

LS/m

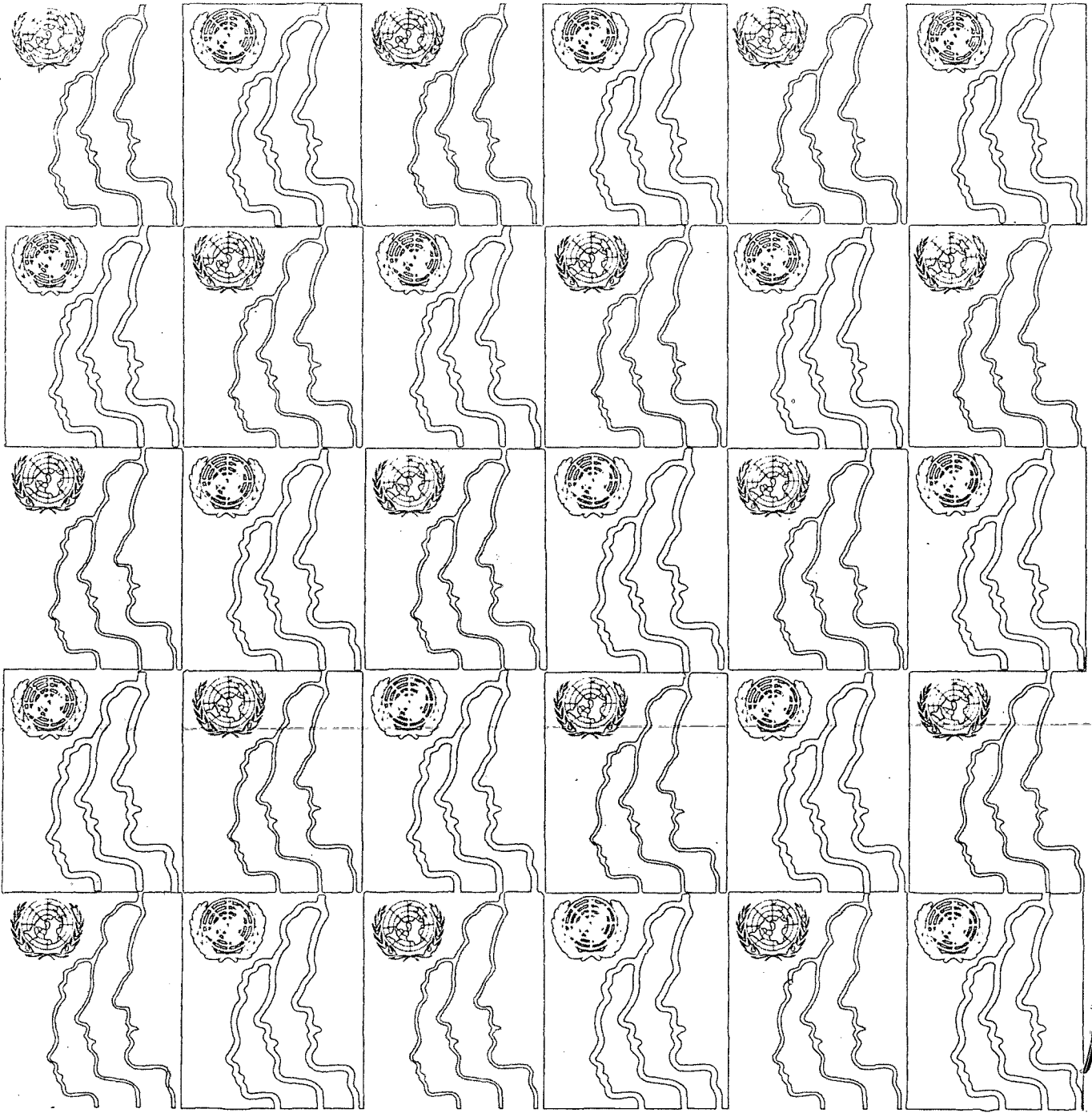
Kojima

J-1533

00XL 0081600  
 Fecha recibida: 6/1/70  
 ARCHIVO de DOCUMENTOS/360  
 CELADE

GENERALIDADES Y ALGUNAS APLICACIONES  
 REALIZADAS EN CELADE //

Juan José Calderón



Santiago de Chile

Septiembre, 1976

Centro Latinoamericano de Demografía

celade

7  
2

3  
2



Faint, illegible text or markings across the middle of the page.

Juan José Calderón

Las opiniones y datos que figuran en este trabajo son responsabilidad de los autores, sin que el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE) sea necesariamente partícipe de ellos.

## I N D I C E

	<u>Página</u>
I. INTRODUCCION .....	1
1. Modo Ejecución .....	2
2. Modo Definición .....	3
II. FUNCIONES DEFINIDAS EN EL AREA CELADEM .....	10
III. FUNCIONES DEFINIDAS EN EL AREA CELACAL .....	11
IV. FUNCIONES DEFINIDAS EN EL AREA CELAEST .....	12
ANEXO 1 .....	71
ANEXO 2 .....	77
ANEXO 3 .....	83
ANEXO 4 .....	88



## I. INTRODUCCION

Esta publicación tiene por objeto dar a conocer las características principales del sistema APL, sus ventajas, sus limitaciones y el uso que se le ha dado en CELADE.

La experiencia lograda durante el tiempo que se ha trabajado con él ha permitido formarse una clara opinión acerca de la importancia de un sistema como éste en un centro de investigaciones como CELADE.

El sistema APL es, en realidad, un conjunto de instrucciones que se "cargan" en un computador, el cual controla y atiende a muchos "terminales APL" conectados a él y ubicados normalmente a distancia. La atención y control de éstos se realiza a través de algunos equipos de interconexión, además de líneas telefónicas directas que sirven de unión. El "terminal APL" de este caso es un "terminal de comunicaciones IBM 2741", en el cual se escriben las instrucciones que se descenden al sistema o, mejor dicho, al computador central (en este caso un IBM 360/40 H), y en el que también éste escribe las respuestas a esas instrucciones.

Todo este traspaso de información se escribe en el lenguaje propio del sistema APL/360, el APL (A Programming Language, adaptado al sistema 360 de la IBM), el cual tiene una simbología y normas de sintaxis propias, que se diseñaron basándose en lo que se utiliza normalmente en álgebra moderna.

Además del IBM 2741, puede verse junto a él una caja con un interruptor. En este caso, es el Modem IBM 3976, cuya función está relacionada con la modulación de las señales enviadas entre el terminal y el computador. El resto de la conexión con el computador consiste en: una línea telefónica (privada o con conexión directa) que enlaza al terminal remoto con la sala del computador, otro Modem para realizar una segunda demodulación y una unidad de control para el acceso al computador (una IBM 2702).

La característica más relevante de los terminales, cualquiera que sea el sistema al que estén conectados, es que permite la utilización "simultánea" de un computador por muchos terminales, es decir, por muchos usuarios diferentes,

cada uno de ellos con problemas y procesos independientes entre sí. Esto es posible gracias a que el sistema que controla el funcionamiento del computador está diseñado de manera que atienda a cada uno de los terminales por fracciones de segundo, permitiendo así un mayor aprovechamiento de la unidad central de procesos del computador (Central Processing Unit, CPU). Los sistemas cuyo diseño incluye esta característica se llaman "de tiempo compartido". Al utilizarlos, da la impresión de que cada usuario estuviese procesando en el computador en forma privada.

Esto permite trabajar con un computador "desde la oficina" y a bajo costo, (debido, principalmente, a que se mejora el rendimiento de la CPU).

El sistema APL es de tipo conversacional, esto es, las órdenes enviadas por el usuario son respondidas inmediatamente.

Las órdenes que se pueden dar al computador, al trabajar con APL/360, pueden ser de dos formas o modos:

#### 1. Modo Ejecución

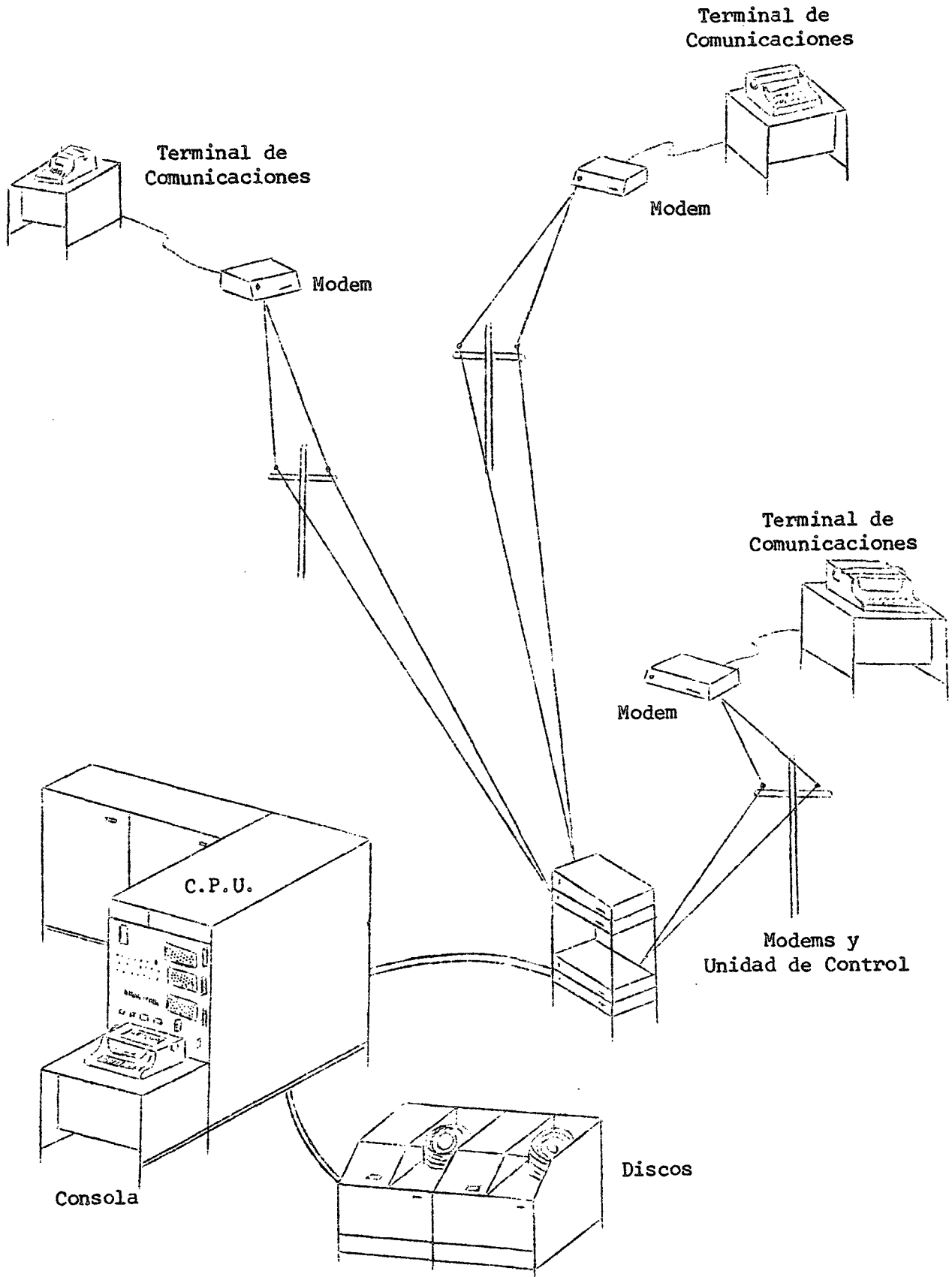
Es la forma normal en que trabaja un sistema de tipo conversacional. El computador recibe una orden, la procesa inmediatamente, basándose en los valores que en ese momento tengan las variables involucradas y envía la correspondiente respuesta. Dentro de esta modalidad, las órdenes se pueden clasificar en tres grupos:

a) Las expresiones matemático-lógicas, que consisten en un conjunto de variables (operandos) y operaciones interrelacionadas que el computador procesa, envía la respuesta y se "olvida" de la expresión.

b) Los comandos, que son ciertas órdenes especiales con fines tales como: i) solicitar información acerca del contenido de la memoria (dividida en "áreas de trabajo" de 32 K cada una), y ii) transferir funciones, variables o grupos dentro de las áreas de trabajo del usuario. (El Anexo 1 incluye los comandos utilizados en el sistema y su finalidad).

c) Las funciones, que son algoritmos predefinidos en el "modo definición", que se explicará más adelante. Cuando una orden indica la ejecución de una función, el sistema, aparentemente, deja de ser conversacional mientras dura la ejecución del conjunto de expresiones matemático-lógicas que la conforman. Una función es una especie de "MACRO expresión" o "subrutina matemático-lógica".







## 2. Modo Definición

En éste caso, el computador deja de ser utilizado como instrumento de cálculo para emplearlo como registro de una "definición" de función. Para utilizar el computador en este modo, deben atenderse ciertas reglas. Todo comienzo de definición debe empezar con el símbolo  $\nabla$  (llamado "DEL") seguido de una expresión del tipo  $R \leftarrow A \text{ FUNC } B$ , en que A y B son dos operandos y FUNC es el nombre de la operación que se hará entre los operandos para dar como resultado R; los operandos de una función se llaman normalmente "parámetros" de ella. Por ejemplo,  $R \leftarrow A \text{ AREA } B$  puede corresponder a un algoritmo que calcule el área de un rectángulo de lados A y B, y en que R será una variable que tendrá por valor el resultado obtenido; A y B son, entonces, los parámetros de la función AREA.

Lo que se ha indicado hasta ahora es sólo el encabezamiento de la función, formado por el nombre de la "MACRO operación" o función y de las variables con que se evaluará. Posteriormente se debe indicar la forma en que este operador FUNC realiza la operación, o sea, se debe señalar el "algoritmo", o pasos que será necesario dar para obtener el resultado.

Luego de escribir el símbolo DEL  $\nabla$  (que indica al computador el comienzo de una definición) seguido del encabezamiento de la función, se procederá a "enviar" o "ingresar" esta orden. Por "ingresar una orden" se entiende el hecho de presionar la tecla RETURN, (caracterizada por su gran tamaño y una notoria flecha dibujada en ella), con lo cual la orden que se encontraba registrada en el terminal es enviada al computador a través de los Modems. Mientras no se apriete la tecla RETURN, cualquier instrucción puede ser modificada. (Las correcciones a las instrucciones se hacen mediante las teclas "backspace" y "attention" (ATTN)).

Una vez ingresado el encabezamiento, siempre dentro del modo definición, el sistema empezará a "pedir" las expresiones matemático-lógicas que darán cuerpo al algoritmo que llevará a cabo el proceso. Esto lo hace escribiendo números correlativos, comenzando desde 1, entre corchetes. Una vez que el sistema ha escrito uno de éstos números, esperará que el usuario escriba e ingrese una instrucción, para luego repetir el proceso.

Cada vez que se termine de escribir una instrucción (una línea), se "enviará" y el computador pedirá la siguiente. Una vez que se hayan ingresado todas las instrucciones, habrá que cerrar el modo definición ingresando un nuevo signo "DEL".

Con el procedimiento anterior se habrá definido una función, la cual se podrá utilizar repitiendo sólo el encabezamiento de ella, en que ahora los parámetros A y B tendrán ciertos valores específicos. Al procesar una función se podrá omitir la variable R y su correspondiente asignación (es decir, ordenar la ejecución de la función en la forma A FUNC B) con lo cual se realizará el proceso y el resultado final se escribirá en el terminal pero no quedará registrado en la memoria del computador.

El encabezamiento generalizado  $R \leftarrow A \text{ FUNC } B$  puede presentar algunas variantes. Así, en la definición de la función se pueden omitir: la variable explícita, el parámetro A o los dos parámetros. Se obtienen así los siguientes tipos de funciones, cuya importancia radica solamente en la forma en que deben entregarse los datos (parámetros) al computador y la forma en que éste podrá entregar los resultados.

Tipo de función	Resultado	
	Explícito (Registrable)	No explícito (No registrable)
Monádica	$R \leftarrow \text{FUNC } B$	FUNC B
Diádica	$R \leftarrow A \text{ FUNC } B$	A FUNC B
Noádica	$R \leftarrow \text{FUNC}$	FUNC

Por una "relación monádica" se entiende aquella que depende de un sólo parámetro, la diádica depende de dos y la noádica no depende de ninguno. Esta dependencia se refiere, en el caso de las funciones, a los parámetros que se indican en el encabezamiento, pues, como se verá más adelante, los datos pueden ser ingresados tanto en el encabezamiento de la función como durante su ejecución (esto es permanente en cada función y queda fijo desde el momento de su definición).

El modo definición se utiliza también para modificar los algoritmos de las funciones, ya sea para corregir, agregar o eliminar instrucciones.

El lenguaje APL/360 fue diseñado por la IBM para realizar, principalmente, cálculos, por lo que su simbología es muy semejante a la del álgebra. El procesamiento de las funciones es muy simple, normalmente el usuario puede utilizarlas aún sin conocer ni el lenguaje APL ni el funcionamiento del sistema; bastará con saber la forma en que se deben entregar los datos al computador, lo cual no presenta, en general, grandes complicaciones.

Otra de las características importantes de este sistema se refiere a su capacidad de registrar funciones e información. Todo usuario cuenta, al menos, con dos áreas de memoria: la "workspace" activa o área de trabajo y otra, de respaldo auxiliar (cuyo contenido puede ser borrado de un día para otro) llamada CONTINUE, en la que normalmente se graba una copia de la workspace activa (o WS activa).

Cada una de estas áreas tiene una capacidad de 32K, la cual, sin ser muy grande, es más que suficiente para ejecutar la mayoría de los procesos estadísticos de interés en una investigación.

A estas dos áreas pueden agregarse otras de "respaldo permanente", cada una también de 32 K, que se utilizan normalmente para registrar funciones y, eventualmente, para guardar información (datos, resultados, etc.).

CELADE cuenta con cuatro áreas de respaldo permanente, las cuales se individualizan por los siguientes nombres: CELADEM, CELAEST, CELACAL, y CELADAT. En estas áreas se encuentran registradas todas las funciones programadas en el Centro y que se darán a conocer en las páginas siguientes. Cuando un usuario desee utilizar alguna de éstas funciones deberá copiarlas desde esas áreas mediante el comando COPY (véase el Anexo 1).

Una de las más provechosas cualidades que tiene este sistema es que los valores de las variables y las instrucciones de las funciones pueden ser modificadas con gran facilidad, lo cual permite realizar análisis de problemas con un gran rendimiento, mucho mayor que el que se logra trabajando con tarjetas perforadas en el computador (gracias también a la rapidez con que el terminal entrega las respuestas). Además, existen comandos que permiten conocer resultados intermedios al proceso, lo cual agiliza mucho más el análisis de la investigación.

Todo esto es muy útil, tanto al programar las funciones como al probar distintas hipótesis antes de llegar a la metodología más apropiada para enfrentar un problema.

Es conveniente advertir que el sistema APL actualmente en uso tiene también ciertas restricciones, como son:

- Su capacidad de memoria está limitada a 32K por área de trabajo, lo cual puede llegar a veces a ser insuficiente para realizar determinados procesos.
- La información y las funciones que se utilicen deben ser escritas en el terminal, es decir, no se puede utilizar información registrada en tarjetas, cintas u otro medio de registro de información.
- Sólo se puede utilizar durante el horario que la IBM ha fijado para su uso, esto es, de lunes a viernes (excepto festivos), entre 15 y 18 horas aproximadamente.

Es conveniente que quienes deseen utilizar las funciones del sistema APL conozcan a grandes rasgos: a) el funcionamiento del sistema y la relación entre terminal y computador, b) los tipos de funciones según la forma en que se debe entregar la información que requieran y el registro de los resultados y c) las operaciones más comunes y sus correspondientes operandos. Esta publicación, además de informar acerca de las funciones disponibles en CELADE, tratará de abarcar los temas anteriores en la forma más clara posible dentro de lo reducido de su explicación.

El procesar una función o ingresar los datos que éstas requieran es, en general, simple y la forma en que esto se hace puede ser consultada en manuales preparados especialmente con ese fin. Como veremos más adelante, debe hacerse en el momento de ordenar la ejecución de la función o mientras ésta se esté llevando a cabo (en cuyo caso la función deberá incluir una instrucción para que el computador solicite la información). El momento y la forma en que se deben entregar los datos al computador es invariable para cada función.

Para poder trabajar con un terminal es necesario hacer la "conexión" con el computador. Esto se hace a través de un comando especial, el ")SIGN ON" o comando de identificación del usuario. Una vez que el computador lo reconoce, escribe algo referente a la conexión misma (horarios, fechas, etc.) lo cual indicará que ya se está en condiciones de utilizar el sistema.

Es conveniente, antes de empezar a realizar cálculos, averiguar qué funciones están registradas en ese momento en la WS activa, para lo cual se utiliza el comando ")FNS", que nos entregará una lista de los nombre de las funciones que se encuentren allí. Análogamente, se pueden conocer los nombres de las variables registradas en ésta mediante el comando ")VARS".

Si luego de estas consultas al sistema no se encuentra lo que se necesita, habrá que copiarlo de donde se encuentre, mediante el comando ")COPY", el cual se completa en la siguiente forma general: )COPY NAREA NOBJETO, en que NAREA representa el nombre del área de respaldo en donde está registrado el NOBJETO, el cual representa al nombre de la función o variable que interese.

Todo cálculo debe hacerse basándose en variables que en algún momento han sido ya definidas o, dicho de otra manera, en algún momento se les asignó un valor.\*/ Esto último se hace a través de uno de los operandos del sistema, el de "asignación", que en el teclado corresponde a "+"; la instrucción que incluya este signo debe llevar, a su izquierda, un nombre apropiado para una variable (a gusto del usuario) y a su derecha, números, operandos, variables, o funciones ya definidas.

#### Ejemplos:

Instrucción	Valor que toma la variable recién definida
A←7	A = 7
VAR3←14	VAR3 = 14
A←1 2 3 4	A = (1,2,3,4)
B←3 6 9 12 ( B←3×A )	B = (3,6,9,12)
C←2 5 8 11 ( C←B-1 )	C = (2,5,8,11)
AH13JK2←A×C	AH13JK2 = (2,10,24,44)
MEX1967←AH13JK2+2	MEX1967 = (1,5,12,22)

} vectores

El sistema cuenta con una gran variedad de símbolos que representan variados tipos de operaciones, entre ellos los siguientes:

+	suma	-	resta	×	multiplicación
÷	división	*	exponenciación	←	asignación
⊘	logaritmos	?	números aleatorios	,	concatenación
	módulo	!	factorial	ρ	dimensionamiento (de arreglos)

También existen otros que permiten el cálculo de funciones trigonométricas, inversión de matrices, comparaciones lógicas, funciones suelos y cielos, combinaciones y permutaciones, producto matricial, etc., y combinaciones de, signos entre sí o con una o dos variables (es decir, en forma monádica o diádica) permitiendo así realizar otras operaciones. Como un dato interesante, se puede indicar que el APL realiza sobre 60 operaciones diferentes, fuera de otras propias de matrices, las cuales son más de 21 "productos externos" y 420 "productos internos". Por supuesto, muchas de estas operaciones prácticamente no tienen uso, pero podrían tenerlo, y el APL puede realizarlas.

\* Y que además, se encuentren aún en la WS activa, ésto es, que no hayan sido borradas

Como se ha podido ver en los ejemplos anteriores, el APL puede realizar operaciones con conjuntos de valores, lo cual significa un considerable ahorro de tiempo, tanto en programación como en el proceso mismo de cálculo. Cada uno de estos "conjuntos de valores" se llaman normalmente "arreglos" y se caracterizan por el número de dimensiones que tengan y por el número de elementos que integren cada dimensión. Llamaremos "escalares" a los números reales o naturales. Algunos de los arreglos más conocidos son: los vectores, que son arreglos de una sola dimensión y las matrices, que tiene dos. El APL acepta arreglos hasta de 32 dimensiones.

La precisión con que trabaja el sistema es, por supuesto, la de un computador, es decir, más que suficiente para, prácticamente, todos los cálculos que se desee efectuar en él; registra todos los valores con 16 cifras significativas. Independientemente de esto, el usuario puede indicar al computador el número de cifras que le interese imprimir en sus resultados, mediante el comando ")DIGITS N" en que N puede variar entre 1 y 16 inclusive.

Muchas de las funciones requieren que los datos les sean entregados en forma de vectores o de matrices. En caso de que sea necesario, el operador preparará los datos en forma adecuada, por lo que los usuarios no tendrán necesariamente que saber cómo construir esos arreglos.

Para quienes tengan mayor interés en conocer los operandos del APL, se incluye el Anexo 2 con la explicación de sus funciones, y el Anexo 3 con ejemplos de uso.

Todas las características anteriormente señaladas hacen del APL una herramienta muy eficaz para el investigador, quien, con la ayuda de las funciones de tipo demográfico, estadístico y de cálculo general que se ha programado en CELABE, además de las de tipo estadístico-matemático con que cuenta el APL en sus bibliotecas públicas, más las funciones que desee ingresar cada investigador, podrá realizar sus análisis con gran rapidez y precisión.

Las funciones programadas en CELADE se han clasificado en tres grupos y registrado separadamente según sea el campo principal a que pertenezcan. Las funciones relacionadas con demografía están guardadas en el área de trabajo CELADEM, las de tipo estadístico en CELAEST, y aquéllas de cálculo general en CELACAL. Se ha reservado un área especial para los datos que sea de interés guardar en la memoria por algún tiempo, llamada CELADAT.



Varios puntos generales acerca del APL

a) Los nombres de variables y funciones pueden formarse con cualquier secuencia de caracteres alfabéticos (A a Z y los compuestos A a Z) y los numéricos (0 a 9), comenzando por carácter alfabético, con un máximo de 77 caracteres, y que no contengan blancos.

En la representación de los números se utilizan:

- El punto (.); (la coma es un operador)
- El símbolo "negativo" (¯), mayúscula del 2 (distinto del operador resta ( - ) que es la mayúscula del símbolo + )
- La letra E, correspondiente a la representación exponencial (aEb significa  $a \times 10^b$ ), esto es: a multiplicado por 'lo elevado a b')

b) El sistema permite corregir una orden antes de ingresarla, para esto se utilizan las teclas "BACKSPACE" (para colocar el carro donde se desea hacer la corrección) y la tecla "ATTENTION" (ATTN), que borra lo que se haya escrito desde la posición en que se encuentra (inclusive) hacia la derecha. La tecla BACKSPACE se puede utilizar también para insertar caracteres o para formar caracteres compuestos.

- c) Las instrucciones son procesadas de derecha a izquierda, así por ejemplo,
- 7-2-1            significa 7-(2-1), es decir 6
- 3 x 2 + 6 ÷ 2    significa 3x (2 + (6 ÷ 2)), es decir, 15

Otros ejemplos sobre la forma en que se realizan los cálculos se pueden ver en el Anexo 3.

d) Las variables y funciones se pueden borrar mediante el comando )ERASE en la forma: )ERASE A B C D E F ... en que A, B, C, D, E, F, ... son los nombres de los objetos que se deseen borrar de la WS activa. No se deben colocar comas entre ellos, pues, como ya se vio, la coma (,) es el símbolo de una operación del APL, la concatenación. Mediante un mismo comando se pueden borrar uno o más objetos, e incluso estos pueden ser variables, grupos o funciones mezclados.

II. FUNCIONES DEFINIDAS EN EL AREA CELADEM

1. R ← DESGR D Descomposición mediante multiplicadores de Greville  
 Input: vector de valores por descomponer, D  
 Output: vector de valores descompuestos mediante multiplicadores de Greville
2. R ← VI INTEMPO VF Interpolación exponencial o geométrica en el tiempo  
 Input: vector de valores, iniciales (VI), finales (VF), y otros<sup>1/</sup>  
 Output: matriz con VI, VF, valores interpolados y tasa de variación.
3. R ← INTPGR D Interpolación mediante multiplicadores de Greville  
 Input: vector de pivotes para la interpolación, D  
 Output: vector de valores interpolados mediante multiplicadores de Greville
4. R ← E MAQ V Calcula  ${}_n q_x$  en función de  ${}_n m_x$   
 Input: vectores E de edades y V de  ${}_n m_x$   
 Output: matriz incluyendo edades,  ${}_n m_x$ , y  ${}_n q_x$  calculadas mediante fórmulas de Reed y Merrel y de distribución lineal de las funciones en cada intervalo.
5. R ← TASA Calcula tasa de variación exponencial o geométrica.  
 Input: solicita toda la información que requiere a medida que va procesando  
 Output: matriz de valores iniciales y finales, y tasas de variación (crecimiento)
6. N TAMOR D Calcula funciones de una tabla de mortalidad  
 Input: N=(2,3) según D sea un vector de  $q_x$  o  $l_x$ , y otros<sup>2/</sup>  
 Output: matriz TM que incluye los valores de la tabla resultante (excluyendo relaciones de supervivencia) y vector PX que incluye la Pb, las relaciones de supervivencia quinquenales, y la P(x, ω).

1/ Pedidos por la función durante su ejecución.  
2/ Ibidem.

III. FUNCIONES DEFINIDAS EN EL AREA CELACAL

1. R ← ALGT L      Calcula inverso de la función logito  
Input: arreglo de logitos, L  
Output: arreglo análogo a L incluyendo las correspondientes proporciones
2. R ← DELTA D      Calcula diferencias entre valores sucesivos  
Input: vector de valores, D  
Output: vector de diferencias (tiene un elemento menos que D)
3. X GRAF Y      Grafica funciones  
Input: vector de variable independiente (X) y matriz (o vector) con funciones dependientes  
Output: gráfico de las funciones dependientes
4. R ← A INTPGE E      Realiza interpolación geométrica entre dos vectores  
Input: vectores de primeros valores (A) y últimos (B), y cantidad de intervalos<sup>3/</sup>  
Output: matriz de valores interpolados incluyendo columna con razones geométricas
5. R ← A INTPLI B      Realiza interpolación lineal entre dos vectores.  
Input: vectores de primeros valores (A) y últimos (B), y cantidad de intervalos<sup>4/</sup>  
Output: matriz de valores interpolados incluyendo columna con razones aritméticas
6. R ← LGT P      Calcula función "logito" (logit)  
Input: arreglo P de las proporciones (de cualquier dimensión)  
Output: arreglo análogo a P incluyendo el logito de cada uno de sus elementos
7. R ← MACOL M      Calcula las medias aritméticas entre columnas de una matriz  
Input: matriz M (con al menos dos columnas)  
Output: matriz de los promedios aritméticos

3/ Pedidos por la función durante su ejecución.

4/ Ibidem

8. R ← MGCOL M: Calcula las medias geométricas entre columnas de una matriz  
Input: matriz M (con al menos dos columnas)  
Output: matriz de los promedios geométricos.

#### IV. FUNCIONES DEFINIDAS EN EL AREA CELAEST

1. R ← GAMTAU M: Calcula los estadísticos GAMMA y TAU de una matriz  
Input: matriz de observaciones M  
Output: vector de dos elementos, GAMMA y TAU
2. R ← IPA M: Realiza IPA ("Interactive Path Analysis")  
Input: matriz de correlación simple entre las variables, M, y otros datos relativos al análisis mismo<sup>5/</sup>  
Output: matriz incluyendo coeficientes de interacción y residuos.
3. R ← JERVE M: Jerarquiza variables explicativas y calcula coeficientes de correlación parcial y de regresión múltiple.  
Input: matriz de observaciones M (la variable dependiente debe ir en la primera columna)  
Output: matriz de tres columnas incluyendo respectivamente el orden de las variables jerarquizadas, los coeficientes de correlación parcial y los coeficientes de regresión múltiple.
4. R ← LAMBDA M: Calcula el estadístico LAMBDA de una matriz  
Input: matriz de observaciones M  
Output: estadístico LAMBDA.
5. R ← A RCMS B: Regresión con variables categorizadas de la variable dependiente B y otros<sup>6/</sup>  
Input: vector de categorías A, vector de observaciones de la variable dependiente B y otros<sup>7/</sup>  
Output: coeficientes de regresión y valores teóricos de las observaciones

5/ Pedidos por la función durante su ejecución.

6/ Ibidem.

7/ Ibidem.

6. REGM M: Análisis de regresión múltiple, paso a paso  
Input: matriz de observaciones M  
Output: medias, desviaciones estándar, correlaciones simples y parciales, jerarquización de variables, coeficientes de regresión múltiple, coeficientes de ecuaciones de regresión, T de Student, valores estimados, residuos, análisis de varianza de la regresión, test de residuos, según indique el usuario cuando el programa ofrezca las distintas posibilidades de cálculos.<sup>8/</sup>
7. R ← V RM1 M:  
R ← V RM2 M: Análisis de regresión múltiple  
Input: vector V que indica el número de las variables que intervendrán en la regresión (el último número de V indica la ubicación en M de la variable dependiente) y M es la matriz de observaciones con una variable por columna  
Output: valores teóricos obtenidos en la regresión, coeficientes de la ecuación de regresión, coeficientes de regresión múltiple, T de Student y otros.<sup>9/</sup>  
(RM1 entrega menos resultados que RM2)
8. R ← N RMFON M: Regresiones múltiples (método de funciones ortonormales)  
Input: la matriz de observación, M.  
Output: matrices de funciones ortonormales (FO), de valores teóricos (R) y de resultados varios (RR) relativos a la regresión.
9. X RS1 Y  
X RS2 Y: Regresión simple (método de mínimos cuadrados)  
Input: vectores de variables, independiente X y dependiente Y  
Output: varios relativos a la regresión, y vector de valores estimados, VE.  
(RS2 entrega más resultados que RS1)

8/ Indicados durante la ejecución de la función

9/ Ibíd.

10. R ← STD V: Estandariza vector de observaciones  
 Input: vector de observaciones V  
 Output: media, desviación estándar y número de las observaciones<sup>10/</sup> y un vector R con la variable estandarizada

DESCRIPCION DETALLADA DE LAS FUNCIONES DEFINIDAS EN LAS  
 AREAS CELACAL, CELADEM Y CELAEST

En las páginas siguientes se presenta, en detalle, la descripción de las funciones que se nombran en las páginas anteriores. Esto incluye una pequeña explicación teórica de lo que realiza la función, las características de sus parámetros, un listado de la función -escrito en lenguaje APL- y ejemplos de uso. Además, se indican, cuando es necesario, el valor de los arreglos que participan en los ejemplos.

Para estimar el tiempo de terminal y de computador utilizado durante el procesamiento de cada una de ellas, se las presenta en forma interna a una función, la cual mide los tiempos de conexión y de CPU. Esta función, que no utiliza parámetros, se llama TIEMPOS, y las instrucciones que la conforman son las siguientes:

```

      VTIEMPOS[[]]V
V TIEMPOS;CNC1;CNC2;CPU1;CPU2
[1] 'INGRESE EL PROCESO';SS;75p'*'
[2] CNC1←I20
[3] CPU1←I21
[4] []
[5] CPU2←I21
[6] CNC2←I20
[7] SS;75p'*';SS;'EL PROCESO OCUPA :'
[8] 10p' ';0.01×[0.5+(CNC2-CNC1)÷36];' MINUTOS DE CONEXION Y'
[9] 10p' ';0.01×[0.5+(CPU2-CPU1)÷0.6];' SEGUNDOS DE C.P.U.'

```

10/ Indicados durante la ejecución de la función.

Un ejemplo de uso de esta función, (procesando una operación entre vectores en lugar de una función como se hará en las páginas siguientes), sería:

```

          TIEMPOS
INGRESE EL PROCESO
*****
□:
  AxA←115
  1  4  9  16  25  36  49  64  81  100  121  144  169  196  225
*****
EL PROCESO OCUPA :
          0.24 MINUTOS DE CONEXION Y
          0.17 SEGUNDOS DE C.P.U.

```

Como puede verse, el proceso cuyos tiempos se miden, es el que aparece entre las líneas de paréntesis, después del □ :

DESGR:

La mayoría de los cálculos demográficos se basan en agrupaciones quinquenales de los individuos. Muchas veces es necesario conocer la descomposición de estos grupos en edades individuales. La función  $R \leftarrow \text{DESGR } N$  descompone los valores del vector de grupos quinquenales  $N$ , utilizando los multiplicadores de Greville para descomposiciones quinquenales. Estos están basados en los de interpolación del mismo investigador, y presentan una "suavidad óptima" entre los valores resultantes,  $R$ .

Los multiplicadores de Greville para descomposición de grupos quinquenales son los siguientes:

)GRP GREVILLE					
DGC	DGE	DGSE	IGC	IGSE	
DGC (MULTIPLICADORES TRAMO CENTRAL)					
-0.0117	0.0804	0.157	-0.0284	0.0027	
-0.002	0.016	0.22	-0.04	0.006	
0.005	-0.028	0.246	-0.028	0.005	
0.006	-0.04	0.22	0.016	-0.002	
0.0027	-0.0284	0.157	0.0804	0.0117	
DGE (MULTIPLICADORES TRAMO EXTREMO)					
0.3237	-0.1252	-0.0786	0.118	-0.0379	
0.2586	-0.0744	0.0076	0.0136	-0.0054	
0.1956	-0.0064	0.0376	-0.0384	0.0116	
0.137	0.068	0.03	-0.052	0.017	
0.0851	0.138	0.0034	-0.0412	0.0147	
DGSE (MULTIPLICADORES TRAMO SEMI EXTREMO)					
0.042	0.1936	-0.0248	-0.0192	0.0084	
-0.0094	0.2264	-0.0396	0.0024	-0.0014	
-0.0114	0.2296	-0.0284	0.0136	-0.0034	
-0.0205	0.202	0.013	0.01	-0.0045	
-0.0195	0.1484	0.0799	-0.0068	-0.0019	

La salida de la función es una matriz de 5 columnas y tantas filas como valores tenga el parámetro  $N$ ; en cada fila de esta matriz se encuentran los valores obtenidos por la descomposición de cada uno de los valores pivotaes (datos).



```

VDESGR[ ]V
V R<DESGR N;A;B;C;I
[1] R<(C,5)ρB<-1+C<ρN
[2] R[1;]<DGE+.×A<5↑N,I<3
[3] R[2;]<DGSE+.×A
[4] I1:R[I;]<DGC+.×-5↑(I+2)↑N
[5] →(B>I<I+1)/I1
[6] R[C-1;]<φDGSE+.×A<φ-5↑N
[7] R[C;]<φDGE+.×A
V

```

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

DESGR AB				
316.211	303.352	290.352	277.345	264.465
251.841	239.589	227.815	216.582	205.911
195.773	186.092	176.8	167.869	159.416
151.308	143.939	137.92	133.533	130.426
127.992	125.711	123.523	121.198	118.781
116.53	114.484	112.381	110.15	107.787
105.448	103.044	100.304	97.1269	93.6287
89.9797	86.3632	82.8941	79.6146	76.5024
73.4755	70.4347	67.2637	63.8376	60.0315

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO:

0.57 MINUTOS DE CONEXION Y  
1.18 SEGUNDOS DE C.P.U.

AB

1451.72	1141.74	885.95	697.126	617.206	561.333	499.552	415.354
335.043							

INTEMPO: Interpolación, exponencial o geométrica en el tiempo.

$$R \leftarrow VI \text{ INTEMPO } VF$$

en que VI y VF son vectores que contienen los valores iniciales y finales en que se basará la interpolación. Posteriormente el mismo computador se encargará de pedir las fechas a que éstos corresponden y la fecha a que se desea el dato interpolado.

Si llamamos:

TI: fecha correspondiente al dato inicial

TF: idem dato final

T : idem valor por interpolar

VT: valor por interpolar

TS: tasa de variación entre los valores VI y VF

la supuesta variación entre los valores VI y VF estará dada por:

$$VF = VI \times e^{(TF-TI) \times TS} \quad (\text{forma exponencial}) \quad (1.1)$$

$$\text{o en forma geométrica, por: } VF = VI \times (1+TS)^{TF-TI} \quad (1.2)$$

De estas relaciones podemos despejar los valores de la tasa de variación

$$TS (\text{exponencial}) = \frac{1}{TF-TI} \times e^{\log \frac{VF}{VI}} \quad (2.1)$$

$$TS (\text{geométrica}) = \frac{VF}{VI} \times \frac{1}{TF-TI} - 1 \quad (2.2)$$

El valor VT se calculará con las relaciones (1.1) ó (1.2), según prefiera el usuario, sustituyendo VF por VT, TF por T y TS por su valor correspondiente, calculado según (2.1) ó (2.2).

Internamente, los días y meses se transforman a fracciones de año a través de la relación:

$$\text{Fracción de Año} = (\text{Días Transcurridos Durante el Año}) \div 365,2422$$

Los "días transcurridos durante el año" se calculan mes a mes considerando 28 días en febrero (El efecto de los años bisiestos se considera en el valor 365.2422). Los resultados que entrega esta función pueden ser de dos tipos, según indique el usuario cuando se le haga la consulta; una salida que incluye las fechas utilizadas y otra que no las incluye.

La "salida" que incluye fechas, entrega, por cada dato interpolado, una matriz con la siguiente información:

FILA 1 : DIA MES AÑO "FECHA ANUAL" (del dato inicial)  
 FILA 2 : DIA MES AÑO "FECHA ANUAL" (del dato final)  
 FILA 3 : DIA MES AÑO "FECHA ANUAL" (del dato interpolado)  
 FILA 4 : VI VF VT TS

La "salida" que excluye las fechas, como en el ejemplo, consiste en un listado de las "filas 4" correspondientes a todos los datos.

Por "fecha anual" se entiende la conversión de una fecha compleja (con dimensiones día, mes, año) en un número con dimensión año.

Observación: El programa también se puede aplicar cuando la variable independiente no es el tiempo. En ese caso, en lugar de ingresar fechas, se ingresa "0 0 variable independiente".

```

VINTERPOL[IV
V R+I INTERPO F;D;A;B;C
[1] R+((D+ρI), 4 4)ρ0
[2] R[;4;1 2]+φ(2,D)ρI,F
[3] 'INGRESA ':;SS;'FECHAS(DIA MES AÑO) CORRESPONDIENTES A DATOS: ';
SS;'INICIALES'
[4] R[;1;13]+(D+D,3)ρ[]
[5] 'FINALES'
[6] R[;2;13]+Dρ[]
[7] 'POR INTERPOLAR'
[8] R[3;13]+Dρ[]
[9] D+ 0 31 59 90 120 151 181 212 243 272 304 334
[10] R[;13;4]+R[;13;3]+(D[R[;13;2]]+R[;13;1])*365.2422
[11] 'FORMULA EXPONENCIAL (1) O GEOMETRICA (2)?'
[12] +(2=C+[])/C2
[13] R[;4;4]+0.0001×[0.5+10000000×A+(+R[;2;4]-B+R[;1;4])×ρF÷I
[14] →PR,R[;4;2]+I×*A×R[;3;4]-B
[15] C2:R[;4;4]+0.0001×[0.5+10000000×A+1+(F÷I)*+R[;2;4]-B+R[;1;4]
[16] R[;4;2]+I×(1+A)*R[;3;4]-B
[17] PR:'¿DESEA FECHAS EN EL LISTADO?...?SI O NO?'
[18] R[;4;13]+I×(0.001×~A)+A+100000≥[/,I+R[;4;13]
[19] →(E='SI')/0
[20] E←R[;4;]

```

V

1451.72 1141.74 INTEMPO 1659.16 1583.11

INGRESE :  
FECHAS(DIA MES AÑO) CORRESPONDIENTES A DATOS:  
INICIALES

: 23 8 1957

FINALES

: 1 3 1963

POR INTERPOLAR

: 30 6 1960

FORMULA EXPONENCIAL (1) O GEOMETRICA (2)?

: 1

¿DESEA FECHAS EN EL LISTADO?...¿SI O NO?

SI	23	8	1957	1957.64
	1	3	1963	1963.16
	30	6	1960	1960.5
	1451.72	1659.16	1555.43	24.1923
	23	8	1957	1957.64
	1	3	1963	1963.16
	30	6	1960	1960.5
	1141.74	1583.11	1351.75	59.2005

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

: AB INTEMPO CD

INGRESE :  
FECHAS(DIA MES AÑO) CORRESPONDIENTES A DATOS:  
INICIALES

: 23 8 1957

FINALES

: 1 3 1963

POR INTERPOLAR

: 30 6 1960

FORMULA EXPONENCIAL (1) O GEOMETRICA (2)?

: 1

¿DESEA FECHAS EN EL LISTADO?...¿SI O NO?

NO

1451.72	1659.16	1555.43	24.192
1141.74	1583.11	1351.75	59.201
885.95	1392.6	1119.13	81.9191
697.126	1174.35	912.676	94.46
617.206	912.939	755.545	70.9066
561.333	663.062	611.771	30.1682
499.552	557.642	528.764	19.9256
415.354	514.139	463.755	38.6465
335.043	448.227	389.403	52.7166

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

3.32 MINUTOS DE CONEXION Y  
2.37 SEGUNDOS DE C.P.U.

## INTPGR:

En los trabajos demográficos es frecuente encontrarse con el problema de determinar valores de interpolación para todas las edades comprendidas entre 0 y el límite de la vida humana, habiéndose determinado previamente los valores más probables para edades separadas en 5 años. Estos valores reciben el nombre de "pivotaes" o "de apoyo".

El problema de calcular los valores más probables para las edades intermedias es un típico problema de interpolación. Para esto se preparan tablas de multiplicadores, es decir, de coeficientes por los cuales deben multiplicarse los valores pivotaes para obtener los valores de interpolación sin necesidad de recurrir al cálculo de diferencias finitas o divididas.

El que los valores interpolados presentan cambios suaves y uniformes al pasar de un punto a otro se logra imponiendo ciertas condiciones de tangencia y curvatura frente a los puntos pivotaes, que constituyen los puntos de enlace de los diferentes arcos parabólicos de interpolación.

Los multiplicadores de Greville, que son los que utiliza esta función, se desprenden de los de Sprague y consisten en tres tablas, para los tramos extremo, semiextremo y central, con los siguientes valores:

)COPY CELADAT GREVILLE  
 SAVED 17.18.13 27/08/73  
 )GRP GREVILLE

DGC	DGE	DGSE	IGC	IGE	IGSE		
<i>IGC (MULTIPLICADORES DEL TRAMO CENTRAL)</i>							
0.0117	-0.0921	0.9234	0.1854	-0.0311	0.0027		
0.0136	-0.1096	0.7184	0.4464	-0.0776	0.0088		
0.0088	-0.0776	0.4464	0.7184	-0.1096	0.0136		
0.0027	-0.0311	0.1854	0.9234	-0.0921	0.0117		
<i>IGE (MULTIPLICADORES DEL TRAMO EXTERNO)</i>							
0.6384	0.6384	-0.4256	0.1824	-0.0336			
0.3744	0.9384	-0.5616	0.2304	-0.0416			
0.1904	1.1424	-0.4896	0.1904	-0.0336			
0.0704	1.1264	-0.2816	0.1024	-0.0176			
<i>IGSE (MULTIPLICADORES DEL TRAMO SEMI-EXTERNO)</i>							
-0.0336	0.8064	0.3024	-0.0896	0.0144			
-0.0416	0.5824	0.5824	-0.1456	0.0224			
-0.0336	0.3584	0.8064	-0.1536	0.0224			
-0.0176	0.1584	0.9504	-0.1056	0.0144			

El parámetro de la función debe ser un vector de por lo menos seis valores. La salida (los valores interpolados) se arregla en una matriz de (L-1) filas en que L es el N° de elementos del vector de entrada. Cada fila de esa matriz contiene los valores interpolados de cada tramo interpivotal y el valor de apoyo inferior correspondiente.

Las tablas de multiplicadores de Greville están incluidas en el grupo GREVILLE, el cual se encuentra almacenado en el área CELADAT.

```
VINTPGR[ ]V
V R+INTPGR L;E;I;A;B
[1] R+((-1+A+ρL),5)ρI+0
[2] R[1;B+1+I4]+IGE+.×E+ 5 1 ρ5↑R[;1]←-1+L
[3] R[I+2;B]←IGSE+.×E
[4] I2:R[I;B]+IGC+.× 6 1 ρ-6↑(3+I+I+1)↑L
[5] →(I<A+3)/I2
[6] R[I+1;7-B]+IGSE+.×E+ 5 1 ρ(-5+L)[6-15]
[7] R[I+2;7-B]←IGE+.×E
V
```

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

L:

INTPGR AB				
1451.72	1385.02	1320.83	1258.96	1199.3
1141.74	1086.26	1032.86	981.599	932.579
885.95	841.485	799.317	760.468	726.116
697.126	673.81	655.6	641.167	628.351
617.206	605.745	594.514	583.38	572.327
561.333	550.251	538.814	526.731	513.71
499.552	484.281	468.049	450.999	433.341
415.354	397.386	379.852	363.236	348.093

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

1.87 MINUTOS DE CONECCION Y  
0.27 SEGUNDOS DE C.P.U.

AB

1451.72	1141.74	385.95	697.126	617.206	561.333	499.552	415.354
335.043							

MAQ

El encabezamiento de la función es:

$$R \leftarrow E \quad \text{MAQ} \quad V$$

en que E es el vector de edades consideradas y V el de las correspondientes  $n^m_x$ , que deben ser ingresadas en valor absoluto.

La función entrega valores de  $n^q_x$  calculados de 2 formas:

Forma 1: Aplicando las siguientes relaciones de Reed y Merrel

$${}_1q_0 = 1 - e^{-1m_0} \quad (0.9539 - 0.5509 \quad {}_1m_0)$$

$${}_4q_1 = 1 - e^{-4 \quad {}_4m_1} (0.9806 - 2.079 \quad {}_4m_1)$$

$${}_1q_1 = 1 - e^{-1m_1} \quad (0.951 - 1.921 \quad {}_1m_1)$$

y, para el resto de los grupos,

$$n^q_x = 1 - e^{-n \quad m \quad n^m_x} (1 + 0.008 \quad n^m_x)$$

Forma 2:

$$q = \frac{n \quad m \quad n^m_x}{1 + (n - \alpha) \quad n^m_x}$$

en que  $\alpha$  = factor de separación ( $\alpha \leq n/2$ )

La salida es una matriz en que aparecen:

- 1 columna: edades (el vector E del encabezamiento)
- 2 columna: los datos  $n^m_x$
- 3 columna: los  $n^q_x$  resultantes de la forma 1, y
- 4 columna: los  $n^q_x$  de la forma 2.

```

VMAQ[[]]V
V R←E MAQ V;B;C;F;N
[1] C←(1+(1+E,0)-E+(0×1E[1]≠0),E),5
[2] R←Q(4,N←pV)pE,V,(1-*-C×V×1+0.008×V×C*2),÷0.5+÷5×V
[3] 2pSS;'INGRESE FACTORES DE SEPARACION PARA PRIMEROS GRUPOS'
[4] R[B;4]←÷(1-F÷C[B])÷÷C[B]×V[B←1RF←[]]
[5] R[1;3]←1-*-V[1]×0.9539-0.5509×V[1]
[6] →(C[2]≠4)/S1,R[N;2 4]←1
[7] →S1,R[2;3]←1-*-4×V[2]×0.9806-2.079×V[2]
[8] F1:→(C[3]≠1)/S1
[9] R[2;3]←1-*-V[2]×0.951-1.921×V[2]
[10] S1:R[;2 3 4]←R[;2 3 4]×1000
[11] SS;' EDAD M(X,N) Q(X,N):REED-MERR. LINEAL';SS
V

```

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

EE MAQ MXPR

INGRESE FACTORES DE SEPARACION PARA PRIMEROS GRUPOS

□:

FF

EDAD	M(X,N)	Q(X,N); REED-MERR.	LINEAL
0	23.727	22.0757	23.3393
1	8.25108	7.6863	8.21111
2	3.99065	3.98282	3.98222
3	2.42244	2.41955	2.41939
4	1.56251	1.56131	1.56125
5	0.849041	4.23692	4.23621
10	0.655792	3.27402	3.27359
15	1.13464	5.6584	5.65713
20	1.59836	7.96251	7.96001
25	1.71479	8.54023	8.53736
30	1.87022	9.311	9.3076
35	2.19626	10.926	10.9214
40	2.74088	13.6183	13.6111
45	3.66603	18.1764	18.1637
50	5.26248	25.9947	25.9693
55	7.80078	38.3116	38.2578
60	12.888	62.5636	62.4288
65	21.6201	102.882	102.557
70	41.7018	189.617	188.823
75	79.6431	332.729	332.093
80	141.174	516.062	521.732
85	1000	1000	1000

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO:

2.25 MINUTOS DE CONEXION Y  
2.32 SEGUNDOS DE C.P.U.

FF

0.3 0.41 0.47 0.48 0.48



## TASA

Calcula tasa de crecimiento, ya sea con variación exponencial o geométrica. Los intervalos de tiempo pueden ser ingresados directamente en años o mediante fechas iniciales y finales. El tipo de fórmula deseada indicará con un "1" si la variación es exponencial y con un "2" si es geométrica.

```

      VTASA[[]]
      ▽ R←TASA;VI;VF;D;F;FI;DT
[1]  'VALORES INICIALES'
[2]  VI←[]
[3]  'FINALES'
[4]  VF←[]
[5]  '?''ΔT''(1) O FECHAS (2)?'
[6]  →(1=[]) / P1
[7]  D← 0 31 59 90 120 151 181 212 243 273 304 334
[8]  'FECHA INICIAL'
[9]  FI←F[3]+(D[F[2]]+(F←[])[1])÷365.2422
[10] 'FINAL'
[11] SS;'' ΔT '' = '';DT←(F[3]+(D[F[2]]+(F←[])[1])÷365.2422)-FI;' ANOS';SS
[12] →P2
[13] P1:'' ΔT'' (EN ANOS)'
[14] DT←[]
[15] P2:''EXPONENCIAL(1) O GEOMETRICA(2)?'
[16] →(1=[]) / P3
[17] →0.,R←Q(3,ρVF)ρ(0.001×VI,VF),1000×-1+(VF÷VI)*÷DT.
[18] P3:R←Q(3,ρVF)ρ(0.001×VI,VF),1000×(÷VF÷VI)÷DT
      ▽

```

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

TASA

VALORES INICIALES

□:

1362 57823 15900 5580 13173

FINALES

□:

3410 67905 15909 4509 12907

? 'ΔT' (1) O FECHAS (2)?

□:

2

FECHA INICIAL

□:

12 6 1963

FINAL

□:

27 3 1968

' ΔT ' = 4.78918 ANOS

?EXPONENCIAL(1) O GEOMETRICA(2)?

□:

2

1.362	3.41	211.224
57.823	67.905	34.1291
15.909	15.909	0
5.58	4.509	-43.5234
13.173	12.907	-4.25043

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO:

1.87 MINUTOS DE CONEXION Y  
1.27 SEGUNDOS DE C.P.U.

## TAMOR

Cálculo de las funciones de una tabla de mortalidad. (Para cualquier juego de edades, individuales o agrupadas).

La ejecución de esta función es activa ingresando la instrucción:

N TAMOR D

en que N y D corresponderán a ciertos valores reales, siendo  $N = 2$  ó  $3$  según si los valores a que se refiere el dato D son  ${}_nq_x$  o  $l_x$ . (Importante: los valores de  ${}_nq_x$  deben ser absolutos y los de  $l_x$  deben basarse en una raíz 100000).

La "Tabla de mortalidad" puede definirse como el instrumento mediante el cual se miden las probabilidades de vida y de muerte de una población.

Las funciones básicas de una tabla de mortalidad son las siguientes:

- a) Intervalos de edad  $(x, x+n)$ : indican que las funciones de la tabla correspondientes a este intervalo se refieren al período de edades comprendido entre las edades exactas  $x$  y  $(x+n)$ . (No todas las funciones de la tabla de mortalidad se refieren a un intervalo de edad, otras, como veremos más adelante, se refieren sólo a la edad  $x$  de este intervalo).
- b) Probabilidad de muerte o tasa de mortalidad,  $q(x, n)$ : es la probabilidad que tiene una persona de edad exacta  $x$  de fallecer antes de cumplir la edad exacta  $x+n$ , esto es, de morir entre estos dos cumpleaños.

Se define por:

$$q(x, n) = {}_nq_x = \frac{d(x, n)}{l(x)}$$

en que:

- c)  $l(x)$  representa el número de sobrevivientes, es decir, el número de personas del grupo inicial (generalmente 100000, como se ha supuesto en esta función) que sobreviven al menos hasta la edad  $x$ , y,
- d)  $d(x, n)$  representa el número de muertes, es decir, el número de personas que, habiendo sobrevivido hasta la edad  $x$ , fallecen antes de cumplir la edad exacta  $x+n$ .

Las dos funciones anteriores están relacionadas por:

$$l(x+n) = l(x) - d(x, n)$$

- e)  $L(x, n)$  o  ${}_nL_x$  es el número de años que se espera vivirán los componentes del grupo  $l_x$  antes de cumplir la edad exacta  $x+n$ . Representa también el número de

individuos de edad comprendida entre las edades  $x$  y  $x+n$  de una población "estacionaria" de 100000 nacimientos anuales, y que, además, es cerrada, es decir, sin migración y sujeta a una ley de mortalidad constante en el tiempo.

Generalmente se calcula en función de  $l_x$  y de ciertos "factores de separación de las defunciones", mediante la relación:

$${}_nL_x = f \cdot l_x + (n-f) \cdot l_{x+n}$$

en que  $f$  toma, normalmente, el valor  $\frac{n}{2}$  y para  $x \geq 5$ .

Estos valores  $f$  deben entregarse, todos de una vez, cuando el computador los pida (no es necesario entregar aquellos iguales a  $\frac{n}{2}$ ).

f)  $m(x,n)$  es la tasa central de mortalidad y representa la razón entre las muertes ocurridas en el intervalo de edades  $(x, x+n)$  y los individuos de ese intervalo de edades, pertenecientes a la población estacionaria.

$${}_n m_x = m(x,n) = \frac{d(x,n)}{L(x,n)}$$

g)  $T(x)$ , que es el número de años vividos desde la edad exacta  $x$  hasta la total extinción de la población inicial;  $l_x$ ; se define por:

$$T_x = T(x) = \sum_x^{\omega-n} {}_nL_x$$

siendo  $\omega$  la edad a que se produce la extinción total del grupo, o sea, cuando  $l_x = l_\omega = 0$

e)  $e_x$ , esperanza de vida a la edad  $x$ , que representa el número promedio de años que se espera vivirán los individuos de edad  $x$ .

Se define por:

$$e_x = e(x) = \frac{T(x)}{l(x)}$$

Existen, además, otras relaciones empíricas, las más importantes de las cuales son aquellas dadas por Reed y Merrel para relacionar las  $m(x,n)$  y las  $q(x,n)$ . (Ver función MAQ).

Como puede verse, las funciones de la tabla están relacionadas entre sí de diferentes maneras, y sus valores se calcularán según sea la función que se tenga como dato. Las funciones que generalmente se utilizan como base para calcular una tabla de mortalidad son:  $l_x$  y  ${}_nq_x$ .

En caso de que se ingresen las  ${}_nq_x$  como datos para construir la tabla, (la constante N debe ser 2) los cálculos internos serán:

$$l_0 = 100\ 000.$$

$$l_{x+n} = l_x \times {}_nq_x \quad \text{y} \quad {}_nd_x = l_{x+n} - l_x$$

lo cual permite calcular las funciones  $l(x)$  y  $d(x)$  para todas las edades de la tabla.

En caso de que los datos sean las  $l(x)$ , partiendo de  $l_0=100000$ , se calculará

$${}_nq_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad \text{y} \quad {}_nd_x = l_{x+n} - l_x$$

Posteriormente se calculan las  ${}_nL_x$  mediante

$${}_nL_x = f \times l_x + (n-f) \times l_{x+n}$$

en que  $f=0.5n$ , excepto para las primeras edades en que toma los valores que se hayan ingresado al computador cuando esté solicitó los "FACTORES DE SEPARACION PARA LAS PRIMERAS EDADES".

Las  $T_x$  y  $e_x^o$  se calculan posteriormente mediante las relaciones

$$T_x = \sum_x^w {}_nL_x \quad \text{y} \quad e_x^o = \frac{T_x}{l_x}$$

Las relaciones de supervivencia quinquenales que se desprenden de la tabla se calculan a través de la relación,

$${}_5P_x = \frac{{}_5L_{x+5}}{{}_5L_x}$$

la  $P_b$  o probabilidad de vida de los recién nacidos es  ${}_5P_b = \frac{{}_5L_0}{500000}$

y la relación de supervivencia del grupo abierto (o sea, desde la última edad  $z$ ) es:

$$P_z \text{ y } + = \frac{T_{\text{último}}}{T_{\text{penúltimo}}} \frac{T_{z+5}}{T_z}$$

Los valores obtenidos de  ${}_nm_x$  se calculan por el cuociente entre las  ${}_nd_x$  y las  ${}_nL_x$ .

Si se desea construir una tabla de mortalidad a partir de  $m_{n,x}$  es preferible obtener primero las  $q_{n,x}$ , utilizando, por ejemplo, la función MAQ y luego construir la tabla basándose en los valores de  $q_{n,x}$  adaptados.

La función registra:

- a) una matriz TM que incluye los valores de la tabla de mortalidad (exceptuando las relaciones de supervivencia),
- b) un vector llamado PX en que se registran las relaciones de supervivencia incluyendo, al comienzo la  ${}_5P_b$  y al final la  ${}_{\omega-z}P_z$  del grupo abierto último. ( $P_z$  y +)

```

VTAMOR[ ]V
V N TAMOR D;E;I;L;LL;R;T;Q;C;F;M;X;B;PB;PM
[1] →(N=3)/L1,W←100000
[2] →P1,D[1]+Q[1]×L[M[R←pT+D+M+L+Q+Q,1Q[pQ+D]≠1]←1]←W
[3] I1:R←pM+T+Q+(D+L-1+L,0)÷L←(W×1L[1]≠W),L←D
[4] P1:'INGRESE ':'SS;'TITULO DE ESTA TABLA'
[5] X←[]
[6] 'EADADEA X DE CADA GRUPO (X,N)'
[7] →(N=3)/P2,C←((4+E,0)-E←(0×1E[I+1]≠0),E+[]),5
[8] Q2:D[I+1]+Q[I+1]×L[I+1]+L[I]-D[I]
[9] →(R>I←I+1)/Q2
[10] P2:LL←0.5×C[(1R-1),1]×L+1+L,0
[11] 'FACTORES DE SEPARACION DE PRIMEROS GRUPOS'
[12] LL[B]←(F×L[B])+(C[B]-F)×[1+B←1pF←[]]
[13] 'E(X) DE LA ULTIMA EDAD ( FUNCION DE 'L[R]!' O CTE. )'
[14] T[I←R]←LL[R]←L[R]×[]
[15] I2:T[I-1]←T[I]+LL[I-1]
[16] →(1<I←I+1)/I2
[17] M[F]←D[F]÷LL[F←1R-1]
[18] 7pSS:(8+L.5×74-pX)pB←' ':X;SS
[19] 8pB;'X M(X,N) Q(X,N) L[X] D(X,N) L(X,N) T(X)
[20] E(X) P(X,5)'
71p' ':PB:';PB←2E-6×B←+/LL[1X←1+E15]
[21] F←PX[1],((X-1)p0),PX[1+1←+pPX+LL[I,R-1]÷B,LL[I+X+1R-2+X]],0
[22] 10.5001+TM←q(9,R)pE,(10×N×M,Q),L,D,LL,T,(100×T÷L),F×W
[23] 66p' ':P(';E[R-1];',ω):';PM←+/T[R-0 1]
[24] EX←PB,PX,PM
[25] 3pSS:'REGISTRA ':';SS;'TM = TABLA DE MORTALIDAD';SS;'PX = RELAC.
DE SUPERV.'

```

▽

QXPR

0.0233393	0.00821111	0.00398222	0.00241939	0.00156129	0.00423621
0.00327359	0.00565713	0.00796001	0.00853736	0.0093076	0.0109214
0.0136111	0.0181637	0.0253693	0.0382573	0.0624298	0.102557
0.198823	0.332093	0.521732	1		

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

2 TAMOR QXPR  
INGRESE :

TITULO DE ESTA TABLA  
EJEMPLO DE USO DE LA FUNCION TAMOR , UTILIZANDO Q(X,N)  
EDADES X DE CADA GRUPO (X,N)

□:

0, (14), 5x17  
FACTORES DE SEPARACION DE PRIMEROS GRUPOS

□:

.3 .41 .47 .48 .48  
E(X) DE LA ULTIMA EDAD (FUNCION DE 'L [R]' O CTE.)

□:

⊗L[R]

EJEMPLO DE USO DE LA FUNCION TAMOR , UTILIZANDO Q(X,N)

X	M(X,N)	Q(X,N)	L(X)	D(X,N)	L(X,N)	T(X)	E(X)	P(X,5)
0	23727	23339	100000	2334	98366	7181327	7181	98909
1	8251	8211	97666	802	97193	7082960	7252	0
2	3991	3982	96864	386	96660	6985767	7212	0
3	2422	2419	96478	233	96357	6889108	7141	0
4	1563	1561	96245	150	96167	6792751	7058	0
5	849	4236	96095	407	479456	6696584	6969	99624
10	656	3274	95688	313	477655	6217128	6497	99554
15	1135	5657	95374	540	475523	5739473	6018	99319
20	1598	7960	94835	755	472287	5263950	5551	99175
25	1715	8537	94080	803	468392	4791663	5093	99108
30	1870	9308	93277	868	464213	4323271	4635	98989
35	2196	10921	92409	1009	459520	3859058	4176	98774
40	2741	13611	91399	1244	453887	3399538	3719	98413
45	3666	18164	90155	1638	446683	2945652	3267	97797
50	5262	25969	88518	2299	436842	2498969	2823	96797
55	7801	38258	86219	3299	422849	2062127	2392	94989
60	12888	62429	82920	5177	401661	1639278	1977	91815
65	21620	102557	77744	7973	368786	1237618	1592	85664
70	41702	188823	69771	13174	315917	868832	1245	74701
75	79643	332093	56596	18795	235994	552914	977	59197
80	141174	521732	37801	19722	139700	316921	838	0
85	1000000	1000000	18079	18079	177220	177220	980	0

PB:0.969485  
P(80,ω):0.559194

REGISTRA :

TM = TABLA DE MORTALIDAD

PX = RELAC. DE SUPERV.

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

4.62 MINUTOS DE CONEXION Y  
9.23 SEGUNDOS DE C.P.U.

ALGT

Calcula el inverso de la función logito (ver LGT). L es un arreglo de logitos.

```

▽ ALGT [ ]A
▽ R←ALGT L
[1] R←÷1+*-2×L
▽

```

MLGT				
2.42	1.66	0.17	0.15	2.03
2.24	1.16	0.06	0.95	2.05
2.19	1.11	0.03	1.31	2.07
2.13	0.9	0.01	1.36	2.21
2.04	0.7	0.03	1.64	2.24
1.87	0.57	0.09	1.99	2.44

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

```

□: ALGT MLGT

```

0.00784502	0.0348914	0.415809	0.574443	0.983043
0.0112064	0.0894801	0.470036	0.869892	0.983698
0.0123704	0.0979688	0.485004	0.932138	0.984327
0.0139256	0.141851	0.505	0.938197	0.988109
0.0166264	0.197816	0.514996	0.963736	0.988794
0.0232029	0.24232	0.544879	0.981657	0.99246

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

0.57 MINUTOS DE CONEXION Y  
0.58 SEGUNDOS DE C.P.U.

ST

0.867	0.7152	0.6552	0.6219	0.6015	0.5498	0.5131	0.4551
	0.3829	0.315	0.2496	0.1817	0.1073	0.0212	0.0832
	0.21	0.3562	0.5273	0.7338	0.988	1.3371	

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

```

□: ALGT -ST

```

0.849923	0.806964	0.78758	0.776225	0.769058	0.750185	0.736179
0.713041	0.682612	0.652489	0.622271	0.589863	0.553445	
0.510598	0.458496	0.396517	0.329069	0.258343	0.187308	
0.121746	0.064513					

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

0.27 MINUTOS DE CONEXION Y  
0.45 SEGUNDOS DE C.P.U.



DELTA

Esta función calcula, simplemente, las diferencias entre valores consecutivos de un vector.

```

      ▽DELTA[ ] ▽
      ▽ R←DELTA D
[1]   R←1+~1+(D,0)-0,D
      ▽

```

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□ :

```

      DELTA 2.3 3.7 1.9 2.4 3 5.2 6.9 10.3 1000 1000000 1E6
1.4   ~1.8 0.5 0.6 2.2 1.7 3.4 989.7 999000 0

```

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

0.79 MINUTOS DE CONEXION Y  
0.35 SEGUNDOS DE C.P.U.

GRAF

La función GRAF grafica funciones de una variable. Sean, por ejemplo,

$$Y_1 = f_1(x)$$

$$Y_2 = f_2(x)$$

... ..

$$Y_n = f_n(x) \text{ en que } 0 < n \leq 6$$

Si formamos una matriz de n columnas, en que cada una de ellas corresponda a una de las funciones  $Y_i$ , podemos, con ayuda de la función GRAF, graficarlas todas en un mismo cuadro.

En el ejemplo se han graficado tres funciones. La primera de ellas es la misma variable x, cuyos valores hemos hecho iguales a los números naturales de 1 a 12. La segunda función es (x+4), y la tercera, algo más complicada es:

$$Y_3 = 3.78x - 0.157x^{2.31}$$

Los signos utilizados para dibujar las curvas aparecen al comienzo del gráfico, colocados en el mismo orden en que se colocaron las funciones en la matriz de funciones de x.

El gráfico queda acotado por los valores máximo y mínimo que haya tomado alguna de las funciones y por el valor máximo y mínimo de la variable x. En el ejemplo, todos los valores de y, en las tres funciones, varían entre 16 (valor perteneciente a Y<sub>2</sub>) y -3.48367 (perteneciente a Y<sub>3</sub>).

```

VGRAF[ ]V
V X GRAF M;A;B;C;J;S;V;W;Y
[1] 'INGRESE DIMENSIONES DE LOS EJES X E Y'
[2] V←[0.5+(V-B)÷A+(V[J+ρV]-B+(V+X[W+AX])[1])÷(S+ρ)[1]
[3] Y←1+S[2]-L0.5+(M-A)÷B+((C+[1/B]-A+L/B+M+((J,(ρ,M)÷J)ρ,M)[W;])÷S[2]
[4] SS;W←('o+o×-')[1(ρM)[2]];SS;'YMAX = ';C
[5] M←(1 1+ S[2 1])ρ' '
[6] M[1,1+S[2];]+Q((1+S[1]),2)ρ'-'
[7] M[1+B+0]+(1+S[2])ρ' |'
[8] B1;M[X[B;];V[B+B+1]]+W
[9] →(B<J)/B1
[10] M;SS;'YMIN = ';A;SS;'XMIN = ';X[1];(S[1]-15)ρ' '; 'XMAX = ';X[J]

```

v

$M \leftarrow 12 \quad 3p0$   
 $M[;1] \leftarrow X + 12$   
 $M[;2] \leftarrow 4 + X$   
 $M[;3] \leftarrow (3.78 \times X) - .157 \times X + 2.31$

M		
1	5	3.623
2	6	6.7315
3	7	9.3537
4	8	11.259
5	9	12.436
6	10	12.83
7	11	12.397
8	12	11.096
9	13	8.8896
10	14	5.7447
11	15	1.63
12	16	3.4837

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

X GRAF M

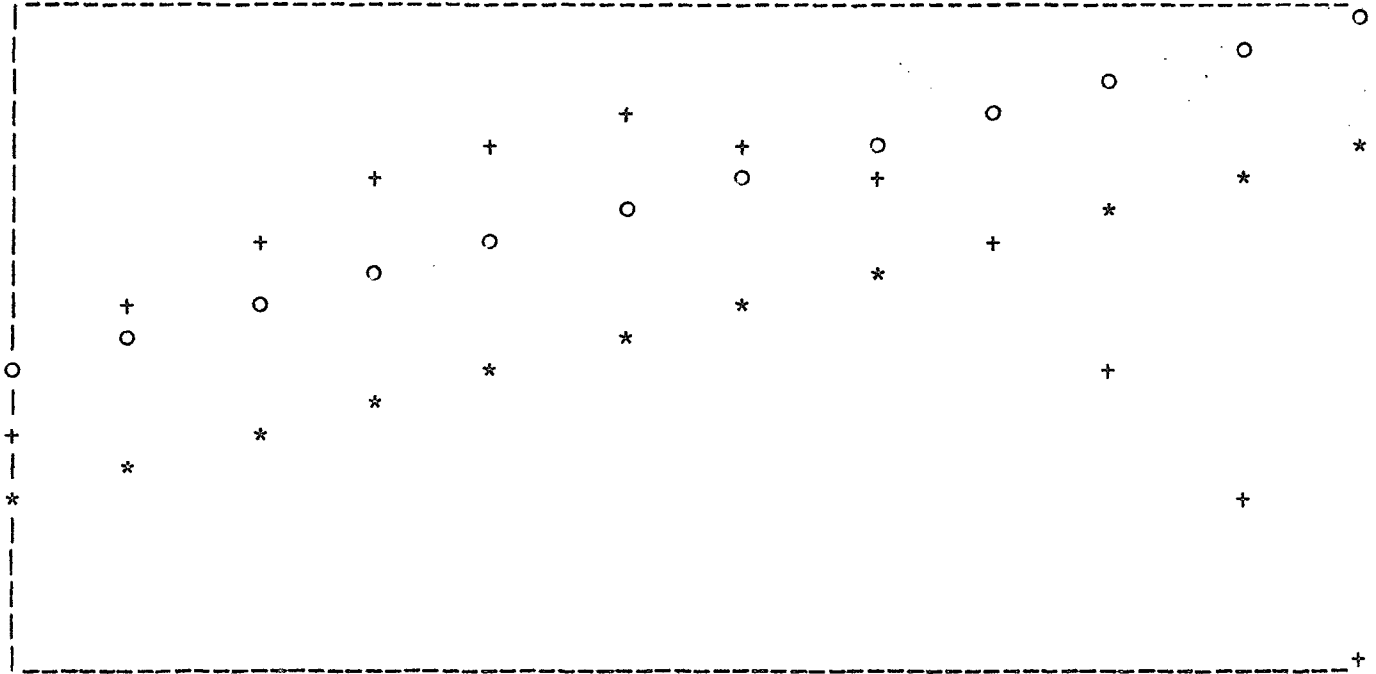
INGRESE DIMENSIONES DE LOS EJES X E Y

□:

70 20

\*O+

YMAX = 16



YMIN = 3.4837

XMIN = 1

XMAX = 12

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

1.58 MINUTOS DE CONEXION Y  
 0.57 SEGUNDOS DE C.P.U.

## INTPGE

Esta función interpola geoméricamente  $n$  valores por cada pareja de datos de los vectores iniciales y finales entregados a ella.

La forma de utilizar la función es ingresando, antes y después del nombre, los vectores básicos de la interpolación. Posteriormente, la función consultará sobre la cantidad de valores intermedios que se deseen.

La salida consiste en una matriz de tantas filas como elementos tenga cada uno de los vectores básicos, y  $(n+3)$  columnas. Las columnas 1 y  $(n+2)$  contienen los "vectores-dato", desde la 2 a la  $(n+1)$  se encuentran los  $n$  vectores interpolados geoméricamente, y en la última columna estarán las "razones geométricas" correspondientes a cada pareja de datos.

Observación: Si los datos presentan cambio de signo en alguna de las filas y el valor  $n$  es impar, el programa indicará error debido a que eso implicaría una razón geométrica compleja que la función no está programada para calcular.

```

VINTPGE[ ]V
V R+I INTPGE F;A;J;V
[1]  '?CUANTOS VALORES DESEA INTERPOLAR?'
[2]  R+Q((3+V+[]),pI)pF
[3]  R[;2]+I×R[;V+3]+A+(F÷R[; []+I)*÷V+J+1
[4]  J1:R[;J+ []+A×R[;J+J+1]
[5]  +(J<V)/J1

```

V

AB

1451.72 1141.74 885.95 697.126 617.206 561.333 499.552 415.354 335.043

CD

1659.16 1583.11 1392.6 1174.35 9129.39 6630.62 5576.42 5141.39 4482.27

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

AB INTPGE CD

?CUANTOS VALORES DESEA INTERPOLAR?

□:

2

1451.72	1517.81	1586.91	1659.16	1.04553
1141.74	1273.16	1419.7	1583.11	1.1151
885.95	1030.11	1197.72	1392.6	1.16271
697.126	829.481	986.966	1174.35	1.18986
617.206	1515.07	3719.1	9129.39	2.45473
561.333	1278.4	2911.45	6630.62	2.27743
499.552	1116.45	2495.15	5576.42	2.2349
415.354	960.814	2222.59	5141.39	2.31324
335.043	795.365	1882.13	4482.27	2.37392

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

0.84 MINUTOS DE CONEXION Y

1.19 SEGUNDOS DE C.P.U.

INTPLI

Esta función es análoga a INTPGE con la diferencia de que la interpolación es LINEAL. El ingreso de los datos y la salida son idénticos. La última columna de la matriz de salida entregará, por supuesto, las razones aritméticas entre las parejas de valores. En este caso no se presenta el problema de posibles "razones aritméticas complejas".

```

VINTPLI[ ]V
V R←I INTPLI F;A;J;V
[1] ?CUANTOS VALORES DESEA INTERPOLAR?
[2] R←Q((3+V←[ ]),ρI)ρF
[3] R[;2]←I+R[;V+3]←A←(F-R[;1]←I)÷V+J+1
[4] J1:R[;J+1]←A+R[;J←J+1]
[5] →(J<V) W1
V

```

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

[ ]:

AB INTPLI CD

?CUANTAS INTERPOLACIONES?

[ ]:

2

1451.72	1520.87	1590.01	1659.16	69.1467
1141.74	1228.86	1435.99	1583.11	147.123
885.95	1054.83	1223.72	1392.6	168.883
697.126	856.201	1015.28	1174.35	159.075
617.206	3454.6	6292	9129.39	2837.39
561.333	2584.43	4607.52	6630.62	2023.1
499.552	2191.84	3884.13	5576.42	1692.29
415.354	1990.7	3566.04	5141.39	1575.35
335.043	1717.45	3099.36	4482.27	1382.41

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

0.96 MINUTOS DE CONEXION Y

0.88 SEGUNDOS DE C.P.U.

LGT :

La función  $f(x) = 1/2 \ln [x/(1-x)]$  se conoce con el nombre de función LOGITO (Logit).

El campo de variación de esta función está limitado por  $0 < x/(1-x) < +\infty$  pues no existen logaritmos ni de números negativos ni del cero. Por lo tanto, la función es válida para valores ubicados dentro del intervalo  $0 < x < 1$ .

Se puede demostrar que :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty \quad \text{y que:} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$$

La función NO está definida para los puntos  $x = 0$ , ni  $x = 1$ . El punto de inflexión se presenta en  $x = 0,5$  en que

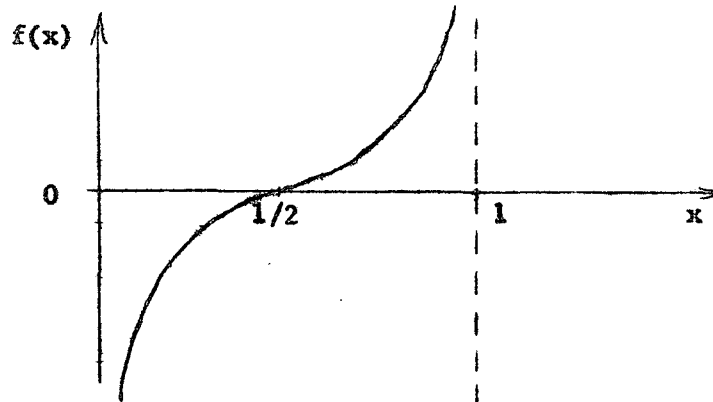
$$\text{logito de } 0.5 = 1/2 \ln [0.5/(1-0.5)] = 1/2 \ln 1 = 0$$

Se puede demostrar que esta curva presenta cierta simetría

Sea :  $0 < p < 1 \quad p = 1 - q \implies 1 > q = 1 - p > 0$

logito de  $p = 1/2 \ln [p/(1-p)] = -1/2 \ln [(1-p)/p] = -1/2 \ln [q/(1-q)] = -\text{logito de } q$   
o sea :  $\text{logito de } p = -\text{logito de } q = -\text{logito de } (1-p)$

En la figura se presenta un bosquejo de esta función, en donde se puede ver que cuando  $x \rightarrow 0^+$ ,  $f(x) \rightarrow -\infty$ , y cuando  $x \rightarrow 1^-$ ,  $f(x) \rightarrow +\infty$



La función antilogito es simplemente la función inversa de ésta, es decir :

$$\text{Función "antilogito" de } F = 1/(1+e^{-2F})$$

En la página siguiente se ha graficado la función logito para un amplio y continuo conjunto de valores dentro del intervalo cerrado  $(0,1)$ ; para ésto se utilizó la función GRAF.

$$X \leftarrow ((1100) \div 100) - .005$$

X[1 2 3 4 9 50 51 98 99 100]  
0.005 0.015 0.025 0.435 0.495 0.505 0.975 0.985 0.995

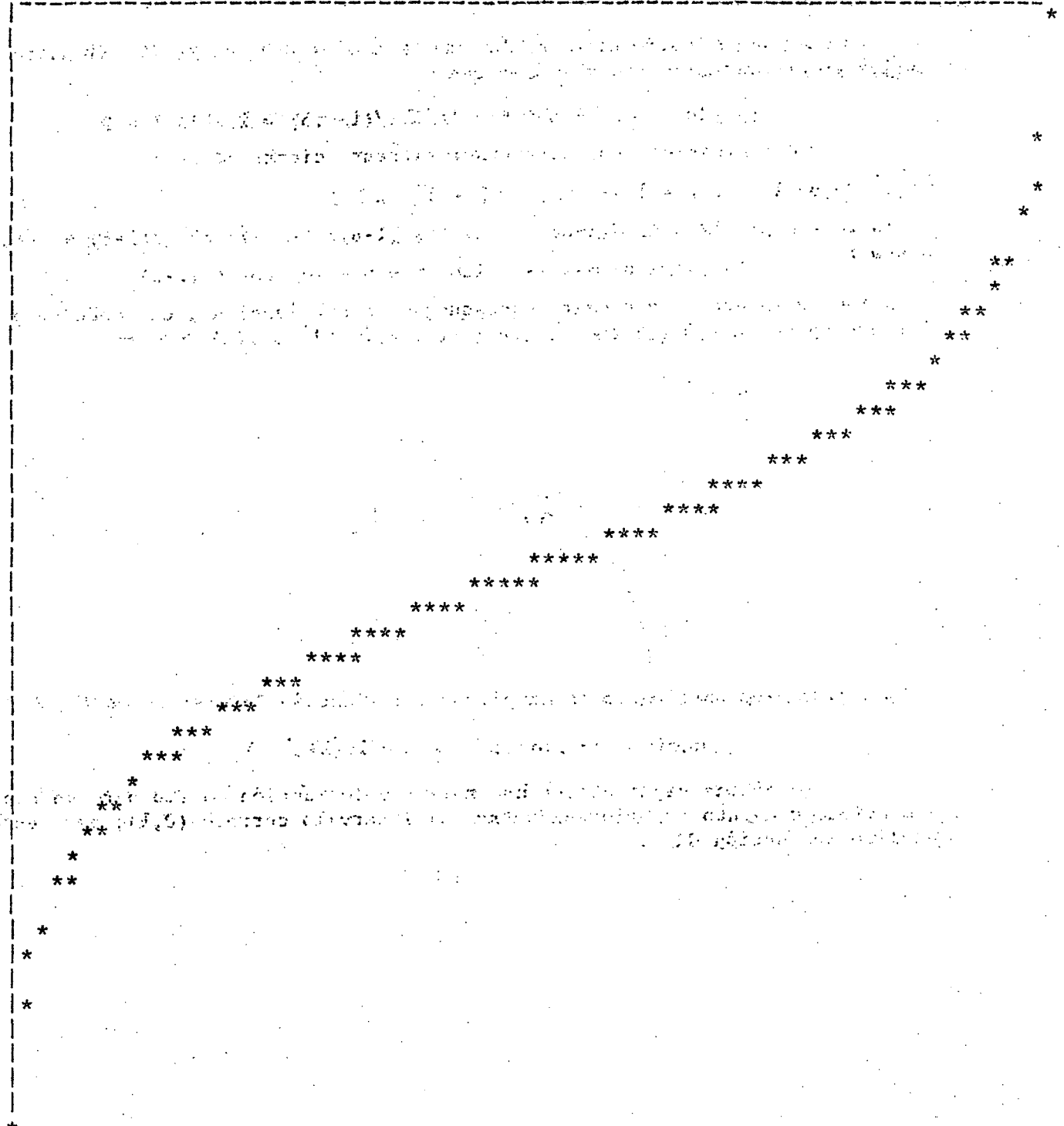
Y GRAB (LGT X)

INGRESA DIMENSIONES DE LOS EJES X E Y

E:  
70 45

SEP 1968

\*  
YMAX = 2.6467



\*  
YMIN = -2.6467  
XMIN = 0.005

XMAX = 0.995



V LGT III V

$V R \leftarrow LGT P$

[1]  $R \leftarrow 0.5 \times P \div 1 - P$

V

$X \leftarrow 0.5 \cdot 20p((100) \div 100) - 1 \div 200$

X				
0.005	0.205	0.405	0.605	0.805
0.015	0.215	0.415	0.615	0.815
0.025	0.225	0.425	0.625	0.825
0.035	0.235	0.435	0.635	0.835
0.045	0.245	0.445	0.645	0.845
0.055	0.255	0.455	0.655	0.855
0.065	0.265	0.465	0.665	0.865
0.075	0.275	0.475	0.675	0.875
0.085	0.285	0.485	0.685	0.885
0.095	0.295	0.495	0.695	0.895
0.105	0.305	0.505	0.705	0.905
0.115	0.315	0.515	0.715	0.915
0.125	0.325	0.525	0.725	0.925
0.135	0.335	0.535	0.735	0.935
0.145	0.345	0.545	0.745	0.945
0.155	0.355	0.555	0.755	0.955
0.165	0.365	0.565	0.765	0.965
0.175	0.375	0.575	0.775	0.975
0.185	0.385	0.585	0.785	0.985
0.195	0.395	0.595	0.795	0.995

LGT X

-2.64665	-0.677666	-0.192337	0.213171	0.708921
-2.0923	-0.647523	-0.171667	0.234189	0.741416
-1.83173	-0.618381	-0.15114	0.255413	0.775299
-1.65839	-0.590145	-0.13074	0.276264	0.810743
-1.52752	-0.56273	-0.110447	0.298566	0.847956
-1.42193	-0.53636	-0.0902442	0.320545	0.887184
-1.33308	-0.51007	-0.0701147	0.342822	0.928727
-1.25615	-0.4847	-0.0500417	0.365444	0.972955
-1.18814	-0.459397	-0.030009	0.388423	1.02033
-1.12703	-0.435611	-0.0100003	0.4113	1.07143
-1.07143	-0.4113	0.0100003	0.435611	1.12703
-1.02033	-0.388423	0.030009	0.459297	1.18814
-0.972955	-0.365444	0.0500417	0.4847	1.25615
-0.928727	-0.342822	0.0701147	0.51007	1.33308
-0.887184	-0.320545	0.0902442	0.53636	1.42193
-0.847956	-0.298566	0.110447	0.56273	1.52752
-0.810743	-0.276264	0.13074	0.590145	1.65839
-0.775299	-0.255413	0.15114	0.618381	1.83173
-0.741416	-0.234189	0.171667	0.647523	2.0923
-0.708921	-0.213171	0.192337	0.677666	2.64665

ESTE CALCULO EMPLEA 1.5 SEGUNDOS DE C.P.U. APROXIMADAMENTE

MACOL  
MGCOL

Estas funciones calculan las medias aritméticas y geométricas, respectivamente, entre las columnas de una matriz. La salida es por lo tanto, una matriz con una columna menos que la matriz de datos.

Las instrucciones que conforman estas funciones son :

```

∇MACOL[ ]∇
∇ R←MACOL D
[1] R←0.5×(0 1+D)÷ 0 -1 +D
∇

```

```

∇MGCOL[ ]∇
∇ R←MGCOL D
[1] R←((0 1 +D)×0 -1 +D)*0.5
∇

```

La matriz a la cual se aplicaron estos programas en los ejemplos presentados, es:

MMC				
1451.72	1501.02	1551.98	1604.68	1659.16
1141.74	1238.95	1344.43	1458.9	1583.11
885.95	992.003	1110.75	1243.72	1392.6
697.126	794.205	904.803	1030.8	1174.35
617.206	680.664	750.647	827.825	912.939
561.333	585.2	610.081	636.02	663.062
499.552	513.481	527.799	542.515	557.642
415.354	438.111	462.114	487.433	514.139
335.043	360.33	387.525	416.772	443.227

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

MACOL MMC

1476.37	1526.5	1578.33	1631.92
1190.34	1291.69	1401.67	1521.01
938.977	1051.38	1177.23	1318.16
745.665	849.504	967.802	1102.57
648.935	715.656	789.236	870.382
573.266	597.64	623.051	649.541
506.517	520.64	535.157	550.079
426.732	450.113	474.774	500.786
347.686	373.927	402.148	432.5

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO 0.57 MINUTOS DE CONEXION  
0.48 SEGUNDOS DE C.P.U.

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

MGCOL MMC

1476.17	1526.29	1578.11	1631.69
1189.35	1290.61	1400.5	1519.74
937.478	1049.7	1175.36	1316.05
744.084	847.702	965.749	1100.24
648.159	714.8	788.292	869.341
573.142	597.511	622.916	649.4
506.469	520.591	535.106	550.027
426.581	449.952	474.605	500.608
347.456	373.68	401.882	432.214

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :  
0.61 MINUTOS DE CONEXION Y  
0.68 SEGUNDOS DE C.P.U.

GAMTAU:

Esta función calcula los valores de los coeficientes de asociación GAMMA y TAU que se utilizan al hacer análisis entre variables con tablas de doble entrada.

El coeficiente GAMMA, que se usa generalmente cuando existe un cierto orden entre las características medidas, se calcula a través de la fórmula:

$$\gamma = \frac{N_s - N_d}{N_s + N_d}$$

en que:

$n_s$  = la primera celda de arriba a la izquierda, multiplicada por la suma de todas las que están por abajo y a su derecha, luego, la segunda por todas las que están por debajo y a su derecha, y así sucesivamente (ver ejemplo).

$n_d$  = la primera celda a la derecha y el mismo procedimiento que para  $n_s$  multiplicando siempre por la suma de las frecuencias por debajo y, en este caso, a la izquierda.

Sea, por ejemplo, el siguiente cuadro de doble entrada:

	NIVEL EDUCACION MARIDO			
	UNIV	MED	PRIM	
NIVEL EDUCACION	UNIV	9	26	13
	MED.	19	75	83
ESPOSA	PRIM	16	56	110

$$n_s = 9 \times (75 + 83 + 56 + 110) + 26 \times (83 + 110) + 19 \times (56 + 110) + 75 \times 110 = 19338$$

$$n_d = 13 \times (19 + 75 + 16 + 56) + 26 \times (19 + 16) + 83 \times (56 + 16) + 75 \times 16 = 10244$$

de donde  $\gamma = 0.307$

Los valores de gamma varían entre : 1, que significaría una asociación positiva entre las variables, y -1, que implicaría una asociación negativa entre ellas, pasando por 0, que indica falta de asociación entre las variables.

El coeficiente TAU se mide de distintas maneras según si la matriz de observaciones sea cuadrada o no. Si lo es, es decir, si tiene igual número de filas que de columnas, se mide como:

$$\tau_{m=n} = \frac{Z \times (N_s - N_d)}{Q \times (Q-1)}$$

en que;

$$Q = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

es decir,

Q es igual a la suma de todos los elementos de la matriz de observaciones (m y n son las dimensiones de la matriz). Si llamamos z al valor menor de las dimensiones de la matriz, es decir  $z = \min(m, n)$ . El TAU se mide entonces como:

$$\tau_{m \neq n} = \frac{2 \times (N_s - N_d)}{\left(\frac{z-1}{z}\right) \times Q^2}$$

La salida de la función es un vector con 2 elementos, el valor del coeficiente GAMMA y del coeficiente TAU correspondiente.

```

      V GAMTAU [ ] V
    V GAMTAU M;C;D;I;J;K;A
[1] Q←(Z+0)++//M
[2] C1:R←A+0 0
[3] C←(ρ[M])[I+1]
[4] D←(ρM)[2]
[5] I1:J+1
[6] J1:K+1
[7] K1:A[I]←A[I]+I[J;K]×+/,M[J+1;C-J;K+1;D-K]
[8] →(D>K+K+1)/K1
[9] →(C>J+J+1)/J1
[10] V←φM
[11] →(S>I+I+1)/I1
[12] →(C=D)/T,R[1]←(-/A)÷+/A
[13] →P1,R[2]←(2×(-/A)÷Q*2)÷1-÷(C×C<D)+D×D<C
[14] T:R[2]←2×(-/A)÷(Q-1)×Q
[15] P1:SS;R;SS
[16] →(1<Z+Z+1)/O1
[17] 'SI DESEA OTRO CALCULO , INGRESE LOS DATOS'
[18] 'PARA TERMINAR INGRESE 0'
[19] O1:→(0<Q+//M+□)/C1
    V

```

NIEDEC+3 3p9 26 13 19 75 83 16 56 110

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

R\*\*\*\*\*

□:

GAMTAU NIEDEC

9 26 13

19 75 83

16 56 110

0.307417 0.110069

SI DESEA OTRO CALCULO , INGRESE LOS DATOS

PARA TERMINAR INGRESE 0

□: 3 3 p44 0 4 0 157 0 0 0 132

44 0 4

0 157 0

0 0 132

0.971531 0.573853

□:

0

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

1.47 MINUTOS DE CONEXION Y

4.03 SEGUNDOS DE C.P.U.

NIEDUC es la matriz correspondiente al cuadro de doble entrada para el ejemplo indicado anteriormente.

IPA:

La función IPA realiza PATH ANALYSIS de variables basándose en la matriz de correlación M, y del orden de causalidad entre ellas (el computador pide esta última información a medida que se realiza el proceso).

PATH ANALYSIS:

1. Con el path analysis se analizan los efectos directos e indirectos lineales de unas variables en otras dentro de un sistema cerrado. Es una forma de análisis de regresión parcial, usando los scores estándares. La ventaja de éstos es que los coeficientes de todas las variables del sistema sean directamente comparables.

La relación entre el coeficiente de regresión parcial (no estandarizado) y el coeficiente de path (estandarizado) es:

$$P_{ij} = \frac{S_j}{S_i} \times C_{ij}$$

i = variable dependiente

j = variable independiente

s = desviación estándar

c = coeficiente de regresión parcial

p = coeficiente "de path"

2. El método requiere ciertas características de las variables dentro del modelo: las relaciones entre estas deben ser lineales, aditivas y asimétricas; lo que quiere decir que no debe existir interacción entre las variables y que el modelo supone cierta causalidad u ordenación temporal. Además, como en las demás formas de regresión, se supone que las variables estén medidas a nivel de intervalo.

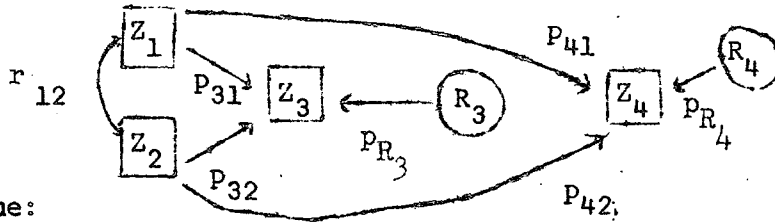
3. En el modelo se distinguen:

a) Variables exógenas, las que se suponen independientes de las demás variables dentro del modelo. Entre ellas pueden existir correlaciones, pero éstas quedan sin analizar.

b) Variables endógenas, las que son dependientes (en parte) de otras variables dentro del sistema.

c) Supuestas variables residuas, las que no se ingresan en la matriz de coeficientes de correlación, pero que se introducen para aclarar el residuo de la varianza en las variables endógenas que no está aclarada por las demás variables dentro del sistema. (El valor del coeficiente de path del residuo correspondiente es, por lo tanto,  $P_r = \sqrt{1 - (\text{coeficiente de correlación múltiple})^2}$ ). Los tres tipos de variables en su conjunto aclaran por definición el ciento por ciento de la varianza en cada variable endógena.

4. En forma gráfica, un diagrama de path puede tener la siguiente forma:



en que:

$z_1$  y  $z_2$  : variables exógenas (en scores estándares)

$z_3$  y  $z_4$  : variables endógenas (en scores estándares)

$R_3$  y  $R_4$  : variables residuas (en scores estándares)

$P_{41}$ ,  $P_{42}$ ,  $P_{32}$ ,  $P_{31}$ ,  $P_{R_3}$ ,  $P_{R_4}$  : coeficientes de path

$r_{12}$  : coeficiente de correlación

5. Entre las variables exógenas se mantienen los coeficientes de correlación porque se las considera como causantes y no influidas por ninguna de las variables endógenas. Se supone que las demás relaciones originales (coeficientes de correlación) cambien porque están recalculadas tomando en cuenta los otros caminos por los cuales la variable endógena esté influida: ellas se expresan en los mencionados coeficientes de path.

6. La definición de coeficiente de path (Wright 1934) es el número que indica la fracción de la desviación estándar de una variable dependiente que está explicada en forma directa por la variación de la variable independiente. Esta fracción se encontraría si el factor variara en la misma medida que en los datos observados, manteniéndose constantes todas las demás variables (relevantes) incluso las variables residuas.

7. Esta definición se ve reflejada en el teorema básico del path analysis:

$$r_{ij} = \sum_{q=1}^n p_{iq} \times C_{jq}$$

$r$  = coeficiente de correlación  
 $i$  = variable dependiente  
 $j$  = variable independiente  
 $p$  = path coefficient  
 $q \dots n$  = variables intervinientes

(fórmula que muestra que la correlación entre dos variables está compuesta de una serie de efectos directos ( $\sum_{q=1}^n p_{iq}$ ) de las variables intervinientes y una serie correspondiente de correlaciones entre la variable más independiente y

estas variables intervinientes. Además, muestra que cada path coefficient está calculado tomando en cuenta los demás caminos por los cuales la variable más independiente influye en la variable dependiente).

8. Para hacer los cálculos correspondientes, el programa usado necesita una matriz de correlaciones en que entren solamente las variables usadas en el modelo.

El programa pregunta por las variables exógenas y después por las variables que influyen en cada una de las variables endógenas. La salida consiste en una matriz de path coefficient en que el último renglón se refiere a los residuos de las variables endógenas.

La salida es una matriz en que aparecen: los coeficientes de path entre las variables interrelacionadas, los coeficientes de correlación múltiple (penúltima fila), y los residuos (última columna).

Fuente:

Wright, S., "El método de path coefficient", en Annals of Mathematical Statistics, tomo 5, septiembre de 1934, págs. 161-215.

```

VIPA[ ]V
V IPA M;E;A;F;J;K;P;B;V
[1] 'INGRESE N° DE ORDEN DE ': ;SS; 'VARIABLES EXOGENAS'
[2] P←(3 1 +ρM)ρI+0
[3] E←(Λ/[1])(ρ,E),F)ρ,(E←[ ]),≠A)/A+iF←(ρM)[1]
[4] 'VARIABLES CAUSALES DE: '
[5] I1: 'VARIABLE :;J+E[I+I+1]
[6] P[3+P;K]←(1-P[2+F;K]←+/(P[1+B;K+1+J]←VEM[B;B])×V←M[B+[];J])*
0.5
[7] →(I<ρE)/I1
[8] P[1+A;1]←P[1;1+A]←A
[9] SS; 'COEFICIENTES DE INTERACCION ':SS; '(+)CAUSAS\EFFECTOS(+)'
SS;P[;1,E+1]

```

V



PERU3

1	0.35	0.46	0.51	0.43
0.35	1	0.72	0.51	0.43
0.46	0.72	1	0.71	0.45
0.51	0.51	0.71	1	0.41
0.43	0.43	0.45	0.41	1

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

IPA PERU3

INGRESE N° DE ORDEN DE :

VARIABLES EXOGENAS

□:

1 3

VARIABLES CAUSALES DE :

VARIABLE 2

□:

1 3

VARIABLE 4

□:

2 3

VARIABLE 5

□:

1 2 4

COEFICIENTES DE INTERACCION (' DE PATH ')

(\*)CAUSAS/EFECTOS(→)

0	2	4	5
1	0.0238458	0	0.266209
2	0	0.00249169	0.266209
3	0.709031	0.711794	0
4	0	0	0.138457
5	0	0	0
0	0.518848	0.504103	0.285711
0	0.693651	0.7042	0.845156

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

1.23 MINUTOS DE CONEXION Y  
6.33 SEGUNDOS DE C.P.U.

**JERVE:**

El encabezamiento de la función es  $R \leftarrow \text{JERVE } N$  en que  $N$  es una matriz de observaciones. Cada columna de  $N$  corresponderá a los valores de cada una de las variables y cada fila a los valores de las distintas variables para una observación específica. La primera columna, es decir, la primera variable, debe ser la dependiente (o por explicar) y el resto, las independientes (o explicativas) colocadas en cualquier orden.

La función JERVE jerarquiza las variables explicativas según su contribución a la explicación de la variable dependiente. Para esto se forman internamente la matriz de correlación simple (o de orden 0) y luego las matrices de coeficientes de correlación parcial de orden  $i$  en que se han descontado los efectos de las  $i$  variables más explicativas, tanto en la variable dependiente como en las independientes aún no consideradas. Si llamamos  $r_{1j,i}$  a los coeficientes de correlación parcial de orden  $i$ , el mayor de ellos indicará la variable  $j$  que más contribuye a la explicación de lo que quede por explicar de la variable dependiente, es decir, la  $j$  indicará la nueva variable jerarquizada.

La salida de la función es una matriz de tres columnas en donde aparece:

- 1<sup>a</sup> columna: número de las variables, jerarquizadas según su contribución a la explicación de la variable dependiente, la número 1,
- 2<sup>a</sup> columna: coeficiente de regresión múltiple que se obtendrían si se considera sólo hasta esa variable, tomándolas en forma jerarquizada,
- 3<sup>a</sup> columna: el coeficiente de correlación parcial correspondiente a esas primeras variables jerarquizadas.

```

VJERVE[[]]V
V R←JERVE N;A;B;C;D;E;F;G;H
[1] R←(C,3)ρ(3ρE+0),F←1C←(ρN+C1 N)[1]
[2] E1:R[E+1;]←F[D],B,A+(1-A←R[E←E+1;3])×(B←N[1;D←(V|N[1;])[2]])*2
[3] N←(F[G;C]-B°.×B)÷(A°.×A←1-(B←N[(G←(H+D°.≠1ρF)/1ρF];D])*2)*0.5
[4] →(E←C-2)/V1,F←H/F
[5] R[1,C;]← 2 3 ρ 1 1 1,F[2],B,A+(1-A←R[C-1;3])×(B←N[1;2])*2

```

MPRREGM

153.7	89.8	309	55.7	17.6
122.5	84.7	355	108.3	18.9
160.5	83.1	70	106.8	8.4
126.6	80	191	102.6	13.9
108.3	69.9	140	89.5	11.9
109.3	65.9	446	84.5	21.2
83.9	57.7	265	73.9	16.3
130.4	54.5	110	70.3	10.5
92	53.6	575	68.8	24
86.2	53.1	550	68.1	23.5
74.6	51.5	455	65.9	21.4
75.1	49.7	225	63.6	15

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

JERVE MPRREGM

1	1	1
2	0.832313	0.692745
5	0.523829	0.777054
3	0.639592	0.868257
4	0.586916	0.913638

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO:

0.48 MINUTOS DE CONEXION Y  
2.6 SEGUNDOS DE C.P.U.

**LAMBDA:**

Esta función calcula el coeficiente LAMBDA (Goodman y Kruskal, 1954) que se utiliza al analizar tablas de doble entrada.

Si llamamos A y B las variables que dan origen a esta tabla, en general, se logrará una mejoría en la predicción de los valores según la variable B si se conoce la correspondiente categoría en la variable A, dependiendo del grado de dependencia que exista entre esas dos variables.

Se define así una medida de asociación,  $\lambda$ , que mide cuanto se mejora la predicción de B si se conoce la correspondiente categoría de A. Por lo tanto, este valor, que puede variar entre 0 y 1 (el signo no tiene importancia), se interpreta diciendo que la predicción de un elemento según B se mejora en  $(100\lambda)$  por ciento si se conoce la correspondiente categoría según A.

El encabezamiento de la función R ← LAMBDA M, en que M es la tabla de doble entrada.

Las fórmulas utilizadas son:

$$\lambda_{b.a} = \frac{\sum \max n_{ab} - \max n_b}{N - \max n_b} \quad \text{y} \quad \lambda_{a.b} = \frac{\sum \max n_{ba} - \max n_a}{N - \max n_a}$$

La salida es un vector con los valores de  $\lambda_{b.a}$  y  $\lambda_{a.b}$

```

▽LAMBDA[ ]▽
▽ R←LAMBDA I;A;C;D;E;I;J
[1] R←0, J←0
[2] J1:1+(C+(P I)[2])P I+0×J+J+1
[3] I1:A[I]+[ /N; I+I+1]
[4] →(I<C)/I1
[5] →(J+((+/A)-E)÷(+/B)-E+[ /D++/X
[6] M+0
[7] →(J<2)/J1
▽

```

**TIEMPOS**

INGRASE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

LAMBDA RESETN

0.130841 0.211765

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

0.3 MINUTOS DE CONEXION Y  
1.2 SEGUNDOS DE C.P.U.

**RESETN**

11	17	2	0
4	18	1	3
48	9	9	8
25	13	4	7
2	0	1	1

## Regresión múltiple y regresión simple

Cuando un investigador habla de la existencia de una "relación funcional" entre dos o más cantidades variables, quiere decir que, si se conoce el valor de algunas de ellas, es posible encontrar (o estimar) el de otra por medio de sustituciones en una fórmula que las relacione.

Los métodos de regresión tratan de obtener los coeficientes de la "relación funcional" o "ecuación de regresión" que relaciona dos o más variables, ajustando esta curva de manera que se aproxime lo más posible a las observaciones reales, utilizando el método de "mínimo de los cuadrados".

Este método de ajuste considera como la "mejor adaptación" una línea tal que haga mínima la suma de los cuadrados de las diferencias, entre los valores observados (o empíricos) y los ajustados (o teóricos), correspondientes a los distintos valores de la función analítica elegida para los mismos valores de la variable explicativa.

Además de estimar la ecuación de regresión, es necesario completar el análisis de regresión con la obtención de medidas o coeficientes que permitan conocer el grado de representatividad de la función analítica ajustada a los datos obtenidos empíricamente.

Cuando la regresión se realiza entre dos variables, se habla de regresión simple, y cuando es entre varias, de regresión múltiple.

Las funciones siguientes entregan una serie de resultados propios del análisis de regresión.

### RCMS

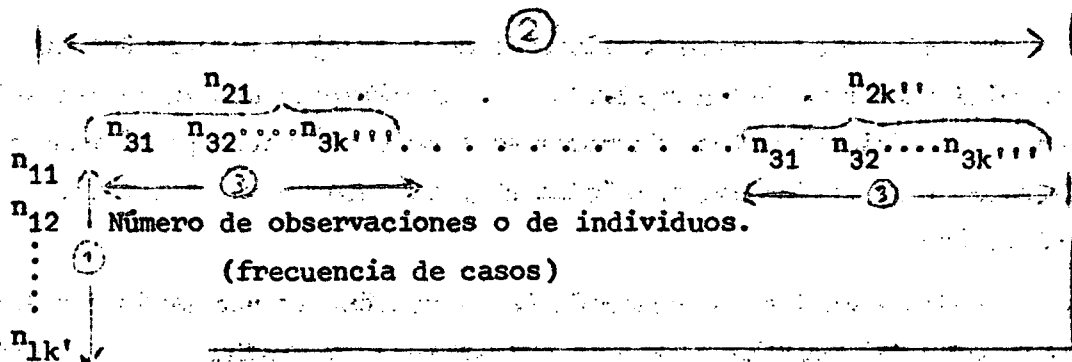
Regresión con variables Categorizadas, modelo Multiplicador Simple. La función está programada para considerar tres variables explicativas cuyas observaciones se encuentran clasificadas en cualquier cantidad de categorías posibles ( $k'$ ,  $k''$ ,  $k'''$ ).

El encabezamiento de la función es  $R+Z$  RCMS X en que: Z es un vector de tres elementos, los valores  $k'$ ,  $k''$  y  $k'''$ ; X es el vector de las sumas de los valores de las variables por explicar para el conjunto de observaciones (o individuos) dentro de cada categoría en que se han clasificado las tres variables,

es decir, es un vector de  $(k' + k'' + k''')$  elementos, y R es el vector de coeficientes de la ecuación de regresión. Por ejemplo: RR=3 5 3 RCMS 27 31 12 9 17 28 36 25 12 18 16 indica que la 1ª variable explicativa tiene tres categorías, y que la suma de los valores de la variable por explicar (X1) en esas tres categorías es 27 31 12. Análogamente, la 2ª variable explicativa tiene cinco categorías y la suma de los valores de X1 en esas cinco categorías es 9 17 28 36 25.

RR será un vector, que quedará registrado con ese nombre, y contendrá los coeficientes de la ecuación de regresión.

En general, podemos representar una tabla de triple entrada en la forma:



- 1) Categorías de la primera variable explicativa
- 2) Categorías de la segunda variable explicativa
- 3) Categorías de la tercera variable explicativa

Debemos entregar esta información al computador posteriormente, cuando éste la requiera.

```

VRCMS[[]]V
V R+Z RCMS X;A;C;D;E;F;G;H;I;M;P;V
[1] D+P R+(((P+Z[1])+C+Z[3])P1),H+(F+Z[2])P1
[2] SS;'INGRESE: ;SS;' MATRIZ DE OBSERVACIONES (TRIPLE ENTRADA)'
[3] M1+[]
[4] M2+(F,PxC)P I+0
[5] I2:M2[I+I+1;]+,M1[(C×I)+iC]
[6] →(I<P)/I2
[7] M3+(C,P×F)P I+0
[8] I3:M3[I;]+,M1[(C×0, iC-1)+I+I+1]
[9] →(I<C)/I3
[10] E1:Z+R[A]+X[A+iP]÷(,H°.×G+(V+R)[P+P+iC])+.×Q11
[11] H+R[A]+X[A+P+iF]÷(,Z°.×G)+.×Q12
[12] R[A]+X[A+P+P+iC]÷(,Z°.×H)+.×Q13
[13] →(1E-6+/(1-R÷V)*2)/E1
[14] SS;' MATRIZ DE MEDIAS TEORICAS';SS;A+Z°.×,H°.×R[A];SS
[15] SS;' MATRIZ DE VALORES TEORICOS';SS;M1×A;SS
V
    
```

La salida de la función incluye una matriz de medias teóricas, es decir, los valores  $\bar{x} \times b_i \times b_j \times b_k$  en que  $\bar{x}$  es la media general y la matriz de valores teóricos.

Además, entrega en R los coeficientes de regresión, en que los correspondientes a la primera variable están amplificados por la media general, x. O sea, entrega

$$\underbrace{\hat{x} b_1 \quad \hat{x} b_2 \quad \dots \quad \hat{x} b_j}_{\text{Para las } j \text{ categorías de la 1a. variable (1er criterio)}} \quad \underbrace{b_{j+1} \dots b_k}_{\text{Para las categorías de la 2a variable (2º criterio)}} \quad \underbrace{b_{k+1} \dots b_p}_{\text{Idem (3er criterio)}}$$

Ejemplo: De acuerdo con la Encuesta Retrospectiva sobre Aborto Inducido realizada en la ciudad de Panamá en 1969 por CELADE (Programa PEAL), de un total de 1 461 mujeres encuestadas se tiene, según:

Edad: categorías 2, 3, 4

Estado conyugal: categorías 5, 6, 7

Nivel socio-económico: categorías 8, 9 y 10

la siguiente distribución:

	5			6			7			Total
	8	9	10	8	9	10	8	9	10	
2	69	76	130	2	7	25	0	0	7	316
2	52	69	60	168	146	129	4	20	42	690
4	14	17	12	128	95	114	13	21	41	455
Total	135	162	202	298	248	268	17	41	90	1 461

Para el total de hijos tenidos (nacidos vivos) la distribución es la siguiente:

	5			6			7			Total
	8	9	10	8	9	10	8	9	10	
2	0	3	2	1	6	18	0	0	7	37
3	0	5	6	304	249	432	5	38	95	1 134
4	0	0	7	423	306	467	30	58	154	1 445
Total	0	8	15	728	561	917	35	96	256	2 516

lo que da un promedio general de  $\bar{x}_1 = 2\ 616/1\ 461 = 1,71$  hijos tenidos por mujer, desde que entraron a edad fértil hasta la fecha de la encuesta. Se trata de ver cómo se explica la variación de la fecundidad alcanzada por las mujeres según sea el grupo de edades a que pertenecen, su estado conyugal y su nivel socio-económico. El número total de nacidos vivos por categorías, es:

Categoría	Total
2	37
3	1134
4	1445
5	23=(8 + 15)
6	2206=(728 + 561 + 917)
7	387=(35 + 96 + 256)
8	763=(728 + 35)
9	665=(8 + 561 + 96)
10	1188=(15 + 917 + 256)

TIEMPOS

INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

:

3 3 3 RCMS XRCMS

INGRESE:

MATRIZ DE OBSERVACIONES (TRIPLE ENTRADA)

:

MRCMS

MATRIZ DE MEDIAS TEORICAS

0.0174	0.0172	0.026	0.565	0.561	0.845	0.471	0.468	0.704
0.0596	0.0592	0.0891	1.94	1.93	2.9	1.62	1.61	2.42
0.0938	0.0931	0.14	3.05	3.03	4.56	2.54	2.52	3.8

MATRIZ DE VALORES TEORICOS

1.2	1.31	3.38	1.13	3.93	21.1	0	0	4.93
3.1	4.08	5.35	326	281	374	6.47	32.1	102
1.31	1.58	1.68	391	288	520	33.1	53	156

0.534 1.83 2.88 0.0382 1.24 1.04 0.851 0.845 1.27 + coeficientes de regresión

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO:

1.63 MINUTOS DE CONEXION Y

6.22 SEGUNDOS DE C.P.U.

XRCMS

37 1134 1445 23 2206 387 763 665 1188

MRCMS

69	76	130	2	7	25	0	0	7
52	69	60	168	146	129	4	20	42
14	17	12	128	95	114	13	21	41



REGM:

La función REGM realiza un análisis de regresión múltiple paso a paso, sobre una matriz M de observaciones (cada columna es una variable). En el ejemplo que presentamos, se pueden ver mejor los pasos que realiza.

Las instrucciones que conforman esta función son:

```

VREGM M;A;B;C;D;E;F;I;K;N;R;S;U;Z;V;W
[1] SS;'Nº DE';SS;'VARIABLES      :';C+(pM)[2];SS;'OBSERVACIONES :';N+(pM)[1]
[2] V+(C,13)p' '
[3] V[;4 5 6]+(C,3)p'VAR'
[4] V[;C;8]+C+'123456789'
[5] SS;'LISTADO DE DATOS...?CUANTAS OBSERVACIONES?'
[6] SS;V+,V[;C;];SS;M[;];SS
[7] A1:'?MEDIAS Y DESV.STANDARD?'
[8] +(M=Z+'NO')/31
[9] SS;' VARIABLE          MEDIA          DESV.STANDARD';SS
[10] S+((V [1](1-(pM)pA+(+/[1] '))÷N)*2)÷N+ )*0.5
[11] Q(3,C)p(1C),4,S;SS
[12] B1:'?CORRELACIONES SIMPLES?'
[13] +(M=Z)/D1
[14] SS;CM M;SS
[15] D1:'?REGRESION?'
[16] +(M=Z)/0
[17] 'Nº DE ORDEN DE LA VAR.DEPENDIENTE'
[18] D←M
[19] '?CORR.PARCIAL Y MULTIPLE CON VAR.JERARQUIZADAS?'
[20] +(M=Z)/D4
[21] I+(D°.≠1C)/1C
[22] SS;22p' ' ;'COEFICIENTES';SS;'VARIABLES CORR.PARCIAL REG.MULT.';SS
[23] J+(D,I)[(L←JERVE M[;D,I])[;1]]
[24] D4:SS;'Nº DE ORDEN DE VARS.INDEPS.QUE INTERESEN'
[25] I←M
[26] '?JERARQUIZACION?'
[27] +(M=Z)/Q1
[28] +(Q1+1),,S+((K+1+1pI),1) REG R←M[;J+(D,I)[(JERVE M[;D,I])[;1]]]
[29] Q1:S+((K+1+1pI),1) REG R←M[;J←D,I]
[30] SS;'VARIABLES          COEFS.          ERROR ST.          VALOR'T''';SS
[31] Q(4,pI)pJ[K],(B+S[K;2]),,Q[S[K;3 4];SS;'CONSTANTE      ';U+S[1;2]
[32] SS;'COEF. DE CORR. MULTIPLE,R      :';A*0.5;' (R*2= ';A+S[(pS)[1];5];')'
[33] SS;'?ANALISIS DE VARIANZA?'
[34] +(M=Z)/D3
[35] 23p' ' ;'REGRESION ERROR TOTAL      ';SS
[36] 'GRADOS DE LIBERTAD      :      ';V[1];9p' ' ;V[2];7p' ' ;(V+S[2 3 4+A←pK;2])[3]
[37] 'SUMA DE CUADRADOS      :      ';S[A+A+13;3]
[38] 'MEDIA CUADRADA      :      ';S[A+1+12;4];SS
[39] 'ERROR ST. DE LA EST. :      ';S[(pS)[1];4]
[40] 'VALOR F      :      ';S[A+2;5];SS
[41] D3:'?VALORES ESTIMADOS Y RESIDUOS?'
[42] +(M=Z)/E1
[43] SS;'OBSERVADO          ESTIMADO          RESIDUO          CUOCIENTE'
[44] SS;Q(4,N)pC,E,(U+C-E),(E←,U+B[;K]+.×((pK),1)pB)÷C←R[;1]
[45] SS;'?TEST DE RESIDUOS?'
[46] +(M=Z)/E1
[47] SS;'SUMA DE CUADRADOS      :      ';+/U
[48] 'SUMA DE (RESIDUOS)*2      :      ';+/U*2;SS
[49] E1:'?DESEA LAS REGRESIONES?'
[50] +(M='SI')/D4

```

REGM. BRAS

Nº DE  
VARIABLES : 5  
OBSERVACIONES: 12

LISTADO DE DATOS...¿CUANTAS OBSERVACIONES?

:

3

VAR 1	VAR 2	VAR 3	VAR 4	VAR 5
153.7	89.8	309	55.7	17.6
122.5	84.7	355	108.3	18.9
160.5	83.1	70	106.8	8.4

¿MEDIAS Y DESV. STANDARD?

SI

VARIABLE	MEDIA	DESV. STANDARD
1	110.258	29.1599
2	66.125	14.8227
3	307.583	170.351
4	79.8333	18.0823
5	16.8833	5.12016

¿CORRELACIONES SIMPLES?

SI

1	0.832313	-0.529438	0.434352	-0.554507
-0.832313	1	-0.361857	0.572783	-0.33788
-0.529438	-0.361857	1	-0.386364	0.990897
0.434352	0.572783	-0.386364	1	-0.401406
-0.554507	-0.33788	0.990897	-0.401406	1

¿REGRESION?

SI

Nº DE ORDEN DE LA VAR. DEPENDIENTE

:

1

¿CORR. PARCIAL Y MULTIPLE CON VAR. JERARQUIZADAS?

SI

VARIABLES	COEFICIENTES	
	CORR. PARCIAL	REG. MULTIPLE
1	1	1
2	0.832313	0.692745
5	-0.523829	0.777054
3	0.639592	0.868257
4	-0.586916	0.913638

Nº DE ORDEN DE VARS. INDEPS. QUE INTERESEN

:

2 5 3 4

## ¿JERARQUIZACION?

NO (Debido a que las variables se introdujeron en un orden ya jerarquizado)

VARIABLES	COEFS.	ERROR ST	VALOR 'T'
2	1.8639	0.282694	6.59337
5	-17.1712	4.95188	-3.4676
3	0.461091	0.148855	3.09758
4	-0.448099	0.233639	-1.91791
CONSTANTE	170.863		
COEF. DE CORR. MULTIPLE.R		: 0.955844	(R*2= 0.913638)

## ¿ANALISIS DE VARIANZA?

SI

	REGRESION	ERROR	TOTAL
GRADOS DE LIBERTAD :	4	7	11
SUMA DE CUADRADOS :	8545.54	807.768	9353.31
MEDIA CUADRADA :	2136.39	115.395	
ERROR ST. DE LA EST. :	10.7422		
VALOR F :	18.5136		

## ¿VALORES ESTIMADOS Y RESIDUOS?

SI

OBSERVADO	ESTIMADO	RESIDUO	CUOCIENTE
153.7	153.548	0.152381	0.999009
122.5	119.359	3.14061	0.974362
160.5	165.935	-5.4354	1.03387
126.6	123.39	3.20999	0.974645
108.3	121.261	-12.9613	1.11968
109.3	97.4484	11.8516	0.891568
83.9	87.5954	-3.69536	1.04404
130.4	111.368	19.0324	0.854046
92	92.9591	-0.959059	1.01042
86.2	89.3991	-3.19907	1.03711
74.6	79.6584	-5.0584	1.06781
75.1	81.1784	-6.0784	1.08094

## ¿TEST DE RESIDUOS?

SI

SUMA DE RESIDUOS	: 1.18305E-12
SUMA DE (RESIDUOS)*2	: 807.768

## ¿DESEA MAS REGRESIONES?

SI

Nº DE ORDEN DE VARS. INDEPS. QUE INTERESEN

□:

3 4 5

¿JERARQUIZACION?

SI

VARIABLES	COEFS.	ERROR ST	VALOR 'T'
5	-7.9956	11.9368	-0.669828
4	0.386207	0.493332	0.782854
3	0.163345	0.356272	0.458484

CONSTANTE 164.176

COEF. DE CORR. MULTIPLE.R

: 0.614248

(R\*2= 0.3773)

¿ANALISIS DE VARIANZA?

SI

	REGRESION	ERROR	TOTAL
GRADOS DE LIBERTAD	3	8	11
SUMA DE CUADRADOS	3529	5824.31	9353.31
MEDIA CUADRADA	1176.33	728.038	
ERROR ST. DE LA EST.	26.9822		
VALOR F	1.61576		

¿VALORES ESTIMADOS Y RESIDUOS?

NO

¿DESEA MAS REGRESIONES?

SI

Nº DE ORDEN DE VARS. INDEPS. QUE INTERESEN

: 2 5 3

¿JERARQUIZACION?

NO

VARIABLES	COEFS.	ERROR ST.	VALOR 'T'
2	1.57026	0.274558	5.71924
5	-14.5804	5.5041	-2.64901
3	0.393062	0.167024	2.35333

CONSTANTE 131.691

COEF. DE CORR. MULTIPLE.R

: 0.931803

(R\*2= 0.868257 )

¿ANALISIS DE VARIANZA?

SI

	REGRESION	ERROR	TOTAL
GRADOS DE LIBERTAD	3	8	11
SUMA DE CUADRADOS	8121.07	1232.24	9353.31
MEDIA CUADRADA	2707.02	154.03	
ERROR ST. DE LA EST.	12.4109		
VALOR F	17.5747		

¿VALORES ESTIMADOS Y RESIDUOS?

NO

¿DESEA MAS REGRESIONES?

NO

RM1

El encabezamiento de esta función, que calcula el mínimo de resultados en una regresión múltiple, es RM1 X, en que X es una matriz de observaciones. Esta contiene una variable por columna, la primera de las cuales debe ser la variable dependiente.

La función registra, una vez terminado el proceso, un vector con el nombre CB; éste incluye los coeficientes de la ecuación de regresión ordenados igual que las variables en la matriz X (el primer valor es la constante de regresión).

Al final, lista los valores obtenidos mediante la ecuación de regresión (valores calculados, teóricos o estimados).

```

VERM1[ ] V
V R←RM1 X:A;B;C;D;E;G;R2
[1] A←((Q A)+.×A←X-(ρX)ρC←(+/[1]X)÷D←(ρX)[1 ])[E+1÷(ρX)[2];]
[2] SS;'COEF. B = 'CB'' = ' ;CB←(-C+.×-1,B),B←,A[;1]FA[;E]
[3] R2←1-(+/(X[; E]-R←(((D,1)ρ1),X[;E])+.×CB)*2)÷+/(X[;1]-C[1])*2
[4] SS;'COEF. DE CORRELACION', R = ' ;R2*0.5;' (R*2 = ' ;R2;' )';SS
V
    
```

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□:

RM1 MPRREGM

COEF. B = 'CB' = 170.863 1.8639 0.461091 0.448099 17.1712

COEF. DE CORRELACION , R = 0.955844 ( R\*2 = 0.913638 )

153.548 119.359 165.935 123.39 121.261 97.4484 87.5954 111.368

92.9591 89.3991 79.6584 81.1784

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

0.36 MINUTOS DE CONEXION Y

1.93 SEGUNDOS DE C.P.U.

RM2

El encabezamiento de esta función es análogo al de RM1; en el fondo realiza el mismo proceso y calcula, además, una serie de valores de interés en el análisis de regresión tales como el error estándar de los coeficientes de regresión, la 'T' de Student y otros.

Al final del proceso, la función ofrece la opción de calcular o no los valores estimados por la ecuación de regresión. En caso de aprovechar la opción, la variable explícita (la R del resultado en el encabezamiento) toma el valor de la matriz de valores observados, teóricos y cuocientes; si no se aprovecha la opción, la variable explícita toma el valor de los coeficientes de la ecuación de regresión (igual al CB de RM1).

```

VRM2[ ]V
V R+RM2 X;A;B;C;D;E;F;G;L;M;N
[1] NRM2+VRM2+1
[2] L←1+(A+(QA)+.×A+X-(pX)ρC+(+/[1]X)÷D+(pX)[1])
[3] N←(M,L-M+(B+(R+EA[:E])+.×A[:1])+.×(A+A[E+1+;F;])[[:1]])÷(F-1),D-F+(pX)[2]
[4] SS;'VARIABLE          COEFICIENTE      ERROR ST      VALOR'T''
[5] ϕ(4,F-1)ρE,B,A,B÷A+(N[2]×1 1QR)*0.5
[6] 'CONSTANTE          ';G←-C+.×-1;B;SS
[7] 'COEF.DE REG.MULTIPLE,R : ';C*0.5;'      ( R*2 = ';C+M÷L;' )'
[8] 'VALOR 'F''          : ';/N
[9] 'ERROR ST DE LA ESTIM. : ';M,(L-M),L;SS;'MEDIA CUADRADA      : ';N
[13] SS;'?VALORES ESTIMADOS?'
[14] +(M='NO')/ρ×ρR←G,B
[15] SS;'OBSERVADOS      TEORICOS      CUOCIENTE';SS
[16] R←R,N,(N+(pR)ρG+X[:E]+.×B)÷R+X[:1]

```

NOTA.- LA VARIABLE EXOGENA NRM2 CUENTA LAS VECES QUE SE HA PROCESADO ESTA FUNCION.

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

□ :

RM2 MPRREGM

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR ST	VALOR 'T'
2	1.8639	0.282694	6.59337
3	0.461091	0.148855	3.09758
4	-0.448099	0.233639	-1.91791
5	-17.1712	4.95188	-3.4676
CONSTANTE	170.883		

COEF. DE REG. MULTIPLE. R : 0.955844 ( R<sup>2</sup> = 0.913638 )  
 VALOR 'F' : 18.5136  
 ERROR ST DE LA ESTIM. : 10.7422

	REGRESION	ERROR	TOTAL
GRADOS DE LIBERTAD	: 4	7	11
SUMA DE CUADRADOS	: 8545.54	807.768	9353.31
MEDIA CUADRADA	: 2136.39	115.395	

¿VALORES ESTIMADOS?

SI

OBSERVADOS	TEORICOS	CUOCIENTE
153.7	153.548	0.999009
122.5	119.359	0.974362
160.5	165.935	1.03387
126.6	123.39	0.974645
108.3	121.261	1.11968
109.3	97.4484	0.891568
83.9	87.5954	1.04404
130.4	111.368	0.854046
92	92.9591	1.01042
86.2	89.3991	1.03711
74.6	79.6584	1.06781
75.1	81.1784	1.08094

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO:

1.75 MINUTOS DE CONEXION Y  
 2.92 SEGUNDOS DE C.P.U.

RMFON

Una de las maneras de realizar regresiones lineales múltiples es a través del uso de funciones ortogonales normalizadas (o funciones ortonormales). La ventaja fundamental de este sistema de cálculo es que permite determinar, si se tienen k variables explicativas, todas las regresiones múltiples sucesivas en que se van agregando a la ecuación de regresión previamente determinada, los efectos de la nueva variable explicativa agregada, con el menor número de cálculos adicionales. Finalmente, la función entrega los coeficientes de la ecuación de regresión de la forma:

$$x_1 = b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots$$

en la matriz CR. Entrega, además, la matriz FO de "funciones ortonormales" y una matriz RR de resultados varios.

Si cambian los valores de la variable por explicar, manteniéndose constantes los valores de las variables explicativas, las funciones ortonormales no cambian, y los coeficientes de regresión se pueden obtener utilizando estas funciones como multiplicadores fijos, es decir, permiten obtener los coeficientes de esa nueva ecuación de regresión múltiple con una calculadora de escritorio sin grandes problemas.

```

VRMFON[ ] V
V R+RMFON M;X1;D;M1;M2;E;K;H;I;J;A;B;C;N;V;Y
[1] M2+((E+ρX &M[;1]),C+(ρM)[2])ρI+1
[2] FO+(ρM1+M)ρ(K+ρ+/A+ρM[;1]+1)*0.5
[3] J1:FO[;I+I+1]+((K+ρ+/A*2)*.5)×A+(M1[;J]+B-A°.×K×A+.×B+M1[;J+I+1C])[; J
[4] →(I<C).J1
[5] M2+(C,C)ρ(,A+M-M1)×H+0
[6] H1:M2[;H;H+1]+(EY[;H;H])+.×A[;H;1+H+H+1]
[7] →(H<C) H1
[8] CR+V-M2+.×Y+((C)°.≤1+1C)×ρ(1 0+C)ρ(B+X1+.×FO)÷(+/[1] M1*2)*0.5
[9] Y+(F,C+1)ρI+0
[10] I3:Y[;I+1]+Y[;I]+FO[;I]×B[I+I+1]
[11] →(I<C)/I3
[12] Y[;1]+X1
[13] SS;'INGRESE ANTITRANSFORMACION EN FUNCION DE Y (ρY= ';ρY; )'
[14] R+
[15] RR+ρ(3,C)ρ1+B+ρ/(B-(ρB+ρR)ρR[;1])*2
[16] RR[;2]+(RR[;3]+(B[2]-RR[;1])÷B[2])*0.5
[17] SS;'REGISTRA :';SS;'CR = COEFICIENTES DE REGRESION'
[18] 'RR = RESULTADOS VARIOS';SS;'FO = FUNCIONES ORTONORMALES';SS

```

V



TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

D:

RMFON MPRREGM

INGRESE ANTITRANSFORMACION EN FUNCION DE Y ( $\rho Y = 12 \ 6$  )

Q:

Y

REGISTRA :

CR = COEFICIENTES DE REGRESION

RR = RESULTADOS VARIOS

FO = FUNCIONES ORTONORMALES

153.7	110.258	149.023	144.533	153.274	153.548
122.5	110.258	140.672	135.068	130.931	119.359
160.5	110.258	138.053	145.56	142.96	165.935
126.6	110.258	132.977	135.624	132.948	123.39
108.3	110.258	116.439	123.268	122.426	121.261
109.3	110.258	109.89	103.709	101.93	97.4484
83.9	110.258	96.4635	99.9533	100.349	87.5954
130.4	110.258	91.2239	102.281	103.823	111.368
92	110.258	89.7503	80.0692	79.5176	92.9591
86.2	110.258	88.9316	80.4679	80.1305	89.3991
74.6	110.258	86.3118	82.4185	82.8318	79.6584
75.1	110.258	83.3645	90.1485	91.9782	81.1784
(1)	(2)	(3)			(4)

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

1.81 MINUTOS DE CONEXION Y  
11.83 SEGUNDOS DE C.P.U.

- (1) Valores observados de la variable dependiente.
- (2) Promedio de la variable dependiente
- (3) Ver valores estimados por funciones RS1 y RS2
- (4) Ver valores estimados por funciones REGM, RM1 y RM2

En cada columna de la matriz CR aparecen los coeficientes de las ecuaciones de regresión correspondientes a las diferentes correlaciones que resulten de considerar desde 1 (1a. columna) a todas las variables explicativas (última columna).

CR			
1.98725	28.1796	38.7106	170.863
1.63737	1.4504	1.58842	1.8639
0	-0.0449596	-0.0499273	0.461091
0	0	-0.227094	-0.448099
0	0	0	17.1712

Nota: En ciertas ocasiones es conveniente realizar la regresión múltiple lineal con funciones transformadas (p.g. convirtiendo una función exponencial en suma de funciones, mediante logaritmos), pero los valores estimados interesan en su forma "no transformada"; es necesario hacer la "antitransformación" que aparece en el proceso. Cuando no se ha hecho transformación previa bastará con ingresar "Y" como en el ejemplo.

Como la matriz utilizada en los ejemplos de correlaciones es la misma, los valores de la 3<sup>a</sup> columna se pueden comparar con los que aparecen en el ejemplo de la función RS en la página 68 y, por la misma razón, los de la 6<sup>a</sup> son iguales a los de la función RM de la página 63 y de la función REGM en la página 59 (donde sí están jerarquizados).

RR		
9353.31	0	0
2873.86	0.832313	0.692745
2313.1	0.867581	0.752697
2195.31	0.874809	0.76529
807.768	0.955844	0.913638

En las columnas de la matriz RR aparecen respectivamente, las sumas de los cuadrados del error, los diferentes coeficientes de correlación múltiple obtenidos al correlacionar las variables agregando una cada vez y, por último, este coeficiente elevado a la potencia 2.

Luego, en cada fila k aparecen los valores anteriores correspondientes a la regresión en que se han considerado las (k-1) primeras variables explicativas.

La suma de cuadrados del error que aparece en la fila 1, o sea el correspondiente a una supuesta regresión en que no se han considerado variables explicativas, corresponde al "error total".

FO				
0.288675	0.481579	0.18962	0.80542	0.0073471
0.288675	0.377839	0.236688	0.381134	0.310655
0.288675	0.345293	0.317048	0.239641	0.616802
0.288675	0.282235	0.111793	0.246567	0.256597
0.288675	0.0767882	0.288369	0.0775555	0.0312765
0.288675	0.00457678	0.261022	0.168868	0.120323
0.288675	0.171375	0.14737	0.0365005	0.342392
0.288675	0.235467	0.46692	0.142082	0.202547
0.288675	0.254774	0.408826	0.0508222	0.360847
0.288675	0.264945	0.357413	0.0310903	0.248822
0.288674	0.297491	0.164412	0.0380808	0.0851914
0.288675	0.334105	0.28648	0.168595	0.28993

RS1

El encabezamiento de esta función que realiza un análisis de regresión simple por el método de mínimos cuadrados es  $VE \leftarrow X \text{ RS } Y$  (es decir, acepta la asignación del resultado a una variable equivalente a VE), en que X e Y son las variables, independiente y dependiente, respectivamente.

Los "COEFS.B" que entrega como resultado corresponden a los  $b_0$  y  $b_1$  de la ecuación de regresión simple  $Y = b_0 + b_1 X$ .

```

VRS1[ ]V
V VE←Y RS1 Y;A;B;C;D;M;N;R;S
[1] N←(+/[1] X←Q(2,N)ρK,Y)÷N+pY
[2] S←((C←,(QD)+.×D←X-(N,2)ρ(1)[1 4]÷N-1)*0.5
[3] SS;'COEFS. B = ';CB←(A←M[2]-M[1]×B),B←÷/C[2 1]
[4] SS;' R = ';R;' ( R*2 = '(R←B×÷/S)*2;' )';SS
[5] VE←A+B×X[;1]
V

```

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

[ ]: XRS RS1 YRS

COEFS. B = 1.98725 1.63737

R = 0.832313 ( R\*2 = 0.692745 )

149.023 140.672 138.053 132.977 116.439 109.89 96.4635 91.2239  
89.7503 88.9316 86.3118 83.3645

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO:

0.33 MINUTOS DE CONEXION Y  
0.85 SEGUNDOS DE C.P.U.

XRS  
89.8 84.7 83.1 80 69.9 65.9 57.7 54.5 53.6 53.1 51.5 49.7

YRS  
153.7 122.5 160.5 126.6 108.3 109.3 83.9 130.4 92 86.2 74.6  
75.1

RS2

La función RS2 realiza un proceso análogo a la RS1, sólo que, además, calcula otros resultados de interés en el análisis de regresión simple. El encabezamiento es X RS2 Y (es decir, no es de resultado explícito).

En la mitad del proceso ofrece la opción de calcular valores teóricos. Si no se acepta, termina el proceso; en caso contrario, ofrece listar los residuos.

Al final, ofrece más resultados; independientemente de que éstos se acepten o no, registra un vector de nombre VE que incluye los valores de la variable dependiente estimada según la ecuación de regresión simple.

TIEMPOS  
INGRESE EL PROCESO

\*\*\*\*\*

XRS RS2 YRS

PROMEDIOS ( X E Y ) : 66.125 110.258  
DESV. STANDARD : 14.8227 29.1599  
ECUACION DE LA RECTA : Y = 1.98725 + 1.63737 X  
COEF.DE CORR.SIMPLE.R : 0.832313 ( R\*2 = 0.692745 )

¿VALORES ESTIMADOS?

SI

¿RESIDUOS?

SI

OBSERVADOS	ESTIMADO	RESIDUO	CUOCIENTE
89.8	153.7	4.67693	0.969571
84.7	122.5	18.1725	1.14835
83.1	160.5	22.4473	0.860141
80	126.6	6.37684	1.05037
69.9	108.3	8.1394	1.07516
65.9	109.3	0.589925	1.0054
57.7	83.9	12.5635	1.14974
54.5	130.4	39.1761	0.69957
53.6	92	2.24973	0.975546
53.1	86.2	2.73159	1.03169
51.5	74.6	11.7118	1.15699
49.7	75.1	8.26453	1.11005

¿DESEA MAS RESULTADOS?

SI

ERROR ST DE LA ESTIM. : 16.9525  
ERROR DEL COEF. B : 0.344834  
VALOR T : 4.74828

REGISTRA :

VE = VALORES ESTIMADOS

\*\*\*\*\*

EL PROCESO EMPLEO :

1.84 MINUTOS DE CONEXION Y  
2.72 SEGUNDOS DE C.P.U.

VE

149.023 140.672 138.053 132.977 116.439 109.89 96.4635 91.2239  
89.7503 88.9316 86.3118 83.3645

```

VRS2[ ]V
V X RS2 Y;A;B;C;D;M;N;R;S;EB;RC;TT
[1] VRS2+VRS2+1
[2] SS;'PROMEDIOS ( X E Y ) : ' ;M←(+/[1] X←(2,N)ρX,Y)÷N+ρY
[3] 'DESV.STANDARD : ' ;S←((C←,(D)+.×D+X-(N,2)ρM)[1 4]÷N-1)*0.5
[4] SS;'ECUACION DE LA RECTA : Y = ' ;A←M[2]-M[1]×B;' + ' ;B←÷/C[2 1];' X'
[5] SS;'COEF.DE CORR.SIMPLE,R: ' ;R;' ( R*2 = ' ;(R+B×÷/S)*2;' )'
[6] SS;'?VALORES ESTIMADOS?'
[7] →('NO'=M)/0
[8] TT+' OBSERVADOS ESTIMADOS RESIDUO CUOCIENTE'
[9] M←(S,N)ρ(,X),VE,(Y-VE),(VE+A+B×X[;1])÷Y
[10] 'RESIDUOS?'
[11] →('SI'=M)/P1
[12] TT+35+TT
[13] M←M[;13]
[14] P1:SS;TT;SS;M;SS
[15] 'DESEA MAS RESULTADOS?'
[16] →('NO'=M)/P2
[17] 'ERROR ST DE LA ESTIM. : ' ;((C[4]×1-R*2)÷N-2)*0.5
[18] 'ERROR DEL COEF. E : ' ;EB←(((÷/C[4 1])-B*2)÷N-2)*0.5
[19] 'VALOR T : ' ;B÷EB
[20] P2:SS;'REGISTRA : ' ;SS;'VE = VALORES ESTIMADOS'
V

```

STD:

Se dice que una variable  $Z$  está "tipificada" cuando su media es cero y su desviación estándar igual a la unidad, es decir,  $\bar{Z} = 0$  y  $S_Z = 1$ .

Dada una variable cualquiera  $X$ , de media  $\bar{x}$  y desviación estándar  $S_x$ , se puede obtener, a partir de ella, una "variable tipificada"  $Z$ , deducida de  $X$  mediante la relación  $Z = \frac{X - \bar{X}}{S_x}$

La función STD  $X$  realiza la operación anterior, que permite deducir de una variable cualquiera  $X$  su variable  $Z$  tipificada, es decir, esta función "tipifica" o estandariza a la variable  $X$ .

Muchas de las observaciones reales tienden a presentar una distribución normal  $N(\mu, \sigma^2)$ . Se puede demostrar que la distribución de la variable tipificada  $X = \mu$  sigue una distribución normal  $N(0,1)$ .

La salida de la función es un vector incluyendo los valores de la variable tipificada. Además, escribe el número de observaciones, la media y la desviación estándar.

```

VSTD[L]V
V STD V;X;S;N
[1] Z+Z÷S+((+/Z+V-X+(+/V)÷N)*2)÷-1+N←pV)*0.5
[2] SS;'N = ';N;SS;'X = ';X;SS;'S = ';S;SS
[3] ' VALORES';SS;' ABSOLUTOS Z';SS;Q(2,N)pV,Z
[4] SS;'REGISTRA : Z = VALORES ESTANDARIZADOS'
V

```

STD PM70

N = 25  
X = 0.208708  
S = 0.0132405

VALORES	
ABSOLUTOS	Z
0.204601	-0.310216
0.20459	-0.311009
0.219957	0.84959
0.236301	2.08336
0.236302	2.08403
0.236301	2.08401
0.236302	2.08404
0.198082	-0.802516
0.198567	-0.765916
0.195744	-0.979111
0.208467	-0.0182265
0.208453	-0.0192477
0.20845	-0.0194999
0.208428	-0.0211523
0.208458	-0.0188631
0.200204	-0.642298
0.200193	-0.643142
0.200192	-0.643207
0.200206	-0.642115
0.20132	-0.558005
0.201324	-0.557682
0.201326	-0.557546
0.201323	-0.557739
0.201306	-0.559034
0.201306	-0.559047

REGISTRA : Z = VALORES ESTANDARIZADOS

## ANEXO 1

Comandos del Sistema APL/360

El APL es un lenguaje para describir procedimientos matemáticos. El APL/360 es un sistema para ejecutar procedimientos escritos en APL. Además de usar el lenguaje mismo es necesario, a veces, dar algunas instrucciones directamente al computador, como ser iniciar o terminar una sesión de trabajo, guardar resultados para usos futuros, copiar variables o funciones desde otras bibliotecas, controlar cantidad de dígitos a imprimir, consultar sobre las funciones, variables o grupos disponibles en un determinado momento en la WS activa, etc. Todo esto se puede hacer mediante un tipo especial de instrucciones del sistema APL/360, llamadas "comandos". Estas se caracterizan por comenzar siempre con un paréntesis derecho, por ejemplo, )ERASE PEPE.

A fin de mostrar la forma en que funcionan los diferentes comandos, se han agrupado de acuerdo con el tipo de efecto que producen, y se han incluido ejemplos utilizando nombres ficticios cuyo significado es el siguiente:

12345	Sign-on y número de biblioteca de un cierto usuario
601	Número de una biblioteca pública ficticia
NOMBRES	Nombre de un área de trabajo (workspace)
FUNCION	Nombre de una función
VARIABLE	Nombre de una variable
GRUPO	Nombre de un grupo
OBJETO	Nombre de un objeto, es decir, de una función, grupo o variable
ALGO	Nombre de otro objeto
CLAVE	Palabra clave cuya finalidad será bloquear el acceso a un área de trabajo o el uso del Sign-on.
LLAVE	Otra palabra clave

Comandos del terminal

)12345	)12345:CLAVE (Sign-on)	
)OFF	)OFF:CLAVE	} (Sign-off)
)OFF HOLD	)OFF HOLD:CLAVE	
)CONTINUE	)CONTINUE:CLAVE	
)CONTINUE HOLD	)CONTINUE HOLD:CLAVE	

El sign-on sirve para identificar al usuario y para dar comienzo a una sesión de trabajo. Los diferentes tipos de sign-off ponen fin a ella e informan sobre los tiempos de conexión y de CPU que se utilizaron en la sesión.

Al ingresar el comando de sign-off, el usuario puede utilizar si lo desea, cualquiera de las tres siguientes opciones:

- a) salvar el área de trabajo activa bajo el nombre CONTINUE,
- b) colocar una clave cualquiera al sign-on,
- c) mantener la conexión telefónica por 30 segundos, a fin de ingresar un nuevo sign-on. Esto se logra añadiendo la palabra HOLD.

Los ejemplos anteriores muestran las diferentes posibilidades de uso de estas opciones.

En circunstancias muy especiales, el sistema o el operador del sistema en el computador central pueden realizar el sign-off, (utilizando casi siempre la opción a).

#### Comandos de control de áreas de trabajo

)CLEAR Este comando desocupa totalmente el área de trabajo activa. El estado en que ésta queda es el siguiente:

- 0 definiciones
- 10 dígitos significativos de impresión
- 120 de ancho del carro de impresión
- 1 de origen
- 256 de capacidad de la tabla de símbolos (ver )SYMBOLS)

No se debe agregar ninguna palabra más a este comando.

)LOAD Tiene por finalidad cargar un área de trabajo en la WS activa. El formato general de este comando es el siguiente:

- 1° La palabra LOAD
- 2° El número de la biblioteca desde la cual se va a copiar el área (si se omite se supone que es de la propia biblioteca).
- 3° El nombre del área de trabajo
- 4° La clave del área, en caso de que esté bloqueada.

Ejemplos:

- )LOAD NOMBREWS                      )LOAD 601 NOMBREWS
- )LOAD NOMBREWS:LLAVE              )LOAD 601 NOMBREWS:LLAVE

)COPY Tiene una función análoga al )LOAD, sólo que en lugar de copiar toda un área, copia un objeto de ella. Su formato es el siguiente:



- 1° La palabra COPY
- 2° El número de la biblioteca donde se encuentra el área desde el cual se desea copiar el objeto (si se omite se supone que es la propia biblioteca)
- 3° El nombre del área de trabajo donde está el objeto
- 4° La clave del área, en caso de que esté bloqueada
- 5° el nombre del objeto que se desea copiar en la WS activa, (si se omite, el sistema copia toda el área, objeto por objeto).

Ejemplos:

```
)COPY 601 NOMBREWS OBJETO
)COPY NOMBREWS FUNCION
)COPY 601 NOMBREWS:CLAVE GRUPO
```

)PCOPY Su función es idéntica al )COPY, sólo que antes de copiar un objeto en la WS activa, chequea que los nombres de los objetos a copiar no existan ya en ella. En caso de que así sea, no copia el objeto.

Ejemplos:

```
)COPY 601 NOMBREWS:LLAVE VARIABLE
```

)DROP Borra totalmente un área de memoria de respaldo de la propia biblioteca. (De uso restringido al responsable de la biblioteca).

)GROUP Se utiliza para agrupar objetos en una misma área. Su formato general es: )GROUP GRUPO FUNCION VARIABLE etc.

En el ejemplo anterior, se formaría el grupo GRUPO con los objetos FUNCION, VARIABLE, y los que se indiquen después. Se aceptan grupos formados por un solo objeto. Dentro de los objetos a agrupar se pueden considerar otros grupos, incluso aquella que da origen el comando, es decir, es válido )GROUP GRUPO GRUPO ALGO.

El ejemplo particular anterior muestra como incrementar la agrupación GRUPO con el objeto ALGO, o sea, exige existencia previa de grupo GRUPO. Si no aparece una lista de objetos a continuación del nombre del grupo, se produce la disgregación del grupo, eliminando el nombre de éste, es decir, es posible eliminar un grupo sin eliminar las variables que lo formaban inicialmente. Si por ejemplo el grupo inicial PEPE estaba formado por las variables VAR1, VAR2, VAR3, al ingresar )GROUP PEPE se borra el grupo PEPE sin que se borren las variables VAR1, VAR2, y VAR3. Si se desea borrar el grupo PEPE y las variables que lo conforman se debe utilizar el comando ERASE.

- )GRPS Este comando, tal cual, entrega la lista de grupos que haya en la WS activa.
- )GRP El comando )GRP GRUPO entrega los nombres de los objetos que se encuentran agrupados en GRUPO.
- )ERASE Cuando se desea borrar objetos del área activa, se utiliza el comando )ERASE seguido de los nombres de los objetos que se desea borrar.  
Ejemplo: )ERASE VAR4 VARIABLE ALGO PEPE  
Los nombres de los objetos deben ir separados sólo por 'blancos'.
- )ORIGIN Este comando indica el origen de la serie de números naturales que se obtiene con el operador iota (i). Puede ser )ORIGIN 0 u )ORIGIN 1.
- )DIGITS El sistema realiza todas las operaciones con 16 dígitos significativos, pero no siempre se requieren los resultados con tantas cifras; este comando permite fijar el número de cifras significativas que se desee imprimir, las cuales pueden variar entre 1 y 16.  
Un uso normal de éste es con )DIGITS 6.
- )WIDTH El ancho de impresión del carro también se puede controlar hasta un máximo de 130 posiciones. Por ejemplo, los programas presentados en las páginas anteriores se listaron con un )WIDTH 77.
- )SAVE Normalmente, un área activa tiene un nombre que indica el área de respaldo desde donde se cargó. Mediante este comando se registra, en lugar del área de respaldo que dio origen a la WS, una copia del estado actual de ésta, manteniendo su nombre. Por ejemplo, si en un cierto momento tenemos en la WS activa una copia del área de respaldo NOMBREWS, el comando )SAVE borrará el contenido de ésa, y en su lugar dejará una copia del estado actual de la WS activa. Luego de hacer este reemplazo, el sistema imprime la hora, fecha y nombre del área 'salvada'. Este comando acepta que, como control, se le indique el nombre del área en la que debe salvarse la WS activa. Si el nombre indicado en el comando es distinto del nombre de la WS activa, el sistema no 'salva' y advierte la diferencia. La única excepción de esta regla es cuando se desea salvar la WS activa en el área CONTINUE, la cual aceptará siempre.  
Ejemplos: )SAVE  
)SAVE NOMBREWS  
)SAVE CONTINUE

- )LIB En general, el comando )LIB ABC entregará una lista de las áreas de trabajo que hay en ese momento en la biblioteca ABC. Si se omite el nombre de la biblioteca se supone que se desean las áreas de la propia biblioteca.
- )SI Entrega una lista de las funciones cuyo procesamiento ha quedado interrumpido dentro de la WS activa que se tenga en ese momento. Para borrar estas señales de interrupción y todas las variables que la función interrumpida haya creado durante su procesamiento, se ingresa una → ; una cada vez,
- )SIV Entrega lo mismo que el comando )SI y, además, la lista de variables que la función creó internamente durante su procesamiento.
- )WSID Este comando da el nombre de la WS activa.

Hay tres comandos que hacen que el computador imprima una lista de los objetos definidos en la WS activa, ordenados alfabéticamente. Estos son:

- )VARS que lista las variables;  
 )FNS que lista las funciones y;  
 )GRPS que lista los grupos.

Si se pone una letra después de uno de estos comandos, la lista incluirá los objetos pedidos, empezando en esa letra. Por ejemplo: )VARS T entregará la lista de las variables existentes en ese momento en la WS activa cuyos nombres empiecen con T, U, V, ..... o Z.

#### Comandos de Comunicación

- )OPR Este comando sirve para enviar un mensaje al operador; el mensaje se debe colocar enseguida después de la palabra OPR, por ejemplo:  
 )OPR BUENAS TARDES
- )MSG Si el mensaje se debe enviar a un determinado usuario, se debe utilizar este comando en el cual la palabra MSG debe ir seguida del número de línea del usuario a quien se va a enviar el mensaje, por ejemplo:  
 )MSG 123 BUENAS TARDES.
- )PORTS Este número de línea se obtiene mediante los comandos )PORTS o )PORT. El primero entrega las líneas de todos los usuarios conectados en ese momento, en cambio el segundo da sólo el del usuario pedido. Ejemplo:

)PORTS

)PORT CEL Esta palabra que sigue a la palabra PORT se forma con las 3 primeras letras del nombre del usuario.

El sistema supone siempre que el usuario que envía un mensaje queda esperando una respuesta, por lo tanto, TRABA su teclado hasta que la respuesta llegue. Para evitar esto, se puede agregar una N enseguida después de las palabras OPR o MSG, lo cual indica al sistema que no necesariamente se espera respuesta y, por lo tanto, no se trabará el teclado.

Ejemplos: )OPRN BUENAS TARDES

)MSGN BUENAS TARDES

Cuando el mensaje llega, del operador al usuario, lo indicará escribiendo en el teclado, por ejemplo:

R: BUENAS TARDES

Toda vez que el sistema traspasa un mensaje, escribe la palabra SENT. Si por alguna razón el mensaje no alcanza a llegar al operador del sistema, en el terminal del usuario aparecerá:

MESSAGE LOST.

## ANEXO 2

Operandos del Sistema APL/360Funciones diádicas:

$X + Y$	X más Y	
$X - Y$	X menos Y	
$X \times Y$	X multiplicado por Y	
$X \div Y$	X dividido por Y	
$X * Y$	X elevado a potencia Y	
$X \lceil Y$	Máximo valor entre X e Y	
$X \lfloor Y$	Mínimo valor entre X e Y	
$X \mid Y$	Residuo cuando Y se divide por X (vea Tabla 1)	
$X \odot Y$	Logaritmo de Y en base X	
$X ! Y$	Número de combinaciones de Y tomando X elementos a la vez	
$X \circ Y$	Funciones circulares e hiperbólicas (vea tabla 2)	
$X < Y$	X menor que Y	} El resultado es 1 si la condición es verdadera, 0 si es falsa.
$X \leq Y$	X menor o igual que Y	
$X = Y$	X igual que Y	
$X \geq Y$	X mayor o igual que Y	
$X > Y$	X mayor que Y	
$X \neq Y$	X distinto a Y	
$X \wedge Y$	X and Y	} Ver tabla 3
$X \vee Y$	X or Y	
$X \nabla Y$	X nand Y	
$X \nabla Y$	X nor Y	

Funciones Monádicas

$+ Y$	Y	
$- Y$	Menos Y	
$\times Y$	Signo de Y (1 si Y positivo, 0 si Y cero, $\bar{1}$ si Y negativo)	
$\div Y$	Recíproco de Y . $\left(\frac{1}{Y}\right)$	
$* Y$	e elevado a Y	
$\lceil Y$	Cielo de Y	} Vea tabla 4
$\lfloor Y$	Suelo de Y	

Y	Valor absoluto de Y
e Y	Logaritmo de Y en base natural
! Y	Factorial de Y
o Y	Pi veces Y
? Y	Número al azar entre el origen e Y
~ Y	Negación de Y

Funciones mixtas

X ρ Y	Transformar Y para tener dimensiones X
ρ Y	Dimensión de Y
X[Y]	Los elementos de X según índice de Y
X i Y	Los elementos de Y dentro de vector X
i Y	Primeros Y números enteros consecutivos
X ∈ Z	Consulta si cada elemento de X pertenece a Y
X τ Y	Representación de Y en el sistema numérico X
X ⊥ Y	Valor decimal de la representación Y en el sistema numérico X
X ? Y	Conjunto de X enteros seleccionados al azar de Y
X φ Y	Rotación de X según última dimensión de Y
X φ[Z] Y	Rotación de X según dimensión Z de Y
φ Y	Reverso según la última dimensión de Y
φ[Z] Y	Reverso según la dimensión Z de Y
X ⊗ Y	Trasposición según X de las coordenadas de Y
⊗ Y	Traspuesta de Y
X, Y	Y concatenado a X
, Y	Ravel de Y (transforma Y en vector)
X † Y	{ Si X es positivo toma los X primeros elementos de Y Si X es negativo tomas los X últimos elementos de Y
X ‡ Y	{ Si X es positivo bota los X primeros elementos de Y Si X es negativo bota los X últimos elementos de Y
X ← Y	Asignar a X el valor de Y
⋈ X	Los índices de los valores de X en ordenación ascendente
⋇ X	Los índices de los valores de X en ordenación descendente
a	Comentarios

Reducción

/ Y Reducción por d en la última dimensión de Y  
 /[Z]Y Reducción por d en la dimensión Z de Y

Compresión y Expansión

X/Y Compresión (lógica) según X de la última dimensión de Y  
 X/[Z]Y Compresión (lógica) según X de la dimensión Z de Y  
 X\Y Expansión (lógica) según X de la última dimensión de Y  
 X\[Z]Y Expansión (lógica) según X de la dimensión Z de Y

Matrices

X+.xY Producto matricial X e Y  
 X . Y Producto generalizado interno de X e Y  
 X°. Y Producto generalizado externo de X e Y

Operadores Compuestos

⊕ \* ∨ φ ∅ I ! ∇ Δ □ ∅

Letras Compuestas

A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

Modo de Definición

El operador ∇ (llamado 'DEL') precediendo al nombre de una función cambia el modo 'ejecución' a modo 'definición'. En modo definición no se ejecuta ningún comando, y no se detecta ningún error, excepto los "character errors", editing errors" y "label errors", que son reportados. Mas bien, en modo definición, todos los comandos van siendo almacenados para una posterior ejecución.

El operador ∇ también termina el modo de definición.

Tipos de Funciones

a) Función noádica con resultado no explícito

VEJEMPLO

```
[1] 'HAGA ESTOS PROBLEMAS'
[2] '....'
[3] '.....'∇
```

EJEMPLO

```
HAGA ESTOS PROBLEMAS
(LO CORRESPONDIENTE A .... DE LA INSTRUCCION [2])
....
```

## b) Función monádica con resultado no explícito

```

VEROM N;A
[1] A $\leftarrow$ (+/N) $\div$ pN
[2] 'EL PROMEDIO ES: ';AV

```

```

PROM 2 4 9 3
EL PROMEDIO ES: 4.5

```

## c) Función diádica con resultado no explícito

```

V A HIP B
[1] T $\leftarrow$ ((A*2)+B*2)*0.5V

```

```

3 HIP 4

```

```

T

```

```

5

```

## d) Función noádica con resultado explícito

```

VZ+AZAR
[1] Z $\leftarrow$ ?5p25 V

```

```

AZAR

```

```

4 19 12 14 5

```

## e) Función monádica con resultado explícito

```

VZ+PROM Y
[1] Z $\leftarrow$ (+/Y) $\div$ pYV
PROM 2 4 9 3

```

```

4.5

```

## f) Función diádica con resultado explícito

```

VT+Q HIP P
[1] T $\leftarrow$ ((Q*2)+P*2)*0.5 V

```

```

3 HIP 4

```

```

5

```

Como Listar Funciones

**VF[ ]V** Lista una función completa  
**VF[N]V** Lista la línea N  
**VF[ ]N]V** Lista línea N hasta el final de la función  
**VF[N]P]** Lista línea N y se posiciona en el lugar P de impresión.

**Nota:** Para las tres primeras formas de listados si se omite el V ('DEL') final, el terminal queda en modo de definición.

Control de Trazado y Stop

**SAPROG+N** Ocasiona una parada en una función antes de que la línea N sea ejecutada

**TAPROG+N** Lista el resultado del cálculo hecho en la línea N de la función  
 PROG



PROG = Nombre de la función

N = Un vector

Por ejemplo TARS1 ← 1 2 hará que al procesar la función RS1 escriba los valores obtenidos en el cálculo último de las instrucciones 1 y 2 (promedios y desviaciones standard de las variables)

Para detener el stop o el trazado debe asignarse: N←0 o N←10

Ejemplo:   SΔPROG←0           o           SΔPROG← 0  
          TΔPROG←0           o           TΔPROG← 0

TABLA 1

$R+Y-(|X) \times |Y+|X$

TABLA 2

10Y	SEN Y	-10Y	ARCSEN Y
20Y	COS Y	-20Y	ARCCOS Y
30Y	TG Y	-30Y	ARCTG Y
40Y	$(1+Y*2)*0.5$	-40Y	$(-1+Y*2)*0.5$
50Y	SENH Y	-50Y	ARCSENH Y
60Y	COSH Y	-60Y	ARCCOSH Y
70Y	TGH Y	-70Y	ARCTGH Y
00Y	$(1-Y*2)*0.5$		

TABLA 3

X	Y	X^Y	X^vY	X^*Y	X^vY
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0

TABLA 4

Y	ΓY	LY
3.14	4	3
-3.14	-3	-4

ANEXO 3

Suma de dos números

3+5

8

Cuociente entre dos números (el resultado se entrega con la cantidad de dígitos significativos que el usuario desee, con un máximo de 16).

2÷3

0.666667

Asignación de un nombre a un conjunto de valores (en este caso un vector de 7 elementos).

V1←1 2 3 4 5 6 7

V1

1 2 3 4 5 6 7

El operador IOTA entrega los números naturales hasta el límite indicado. (Ver )ORIGIN).

I<sup>7</sup>

1 2 3 4 5 6 7

Un vector se puede multiplicar por un escalar (multiplica cada uno de sus elementos).

V2←2.3xV1

V2

2.3 4.6 6.9 9.2 11.5 13.8 16.1

Se pueden realizar operaciones entre los elementos de dos vectores haciendo referencia sólo a su nombre, SIEMPRE CUANDO TENGAN EL MISMO NUMERO DE ELEMENTOS.

V1+V2

3.3 6.6 9.9 13.2 16.5 19.8 23.1

V1-V2

-1.3 -2.6 -3.9 -5.2 -6.5 -7.8 -9.1

V2-V1

1.3 2.6 3.9 5.2 6.5 7.8 9.1

V1xV2

2.3 9.2 20.7 36.8 57.5 82.8 112.7

V1÷V2

0.434783 0.434783 0.434783 0.434783 0.434783 0.434783 0.434783

V2÷V1

2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3 2.3

La impresión de los resultados puede ser en forma decimal simple o en forma exponencial. (Ver página 9).

V1\*V2

1 24.2515 1959.46 345901 1.09183E8 5.4763E10 4.03718E13

V2\*V1  
2.3 21.16 328.509 7163.93 201136 6.90676E6 2.80402E8

Las operaciones se realizan siempre de derecha a izquierda. Cada paréntesis se considera como un operando y se calcula en forma separada cuando se llega a él.

V3+2 3 4 5x3\*2  
V3  
18 27 36 45

B+1  
(10\*B+10)x2xB+1  
80

El operador RO ( $\rho$ ) indica cuántos elementos tiene la variable por dimensión. Si se utiliza en forma diádica sirve para dimensionar un arreglo, en este caso una matriz de 4 filas y 3 columnas.

$\rho$ V3  
4  
 $\rho$ V1  
7 M1+4 3 $\rho$ 12  
M1  
1 2 3  
4 5 6  
7 8 9  
10 11 12

Logaritmo de 3.14159, en base 10

A+10e3.14159  
A  
0.49715  
Raíz cuadrada de 3 (se indica 3 1/2)  
B+3\*+2  
B  
1.73205

R+(Ax16)+B

A y B toman los últimos valores que se les asignó.

R  
0.287029 0.574059 0.861088 1.14812 1.43515 1.72213

El operador  $\square$  ordena imprimir lo asignado.

$\square$  +R+((10e3.14159)x16)+2\*.5  
0.351538 0.703076 1.05461 1.40615 1.75789 2.10928

El operador ", " indica CONCATENACION, es decir, "ligar a continuación".

$\rho$ M2+3 5 $\rho$ B+0 1,A+e120 (\*)  
3 5  
 $\rho$ M2  
2

Según se definió en (\*), A contiene los logaritmos naturales de los primeros 20 enteros.

A

0	0.693147	1.09861	1.38629	1.60944	1.79176	1.94591	2.07944
	2.19722	2.30259	2.3979	2.48491	2.56495	2.63906	2.70805
	2.77259	2.83321	2.89037	2.94444	2.99573		

Según se definió en (\*), B es igual al vector 0 1 concatenado con los valores de A.

B

0	1	0	0.693147	1.09861	1.38629	1.60944	1.79176	1.94591	2.07944
			2.19722	2.0259	2.3979	2.48491	2.56495	2.63906	2.70805
			2.77259	2.83321	2.89037	2.94444	2.99573		

Según se definió en (\*), M2 es una matriz de 3 por 5 formada con los elementos del vector B.

M2

0	1	0	0.693147	1.09861
1.38629	1.60944	1.79176	1.94591	2.07944
2.19722	2.30259	2.3979	2.48491	2.56495

Si los elementos indicados para formar un arreglo, no son suficientes, el computador los empieza a utilizar nuevamente desde el comienzo.

M3+3 5p1 2 3 4 5 6 7

M3

1	2	3	4	5
6	7	1	2	3
4	5	6	7	1

Esta es una manera muy rápida de construir una matriz identidad (de orden 7 en este caso).

(17)<sup>0</sup> = 17

1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1

El resultado de aplicar el operador "RO" en forma monádica a una matriz será un vector de dos elementos puesto que las matrices tienen dos dimensiones.

ρM1

4	3
3	5
3	5

ρM2

ρM3

Suma de los elementos de M2 más los elementos de M3.

M2+M3

1	3	3	4.69315	6.09861
7.38629	8.60944	2.79176	3.94591	5.07944
6.19722	7.30259	8.3979	9.48491	3.56495

Las operaciones sobre arreglos se hacen entre elementos correspondientes, excepto en los productos externos e internos.

M2xM3

0	2	0	2.77259	5.49306
8.31777	11.2661	1.79176	3.89182	6.23832
8.7889	11.5129	14.3874	17.3943	2.56495

M2xM3

0	1	0	0.230835	1.60038
7.09795	27.9717	1.79176	3.78657	8.99167
23.3076	64.726	190.1	585.02	2.56495

Producto matricial entre M1 (matriz de 4 por 3) por M2 (de 3 por 5).

M1xM2

9.36426	11.1266	10.7772	12.0397	12.9523
20.1148	25.8627	23.3462	27.4116	30.1814
30.8654	40.5988	35.9151	42.7835	47.4104
41.6159	55.3348	48.4841	58.1554	64.6394

Los operadores "p/ [k]A" realizan una "reducción" de los elementos del arreglo A según su dimensión k, (p es un operador). Si no se especifica la dimensión, se asume la última. En los ejemplos se muestran reducciones por suma de los elementos de cada fila, de cada columna y, finalmente, del total de elementos de la matriz M3.

+/M3

15	19	23			
	+/	[1]	M3		
11	14	10	13	9	
	+/+	M3			

57

Este es un vector de 7 elementos.

V2

2.3 4.6 6.9 9.2 11.5 13.8 16.1

Esta operación forma una nueva variable con los tres primeros valores de V2.

V+3+V2

V

2.3 4.6 6.9

Esta lo hace con los tres últimos (por ser el primer operador negativo).

V+3+V2

V

11.5 13.8 16.1

El operador forma una nueva variable eliminando los tres primeros valores de V2.

V+3+V2

V

9.2 11.5 13.8 16.1

En este caso elimina los tres últimos.

V+3+V2

V

2.3 4.6 6.9 9.2

Forma de seleccionar un elemento de un vector. En estos casos son los elementos 2 y 7 por separado.

4.6 V2 [2]

16.1 V2 [7]

También se pueden seleccionar varios a la vez, y por supuesto, realizar operaciones con ellos.

2.3 6.9 9.2 16.1 V2 [1 3 4 7]

5.6 11.2 9.9 17.8 V1 [1 2 3 4] + V2 [2 4 3 6]

El vector V2 no ha sufrido cambios, pero podemos asignar valores a ALGUNOS de sus elementos.

2.3 4.6 6.9 9.2 11.5 13.8 16.1 V2 V2 [3] ← -99

El vector V2 ha cambiado, al menos el tercer elemento. Podemos cambiar varios a la vez por uno solo.

2.3 4.6 -99 9.2 11.5 13.8 16.1 V2 V2 [1 3 5 7] ← 0

Nuevos elementos del vector V2. Podemos cambiar varios a la vez por otros tantos valores.

0 4.6 0 9.2 0 13.8 0 V2 V2 [1 3 5 7] ← 9 6 2 8

9 4.6 6 9.2 2 13.8 8 V2

La combinación de los operandos "!" y "V" entrega los INDICES de los elementos de un vector ordenados de mayor a menor. Utilizando estos índices podemos obtener una ordenación de los elementos mismos. Análogamente combinando los operandos "!" y "V" podemos obtener una ordenación ascendente.

6 4 VV2 1 7 3 2 5

13.8 9.2 9 8 6 4.6 2 V2 [VV2]

5 2 ΔV2 3 7 1 4 6

2 4.6 6 8 9 9.2 13.8 V2 [ΔV2]

## ERRORES

El sistema APL/360 está dispuesto para aceptar la operación incluso por personas que no lo dominan, permitiendo el aprendizaje por prueba y error, dando indicaciones de error en el caso de realizarse operaciones no permitidas.

Los mensajes de error más comunes son:

### CHARACTER

Indica error en escritura (dos caracteres sobrepuestos en una posición)

### DEPTH

Indica sobrecarga en relacionar funciones entre sí (llamar varias funciones encadenadas, en que una llama a otra sucesivamente). Pruebe dando +. En caso de no resolver el problema, deberá redefinirlo.

### DEFN

Error en la definición de una función, ya sea por sintaxis en el título o por usar un nombre ya definido.

### DOMAIN

La función definida no considera los valores dados como argumentos.

Esto puede suceder al tratar de realizar operaciones con datos que puedan ser escalares, vectores y matrices combinadas en forma no aceptada por el APL. También cuando un valor excede los límites del computador, ya sea con un valor muy grande o muy chico. Redefina la instrucción.

### INDEX

Direccionamiento a un elemento no existente en un arreglo. (Por ejemplo, pedir el cuarto elemento de un vector de tres elementos). Reformule el comando.

### LABEL

Mal uso de los ":" o mal empleo del nombre de una variable. Reformule el comando.

### LENGTH

El arreglo o los arreglos con que se está operando no concuerdan en sus dimensiones. Reformule el comando.

### RANK

La función no está definida para un arreglo de esta estructura. Reformule el comando.



#### SYMBOLS TABLE FULL

Se han usado demasiados nombres. Haga )SAVE, )CLEAR y )COPY de las funciones requeridas. Si el problema subsiste, deberá borrar algunas funciones, grupos o variables antes de repetir la secuencia de )SAVE )CLEAR y )COPY.

#### SYNTAX

El comando que se está ejecutando tiene un error de sintaxis. Reformule el comando.

#### SYSTEM

Problema indeterminado en el sistema. Es posible que su área de trabajo haya alcanzado a ser salvada en el área de CONTINUE. Trate de recuperarla. Envíe al encargado del sistema la información que haya quedado impresa en el momento del SYSTEM ERROR con el fin de ser analizada.

#### VALUE

No se ha especificado previamente un valor para una variable que está siendo utilizada. Dele un valor que le corresponda.

#### WS FULL

Ha completado su área de trabajo. Borre lo que ya no requiera o reformule sus funciones en forma más económica.

#### ALREADY SIGNED ON

Ya se había dado el Sign-on. Si debe cambiar de número de usuario, dé previamente un Sign-off, en caso contrario siga trabajando.

#### IMPROPER LIBRARY REFERENCE

Está tratando de hacer uso no permitido de una biblioteca privada, o de guardar un área de trabajo en una biblioteca inexistente.

#### INCORRECT SIGN ON

Está dando el Sign-on en forma incorrecta. Corrija.

#### MESSAGE LOST

Pulsó tecla ATTENTION (ATTN) antes de recibir un SENT, al transmitir un mensaje.

#### NOT ERASED: nombre(s)

Al dar un )ERASE existían funciones pendientes o en estado de definición. Corrija.

NOT GROUPED, NAME IN USE

El nombre que se le estaba dando a un grupo ya estaba asignado a una función o variable. Cambie de nombre o elimine el objeto en conflicto.

NOT SAVED, THIS WS IS nombre

Está tratando de guardar un área de trabajo bajo un nombre que no le corresponde. Corrija.

NOT SAVED, WS QUOTA USED UP

No dispone de más áreas de memoria de respaldo. Trate de guardar en CONTINUE mientras borra un área no requerida u obtenga con el encargado del sistema otra área.

NOT WITH OPEN DEFINITION

Está tratando de hacer algo que no es aceptado en modo de definición. Pase a estado de operación dando V

NUMBER IN USE

Alguien está usando ese número de usuario en este momento (dio Sign-on con el mismo número que trata de usar usted). Si después de dos minutos persiste esta situación, dé aviso de inmediato al operador de APL.

NUMBER LOCKED OUT

Se ha retirado la autorización para usar este número de usuario.

NUMBER NOT IN SYSTEM

Está dando el Sign-on con un número no existente o con un número protegido sin usar la "llave" vigente.

OBJECT NOT FOUND

El área no contiene el objeto que se le solicitó. Se produce generalmente después de un )COPY.

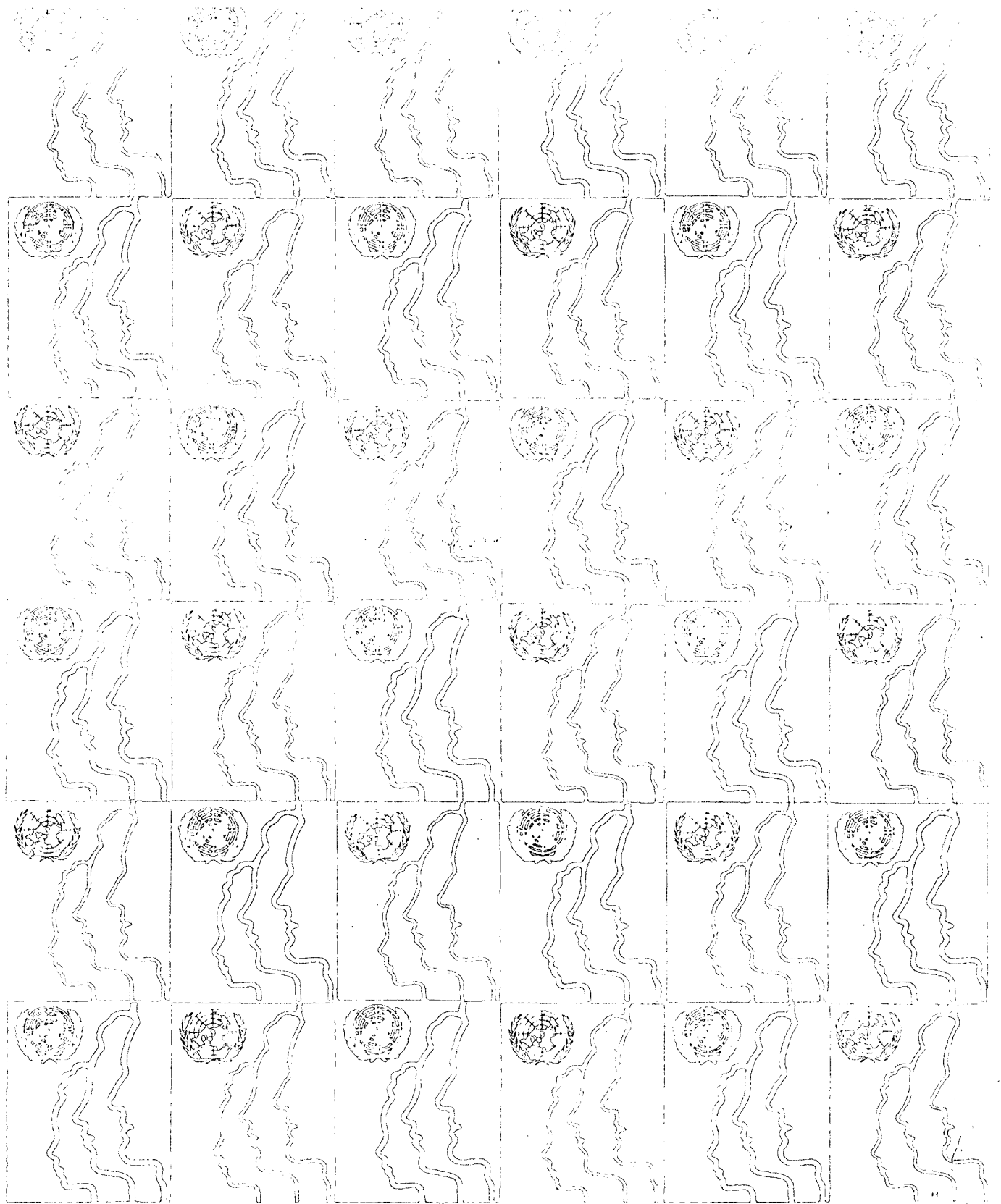
WS LOCKED

No usó "llave", o usó una incorrecta, al tratar de sacar algo de un área protegida.

WS NOT FOUND

En la biblioteca señalada en el comando enviado, no existe el área de trabajo a que se hace referencia.





**CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA**  
**CELADE: J.M. Infante 9, Casilla 91. Teléfono 257805**  
**Santiago (Chile)**

**CELADE: Ciudad Universitaria Rodrigo Fazio**  
**Apertado Postal 5249**  
**San José (Costa Rica)**