

celeste

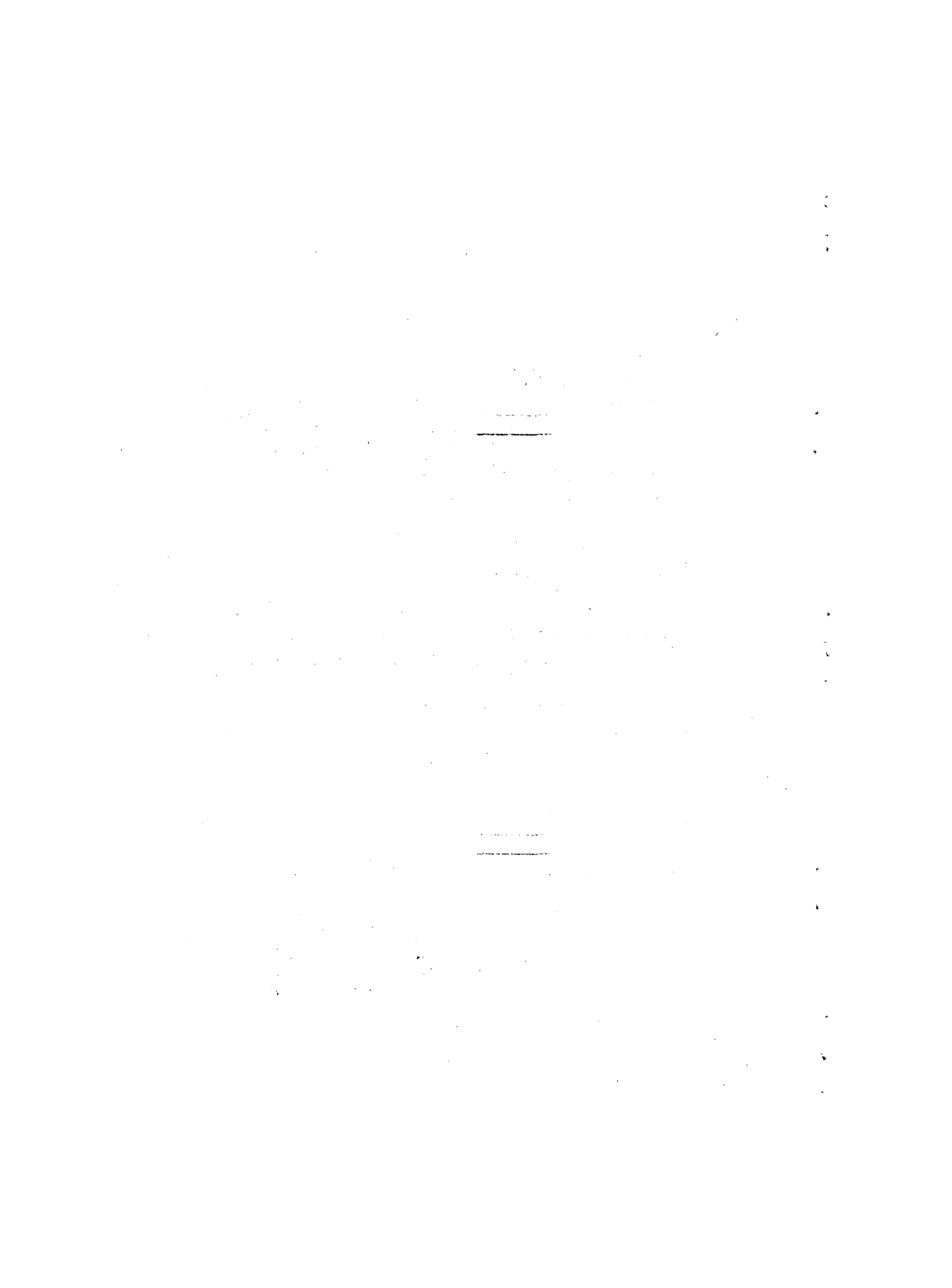
distribución interna

william brass

OBTENCION DE TASAS DE FECUNDIDAD Y  
REPRODUCCION A BASE DE  
INFORMACION RESTRINGIDA

VERSIÓN RESUMIDA DEL ARTÍCULO  
"THE DERIVATION OF FERTILITY AND REPRODUCTION  
RATES FROM RESTRICTED DATA ON REPRODUCTIVE  
HISTORIES", APARECIDO EN "POPULATION STUDIES",  
VOL. VII, 1953-1954, PÁGS.137-166.

Serie D, n° 28



En países en que no existe adecuado registro de los nacimientos y de las defunciones habrá de estimarse las tasas de reproducción por métodos alternativos. La información puede obtenerse de los Censos o a base de muestreo, en que generalmente se registra el número de nacidos vivos que han tenido las mujeres, el número de hijos que han fallecido, junto con información más o menos completa acerca de la edad.

Derivación de la tasa global de fecundidad (F)

Por tasa global de fecundidad se define la expresión

$$F = \int_0^n f(x) dx \quad (1)$$

siendo

$f(x)$  = la tasa específica de fecundidad a la edad (x)

$x$  = la edad contada desde la iniciación del período fértil

$n$  = el número de años que permanece la mujer en edad fértil

Este parámetro  $F$  multiplicado por la proporción de nacidos vivos que son mujeres nos conduce a la tasa bruta de reproducción.

Si  $C_t$  representa el número total de nacidos vivos tenidos por las mujeres durante el tiempo que permanecen en edad fértil y  $c(x)$  es el número de mujeres en edad (x), se tiene

$$C_t = \int_0^n c(x) dx \int_0^x f(y) dy \quad (2)$$

$$= \int_0^n f(y) g(y) dy \quad (3)$$

siendo  $g(y) = \int_y^n c(x) dx \quad (4)$

Suponiendo que en el intervalo fértil, la estructura  $c(x)$  de las mujeres varía linealmente, esto es, en la forma

$$c(x) = \alpha + \beta x \quad (5)$$

el total  $W$  de mujeres en edad fértil será igual a

$$W = \int_0^n c(x) dx = \alpha n + \frac{\beta n^2}{2} \quad (6)$$

La función  $g(y)$  tomará la forma particular

$$g(x) = \left( \alpha n + \frac{\beta n^2}{2} \right) - \left( \alpha y + \frac{\beta y^2}{2} \right) = W - \left( \alpha y + \frac{\beta y^2}{2} \right)$$

y si se reemplaza el valor de  $(\alpha)$  deducido de la relación (6)

$$g(y) = W - \frac{W}{n} \cdot y + \frac{\beta}{2} (ny - y^2) \quad (7)$$

lo que introducido en la relación (3) nos da

$$C_t = \int_0^n \left[ W - \frac{W}{n} y + \frac{\beta}{2} (ny - y^2) \right] f(y) dy$$

$$C_t = W \int_0^n f(y) dy - \frac{W}{n} \int_0^n y f(y) dy + \frac{\beta}{2} \left[ n \int_0^n y f(y) dy - \int_0^n y^2 f(y) dy \right]$$

Si se denota por  $\bar{x}$  y  $\sigma^2$ , la media y la variancia de la función  $f(x)$ , o sea

$$\bar{x} F = \int_0^n x f(x) dx \quad (8)$$

$$(\sigma^2 + \bar{x}^2) F = \int_0^n x^2 f(x) dx \quad (9)$$

Podemos escribir

$$C_t = WF - \frac{WF\bar{x}}{n} + \frac{\beta}{2} \left[ nF\bar{x} - (\sigma^2 + \bar{x}^2)F \right]$$

con lo cual

$$\frac{C_t}{WF} = \left( 1 - \frac{\bar{x}}{n} \right) + \frac{\beta}{2W} \left[ \bar{x}(n - \bar{x}) - \sigma^2 \right]$$

y si se introduce el parámetro "p" definido por la relación

$$p = \frac{n\beta}{W} \quad (10)$$

se tiene finalmente

$$\frac{C_t}{WF} = 1 - \frac{\bar{x}}{n} + \frac{p}{2n} \left[ \bar{x}(n - \bar{x}) - \sigma^2 \right] \quad (11)$$

En la expresión (11) se tiene los parámetros  $p$ ,  $\bar{x}$  y  $\sigma^2$  que conviene estudiar en cuanto a campo de variación, situación que puede analizarse a base de la siguiente tabla:

Cuadro 1

Año	País	Media $\bar{x}$	Variancia $\sigma^2$	Coficiente de p
1941	Africa del Sur (Blancos)	13.7	39.1	3.07
1941	Canadá	14.1	39.3	3.08
1940	Estados Unidos: Blancos	12.4	37.6	3.01
	No blancos	10.9	42.8	2.76
1930-32	Chile	15.0	46.3	2.98
1940	Nicaragua	13.8	35.6	3.13
1930	Japón	15.2	40.3	3.08
1933-34	Austria	13.8	41.8	3.03
1941	Bélgica	14.3	36.3	3.14
1934-35	Bulgaria	13.2	40.3	3.02
1940	Dinamarca	13.4	36.0	3.11
1938	Estonia	14.6	38.2	3.11
1940	Finlandia	15.0	41.3	3.06
1936	Francia	13.0	36.4	3.08
1937	Alemania	14.3	33.8	3.10
1930-32	Hungría	13.4	40.5	3.03
1940	Islandia	14.6	41.3	3.06
1935-37	Italia	15.3	39.3	3.09
1934-36	Letvia	15.1	37.9	3.12
1935-36	Luxemburgo	14.3	36.0	3.14
1930-31	Noruega	16.2	38.9	3.08
1930-31	Holanda	16.0	36.8	3.12
1931-32	Polonia	15.1	40.1	3.08
1940-41	Portugal	15.3	41.0	3.07
1940	España	15.9	33.3	3.18
1940	Inglaterra y Gales	13.7	34.8	3.14
1945	Escocia	14.3	35.2	3.16
1940	Suecia	14.0	39.4	3.03
1941-42	Suiza	15.0	31.7	3.22
1930-31	Checoslovaquia	13.6	38.6	3.08
1932-34	Australia	14.2	39.8	3.07
1936	Nueva Zelandia	14.3	35.0	3.16
1940	Hawai	13.1	40.8	3.01

En esta tabla puede verse que  $\bar{x}$  prácticamente está en el centro del intervalo 15-45, o sea el valor 15 y que la variancia  $\sigma^2$  es prácticamente constante (40). Además el valor de  $\bar{x}(n-\bar{x})$  no se afecta mucho para valores de  $\bar{x}$  que están alrededor de 15. El parámetro (p) varía muy poco de un país a otro, estando su promedio (3.1) cerca de casi todos los valores. De la relación (11) podemos aislar el valor de  $F_e$ , que denotaremos por  $F_e$ :

$$F_e = \frac{C_t}{W} \left( 1 - \frac{\bar{x}}{n} + \frac{p}{2n} [\bar{x}(n-\bar{x}) - \sigma^2] \right) \quad (12)$$

siendo aconsejable calcular el valor del parámetro (p) a base de la relación

$$p = 2(W_{30}^{45} - W_{15}^{30})/15W \quad (13)$$

deducida calculando la inclinación de la línea recta que siguen las  $c(x)$  mediante el método de Wald.

En la tabla 2 se indican los valores  $F$  deducidos de la fórmula (12) que se comparan con los valores  $F_e$  deducidos por integración numérica de la expresión

$$C_t = \int_0^n c(x) dx \int_0^x f(y) dy$$

y el uso de los valores  $\bar{x}$  tomados de la tabla 1 y el valor 3.1 para el parámetro (p).

Cuadro 2

Año	País	$C_t/W$	p	$F_1$	F	$F_e$
1941	Africa del Sur (Blancos)	1.50	-0.016	3.02	3.04	3.03
1930-35	Japón	1.90	-0.028	4.66	4.71	4.67
1941	Canadá	1.30	-0.022	2.81	2.83	2.82
1940	Estados Unidos: Blancos	1.14	-0.013	2.09	2.10	2.09
	No blancos	1.36	-0.019	2.31	2.32	2.33
1930-32	Chile	1.82	-0.033	4.50	4.67	4.59
1940	Nicaragua	1.80	-0.030	4.07	4.10	4.03
1941	Bélgica	0.88	+0.008	1.63	1.64	1.60
1934-35	Bulgaria	1.78	-0.018	3.45	3.50	3.52
1940	Dinamarca	1.22	-0.006	2.21	2.22	2.28
1938	Estonia	1.07	+0.005	2.01	2.02	2.01
1940	Finlandia	0.98	-0.005	2.07	2.09	2.03
1936	Francia	1.22	+0.007	2.03	2.04	2.07
1940	Islandia	1.24	-0.018	2.73	2.76	2.71
1935-37	Italia	1.32	-0.013	2.90	2.93	2.95
1935-36	Luxemburgo	0.97	0.000	1.83	1.84	1.85
1930-31	Noruega	0.86	-0.017	2.11	2.14	2.10
1930-31	Holanda	1.19	-0.019	2.93	2.95	2.92
1931-32	Polonia	1.44	-0.024	3.47	3.53	3.42
1940-41	Portugal	1.37	-0.017	3.13	3.18	3.13
1940	España	1.24	-0.018	3.02	3.06	2.99
1940	Inglaterra y Gales	0.94	0.000	1.74	1.74	1.73
1945	Escocia	1.15	+0.001	2.23	2.23	2.18
1940	Suecia	0.95	-0.004	1.82	1.83	1.83
1941-42	Suiza	1.10	+0.004	2.16	2.17	2.15
1930-31	Checoslovaquia	1.23	-0.017	2.49	2.50	2.50
1932-34	Australia	1.05	-0.012	2.14	2.16	2.13
1936	Nueva Zelandia	1.01	-0.015	2.11	2.12	2.11
1940	Hawai	1.37	-0.037	3.04	3.06	3.05

Además en esta misma tabla se indica el valor de  $F_1$  que es la fecundidad acumulada hasta la edad 45.

Para todos los países en que la hipótesis de variación lineal para  $c(x)$  pareció poco adecuada, se calculó  $p$  por el método de mínimos cuadrados. De todas maneras puede notarse que la fórmula de estimación para  $F$  dada por la relación (12) es bastante aceptable.

En los cálculos se ha tomado como período fértil el intervalo 15-45. La comparación entre  $F_1$  y  $F$  muestra que generalmente la fecundidad de mujeres mayores de 45 años tiene un efecto insignificante en la fecundidad total y  $F$  puede por lo tanto tomarse indistintamente como estimación de  $F$  ó de  $F_1$ , a pesar que formalmente  $F_e$  estima mejor a  $F_1$ .

En una comunidad primitiva puede resultar difícil estimar los parámetros  $\bar{x}$  y  $p$ , de allí que se hace necesario decir algunas palabras para solucionar este caso. Observando la tabla 1 podemos ver que  $\bar{x}$  varía desde 10.9 a 16.2 y de esa manera  $(30-\bar{x})/30$  varía entre 0.637 y 0.460 lo que es una diferencia muy importante, ya que conduciría a un error en  $F$  del 15 por ciento. Por otra parte  $3.1p$  varía entre -0.115 y 0.025 lo que también contribuiría a un error de 15 por ciento en la  $F$  estimada. Además no sería raro encontrar en una población primitiva errores mayores de determinación. Puede pensarse que  $F$  está correlacionada con  $(\bar{x})$  y  $(p)$  pero esta correlación probablemente puede ser pequeña. Ello puede verse en el cuadro 1 en donde los valores altos y bajos de  $\bar{x}$  corresponden valores altos y bajos de  $F$ . En general, si  $F$  es alto  $(p)$  será negativo grande en una población aislada donde las tasas de fecundidad permanecen constantes durante cierto tiempo. En una población actual, sin embargo, las tasas de fecundidad pueden estar cambiando y además se presenten migraciones.

#### Nacimientos del año. (C)

Antes de usar la relación (12) en un problema práctico veremos otro índice, que es el número de niños nacidos vivos en un año con respecto a un número medio de mujeres en edad fértil, al que daremos el nombre de "nacimientos del año". Este índice puede usarse como una aproximación a la (tasa global) de fecundidad ( $F$ ).

Si  $C$  es ese número, tendremos la relación

$$C = \int_0^n c(x)f(x)dx \quad (14)$$

que para el caso que la estructura  $c(x)$  es lineal, nos permite escribir

$$\frac{nc}{WF} = 1 - \frac{p}{2}(n-2\bar{x}) \quad (15)$$

o sea

$$F_e = \frac{nc}{W} / \left[ 1 - \frac{p}{2}(n-2\bar{x}) \right] \quad (16)$$

Cuadro 3

Año	País	NC/W	F <sub>1</sub>	F	F' <sub>e</sub>
1941	África del Sur (Blancos)	3.16	3.02	3.04	3.10
1930-35	Japón	4.63	4.66	4.71	4.66
1941	Canadá	2.88	2.81	2.83	2.82
1940	Estados Unidos: Blancos	2.17	2.09	2.10	2.10
	No blancos	2.49	2.31	2.32	2.31
1930-32	Chile	4.47	4.50	4.67	4.47
1940	Nicaragua	4.10	4.07	4.10	3.96
1934-35	Bulgaria	3.79	3.45	3.50	3.66
1936	Francia	2.11	2.03	2.04	2.14
1935-37	Italia	3.02	2.90	2.93	3.04
1930-31	Noruega	2.08	2.11	2.14	2.13
1930-31	Holanda	2.90	2.93	2.95	2.96
1931-32	Polonia	3.58	3.47	3.53	3.59
1940	España	2.97	3.02	3.06	3.02
1940	Inglaterra y Gales	1.76	1.74	1.74	1.76
1945	Escocia	2.18	2.23	2.23	2.18
1932-34	Australia	2.14	2.14	2.16	2.12
1940	Hawai	3.20	3.04	3.06	2.99

En la tabla 3 puede verse la bondad de esta estimación  $F'_e$  de  $F$ , en donde se ha calculado el valor de  $C$  a base de las tasas específicas de fecundidad y el número de mujeres en cada grupo quinquenal del intervalo 15-45 y  $\bar{x}$  y  $p$  de la tabla 1.  $F_1$  y  $F$  son los mismos indicados en la tabla 2 y  $F'_e$  se ha calculado con la relación (16).

Puede verse que  $\frac{NC}{W}$  no discrepa más de 5 % de los valores  $F$  indicados, excepto para el caso de Bulgaria y la población negra de EE.UU. En algunas comunidades  $\bar{x}$  puede ser tan pequeño como 10 y  $p$  tan alto como 0.04. En ese caso el término  $(p(n-2\bar{x}))/2=0.20$ , lo que conduce a una estimación  $F'_e$  con un error muy grande. De esa manera  $NC/W$  no puede usarse como una medida de  $F$  o como un índice para comparar distribuciones de fecundidad sin tomar en cuenta el efecto de  $\bar{x}$  y  $p$ .

Las estimaciones  $F'_e$  son más inexactas que las estimaciones  $F_1$ , lo que se debe esencialmente a la hipótesis de linealidad de  $c(x)$  que asegura que el número de mujeres en las primeras y segundas mitades de la distribución teórica son muy vecinas a los totales verdaderos, pero no así en la parte central del intervalo fértil. Estas diferencias tienen poco efecto en  $F_1$ , ya que el tamaño medio de la familia para mujeres de esas edades no es muy diferente de  $C_1/W$ .

La relación (16) para  $F'_e$  puede usarse para estimar el error en el método de sustitución para encontrar la fecundidad total. Este método se usa cuando  $c(x)$  y  $C$  se conoce y no se tiene información acerca de la edad de las madres. Enseguida pueden aplicarse tasas específicas de alguna otra comunidad a las mujeres de esa población y obtenerse de esa manera el número esperado de hijos nacidos vivos. Si la razón del número observado con respecto a este número esperado es  $k$ , la fecundidad total es igual a  $k$  veces la fecundidad total determinada por el método de sustitución.



Esto significa que  $F_s$ , la tasa global de fecundidad del método de sustitución se calcula de una distribución cuya media es  $\bar{x}_s$  en lugar de la media verdadera  $\bar{x}$ .

Se tiene así

$$F_s \left[ 1 - \frac{p}{2}(n-2\bar{x}_s) \right] \cong F \left[ 1 - \frac{p}{2}(n-2\bar{x}) \right]$$

o sea

$$\frac{F_s}{F} \cong 1 + p(\bar{x} - \bar{x}_s) \quad (17)$$

En países europeos donde las medias no difieren mucho y  $p$  es bastante pequeño, este error de estimación no será muy grande; pero en cambio en una comunidad donde  $p$  puede ser de tamaño importante y no se conoce, el error puede ser apreciable. Así por ejemplo si la diferencia de las medias es 3 y  $p=0.04$ , el error en la estimación será 12 %.

Se ha dicho que cuando se depende de las historias reproductivas de los hijos nacidos del último año, las tasas específicas de fecundidad no son muy seguras. Cuando se dispone de información segura acerca del número de niños nacidos en el último año es también probable que se disponga de la edad de las madres y por lo tanto se obtendrán buenas tasas específicas directamente. Lo que ahora se dirá corresponde más bien a situaciones en que se depende de las cifras de un Censo.

Los métodos usados para estimar  $\bar{x}$  y  $p$  dependen de la información disponible. Ya se ha dado una fórmula (13) para estimar "p". Si se dispone de historias reproductivas es posible tener, aunque en forma rudimentaria, alguna información sobre clasificación por edad. Para poder aplicar los métodos indicados anteriormente es necesario que al menos dos edades (edad inferior y superior de paridad) puedan delimitarse claramente. Aún clasificaciones por edad tan gruesas, como niños y adultos conocida para la población, permitirá estimar el valor de "p". Si no se dispone de ninguna distribución por edad, deberá usarse información de otras encuestas, teniéndose como último recurso conjeturar un valor "p" por el conocimiento de la localidad. Aún errores relativamente importantes en el valor de "p" no producen errores importantes en la estimación de  $F$ . Por ejemplo, un error de 0.01 en "p" que es bastante grande en el intervalo de variación de "p" conduce a un error de 6 por ciento en la estimación de  $F$ . La estimación de  $\bar{x}$  puede ser más difícil y un error grande en la estimación de  $\bar{x}$  conduce fatalmente a un error considerable en la estimación de  $F$ . A menos que se tenga conocimiento adecuado de los hábitos de la comunidad,  $\bar{x}$  puede calcularse con seguridad en datos obtenidos en la encuesta.

Si se puede disponer, sea del número de niños nacidos el año anterior o algunos años antes o el número de niños menores de cierta edad o cualquier otra edad adecuada para grandes grupos de edad en las mujeres,  $\bar{x}$  podrá calcularse directamente.

Puede decirse que errores en la edad de los niños no producirán errores de importancia en el cálculo de  $\bar{x}$ . En el cálculo de  $F$  deberá tomarse en consideración los niños fallecidos, no así en el cálculo de  $\bar{x}$ .

Experimentos con grupos amplios de edad muestran que el parámetro  $\bar{x}$  puede calcularse con gran seguridad, aún usando dos grupos solamente. Cuando esos cálculos se hicieron para los 18 países mostrados en la tabla 3, los valores de  $\bar{x}$ , usando únicamente los grupos 15-30 y 30-45 difirieron en 0.8 de los valores correctos.

Pese a que la información acerca de mujeres viejas es insegura, no sucede así para la información en mujeres jóvenes. La edad a la que comienza la paridad está muy correlacionada con el valor de  $\bar{x}$ . Si  $f$  es la proporción de la fecundidad total experimentada por las mujeres entre 15 y 20 años, la regresión lineal

$$\bar{x} = 16.2 - 38f/F$$

describe bastante bien la información encontrada en la tabla 1, con la excepción de la población negra de EE.UU.

Este análisis indica que la fecundidad en las primeras edades del período fértil puede usarse para estimar  $\bar{x}$ . No puede afirmarse esto más enfáticamente, dado que en comunidades en que la paridad comienza muy temprano, se carece de información.

Si las mujeres al comienzo de su edad fértil pueden clasificarse por edad, esto permitirá estimar  $\bar{x}$ . Esto puede obtenerse conociendo el número de niños menores de 1 año.

Se ha dicho que las mujeres viejas tienden a omitir niños nacidos vivos. Además se presenta el efecto de tasas diferentes de mortalidad. Estos dos factores tienden a hacer inseguro el número total de niños nacidos vivos para mujeres que han terminado su período fértil, aún si las tasas de fecundidad no han cambiado en el tiempo. Ya que puede esperarse que el registro para mujeres hasta edades de 35-40 años sea seguro, lo que constituye la mayoría de las mujeres en edad fértil, puede calcularse  $C_1/W$  omitiendo mujeres de edad superiores a 40 años.

La teoría es la misma, calculándose los parámetros  $\bar{x}$ ,  $\sigma^2$  y  $p$  para la distribución truncada. En la tabla 4 se indican los valores  $F_1^1$  calculados con ese acuerdo, esto es, con mujeres en el intervalo 15-40 años, notándose un buen acuerdo entre  $F_1$  y  $F_1^1$ .

Cuadro 4

Año	País	$C_t/W$	$F_1$	$F_s$	$F'_s$
1941	Africa del Sur (Blancos)	1.30	3.02	2.87	3.01
1930-35	Japón	1.58	4.66	4.30	4.74
1941	Canadá	1.10	2.81	2.65	2.82
1940	Estados Unidos: Blancos	0.99	2.09	2.02	2.09
	Negros	1.23	2.31	2.23	2.31
1930-32	Chile	1.53	4.50	4.10	4.62
1940	Nicaragua	1.52	4.07	3.96	4.03
1934-35	Bulgaria	1.57	3.45	3.26	3.50
1936	Francia	1.07	2.03	1.95	2.07
1935-37	Italia	1.09	2.90	2.67	2.98
1930-31	Noruega	0.69	2.11	1.89	2.14
1930-31	Holanda	0.96	2.93	2.67	2.99
1931-32	Polonia	1.21	3.47	3.21	3.52
1940	España	0.99	3.02	2.80	3.01
1940	Inglaterra y Gales	0.80	1.74	1.66	1.75
1945	Escocia	0.95	2.23	2.12	2.19
1932-34	Australia	0.87	2.14	2.02	2.17
1940	Hawai	1.19	3.04	2.88	3.09

Apliquemos las ideas anteriores a un caso real con fines puramente ilustrativos. La tabla 5 muestra los resultados obtenidos en una Encuesta realizada en Bukoba al este del Lago Victoria en Tanganyka.

Cuadro 5

Grupos de edad	Número de mujeres	Total de nacidos vivos		Niños vivos			
		Nº	Por mujer	Menores de 1 año		Menores de 5 años	
		Nº	Por mujer	Nº	Por mujer	Nº	Por mujer
15-19	243	144	0.6	43	0.177	106	0.436
20-24	307	338	1.1	31	0.101	157	0.511
25-29	335	559	1.7	24	0.072	150	0.448
30-34	200	399	2.0	9	0.045	56	0.280
35-39	221	475	2.1	4	0.018	42	0.190
40-44	189	465	2.5	1	0.005	20	0.106
45-49	141	321	2.3	-	-	4	0.028
Sobre 50	415	760	1.8	-	-	-	-

Esta tabla indica que la paridad empieza y termina temprano. La fecundidad sobre 35 años contribuye poco a la fecundidad general. Tomaremos 2 intervalos de fertilidad: 15-35 y 15-45 años.

De la sexta columna obtenemos el valor  $\bar{x} = 7.7$ , después de haber hecho la corrección en 6 meses para la edad de las madres, ya que esa es la edad cuando nacen sus hijos. Si se usa el número de niños menores de 5 años se tiene  $\bar{x} = 9.3$ . Usando grupos de diez edades y de 15 edades y los niños menores de 1 año, se obtiene 8.5 y 9.5 para  $\bar{x}$ . Las discrepancias se deben esencialmente al menor número de mujeres en el grupo 15-19. Si se conocieran los grupos de mujeres más jóvenes únicamente  $f/F$  saldría 0.40, cuando se aproxima  $F$  por  $nC/W$  en el intervalo 15-45 años. ( $C$  es el número de niños sobrevivientes). No existen datos estadísticos que indiquen valores tan altos de  $f/F$ , pero un estudio de la distribución para la población negra de EE.UU. en 1940 indica que la fecundidad acumulada alcanza  $0.4F$  alrededor de los 22.5 años. Esto indica que para las mujeres de Bukoba  $\bar{x}$  podría ser 2.5 a 3 años menor que los valores de EE.UU. o sea alrededor de 8 y 8.5 años. El número total de hijos nacidos por mujer de edad 15-19 estandarizado por el número medio de nacidos para mujeres sobre 45 años es alrededor de 0.4. Un estudio de las tasas específicas acumuladas indica que nuevamente esto es consistente con una media de 8 años. En la tabla 6 se indica el valor de  $F$  calculado con la relación (12), habiéndose calculado  $p$  con los datos del intervalo 15-45. Para el intervalo 15-35 se calculó de la misma manera a base de los números en los grupos 15-25 y 25-35 años.

Cuadro 6

Grupos de edad	$C_t/W$	$p$	$F(\bar{x}=8.0)$	$F(\bar{x}=9.5)$
15-35	1.33	-0.003	2.23	2.56
15-45	1.59	-0.025	2.35	2.57

Los valores de  $F$  encontrados usando los dos intervalos son parecidos, notándose que el uso de  $\bar{x}=9.5$  es mejor. Una fecundidad total entre 2.4 y 2.6 está de acuerdo con el número medio de niños nacidos para mujeres entre 40 y 50 años, pero no con el número medio de hijos para mujeres sobre 50 años. Todo lo que parece indicar que se han producido cambios débiles en la fecundidad total en los últimos 20 a 30 años.

Puede notarse entonces que cuando  $\bar{x}$  es muy bajo, los métodos basados en multiplicadores "típicos" para  $C_t/W$  ó  $C/W$  o tasas sustitutas conducirán a valores muy imprecisos para  $F$ .

Una de las hipótesis fundamentales hechas en las deducciones es que las tasas de fecundidad permanecen constantes de una generación a otra. Esto en general no será cierto y de allí que el  $F$  calculado por los métodos propuestos es un valor medio de generaciones.

Al considerar los cambios en fecundidad es útil enfocar el problema desde otro punto de vista. En la derivación de las relaciones anteriores  $f(x)$  puede considerarse también como la distribución de fecundidad de una cohorte de mujeres en el intervalo fértil.  $F$  es de ese modo una estimación del tamaño de familia completa deducida de  $C_t$  que es claramente una media ponderada de los tamaños de familia para todas las mujeres cuya edad está comprendida en el intervalo fértil.

Esta interpretación de  $F$  es importante puesto que el concepto de tamaño de familia completa es una medida de fecundidad más estable que la de una tasa basada en nacimientos anuales en donde pueden presentarse condiciones cambiantes. Por lo tanto  $F$  derivado de  $C_t/W$  puede ser una mejor estimación de fecundidad para el propósito actual que el valor derivado de los nacimientos anuales, aún cuando se tome en consideración un número apreciable de historias reproductivas.

Si el tamaño de familia completa está variando, pero no así la distribución de  $f(x)$  en las diversas cohortes de mujeres, entonces el  $F$  estimado debe quedar entre el menor y el mayor tamaño de familia completa para mujeres del intervalo. El valor preciso de  $F$  depende del modo en que esté cambiando la fecundidad y (en menor grado) de la distribución  $c(x)$ .

Si el tamaño de familia completa está cambiando con una tendencia constante, pero sin cambios de la función de fecundidad  $f(x)$  en las diversas cohortes, entonces

$$C_t = \int_0^n c(x) [1+d(x-k)] d_x \int_0^x f(y) dy \quad (18)$$

siendo  $d$  una constante que da el cambio anual,  $f(y)$  es la distribución de fecundidad para la cohorte, con media  $\bar{x}$ , y  $k$  es una constante arbitraria que depende del nivel de la fecundidad. La distribución de fecundidad permanece igual y por lo tanto el factor  $1+d(x-k)$  da el cambio lineal del tamaño último de la familia completa, que para mujeres de edad ( $x$ ) en el momento de la encuesta debe ser

$$[1+d(x-k)] \int_0^n f(y) dy \quad (19)$$

Para mujeres de edad ( $k$ ) ésta es igual a  $F$ . Si ( $k$ ) se elige de modo que

$$\int_0^n c(x)d(x-k)dx \int_0^x f(y)dy=0 \quad (20)$$

$$C_t = \int_0^n c(x)dx \int_0^x f(y)dy$$

usando la ecuación (12) con  $\bar{x}$  tomado de la distribución de fecundidad de la cohorte, se tendrá un tamaño de familia igual a  $F$ , que corresponde a mujeres de edad ( $k$ ).

La hipótesis

$$k \int_0^n c(x)dx \int_0^x f(y)dy = \int_0^n xc(x)dx \int_0^x f(y)dy \quad (21)$$

nos da ( $k$ ), la edad de las mujeres cuyo tamaño último de familia completa se está estimando.

Puede demostrarse que el efecto de  $c(x)$  en la ecuación anterior es muy pequeño, pero el álgebra es pesada y se omite. Si  $c(x)$  se toma constante y se cambia el orden de integración

$$k = \frac{\int_0^n f(x) dx \int_x^n y dy}{\int_0^n f(x) dx \int_x^n dy} = \frac{(n^2 - \bar{x}^2 - \sigma^2)/2}{n - \bar{x}} = n + \bar{x} - \frac{\sigma^2/2}{n - \bar{x}} \quad (22)$$

con lo que se ve que (k) es menor que el promedio de  $\bar{x}$  y n.

Si  $n=45$  años, esta edad estará comprendida entre 34 y 37 años, y si  $\bar{n}=40$ , entre 31 y 34.

En la práctica los tamaños de familia no varían de manera tan sencilla, presentándose además cambios en el modelo de  $f(x)$  y en especial, de su media  $\bar{x}$ . En la tabla 7 se indica el cambio de  $\bar{x}$  para diversos países, pudiendo presentarse cambios hasta de 1.5 años

Cuadro 7

País	Año	$\bar{x}$	Diferencia	Promedio diferencia por año
Africa del Sur (Blancos)	1924-29	13.99	0.06	0.00
	1946	13.93		
Canadá	1930-32	14.79	0.54	0.04
	1945	14.25		
Estados Unidos (Blancos y Negros)	1929-31	12.96	0.66	0.04
	1946	12.30		
Finlandia	1921-22	16.15	1.38	0.06
	1946	14.77		
Francia	1921-22	13.62	0.14	0.01
	1942	13.76		
Noruega	1910-11	16.98	1.44	0.04
	1945	15.54		
Suecia	1921-25	15.61	1.72	0.08
	1945	13.89		
Nueva Zelandia	1921-22	15.01	0.50	0.02
	1945	14.51		

El efecto de estos cambios en la estimación de  $F$  dependerá de la forma de esas variaciones. Si el tamaño de familia completa no ha variado pero se ha sucedido un rápido cambio en la media  $\bar{x}$  en años anteriores a la encuesta y  $\bar{x}$  se estima a base de los nacimientos de los últimos años, el error en la estimación de  $F$  será de

la misma magnitud que el error en la estimación de  $\bar{x}$ . Previamente se indicó que un error de 1 conducía a errores entre 5 y 7 por ciento en la estimación de  $F_e$ . Puede esperarse, sin embargo, que la fecundidad total esté cambiando junto con la forma de  $f(x)$ , y que el primero ejerce un efecto dominante. Existe muy escasa información acerca de las variaciones en el tiempo de la forma de  $f(x)$ , particularmente para cohortes de mujeres.

Las discusiones sobre el efecto de cambios de fecundidad sobre la estimación de  $F$  han sido necesariamente muy generales. Es posible concebir situaciones donde pueden presentarse grandes errores debido a la naturaleza de los cambios.

Para ilustrar el efecto de cambios en fecundidad en una población actual se han calculado los valores de la tabla 8. Se ha calculado la razón de niños nacidos vivos para mujeres de ciertas edades en los Estados Unidos.  $p$  se ha determinado directamente de la información disponible y las tasas específicas para diferentes períodos de tiempo. Una directa comparación puede hacerse en esa tabla entre la fecundidad total estimada a base de (12) y las calculadas por la Oficina del Censo. Se ha tomado como intervalo de edades 15-40 años a fin de reducir el efecto de cambios en fecundidad.  $F_e$  se ha estimado con (12),  $F_u$  es la estimación de la Oficina del Censo y  $F_{45-49}^e$  y  $F_{50-74}^e$  son los números medios de niños tenidos por mujeres de los intervalos indicados.

Cuadro 8

Población	1940		1935-40		1910		1905-10	
	$F_e$	$F_{45-49}^e$	$F_{50-74}^e$	$F_u$	$F_e$	$F_{45-49}^e$	$F_{50-74}^e$	$F_u$
Blanco:								
Urbano	1.74	2.31	2.63	1.68	2.88	3.58	4.20	2.71
Rural no agrícola	2.55	2.97	3.27	2.63	3.78	4.08	4.51	3.92
Rural agrícola	3.50	3.89	4.14	3.62	5.23	5.29	5.48	5.25
Total	2.19	2.72	3.04	2.20	3.68	4.14	4.63	3.59
No blancos:								
Urbano	1.90	2.32	3.07	1.76	2.88	4.17	5.17	2.23
Rural no agrícola	3.13	3.52	4.14	2.98	5.70	5.85	6.45	4.49
Rural agrícola	4.91	4.85	5.13	5.17	7.35	7.31	7.55	6.88
Total	2.79	3.19	3.88	2.85	5.28	5.86	6.49	4.55

Para todos los grupos, excepto población negra en 1910, existe un buen acuerdo entre  $F_e$  y  $F_u$ . En algunos casos  $F_{45-49}^e$  se acerca a  $F_u$ , pero excepto en un caso la diferencia es mayor que la observada entre  $F_e$  y  $F_u$ . En otros casos el acuerdo es muy pobre. Para todos los grupos  $F_{50-74}^e$  es una deficiente estimación de  $F_u$ . En los cálculos para los diferentes grupos  $\bar{x}$  varió desde 11.6 hasta 15.0 y  $p$  desde -0.004 hasta 0.046. De esa manera ninguna estimación de  $F_e$  basada en un coeficiente constante de  $(C_t W)$  habría dado un buen acuerdo con  $F_u$ .

En vista de las apreciables corrientes de migración, tanto internas como externas, no es posible obtener conclusiones cuantitativas específicas acerca de las diferencias observadas entre  $F^u$  y  $F^r$ . Pero parece que en los 15 a 20 años anteriores a 1910 y 1940 la fecundidad decreció poco para los blancos que vivían fuera de las ciudades y no mucho para los que vivían en ellas. En el período 1935-1940, la fecundidad para todos los grupos de blancos fue bastante más alta que la de 1930-35. Aún así,  $F^u$  debería haber resultado un poco mayor. En el período anterior a 1940 descendió bastante, lo que haría que  $F^r$  bajara.  $\bar{x}$  debe haber descendido antes de 1910, pero no hay evidencia directa de ello. En vista del cambio importante en la fecundidad para áreas urbanas, el valor de  $F^u$  para este grupo está de acuerdo con la teoría, y el valor para áreas rurales es aceptable, a pesar de su alto valor.  $F^r$  para áreas rurales no agrícolas es bastante alto y este resultado, aunque con menos énfasis, está reflejado en el valor para la población negra.

Un estudio de la información usada nos indica que la discrepancia se debe a la distribución de  $f(x)$  en el período 1905-1910 para la clase rural no-agrícola siendo inconsistente con el aumento en el número total de niños para las mujeres de todas las edades. Este último da un valor muy bajo de  $\bar{x}$ . Es posible que se hubiese presentado un decrecimiento repentino de la fecundidad de los negros en edades bajas, pero no se ha encontrado evidencia de ello. Pero a pesar de todas estas dificultades,  $F^u$  es aún una buena estimación de la fecundidad total mejor que la basada en el uso de mujeres que han pasado el período reproductor. A pesar de los considerables cambios en la fecundidad en el tiempo, aún así la relación (12) da una satisfactoria estimación de la fecundidad global.

A fin de estudiar el crecimiento potencial de una comunidad es necesario tener información tanto de las tasas de mortalidad como de las de fecundidad. En comunidades primitivas es difícil obtener esta información por las mismas razones que se ha indicado para las tasas de fecundidad. Si se dispone de la edad al morir de todos los niños y las edades de los sobrevivientes, es posible determinar las tasas específicas de mortalidad. Veamos si es posible resolver el problema de la mortalidad por un método semejante a uno de los usados para la fecundidad.

La tasa bruta de reproducción es igual a la tasa global de fecundidad cuando se usan los nacimientos femeninos en lugar de todos los nacimientos, o sea, es sencillamente la tasa global de fecundidad multiplicada por un factor constante, que varía ligeramente de una población a otra, pero que es menor de 0.5. La tasa neta de reproducción puede definirse como

$$R_0 = \int_0^n r(x)l(x+c)dx \quad (23)$$

siendo  $r(x)$  la tasa específica de fecundidad usando únicamente los nacimientos femeninos y  $l(x+c)$  es la proporción de mujeres nacidas vivas que sobreviven hasta la edad  $(x+c)$ .  $c$  es la edad de iniciación del período fértil.

Podemos usar, sin embargo, la relación

$$R'_0 = \int_0^n f(x)l(x+c)dx \quad (24)$$

donde  $f(x)$  es la tasa específica de fecundidad para todos los nacimientos. Esto hace diferir  $R'_0$  de  $R_0$  únicamente en un factor, que es la proporción de nacimientos femeninos.



En el intervalo fértil, la función  $l(x)$  varía casi linealmente, de modo que en forma aproximada se tendrá

$$R'_0 \approx F_1(\bar{x}+c) \quad (25)$$

Ya que se ha indicado cómo estimar  $F_1$ , siendo por lo tanto necesario solamente estimar  $l(\bar{x}+c)$  a fin de calcular  $R'_0$ . En la tabla 9 se muestra la bondad de esta aproximación.  $R'_0$  se ha calculado por integración numérica. Puede verse que existe un buen acuerdo entre  $F_1 l(\bar{x}+c)$  y  $R'_0$ .

Cuadro 9

Año	País	$F_1$	$l(\bar{x}+c)$	$F_1 l(\bar{x}+c)$	$R'_0$
1940-42	Canadá	2.81	0.90	2.53	2.53
1926-30	Japón	4.66	0.66	3.08	3.09
1939-41	Estados Unidos: Blancos	2.09	0.93	1.94	1.94
1930-40	No blancos	2.31	0.83	1.92	1.91
1930-32	Chile	4.50	0.55	2.48	2.46
1936-40	Dinamarca	2.21	0.91	2.01	2.00
1931-40	Finlandia	2.07	0.82	1.70	1.70
1933-38	Francia	2.03	0.86	1.75	1.75
1930-32	Hungría	2.79	0.73	2.04	2.04
1934-36	Latvia	2.07	0.83	1.72	1.71
1921-31	Holanda	2.93	0.88	2.58	2.56
1931-32	Polonia	3.47	0.73	2.53	2.53
1936-40	Suecia	1.82	0.91	1.66	1.67
1939-44	Suiza	2.16	0.91	1.97	1.98
1929-32	Checoslovaquia	2.49	0.78	1.94	1.94
1932-34	Australia	2.14	0.91	1.95	1.96
1934-38	Nueva Zelanda	2.11	0.93	1.96	1.96

Supongamos que además tenemos el número total de niños sobrevivientes de cada mujer. Aceptemos que  $l(x+c)$  es independiente del tiempo y que la mortalidad entre las mujeres de diversas cohortes es la misma.

Entonces el número de niños que sobreviven de madres de edad ( $k$ ) está dado por

$$H_k = \int_0^k f(x)l(k-x)dx \quad (26)$$

Si  $k$  está cerca o pasado del término de edad fértil, la hipótesis que  $l(k-x)$  es lineal nos conduce a la aproximación.

$$H_k \approx F_1(k-\bar{x}) \quad (27)$$

Si tomamos  $k=30$  es posible construir los valores indicados en la tabla 10. Los valores de  $H_{30}$  se han calculado por integración numérica tomando en consideración la curvatura de la función  $l(k-x)$ .

Cuadro 10

Año	País	$F_1$	$l(30-\bar{x})$	$F_1 l(30-\bar{x})$	$H_{30}$
1940-42	Canadá	2.81	0.93	2.61	2.60
1926-30	Japón	4.66	0.76	3.54	3.53
1939-41	Estados Unidos: Blancos	2.09	0.94	1.96	1.97
1930-40		No blancos	2.31	0.87	2.01
1930-32	Chile	4.50	0.63	2.83	2.81
1936-40	Dinamarca	2.21	0.93	2.06	2.05
1931-40	Finlandia	2.07	0.89	1.84	1.82
1933-38	Francia	2.03	0.90	1.83	1.82
1930-32	Hungría	2.79	0.78	2.18	2.17
1934-36	Latvia	2.07	0.87	1.80	1.81
1921-31	Holanda	2.93	0.91	2.67	2.68
1931-32	Polonia	3.47	0.79	2.74	2.73
1936-40	Suecia	1.82	0.94	1.71	1.71
1939-44	Suiza	2.16	0.94	2.03	2.04
1929-32	Checoslovaquia	2.49	0.82	2.04	2.04
1932-34	Australia	2.14	0.94	2.01	2.01
1934-38	Nueva Zelanda	2.11	0.95	2.00	2.00

Se puede ver que la aproximación  $F_1(K-\bar{x})$  es muy satisfactoria. Si se toma  $k-\bar{x}=\bar{x}-c$ , o sea,  $k=2\bar{x}-c$ , entonces  $H_{30} \approx R_0^!$ . Para mujeres de 50-60 años, por lo tanto, el número medio de hijos sobrevivientes es igual a  $R_0^!$ .

Un valor para  $H_{30}$  de un grupo de mujeres en un intervalo cercano a  $(2\bar{x}-c)$  podría, por lo tanto, dar una razonable estimación para  $R_0^!$  con tal que la mortalidad hubiese variado poco y los registros fueran buenos. Los peligros de cualquier método basado en información para mujeres de fecundidad concluida, por lo tanto, debe reforzarse.

Bajo la hipótesis que  $f(x)$  y  $l(x)$  son independientes del tiempo y que no hay efecto de tasas diferenciales de mortalidad, el número total de niños sobrevivientes a todas las madres del intervalo fértil  $(0,n)$  está dado por la relación

$$C_s = \int_0^n c(x) dx \int_0^x f(y) l(x-y) dy = \int_0^n c(x) T(x) dx \quad (28)$$

siendo  $T(x) = \int_0^x f(y) l(x-y) dy \quad (29)$

Esta expresión es del mismo tipo que la expresión para  $C_t$  excepto que  $T(x)$  reemplaza a  $\int_0^x f(y) dy$ . Podemos obtener una aproximación para  $C_s$  de la misma manera que para  $C_t$  y encontrar

$$C_s = W T_s \cdot \frac{n-\bar{x}_s}{n} \left[ 1 + \frac{p}{2} \left( \bar{x}_s - \frac{\sigma_s^2}{n-\bar{x}_s} \right) \right] \quad (30)$$

siendo 
$$T_s = \int_0^n f(y)l(n-y)dy \doteq Fl(n-\bar{x}) \quad (31)$$

y  $\bar{x}_s$  y  $\sigma_s^2$  la media y la variancia de la función  $T'(x)$ , primera derivada de la función  $T(x)$ .

Entonces

$$\frac{C_s}{C_t} \doteq l(n-\bar{x}) \frac{n-\bar{x}_s}{n-\bar{x}} \left[ 1 + \frac{p}{2} \left( \bar{x}_s - \frac{\sigma_s^2}{n-\bar{x}_s} \right) \right] / \left[ 1 + \frac{p}{2} \left( \bar{x} - \frac{\sigma^2}{n-\bar{x}} \right) \right] \quad (32)$$

$l(n-\bar{x})$  puede así estimarse de la razón de niños sobrevivientes a niños nacidos vivos para mujeres en edad fértil.

Observando  $T'(x) = f(x) + \int_0^x f(y)l'(x-y)dy$  se ve que esta función no es muy diferente que  $f(x)$ , de modo que el efecto de términos conteniendo  $p$  en la razón  $C_s/C_t$  es pequeño y de allí que

$$\frac{C_s}{C_t} \doteq l(n-\bar{x}) + \frac{\bar{x}-\bar{x}_s}{n-\bar{x}} l(n-\bar{x}) \quad (33)$$

que puede llevarse a la forma

$$\boxed{\frac{C_s}{C_t} \doteq G + k(1-G)} \quad (34)$$

siendo  $G = l(n-\bar{x})$

$$k \doteq \left[ (n-\bar{x})^2 - \sigma^2 + \frac{2p}{a} - 2pe^{-an} \left( n + \frac{1}{a} \right) I \right] / 2(n-\bar{x})(n-\bar{x}+p) \quad (35)$$

$$I = \int_0^n f(x)e^{ax} dx / F ; F=B/A ; l(x) = l-Ax-B(1-e^{-ax}) \quad (36)$$

A pesar que hay variaciones substanciales de  $k$  entre los países, la tabla II sugiere valores promedios para los intervalos 15-40; 15-45; 15-50 (0.09; 0.13 y 0.16).

Cuadro 11

Año	País	Valores de $k$ , donde los límites de variación son:		
		15-40 años	15-45 años	15-50 años
1940-42	Canadá	0.08	0.12	0.15
1926-30	Japón	0.10	0.15	0.19
1939-41	Estados Unidos: Blancos	0.10	0.14	0.17
1930-40	No blancos	0.15	0.19	0.22
1930-32	Chile	0.06	0.09	0.11
1936-40	Dinamarca	0.07	0.10	0.13
1931-40	Finlandia	0.11	0.17	0.21
1933-38	Francia	0.12	0.16	0.19
1930-32	Hungría	0.08	0.12	0.14
1934-36	Latvia	0.09	0.14	0.17
1921-31	Holanda	0.07	0.13	0.16
1931-32	Polonia	0.06	0.10	0.13
1936-40	Suecia	0.12	0.17	0.21
1939-44	Suiza	0.10	0.14	0.17
1929-32	Checoslovaquia	0.07	0.10	0.13
1932-34	Australia	0.10	0.14	0.17
1934-38	Nueva Zelandia	0.10	0.15	0.19

Debido al bajo valor de  $\bar{x}$  para la población negra de EE.UU. parece conveniente desviar el valor de  $k$  y tomar 0.13 para el intervalo 15-40 años.

A fin de ver la calidad de la estimación de  $l(n-\bar{x})$  se ha usado la relación (34) calculando  $C_1$  y  $C_2$  por integración numérica y usando para  $l(n-\bar{x})$  los valores medios de  $k$  ya indicados o bien los valores del Cuadro 12, lo que ha dado origen a los valores  $l_k(n-\bar{x})$ .

Estos valores estimados se presentan en el Cuadro 12 junto con el valor verdadero de  $l$ .

Cuadro 12

Año	País	Límites de variación								
		15-40 años			15-45 años			15-50 años		
		$l_e$	$l_k$	$l$	$l_e$	$l_k$	$l$	$l_e$	$l_k$	$l$
1940-42	Canadá	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.92	0.92	0.92
1926-30	Japón	0.79	0.79	0.78	0.77	0.76	0.77	0.74	0.74	0.73
1939-41	EE.UU.: Blancos	0.95	0.95	0.95	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94
1930-40	No blancos	0.90	0.89	0.88	0.88	0.87	0.87	0.87	0.86	0.84
1930-32	Chile	0.64	0.65	0.64	0.61	0.63	0.63	0.58	0.61	0.60
1936-40	Dinamarca	0.93	0.93	0.93	0.92	0.93	0.93	0.92	0.92	0.92
1931-40	Finlandia	0.90	0.90	0.89	0.89	0.89	0.89	0.88	0.87	0.87
1930-32	Hungría	0.80	0.80	0.79	0.78	0.78	0.78	0.76	0.77	0.76
1934-36	Latvia	0.89	0.89	0.88	0.88	0.87	0.87	0.86	0.86	0.86
1921-31	Holanda	0.92	0.92	0.92	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91	0.91
1931-32	Polonia	0.80	0.81	0.80	0.78	0.79	0.79	0.76	0.77	0.77
1936-40	Suecia	0.95	0.95	0.95	0.94	0.94	0.94	0.94	0.93	0.93
1939-44	Suiza	0.95	0.95	0.95	0.94	0.94	0.95	0.94	0.94	0.94
1929-32	Checoslovaquia	0.83	0.83	0.83	0.82	0.82	0.82	0.80	0.81	0.81
1932-34	Australia	0.95	0.94	0.94	0.94	0.94	0.94	0.93	0.93	0.93
1934-38	Nueva Zelandia	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95
1933-38	Francia	0.91	0.91	0.91	0.90	0.90	0.90	0.89	0.89	0.88

Una vez que se ha determinado  $l(n-\bar{x})$  mediante la ecuación (34) es necesario determinar  $l(\bar{x}+c)$ , a fin de estimar la tasa neta de reproducción. El único método para esta determinación parece ser comparar valores para tablas de vida existentes. Una regresión lineal de  $l(30)$  y  $l(15)$  para 40 tablas publicadas nos da la ley

$$l_e(30) = -0.197 + 1.17 l(15)$$

(En la práctica  $(\bar{x}+c)$  y  $(n-\bar{x})$  no son exactamente iguales a 30 ó 15).

En el Cuadro 13 se indica los errores (en porcentajes) en la estimación de F, G y  $R_0$  para diversos valores de G cuando se omiten niños fallecidos en proporciones diversas.

Cuadro 13

Porcentaje de niños muertos omitidos	G = 0.95			G = 0.80			G = 0.65		
	Porcentaje de errores en			Porcentaje de errores en			Porcentaje de errores en		
	F	G	$R_0$	F	G	$R_0$	F	G	$R_0$
10	0.4	0.5	0.2	1.7	2.1	0.9	3.0	3.9	2.1
30	1.3	1.5	0.5	5.2	6.5	2.6	9.1	12.4	6.1
50	2.2	2.6	0.9	8.7	11.3	4.4	15.2	22.1	10.1

Aún cuando la omisión sea relativamente importante, ello afecta poco al valor de  $R_0$ .

La tasa neta de reproducción es una medida del potencial de crecimiento, ya que de ella puede derivarse la tasa de crecimiento natural que es la imperante en último instante si se mantienen inalteradas las tasas de fecundidad y de mortalidad.

La tasa de crecimiento natural es aproximadamente igual a

$$r = \log_e R_0 / h \quad (37)$$

siendo  $h$  el valor medio de la función  $f(x)l(x+c)$  medida desde el nacimiento. Esta es un poco menor que el valor medio de  $f(x)$ , o sea que  $(\bar{x}+c)$ . De cálculos hechos para un cierto número de países la mayor diferencia (para India) fue de 1 por ciento, la menor para países europeos menos de 0.1 por ciento. Si se toma como  $h$  el valor  $(\bar{x}+c - 0.5)$ , el máximo error en  $h$  será menor del 2 por ciento, lo que acarrea un error muy pequeño en el cálculo de "r".

En el Cuadro 14 se indican los valores  $R_0$  y  $r$  de la tasa neta de reproducción y tasa de crecimiento natural calculadas a base de los datos publicados. Los valores  $R_0'$  y  $r'$  corresponden a los determinados por las relaciones (25) y (37) usando como intervalo fértil 15-45, la estimación de  $F$  del cuadro 2,  $l(n-\bar{x})$  del Cuadro 12 y  $l(c+\bar{x})$  de tablas de vida disponibles en que las tasas de supervivencia se ajustan bien por una ecuación de regresión.

Cuadro 14

Año	País	$R_0$	$R_0'$	$R_0 / d\bar{x}$	$R_0 / d_n$	$r$	$r'$	$r / d\bar{x}$	$r / d_n$
1940-42	Canadá	1.23	1.23	1.14	1.15	+0.007	+0.007	+0.005	+0.005
1926-35	Japón	1.51	1.59	1.48	1.49	+0.014	+0.016	+0.014	+0.013
1939-41	EE. UU.: Blancos	0.95	0.93	0.87	0.88	-0.002	-0.003	-0.005	-0.005
1930-40	No blancos	0.93	0.97	0.90	0.92	-0.003	-0.001	-0.004	-0.003
1930-32	Chile	1.23	1.16	1.09	1.11	+0.007	+0.005	+0.003	+0.004
1936-40	Dinamarca	0.97	0.99	0.92	0.94	-0.001	0.000	-0.003	-0.002
1931-40	Finlandia	0.83	0.83	0.77	0.78	-0.006	-0.006	-0.009	-0.008
1933-38	Francia	0.85	0.86	0.80	0.82	-0.006	-0.005	-0.009	-0.007
1921-31	Holanda	1.25	1.23	1.13	1.13	+0.007	+0.007	+0.004	+0.004
1931-32	Polonia	1.24	1.18	1.10	1.11	+0.007	+0.006	+0.003	+0.004
1936-40	Suecia	0.81	0.81	0.74	0.75	-0.007	-0.007	-0.011	-0.010
1939-44	Suiza	0.96	0.94	0.86	0.87	-0.001	-0.002	-0.005	-0.005
1929-32	Checoslovaquia	0.95	0.93	0.87	0.88	-0.002	-0.003	-0.005	-0.005
1932-34	Australia	0.95	0.94	0.87	0.88	-0.002	-0.002	-0.005	-0.004
1934-38	Nueva Zelandia	0.95	0.94	0.86	0.87	-0.002	-0.002	-0.006	-0.005

Hasta ahora se ha aceptado que  $f(x)$  y  $l(x)$  son independientes del tiempo. Si las tasas varían con el tiempo la influencia de  $c(x)$  puede despreciarse, ya que ella tiene poco efecto en el cálculo de la razón  $C/C_t$ . Si  $l(x)$  es independiente del tiempo pero la fecundidad varía, el número de niños nacidos y fallecidos para

mujeres de cierta edad diferirán con los dados por la teoría; pero su efecto en la razón anotada puede despreciarse. Únicamente si se presentara un cambio muy grande y consistente en la fecundidad y una alta mortalidad, ello causaría un error un poco mayor en la tasa  $l(n-\bar{x})$ . En el caso de fecundidad decreciente, la F estaría sobreestimada y  $l(n-\bar{x})$  estaría subestimada.

Si las tasas de mortalidad han cambiado, la bondad de la estimación (34) de las tasas de supervivencia dependerá de la naturaleza del cambio. En particular, la influencia de la mortalidad infantil es tan importante que si ella se ha alterado substancialmente en un período de tiempo muy corto justo antes de la realización de la encuesta, las tasas reales serían muy diferentes de la estimada (34). Un método basado en la supervivencia de niños de mujeres viejas conducirá, casi ciertamente, a resultados más equívocos. En tales casos la técnica descrita aquí será de poco valor práctico y será necesario tener más información si se quieren obtener índices útiles.

El Cuadro 15 muestra los niños sobrevivientes para mujeres cuya fecundidad se discutió previamente. Tomamos  $m = 9.0$  y  $F = 2.5$  de los resultados anteriores.  $\bar{x}+c=24$  y  $k-\bar{x}=23.5$  desde la media del grupo 45-49. La razón de niños sobrevivientes de madres de 45-49 años será aproximadamente proporcional a la tasa neta de reproducción, si no se presentan cambios en fecundidad y mortalidad y no hay mortalidad selectiva o error en la información. Esta razón es 1.70. Multiplicando por 0.485 para obtener la tasa neta de reproducción se llega a  $R_0 = 0.82$ . El número de mujeres de este grupo es tan pequeño que está sujeto a grandes errores de muestreo.  $C/C_0$  es 0.694, 0.685 y 0.691 para intervalos que llegan hasta 35.40 y 45 años respectivamente. En vista del bajo valor de  $x$ , se ha tomado para  $k$  en la relación (34) los valores 0.09, 0.13 y 0.16 obteniéndose

$$l(11) = 0.664; \quad l(16) = 0.638; \quad l(21) = 0.632$$

Cuadro 15

Grupos de edad	Total nacidos vivos	Total sobrevivientes	Porcentaje de sobrevivientes
15-19	144	107	74
20-24	338	236	70
25-29	559	382	68
30-34	399	275	69
35-39	475	312	66
40-44	465	332	71
45-49	321	239	74
Sobre 50	760	456	60

Estos valores no son muy consistentes entre sí, pero indican que las tasas de supervivencia son un poco mayores que las observadas en Guatemala en 1939-1941 y un poco menores que las de Bangkok en 1937-1938. Para estos dos países la estimación  $l(30)$  a base de la ecuación de regresión está muy cerca del valor observado, y esto

indica que para Bukoba 1(24) debe estar comprendida entre 0.61 y 0.62 y  $R_0$  igual a 0.75. El acuerdo con el valor obtenido para mujeres de edad 45-49 años es bastante bueno.

Esta comunidad aparece como una comunidad en la que la fecundidad y mortalidad han cambiado poco en una generación y donde 0.75 puede aceptarse como una cifra segura. Se ha usado niños de ambos sexos en los cálculos, debido al número reducido de casos pero las diferencias entre la mortalidad femenina y masculina afectan relativamente poco el resultado.

El análisis se ha llevado en término de parámetros que describen las diversas funciones. En la práctica, en lugar de estimar parámetros, pueden usarse los de otras comunidades (países). Así, si para una comunidad similar a la de estudio, se dispone de  $c(x)$  y  $f(x)$  se puede calcular  $\underline{F}$  usando la relación

$$F = VF_s / V_s$$

siendo  $V = C_t / W$  para la comunidad en estudio y  $V_s$  el valor de la misma razón para la comunidad de  $c(x)$  y  $f(x)$  conocidos. El orden de aproximación será el mismo que usar la relación (12) si  $\bar{x}$  y  $p$  se determinarán de las  $c(x)$  y  $f(x)$  de la comunidad en estudio.

Métodos análogos pueden usarse para determinar las tasas de supervivencia con el uso de la relación (34).





