidades de sobrevivencia calculadas con las últimas tablas caen más rápidamente, ajustándose mejor a los niveles de mortalidad de la región considerada.

Cuadro 14

CENSO EXPERIMENTAL DE COSTA RICA (CANTON GRECIA). PORCENTAJE DE HIJOS CON MADRE VIVA. 1968

Grupos de edad	Total hijos	Huérfanos de madre	Porcentaje huérfanos	Porcentaje con madre viva
0 - 4	1 773	6	0.0034	0.9966
5 - 9	1 792	19	0.0106	0.9894
10 - 14	1 621	44	0.0271	0.9729
15 - 19	1 163	41	0.0353	0.9647
20 - 24	883	67	0.0759	0.9241
25 - 29	657	66	0.1005	0.8995
30 - 34	528	109	0.2064	0.7936
35 - 39	566	161	0.2845	0.7155
40 - 44	443	176	0.3973	0.6027
45 - 49	341	173	0.5073	0.4927
50 - 54	323	207	0.6409	0.3591
55 - 59	221	161	0.7285	0.2715

Cuadro 15.

CENSO EXPERIMENTAL DE COSTA RICA. CALCULO DE LA EDAD
MEDIA DE LAS MADRES (M). AÑO 1968

i	Grupos de edades x, x+4	Edad central de cada grupo \bar{x}_i	Mujeres que de- clararon hijos tenidos en 1967 u_i
1	15 - 19	17.5	22
2	20 - 24	22.5	100
3	25 - 29	27.5	101
4	30 - 34	32.5	82
5	35 - 39	37.5	52
6	40 - 44	42.5	24
7	45 - 49	47.5	5

$$M = \frac{\sum \bar{x}_i u_i}{\sum u_i} - \alpha = \frac{11\,285}{386} - 0.7 = 28.5 \text{ años}$$

α = Diferencia entre la fecha del censo (15-3-68) y el momento central del año al cual se refiere la estimación (30-6-67).

Cuadro 16.

DERIVACION DE LAS PROBABILIDADES DE SUPERVIVENCIA $1(B+N)/1(B)$

Grupos de edad	Porcentaje de hijos con madre viva	Factor h (cuadro 9, iv)	$1(B+N)/1(B)$ (B=30)	N
5 - 9	0.9894	1.000	0.9894	7.5
10 - 14	0.9729	1.000	0.9729	12.5
15 - 19	0.9647	1.000	0.9647	17.5
20 - 24	0.9241	1.002	0.9259	22.5
25 - 29	0.8995	1.003	0.9022	27.5
30 - 34	0.7936	1.004	0.7968	32.5
35 - 39	0.7155	1.002	0.7169	37.5
40 - 44	0.6027	0.995	0.5997	42.5
45 - 49	0.4927	0.971	0.4784	47.5
50 - 54	0.3591	0.917	0.3293	52.5
55 - 59	0.2715	0.830	0.2253	57.5

Cuadro 17.

ANALISIS COMPARATIVO DE LAS RELACIONES DE SUPERVIVENCIA
OBTENIDAS POR EL METODO DE BRASS

B	N	$NP_B = 1(B+N) / !(B)$			
		Brass	C.R. (1950) $e_o^o = 57.0$	C.R. (1963) $e_o^o = 64.8$	EU (1960) $e_o^o = 73.9$
30	7.5	0.9894	0.9641	0.9807	⊗ 0.9923
30	12.5	0.9729	0.9344	0.9650	⊗ 0.9836
30	17.5	0.9647	0.9004	0.9432	⊗ 0.9692
30	22.5	0.9259	0.8595	0.9154	⊗ 0.9465
30	27.5	0.9022	0.8044	0.8752	⊗ 0.9138
30	32.5	0.7968	0.7231	⊗ 0.8097	0.8640
30	37.5	0.7169	0.6136	⊗ 0.7233	0.7879
30	42.5	0.5997	0.4749	⊗ 0.6014	0.6786
30	47.5	0.4784	0.3197	0.4460	⊗ 0.5302
30	52.5	0.3293	0.1877	0.2866	⊗ 0.3472

⊗ Ubicación de los valores estimados por el método de Brass.

Cuadro 18.

COMPARACION DE LOS VALORES DE l_x

x	Brass	C.R. (1963)	x	Brass	C.R. (1963)
30	87 185	87 185	57.5	78 658	76 301
37.5	86 261	85 497	62.5	69 469	70 592
42.5	84 823	84 129	67.5	62 503	63 062
47.5	84 107	82 236	72.5	52 285	52 432
52.5	80 725	79 806	77.5	41 709	38 882
			82.5	28 710	24 990

Cuadro 19.

CALCULOS CON LA NUEVA TABLA (CUADRO 10)

Grupos de edad	Factores		Probabilidades $1(B+N)/1(B)$		
	Cuadro 9	Cuadro 10	(B = 30) N =	Cuadro 9	Cuadro 10
5 - 9	1.000	1.001	7.5	0.9894	0.9904
10 - 14	1.000	1.003	12.5	0.9729	0.9758
15 - 19	1.000	1.004	17.5	0.9647	0.9686
20 - 24	1.002	1.003	22.5	0.9259	0.9269
25 - 29	1.003	1.000	27.5	0.9022	0.8995
30 - 34	1.004	0.989	32.5	0.7968	0.7849
35 - 39	1.002	0.958	37.5	0.7169	0.6854
40 - 44	0.995	0.900	42.5	0.5997	0.5424
45 - 49	0.971	0.759	47.5	0.4784	0.3740
50 - 54	0.917	0.590	52.5	0.3293	0.2119

El profesor Brass hace algunos comentarios en relación con los resultados presentados en el cuadro 19. Nos dice que él preferiría utilizar sin ninguna duda los valores de los factores del cuadro 10. Los del cuadro 9 no han sido derivados para ser utilizados en poblaciones de baja mortalidad, como parece ser el caso que se está analizando. Por tal causa encuentra que los resultados obtenidos al aplicar los últimos factores parecen ser más plausibles a pesar que considera que esos resultados reflejan en general una mortalidad muy baja. Ya hemos visto, que en relación con las edades jóvenes eso era universal aunque encuentra que los resultados obtenidos en este caso son peores de los que él ha visto en otras partes, especialmente en Africa. La explicación para Africa se encontró en los casos de niños que son declarados como no huérfanos cuando en realidad si lo eran. Esto parece ser una explicación razonable y quizá podría aplicarse también a los datos que se están analizando.

También nos aclara que él ha derivado factores para edades más avanzadas a partir de los 55 años. Cuando estas tablas aparezcan publicadas se podrán obtener estimaciones para edades superiores a las consideradas en el ejemplo. Tal vez eso pueda servir de indicio para conocer mejor las tendencias pasadas de la mortalidad.

- b) Aplicación del uso de los datos sobre el número de hijos nacidos vivos tenidos y el número de hijos sobrevivientes a partir de los resultados del Censo de Población de Brasil de 1950 (Presentación de Ana Clara Torres Ribeiro).

En el censo de la población de Brasil de 1950 la pregunta sobre la fecundidad retrospectiva se refirió al total de los hijos tenidos por las mujeres hasta el momento del censo, sin distinción de nacimientos vivos y nacimientos muertos. Por tal causa para poder aplicar el método se siguió el procedimiento usado por Mortara en numerosos estudios, que consiste en suponer que los nacimientos muertos constituyen el 5 por ciento de los nacimientos totales declarados, cualquiera sea la edad de la madre.

Efectuado este ajuste en la información básica se presenta el cuadro 20 que corresponde a una aplicación del método de Brass para estimar las probabilidades de morir desde el nacimiento hasta las edades 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20 y 30. En el cuadro 21 se dan los factores k_j obtenidos por interpolación entre los que aparecen en las columnas 5 y 6 del cuadro 8 tomado del documento "Métodos de análisis y estimación", CELADE D-63. Como puede verse los factores de la primera serie fueron definidos por la relación $P_1/P_2 = 0.1331$ en tanto que los de la segunda serie fueron definidos por el valor de la mediana: $\bar{m}' = 28.87$ (pues se presentaban dificultades para el cálculo de la media).

En el gráfico 7, se muestra la representación de los resultados obtenidos por la aplicación del método (valores de la función l_x) y la comparación con valores análogos provenientes de dos tablas de vida de la Familia Oeste elaborados por Coale y Demeny.

El profesor Brass comenta en primer lugar la corrección efectuada para deducir los mortinatos. Nos dice que se trata de una corrección plausible y por lo tanto con probabilidades de que se acerque a la realidad. Llama la atención sobre el hecho de que si la corrección hubiese sido del 3 por ciento en lugar del 5 por ciento, el nivel estimado hubiera cambiado pero seguramente no hubiera afectado el patrón que se obtiene. Como consecuencia debemos tener algunas dudas con respecto al nivel obtenido, teniendo en cuenta la corrección realizada para estimar los nacimientos vivos.

En relación con los resultados mostrados, nos dice que ellos son sospechosamente buenos y nos recuerda una vez más que no confía en los resultados por este método para las edades superiores a los 5 años. Comenta que es común encontrar resultados razonables como los presentados. Pero a veces puede ocurrir que la curva de sobrevivencia descienda hasta los 30 años y alrededor de esa edad se establezca el descenso. Esto para él es una evidencia clara de que las omisiones son muy importantes allí. Otras veces puede ocurrir, como es el caso de Brasil y que estamos viendo, que la curva sea bastante similar a la que se observaría en una tabla de vida, situación que presume sea debida a una compensación entre la omisión de niños por una parte y cambios en la mortalidad por la otra.

Cuadro 20.

BRASIL, 1950: APLICACION DEL METODO DE BRASS PARA CALCULAR LAS PROBABILIDADES DE MUERTE HASTA LA EDAD a [q(a), a = 1, 2, 3, 5, 10...30], A PARTIR DE LAS PREGUNTAS SOBRE HIJOS TENIDOS E HIJOS FALLECIDOS

Edad de la madre, x + 5	Datos censales					Hijos nacidos vivos por mujer Si	Proporción de sobrevivientes $\frac{Si}{Pi}$	Proporción de muertes $\frac{Si}{1 - \frac{Si}{Pi}}$	Factor de Brass (K _i)	Edad (a)	Probabilidad de morir desde el nacimiento q(a)
	Número de mujeres	Hijos nacidos vivos*	Hijos nacidos vivos sobre- vivientes	Hijos sobre- vivos por mu- jer Pi	Hijos sobre- vivientes por mujer Si						
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	
15 - 20	2 857 784	396 812	338 567	0.1389	0.1185	0.8532	0.1468	1.058	1	0.1553	
20 - 25	2 606 679	2 720 659	2 267 528	1.0437	0.8699	0.8334	0.1666	1.050	2	0.1749	
25 - 30	2 101 959	5 024 707	4 092 570	2.3905	1.9470	0.8145	0.1855	1.016	3	0.1885	
30 - 35	1 623 307	5 988 618	4 764 173	3.6891	2.9349	0.7955	0.2045	1.026	5	0.2098	
35 - 40	1 517 030	7 299 394	5 659 031	4.8116	3.7303	0.7753	0.2247	1.025	10	0.2323	
40 - 45	1 161 114	6 373 449	4 813 755	5.4891	4.1458	0.7553	0.2447	1.015	15	0.2484	
45 - 50	958 138	5 654 459	4 170 351	5.9015	4.3526	0.7375	0.2625	1.015	20	0.2664	
50 - 60	1 289 734	7 819 285	5 554 362	6.0627	4.3066	0.7103	0.2897	1.074	30	0.3111	

* = 0.95 x hijos nacidos vivos declarados en el Censo.

Cuadro 21.

VALORES DE LOS FACTORES K, OBTENIDOS POR INTERPOLACION EN
EL CUADRO 8

Edad de las madres	Factores secundarios P_1/P_2	Factores secundarios \bar{m}'
15 - 20	1.058	1.100
20 - 25	1.050	1.069
25 - 30	1.016	1.026
30 - 35	1.019	1.026
35 - 40	1.029	1.035
40 - 45	1.007	1.015
45 - 50	1.006	1.015
55 - 60	1.065	1.074

$$P_1 = 0.1389$$

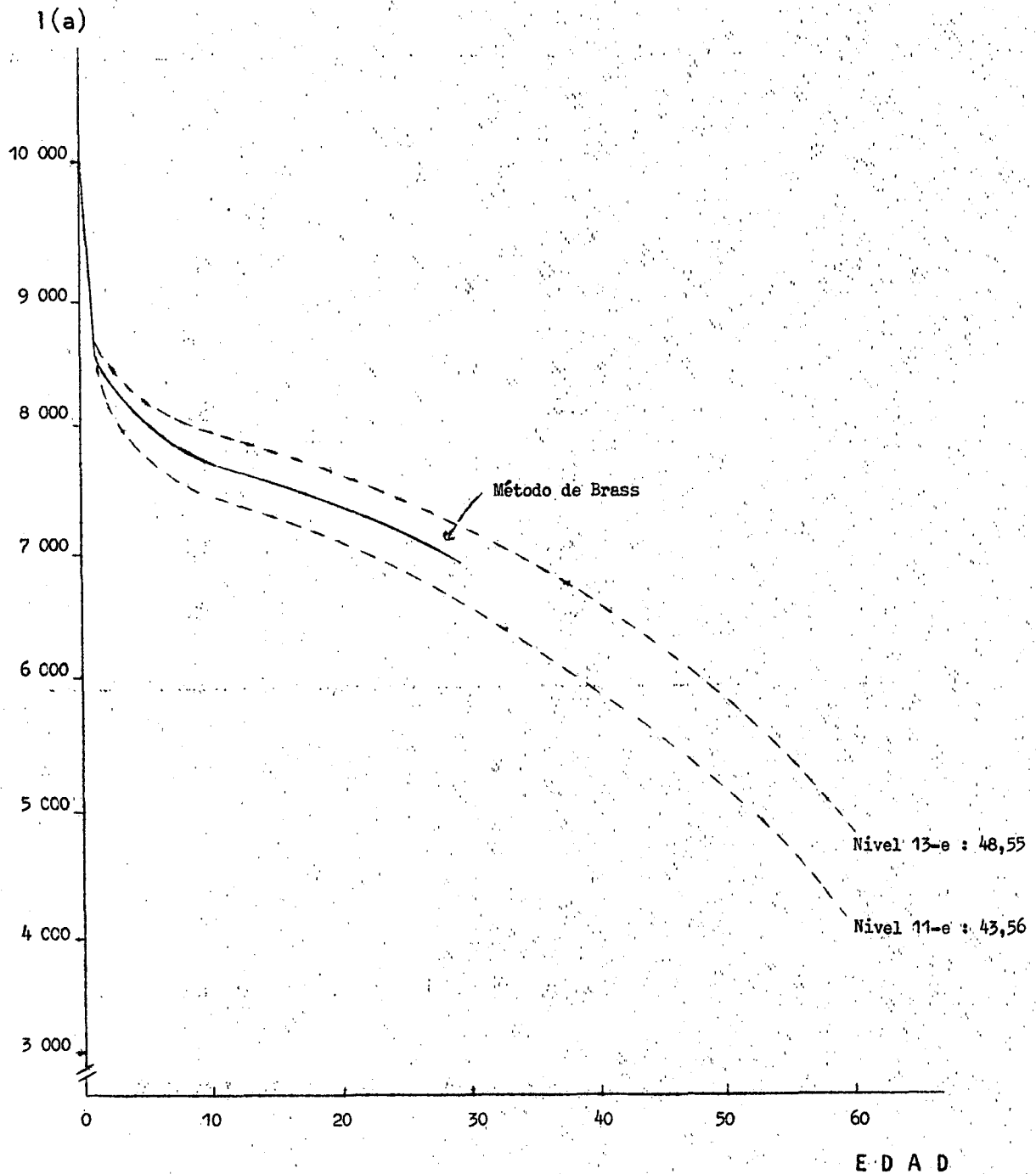
$$P_2 = 1.0437$$

$$P_1/P_2 = 0.1331 \quad (\text{Interpolaci3n entre columnas 5 y 6})$$

$$\bar{m}' = 28.87 \quad (\text{Interpolaci3n entre columnas 5 y 6})$$

Gráfico 8.

BRASIL, 1950: VALORES DE l_x PARA EDADES SELECCIONADAS, ESTIMADAS POR EL METODO DE BRASS Y SEGUN NIVELES 11 Y 13 DE LAS TABLAS DE COALE Y DEMENY, FAMILIA OESTE



- c) Análisis del efecto que puede tener considerar una ley de fecundidad (la del polinomio) diferente a la real, en las estimaciones de la mortalidad mediante la información sobre hijos tenidos e hijos sobrevivientes (Presentación de Manuel Ordorica Mellado).

El cuadro 22 nos muestra los cálculos realizados usando los datos del Censo Experimental de Costa Rica (Cantón Grecia), 1968 y los del Censo de población de Brasil de 1940. En los dos casos se disponía de la distribución detallada de la fecundidad por edad, lo que permitió establecer con bastante precisión la distribución de los hijos provenientes de las mujeres del grupo de edad 20 - 24. Los resultados aparecen en las columnas C_2 (a) del cuadro.

A esos valores se les aplicó los valores de $q(a)$ sacados de las tablas de Glover correspondientes a los Estados Unidos, con esperanzas de vida al nacer de 72 y 77 años. Así se obtuvieron las proporciones de hijos muertos que se esperaba encontrar a partir de la información considerada, las que se indican con d_2 . Con estos resultados se calculó la relación entre esta proporción y la probabilidad de morir entre 0 y los 2 años (valores q_2), obteniendo 1.097 para Costa Rica y 1.100 para Brasil. Como puede verse, estos valores están muy próximos a las relaciones que uno obtendría de las tablas del profesor Brass si entrara en ellas mediante la proporción P_1/P_2 (número medio de hijos tenidos por las mujeres de los dos primeros grupos de edad).

El profesor Brass comenta los resultados presentados y nos dice que está muy complacido con ellos, que él es muy perezoso para hacer cálculos, que es más bien intuitivo, y que cuando intuye que una relación funciona se conforma a veces con muy pocas comprobaciones. Indica que él no ha hecho muchos cálculos detallados de este tipo pero que en cambio en Princeton sí lo hicieron, utilizando conocidas leyes de fecundidad y mortalidad, llegando a probar que los multiplicadores que él había derivado eran muy estables cuando se trabajaba con las mujeres de edades 20 - 24, 25 - 29 y 30 - 34, que son los tres grupos de edad fundamentales en la aplicación del método. En el grupo 15-19 en cambio, las diferencias entre los valores de la tabla y la realidad pueden ser grandes. Pero él opina que el método es muy robusto y que los factores obtenidos para los tres grupos indicados antes son muy estables.

El profesor Brass aclara que si se trabajara con mayor detalle en la proporción de hijos fallecidos entre las edades 0 y 1 (en lugar de haberlo hecho como en el ejemplo presentado), los resultados podrían ser algo diferentes, pero esa diferencia seguramente no sería mayor de un 2 por ciento. Nos vuelve a señalar que esto sería válido para el grupo 20 - 24 y siguientes, pero que si se trabajara con mayor detalle en el comportamiento de la mortalidad entre las edades 0 y 1 para el caso de mujeres de 15 - 19 años, las diferencias podrían ser más importantes. Para este grupo de edades (15 - 19), los problemas suelen ser numerosos y derivados no solamente de este tipo de cálculo sino también del patrón conocido de nupcialidad, de la pequeñez de los números que generalmente se manejan y por los errores de declaración de la edad, los que pueden tener particular importancia en este caso.

En relación con las tablas que él publicó nos advierte que los cálculos originales fueron hechos con mucha minucia, pues se disponía de una tabla en que los valores originales estaban dados mes por mes (información que no ha sido publicada). Nos dice que en oportunidad de elaborar sus tablas, él prestó mucha atención a lo que tenía que ver con lo que sucedía con la mortalidad en los momentos iniciales de la vida. Nos cuenta que en Princeton tienen una colección muy completa de tablas de vida que muestran la experiencia detallada de la mortalidad dentro del primer año de vida, y fueron estas tablas las que él usó para elaborar los factores. Dice que una de las razones por las cuales él no ha publicado esos detalles es porque ya se ha olvidado de cómo lo hizo y cuando uno tiene que publicar algo se ve obligado a explicar detalladamente lo que ha hecho, cosa que ahora él no puede hacer.

Cuadro 22.

DISTRIBUCION POR EDAD (SIN TOMAR EN CUENTA LA MORTALIDAD) Y PROPORCION DE MUERTES DE NIÑOS NACIDOS VIVOS POR MUJER CON EDADES ENTRE 20 - 25 AÑOS

a	Costa Rica (1968)		$C_2(a)q(a)$	Brasil (1940)		$C_2(a)q(a)$
	$C_2(a)$	q(a)		$C_2(a)$	q(a)	
0	0.2292	0.00000	0.000000	0.2318	0.00000	0.000000
1	0.2168	0.10226	0.022169	0.2116	0.18507	0.039160
2	0.1914	0.12545	0.024011	0.1869	0.23303	0.043553
3	0.1567	0.13544	0.021223	0.1572	0.25181	0.039160
4	0.1263	0.14188	0.017919	0.1234	0.26368	0.032538
5	0.0933	0.14651	0.013669	0.0893	0.27232	0.024318
6	0.0544	0.15033	0.008178	0.0583	0.27849	0.016236
7	0.0276	0.15349	0.004236	0.0332	0.28348	0.009412
8	0.0133	0.15611	0.002076	0.0156	0.28766	0.004487
9	0.0049	0.15831	0.000776	0.0062	0.29137	0.001806
10	0.0013	0.16021	0.000192	0.0022	0.29492	0.000649
11				0.0004	0.29857	0.000119

$$d_2 = 0.114353$$

$$d_2 = 0.211803$$

$$\frac{q(2)}{d_2} = 1.097$$

$$\frac{q(2)}{d_2} = 1.100$$

Entrando con $\frac{P_1}{P_2} = 0.0721$; $\frac{q(2)}{d_2} = 1.09$ Entrando con $\frac{P_1}{P_2} = 0.08520$; $\frac{q(2)}{d_2} = 1.10$

3. COMENTARIOS FINALES

El profesor Brass indica que a él le gusta terminar haciendo una apreciación general de los métodos y las técnicas que ha estado presentando frente a otros enfoques. En especial le interesa hablar acerca de las ventajas y desventajas de los métodos retrospectivos en relación a los métodos más directos que se han propugnado con el fin de establecer la situación demográfica de una población principalmente las que tienen que ver con el establecimiento de registros especiales de acontecimientos. Considera que éste es un tema de polémica sobre el cual hay puntos de vista muy opuestos. Hasta ahora se ha visto en la necesidad de hablar del asunto porque no había escrito nada, pero ya está disponible el documento que él presentó a la última reunión del Instituto Internacional de Estadística que tuvo lugar en agosto de 1971 en Washington (CELADE, Serie DS No. 11).

Su punto de vista, y también el de varios otros entre ellos Demeny, Van der Walle y Blacker, es que introduciendo en los censos o encuestas un número reducido de preguntas apropiadas, como por ejemplo las de hijos tenidos, hijos sobrevivientes, hijos nacidos en el último año y orfandad, mediante un análisis adecuado es posible obtener estimaciones satisfactorias de la fecundidad, la mortalidad y la tasa de crecimiento de la población. En su opinión éste es un método más barato y más conveniente que los que propugnan otras gentes. No es más barato en términos absolutos, pero parte de la base de que los censos son necesarios por otras razones que no hacen al análisis demográfico. Es importante saber el tamaño de la población y cuáles son sus características principales. Por lo tanto si aceptamos que el censo debe ser realizado, las preguntas que habría que agregar son realmente pocas y por lo tanto es relativamente poco el gasto que significaría su incorporación y por eso él considera que es el método más barato. Nos dice que a menudo las preguntas extras formuladas con propósitos de análisis demográfico se han hecho a una muestra de la población (en Africa por ejemplo, han cubierto un 10 por ciento de ella).

Otra consideración importante es que mediante ellas se pueden hacer análisis diferenciales por ciudades, áreas rurales, condiciones socio-económicas, situación económica de las mujeres, grupos étnicos, etc. tanto para la fecundidad como para la mortalidad. Esto no significa un costo extra, salvo el costo mayor destinado a la tabulación y el análisis.

Algunos demógrafos con influencia en los Estados Unidos tienen puntos de vista muy diferentes a los expresados por el profesor Brass anteriormente. Cita entre ellos al profesor Linder, Hausery y del Bureau of the Census. Dice que ellos están a favor de establecer algún tipo de encuesta directa para recoger evidencias de nacimientos y muertes ocurridas en períodos de observación continua de una población a través del tiempo. Hay pruebas de que es una tarea difícil la de obtener resultados apropiados en este tipo de investigación, como lo es también difícil obtenerlos mediante los métodos retrospectivos que se examinaron anteriormente. Vimos que estos métodos incluían técnicas que tenían como propósito corregir los defectos de la información recogida. Algo correspondiente en relación con las encuestas continuas, es

la aplicación del principio de tratar de tener fuentes independientes de recolección de datos de manera de establecer un control de los datos recogidos, procurando una conciliación y luego aplicar una corrección mediante la técnica creada por Chandrasekaran - Deming.

El sistema ha sido aplicado en muchos países, cita Paquistán, Turquía, India, Malasia, algunas otras zonas de Asia como Tailandia, también en Marruecos y otros lugares de Africa. En líneas generales se podría explicar así. Se selecciona una muestra de áreas, se establece en ellas lo que vamos a llamar A, un registrador residente, una persona que tiene una obligación activa de buscar los nacimientos, muertes, una serie de hechos que se investigan; para fijar ideas, pensemos en los nacimientos. Esta persona que reside en el área elabora una lista de los nacimientos a lo largo de un período de tiempo.

Paralelamente y con independencia hay un equipo de supervisores que va a las viviendas de las mismas áreas con una frecuencia trimestral o también puede ser cada dos meses o cuatro y registra los acontecimientos que ocurren dentro de esas áreas, elaborando una lista digamos de los nacimientos. En la oficina central se hace un cotejo individual, caso por caso, de las listas producidas por registradores, fuente A, y de la lista de acontecimientos producidos por el conjunto de encuestadores de la fuente llamémosla B.

Y entonces, si indicamos con N_A el número de acontecimientos obtenidos del conjunto A, con N_B el conjunto de acontecimientos provenientes de la fuente B, y con N_C el conjunto de acontecimientos que son comunes a las dos fuentes, se establece la estimación del total de acontecimientos ocurridos N , mediante la relación:

$$N = \frac{N_A \cdot N_B}{N_C}$$

Esta es la fórmula propuesta por Chandrasekaran y Deming, que funciona bien si se cumple la hipótesis que está detrás de ella, que las omisiones que ocurren en una fuente y en la otra, son independientes entre sí, son omisiones debidas al azar.

Nos dice ahora que está preocupado al ver que hay mucha gente sobre todo en los Estados Unidos, que está tratando de convencer a gobiernos de países en desarrollo de que adopten este sistema, cuando al mismo tiempo hay evidencias muy claras que muestran que estos sistemas han sido un fracaso. Él considera que esto es un mal asesoramiento, pero desgraciadamente, a su juicio, se lo está dando en forma extendida. Las principales razones por las cuales él cree que esto es un fracaso, están escritas en el documento que cité antes. Las menciona rápidamente.

La primera razón, porque el método es muy caro; hace falta una gran cantidad de dinero para establecer los registros por una parte, organizar una encuesta permanente por la otra y establecer una oficina para hacer el cotejo entre la información de una fuente y de la otra fuente. En una forma gruesa

él calcula que el costo de todo el sistema es del orden de dos veces y media a tres veces el costo que tendría la organización independiente de uno solo de esos sistemas. Y esto por la necesidad inherente al método de que las dos organizaciones, el registro por una parte y la encuesta por la otra, conserven su condición de independientes. La organización central encargada de hacer los cotejos, también es muy costosa. En muchas circunstancias hace falta volver al terreno por una tercera vez, para establecer las causas de las diferencias.

La segunda razón es que obliga a tener una organización administrativa de mucha eficiencia y a su juicio esto nunca se ha dado en los países donde se está intentando implantar este tipo de investigación. Fracasó en Turquía, fracasó también en Paquistán cuando los que la dirigían, un grupo de exatriados, abandonó ese país; en la India la situación es un poco variable, dependiendo de los estados que uno considere, a veces ha funcionado bien a veces ha funcionado mal. Es muy difícil mantener funcionando estas dos organizaciones independientes, tomar medidas para reemplazar a la gente que por cualquier razón, enfermedad o lo que sea, no puede atender sus funciones, y él considera entonces que por esta razón el sistema ha fracasado.

Y la tercera razón, la más importante, es que la teoría no funciona. Y la teoría no funciona porque las listas que se confeccionan en una fuente y la otra, sufren de omisiones que no son independientes. En el documento presentado en Washington él muestra evidencias claras de que esto es así, tanto con información de Turquía como de la India. La fórmula propuesta entonces, es inadecuada. Las razones que llevan a que ocurran omisiones en una fuente, digamos en los registros, operan también para que se produzcan omisiones en las encuestas y se obtiene también que los resultados no son satisfactorios. Nos habla por ejemplo que, de acuerdo con el procedimiento, se estimó un 4% de omisión, no se si en nacimientos o muertes, cuando la evidencia mostraba que la omisión era del orden de 14%. Evidencia sin duda de otras fuentes.

Se refiere ahora a lo que se ha tratado de hacer también, que es tener sólo un sistema, y posiblemente el mejor sea el de las visitas sucesivas, ya que en este caso parece que es más fácil establecer buenos controles y organizarlo mejor. Volviendo a los puntos que fue analizando antes, no hay duda de que este sistema es mucho más económico que el del cotejo de información; no hay duda tampoco de que es más fácil de organizar; todas las complejidades inherentes al cotejo de información de dos fuentes no estarán presentes ahora.

Se lo ha aplicado y los resultados han sido variados. Cuando la aplicación ha sido en gran escala, los resultados han sido mas bien desalentadores; y cita el caso de la encuesta nacional de la India. Hay sin embargo algunos otros resultados más promisorios; hay ejemplos en algunos lugares, habla de uno o dos lugares de Africa, donde en pequeña escala los resultados han sido satisfactorios, pero él todavía tiene dudas acerca de si el método es o no apropiado.

Considera en cambio que habría mucho que decir, o parece promisorio, la idea de combinar este tipo de encuesta periódica, con los sistemas que recogen la información en forma retrospectiva. Compilando ambas informaciones, es posible que se pudiera establecer controles y sacar ventaja de esa doble recolección de datos. Es algo que por accidente ha sido posible hacer en Turquía, aunque debe decir que la información retrospectiva que se recogió allí, era muy limitada, se limitaba prácticamente a hijos tenidos e hijos sobrevivientes.

En conclusión entonces, el suspende su juicio en torno a esto. Menciona al terminar de que es el tipo de experimento que se está llevando a cabo ahora en Honduras, donde también se va a incorporar la idea de recoger datos en forma retrospectiva.

* * *

BIBLIOGRAFIA DE REFERENCIA

Brass W., y Coale A., Métodos de análisis y estimación. CELADE Serie D No.63, 1970. Traducción del Capítulo 3 del libro The Demography of Tropical Africa. Princeton, Princeton University Press, 1968.

Brass W., Sobre la escala de la mortalidad. CELADE Serie DS No.7, 1971. Traducción del artículo "On the scale of mortality" incluido en Biological Aspects of Demography. Taylor and Francis Ltd. London, 1970.

Brass W., Método de generaciones para proyectar tasas de mortalidad. CELADE Serie DS No.6, 1971. Traducción del artículo "A generation method for projecting death rates" Population Growth and the Brain Drain. Editado por F. Bechofer, University Press, Edinburg, 1969.

Brass W., Tabla para convertir las proporciones de niños con madres actualmente vivas, en tasas de sobrevivencia de una tabla de vida. CELADE Serie DS No.4, 1971. Traducción del artículo "Table for converting proportions of children with mother still alive into life table survivorship ratios". (s.f.r.).

Brass W., Ajuste e interpretación de datos demográficos. CELADE Serie DS No.8 1971. Traducción del documento Disciplining Demographic Data presentado a la Conferencia de Londres organizada por la UIECP. Vol.1, 1969.

Brass W., The analysis of maternity histories to detect changes in fertility. Documento presentado a la Reunión Técnica sobre Métodos de Análisis de Datos de Fecundidad en Países en desarrollo. Budapest, junio 1971.

Brass W., Uses of Census or Survey Data for the estimation of vital rates. Comisión Económica para Africa. Seminario sobre Estadísticas Vitales. Adis Abeba, 1964.

Brass W., Crítica de métodos para estimar el crecimiento de la población en los países con datos limitados. Traducción del artículo "A critique of methods for estimating population growth in Countries with limited data, presentado a la Conferencia de International Statistical Institute, 38a. Sesión, Washington, 1970.

Coale A., y Demeny P., Regional Model Life Tables and Stable Populations. Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1966.

Bourgeois-Pichat J., El concepto de población estable. Aplicación al estudio de la población de países que no tienen buenas estadísticas demográficas. New York, Naciones Unidas, 1970. (Estudios sobre Población No, 39).

Ledermann S., Nouvelles tables-types de mortalité. Paris, Institut National d'Etudes Démographiques, 1969. (Travaux et Documents, Cahier, No. 53).

Naciones Unidas, Modelos de mortalidad por sexo y edad; tablas modelo de mortalidad para países insuficientemente desarrollados. Nueva York, Naciones Unidas, 1963. (Estudios sobre Población, No, 22).

Hill K.H., y Blacker J., Some Problems of African Demographic Analysis. Junio, 1971 (no publicado).

Carrier N., y Hobcraft J., Demographic Estimation for Developing Societies. Population Investigation Committee, London, 1971.

* * *

Fórm. 414-1000, Abril de 1973.-



