S E R I E

37

estudios estadísticos y prospectivos

Tópicos sobre el Modelo de Insumo-Producto: teoría y aplicaciones

Andrés Ricardo Schuschny

NACIONES UNIDAS

CEPAL

División de Estadística y Proyecciones Económicas

Santiago de Chile, diciembre del 2005

El autor es consultor de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe. Para comunicarse: andres.schuschny@cepal.org ó schuschny@gmail.com.

Este documento fue presentado en la Reunión de trabajo sobre Modelización, Matrices de Insumo-Producto y Armonización Fiscal (REDIMA II) organizado por la Red de Diálogo Macroeconómico, en la CEPAL, Santiago de Chile, durante el 29 y 30 de agosto de 2005. El autor agradece el apoyo y los comentarios realizados por Eduardo Bianchi, Martín Cicowiez, Carlos de Miguel, Hubert Escaith, Hernán Frigolett, André Hofman, Salvador Marconi, Marcelo Ortúzar, Alejandro Vargas y Masakazu Watanuki.

Publicación de las Naciones Unidas
ISSN impreso 1680-8770
ISSN electrónico 1680-8789

ISBN: 92-1-322826-0
LC/L.2444-P
N° de venta: S.05.II.G.191

Impreso en Naciones Unidas, Santiago de Chile

Índice

Índice de cuadros

Índice de figuras

Resumen

En el año 2000, el Departamento de Asuntos Económicos y Sociales de las Naciones Unidas publicó un "*Manual sobre la compilación y el análisis de los cuadros de insumo-producto*" (Naciones Unidas (2000)). Dicho texto dedica la mayor parte de su contenido a detallar los aspectos técnicos que hay detrás de la compilación de cuadros de oferta y utilización, en el marco del sistema de cuentas nacionales (SCN93), y su representación como tablas simétricas de insumo-producto. Si bien, en la tercer parte del texto citado, se presentan algunas aplicaciones de los cuadros de insumo-producto, el contenido no cubre, en forma más o menos detallada, las numerosas aplicaciones económicas que la temática ofrece. Por esta razón, el presente manuscrito complementa la labor iniciada por este manual, al recopilar y resumir, con una notación unificada, las principales aplicaciones prácticas relacionadas con el empleo de las matrices de insumo-producto como herramientas de análisis económico cuantitativo.

Si bien el análisis económico con matrices de insumo-producto no está exento de limitaciones y críticas, muchas de las cuales se detallan a lo largo del texto, trabajar con ellas resulta sumamente simple en comparación con otros sofisticados modelos que ofrece la teoría económica. Esto es particularmente importante, cuando se trata de analizar temas de contingencia que no permiten, por la premura, trabajar con otros modelos. Por otro lado, el nivel de desagregación que se alcanza con el análisis de insumo-producto difícilmente pueda ser superado por otras metodologías. Por ello, el objetivo primordial de este documento es mostrar la riqueza de conocimiento que se puede obtener a partir de esta forma de representación de información

económica y, como consecuencia, se procura instar a analistas y tomadores de decisión de los países de la región a utilizar estas matrices como herramienta de apoyo cuantitativo, promover su uso y elaboración periódica.

El texto comienza con una introducción metodológica, necesaria para profundizar, luego, en la temática. Se muestran, algunos ejercicios de proyecciones económicas que en la jerga del análisis estructural *ex - post* , suelen denominarse como análisis de impacto y que permiten proyectar las componentes de la demanda final así como analizar los efectos sobre la producción y el ingreso. El modelo dual, presentado en el capítulo anterior, nos permite analizar impactos sectoriales de incrementos salariales o del tipo de cambio, así como nos facilita estimaciones acerca de cómo se pueden ver afectados los precios de los bienes de sectores no transables, respecto a variaciones de los transables.

Seguidamente se describen numerosos indicadores que nos permiten obtener rica información para comprender la estructura de la malla productiva y, a su vez, encontrar aquellos sectores denominados como "clave", cuyos vínculos intersectoriales tienen considerables efectos multiplicadores sobre ésta, el ingreso y el empleo. Cabe destacar que algunos de los indicadores presentados nos permiten identificar sectores productivos que poseen fuertes vínculos con el resto de mundo y, por ello las matrices de insumo-producto, nos facilita una metodología simple para medir los niveles de dependencia externa, tanto a nivel sectorial, como en términos agregados. Se describen además, otros indicadores que dan cuenta del grado de concentración o interconectividad de la estructura industrial, así como de medidas de comparación entre matrices elaboradas en distintos períodos de tiempo.

Posteriormente, el manuscrito se detiene en la metodología denominada como *análisis de descomposición estructural*, que nos permite identificar la causas que dan lugar a los cambios en el tiempo de las componentes de la demanda final. Dicha metodología utiliza información proveniente de matrices de insumo-producto elaboradas en dos períodos consecutivos.

El siguiente capítulo detalla algunas aplicaciones alternativas del modelo de insumo-producto. El modelo dual de insumo-producto, presentado en el primer capítulo, nos permite estimar las tasas sectoriales de protección arancelaria efectiva, las cuales nos brindan un marco de referencia adecuado para estudiar, como un todo, la estructura arancelaria de un país. Luego, se resumen los intentos por dinamizar el modelo de insumo-producto y algunas aplicaciones que permiten estudiar la demanda energética sectorial y las emisiones de contaminación industrial.

Finalmente, se vincula el tema con la extensión natural de las matrices de insumo-producto: las matrices de contabilidad social ("SAM") y su uso en los modelos de equilibrio general computable.

1. Introducción al análisis económico con matrices de insumo-producto

1.1 Definición y estructura general

Las tablas de insumo-producto se pueden definir como un conjunto integrado de matrices, que muestran el equilibrio entre la oferta y utilización de bienes y servicios (productos). Estas matrices proporcionan un análisis detallado del proceso de producción y la utilización de los bienes y servicios que se producen en un país (o región) o que se importan del resto del mundo, y del ingreso generado en dicha producción por las diversas actividades económicas. Para su construcción se requiere poner en marcha un conjunto de actividades, como la de centralizar, analizar y procesar información básica de múltiples fuentes como pueden ser: censos económicos, agropecuarios, censos de población y vivienda, encuestas de gastos e ingresos de los hogares, registros administrativos y, fundamentalmente, los sistemas de cuentas nacionales.[1]

Los cuadros de insumo-producto permiten apreciar los componentes de las matrices de oferta, de demanda intermedia, de demanda final y el cuadro de valor agregado, configurándose, como se muestra seguidamente, en una tabla de cuatro submatrices, que nos permiten obtener en forma directa el PIB por el método de producción, tipo de gasto y tipo de ingreso.

[1] Usando un enfoque de modelo analítico de datos, Frigolett (2005) muestra la relación que existe entre las Cuentas Económicas Integradas, consistentes con el SCN93 y la gestión de información de las matrices de insumo-producto.

Cuadro 1
INSUMO-PRODUCTO GENERAL

Matriz de oferta total	**Matriz de demanda intermedia**	**Matriz de demanda final**
	Matriz de valor agregado	

La matriz de oferta total muestra la disponibilidad de bienes y servicios, tanto de origen doméstico como importando que serán utilizados en la demanda intermedia y la final:

Cuadro 2
MATRIZ DE OFERTA TOTAL

Productos	VBP	M	DM	T_M	MC	**Oferta total**
1 $\vdots$ n						

donde VBP, es el valor bruto de la producción, M, las importaciones, DM, los derechos de importaciones, T_M, otros impuestos a las importaciones y la producción, MC, los márgenes comerciales, siendo la $\text{Oferta total} = VBP + M + DM + T_M + MC$.

La matriz de demanda intermedia registra los flujos de circulación intersectorial de productos entre las distintas actividades, mostrando la utilización intermedia de los bienes y servicios en el sistema productivo. Como se verá luego, la relación entre los distintos componentes de esta matriz con la producción total de cada actividad, da lugar a la matriz de coeficientes técnicos. Con el fin de que el tratamiento económico sea lo más fiel posible es importante que la información disponible discrimine entre bienes de consumo intermedio de producción doméstica de aquellos de origen importado.

Cuadro 3
MATRIZ DE DEMANDA INTERMEDIA

Productos / Actividad	$1 \quad \cdots \quad n'$	**Demanda intermedia**
1 $\vdots$ n		
Consumo intermedio		

La matriz de demanda final, registra las transacciones referentes a la utilización final de los productos, es decir, su consumo por parte de los hogares C, el sector público G, la formación bruta del capital fijo (inversión), I, la variación de las existencias, Z y la exportaciones, E, respectivamente:

Cuadro 4
MATRIZ DE DEMANDA FINAL

Productos	C	G	I	Z	E	Demanda final
1 ⋮ n						
Total						

Finalmente la matriz de valor agregado describe las formas de pago a los factores productivos por su participación en el proceso de transformación. En sus columnas se muestra el aporte de cada actividad económica al valor agregado:

Cuadro 5
MATRIZ DE VALOR AGREGADO

Actividad	$1 \cdots n'$	Total
Salarios y remuneraciones Beneficios y excedentes de explotación Amortizaciones y consumo de capital fijo Otros impuestos menos subsidios a la producción		
Valor agregado bruto		
Valor bruto de la produccuión		

El uso de matrices de insumo-producto, no se circunscribe únicamente a la determinación de los coeficientes técnicos, necesarios para el diseño de sistemas de cuentas nacionales. Su utilidad reside en que posibilita el estudio de la estructura productiva, sus tendencias y sus cambios a lo largo del tiempo, sin necesidad de recurrir a sofisticados modelos, permitiendo, como veremos, conocer la importancia relativa de los sectores, los grados de articulación y sus interrelaciones, a través de la identificación de los principales flujos de producción e intercambio y los requerimientos de bienes para su uso intermedio y final. El objetivo de este trabajo es mostrar alguna de sus potenciales aplicaciones. Para ello comencemos con una breve introducción teórica.

1.2 Presentación de la información

Por lo general, la información que se presenta en las matrices de insumo-producto se dispone de manera tal que, en las filas, se muestra la demanda de bienes y servicios (productos) que, a su vez, es consumida por las ramas de actividad, representadas en cada columna. El problema de esta representación es que, en la práctica, la distintas actividades no sólo producen los bienes y servicios que las caracterizan (producción principal), sino también ciertas cantidades (aunque menores) de bienes y servicios correspondientes a otras ramas de actividad (producción secundaria). La producción secundaria es muy normal en las distintas ramas de actividad de cualquier economía. Esto hace que el esquema asimétrico (productos en filas y sectores en columnas) sea inadecuado, ante todo, por que la matriz de consumo intermedio contendría en las filas insumos correspondientes a producción principal y/o secundaria de las distintas ramas de actividad. Esto daría lugar a coeficientes técnicos híbridos y haría que el cálculo de los requerimientos directos e indirectos, como veremos luego, sean inexactos ya que los aumentos de la demanda final corresponden a los productos y no a producciones de ramas de actividad.

A menudo, cuando se procede a la elaboración empírica de las matrices, la información de costos de las industrias (las columnas de la matriz) se tiene a nivel de toda la rama en su conjunto; mientras que la información de la producción se tiene a nivel de los distintos tipos de productos producidos por las ramas de actividad.

El sistema de cuentas nacionales promovido por las Naciones Unidas (SCN93) establece dos tipos de matrices, matrices de oferta o producción y matrices de utilización. Con ellas se establece una distinción entre la producción bruta a nivel de productos y la producción bruta de las actividades. Así, para obtener una representación “cuadrada” en la que tanto filas como columnas estén constituidas por productos, o en su defecto, actividades, se deben establecer ciertas hipótesis acerca de la tecnología de producción (Naciones Unidas, 2000.)

- La hipótesis de tecnología de productos, que supone que la estructura de costos que permite obtener una producción de un determinado tipo de bien o servicio es la misma sea cual sea la rama de actividad donde se produzca. Se trate de producción principal o secundaria, la estructura de costos no presenta modificaciones.
- La hipótesis de tecnología de industria supone que la producción de un determinado tipo de producto es la misma que la de la industria que la genera, sin importar que sea producción principal o secundaria. De esta manera, la estructura de producción de cada producto, será distinta según la industria que la produzca.

Cada una de estas hipótesis nos lleva a diferentes representaciones de la matriz de insumo-producto con la que trabajaremos, como una tabla cuadrada producto por producto o una de ramas de actividad por ramas. En el primer caso, basta con multiplicar la matriz de consumo intermedio y la matriz de valor agregado, por la matriz de participación de las ramas de actividad en la producción, obtenida de la matriz de oferta. Se obtiene así una representación “cuadrada” de producto por producto. En el segundo caso, tanto la matriz de consumo intermedio, como la matriz de demanda final deben pre-multiplicarse por esta matriz de participación, obteniéndose una representación de ramas por ramas. Para obtener más detalles sobre este cálculo auxiliar, puede consultarse (Naciones Unidas (2000), Venegas, J. (1994)). En lo que sigue se asume que se ha obtenido alguno de estos dos esquemas de representación.

En principio, es más conveniente usar la tabla de producto por producto puesto que los impactos de demanda y precios son más ilustrativos analizando bienes y servicios que las industrias que los producen.

1.3 Identidades contables básicas

Las matrices de insumo-producto son tablas de doble entrada, que muestran la complejidad de las interrelaciones en la producción de bienes y servicios en un determinado espacio económico. Dicha interdependencia queda reflejada en una serie de identidades contables, en las que se indica, por una parte, el destino de la producción de cada sector y, por la otra, la aplicación o el empleo que se hace de dicha producción.

Vamos a suponer que la información esta dispuesta de forma tal que tenemos desglosada la demanda de bienes y servicios domésticos, de la de origen importado. Ello nos posibilita excluir, por defecto, a las importaciones de las componentes de la demanda final. Sean n sectores económicos interrelacionados entre sí. La producción de cada sector puede venderse en el mercado de productos intermedios (a los otros sectores) o como producto final. Así, el destino de la producción del sector i-ésimo puede representarse como:

$$X_i = X_{i1} + X_{i2} + \cdots + X_{in} + C_i + I_i + G_i + Z_i + E_i \qquad \text{con :} \tag{1}$$

- X_i es el valor de la producción doméstica del sector i-ésimo;
- X_{ij} es el valor de la producción doméstica que el sector i-ésimo le vende al sector j-ésimo;
- C_i es el valor de la producción doméstica del sector i-ésimo vendida como bien de consumo a los residentes;
- I_i es el valor de la producción doméstica del sector i-ésimo vendida como bien de inversión a los empresarios residentes (formación bruta del capital fijo);
- G_i es el valor de la producción doméstica del sector i-ésimo vendida al sector público;
- Z_i es el valor (neto) de la producción doméstica del sector i-ésimo destinado a los inventarios.
- E_i es el valor de la producción doméstica del sector i-ésimo exportada al resto del mundo.

Puede establecerse un conjunto de relaciones similares para los bienes y servicios de origen importado.

Se puede observar que en la ecuación (1) se pueden diferenciar dos tipos de venta: (i) como producto intermedio de todo el proceso o (ii) como demanda final:

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} X_{ij} + Y_i \qquad \text{con} \qquad Y_i = C_i + I_i + G_i + Z_i + E_i \qquad 1 \leq i \leq n \tag{2}$$

Usando notación matricial definamos, H la matriz cuyos elementos son $H_{ij} = X_{ij}$, el consumo intermedio, x el vector columna con elementos X_i, y el vector columna cuyos elementos son $C_i + I_i + G_i + Z_i + E_i$ y el vector columna de unos $\vec{\mathbf{1}}$, entonces:

$$x = H\vec{\mathbf{1}} + y \tag{3}$$

En cuanto a la aplicación (o empleo) del valor de lo producido, cada sector utilizará este para comprar productos intermedios (a otros sectores) como insumos de su propio proceso productivo y para pagar los otros gastos originados de tal proceso, es decir el pago a los factores productivos. Por lo tanto, el uso que el sector j-ésimo haga de su valor de producción es:

$$X_j = X_{1j} + \cdots + X_{nj} + M_{1j} + \cdots + M_{nj} + S_j + B_j + A_j + (T_j - Sb_j) \qquad 1 \leq j \leq n \qquad \text{con:} \tag{4}$$

- X_j es el valor de la producción del sector j-ésimo;
- X_{ij} es el valor de la producción que el sector j-ésimo compra al sector i-ésimo (o que el i-ésimo le vende a este);
- M_{ij}, es el valor de las importaciones de insumos intermedios de i, que compra j.[2]
- S_j son los costos en salarios, remuneraciones y seguridad social pagados por el sector j-ésimo;
- B_j son los beneficios y excendentes de explotación del sector j-ésimo;
- A_j son las amortizaciones y el consumo de capital fijo del sector j-ésimo;

[2] Este desglose es válido cuando la información disponible discrimina entre consumo intermedio de bienes y servicios de producción doméstica y de origen importado.

- T_j son los impuestos pagados por el sector j-ésimo;
- Sb_j las subvenciones y subsidios especiales recibidos por el sector j-ésimo.

También puede verse que, en la ecuación (4), se pueden diferenciar dos partes: (i) la adquisición de insumos intermedios y (ii) el uso de los insumos primarios:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} X_{ij} + \sum_{i=1}^{n} M_{ij} + VAB_j \qquad \text{con} \qquad VAB_j = S_j + B_j + A_j + T_j - Sb_j \tag{5}$$

El VAB es la parte del valor de la producción del sector j-ésimo menos las compras de insumos intermedios:

$$VAB_j = X_j - \sum_{i=1}^{n} X_{ij} - \sum_{i=1}^{n} M_{ij} \tag{6}$$

En notación matricial, teníamos que H era la matriz cuyos elementos son X_{ij} y x el vector columna con elementos X_i, definamos a la matriz M como la matriz de consumo intermedio de bienes importados y al vector fila v', con los elementos $VAB_j = S_j + B_j + A_j + T_j - Sb_j$, entonces:

$$x' = \vec{\mathbf{1}}'H + \vec{\mathbf{1}}'M + v' \quad \text{ó trasponiendo} \quad x = H'\vec{\mathbf{1}} + M'\vec{\mathbf{1}} + v \tag{7}$$

En la tabla 1.3 se representa, en forma matricial, toda esta información:

Cuadro 6
REPRESENTACIÓN DE LA INFORMACIÓN CONTENIDA EN LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO

	Prod. 1	Prod. j	Prod. n	Cons.	Invest.	C.Publ.	Δ Exist.	Expo.	VBP
Prod. 1	X_{11}	$\cdots\ X_{1j}\ \cdots$	X_{1n}	C_1	I_1	G_1	Z_i	E_1	X_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Prod. i	X_{i1}	$\cdots\ X_{ij}\ \cdots$	X_{in}	C_i	I_i	G_i	Z_i	E_i	X_i
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Prod. n	X_{n1}	$\cdots\ X_{nj}\ \cdots$	X_{nn}	C_n	I_n	G_n	Z_n	E_n	X_n
Prod. 1	M_{11}	$\cdots\ M_{1j}\ \cdots$	M_{1n}	C_1^M	I_1^M	G_1^M	Z_1^M	E_1^M	M_1^{Total}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Prod. i	M_{i1}	$\cdots\ M_{ij}\ \cdots$	M_{in}	C_i^M	I_i^M	G_i^M	Z_i^M	E_i^M	M_i^{Total}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Prod. n	M_{n1}	$\cdots\ M_{nj}\ \cdots$	M_{nn}	C_n^M	I_n^M	G_n^M	Z_n^M	E_n^M	M_n^{Total}
Salarios	S_1	$\cdots\ S_j\ \cdots$	S_n						$\sum S_i$
Beneficios	B_1	$\cdots\ B_j\ \cdots$	B_n						$\sum B_i$
Amortizac.	A_1	$\cdots\ A_j\ \cdots$	A_n						$\sum A_i$
Tax-Subvenc.	$T_1 - Sb_1$	$\cdots\ T_j - Sb_j\ \cdots$	$T_n - Sb_n$						$\sum(T_i - Sb_i)$
VBP (insumos)	X_1	$\cdots\ X_j\ \cdots$	X_n						

Donde VBP es el valor bruto de la producción, el sector j (columna) es considerado productor (demanda insumo) mientras que el i (fila), vendedor. Resumidamente, con la notación de matrices, se tiene:

Cuadro 7
REPRESENTACIÓN MATRICIAL DE LA INFORMACIÓN

	Prod./Activ.	Demanda final	VBP
Prod./Activ. (doméstico)	H	y	x
Prod./Activ. (importado)	M		
Valor agregado	v'		
VBP (insumos)	x'		

La suma de la fila de cada sector (es decir el destino de los productos vendidos $\equiv$ outputs), debe ser igual a la suma de la columna de dicho sector (es decir el origen de sus compras y gastos $\equiv$ inputs). Esto significa que el total de los inputs empleados por un sector debe ser igual al valor de sus outputs:

$$\begin{aligned} X_{11} + \cdots + X_{1n} + Y_1 &= X_{11} + \cdots + X_{n1} + VAB_1 + M_{11} + \cdots + M_{n1} \\ \cdots + \cdots + \cdots + \cdots &= \cdots + \cdots + \cdots + \cdots \\ X_{n1} + \cdots + X_{nn} + Y_n &= X_{1n} + \cdots + X_{nn} + VAB_n + M_n^I + M_{1n} + \cdots + M_{nn} \end{aligned}$$

Dado que $X_{ij} \neq X_{ji}$, no es posible simplificar las sumas, sin embargo, cuando se suma miembro a miembro, sí:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} + \sum_{i=1}^{n} Y_i = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} X_{ji} + \sum_{i=1}^{n} VAB_i + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} M_{ji} \tag{8}$$

$$PIB = \sum_{i=1}^{n}\left(C_i + I_i + G_i + E_i - \sum_{j=1}^{n} M_{ji}\right) \equiv \sum_{i=1}^{n}\left(S_i + B_i + A_i + (T_i - Sb_i)\right) = \sum_{i=1}^{n} VAB_i \tag{9}$$

Recuérdese que, por haber separado las matrices de bienes y servicios domésticos de la de bienes de origen importado, la parte de productos importados que abastecen a la demanda final, queda, por construcción, excluida. Si los elementos de la demanda final incluyeran a las importaciones, deberíamos restar las importaciones destinadas a abastecer ese consumo final:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(C_i^M + I_i^M + G_i^M + Z_i^M + E_i^M\right) \tag{10}$$

Así, en el proceso productivo, el conjunto de "bienes finales" producidos neto de importaciones intermedias, es absorbido exactamente por el valor agregado. En notación matricial:

$$\vec{1}'(H\vec{1}) + \vec{1}'y = (\vec{1}'H)\vec{1} + (\vec{1}'M)\vec{1} + v'\vec{1} \quad \Longrightarrow \quad \vec{1}'y - (\vec{1}'M)\vec{1} = v'\vec{1} \tag{11}$$

1.4 Criterios de valoración de las matrices

Los cuadros de insumo-producto pueden valorarse de distintas maneras:

- **Precios de comprador:** Es la cantidad pagada por el comprador (excluido el IVA); incluye los gastos de transporte (que se supone paga por separado) y los márgenes del comercio.
- **Precios de productor:** Es el monto a cobrar por el productor excluyendo el IVA, transporte y márgenes.

- **Precios básicos:** Es el monto a cobrar por el productor, exceptuando cualquier impuesto y sumándoles las subvenciones a los productos; tampoco incluye los costos de transporte y márgenes.

Estos precios se relacionan de la siguiente manera:

Precio de productor	= Precio de comprador – Márgenes comerciales – Transporte y fletes
Precio Básico	= Precio de productor – Impuestos indirectos a la ventas o IVA no deducible + Subvenciones a los productos

Si la matriz está valorada a precios del comprador, los productos puestos a disposición en el sistema económico contendrán parte del “producto comercio”, es decir, que los márgenes de comercialización estarán incluidos en cada uno de los bienes ofrecidos. Esto implica la inexistencia de una mercancía específica que represente el comercio, lo que se traduce en que una fila de la matriz no registre valor alguno. En cambio, si la oferta está valorada a precios de productor, el “producto” comercio es registrado como cualquier otro servicio y en la oferta aparece su producción (los márgenes), la misma que puede ser utilizada como insumo de otras ramas de actividad.

Para conocer más detalles sobre la elaboración empírica de las matrices, y cómo tratar las distintas valoraciones se puede consultar, (Naciones Unidas (2000)). Baste sólo comentar, que siempre conviene trabajar con matrices valoradas a precios básicos, debido a que presentan los coeficientes técnicos más puros, exentos de márgenes de distribución e impuestos indirectos. La idea de obtener coeficientes lo más depurados posibles, ayuda a la obtención de resultados más representativos para el análisis económicos.

1.5 Modelo teórico de insumo-producto

Las relaciones (1) y (4) son meras identidades contables que resumen, *ex post*, el funcionamiento de la economía pero no constituyen un modelo explicativo. Para transformarlo en un modelo explicativo, es necesario asumir ciertos supuestos tecnológicos (qué tipo de función de producción está en juego) y cuáles son las variables exógenas y endógenas.

Debe tenerse en cuenta que, en sí, el modelo de insumo-producto está totalmente destemporalizado, ya que no considera ninguna dinámica de ajuste endógeno, siendo una suerte de “macro-ejercicio” de estática comparativa; tampoco incorpora funciones de comportamiento de los agentes institucionales, ni mecanismos de incentivos o interacciones de mercado vía precios. Esto significa que el modelo, si bien da cuenta de la estructura intersectorial de la malla productiva, resulta ser una representación sumamente simple para analizar el comportamiento dinámico de la economía como un todo.[3]

Para ello se debería recurrir a otros tipos de formalización, como los modelos de equilibrio general computable (CGE), por ejemplo.[4] Estos últimos, al agregar funciones de comportamiento, permiten estimar endógenamente salarios, beneficios, precios, tipos de cambio, producción sectorial, niveles de empleo, consumo, inversión, exportaciones e importaciones. No obstante, y dada la complejidad de los modelos de CGE, deben tenerse mucho más recaudos al interpretar sus resultados y obtener conclusiones representativas, y muchos más cuidados al diseñar la estructura del modelo. Los modelos de insumo-producto estarían en línea con el principio de la navaja de Occam, que nos compele a no multiplicar la sofisticación de las hipótesis para explicar un dado

[3] A pesar de ello, véase en la sección 5.2, los intentos por dinamizar el modelo básico de insumo-producto.
[4] Puede consultarse una breve introducción sobre estos modelos en la sección 6.2 de este manuscrito.

fenómeno. Por ejemplo: si los precios relativos no han variado sustantivamente ni se piensa que lo hagan, un modelo de CGE no agregará mucho más de lo que el enfoque de insumo-producto ofrece.

Luego de esta disgresión epistemológica volvamos al modelo de insumo-producto, el cual parte de algunos supuestos:

(i) Se supone que cada insumo es suministrado por un sólo sector de producción (*hipótesis de homogeneidad sectorial*). Esto implica que se emplea un sólo método de producción, por lo tanto, no es posible la sustitución entre insumos intermedios, a la vez que cada sector tiene una sola producción primaria; es decir que no hay producción conjunta.

(ii) Con la finalidad de homogeneizar la medición de los agregados, se introduce la *hipótesis de invarianza de precios relativos.*

(iii) Los insumos comprados por cada sector son solamente una función del nivel de producción de ese sector, por lo tanto, la cantidad de insumos varía en la misma proporción que la producción, es decir que se asume una *hipótesis de proporcionalidad estricta*: la composición de los productos dentro de cada sector es fija.

Esto significa que la función de producción que el modelo de Leontief considera es lineal y, por lo tanto, los coeficientes técnicos se supondrán constantes durante el período de análisis, dado que se supone que el nivel de producción que el sector i-ésimo vende al j-ésimo, es una proporción constante del nivel de producción del sector j, es decir:

$$X_{ij} = a_{ij} \cdot X_j \qquad 1 \leq i \leq n, \qquad 1 \leq j \leq n \tag{12}$$

$$X_j = \frac{X_{ij}}{a_{ij}} \qquad 1 \leq i \leq n, \qquad 1 \leq j \leq n, \qquad (\forall\ a_{ij} \neq 0) \tag{13}$$

donde a_{ij} es denominado *coeficiente técnico* y constante por hipótesis, esto significa que la función de producción es tal, que la productividad marginal de cada factor es constante e igual a su productividad media. Con ello la "función de producción" (de coeficientes constantes) tiene los rendimientos constantes a escala.

(iv) Se supone que el efecto total de la producción en varios sectores, será igual a la sumatoria de los diferentes efectos (*hipótesis de aditividad*); con esto se excluye toda interdependencia externa de los sectores, excepto la especificada en el propio modelo.

(v) Cuando se utiliza el modelo para realizar proyecciones de precios, debe tenerse en cuenta que se mantiene la relación de precios relativos presente en el año en que se elabora la matriz.

La representación matricial de estas relaciones es: $H = A\hat{x} \implies A = H\hat{x}^{-1}$, siendo $\hat{x}$ la matriz diagonal de producciones domésticas ($\hat{x}_{ii} = X_i$ y $\hat{x}_{ii}^{-1} = 1/X_i$).

Seguidamente se supone, en el modelo estándar, que las X_i y X_{ij}, ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$) son las $n + n^2$ variables endógenas mientras que las componentes de la demanda final (neta de importaciones), C_i, I_i, G_i, Z_i, E_i, ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$), las $5n$ variables exógenas.[5]

A partir estos supuestos es posible representar el modelo en forma matricial considerando:

[5] Es posible, según lo que el analista busca, endogenizar alguna de las variables consideradas exógenas, véase más adelante.

Cuadro 8

REPRESENTACIÓN DE LA INFORMACIÓN EMPLEANDO LA MATRIZ DE COEFICIENTES TÉCNICOS

Recurso	Prod. 1	Prod. j	Prod. n		Cons.	Invest.	C.Publ.	Δ Exist.	Expo.	VBP
Prod. 1	a_{11}	$\cdots\ a_{1j}\ \cdots$	a_{1n}	X_1	$+C_1$	$+I_1$	$+G_1$	$+Z_i$	$+E_1$	$= X_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Prod. i	a_{i1}	$\cdots\ a_{ij}\ \cdots$	a_{in}	X_i	$+C_i$	$+I_i$	$+G_i$	$+Z_i$	$+E_i$	$= X_i$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Prod. n	a_{n1}	$\cdots\ a_{nj}\ \cdots$	a_{nn}	X_n	$+C_n$	$+I_n$	$+G_n$	$+Z_n$	$+E_n$	$= X_n$
Prod. 1	m_{11}	$\cdots\ m_{1j}\ \cdots$	m_{1n}							
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$							
Prod. i	m_{i1}	$\cdots\ m_{ij}\ \cdots$	m_{in}							
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$							
Prod. n	m_{n1}	$\cdots\ m_{nj}\ \cdots$	m_{nn}							
Salarios	s_1	$\cdots\ s_j\ \cdots$	s_n							
Beneficios	b_1	$\cdots\ b_j\ \cdots$	b_n							
Amortizac.	α_1	$\cdots\ \alpha_j\ \cdots$	α_n							
Tax-Subvenc.	$t_1 - sb_1$	$\cdots\ t_j - sb_j\ \cdots$	$t_n - sb_n$							
Coef. VBP	1	$\cdots\ 1\ \cdots$	1							

$$x = A \cdot x + y \qquad\qquad x \in \mathbb{R}^{n\times 1} \quad A \in \mathbb{R}^{n\times n} \quad y \in \mathbb{R}^{n\times 1} \tag{14}$$

cuyos componentes son:

$$x \equiv \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}; \quad A \equiv \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}; \quad y \equiv \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 + I_1 + G_1 + Z1 + E_1 \\ \vdots \\ C_n + I_n + G_n + Z_n + E_n \end{pmatrix} \tag{15}$$

donde A se denomina *matriz de requerimientos directos*, pues sus elementos de matriz indican la proporción en la que un insumo es demandado para generar una unidad de producto. Entonces, con un poco de álgebra básica, se obtiene la expresión canónica del modelo de Leontief:

$$\boxed{x = (I - A)^{-1} \cdot y = B \cdot y} \tag{16}$$

donde la matriz $B \equiv (b_{ij}) = (I - A)^{-1}$ es la *matriz de Leontief o de requerimientos totales* (directos e indirectos) y relaciona la producción de cada sector X_i con la demanda final neta de importaciones, variable esta, considerada como exógena.

Cada elemento b_{ij} de la matriz de Leontief, representa la cantidad de producción que debería realizar el sector i, para satisfacer, *ceteris paribus*, una unidad de demanda final neta de importaciones del producto j-ésimo y, como es constante, da cuenta de la variación en el valor de la producción del sector i-ésimo como consecuencia de la variación de la demanda final neta de importaciones del sector j-ésimo, esto es:

$$b_{ij} = \frac{\partial X_i}{\partial Y_j} \equiv \frac{dX_i}{dY_j} \tag{17}$$

Así, los elementos b_{ij} de la matriz inversa cuantifican el impacto sobre la industria i-ésima de un cambio en la demanda final neta de importaciones del sector j-ésimo. Estos coeficientes capturan en un sólo número efectos multiplicativos directos e indirectos, ya que el producto de cada sector afectado deberá impactar no sólo sobre sí, sino también sobre los demás sectores que lo utilizan como insumo.

Basándonos en la definición de las series geométricas es sumamente fácil demostrar que para toda matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$:

$$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \cdots + A^n + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} A^k \qquad (18)$$

con esta identidad matemática se ve claramente como la matriz de Leontief, da cuenta de los efectos directos e indirectos de la demanda final neta de importaciones, sobre el proceso de producción. El primer término, habla de la producción necesaria para atender tal demanda final neta de importaciones directamente, el segundo, de la producción adicional para atender las necesidades de insumos, para la producción requerida para atender esa demanda final (primera ronda); la tercer ronda, es la producción adicional para atender la producción incremental de la segunda ronda, y así sucesivamente.

La matriz de coeficientes técnicos (A) cumple con algunas propiedades:

- El insumo total es igual a la producción total de cada sector.
- Cada coeficiente de insumo-producto es menor que 1.
- La suma de los coeficientes de insumo-producto, más los coeficientes de valor agregado bruto (por unidad de producción) de cada columna debe ser igual a 1.

Por otro lado, la matriz de Leontief, que describe el total de necesidades de insumos directos e indirectos, es tal que sus elementos diagonales deben ser mayores o iguales a 1 ($b_{ii} \geq 1 \quad \forall\, 1 \leq i \leq n$), lo que significa que para producir una unidad adicional para satisfacer la demanda final neta de importaciones, es necesario aumentar la producción al menos en una unidad.

Las principales causas que producen la alteración de los coeficientes técnicos en el tiempo son:

- El cambio tecnológico.
- El incremento de los beneficios surgidos de las economías de escala.
- Las variaciones del mix de productos (nuevos insumos sustitutos o complementarios).
- Los cambios en los precios relativos (dado que los coeficientes de Leontief surgen de una valoración monetaria).
- Los cambios en los patrones de intercambio[6] (exportaciones, sustitución de importaciones, etc.)

1.5.1 La representación de Gosh desde el punto de vista de la oferta

El modelo de Leontief puede expresarse desde el punto de vista de la oferta considerando, en lugar de la demanda total, la provisión de insumos primarios, es decir, el valor agregado (y sus componentes). Esta versión del modelo fue propuesto por Gosh, A. (1958), como una variante natural a la representación estándar de insumo-producto.

Cuando presentamos las identidades contables básicas en la sección 1.3, observamos que el vector del valor bruto de la producción se podía expresar como: $x' = \vec{\mathbf{1}}'H + v'$ (o trasponiendo $x = H'\vec{\mathbf{1}} + v$), con los elementos ij de H igual a X_{ij}.

6 Más adelante se estudian este tipo de cambios a través del llamado análisis de descomposición estructural.

Si definimos la matriz D cuyos elementos son : $d_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_i}$ ($D = \hat{x}^{-1}H$, siendo $\hat{x}^{-1}$ el vector diagonal de la producción doméstica invertido), entonces, podemos escribir $x = H'\mathbf{1} + v$, como:[7]

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11}X_1 & \cdots & d_{n1}X_n \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{1n}X_1 & \cdots & d_{nn}X_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & \cdots & d_{n1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{1n} & \cdots & d_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \quad (19)$$

Es decir que $x = D'x + v$ (ó trasponiendo: $x' = x'D + v'$) y por lo tanto:

$$x = (1 - D')^{-1} \cdot v \quad \text{recordando que} \quad d_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_i} \neq a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j} \quad \text{ó equivalentemente:} \quad (20)$$

$$x' = v'(1 - D)^{-1} \quad (21)$$

Los coeficientes d_{ij} se denominan coeficientes de distribución. Es posible establecer una relación entre las matrices A y D. Puesto que:

$$D = \hat{x}^{-1}H \quad \text{y a su vez:} \quad H = A\hat{x} \implies D = \hat{x}^{-1}A\hat{x} \quad \text{ó} \quad A = \hat{x}D\hat{x}^{-1} \quad (22)$$

y para el caso de la inversas:

$$B = (I - A)^{-1} = \hat{x}(I - D)^{-1}\hat{x}^{-1} \qquad \text{y} \qquad (I - D)^{-1} = \hat{x}^{-1}(I - A)^{-1}\hat{x} \quad (23)$$

recordando que $\hat{x}$ es la matriz diagonal con elementos $\hat{x}_{ii} = X_i$ y $\hat{x}_{ii}^{-1} = 1/X_i$.

Estas expresiones pueden ser muy útiles ya que nos permiten analizar el proceso de transformación de bienes y servicios con otro tipo de información. Sin embargo, el modelo propuesto por Gosh ha abierto un debate no exento de críticas. Cella, G. (1984) apuntó que los indicadores (encadenamientos) que se obtuviesen de los modelos de Leontief y de Gosh, no podrían combinarse ni compararse, debido a la inconsistencia simultánea de ambas representaciones. Según él, el supuesto de una matriz A estable no es compatible con el de una D estable y viceversa.[8] Según los autores citados, si se admitiera como fija la matriz D de coeficientes de distribución, entonces los coeficientes técnicos de A variarían arbitrariamente según la disponibilidad de la oferta y, como consecuencia, la misma noción de función de producción se vería amenazada dado que el modelo supone la insustituibilidad de los insumos (Oosterhaven, J., 1989).

Rose, A.& Allison, T. (1989) afirmaron que el modelo de Gosh, basado en la oferta, podría usarse como una aproximación siempre que los cambios en A, no fueran importantes. Según sus estimaciones de un estudio de caso, mostraron que las alteraciones entre A y D no eran importantes. Dietzenbacher, E. (1997b) mostró que la inconsistencia se desvanece cuando el modelo es interpretado como un modelo de precios. De la misma manera que el modelo de Leontief tiene su “dual” en una aproximación basada en precios (véase la sección 1.6), el modelo de Gosh tendrá su “doble” de cantidad equivalente al modelo conducido por la demanda (modelo de Leontief).

7 Recuérdese que la matriz de requerimientos A directos tiene elementos $a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j}$ (distintos).

8 Complicación que denomina como *joint stability problem*. Para tener más información sobre esta representación, puede consultarse: de Mesnard, L. (1997) y Oosterhaven, J. (1989).

1.5.2 El consumo como endógeno: Matrices de Tipo I y Tipo II

La matriz de Leontief estándar $B = (I - A)^{-1}$, con A es la matriz de requerimientos directos, muestra cuánta producción es necesaria en cada sector, en términos directos e indirectos, para producir una unidad adicional de la demanda final neta de importaciones que origina el impacto. Esta matriz suele llamar matriz de Leontief de Tipo I.

Una extensión natural del modelo tradicional de insumo-producto, se puede obtener teniendo en cuenta los efectos inducidos del consumo doméstico al endogenizarlo, y suponer al consumo como un sector que "produce" trabajo, que a su vez es insumo de los demás sectores. Para ello se incorpora una fila (los salarios y compensasiones) y una columna (el consumo de los hogares) en la matriz de requerimientos directos A y luego se crea una nueva matriz de coeficientes técnicos (matriz tipo II) de $(n+1) \times (n+1)$ elementos, esto es:

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} & \gamma_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} & \gamma_n \\ w_1 & \cdots & w_n & 0 \end{pmatrix} \tag{24}$$

donde el vector $\vec{\mathbf{\Gamma}} = (\gamma_i) \equiv (C_i/X_i)$ representa el consumo de las familias por unidad de producto de cada sector, y el vector (transpuesto) $\vec{\mathbf{W}} = (w_i) \equiv (S_i/X_i)$ son los salarios y compensaciones por unidad producto de cada sector. De esta forma, el consumo de los hogares es una función lineal del ingreso. Para obtener la matriz de Leontief Tipo II basta con calcular: $\widetilde{B} = (I - \widetilde{A})^{-1}$.

El modelo con esta modificación fue propuesto por Miyasawa, K. (1976) y puede escribirse como:

$$\begin{pmatrix} X \\ X_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I - A & -\vec{\mathbf{\Gamma}} \\ -\vec{\mathbf{W}}' & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} y \\ y_h \end{pmatrix} \tag{25}$$

siendo X_h el ingreso endógeno de los hogares (escalar) e y_h, una suerte de ingreso exógeno de los mismos.

Otra metodología utilizada para endogenizar el consumo en forma simple, es formular un conjunto de relaciones, que expliquen el comportamiento del consumo en cada sector basado en el valor agregado. Una hipótesis que se puede adoptar, es que el consumo de un sector es proporcional al valor agregado bruto total. Entonces, si k_i es la constante de proporcionalidad, se podría escribir:

$$C_i = k_i \cdot l'x \qquad 1 \leq i \leq n \qquad l = (l_i) \in \mathbb{R}^{nx1} \tag{26}$$

con:

$$k_i = \frac{C_i}{VAB} \qquad l_i = \frac{vab_i}{X_i} \tag{27}$$

se puede escribir vectorialmente: $c = k \cdot l' \cdot x \equiv K \cdot x$, donde:

$$c \equiv \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix}; \qquad k = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}; \qquad K = k \cdot l' \equiv \begin{pmatrix} k_1 l_1 & \cdots & k_1 l_n \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_n l_1 & \cdots & k_n l_n \end{pmatrix} \qquad \$ \tag{28}$$

entonces, excluimos al consumo de la demanda final neta de importaciones :

$$y_c = \begin{pmatrix} I_1 + G_1 + Z_1 + E_1 \\ \vdots \\ I_n + G_n + Z_n + E_n \end{pmatrix} \tag{29}$$

así, se tiene matricialmente: $x = A \cdot x + K \cdot x + y_c$ o equivalentemente:

$$x = (I - A - K)^{-1} \cdot y_c \tag{30}$$

En este caso alternativo, para obtener la matriz de Leontief Tipo II basta con calcular: $\widetilde{B} = (I - A - K)^{-1}$.

La incorporación del consumo añade un componente socio-económico al cálculo, por lo que los resultados dejarán ser relaciones estrictamente tecnológicas, como ocurría en el caso anterior. Además, la conversión del consumo de los hogares en endógeno tiene sus desventajas. Entre las desventajas cabe mencionar que, además de la suposición de que los coeficientes técnicos son constantes, es necesario suponer que lo es también la conducta de los consumidores, así como la distribución del ingreso y la conducta de ellos frente al ahorro, supuestos estos, que no son usualmente ciertos ni siquiera en el corto plazo. Esta representación supone que la función consumo es lineal y homogénea y que hay un sólo patrón de consumo, esto significa que todos los hogares tienen las mismas propensiones al consumo (y, por ello, deberían tener los mismos ingresos salariales), además supone que el consumo es exclusivamente realizado por los hogares con empleo, lo que consuman los desempleados es tratado como exógeno, como parte de la demanda final neta.

Una serie de modelos alternativos se han planteado para superar algunos de estos inconvenientes. Blackwell, J. (1997), entre otros, desagrega el sector de los hogares en una cantidad de grupos por niveles de ingresos, cada uno con diferente propensión marginal al consumo, dando lugar a los modelos de insumo-producto denominados de Tipo III. Algo similar realiza Vossenaar, R. (1977) utilizando datos tomados de encuestas de hogares. Otros trabajos clasificados y comentados en Batey, P. (1985) y Batey, P. & Rose, A. (1990) desagregan al sector de los hogares según, grupos de empleados, subempleados y desempleados e inactivos.

1.6 Modelo dual de insumo-producto: análisis de precios y costos

El modelo de insumo-producto nos ofrece también un esquema para analizar la estructura de los precios de los distintos productos de la economía. Hemos visto que cada columna (j) de la matriz de insumo-producto, junto al valor agregado, representa la totalidad de los gastos de un sector; por otro lado, la matriz de coeficientes técnicos establece los requerimientos (en cantidades) necesarios para producir una unidad de j. Incorporemos los precios dentro de la estructura del modelo (Naciones Unidas, 2000). Sean p_i, los precios unitarios del producto i, entonces el costo (en términos de insumos) de una unidad del j es: $\sum_{i=1}^{n} p_i a_{ij}$. Así, el valor agregado (salarios, beneficios, amortizaciones e impuestos) por unidad de producto j, es la diferencia entre el precio del producto y esta última cantidad:

$$v_j = \frac{VAB_j}{X_j} = p_j - \sum_{i=1}^{n} p_i a_{ij} \tag{31}$$

entonces, en representación matricial: $v = p - (p'A)' \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ y teniendo en cuenta que para toda matriz: $M \cdot N = N' \cdot M'$,

$$p = A'p + v \tag{32}$$

resolviendo se tiene: $p = (I - A')^{-1} \cdot v$ y considerando que: $I - A' = (I - A)'$ y $(M')^{-1} = (M^{-1})'$:

$$p = [(I - A)^{-1}]' \cdot v \quad \in \quad \mathbb{R}^{n\times 1} \tag{33}$$

Para evitar confusiones, debe recordarse que, en la representación de la matriz de insumo-producto, el valor agregado es un vector fila de $1 \times n$, mientras que aquí presentamos al vector $v \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Cabe destacar que este modelo de precios, se construye a partir de las condiciones estructurales en las que la economía opera (relaciones técnicas de producción y costos primarios) y no considera las condiciones de ajuste de mercados, del tipo walrasiano, en un sentido estricto. Por ello, se supone que los sectores deciden automáticamente el alza de precios en función de sus costos y no de las elasticidades de la demanda. A pesar de esta limitación, el modelo es útil para encontrar relaciones estructurales que pudieran afectar el comportamiento de los precios, sin la necesidad de recurrir a los sofisticados modelos de equilibrio general. En el siguiente capítulo veremos algunas aplicaciones interesantes de esta representación dual del modelo de insumo-producto.

1.7 Agregación de sectores

Las aplicaciones que se hacen de las matrices de insumo-producto requieren, por lo general, de información complementaria y, muchas veces, se gana poco teniendo una matriz muy desagregada, en relación con la información complementaria disponible que no tenga el mismo nivel de desagregación.

Por esta razón, importa conocer en qué condiciones pueden consolidarse los sectores m y p, sin que afecten las estimaciones de producción para los demás sectores del modelo. Los coeficientes de insumo-producto del "nuevo" sector consolidado ($X_{(m+p)} = X_m + X_p$) pueden expresarse de la siguiente manera:

$$a_{i(m+p)} = \frac{X_{i(m+p)}}{X_{(m+p)}} = \frac{X_{im} + X_{ip}}{X_m + X_p} = \frac{a_{im}X_m + a_{ip}X_p}{X_m + X_p} = a_{im}\left(\frac{X_m}{X_m + X_p}\right) + a_{in}\left(\frac{X_p}{X_m + X_p}\right) \quad (34)$$

$$a_{(m+p)j} = \frac{X_{(m+p)j}}{X_j} = \frac{X_{mj} + X_{pj}}{X_j} = a_{mj} + a_{pj} \quad (35)$$

Entonces para que los nuevos coeficientes sean también constantes, lo cual es condición para operar con el modelo, deberían cumplirse dos posibilidades: (i) $a_{im} = a_{ip}$ (o sea sectores con igual tecnología) o (ii) la relación $\frac{X_m}{X_p} = \text{ constante}$, de manera que: $\frac{X_m}{X_m+X_p}$ y $\frac{X_p}{X_m+X_p}$ también lo sean.

Cada vez que en una fila o columna se agregan dos o más productos, es evidente que la estructura de costos resultante, es un promedio de las que corresponden a cada producto individual. De esta manera, los coeficientes obtenidos conciernen no solo a una tecnología dada, sino además, a una determinada combinación de las distintas producciones agregadas en la columna. Cuando los supuestos matemáticos anteriores no se satisfagan, y a pesar de ello se requiera agregar, se pueden seguir cuatro principios básicos que permiten conformar nuevos sectores (Acevedo, J. (1979)):

(i) **Principio de complementariedad vertical:** Si la producción de un sector es absorbida por otro sector, se pueden agregar ambos sectores.

(ii) **Principio de agregación horizontal:** Actividades con idéntica estructura de insumos, pueden agregarse en un sector de mayor tamaño.

(iii) **Principio de complementariedad de demandas:** Se pueden agregar aquellas actividades cuyas demandas, se prevé, han de mantener una proporción constante (este es el caso citado al comienzo).

(iv) **Principio de perfecta sustitución:** Pueden agregarse aquellas actividades cuyas producciones puedan sustituirse mutuamente.

Estos principios son sólo un marco de referencia que puede o no ser considerado a la hora de re-estructurar las tablas. Es obvio que el hecho de agregar actividades significa perder información, sin embargo, deber recordarse que el no proceder así, imposibilitaría la propia construcción de los cuadros originales.

1.8 Incerteza y sensibilidad

Se pueden hacer 2 tipos de análisis para estudiar la bondad de ajuste de los modelos:

(i) Análisis de incerteza: consiste en estudiar los efectos de la incertidumbre en los resultados del modelo considerado.

(ii) Análisis de sensibilidad: estudia la influencia de la variación de los parámetros del modelo sobre los resultados.

1.8.1 Análisis de incerteza

Los cuadros de insumo-producto se basan en datos agregados de numerosas ramas de actividad económica y numerosos productos y, por ello, se pueden suscitar algunos problemas que afecta la calidad de la información:

- Para producir los numerosos productos, los numerosos sectores económicos deben producir grandes cantidades de ellos, que a su vez son insumos para la producción de esos mismos numerosos productos. Por eso, los resultados de cada sector, serán sólo válidos para un producto promedio del sector.
- Los datos surgen de la agregación de información de numerosas empresas, cada una con su propio nivel de eficiencia. Las diferencias en la eficiencia y la productividad, permanecen ocultas en la agregación sectorial.
- Se supone que cada compañía pertenece a un sólo sector económico, a pesar de poder producir múltiples productos.
- La recolección de micro-datos y su agregación siempre trae aparejado un error que el analista desconoce al trabajar con matrices de insumo-producto.
- La consistencia y el balanceo de los cuadros, así como los errores de truncado numérico o redondeo son, también, fuentes posibles de error.

Lamentablemente, el error con el que se estiman los cuadros de insumo-producto, está fuera del control de analista. Bullard, C.W. & Sebald, A.V. (1977) analizan la confiabilidad de la matrices de insumo-producto y determinan analíticamente cotas inferiores y superiores de confiabilidad, para el cálculo de las matrices de Leontief. Estas cotas se calculan, cuando todos los elementos de la matriz de coeficientes técnicos, alcanzan la incerteza extrema en la misma dirección. El trabajo citado supone que cada elemento de la matriz de coeficientes técnicos a_{ij}, tiene asociado un intervalo de error $[\alpha_{ij}, \beta_{ij}]$, de manera tal que existirán infinitas matrices, cuyos valores yacen comprendidos en estos $n \times n$ intervalos. A su vez, cada elemento de la matriz inversa de Leontief b_{ij} tendrá también asociado un intervalo $[\gamma_{ij}, \delta_{ij}]$.

El trabajo demuestra que para cada matriz A existe una matriz específica A_{ϵ}^{max} y una inversa B_{ϵ}^{max} para las cuales la diferencia entre $B - B_{\epsilon}^{max}$, es máxima para todos los $n \times n$ elementos, estableciéndose en el caso más incierto posible y, por ello, en una cota de tolerancia. Este caso corresponde a una situación en la que todos los coeficientes yacen en el límite superior β_{ij}. Bullard, C.W. & Sebald, A.V. (1988) confirman este resultado, utilizando simulaciones de montecarlo sobre múltiples matrices estocásticas.

1.8.2 Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad se utiliza para investigar los efectos de los cambios paramétricos, sobre los resultados de un modelo, con el objetivo de determinar aquellos parámetros que más los afectan. Cuando se trabaja con matrices de insumo-producto, el análisis de sensibilidad, puede ser utilizado como una fuente para la realización de políticas sectoriales, ya que, mediante él, se pueden identificar componentes, que dan lugar a modificaciones significativas de la malla intersectorial. Se trata de abordar el estudio de la importancia relativa de los coeficientes técnicos para prever las consecuencias que, cambios en los mismos, pueden tener sobre un sector o grupo de sectores.

Una metodología usada por Viet, V. (1980) consiste en modificar un elemento por vez de la matriz de coeficientes técnicos A, y determinar el efecto de éste sobre la matriz de Leontief B. Los elementos de la nueva inversa, se calculan en términos de la inversa original. El siguiente paso es determinar aquellos elementos de A, cuyos cambios dan lugar grandes alteraciones de B. La importancia del elemento a_{ij}, se determina contabilizando el número de elementos de B, para los cuales a_{ij} produce una alteración porcentual de cierta magnitud (predefinida), respecto de la situación original. Algo similar se puede hacer también, con el vector de producción doméstica, es decir, determinando los elementos a_{ij}, para los cuales su alteración da lugar a una significativa variación de la producción.

El problema de esta metodología es que los coeficientes técnicos dan una idea de la importancia de las interrelaciones sectoriales. Sin embargo, al ser cifras relativas respecto a la producción de cada sector, no queda de manifiesto la influencia que pueden tener sobre los niveles de la economía. Así, un coeficiente a_{ij} puede ser muy grande respecto a otros de la matriz, pero si el sector j tiene una producción pequeña la influencia sobre i no tendrá mucha relevancia. Por otro lado, puede suceder que, a pesar de que a_{ij} sea relativamente pequeño, j tenga una influencia sobre i grande, si es que la producción de j es grande.

De acuerdo a una metodología propuesta por Schintke, J. & Stäglin, R. (1988), la importancia de un coeficiente va a depender de la tasa de variación máxima p que provoca en la producción de cualquier sector. Si w_{ij} es ese peso o importancia relativa del coeficiente, se puede calcular:

$$w_{ij}(p) = a_{ij}\left(b_{ji}p + b_{ii}\frac{X_j}{X_i}\right) \tag{36}$$

donde a_{ij} es el coeficiente técnico, b_{ji} y b_{ii} son los elementos correspondientes de la matriz de Leontief, X_j y X_i, las producciones respectivas de las ramas consideradas.

Cuanto mayor sea el valor de w_{ij}, más importante será el coeficiente a_{ij}. Se puede demostrar que, sin que la variación en la producciones sectoriales superen la tasa p, puede llegarse hasta una tasa de variación:

$$c_{ij} = \frac{p}{w_{ij}(p)} \tag{37}$$

Es decir, que los coeficientes a_{ij}, más importantes son los que tienen un límite de variación c_{ij} reducido. Ahora, si suponemos una variación de, por ejemplo, el 1% en la producción ($p = 0{,}01$), la tasa de variación del coeficiente técnico vendrá dado por:

$$c_{ij} = \frac{0{,}01}{a_{ij}\left(0{,}01b_{ji} + b_{ii}\frac{X_j}{X_i}\right)} \tag{38}$$

Entonces, cuando más importante sea el coeficiente técnico, menor deberá ser el valor de c_{ij}, al indicar la variación máxima que puede tener el coeficiente a_{ij} a partir de la cual se altera la producción del sector i en más de un 1%.

Conocidos los valores de c_{ij}, Iráizoz Apezteguí a, B. & Rapún Gárate, M. (1999) establecen como criterio de clasificación de los coeficientes, los siguientes intervalo:

- Coeficientes muy importantes: $c_{ij} < 0{,}10$
- Coeficientes bastante importantes: $0{,}10 \le c_{ij} < 0{,}50$
- Coeficientes poco importantes: $0{,}50 \le c_{ij} < 1$
- Coeficientes no importantes: $c_{ij} \ge 1$

Con esta clasificación, la presencia de muchos coeficientes importantes en la fila correspondientes a un determinado producto, indica que este es muy importante como oferente de bienes de consumo intermedio para el proceso productivo de otras. Cuando ello ocurra en la columna, indica que el sector provoca aumentos de producción importantes en otras para poder satisfacer su demanda de productos intermedios, reflejando la importancia del método de producción empleado por este sector, para la demanda de productos de otros sectores.[9]

1.9 Actualización de los coeficientes técnicos: el método rAs

Una gran desventaja inherente al análisis de insumo-producto, es que las matrices son extemporáneas, al momento de trabajar con ellas. Esto es inevitable puesto que la mayoría de los datos básicos necesarios para elaborarlas requieren de un esfuerzo sustantivo que no se puede realizar con la deseada frecuencia. Por eso, un problema usual, consiste en saber cómo actualizar una nueva matriz de insumo-producto, cuando se tiene información de una, calculada hace tiempo atrás y alguna información adicional más reciente. Un caso especial, es aquel en que se dispone información reciente de las sumas de las filas y columnas de la misma. Stone y sus colaboradores de la Universidad de Cambridge (Stone, R. et al (1963)) desarrollaron un procedimiento para actualizar, en este caso, los coeficientes técnicos. El método se denomina como rAs.

Este método se basa en modificar una matriz de partida, la cual se multiplica por coeficientes correctores tanto por filas como por columnas, de manera tal, que los totales (también por filas y columnas) se aproximen, lo más exactamente posible, a valores conocidos. Por ello, a partir de una matriz de coeficientes técnicos inicial $A(0)$ se estima una nueva tabla referida a un momento posterior (o a un espacio geográfico diferente), en el que se conocen, al menos, las sumas de sus filas y columnas (Bacharach, M. (1970)). El método rAs se basa lo que se denomina como un ajuste biproporcional, ya que se efectúa una doble corrección: tanto en los agregados por filas como por columnas. Supongamos que disponemos de la siguiente información para el período t_{final}:

$$u = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} X_{1j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n} X_{nj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}; \quad v = \left(\sum_{i=1}^{n} X_{i1}, \cdots, \sum_{i=1}^{n} X_{in} \right) = \left(v_1, \cdots, v_n \right); \text{ y} \tag{39}$$

$$w = \left(X_1, \cdots, X_n \right), \qquad \text{la producción efectiva} \tag{40}$$

es decir, que u es el vector de sumas de las filas de los consumos intermedios recientes, v, el de sumas de sus columnas. De acuerdo con el método RAS, se realiza el siguientes proceso iterativo, para actualizar los valores de la matriz:

(i) Se calcula primero el vector:

---

[9] Este es un enfoque alternativo, y por ello complementario, al análisis de encadenamientos que se detalla en el capítulo 3.

$$u^1 = \left(A(0)\hat{w}(1)\right)\mathbf{1} \tag{41}$$

donde $A(0)$ es la matriz original de coeficientes técnicos, $\hat{w}(1)$ es el vector de producción efectiva llevado a su forma diagonal y $\mathbf{1}$ el vector suma (formado por unos).

(ii) Se calcula la primera matriz diagonal r^1 con los coeficientes dados por filas:

$$r^1 = \hat{u}(1)\left(\hat{u}^1\right)^{-1} \tag{42}$$

donde $\hat{u}(1)$ es el vector diagonalizado que recoge las sumas de los coeficientes por filas.

(iii) Se calcula la matriz de coeficientes corregida $A^1 r^1 A(0)$ que debe cumplir la restricción impuesta por filas:

$$A^1\hat{w}(1)\mathbf{1} = \left(r^1 A(0)\hat{w}(1)\right)\mathbf{1} = u(1) \tag{43}$$

(iv) Se calcula ahora, la primera estimación del total de consumo intermedios por columnas v^1, pero con la matriz ajustada A^1:

$$v^1\left(A^1\hat{w}(1)\right) \tag{44}$$

(v) Se calcula la primera matriz diagonal de coeficientes correctores por columnas s^1:

$$s^1 = \hat{v}(1)\left(\hat{v}^1\right)^{-1} \tag{45}$$

donde $\hat{v}(1)$, representa el vector diagonalizado de las sumas por columnas.

(vi) A partir de la expresión anterior se obtiene la matriz de coeficientes corregida por columnas: $A^2 = A^1 s^1$. Dicha matriz cumplirá ahora la restricción por columnas:

$$\mathbf{1}'\left(A^2\hat{w}(1)\right) = v(1) \tag{46}$$

(vi) Ahora, se opera iterativamente, calculando del mismo modo, las nueva matrices corregidas:

$$u^2 = \left(A^2\hat{w}(1)\right)\mathbf{1}, \quad \cdots \quad, u^h = \left(A^{2h-2}\hat{w}(1)\right)\mathbf{1} \tag{47}$$

estableciéndose los siguientes vectores correctores:

$$r^2 = \hat{u}(1)\left(\hat{u}^2\right)^{-1}, \quad \cdots \quad, r^h = \hat{u}(1)\left(\hat{u}^h\right)^{-1} \tag{48}$$

obteniéndose, así, las siguientes matrices corregidas:

$$A^3 = r^2 A^2 = r^2 r^1 A(0) s^1, \quad \cdots \quad, A^{2h-1} = r^h A^{2h-2} = r^h r^{h-1} \cdots A(0) s^1 \cdots s^{h-1} \tag{49}$$

De la misma manera, se efectúan las correcciones por columnas:

$$v^2 = \mathbf{1}'\left(A^3\hat{w}(1)\right), \quad \cdots \quad, v^h = \mathbf{1}'\left(A^{2h-1}\hat{w}(1)\right) \tag{50}$$

Obteniéndose los coeficientes correctores por columnas:

$$s^2 = \hat{v}(1)\left(\hat{v}^2\right)^{-1}, \quad \cdots \quad, s^h = \hat{v}(1)\left(\hat{v}^h\right)^{-1} \tag{51}$$

Para luego calcular las matrices ajustadas por columnas, que se obtienen como:

$$A^4 = A^3 s^2 = r^2 r^1 A(0) s^1 s^2, \quad \cdots \quad, A^{2h} = A^{2h-1} s^h = r^h r^{h-1} \cdots r^1 A(0) s^1 \cdots s^{h-1} s^h \qquad (52)$$

(vii) El proceso concluye cuando la matriz final ajustada:

$$A^k(1) = \prod_{i=1}^{k} r^i A(0) \prod_{i=1}^{k} s^i \qquad (53)$$

verifica que, componente a componente:

$$u(1) \approx \left(A^k(1)\hat{w}(1)\right)\mathbf{1} \quad y \quad v(1) \approx \mathbf{1}'\left(A^k(1)\hat{w}(1)\right) \qquad (54)$$

De acuerdo a esta técnica puede interpretarse que los factores r ajustan cada columna para tomar en cuenta el efecto de sustitución; por eso son llamados factores de sustitución. Puesto que se aplica una r diferente para cada coeficiente en una columna, éstas cambian las proporciones en las cuales se utilizan los diferentes insumos. Los vectores s, en cambio, son conocidos como factores de fabricación, porque siempre cambian las proporciones en que se usan los insumos intermedios y primarios, para la producción de bienes y servicios.

Existen otros métodos para actualizar las matrices. De los más conocidos, uno de ellos se basa en la minimización de la entropía cruzada (Robinson, S., Cattaneo, A. & El-Said, M. (2000)) y el otro utiliza el método de cuadrados mínimos para ajustar y actualizar los coeficientes técnicos (Hildreth, C. & Houck, J.P. (1968)). Información de los avances recientes sobre la actualización de matrices de insumo-producto puede consultarse en Lahr, M.L. y Mesnard, L. de (2004).

1.10 Algunas limitaciones del modelo de insumo-producto

El análisis de insumo-producto tiene por su simpleza, grandes ventajas, así como adolece de algunas importantes limitaciones:

(i) Las tablas agregan en un producto promedio numerosos productos, transformándolos en sustitutos perfectos e impidiéndonos analizar la cadena de valor intra-sectorial. En contraste con esto, los productos de distintos sectores no son sustituibles.

(ii) El supuesto de coeficientes técnicos fijos, invalida la posibilidad de que operen economías (o des-economías) de escala, y nos impone la suposición de que todas las firmas tienen la misma tecnología de producción y los mismos niveles de eficiencia.

(iii) Otra limitación importante reside en la forma en que se tratan los bienes de capital: en los cuadros de insumo-producto activos, como las construcciones, las maquinarias durables, los vehículos, etc., es decir, los integrantes de la formación bruto del capital fijo, son tratados como componentes de la demanda final y, por eso, identificados como meros productos, en lugar de ser considerados como factores primarios que podrían aportar productividad.[10]

(iv) La forma en que las tablas están valuadas, en términos monetarios, puede también ser una fuente de importantes errores: se supone que los flujos monetarios que la matriz de Leontief representa, son equivalentes a los flujos físicos de bienes y servicios. Esto supone que el sistema de precios es perfectamente homogéneo, lo cual no sucede en la práctica.

A pesar de estas importantes limitaciones, queda claro que los modelos basados en cuadros de insumo-producto, brindan información sumamente útil y dan una buena imagen de las interacciones intersectoriales, con una cobertura nacional o regional. Por otro lado, como veremos en el siguiente capítulo, es posible obtener información directa y con mucha facilidad, sobre la

[10] La sección 5.2 muestra un intento por evitar este inconveniente.

conformación de las interrelaciones sectoriales y sus efectos multiplicadores. Es allí donde reside el verdadero valor de esta metodología.

2. Análisis de impacto: Proyecciones económicas a partir de matrices de insumo-producto

Las matrices de insumo-producto pueden servir para proyectar el comportamiento de las componentes de la demanda final, según diversos escenarios planteados, y obtener como resultado el vector de producciones brutas, consistente con cada escenario. Así mismo, empleando el modelo dual de insumo-producto, es posible proyectar, por ejemplo, el comportamiento de los costos de los insumos primarios (salarios, excedentes de explotación, etc.), o de las importaciones, en cuyo caso, el resultado a obtenerse sería el vector de precios de los productos que deriva del impacto producido por la variación de alguna de esas variables. A continuación se muestran algunos ejercicios de proyección que suelen denominarse como *análisis de impacto*.

2.1 Proyecciones de la demanda final

A partir de la presentación del modelo de insumo-producto, aquí, lo que se pretende medir es el impacto de una variación de alguna componente de la demanda final sobre la malla productiva. Tales impactos se traducen en cambios sobre la producción bruta de los sectores económicos, requeridos para satisfacer esa variación de la componente proyectada de la demanda final.

Las proyecciones se realizan sobre la base del modelo de insumo-producto usual: $x=(I-A)^{-1}\cdot y$. Sin embargo, para que la proyección sea más útil, se debe incorporar al análisis la desagregación de cada componente de la demanda final y luego proyectar sólo algunas de ellas. Como lo que se busca proyectar usualmente son tasas de variación, dichas tasas deben ponderarse, en el agregado, por su participación en la demanda final (Venegas, J. 1994).

Sabemos que el vector de demanda final y posee componentes: $Y_i=C_i+G_i+I_i+Z_i+E_i\ (1\leq i\leq n)$, de forma tal que, para cada producto, podemos calcular los ponderadores w:

$$1=\frac{C_i}{Y_i}+\frac{G_i}{Y_i}+\frac{I_i}{Y_i}+\frac{Z_i}{Y_i}+\frac{E_i}{Y_i}=w_i^C+w_i^G+w_i^I+w_i^Z+w_i^E \qquad 1\leq\ i\leq n \tag{55}$$

Si el cambio de cualquier componente de la demanda final la medimos como su tasa de variación por el nivel, en el agregado, tenemos:

$$Y_i r_i^Y=r_i^C C_i+r_i^G G_i+r_i^I I_i+r_i^Z Z_i+r_i^E E_i \quad 1\leq i\leq n \quad \text{con:} \quad r^{(\cdot)}=\frac{\Delta(\cdot)}{(\cdot)} \tag{56}$$

Dividiendo por Y_i, y usando los ponderadores, obtenemos:

$$r_i^Y=r_i^C w_i^C+r_i^G w_i^G+r_i^I w_i^I+r_i^Z w_i^Z+r_i^E w_i^E \qquad \forall\ \ 1\leq i\leq n \tag{57}$$

Este desarrollo, válido para cada producto (o fila i), precisa una transformación matricial para poder ser empleada. En efecto, las variaciones de los distintos elementos de la demanda final deber ser dispuestas en una matriz diagonal tal que para cada componente, se obtenga un vector de variación ponderado. Así, las *n* ecuaciones de escalares (57) se transforman en una ecuación matricial donde las tasas de variación de la producción bruta y los ponderadores son vectores columna, r^x y w respectivamente y las distintas tasas de variación de la demanda final, son matrices diagonales. De esta forma, aplicando el esquema de insumo-producto, obtenemos la proyección de las variaciones de los distintos componentes de la demanda final, que se resuelve de acuerdo con la ecuación:

$$r^x=(I-A)^{-1}r^Y=(I-A)^{-1}\left(\hat{r}^C w^C+\hat{r}^G w^G+\hat{r}^I w^I+\hat{r}^Z w^Z+\hat{r}^E w^E\right) \tag{58}$$

donde $\hat{r}$ es la matriz diagonal cuyas componentes son las tasas de variación de cada componente de la demanda final para cada producto.

Con esta representación podemos aislar la variación de cada componente de la demanda final, para cada producto y proyectar, por separado, sus impactos sobre la producción bruta requerida. Dada la distributividad de la ecuación (58), es posible analizar los efectos parciales de las variaciones que se consideren.

2.2 Proyecciones de los costos

En este caso, se busca medir cuál es el impacto de las variaciones de los costos de los factores primarios (las remuneraciones, los excedentes de explotación, incluyendo los impuestos indirectos o las importaciones intermedias que, son incorporadas, por razones instrumentales, como parte de los insumos primarios) sobre los precios de los bienes.[11] En este caso se trabaja con la representación dual del modelo de insumo-producto, tal como se muestra en la ecuación (33).

11 Debe tenerse en cuenta que los cambios en los precios que se consideran aquí, se deben a cambios en las condiciones estructurales de la economía dados por alteraciones en los costos, y no debido a modificaciones de las condiciones en que operan los mercados.

Entonces, siguiendo un procedimiento análogo al realizado en la sección anterior, podemos descomponer el vector de factores primarios (valor agregado) como:

$$VAB_j = M_j^I + S_j + B_j + A_j + T_j - Sb_j \qquad \forall\ 1 \leq j \leq n \tag{59}$$

donde se debe tener en cuenta, que M_j^I representan las importaciones de insumos intermedios; S_j las remuneraciones, B_j, los beneficios o excedentes de explotación, A_j, las amortizaciones y el consumo de capital fijo, T_j, los impuestos indirectos y Sb_j las subvenciones o subsidios especiales recibidos por el sector j.[12] Expresando esto, por unidad de valor bruto de la producción tendríamos (Venegas, J. 1994):

$$v_j = \frac{VAB_j}{X_j} = \frac{M_j^I}{X_j} + \frac{S_j}{X_j} + \frac{B_j}{X_j} + \frac{A_j}{X_j} + \frac{T_j - Sb_j}{X_j} = m_j + s_j + b_j + a_j + t_j \qquad \forall\ 1 \leq j \leq n \tag{60}$$

Nuevamente, podemos definir las ponderaciones de manera que:

$$1 = \frac{M_j^I}{VAB_j} + \frac{S_j}{VAB_j} + \frac{B_j}{VAB_j} + \frac{A_j}{VAB_j} + \frac{T_j - Sb_j}{VAB_j} = w_j^M + w_j^S + w_j^B + w_j^A + w_j^T \quad \forall\ 1 \leq j \leq n \tag{61}$$

Nótese que el cálculo de estos ponderadores puede hacerse indistintamente con los valores nominales o los expresados por unidad de valor bruto de la producción.

Siguiendo los mismos procedimientos que en la proyección de las componentes de la demanda final, la variación de cualquier componente de los costos primarios se mide como su tasa de variación multiplicada por su nivel. Entonces,

$$VAB_j r_j^{VAB} = r_j^M M_j^I + r_j^S S_j + r_j^B B_j + r_j^A A_j + r_j^T T_j \qquad \forall\ 1 \leq j \leq n \qquad \text{con} \quad r^{(\cdot)} = \frac{\Delta(\cdot)}{(\cdot)} \tag{62}$$

Dividiendo por VAB_j, y usando los ponderadores, tenemos:

$$r_j^{VAB} = r_j^M w_j^M + r_j^S w_j^S + r_j^B w_j^B + r_j^A w_j^A + r_j^T w_j^T \qquad \forall\ 1 \leq j \leq n \tag{63}$$

Como este último desarrollo es válido para cada producto j, se pueden incluir todos ellos recurriendo a operaciones matriciales, tomando a las tasas r^{VAB} y los ponderadores w como vectores, y las distintas tasas de variaciones de los costos primarios como matrices diagonales.

Hasta aquí el procedimiento para ponderar los aumentos de los costos es análogo al de los aumentos de la demanda. Sin embargo, y para ser consistentes con la representación del modelo de insumo-producto, en la que las componentes de la matriz de valor agregado son filas, al momento de efectuar la proyección, se deben transponer los vectores de incrementos ponderados de costos. De manera tal que al utilizar la ecuación (33), la proyección sea:

$$r^p = [(I-A)^{-1}]' \cdot r^{VAB} = [(I-A)^{-1}]' \cdot \left[(\hat{r}^M w^M)' + (\hat{r}^S w^S)' + (\hat{r}^B w^B)' + (\hat{r}^A w^A)' + (\hat{r}^T w^T)' \right] \tag{64}$$

Con esta desagregación del valor agregado, podemos limitarnos a estudiar los impactos sobre los precios frente a distintas variaciones específicas de algunas de sus componentes, de uno o más productos, permitiéndonos analizar por separado sus efectos y sumando los vectores resultantes, obtener el efecto total de tales variaciones.

Una vez realizados los ejercicios de proyección no debe olvidarse, que los resultados que se pudieran obtener están regidos por todos supuestos implícitos del modelo de insumo-producto, en especial el de la mantención del sistema de precios relativos prevaleciente el año en que se elaboró la matriz.

---

[12] Para simplificar trabajaremos con el valor neto de los impuesto indirectos: $T_j - S_j$.

A pesar de las limitaciones, el uso de esta herramienta de proyección puede mejorar los cálculos realizados a niveles muy agregados. En definitiva y dado lo simple que resulta su representación, el modelo de insumo-producto se constituye en un instrumento que ofrece un marco analítico muy prolífico para el diagnóstico y pronóstico de la actividad productiva de un país, siempre y cuando se posea información medianamente actualizada.

2.3 Impactos de las variaciones del tipo de cambio

Resulta evidente que las variaciones del tipo de cambio tienen efectos directos sobre los precios de los agregados sectoriales (Leon P. y Marconi S. (1999)). El modelo de precios nos permite analizar estos efectos en un esquema simplificado de equilibrio parcial. Si en la ecuación (33) se incorpora el vector de importaciones de bienes intermedios, expresado como fracción del valor bruto de la producción de cada actividad:

$$p_1 = [(I-A)^{-1}]' \cdot (v+m) \qquad \text{con} \qquad m \in \mathbb{R}^{n\times 1} \text{ con } m_j = \frac{M_j}{X_j} \tag{65}$$

y luego se aplica una tasa de devaluación e a dicho vector se tiene:

$$p_2 = [(I-A)^{-1}]' \cdot (v + e\cdot m) \tag{66}$$

y así, se pueden comparar ambos vectores de precios. No obstante, debemos considerar que no siempre es posible disponer de información, acerca de las importaciones de insumo intermedios y, por ello, realizar estimaciones. Para evitar este inconveniente, sea, p^d el vector de precios de productos nacionales y p^T el de los insumo totales (nacionales e importados). Así, adaptando (32), se cumple:

$$p^d = A'p^T + v \tag{67}$$

Entonces, p^T es la media ponderada entre los precios domésticos e importados:

$$p^T = \hat{\alpha}p^m + (I-\hat{\alpha})p^d \tag{68}$$

donde $\hat{\alpha}$ es la proporción de las importaciones en la oferta total y $I-\hat{\alpha}$ la fracción complementaria de la oferta doméstica en la total (ambas matrices diagonales). Reemplazando en (67):

$$p^d = A'\hat{\alpha}p^m + A'(I-\hat{\alpha})p^d + v \tag{69}$$

y por lo tanto:

$$p^d = \Big[I - A'(I-\hat{\alpha})\Big]\Big(A'\hat{\alpha}p^m + v\Big) \tag{70}$$

Entonces, aplicando la variación del tipo de cambio a los precios de los importados:

$$p_2^d = \Big[I - A'(I-\hat{\alpha})\Big]\Big(A'\hat{\alpha}p_2^m + v\Big) \tag{71}$$

y luego podemos calcular la variación respectiva.

Debe tenerse en cuenta que esta es una representación sumamente simplificada del comportamiento de los precios, ya que detrás del mismo recae el supuesto de que los aumentos de los costos resultantes, se trasladan a los consumidores finales y no hay sustitución de bienes finales ni de insumos, y el ajuste de precios no se debe al ajuste en un mercado donde los agentes económicos revelan sus comportamientos. Los resultados que se obtienen, se refieren tan sólo a un conjunto de relaciones técnicas, de carácter casi mecánico que se dan al interior del aparato productivo.

2.4 Elasticidad precio de la demanda de productos no transables respecto de los transables

El modelo de precios basado en el uso de matrices de insumo-producto, nos permite también estudiar cómo se ven afectados los precios de bienes de los sectores no transables, por el impacto producido por la alteración de los precios de los bienes transables, y hacer un estudio de inflación por causas estructurales (Nordhaus, W. & Shoven, J. (1977)). Supongamos que los precios de los sectores de $1, \cdots, k$ son exógenos (dados los precios internacionales) mientras que el resto, de $k+1, \cdots, n$ son los no transables, en nuestro caso las variables endógenas. Volvamos a prestar atención a la ecuación (32), pero particionando las matrices y vectores en un bloque de transables y otro de no transables.

$$p = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_k \\ p_k \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} p_T \\ p_{NT} \end{pmatrix}; \qquad v = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \\ v_{k1} \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} v_T \\ v_{NT} \end{pmatrix};$$

$$A' = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{k1} & a_{k+11} & \cdots & a_{n1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1k} & \cdots & a_{kk} & a_{k+1k} & \cdots & a_{nk} \\ a_{1k+1} & \cdots & a_{kk+1} & a_{k+1k+1} & \cdots & a_{nk+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{kn} & a_{k+1n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Siguiendo la ecuación (32), para los no transables:

$$p_{NT} = \begin{pmatrix} a_{1k+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{kk+1} & \cdots & a_{kn} \end{pmatrix}' \cdot p_T + \begin{pmatrix} a_{k+1k+1} & \cdots & a_{k+1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{nk+1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}' \cdot p_{NT} + v_{NT} = \Lambda_1' \cdot p_T + \Lambda_2' \cdot p_{NT} + v_{NT} \tag{72}$$

nótese que Λ_2' es una matriz cuadrada y, por lo tanto, de no haber singularidad, puede ser inversible, por lo cual:

$$p_{NT} = (I - \Lambda_2')^{-1} \cdot (\Lambda_1' \cdot p_T + v_{NT}) \tag{73}$$

De esta forma podemos estudiar el impacto sobre los precios de los $n-(k+1)$ bienes no transables, frente a cambios de los precios de los k bienes transables, calculando las derivadas parciales:

$$\frac{\partial p_i}{\partial p_j} = \left[(I - \Lambda_2')^{-1} \cdot \Lambda_1' \right]_{ij} \qquad \text{con} \quad 1 \leq j \leq k \quad \text{y} \quad k+1 \leq i \leq n \tag{74}$$

y mejor aún, si conocemos todos los precios, las elasticidades precio de la demanda (directa y indirecta) de los bienes no transables respecto de los transables:

$$\epsilon_{p_i,p_j} = \frac{p_j}{p_i}\left(\frac{\partial p_i}{\partial p_j}\right) = \frac{p_j}{p_i}\Big[(I - \Lambda_2')^{-1} \cdot \Lambda_1'\Big]_{ij} \qquad \text{con} \quad 1 \leq j \leq k \quad \text{y} \quad k+1 \leq i \leq n \tag{75}$$

3 Indicadores económicos intersectoriales

3.1 Multiplicadores y encadenamientos

El modelo de Leontief se resume en la ecuación: $x = Ax + y \Longrightarrow x = (I - A)^{-1} \cdot y \equiv B \cdot y$. Observando con detenimiento la última expresión, la matriz B tiene características análogas a las del *multiplicador keynesiano*. En efecto, la producción total, además de satisfacer la demanda final, debe cubrir las necesidades de los demás sectores productivos. Dada la interdependencia existente entre éstos, un aumento de la producción en uno de ellos, implica una mayor demanda de insumos, los que deben, a su vez, aumentar su producción con los consiguientes efectos circulares sobre el sistema, incluyendo la producción del sector en el que se inició el proceso. Por ello, cuando la demanda final de un bien aumenta, la producción total de dicho sector debe aumentar en una proporción mayor, ya que debe satisfacer el incremento de la demanda final y cubrir, simultáneamente, el aumento de las demandas intermedias.

Siguiendo este razonamiento queda claro que el modelo de insumo-producto, al cuantificar las relaciones de intercambio (circular) entre sectores, tanto como oferentes o demandantes de insumos intermedios, permite identificar aquellos sectores cuya importancia relativa en tales interdependencias es de significación. La idea central de este tipo de enfoque, es que no todas las actividades económicas, tienen la misma capacidad de inducir impactos multiplicadores sobre otras.

Rasmussen, P. N. (1963) y Hirschman, A. O. (1961) y Chenery, H. B. & Watanabe, T. (1958), entre otros, utilizan los denominados encadenamientos o eslabonamientos sectoriales como método para analizar los efectos de cambios en la demanda final en situaciones diversas e identificar sectores que pudieran ser relevantes para el funcionamiento de la economía. Es posible distinguir entre dos tipos de encadenamientos: hacia atrás (*backward linkages*), que miden la capacidad de una actividad de provocar o arrastrar al desarrollo de otras, dado que utiliza insumos procedentes de éstas, y hacia delante (*forward linkages*), que se producen cuando una actividad ofrece determinado producto, que resulta ser el insumo de otro sector, que a su vez opera como estímulo para un tercer sector, que es un insumo del primer sector en consideración. Veremos que la forma en que se construyen los indicadores de encadenamiento no es única, por lo cual, es conveniente complementar entre sí, los estudios que se realicen con las distintas metodologías.

Es importante destacar, que estar en presencia de multiplicadores de gran magnitud, no es lo mismo que grandes impactos multiplicadores, ya que los impactos dependen tanto del valor de los multiplicadores, como de la magnitud de los estímulos externos, que originan el potencial efecto multiplicador. Es por esta razón, que la utilización de multiplicadores y encadenamientos, conlleva la crítica de que su uso no toma en consideración, los volúmenes de producción de cada sector. Para obtener un indicador de arrastre efectivo y no sólo potencial, es necesario valorar el peso que el sector posee, respecto de toda la actividad económica. Así, los encadenamientos nos permiten señalar aquellos sectores con mayor potencial de arrastre, sectores que pueden actuar como locomotoras del resto de la economía, porque a ellos están “enganchados” muchos otros sectores. Sin embargo, si la locomotora está parada, su capacidad de arrastre es ínfima, por largo que sea el tren. La potencia de la locomotora la constituye la demanda final que, cuando aumenta, provoca incrementos en la producción de algunos sectores, que a su vez demandarán directa o indirectamente más productos a otros tantos. Por ello, cuando se realice un estudio de encadenamientos, es importante vincular dicha información, con la participación relativa de cada sector en el nivel de actividad de sistema económico.

3.1.1 Multiplicadores de producto

Multiplicadores Directos de Chenery y Watanabe

Chenery, H. B. & Watanabe, T. (1958) calculan los encadenamientos, con el fin de cuantificar el impacto directo, de una rama sobre el resto de la economía, seleccionando aquellas actividades cuyos efectos eran superiores a la media combinando dos criterios:

(i) *Encadenamientos directos hacia atrás*, que miden la capacidad de un sector de arrastrar directamente a otros ligados a él, por su demanda de bienes de consumo intermedio y, estimulando, a su vez, la actividad de tales sectores. Se puede calcular como la proporción de las compras intermedias de un sector, en relación a su producción efectiva:[13]

$$DBL_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}}{X_j} \equiv \sum_{i=1}^{n} a_{ij} \tag{76}$$

(ii) *Encadenamientos directos hacia delante*, que miden la capacidad de un sector de estimular a otros, en virtud de tener su capacidad de oferta. Este indicador se mide como la fracción de sus ventas para consumo intermedio, sobre sus ventas totales.[14]

[13] Lo que es equivalente a la suma de la columna j de la matriz de coeficientes técnicos.

[14] O equivalentemente, la suma de las filas de la matriz de coeficientes de distribución ($d_{ij} = X_{ij}/X_i$) de la representación de Gosh.

$$DFL_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_{ij}}{X_i} \equiv \sum_{j=1}^{n} d_{ij} \qquad (77)$$

Dependiendo de los valores de DBL y DFL, Chenery, H. B. & Watanabe, T. (1958) clasifican a los sectores cuatro grupos:

Tipología sectorial según los multiplicadores directos

	$DBL_j < \frac{\sum_{j=1}^{n} DBL_j}{n}$	$DBL_j \geq \frac{\sum_{j=1}^{n} DBL_j}{n}$
$DFL_i < \frac{\sum_{i=1}^{n} DFL_i}{n}$	No manufacturera / Destino final	Manufacturera / Destino final
$DFL_i \geq \frac{\sum_{i=1}^{n} DFL_j}{n}$	No manufacturera / Destino Intermedio	Manufacturera / Destino intermedio

1) **No manufactureras / Destino intermedio**: son sectores que venden a otros, cantidades sustantivas de su producción, y por eso poseen altos encadenamientos hacia delante y bajos hacia atrás; corresponden a sectores de producción primaria intermedia.
2) **Manufactureras / Destino intermedio**: son sectores que compran cantidades sustantivas de insumos, y venden su producción a otros sectores. Por esta razón, poseen altos encadenamientos hacia atrás y adelante. Desde el punto de vista de la articulación interna de la malla productiva, son los sectores más interesantes, ya que son responsables propagar cualquier aumento de la demanda final.
3) **Manufactureras / Destino final**: Se trata de sectores que compran a otros cantidades sustantivas de insumos, pero que la mayor parte de su producción se dirige a la demanda final. Poseen altos encadenamientos hacia atrás y bajos hacia adelante.
4) **No manufactureras / Destino final**: No compran significativamente a los demás sectores, por eso son considerados producción primaria, ni les venden sus insumos. Su producción se dirige, primordialmente, a abastecer la demanda final. Son sectores de bajos encadenamientos directos tanto hacia atrás como adelante.

Esta clasificación sectorial pone en evidencia las diferentes fases del proceso productivo. Los multiplicadores definidos por Chenery, H. B. & Watanabe, T. (1958) se denominaron directos, ya que sólo recogen las relaciones de producción y distribución entre las ramas, en una primera instancia, sin tener en cuenta las sucesivas rondas de compras intermedias, que debían producirse para abastecer los estímulos exógenos de la demanda final. Dado que la matriz inversa de Leontief, puede también aproximarse como una suma de la matriz identidad, más las rondas o potencias sucesivas de la matriz de coeficientes técnicos ($B = (I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \cdots$), con sumandos progresivamente decrecientes, se verifica que los efectos directos, recogidos por la multiplicadores de Chenery-Watanabe, serán más importantes que los indirectos, cuantificables en el residuo $A^2 + A^3 + \cdots$, por lo que los sectores considerados como relevantes, a partir de de los multiplicadores directos, no serán muy distintos de los obtenidos, como veremos, a través de la inversa.

Encadenamientos hacia atrás

Supongamos que la demanda final neta de importaciones del sector j-ésimo se incrementa, ceteris paribus, en una unidad. Entonces, el vector $\Delta Y(j)$ será un vector columna con 0's en todas las filas, salvo la j-ésima fila que valdrá 1. Consideremos el impacto de este cambio y veamos como se propaga:

$$\Delta X(j) = B\Delta Y(j) = \text{columna } j \text{ de la matriz inversa } B \text{ de Leontief} \qquad (78)$$

En consecuencia, el incremento total sobre la producción doméstica, debido a este cambio unitario en la demanda final neta de importaciones del sector j, es la suma de toda la columna j de la matriz de Leontief:

$$BL_j = \vec{\mathbf{1}}' \cdot B \cdot \Delta Y(j) = [\vec{\mathbf{1}}' \cdot B]_j = \sum_{i=1}^{n} b_{ij} \qquad 1 \leq j \leq n \tag{79}$$

donde $\vec{\mathbf{1}}$ es un vector columna de 1's transpuesto, b_{ij} es el elemento ij de la matriz de Leontief ($B = (I - A)^{-1}$). Este indicador muestra el efecto agregado, sobre la producción de todos los sectores, de un incremento (o disminución) de la demanda final neta de importaciones del sector j-ésimo. En tal sentido, se está midiendo, en parte, la dependencia del sector j en relación al resto de la economía. Cada valor de BL_j es el encadenamiento hacia atrás del sector j y nos indica cuánto crece (o decrece) el producto de todos los sectores, cuando la demanda final neta de importaciones del sector j, se incrementa (o disminuye) en una unidad. Un sector con alto encadenamiento hacia atrás ($BL > 1$), contribuye a arrastrar al resto de la economía pues es una medida del uso de insumos que un sector j, hace de otros sectores de la economía y, por ello, promueve la ampliación de la inversión desde el producto terminado, hacia los sectores que proveen los insumos y materias primas semiprocesadas, que se utilizan en su fabricación. Así por ejemplo, una política de sustitución de las importaciones, se tendría que vincular con los esfuerzos tendientes a reforzar los efectos de arrastre hacia atrás.

Si se quisieran considerar los efectos inducidos, dados por la endogenización del consumo y la contratación adicional de mano de obra, que demanda el incremento de la demanda final, se puede utilizar la matriz de Leontief Tipo II, tal como se definió en la sección 1.5.2, esto es:

$$\widetilde{BL}_j = \mathbf{1}' \cdot \widetilde{B} \cdot \Delta Y(j) = \sum_{i=1}^{n+1} \widetilde{b}_{ij} \tag{80}$$

Encadenamiento hacia delante

Ahora consideremos que la demanda final neta de importaciones de todos los sectores, se incrementa unitariamente de manera tal que $\Delta Y = \vec{\mathbf{1}}$, con un $\vec{\mathbf{1}}_i = 1 \;\; \forall \;\; 1 \leq i \leq n$ (el vector columna de unos). Entonces, el vector de producto es $\vec{FL} = \Delta X = B \cdot \mathbf{1}$. Cada fila de este vector resultante es la suma de todos los coeficientes de Leontief de esa fila, es decir que:

$$FL_i = [B \cdot \vec{\mathbf{1}}]_i = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \qquad 1 \leq i \leq n \tag{81}$$

donde igualmente b_{ij} es el elemento ij de la matriz de Leontief ($B = (I - A)^{-1}$). Cada valor de FL_i (o sea la suma de la fila i de la matriz de Leontief) nos indica cuánto debería crecer (o caer) la producción del sector i, si la demanda final neta de importaciones de todos los sectores se incrementa (o cae) en una unidad. O sea, que mide la forma en que el sector i, se ve afectado por la expansión unitaria de la demanda final de todos los sectores y por eso mide la dependencia que todos los sectores, tienen con el sector i-ésimo. Implícitamente, se supone que una mayor oferta de insumos, inducirá a un aumento de la demanda por ellos. Por esta razón, la presiones de los eslabonamientos hacia delante se vinculan, fundamentalmente, con las estrategias de ampliación y diversificación de los mercados del producto en consideración.

Es importante destacar también, que el cálculo de los encadenamientos, se debe realizar, con matrices de insumo-producto con componentes de origen doméstico ya que, si se incluyen los insumos importados se estarían sobre-estimando los efectos de la producción interna. Las demandas de insumos importados no generan efectos indirectos ya que se traducen en requerimientos al exterior, sin en consiguiente impacto en el aparato productivo. Por esta razón, hemos supuesto, a lo largo de todo este texto, que la información disponible es tal, que la tendremos desglosada en matrices de consumo intermedio y final de bienes producidos domésticamente y de los de origen importado, por separado.

Por otro lado, muchos países incluyen un sector ficticio que suelen denominar como imputaciones bancarias o dummy financiero, y que corresponde a la cuenta Servicios de intermediación financiera medidos indirectamente (SIFMI) del SCN93. Este rubro no debería incluirse dentro de la matriz de requerimientos directos e indirectos. Según recomienda Venegas J. (1994) puede agregarse al vector de demanda final, por ejemplo, al consumo o la variación de las existencias. Efectivamente, los aumentos de producción bruta del sector financiero sólo afectarán en su encadenamiento hacia atrás a los sectores que le proveen insumos para su producción no imputada.

3.1.2 Encadenamientos totales

Para entender qué sucede con la interdependencia total entre los sectores, es posible construir sendos índices agregados de encadenamiento hacia atrás o adelante. Laumas, P. S. (1976) propone promediar pesadamente los índices de encadenamiento considerando la importancia relativa de cada sector, en la demanda final neta de importaciones o en los insumos primarios, respectivamente:

$$BL_{total} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j BL_j \tag{82}$$

$$FL_{total} = \sum_{i=1}^{n} \beta_i FL_i \tag{83}$$

donde $\alpha_j = \frac{Y_j}{\sum_{i=1}^{n} Y_i}$, es decir, participación del sector j en la demanda total final neta de importaciones y $\beta_i = \frac{VAB_i}{\sum_{j=1}^{n} VAB_j}$, la participación del sector i en los insumos primarios totales.

3.1.3 Medidas de dispersión

Tanto los encadenamientos hacia atrás como adelante, constituyen una herramienta importante para la toma de decisiones; su comparación permite rankear y encontrar los sectores industriales, que más impactan sobre la economía, orientando la inversión pública, las facilidades fiscales y, por ejemplo, la instauración de programas de asistencia hacia esos sectores.

Muchas veces es también importante conocer cómo los impactos de un sector dado, se distribuyen (o dispersan) a través de toda la economía. Por ejemplo, puede suceder que un sector tenga un multiplicador alto, sin que se vean afectados la mayoría de los sectores, frente a un incremento de la demanda final del mismo; en este caso el efecto multiplicador está muy concentrado. También puede ocurrir que un sector de bajo impacto tenga efectos que se dispersan sobre todos los demás. Considerando ambos casos, no resulta fácil establecer un ranking. Cabe preguntarse, cómo comparar un sector de alto impacto pero muy concentrado en relación a uno de menor impacto pero muy disperso?

Poder de dispersión

Rasmussen, P. N. (1963) define el Poder de Dispersión de sector j, como el encadenamiento normalizado, es decir la medida del estímulo promedio de un sector j hacia el resto, resultante de un incremento unitario de la demanda final neta de importaciones de ese sector j, sobre la medida promedio de los estímulos sobre toda la economía, resultante de un incremento unitario de la demanda final de todos los sectores. Matemáticamente esto significa calcular:

$$\pi_j = \frac{n \cdot \vec{\mathbf{1}}' \cdot B}{\vec{\mathbf{1}}' \cdot B \cdot \vec{\mathbf{1}}} = \frac{(BL_j/n)}{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} BL_j}{n^2}\right)} = \frac{BL_j}{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} BL_j}{n}\right)} = \frac{BL_j}{\bar{BL}} \equiv \frac{n \sum_{i=1}^{n} b_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}} \tag{84}$$

y mide, en términos relativos, el estímulo potencial sobre la economía toda, de un incremento unitario en la demanda final neta de importaciones del sector j. Si $\pi_j > 1$ el estímulo es superior al promedio e inferior si $\pi_j < 1$. Esto nos permite comparar con la misma base a todos los sectores.

La desventaja de este indicador, es que no nos da información sobre cómo los impactos se dispersan sobre toda la economía, más allá de comparaciones promedio y, además, supone que los impactos se dispersan uniformemente a través de ella. Para evaluar cómo los impactos producidos por un sector se dispersan en la economía, se pueden utilizar los coeficientes de variación.[15] Así el impacto del sector j-ésimo puede definirse como:

$$\Psi_j = \frac{n}{BL_j} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(b_{ij} - \frac{BL_j}{n}\right)^2} \tag{85}$$

Este nuevo indicador, muestra cómo el impacto de un incremento unitario, en la demanda final neta de importaciones del sector j-ésimo, se dispersa a través de la economía. El índice es útil para comparaciones inter-industriales. Un valor grande de Ψ_j nos indica que el sector j compra insumos de unos pocos sectores de la economía y viceversa. Cuanto más bajo es su valor, mayor será el impacto de la variación en la producción, dado que se dispersa entre muchos sectores y la concentración se ve reducida. El indicador muestra en qué medida la industria j pesa uniformemente sobre el sistema productivo.

Sensibilidad de la dispersión

Considerando el indicador de encadenamiento hacia delante algo similar se puede realizar, definiendo lo que se define como sensibilidad de la dispersión:

$$\tau_i = \frac{n \cdot B \cdot \vec{\mathbf{1}}}{\vec{\mathbf{1}}' \cdot B \cdot \vec{\mathbf{1}}} = \frac{FL_i}{\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} FL_i}{n}\right)} = \frac{FL_i}{\bar{FL}} = \frac{n \sum_{j=1}^{n} b_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}} \tag{86}$$

que mide, en términos relativos, el estímulo potencial de un crecimiento unitario de toda la economía, sobre la demanda final neta de importaciones del sector i. Como antes, si $\tau_i > 1$, el estímulo es superior al promedio e inferior si $\tau_i < 1$. La palabra “sensibilidad” es apropiada, pues el índice mide cuán sensible es un sector, a cambios generales de la demanda y provee información útil, para saber cuál sector es más sensible a cambios dados por *shocks* en términos de producción, empleo e ingresos, por ejemplo.

Como antes, en este caso, es posible calcular también el coeficiente de variación para el encadenamiento hacia delante:

$$\Theta_i = \frac{n}{FL_i} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \left(b_{ij} - \frac{FL_i}{n}\right)^2} \tag{87}$$

Un valor grande de Θ_i implica que el sector i, vende insumos a unas pocas industrias en la economía y viceversa. El indicador muestra en qué medida el sistema productivo, influye sobre la industria i.

15 Estos coeficientes se definen como el cociente entre la desviación estándar y la media de la distribución de frecuencias.

3.1.4 Identificación de sectores clave

Existe un acuerdo general de que los procesos de cambio estructural pueden ser estimulados, en un inicio, por un número relativamente reducido de sectores a través de mecanismos de transmisión, que interpenetran el complejo entramado de intercambios que caracteriza a los sectores productivos de la economía. La búsqueda de "sectores clave" se basa en la suposición, de que ciertas actividades económicas tienen el potencial de "apalancar" al resto, a través del encadenamiento (hacia atrás y adelante) que poseen con el resto de la economía, ya que recogen gran parte de los flujos interindustriales de ésta.

Rasmussen, P. N. (1963) sugiere que el crecimiento puede ser acelerado, mediante la inversión en proyectos de fuertes interdependencias con otros sectores productivos. Las decisiones de inversión, son función de la rentabilidad esperada de los proyectos. Los efectos de encadenamiento pueden inducir a la inversión, al incidir directa e indirectamente en la rentabilidad de éstos. Esta incidencia actúa principalmente, por la vía de asegurar mercados para colocar la producción, por la eliminación de *cuellos de botella* de oferta y la disminución de los costos de los insumos.

Así, los sectores clave suelen ser actividades manufactureras, que poseen una mayor capacidad para estimular a otras actividades económicas. Muchos autores vinculan la dirección de los encadenamientos, con el crecimiento y el grado de industrialización, por eso, cuando se refieren a la actividad agropecuaria, usualmente se afirma que los encadenamientos hacia delante, suelen ser relativamente débiles en las economías poco desarrolladas, debido a la falta de industrialización (Dirven, M., 2001).

Como hemos visto, un valor relativamente grande del *poder de dispersión* π_j, indica que dicho sector pesa sobre el resto en un grado considerable. Es de esperar, que un sector de este tipo dependerá, en gran medida del resto de los sectores. Esto al menos es cierto, cuando el coeficiente de variación Ψ_j sea relativamente pequeño. Parece natural, pues, considerar a este tipo de sector como un "sector clave". En este sentido, un "sector clave" con un valor de π_j grande y Ψ_j pequeño conduciría, en el caso de un aumento de la demanda final de sus productos, a un incremento relativamente grande de la demanda final de los demás sectores. Llamemos a estos, *sectores clave Tipo A*. Otra metodología que se suele emplear para identificar sectores clave, consiste en discriminar aquellos sectores, cuyos valores de π_j y τ_i son ambos mayores a 1 (*sectores clave Tipo B*).

Identificación de Sectores Clave Tipo A

	$\pi_j < 1$	$\pi_j \geq 1$
$\Psi_j \approx \Psi_j^{min}$	Sectores de bajo arrastre disperso	**Sectores clave**
$\Psi_j \gg \Psi_j^{min}$	Sectores de bajo arrastre y concentrado	Sectores con arrastre concentrado

Identificación de Sectores Clave Tipo B

	$\pi_j < 1$	$\pi_j \geq 1$
$\tau_i \geq 1$	Sectores estratégicos (o receptores)	**Sectores clave**
$\tau_i < 1$	Sectores independientes	Sectores impulsores

Los sectores con altos encadenamientos hacia atrás y adelante, son considerados también como sectores clave (Tipo B), pues al ser fuertes demandantes y oferentes, son sectores de paso obligado de los flujos intersectoriales. Los sectores denominados como *estratégicos*, poseen baja demanda de insumos, pero abastecen sustantivamente de insumos a otros sectores. La denominación de estratégicos, apunta al hecho de que son sectores que pueden constituir posibles *cuellos de botella* productivos, frente a *shocks* de demanda. Los *sectores impulsores* o de *fuerte arrastre*, con bajos encadenamientos hacia delante y altos hacia atrás; son sectores impulsores de la economía, pues suelen poseer consumo intermedio elevado y una oferta de productos que, mayoritariamente, abastece la demanda final. Por ello, pertenecen a la última fase del proceso productivo. Los sectores considerados como *independientes*, consumen una cantidad poco significativa de insumos intermedios y dedican la producción a satisfacer, principalmente, a la demanda final. Se trata de sectores aislados, que no provocan efectos de arrastre significativos en el sistema económico, ni reaccionan en forma relevante ante el efecto de arrastre, provocado por las variaciones de la demanda intermedia de otros sectores.

Cabe aclarar que, como vemos, no puede definirse el concepto de sector clave de manera unívoca, ya que la definición dependerá del problema a tratar. Por ejemplo, bien podría considerarse como sector clave, uno que maximiza el incremento del empleo y minimiza la dependencia a las importaciones competitivas. La multiplicidad de objetivos que caracteriza el fenómeno del desarrollo económico, impide que en un número reducido de sectores satisfaga todos los objetivos simultáneamente. De ahí, que las metodologías descriptas para identificar sectores clave, constituyen una aproximación al problema y deberían ser complementadas con estudios de casos. A pesar de ello, no se debe desmerecer las posibilidades que nos brindan estas dos clasificaciones, como una guía para identificar sectores relevantes, más aún, cuando dicha detección puede hacerse a través de una representación gráfica bidimensional, a partir de matrices de insumo-producto con altos niveles de desagregación.

3.1.5 Representación gráfica con la matriz de productos de multiplicadores

La matriz de productos de multiplicadores (*multiplier product matrix* - MPM), se presenta como una manera de visualizar simultáneamente, los encadenamientos hacia atrás y adelante, con la finalidad de resumir las relaciones intersectoriales entre cada sector con el resto (véase Sonis, M., Hewings, G. & Guo,1997). Sea:

$$\vartheta = \vec{1}' \cdot B \cdot \vec{1} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} b_{ij} \tag{88}$$

Se define la matriz $MPM \in \mathbb{R}^{n\times n}$ como:

$$MPM = \frac{1}{\vartheta}\begin{pmatrix} FL_1 \\ \vdots \\ FL_n \end{pmatrix} (\, BL_1 \cdots BL_n \,) \tag{89}$$

Esta matriz nos da información cuantitativa de las inter-relaciones entre sectores. Nótese que las sumas de las filas y columnas de la MPM son los respectivos encadenamientos, es decir, las sumas de las filas y columnas de la matriz de Leontief:

$$\sum_{i=1}^{n}[MPM]_{ij} = \frac{1}{\vartheta}\sum_{i=1}^{n} FL_i \cdot BL_j = \Big(\frac{1}{\vec{1}' \cdot B \cdot \vec{1}}\Big)(\vec{1}' \cdot B \cdot \vec{1}) \cdot BL_j = BL_j \tag{90}$$

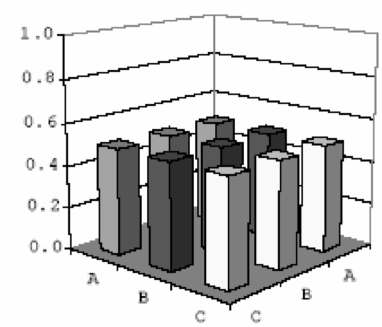
$$\sum_{j=1}^{n}[MPM]_{ij} = \frac{1}{\vartheta}\sum_{j=1}^{n} FL_i \cdot BL_j = \Big(\frac{1}{\vec{1}' \cdot B \cdot \vec{1}}\Big) \cdot FL_i \cdot (\vec{1}' \cdot B \cdot \vec{1}) = FL_i \tag{91}$$

Para representar visualmente la información, las filas y columnas de la matriz MPM, se pueden permutar ordenándolas por orden de magnitud de mayor a menor, con el fin de establecer una jerarquía de encadenamientos hacia atrás (columnas) y adelante (filas). Así, es posible construir lo que Sonis, M., Hewings, G. & Guo (1997) denominan como “paisaje económico”, que revela gráficamente la estructura de vínculos intersectoriales. Para ilustrar, consideremos la situación hipotética de 3 sectores en cuatro situaciones[16] (figura 3.1):

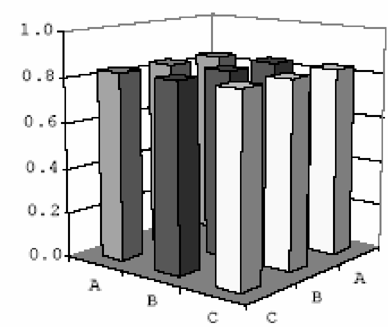
Figura 3.1

REPRESENTACIÓN DE LOS 4 EJEMPLOS DE MPM.

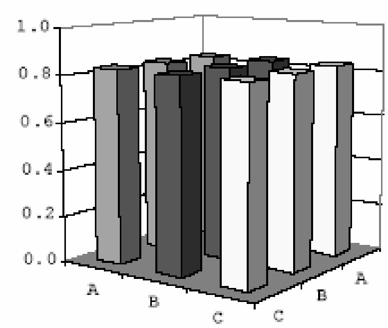
	Total requirements matrix			
	A	B	C	FL
A	1.5	0	0	1.5
B	0	1.5	0	1.5
C	0	0	1.5	1.5
BL	1.5	1.5	1.5	4.5
		MPM		
	A	B	C	FL
A	0.50	0.50	0.50	1.5
B	0.50	0.50	0.50	1.5
C	0.50	0.50	0.50	1.5
BL	1.5	1.5	1.5	4.5



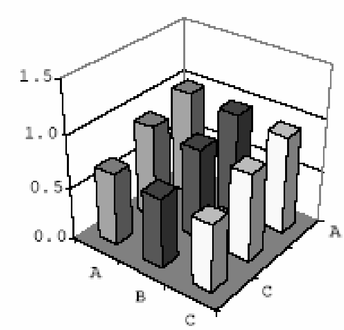
	Total requirements matrix			
	A	B	C	FL
A	1.5	0.5	0.5	2.5
B	0.5	1.5	0.5	2.5
C	0.5	0.5	1.5	2.5
BL	2.5	2.5	2.5	7.5
MPM				
	A	B	C	FL
A	0.83	0.83	0.83	2.5
B	0.83	0.83	0.83	2.5
C	0.83	0.83	0.83	2.5
BL	2.5	2.5	2.5	7.5



	Total requirements matrix			
	A	B	C	FL
A	2	0.25	0.25	2.5
B	0.25	2	0.25	2.5
C	0.25	0.25	2	2.5
BL	2.5	2.5	2.5	7.5
MPM				
	A	B	C	FL
A	0.83	0.83	0.83	2.5
B	0.83	0.83	0.83	2.5
C	0.83	0.83	0.83	2.5
BL	2.5	2.5	2.5	7.5



	Total requirements matrix			
	A	B	C	FL
A	1.7	0.7	0.5	2.9
B	0.5	1.7	0.4	2.6
C	0.4	0.1	1.5	2
BL	2.6	2.5	2.4	7.5
MPM				
	A	B	C	FL
A	1.01	0.97	0.93	2.9
B	0.90	0.87	0.83	2.6
C	0.69	0.67	0.64	2
BL	2.6	2.5	2.4	7.5



BL: Backward Linkage
FL: Forward Linkage

[16] Ejemplo tomado de Guo, J. & Planting, M. (2000)._

(i) Una economía sin encadenamientos hacia atrás ni adelante. En este caso el "paisaje económico" es plano (todos los sectores tienen inter-relaciones similares) y de baja altura (pues no hay vínculos entre sectores).

(ii)(iii) Se introducen encadenamientos en forma simétrica, para ilustrar cómo las alturas del "paisaje" cambian. El gráfico es plano (dada la estructura totalmente simétrica), pero de mayor altura al caso anterior, pues existen encadenamientos significativos. Ambos casos tienen la misma representación, independientemente de cómo se distribuyen los encadenamientos. Esto ilustra que la altura de todo el "paisaje", es función de los encadenamientos totales, y no de los valores individuales de los coeficientes de requerimientos totales b_{ij}.

(iv) En este caso los encadenamientos varían según los sectores. Las diferentes alturas se deben a ello, no obstante la altura promedio es similar a los dos casos anteriores. Cuanto más alta es una columna, mayor es el vínculo intersectorial.

Para analizar la estructura intersectorial entre dos períodos en el tiempo, el artículo citado recomienda "congelar" el ordenamiento de filas y columnas del período base, y comparar la representación gráfica entre períodos.

3.1.6 Efectos y multiplicadores de ingreso

Los efectos y multiplicadores de ingreso, capturan el impacto de los cambios de la demanda final neta de importaciones, sobre el ingreso obtenido por las familias, por proveer sus servicios de trabajo al proceso de producción. El vector de efectos-ingreso para los sectores puede definirse como:

$$\vec{\mathbf{E}}^{inc} = \vec{\mathbf{W}}' \cdot B \quad \text{es decir} \quad \mathbf{E}_j^{inc} = \sum_{i=1}^{n} w_i b_{ij} \quad \text{con} \quad w_i = \frac{S_i}{X_i} \tag{92}$$

y mide el impacto sobre el ingreso salarial, originado por un cambio unitario en la demanda final neta de importaciones del producto de sector j.

Por otro lado, el vector de multiplicadores de ingreso es:

$$\vec{\mathrm{M}}^{inc} = \vec{\mathbf{W}}' \cdot B \cdot \hat{w}^{-1} \implies \mathrm{M}_j^{inc} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{w_j} b_{ij} \;\; \text{con} \;\; w_i = \frac{S_i}{X_i} \;\; \text{y } \hat{w} \text{ la matriz diagonal} \tag{93}$$

esta expresión da cuenta del incremento en el ingreso salarial de toda la economía, como resultado de un cambio de la demanda final neta de importaciones, tal que produce un incremento unitario en el ingreso salarial del sector j-ésimo.

Se puede trabajar también, directamente con el valor agregado bruto, para analizar los efectos multiplicadores de la matriz productiva. Sea el valor agregado bruto por unidad de producción de cada sector, es decir: $\vec{\mathbf{V}} = (v_i) = (vab_i/X_i)_i \in \mathbb{R}^n$, el efecto sobre el valor agregado es:

$$\vec{\mathbf{E}}^{vab} = \vec{\mathbf{V}} \cdot B = \quad \text{es decir} \quad \mathbf{E}_j^{vab} = \sum_{i=1}^{n} v_i b_{ij} \quad \text{con} \quad v_i = \frac{vab_i}{X_i} \tag{94}$$

este indicador mide el impacto sobre el valor agregado bruto, originado por un cambio unitario en la demanda final neta de importaciones del producto de sector j-ésimo.

Por otro lado el vector de multiplicadores de valor agregado es:

$$\vec{\mathbf{M}}^{vab} = \vec{\mathbf{V}}' \cdot B \cdot \hat{v}^{-1} \implies \mathbf{M}_j^{vab} = \sum_{i=1}^{n} \frac{v_i}{v_j} b_{ij} \text{ con } v_i = \frac{vab_i}{X_i} \text{ y } \hat{v} \text{ la matriz diagonal asociada} \tag{95}$$

la ecuación nos indica el impacto sobre el valor agregado bruto de toda la economía, originado por un cambio en la demanda final neta de importaciones, tal que produce un cambio unitario en el valor agregado bruto del sector j-ésimo.

En cada caso, el mismo tipo de cálculo puede realizarse con las matrices de Leontief Tipo II que, como vimos, internalizan el sector de consumo de los hogares (reemplazando B por $\widetilde{B}$).

3.1.7 Efectos y multiplicadores de empleo

Los efectos y multiplicadores del empleo, capturan el impacto de los cambios de la demanda final neta de importaciones, sobre el nivel de empleo por sectores. El vector de efectos empleo para los sectores se puede definir como:

$$\vec{\mathbf{E}}^{lab} = \vec{\mathbf{\Lambda}}' \cdot B \quad \text{es decir} \quad \mathbf{E}_j^{lab} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i b_{ij} \quad \text{con} \quad \lambda_i = \frac{n_i}{X_i} \tag{96}$$

donde n_i es el nivel de empleo del sector i, es decir, su número de empleados (equivalente de tiempo completo). Esto significa que λ_i es empleo del sector por cada $ de su producto, y suele denominarse como el coeficiente de requerimientos directos de empleo. $\vec{\mathbf{E}}_j^{lab}$ mide el impacto sobre el nivel de empleo, originado por un cambio unitario en la demanda final neta de importaciones del producto de sector j.

Así, también se puede definir el vector de multiplicadores de empleo es:

$$\vec{\mathbf{M}}^{lab} = \vec{\mathbf{\Lambda}}' \cdot B \cdot \hat{\lambda}^{-1} \implies \mathbf{M}_j^{lac} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\lambda_j} b_{ij} \text{ con } \lambda_i = \frac{n_i}{X_i} \text{ y } \hat{\lambda} \text{ la matriz diagonal asociada} \tag{97}$$

que da cuenta del incremento total del empleo, como resultado de un cambio de la demanda final neta de importaciones, que da lugar a la creación de una unidad adicional de empleo en el sector j-ésimo. Lo mismo puede realizarse con las matrices de Leontief Tipo II (reemplazando B por $\widetilde{B}$).

Nota: Como se puede deducir de todo lo presentado en estas secciones, es posible construir efectos y multiplicadores para cualquier variable, independientemente de su naturaleza, siempre que sus niveles estén desglosados para cada sector incluido en la matriz de insumo-producto. Así, sería posible estudiar los mecanismos de propagación sobre la malla productiva de numerosos procesos, ya sean de índole económica, social, ambiental o relacionados, por ejemplo, con el consumo y utilización de la energía e infraestructura. Esto es particularmente relevante, cuando se trata de temas ambientales, en los que muchas veces resulta difícil internalizar, sectorialmente, los efectos y costos de la degradación producida por la actividad antrópica.

3.1.8 Métodos de extracción hipotética

Metodología original

Dado el nivel de actividad de todos los sectores productivos, existen múltiples transacciones intermedias, que dan origen a los efectos de encadenamiento del sistema económico en su conjunto. Si la producción de uno de los sectores considerados, fuera reemplazada por importaciones y, en consecuencia, dicho sector dejara de producir, deberían extinguirse también sus efectos de encadenamiento. Según esta hipótesis, la diferencia entre los encadenamientos totales generados en el aparato productivo inicialmente, y los generados después de la desaparición de una industria, corresponden a los efectos encadenados atribuibles a dicha actividad. En esta idea se basan los métodos de extracción hipotética de sectores. Se elimina un sector o grupo de sectores del sistema, y se comparan luego las diferencias entre la situación previa y posterior a la extracción. Por eso, la filosofía del método se basa en una pregunta contrafáctica: qué sucedería en la estructura de la economía si un sector o grupo de sectores desaparecerían?

La idea básica fue propuesta inicialmente por Gurther Strassert en 1968. Partamos del modelo básico de Leontief: $x = (I - A)^{-1}y$; y a partir de allí extraigamos un sector, digamos el k-ésimo, eliminando su fila y columna de la matriz A y obteniéndose:

$$\breve{x}(k) = (I - \breve{A}(k))^{-1}\breve{y}(k) \tag{98}$$

donde $\breve{A}(k)$ es la matriz de $(n-1) \times (n-1)$ de coeficientes técnicos, sin la fila ni la columna k-ésima y $\breve{x}(k)$ e $\breve{y}(k)$ los vectores de $n-1$ filas.

Dados y e $\breve{y}(k)$, debe cumplirse: $\breve{x}_i(k) \leq x_i \ \forall \ \ i = 1, \cdots, k-1, k+1, \cdots, n$. Entonces la suma de las diferencias:

$$L(k) = \sum_{i=1, i \neq k}^{n} \left(x_i - \breve{x}_i(k)\right) \tag{99}$$

puede ser considerada como una medida del encadenamiento del sector k-ésimo.

Este tipo de análisis es válido, cuando se desea estudiar en detalle un sector o grupo de sectores en particular. Obviamente, se suscitan dos problemas con esta metodología. En primer lugar, no se puede distinguir entre encadenamientos hacia delante y hacia atrás. Por otro lado, la hipótesis de extraer todo un sector completo del sistema, resulta excesivamente simplificadora.

Método de extracción hipotética de Cella

Para superar estos inconvenientes, Cella, G. (1984) presenta una mejora descomponiendo la matriz de coeficientes técnicos, luego define el efecto de encadenamiento total para cada sector e identifica, finalmente, los efectos hacia delante y hacia atrás. Todos los sectores de la economía se dividen en dos grupos: lo que serán extraidos del sistema (grupo 1) y todos los demás sectores (grupo 2).

Partiendo de la ecuación básica: $x = Ax + y$ se puede reescribir:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \tag{100}$$

Si no existiera ninguna relación entre los dos grupos, esto es, si los sectores del grupo 1, no compraran ni vendieran productos a los sectores del grupo 2 y viceversa, debería cumplirse que $A_{12} \equiv A_{21} \equiv \mathbf{0}$ (matrices nulas) y por lo tanto:

$$\begin{pmatrix} \breve{x}_1 \\ \breve{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \breve{x}_1 \\ \breve{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \tag{101}$$

donde $\breve{x}_1$ y $\breve{x}_2$ son los vectores de producción, luego de eliminar la relación entre grupos 1 y 2. Entonces, siguiendo con el procedimiento habitual para despejar la producción doméstica, se tiene:

$$\begin{pmatrix} \breve{x}_1 \\ \breve{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (I - A_{11})^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (I - A_{22})^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \tag{102}$$

y así podemos calcular el encadenamiento total, como la suma de las diferencias, entre la situación inicial y la posterior a la extracción hipotética de los vínculos entre los grupos 1 y 2:

$$TL = \mathbf{1}'\Big(x - \breve{x}\Big) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \breve{x}_i) \tag{103}$$

Para descomponer el encadenamiento total TL en el encadenamiento hacia atrás y hacia delante, resolvemos la matriz inversa directamente a partir de la ecuación (100), y obtenemos la expresión de la producción doméstica mediante métodos de algebra estándar (véase el Apéndice):

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U & UA_{12}G_{22} \\ G_{22}A_{21}U & G_{22}(I + A_{21}UA_{12}G_{22}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \tag{104}$$

con $U = (I - A_{11} - A_{12}G_{22}A_{21})^{-1}$ y $G_{22} = (I - A_{22})^{-1}$. Luego se calcula la diferencia:

$$\begin{pmatrix} x_1 - \breve{x}_1 \\ x_2 - \breve{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U - G_{11} & UA_{12}G_{22} \\ G_{22}A_{21}U & G_{22}A_{21}UA_{12}G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \tag{105}$$

donde $G_{11} = (I - A_{11})^{-1}$, entonces el encadenamiento total se puede desagregar como:

$$TL = \mathbf{1}'(x - \breve{x}) = \Big(\mathbf{1}_1'(U - G_{11}) + \mathbf{1}_2'G_{22}A_{21}U\Big)y_1 + \Big(\mathbf{1}_1'UA_{12}G_{22} + \mathbf{1}_2'G_{22}A_{21}UA_{12}G_{22}\Big)y_2 \tag{106}$$

Cella, G. (1984) argumenta que el primer término de la ecuación anterior es el encadenamiento hacia atrás y el segundo el encadenamiento hacia delante:

$$BL = \Big(\mathbf{1}_1'(U - G_{11}) + \mathbf{1}_2'G_{22}A_{21}U\Big)y_1 \tag{107}$$

$$FL = \Big(\mathbf{1}_1'UA_{12}G_{22} + \mathbf{1}_2'G_{22}A_{21}UA_{12}G_{22}\Big)y_2 \tag{108}$$

$$TL = BL + FL \tag{109}$$

Cabe comentar que en esta metodología ambos encadenamientos dejan de ser simétricos y, por lo tanto, no son comparables entre sí.

Para finalizar, destaquemos que autores como Sonis entre otros proponen algunas modificaciones a esta metodología al eliminar los efectos de retroalimentación interna entre cada grupo de sectores. Dietzenbacher, E., van der Linden, J. & Steenge, A. (1993) miden los encadenamientos hacia atrás y adelante de manera separada. Por un lado usan la matriz de Leontief y, por el otro, la inversa de la matriz de Gosh; algo similar realiza Dietzenbacher, E. & van der Linden, J. (1997a). Dada la sofisticación de ambas técnicas se ha decido omitir las explicaciones de estas metodologías en el presente trabajo.

3.1.9 Coeficientes de Streit

En Streit, M. E. (1969) se analiza la posibilidad de estudiar las relaciones intersectoriales, superando la separación entre oferta (encadenamientos hacia atrás) y la demanda (hacia delante) y nos aporta una sola medida para el vínculo existente entre dos sectores, o entre un sector y el resto de la malla productiva. Los coeficientes de Streit se especifican calculando la matriz simétrica:

$$ST_{ij} = ST_{ji} = \frac{1}{4}\Big(\frac{X_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}} + \frac{X_{ji}}{\sum_{j=1}^{n} X_{ij}} + \frac{X_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} X_{ij}} + \frac{X_{ji}}{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}}\Big) \tag{110}$$

Estos coeficientes representan la media aritmética de los cuatro encadenamientos posibles entre dos sectores. Streit, M. E. (1969) propone trabajar con dos tipos de indicadores: (i) los específicos calculados según la matriz (110), y (ii) los globales, que miden las relaciones de un sector dado, con el resto de la economía. Estos últimos se calculan a partir de la suma de las filas o columnas[17] de la matriz anterior $ST_i^G = \sum_{j=1}^{n} ST_{ij}$. Los sectores más interrelacionados, serán los que tengan coeficientes globales que superen la media.

Los coeficientes de Streit permiten complementar la visión dada por los encadenamientos, especialmente los de Chenery-Watanabe, al considerar todos los vínculos intersectoriales directos posibles entre sectores. Además, mediante el cálculo de estos coeficientes, se pueden seleccionar ramas polarizantes, que serían aquellas a las que va una parte importante de los productos intermedios de otras ramas y de las que procede una parte importante de los insumos intermedios utilizados por otras. Estos serían sectores que agrupan en su entorno a otras como oferentes o demandantes de insumos intermedios.

La limitación más importante de estos coeficientes, consiste en que consideran a sectores que pueden tener un efecto insignificante en términos absolutos y que, a su vez, tratan de igual manera las relaciones hacia atrás y hacia adelante.

3.1.10 Medidas globales de encadenamiento

Se presenta a continuación, una cuantificación del grado de interdependencia global. Se pretende así, estudiar la economía entendida como un "todo", como si fuese un único sector, intentando medir el nivel de interrelaciones sectoriales que presenta, ya que a mayor interrelación pueden suponerse mayores grados de integración y complejidad.

Existen distintos enfoques para analizar esta cuestión. Un primer método, muy sencillo, consiste en calcular los valores medios de las sumas de coeficientes de la matriz inversa. Para obtener un cálculo más exacto, un segundo método se centra en el estudio de la matriz inversa de Leontief, a partir de la cual se obtienen los arrastres totales, directos e indirectos, y el reempleo, como medida del grado de autarquía o interrelación, directa o indirecta de la economía.

Entonces, la suma de los elementos de la matriz inversa de Leontief puede distribuirse en:

(i) La suma de la diagonal principal de la matriz inversa, como medida del reempleo o reutilización en las mismas industrias.

(ii) La suma de los elementos de la matriz de coeficientes técnicos (a excepción de la diagonal principal); la que mediría los efectos directos.

(iii) El resto de los elementos de la matriz inversa (una vez deducida la suma de los elementos de la matriz de coeficientes técnicos), para evaluar los efectos indirectos.

Puesto que la diagonal principal de la matriz inversa, contiene magnitudes cuyo valor mínimo es la unidad, los valores que representan el reempleo tenderán a ser más elevados que el resto.

3.1.11 Aplicación de los encadenamientos: Medidas de eficiencia productiva y dependencia externa

Según Lopes, J. C., Dias, J. & Ferreira do Amaral, J. (2002), los incrementos potenciales de la demanda final, que se ponen de manifiesto a través de los encadenamientos hacia atrás, pueden responder a 3 causas: la intensificación de los flujos intersectoriales, el incremento del valor agregado o la importación de insumos. Los autores citados proponen un método, basado en el uso de los encadenamientos, para evaluar los incrementos de la eficiencia productiva, que se ponen de manifiesto en los cambios del valor agregado, versus las variaciones en los niveles de dependencia con el resto del mundo, debido a las alteraciones de los niveles de importaciones intermedias.

[17] Dado que la matriz es simétrica, da lo mismo como se realice el cálculo.

Para ello, consideremos la demanda final bruta: $y = x - Ax$ y el valor agregado del sector j-ésimo. La relación entre ambos está dada por: $vab = x - Ax - m$ con $vab \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ y $m \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ el vector de importaciones. Entonces:

$$y \equiv vab + m \tag{111}$$

Consideremos un incremento unitario de la demanda final neta de importaciones del sector j: $\Delta y_j = 1$, con lo cual dicho aumento se propagará como:

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} b_{ij} = BL_j \tag{112}$$

Por otro lado, si consideramos la ecuación (111) para esta variación tenemos:

$$\Delta y_j = 1 \implies \Delta\Big(\sum_{i=1}^{n} vab_i + \sum_{i=1}^{n} m_i\Big) = \Big(\sum_{i=1}^{n} \Delta vab_i + \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i\Big) = 1 \tag{113}$$

Definiendo los "coeficientes de valor agregado": $a_i^{vab} = vab_i/X_i$ y los "coeficientes de importaciones de insumos": $a_i^m = m_i/X_i$ podemos definir:

$$1 = \Big(\sum_{i=1}^{n} \Delta vab_i + \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i\Big) = \sum_{i=1}^{n} \Delta(a_i^{vab} X_i) + \sum_{i=1}^{n} \Delta(a_i^m X_i) = \tag{114}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \Delta(a_i^{vab}) X_i + \sum_{i=1}^{n} a_i^{vab} \Delta X_i + \sum_{i=1}^{n} \Delta(a_i^m) X_i + \sum_{i=1}^{n} a_i^m \Delta X_i = \tag{115}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \Delta(a_i^{vab}) X_i + \sum_{i=1}^{n} a_i^{vab} b_{ij} + \sum_{i=1}^{n} \Delta(a_i^m) X_i + \sum_{i=1}^{n} a_i^m b_{ij} \tag{116}$$

Si suponemos que los coeficientes definidos son constantes, se tiene:

$$1 = \sum_{i=1}^{n} a_i^{vab} \Delta X_i + \sum_{i=1}^{n} a_i^m \Delta X_i = \sum_{i=1}^{n} a_i^{vab} b_{ij} + \sum_{i=1}^{n} a_i^m b_{ij} \tag{117}$$

Dividiendo miembro a miembro por BL_j miembro a miembro:

$$\frac{1}{BL_j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} b_{ij} a_i^{vab}}{\sum_{i=1}^{n} b_{ij}} + \frac{\sum_{i=1}^{n} b_{ij} a_i^m}{\sum_{i=1}^{n} b_{ij}} \tag{118}$$

llamando $v_j^\star$ y $m_j^\star$ a los términos del segundo miembro de la ecuación anterior (es decir, los promedios pesados de los coeficientes de valor agregado e importaciones de insumos respectivamente) se tiene:

$$1 = BL_j(v_j^\star + m_j^\star) \tag{119}$$

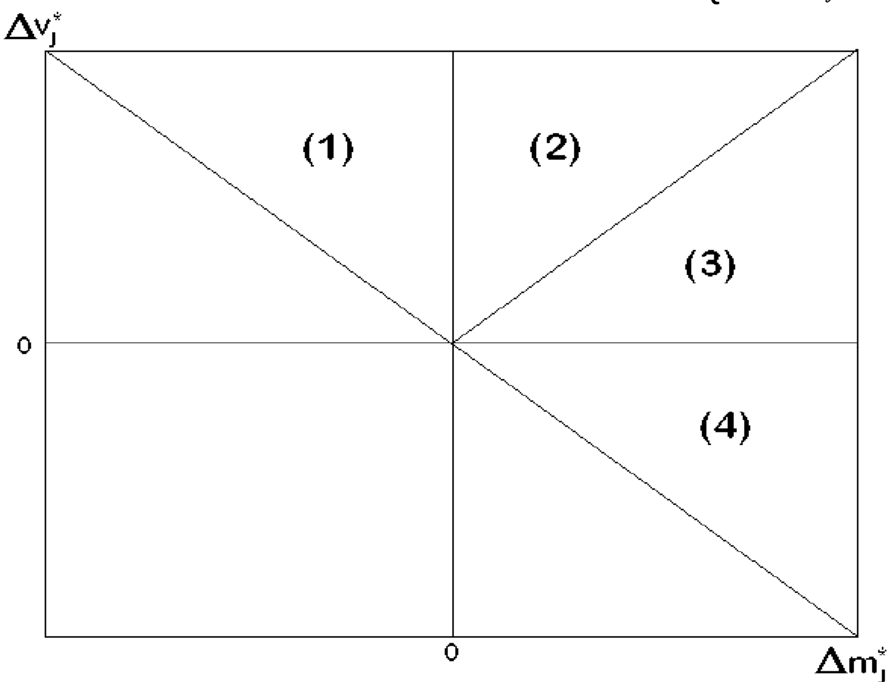
Esta expresión puede usarse para cuantificar los cambios en la estructura productiva de la economía. Veamos una variación de la ecuación (119):

$$0 = \Delta BL_j \cdot (v_j^\star + m_j^\star) + BL_j \cdot (\Delta v_j^\star + \Delta m_j^\star) \tag{120}$$

(i) Tomemos los casos en que $\Delta BL_j < 0$. Esta disminución significa que, para satisfacer un incremento unitario de la demanda final del sector j es necesario, en el nuevo período, un menor incremento de la producción de toda la economía, algo que podemos considerar como un incremento de la eficiencia global.

Dada esta condición, para satisfacer la ecuación (120) se debe cumplir: $\Delta v_j^\star + \Delta m_j^\star > 0$. Las distintas combinaciones compatibles con esta desigualdad pueden ser graficadas, como se muestra en la figura 3.2. Las posibilidades a considerar, en estas condiciones, son:

Figura 3.2
REPRESENTACIÓN DE LA SITUACIÓN EN QUE $\Delta BL_j < 0$.



(1) $\Delta v_j^\star > 0$ y $\Delta m_j^\star < 0$, $\Delta v_j^\star > |\Delta m_j^\star|$. En este caso la eficiencia es máxima, pues se incrementa el efecto eficiencia (valor agregado) y la dependencia externa se atenúa por la disminución relativa de las importaciones.

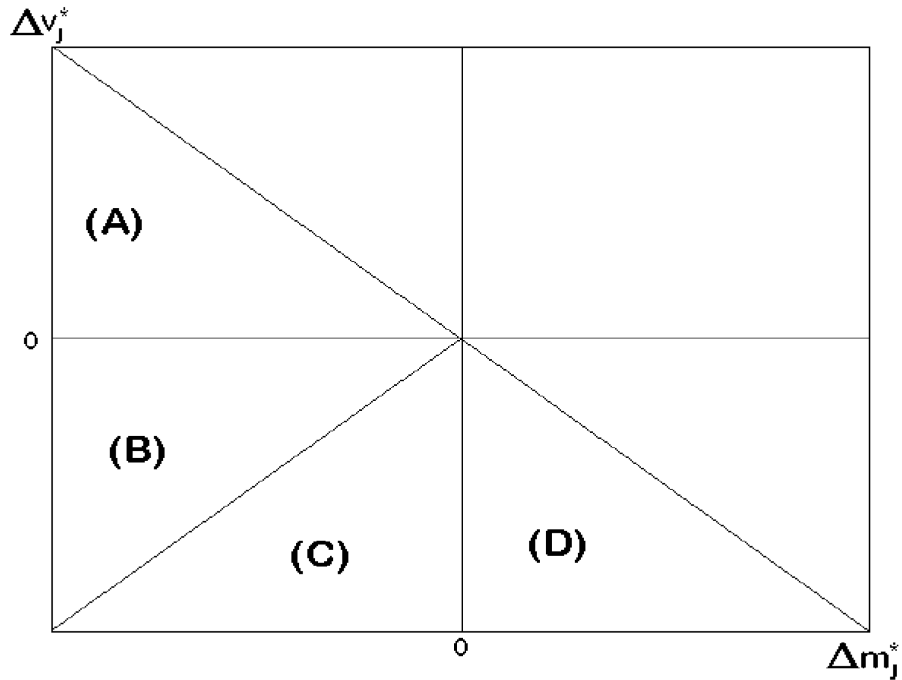
(2) $\Delta v_j^\star > 0$ y $\Delta m_j^\star > 0$, $\Delta v_j^\star > \Delta m_j^\star$. En este caso se incrementa la eficiencia productiva y (en menor medida) la dependencia externa a las importaciones.

(3) $\Delta v_j^\star > 0$ y $\Delta m_j^\star > 0$, $\Delta m_j^\star > \Delta v_j^\star$. Este es el caso en que se incrementa la dependencia externa a las importaciones, y (en menor medida) la eficiencia productiva.

(4) $\Delta m_j^\star > 0$ y $\Delta v_j^\star < 0$. Aquí la eficiencia global es producto de un incremento de la dependencia externa, ya que la eficiencia productiva disminuye.

(ii) Consideremos ahora todos los sectores con $\Delta BL_j > 0$. Esta situación no es favorable en términos de eficiencia global, pues implica que para satisfacer un incremento unitario de la demanda final en el sector j, se necesita un incremento mayor de la producción de toda la economía. Con esto, para dar cumplimiento a la ecuación (120) se debe cumplir: $\Delta v_j^\star + \Delta m_j^\star < 0$. Como en el caso anterior, pueden representarse gráficamente las alternativas posibles compatibles con esta desigualdad, ello se muestra en la figura 3.3. Analíticamente estas alternativas son:

Figura 3.3
REPRESENTACIÓN DE LA SITUACIÓN EN QUE $\Delta BL_j > 0$.



(A) $\Delta v_j^\star > 0$ y $\Delta m_j^\star < 0$, $\Delta v_j^\star < |\Delta m_j^\star|$

(B) $\Delta v_j^\star < 0$ y $\Delta m_j^\star < 0$, $|\Delta v_j^\star| < |\Delta m_j^\star|$

(C) $\Delta v_j^\star < 0$ y $\Delta m_j^\star < 0$, $\Delta v_j^\star > |\Delta m_j^\star|$

(D) $\Delta v_j^\star < 0$ y $\Delta m_j^\star > 0$, $\Delta v_j^\star > \Delta m_j^\star$

El procedimiento a seguir consiste en calcular las cantidades BL_j, Δv_j^* y Δm_j^* para cada sector y, según el caso, ubicarlo en algún punto de los gráficos mostrados, de manera tal que se pueden clasificar los sectores, según hayan incrementado su eficiencia en términos de valor agregado o su dependencia externa.

3.2 Identificación de complejos industriales

A través de matrices de insumo-producto, es posible identificar *clusters* o complejos industriales, los que se pueden definir como agrupamientos de industrias con tendencia a localizarse próximas en el espacio, y vinculados por un intenso intercambio de bienes y servicios (Domínguez Hidalgo, J. M. & Prado Valle, C. (1999)). Teniendo en cuenta el segundo criterio de esta definición, se pueden identificar distintos complejos sobre la base de las interrelaciones resultantes. La aplicación de esta metodología es particularmente útil en el caso en que se trabaja con matrices de insumo-producto regionales, ya que en este caso, se puede analizar, aunque sea cualitativamente, la componente de localización inherente en la definición de los clusters industriales. El procedimiento de identificación de los complejos industriales, se realiza trabajando tanto con los niveles de producción así como con el grado de interrelación sectorial.

En procedimiento a seguir consiste en calcular, en primera instancia, la matriz de contenido de producción intermedia, definida como $CI = (B - I) \cdot \hat{Y}$, donde B, es la matriz de Leontief y $\hat{Y}$, el vector de demanda final transformado en una matriz diagonal. El hecho de restar la identidad, permite eliminar los flujos finales realizados. Seguidamente, se obtiene una matriz simétrica que representa los flujos de oferta y demanda intermedia entre cada par de sectores, sumando la transpuesta: $DI = CI + CI'$. De esta matriz se extraerán los elementos superiores a la media definida por:

$$\bar{DI} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}}{n^2} \qquad \text{con } d_{ij} \in DI \tag{121}$$

Luego se transforma la matriz DI en una matriz E (con elementos e_{ij}) de unos y ceros según la reclasificación de sus componentes de acuerdo a:

$$eij = \begin{cases} 1 & \text{sí} \quad d_{ij} \geq \bar{DI} \\ 0 & \text{sí} \quad d_{ij} < \bar{DI} \end{cases} \tag{122}$$

Dado que DI es simétrica, E también lo es. Un sector i estará ligado a otro j, si el elemento de matriz $e_{ij} = 1$. A continuación, se calculan las sumas de las filas (o columnas) de E, lo que nos proporciona el número de vínculos de cada sector. Luego se elimina de la matriz E la fila y la columna de aquel sector con menor número de vínculos. Obtenemos así, una matriz de dimensión $(n-1) \times (n-1)$. En el caso en que existan dos o más sectores con el mismo número de lazos mínimos, se eliminarán las filas y columnas de aquel que cumpla que la suma de las filas de la matriz DI sea menor. Hecho esto, se calculan las sumas de las filas de la nueva matriz E_{-1}, y se elimina de nuevo la fila y columna del sector con menores vínculos, obteniéndose la matriz E_{-2}. Se continúa el proceso hasta que se aísla un subconjunto de sectores en el que el número de vínculos da igual para todos e idéntico al número de sectores que van quedando. Todos los elementos de la matriz resultante E_{-p} de $(n-p) \times (n-p)$, tendrán una valor de 1. Este grupo de sectores será el primer complejo industrial identificado.

Seguidamente, se eliminan de la matriz original E las filas y columnas de los sectores pertenecientes a este complejo, y se aplica de nuevo el mismo procedimiento descrito hasta localizar al segundo complejo y así sucesivamente. El proceso se repite hasta obtenerse finalmente, una matriz que contenga un subconjunto de sectores cuyo total de lazos sea 1, es decir, el conjunto de sectores independientes o aislados.

3.3 Indicadores de concentración e interconectividad

Para determinar el grado de interconectividad sectorial, Soofi, A. (1992) propone trabajar con dos indicadores: (i) una medida de concentración y (ii) una entropía como medida de variación.

3.3.1 Medidas de concentración

El indicador de construye normalizando los elementos de la matriz de coeficientes técnicos A con respecto a la suma de sus filas: $\alpha_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$ y sus columnas: $\beta_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$, obteniéndose las matrices resultantes: $C_i = (c_{ij})$ con $c_{ij} = a_{ij}/\alpha_i$ y $D_j = (d_{ij})$ con $d_{ij} = a_{ij}/\beta_j$. Entonces, los índices de concentración hacia delante y hacia atrás, respectivamente se definen como:

$$G_i(a_{ij}) = \sqrt{\frac{n\left(1 - \sum_{j=1}^{n}(c_{ij})^2\right)}{n-1}} \tag{123}$$

$$G_j(a_{ij}) = \sqrt{\frac{n\left(1 - \sum_{i=1}^{n}(d_{ij})^2\right)}{n-1}} \tag{124}$$

Analicemos estos indicadores:

(i) Cuando el sector i, por ejemplo, vende la misma proporción de producción a todos los sectores j, se cumple que $c_{ij} = 1/n \ \forall \ \ j$, y por lo tanto, $G_i(a_{ij}) = 1$, lo cual indica que existe una completa uniformidad intersectorial.

(ii) El otro caso extremo, el de la "oblicuidad" ("*skewness*") total ocurre cuando el sector i le vende toda su producción a un sólo sector, por ejemplo, al j-ésimo (o sea que, $c_{ij} = 1$ y $c_{ik} = 0 \ \forall \ k \neq j$), con lo cual $G_i(a_{ij}) = 0$.

En conclusión, cuanto mayor sea el valor de G_i más interrelacionado está el sector.

Análogamente, con el índice de concentración hacia atrás:

(i) Cuando el sector j-ésimo compra la misma cantidad de insumos a todos los sectores i, se cumple: $d_{ij} = 1/n \ \forall \ i$ y por lo tanto: $G_j(a_{ij}) = 1$.

(ii) En el caso opuesto, cuando j compra todos sus insumos a un sólo sector: $d_{ij} = 1$ y $d_{ik} = 0 \ \forall \ k \neq j$, obteniéndose un valor de $G_j(a_{ij}) = 0$.

Téngase en cuenta que este indicador puede calcularse también para la matriz de Leontief, considerando que en este caso, operan los requerimientos directos e indirectos.

3.3.2 Medidas de interconectividad

Sea la medida de entropía del sector i y el j:

$$H_i(a_{ij}) = -\sum_{i=1}^{n} c_{ij}\ln(c_{ij}) \tag{125}$$

$$H_j(a_{ij}) = -\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\ln(d_{ij}) \tag{126}$$

con $x_{ij}\ln(x_{ij}) = \lim_{x_{ij}\to 0}[x_{ij}\ln(x_{ij})] = 0$, cuando $x_{ij} = 0$.

(i) La entropía $H_i(a_{ij}) = 0$ cuando el sector j es el único que compra producción adicional al sector i, en respuesta a un incremento de la demanda final neta de importaciones del sector i, o sea que ($c_{ij} = 1$ y $c_{ik} = 0$ cuando $k \neq j$).

(ii) Mientras que $H_i(a_{ij}) = \ln(n)$ cuando todos los sectores compran la misma cantidad de producción ($c_{ij} = 1/n \ \forall \ j$), cuando el sector i-ésimo satisface unitariamente la demanda final neta de importaciones.

Similarmente:

(i) La entropía $H_j(a_{ij}) = 0$ si el sector j compra producción adicional de un sólo sector, en respuesta a un incremento unitario de la producción del sector i, para satisfacer la demanda final neta de importaciones y,

(ii) $H_i(a_{ij}) = \ln(n)$ cuando el sector j incrementa uniformemente sus compras a todos los sectores, en respuesta a un incremento unitario de la producción del sector i para satisfacer, la demanda final neta de importaciones.

Téngase en cuenta que estas entropías pueden calcularse también para las matrices de Leontief.

3.4 Medidas de apertura y estructura de los intercambios comerciales

3.4.1 Las importaciones en el sistema productivo

Como veremos luego, cuando se presente el método de análisis de descomposición estructural, se puede comprobar que un incremento de las importaciones para *apalancar* la producción de bienes intermedios, permite profundizar los vínculos interindustriales y promover el cambio tecnológico. Esto es particularmente cierto en economías poco maduras, como las de la región de América Latina y el Caribe.

Kubo, Y., De Melo, J., Robinson, S. & Syrquin, M. (1986) argumentan que si se busca expandir la exportación de productos manufacturados, se requiere de tecnologías de producción cada vez más sofisticadas e insumos de alta calidad y que, para satisfacer esta demanda, al menos en una etapa inicial, se debe recurrir a su importación, ya que estas forman parte del proceso de transferencia de tecnología (incorporada). Para analizar la relación entre las exportaciones y las importaciones de estos insumos intermedios, es posible establecer un indicador que mide el contenido en las exportaciones de las importaciones (directas e indirectas).

Sea la matriz $Q = A^m B^d$, donde A^m es la matriz de coeficientes técnicos de insumos importados, y B^d la matriz de Leontief de requerimientos directos e indirectos de insumos domésticos. Los elementos de Q, q_{ij} nos indican las importaciones totales de producto i, necesarias para generar una unidad de producción doméstica j. Podemos denominar a esta tabla, como la matriz de requerimientos totales de importaciones por unidad de demanda final.

La suma de la columna j: $Q_j = \sum_{i=1}^{n} q_{ij}$ nos informa del contenido total de importaciones, necesario para producir domésticamente una unidad del producto j. Su cálculo, nos permite identificar aquellos sectores que, en mayor medida, dependen del exterior para asegurar sus abastecimientos de insumos intermedios, es decir, los sectores productivos más generadores de dependencia exterior, entendiendo como tales a los que más necesidades tienen de importar si pretenden incrementar su nivel de actividad. Por ello, el vector Q_j, nos brinda información estructural sumamente útil, acerca los requerimientos sectoriales de insumos intermedios importados y, por lo tanto, puede ser usado en estudios sectoriales comparados que permitan identificar aquellas actividades, cuya dependencia con el resto del mundo sea relevante, en términos de la demanda de importaciones.

Por otro lado, el vector compuesto por las sumas de las filas de la matriz Q, con elementos: $Q_i = \sum_{j=1}^{n} q_{ij}$, nos indica la importación intermedia de cada tipo de producto necesaria para incrementar la demanda final de todos los sectores en una unidad. Es posible así, conocer qué tipo de productos deberá importar mayores cantidades, si se produce una expansión de la demanda final de la economía, es decir, los productos de los que la economía es más dependiente del exterior, por cuanto son los que más participarán en el flujo de importaciones, que acompañaría a un proceso expansivo de la producción.

Combinando estos dos indicadores, se puede llegar a una tipología sectorial que agrupa los distintos sectores, según su comportamiento como demandante o demandado de insumos intermedios provenientes del exterior. Así, se clasificarán los sectores en función de lo demandantes que son de importaciones de insumos intermedios (suma de columnas de la matriz de requerimientos totales de importaciones por unidad de demanda final), y de lo demandados que son por toda la economía (suma de filas de la matriz de requerimientos totales de importaciones por unidad de demanda final). Utilizando como criterio de corte, la media de ambos indicadores se llega a una clasificación sectorial según el siguiente esquema:

Tipología sectorial según requerimientos de importaciones de insumos intermedios importados

	Demandantes $Q_j > \sum_{j=1}^{n} Q_j/n$	Poco demandantes $Q_j \leq \sum_{j=1}^{n} Q_j/n$
Demandados $Q_i > \sum_{i=1}^{n} Q_i/n$	Tipo II	Tipo I
Poco demandados $Q_i \leq \sum_{i=1}^{n} Q_i/n$	Tipo III	

Propensión a exportar

Otro aspecto importante a medir, es el grado de apertura con el resto del mundo desde el punto de vista de la demanda. Ello se puede realizar mediante el cálculo de la propensión sectorial a exportar, que no es más que la relación entre las exportaciones y la producción sectorial.

Tasa de cobertura

A grandes rasgos, el volumen de exportaciones sectoriales (E_i), puede considerarse como un indicador que refleja alguna ventaja comparativa, mientras que las importaciones (M_i) revelarían, a su vez, la existencia de desventajas frente al resto del mundo. En consecuencia, el cociente entre ambos: E_i/M_i, que se suele denominar como tasa de cobertura, permite medir, en forma elemental, el grado de competitividad de cada sector.

Grado de apertura de la economía

En Kubo, Y., De Melo, J., Robinson, S. & Syrquin, M. (1986) se establece una medida natural del grado de apertura de la economía, en términos globales, utilizando información sectorial de los flujos con el resto del mundo y la oferta doméstica:

$$\chi = \sum_{i=1}^{n} \frac{E_i + M_i}{X_i + M_i} \tag{128}$$

Si toda la producción doméstica es transada al extranjero, χ se aproxima al 100 %, mientras que si toda fuera vendida en el mercado local, se aproxima a cero.

Cobertura de necesidades internas

Esta tasa mide el nivel de cobertura de la demanda interna mediante producción, y analiza la dependencia tanto en la oferta como en la demanda. Para su cálculo, sólo se tiene en cuenta, por tanto, la producción destinada a satisfacer el consumo intermedio, el consumo final y la formación bruta de capital, dividiéndose por la producción total. Mediante el análisis de esta tasa, se intenta dar una visión que muestre en qué medida la economía, y en particular los sectores, son generadores de bienes y servicios que puedan cubrir las necesidades internas demandadas por la propia sociedad, o si se requiere de la demanda exterior para satisfacerlas, o por el contrario se es excedentario en la producción.

3.5 Comparación estructural de matrices de insumo-producto entre dos períodos

A continuación, se muestran varias formas de evaluar los cambios de la matrices de insumo-producto a lo largo del tiempo.

3.5.1 Cambios en las matrices

Una forma de analizar los cambios, es comparar las matrices directamente. Consideremos la matriz de coeficientes técnicos: A y la matriz de requerimientos totales de Leontief: $B = (I - A)^{-1}$, entonces, se puede calcular:

$$\Delta A = A_{t+1} - A_t \qquad \text{con} \qquad \Delta a_{ij} = a_{ij}^{t+1} - a_{ij}^{t} \tag{129}$$

$$\Delta B = B_{t+1} - B_t \qquad \text{con} \qquad \Delta b_{ij} = b_{ij}^{t+1} - b_{ij}^{t} \tag{130}$$

y luego definir un indicador de diferencia agregado:

$$\delta_A = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|\Delta a_{ij}|}{n^2} \tag{131}$$

$$\delta_B = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|\Delta b_{ij}|}{n^2} \tag{132}$$

Harrigan, F., Mcgilvay, J. & McNicoll, I. (1980) utilizan una medida de la discrepancia relativa:

$$\xi_A = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{|\Delta a_{ij}|}{a_{ij}^{t}}\right)}{n^2 - k} \qquad \text{con } \; a_{ij}^{t} \neq 0 \;\; \text{y } k \text{ el número de elementos nulos} \tag{133}$$

$$\xi_B = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{|\Delta b_{ij}|}{b_{ij}^{t}}\right)}{n^2 - l} \qquad \text{con } \; b_{ij}^{t} \neq 0 \;\; \text{y } l \text{ el número de elementos nulos} \tag{134}$$

3.5.2 Rankeo y comparación de multiplicadores

Otra manera de comparar diferencias entre matrices, es *rankear* los encadenamientos y analizar los sectores más importantes, en cuanto a sus capacidades de impactar frente a cambios de la demanda final neta de importaciones.

3.5.3 Construcción de una matriz de grandes flujos inter-sectoriales

Se trata de construir, para cada período o país, una matriz de ceros y unos que represente grandes conexiones inter-sectoriales (Fontela, E., Lopez, A. & Pulido, A. (2000). Primeramente se normaliza la matriz por la suma de todos sus elementos:

$$\breve{A} = (\mathbf{1}' \cdot A \cdot \mathbf{1})^{-1} \cdot A = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}} \right) A \tag{135}$$

$$\breve{B} = (\mathbf{1}' \cdot B \cdot \mathbf{1})^{-1} \cdot B = \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}} \right) B \tag{136}$$

Luego se establece un umbral basado en el promedio simple de los coeficientes normalizados $1/q$, donde q es el número de elementos no nulos de la matriz normalizada y se define una matriz de ceros y unos en función de superar, o no tal umbral:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si} \;\; \breve{A}_{ij} \geq 1/q \\ 0 & \text{Si} \;\; \breve{A}_{ij} < 1/q \end{cases} \tag{137}$$

Lo mismo se puede hacer con la matriz de Leontief. Así, es posible observar los elementos de mayor magnitud dentro de la matriz, y hacer una comparación cualitativa entre matrices en distintos períodos. Luego se puede calcular un índice agregado:

$$I_1 = \frac{(\mathbf{1}' \cdot Z \cdot \mathbf{1})}{n^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} z_{ij}}{n^2} \tag{138}$$

Otra metodología utilizada consiste en convertir en “unos”, los elementos no nulos de las matrices y calcular un índice de interdependencia:

$$(\underset{-}{\mathrm{A}})_{ij} = \underline{a}_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si} \;\; a_{ij} > 0 \\ 0 & \text{Si} \;\; a_{ij} = 0 \end{cases} \tag{139}$$

siendo el índice el número de “unos” normalizado por la cantidad de elementos de la matriz:

$$I_2 = \frac{(\mathbf{1}' \cdot \underset{-}{\mathrm{A}} \cdot \mathbf{1})}{n^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij}}{n^2} \tag{140}$$

3.6 Coeficientes de globales de interdependencia

A continuación, se muestran algunas aplicaciones simples de la teoría de grafos, que nos permiten obtener información acerca del grado de articulación interna considerando la malla productiva como un todo. Para más detalles puede consultarse (Morillas, A. (1983)).

Tasa de circularidad de la economía

Este indicador mide el grado de interrelación de la economía en su conjunto. Se define a partir de calcular, en primera instancia: $D = |I - A|$ y $D_m = \prod_{i=1}^{n} e_i$, donde, D es el determinante de la identidad menos la matriz de coeficientes técnicos y e_i la fracción de recursos destinados a la demanda final. La tasa de circularidad será:

$$C = \frac{1 - D}{1 - D_m} \tag{141}$$

Tasa de autarquía

Este indicador mide el nivel de auto-consumo sectorial, dando así una medida de independencia del sector:

$$\Upsilon = \frac{1 - \prod_{i=1}^{n} \beta_{ii}}{1 - D_m} \tag{142}$$

donde β_{ii} son los elementos de la diagonal de la matriz $I - A$.

Tasa de interdependencia o circularidad en sentido estricto

Definida como:

$$\Xi = \frac{1 - \prod_{i=1}^{n} \beta_{ii} - D}{1 - D_m} \tag{143}$$

3.7 Análisis *pull-push*

Es posible adquirir cierto conocimiento de la estructura de los flujos de bienes y servicios, usando el método de descomposición de flujos, el cual nos permite descomponer una matriz de intercambios, en una suma pesada jerárquicamente de tendencias extremas según el grado de importancia relativa de éstas. La metodología, que se resume a continuación, fue desarrollada por Sonis, M. (1980) y Jackson, R. W., Hewings, G. & Sonis, M. (1989).

En concreto, una dada matriz M que representa los flujos entre sus componentes, se puede reescribir se como una suma pesada de *matrices de tendencia extrema*:

$$M = \sum_{h=1}^{k} p_h G_h \qquad \text{con } 1 > p_1 \geq \cdots \geq p_k > 0 \qquad \text{y } \sum_{h=1}^{k} p_h = 1 \tag{144}$$

Las matrices de tendencias extremas G_h con pesos decrecientes, indican una decreciente contribución de sus "flujos" al total. Estas matrices de tendencia extrema pueden escribirse como matrices binarias (de ceros y unos), que describen las relaciones intersectoriales en una jerarquía de descomposiciones parciales. La idea parte de la suposición de que un sistema de intercambios, es la superposición de un conjunto de flujos, que son la solución de una secuencia de problemas de optimización, que representan la acción simultánea de las diferentes tendencias extremas dentro del sistema. El valor de los factores de peso, determina la medida de la realización de la tendencia extrema en la situación agregada. Este "principio de superposición" intenta desmembrar la complejidad del sistema de intercambios, en nuestro caso reflejado en la matriz de insumo-producto, en un conjunto de relaciones jerárquicas en el cual, en cada nivel, los intercambios se ven restringidos a un pequeño subconjunto.

Formalmente, sea M una solución del sistema lineal:

$$\begin{cases} A \cdot G = b \\ G \geq 0 \end{cases} \tag{145}$$

y sean $f_1(G), \cdots, f_s(G)$ un conjunto ordenado de funciones objetivo lineales o cóncavas. Entonces, $G_1, \cdots, G_s$ son la solución óptima del problema de optimización en la forma de tendencias extremas:

$$\max f_i(G) \quad \text{sujeto a} \quad \begin{cases} A \cdot G = b \\ G \geq 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad G_{k_1} = G_{k_2} = \cdots = G_{k_{i-1}} = 0 \tag{146}$$

La última restricción elimina situaciones de conflicto o competencia entre diferentes tendencias extremas. Según los autores citados, la solución óptima puede escribirse como la representación (144). El *Regional Economics Applications Laboratory* de la *Universidad de Illinois* en Urbana-Champaign, provee una aplicación gratuita[18] que permite realizar el análisis pull-push a

[18] Que puede bajarse en http://www2.uiuc.edu/unit/real/pyio/pyio.htm

partir de la matriz de insumo-producto. En Nazara, S., Gou, D, Hewings, J. & Chokri, D. (2003) se muestra un ejemplo concreto de este tipo de análisis.

3.8 Medida sintética de cambio estructural

Siguiendo a Girgis, M. (1986), es posible construir una medida sintética del cambio estructural, calculando la participación de cada sector en el valor agregado entre dos períodos de tiempo. Para ello, se define el coeficiente de cambio estructural como:

$$\Phi = \frac{\sum_{i=1}^{n} \rho_{i,t} \cdot \rho_{i,t+1}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \rho_{i,t}^{2}}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \rho_{i,t+1}^{2}}} \tag{147}$$

con $\rho_{i,t} = \frac{VAB_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} VAB_{i,t}}$, es decir, la participación sectorial en el VAB de i. Cuanto mayor a 1 sea Φ, mayor será el cambio estructural producido entre los dos períodos en consideración.

4. Análisis de descomposición estructural

El modelo de insumo-producto es susceptible de más de una interpretación: puede ser entendido como modelo de programación o como modelo predictivo. En el primer caso, la variable independiente, la demanda final, se constituye en el objetivo de determinada programación, mientras que en el segundo, la variable independiente es el elemento que produce un impacto exógeno sobre el sistema bajo análisis. El análisis de descomposición estructural responde a esta última categoría de modelos, y provee un marco general para discriminar los efectos de los cambios en una variable, a partir de cambios en sus variables determinantes.

4.1 Racionalidad del método

La idea central de esta metodología es que los cambios de una dada variable pueden descomponerse, en una forma aditiva, en cambios de los factores determinantes de la misma. Para fijar ideas, partamos de la ya conocida relación: $X = B \cdot Y$, consideremos dos períodos de tiempo t y $t+1$ y analicemos los cambios en la producción X, descomponiendo la variación en partes:

$$\Delta X = X_{t+1} - X_t = \Delta B \cdot Y_{t+1} + B_t \cdot \Delta Y \qquad (148)$$

Lamentablemente y, dado que la diferencia no es infinitesimal, la representación de ésta no es unívoca, ya que Δx puede también expresarse como:

$$\Delta X = \Delta B \cdot Y_t + B_{t+1} \cdot \Delta Y \tag{149}$$

$$\Delta X = \Delta B \cdot Y_{t+1} + B_{t+1}\Delta Y - \Delta B \cdot \Delta Y \tag{150}$$

$$\Delta X = \Delta B \cdot Y_t + B_t \cdot \Delta Y + \Delta B \cdot \Delta Y \tag{151}$$

La ecuación (148) y la siguiente (149) utilizan diferentes factores de peso para las variaciones, mientras que las últimas dos ecuaciones (150) y (151), utilizan los mismos pesos pero incluyen un término de interacción entre ambas variables. Queda claro que el número de descomposiciones posibles (en este caso 4), crece rápidamente con la cantidad de variables que participan de ella,[19] lo cual haría que el análisis de descomposición estructural sea impracticable dada la ambigüedad inherente. Afortunadamente, estudios realizados por Dietzenbacher, E. & Los, B. (1998), quienes analizaron la sensibilidad de los resultados obtenidos a partir de distintas formas de descomponer las variaciones, han mostrado que el promedio de todas las descomposiciones posibles se puede aproximar muy bien al promedio de las llamadas formas polares, representadas por las ecuaciones (148) y (149), esto es:

$$\Delta X = \frac{1}{2}(\Delta B)(Y_t + Y_{t+1}) + \frac{1}{2}(B_t + B_{t+1})\Delta B \tag{152}$$

La descomposición puede ser más desarrollada aún, considerando que:

$$B_* = (1 - A_*)^{-1} \implies A_* = I - B_*^{-1} \implies \Delta B = B_t(\Delta A)B_{t+1} \text{ ó también } \Delta B = B_{t+1}(\Delta A)B_t \tag{153}$$

Así, de igual manera se puede promediar el resultado tal que:

$$\Delta B = \frac{1}{2}B_t \cdot \Delta A \cdot B_{t+1} + \frac{1}{2}B_{t+1} \cdot \Delta A \cdot B_t \tag{154}$$

ΔA puede seguir descomponiéndose, y así siguiendo sucesivamente.

Desde el punto de vista económico, este tipo de descomposición se asienta en la condición contrafáctica: *ceteris paribus*, tan utilizada en la teoría económica y que asume, por razones instrumentales, que los cambios de las variables son independientes unos de otros. En el ejemplo que se usó, en que se combinan cambios en la demanda final Y y cambios técnicos[20] B, esto parece razonable. Sin embargo, esta suposición de independencia entre las variables puede no ser cierta, y por eso se debe tener sumo cuidado en analizar la relación entre ellas. Para comprender este punto mejor, veamos un ejemplo.

Consideremos el vector de valor agregado bruto: vab y expresémoslo en términos del vector de valor bruto de la producción X, mediante coeficientes de participación relativa: $vab = \hat{\kappa} \cdot X = \hat{\kappa} \cdot B \cdot Y$, con κ, el vector de valor agregado bruto por unidad de producto y $\hat{\kappa}$ su matriz diagonal asociada. Analicemos ahora las posibles descomposiciones estructurales:

$$\Delta vab = \Delta\hat{\kappa} \cdot B_{t+1} \cdot Y_{t+1} + \hat{\kappa}_t \cdot \Delta B \cdot Y_{t+1} + \hat{\kappa}_t B_t \cdot \Delta Y \tag{155}$$

$$\Delta vab = \Delta\hat{\kappa} \cdot B_{t+1} \cdot Y_{t+1} + \hat{\kappa}_t \cdot \Delta B \cdot Y_t + \hat{\kappa}_t B_{t+1} \cdot \Delta Y \tag{156}$$

$$\Delta vab = \Delta\hat{\kappa} \cdot B_t \cdot Y_{t+1} + \hat{\kappa}_{t+1} \cdot \Delta B \cdot Y_{t+1} + \hat{\kappa}_t B_t \cdot \Delta Y \tag{157}$$

$$\Delta vab = \Delta\hat{\kappa} \cdot B_t \cdot Y_t + \hat{\kappa}_{t+1} \cdot \Delta B \cdot Y_{t+1} + \hat{\kappa}_{t+1} B_t \cdot \Delta Y \tag{158}$$

$$\Delta vab = \Delta\hat{\kappa} \cdot B_{t+1} \cdot Y_t + \hat{\kappa}_t \cdot \Delta B \cdot Y_t + \hat{\kappa}_{t+1} B_{t+1} \cdot \Delta Y \tag{159}$$

$$\Delta vab = \Delta\hat{\kappa} \cdot B_t \cdot Y_t + \hat{\kappa}_{t+1} \cdot \Delta B \cdot Y_t + \hat{\kappa}_{t+1} B_{t+1} \cdot \Delta Y \tag{160}$$

Sea cual sea la descomposición que elijamos para nuestro estudio, observemos que, en los primeros términos, la variación de las participaciones relativas del valor agregado: $\Delta\hat{\kappa}$ aparecen como independientes y separados de los cambios en la técnicos: ΔB (segundo término). Esto parece

[19] Exactamente son $N!$ descomposiciones alternativas posibles, donde N es el número de variables que se pueden descomponer.

[20] En este trabajo se denomina cambio técnico a la influencia de la variación de los coeficientes técnicos. En tal sentido, no es un concepto totalmente asimilable al progreso técnico.

poco plausible, ya que ambas variables son mutuamente dependientes desde el punto de vista de la interpretación económica.

En Dietzenbacher, E. & Los, B. (2000) se detalla una sofisticada técnica para descomponer casos en los que las variables son dependientes entre sí. A los efectos del presente estudio, valga sólo el comentario de que hay que prestar atención al descomponer las variables, cuidando que, al hacerlo con variables que pueden ser dependientes entre sí, se mantenga unida la descomposición de los dos términos como originarios de una sola causa.

Nota: La implementación del análisis de descomposición estructural, requiere de matrices de insumo-producto a precios constantes, de manera tal que los valores entre períodos sean comparables. Para ello es necesario deflactar las tablas con deflactores sectoriales.

4.2 Aplicación de la metodología

Según Syrquin, M. (1976), el incremento de la participación de las manufacturas en el PIB, es considerado como la principal característica de los procesos de industrialización, y puede atribuirse a 3 explicaciones complementarias:

- *Variaciones de la demanda final:* Cambios en la composición sectorial de la demanda final, a favor de sectores no primarios.
- *Modificación de los patrones comerciales:* Alteraciones de las ventajas comparativas, en respuesta a un proceso de acumulación de capital.
- *Cambios técnicos:* el incremento del uso de bienes intermedios por unidad de valor bruto de la producción, por profundización y ensanchamiento de las relaciones intersectoriales.

Estos tres factores tienen influencia determinante sobre la evolución de las importaciones. El incremento de las importaciones puede tener diversos orígenes, que responden a satisfacer:

- la expansión de la demanda final (C, I, G, Z);
- la expansión de las exportaciones;
- la sustitución de importaciones de bienes para consumo doméstico;
- la sustitución de importaciones de bienes de consumo intermedio, para satisfacer la producción doméstica;
- en respuesta a un proceso de cambio tecnológico.

Realicemos un análisis de descomposición estructural para identificar separadamente estos efectos.

4.2.1 Notación y definiciones

Utilicemos el modelo de insumo-producto en el marco del análisis de descomposición estructural para identificar estos factores de la variación.[21] Para ello, recordemos la identidad contable desde el punto de vista de la demanda (ecuación (1)):

[21] Basado en Kubo, Y., Robinson, S. & Syrquin, M. (1986) y Pamakcu, T. & de Boer, P. (2001).

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} X_{ij} + C_i + I_i + G_i + Z_i + E_i \tag{161}$$

Discriminemos entre bienes de origen doméstico (supraíndice d) e importado (desagregando M_i en bienes de consumo intermedio y final; y usando el supraíndice m):

- Sea $X_{ij} = X_{ij}^d + M_{ij}$ la matriz de demanda de bienes intermedios con X_{ij}^d, la demanda intermedia de origen doméstico, y M_{ij}, la matriz de importaciones para consumo intermedio.
- C_i^d, C_i^m el consumo de los hogares de origen doméstico e importado ($C_i = C_i^d + C_i^m$)
- I_i^d, I_i^m la demanda final para inversiones (formación bruta del capital fijo) de origen doméstico e importado ($I_i = I_i^d + I_i^m$)
- G_i^d, G_i^m el consumo del gobierno de origen doméstico e importado ($G_i = G_i^d + G_i^m$)
- Z_i^d, Z_i^m responde a la variación de las existencias por origen doméstico e importado ($Z_i = Z_i^d + Z_i^m$)
- E_i el elemento i del vector de exportaciones.

Con estas definiciones, el vector de producción bruta doméstica es:

$$X_i^d = \sum_{j=1}^{n} X_{ij}^d + C_i^d + I_i^d + G_i^d + Z_I^d + E_i \tag{162}$$

Sean los vectores μ^* que definen los ratios entre bienes domésticos respecto de los totales para todos los componentes de la demanda final y sus matrices diagonales asociadas $\hat{\mu}^*$:

$$\begin{array}{lll}
\hat{\mu}^C & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\mu}_{ii}^C = \dfrac{C_i^d}{C_i} \\
\hat{\mu}^I & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\mu}_{ii}^I = \dfrac{I_i^d}{I_i} \\
\hat{\mu}^G & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\mu}_{ii}^G = \dfrac{G_i^d}{G_i} \\
\hat{\mu}^Z & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\mu}_{ii}^Z = \dfrac{Z_i^d}{Z_i}
\end{array}$$

Sea la matriz de coeficientes técnicos (doméstica) y la de coeficientes de insumos importados intermedios:

$$\begin{aligned}
A^d &= (a_{ij}^d) = \left(\frac{X_{ij}^d}{X_j^d}\right) \\
B^d &= (I - A^d)^{-1} \text{ la matriz de Leontief respectiva;} \\
A^m &= (a_{ij}^m) = \left(\frac{M_{ij}}{X_j^d}\right) \quad \text{que cumplen:} \\
A &= A^d + A^m \text{ con } a_{ij} = a_{ij}^d + a_{ij}^m
\end{aligned}$$

Así, podemos escribir la ecuación (162), como:

$$X^d = A^d X^d + \hat{\mu}^C C + \hat{\mu}^I I + \hat{\mu}^G G + \hat{\mu}^Z Z + E \tag{163}$$

Ahora trabajemos con las importaciones, definiendo el elemento i del vector de importaciones como:

$$M_i = \sum_{j=1}^{n} M_{ij} \tag{164}$$

y sean los vectores ν^* las matrices diagonales, que definen los ratios entre la demanda final bienes importados, respecto de los totales para todos los componentes de la demanda final y sus respectivas matrices diagonales asociadas $\hat{\nu}^*$:

$$\begin{array}{lll} \hat{\nu}^C & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\nu}^C_{ii} = \dfrac{C^m_i}{C_i} \\ \hat{\nu}^I & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\nu}^I_{ii} = \dfrac{I^m_i}{I_i} \\ \hat{\nu}^G & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\nu}^G_{ii} = \dfrac{G^m_i}{G_i} \\ \hat{\nu}^Z & \text{con elementos no nulos:} & \hat{\nu}^Z_{ii} = \dfrac{Z^m_i}{Z_i} \end{array}$$

Como $*_i = *^d_i + *^m_i$ (los componentes de la demanda final), se cumple: $\hat{\nu}^* = I - \hat{\mu}^*$ siendo $* \equiv C, I, G, Z$ según el caso. Con estas definiciones llegamos a algo similar a la ecuación (163):

$$M = A^m X^d + \hat{\nu}^C C + \hat{\nu}^I I + \hat{\nu}^G G + \hat{\nu}^Z Z \tag{165}$$

4.2.2 Descomposición estructural del crecimiento de las importaciones y la producción doméstica

Ahora procedamos a hacer la descomposición. Para ello, consideremos dos instantes en el tiempo t (el período de base) y $t+1$ (el período de comparación), y calculemos la variación entre ambas instancias de la ecuación (163) y (165.) Comencemos con la ecuación (165) que, ante la variación queda:

$$\begin{aligned} \Delta M = M_{t+1} - M_t \;=\; & A^m_{t+1} X^d_{t+1} + \hat{\nu}^C_{t+1} C_{t+1} + \hat{\nu}^I_{t+1} I_{t+1} + \hat{\nu}^G_{t+1} G_{t+1} + \hat{\nu}^Z_{t+1} Z_{t+1} \\ & - A^m_t X^d_t - \hat{\nu}^C_t C_t - \hat{\nu}^I_t I_t - \hat{\nu}^G_t G_t - \hat{\nu}^Z_t Z_t \end{aligned} \tag{166}$$

sumando y restando: $A^m_t X^d_{t+1}$, $\hat{\nu}^C_t C_{t+1}$, $\hat{\nu}^I_t I_{t+1}$, $\hat{\nu}^G_t G_{t+1}$ y $\hat{\nu}^Z_t Z_{t+1}$ y reordenando, es fácil obtener:

$$\begin{aligned} \Delta M \;=\; & \Delta A^m X^d_{t+1} + A^m_t \Delta X_d \\ & + \Delta \hat{\nu}^C C_{t+1} + \hat{\nu}^C_t \Delta C \\ & + \Delta \hat{\nu}^I I_{t+1} + \hat{\nu}^I_t \Delta I \\ & + \Delta \hat{\nu}^G G_{t+1} + \hat{\nu}^G_t \Delta G \\ & + \Delta \hat{\nu}^Z Z_{t+1} + \hat{\nu}^Z_t \Delta Z \end{aligned} \tag{167}$$

Hagamos lo mismo partiendo ahora de la ecuación (163) que, usando la matriz de requerimientos totales de Leontief, queda:

$$X^d = B^d(\hat{\mu}^C C + \hat{\mu}^I I + \hat{\mu}^G G + \hat{\mu}^Z Z + E) \tag{168}$$

entonces, la variación es:

$$\begin{aligned} \Delta X^d = X^d_{t+1} - X^d_t \;=\; & B^d_{t+1}(\hat{\mu}^C_{t+1} C_{t+1} + \hat{\mu}^I_{t+1} I_{t+1} + \hat{\mu}^G_{t+1} G_{t+1} + \hat{\mu}^Z_{t+1} Z_{t+1} + E_{t+1}) \\ & - B^d_t(\hat{\mu}^C_t C_t + \hat{\mu}^I_t I_t + \hat{\mu}^G_t G_t + \hat{\mu}^Z_t Z_t + E_t) \end{aligned} \tag{169}$$

sumando y restando: $B^d_t \hat{\mu}^C_t C_{t+1}$, $B^d_t \hat{\mu}^I_t I_{t+1}$, $B^d_t \hat{\mu}^G_t G_{t+1}$, $B^d_t \hat{\mu}^Z_t Z_{t+1}$, $B^d_t E_{t+1}$, $B^d_t \hat{\mu}^C_{t+1} C_{t+1}$, $B^d_t \hat{\mu}^I_{t+1} I_{t+1}$, $B^d_t \hat{\mu}^G_{t+1} G_{t+1}$, $B^d_t \hat{\mu}^Z_{t+1} Z_{t+1}$, se puede obtener:

$$
\begin{aligned}
\Delta X_d \;=\; & B_t^d \hat{\mu}_t^C \Delta C + B_t^d \hat{\mu}_t^I \Delta I + B_t^d \hat{\mu}_t^G \Delta G + B_t^d \hat{\mu}_t^Z \Delta Z \\
& + B_t^d \Delta E \\
& + B_t^d \Delta \hat{\mu}^C C_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^I I_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^G G_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^Z Z_{t+1} \\
& + \Delta B^d \hat{\mu}_{t+1}^C C_{t+1} + \Delta B^d \hat{\mu}_{t+1}^I I_{t+1} + \Delta B^d \hat{\mu}_{t+1}^G G_{t+1} + \Delta B^d \hat{\mu}_{t+1}^Z Z_{t+1} \\
& + \Delta B^d E_{t+1}
\end{aligned} \tag{170}
$$

El primer renglón de la expresión (170), denota el impacto sobre el vector de la producción de los cambios en cada componente de la demanda doméstica final; el segundo renglón, el impacto debido a cambios en las exportaciones; el tercer reglón, el impacto sobre el valor de la producción de la sustitución de importaciones, por los componentes de la demanda doméstica final (sustitución de importaciones de productos finales); los reglones cuarto y quinto dan cuenta del impacto de los cambios de la matriz de Leontief, que a continuación descompondremos en el impacto de la sustitución de importaciones de productos de consumo intermedio, por producción doméstica y el cambio técnico propiamente dicho.

Para esto último, factorizamos y, teniendo en cuenta que $B = (I - A)^{-1}$, se puede verificar que la variación de la matriz de Leontief da:

$$
\Delta B^d = -B_t^d \left[(B_{t+1}^d)^{-1} - (B_t^d)^{-1} \right] B_{t+1}^d = -B_t^d \left[(I - A_{t+1}^d) - (I - A_t^d) \right] B_{t+1}^d = B_t^d \Delta A^d B_{t+1}^d \tag{171}
$$

con esto y usando la ecuación (168), se pueden modificar el 4to. y 5to. reglón de la ecuación (170):

$$
\begin{aligned}
\Delta X_d \;=\; & B_t^d \hat{\mu}_t^C \Delta C + B_t^d \hat{\mu}_t^I \Delta I + B_t^d \hat{\mu}_t^G \Delta G + B_t^d \hat{\mu}_t^Z \Delta Z \\
& + B_t^d \Delta E \\
& + B_t^d \Delta \hat{\mu}^C C_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^I I_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^G G_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^Z Z_{t+1} \\
& + B_t^d \Delta A^d B_{t+1}^d \left(\hat{\mu}_{t+1}^C C_{t+1} + \hat{\mu}_{t+1}^I I_{t+1} + \hat{\mu}_{t+1}^G G_{t+1} + \hat{\mu}_{t+1}^Z Z_{t+1} + E_{t+1} \right) = \\
=\; & B_t^d \hat{\mu}_t^C \Delta C + B_t^d \hat{\mu}_t^I \Delta I + B_t^d \hat{\mu}_t^G \Delta G + B_t^d \hat{\mu}_t^Z \Delta Z \\
& + B_t^d \Delta E \\
& + B_t^d \Delta \hat{\mu}^C C_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^I I_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^G G_{t+1} + B_t^d \Delta \hat{\mu}^Z Z_{t+1} \\
& + B_t^d \Delta A^d X_{t+1}^d
\end{aligned} \tag{172}
$$

4.2.3 Descomposición del cambio tecnológico para obtener la expresión final

El último renglón de la ecuación (172) da cuenta, por un lado del cambio tecnológico, tanto como de la sustitución de importaciones de bienes intermedios. Por eso, es necesario separar ambos efectos; para ello, procesemos un poco más este término: $B_t^d \Delta A^d X_{t+1}^d$.

Consideremos una tasa de variación del cambio tecnológico, para cada elemento de la matriz de coeficientes técnicos, A:

$$
T_{ij} = \frac{a_{ij,t+1}}{a_{ij,t}} - 1 \tag{173}
$$

entonces, si multiplicamos $a_{ij,t}^m$ por $1 + T_{ij}$ se obtiene un valor de $a_{ij,t+1}^m$ que denotamos $\widetilde{a}_{ij,t}^m$ y que aísla el efecto de los cambios tecnológicos sobre la matriz de consumo intermedio de bienes importados:

$$
\widetilde{a}_{ij,t}^m = \frac{a_{ij,t+1}}{a_{ij,t}} a_{ij,t}^m \tag{174}
$$

En consecuencia, la diferencia: $a^m_{ij,t+1} - \widetilde{a}^m_{ij,t}$ denota la parte de Δa^m_{ij} que es causada por la sustitución de importaciones de bienes de consumo intermedio y como $a^d_{ij,t+1} = a_{ij,t+1} - a^m_{ij,t+1}$, la diferencia: $-\left(a^m_{ij,t+1} - \widetilde{a}^m_{ij,t}\right)$ denota el mismo efecto, pero en este caso sobre la matriz de coeficientes técnicos doméstica. Entonces, utilizando la notación matricial:

$$\Delta A^d = \Delta A - \Delta A^m = -(A^m_{t+1} - A^m_t) + \left[\Delta A - (\widetilde{A}^m_t - A^m_t)\right] \tag{175}$$

donde $(\widetilde{A}^m_t)_{ij} \equiv \widetilde{a}^m_{ij,t}$ y $(\widetilde{A}^m_t - A^m_t)_{ij} \equiv \widetilde{a}^m_{ij,t} - a^m_{ij,t}$. Como $\widetilde{a}^m_{ij,t}$ da cuenta del valor de a^m_{ij} que se habría observado en $t+1$, si a^m_{ij} se viera sólo afectado por el cambio técnico, restar $a^m_{ij,t}$ a $\widetilde{a}^m_{ij,t}$ muestra el cambio en a^m_{ij} causado sólo por el cambio tecnológico. Incorporemos (175) en (172) y así obtendremos el desglose final de la variación de la producción:

$\Delta X_d \;=$	$B^d_t \hat{\mu}^C_t \Delta C$	expansión del consumo
	$+B^d_t \hat{\mu}^I_t \Delta I$	expansión de la inversión
	$+B^d_t \hat{\mu}^G_t \Delta G$	expansión del gasto
	$+B^d_t \hat{\mu}^Z_t \Delta Z$	expansión de las existencias
	$+B^d_t \Delta E$	expansión de las exportaciones
	$+B^d_t \Delta\hat{\mu}^C C_{t+1}$	sustitución de importaciones para satisfacer el consumo
	$+B^d_t \Delta\hat{\mu}^I I_{t+1}$	sustitución de importaciones para satisfacer la inversión
	$+B^d_t \Delta\hat{\mu}^G G_{t+1}$	sustitución de importaciones para satisfacer el gasto
	$+B^d_t \Delta\hat{\mu}^Z Z_{t+1}$	sustitución de importaciones para satisfacer el cambio de existencias
	$+B^d_t (A^m_{t+1} - \widetilde{A}^m_t) X^d_{t+1}$	sustitución de importaciones para satisfacer el consumo intermedio
	$+B^d_t \left[\Delta A - (\widetilde{A}^m_t - A^m_t)\right] X^d_{t+1}$	cambio técnico

Como vimos en la introducción teórica de esta sección, la representación de la descomposición estructural no es, para nada, única. No obstante, recordemos que autores como Dietzenbacher, E. & Los, B. (1998), analizaron la sensibilidad de las diversas representaciones obtenidas a partir de distintas descomposiciones, y mostraron que el promedio de todas las descomposiciones posibles se aproximaba muy bien al promedio de las dos formas polares, que se obtienen intercambiando entre sí los períodos de tiempo. Así, obtenemos:

$\Delta X_d \;=$	$B^d_{t+1} \hat{\mu}^C_{t+1} \Delta C$	expansión del consumo
	$+B^d_{t+1} \hat{\mu}^I_{t+1} \Delta I$	expansión de la inversión
	$+B^d_{t+1} \hat{\mu}^G_{t+1} \Delta G$	expansión del gasto
	$+B^d_{t+1} \hat{\mu}^Z_{t+1} \Delta Z$	expansión de las existencias
	$+B^d_{t+1} \Delta E$	expansión de las exportaciones
	$+B^d_{t+1} \Delta\hat{\mu}^C C_t$	sustitución de importaciones para satisfacer el consumo
	$+B^d_{t+1} \Delta\hat{\mu}^I I_t$	sustitución de importaciones para satisfacer la inversión
	$+B^d_{t+1} \Delta\hat{\mu}^G G_t$	sustitución de importaciones para satisfacer el gasto
	$+B^d_{t+1} \Delta\hat{\mu}^Z Z_t$	sustitución de importaciones para satisfacer el cambio de existencias
	$+B^d_{t+1} (A^m_t - \widetilde{A}^m_{t+1}) X^d_t$	sustitución de importaciones para satisfacer el consumo intermedio
	$+B^d_{t+1} \left[\Delta A - (\widetilde{A}^m_{t+1} - A^m_{t+1})\right] X^d_t$	cambio técnico

Finalmente para lograr la descomposición final, se promedia término a término y así, se obtiene el indicador de variación de cada efecto.

4.2.4 Descomposición del crecimiento de la importaciones II

Ahora volvamos sobre la ecuación (167), focalizando nuestra atención en: ΔA^m que puede expresarse como:

$$\Delta A^m = A^m_{t+1} - A^m_t = (A^m_{t+1} - \widetilde{A}^m_t) + (\widetilde{A}^m_t - A^m_t) \tag{176}$$

reemplacemos esto en la ecuación (167):

$$\begin{aligned} \Delta M \quad = \quad & (A^m_{t+1} - \widetilde{A}^m_t)X^d_{t+1} + (\widetilde{A}^m_t - A^m_t)X^d_{t+1} + \\ & +A^m_t \Delta X_d \\ & +\Delta\hat{\nu}^C C_{t+1} + \hat{\nu}^C_t \Delta C \\ & +\Delta\hat{\nu}^I I_{t+1} + \hat{\nu}^I_t \Delta I \\ & +\Delta\hat{\nu}^G G_{t+1} + \hat{\nu}^G_t \Delta G \\ & +\Delta\hat{\nu}^Z Z_{t+1} + \hat{\nu}^Z_t \Delta Z \end{aligned} \tag{177}$$

Ahora sustituyamos en esta ecuación, la última expresión de la sección anterior:

$$\begin{aligned} \Delta M \quad = \quad & (A^m_{t+1} - \widetilde{A}^m_t)X^d_{t+1} + (\widetilde{A}^m_t - A^m_t)X^d_{t+1} \\ & +A^m_t \Bigg[B^d_t \hat{\mu}^C_t \Delta C + B^d_t \hat{\mu}^I_t \Delta I + B^d_t \hat{\mu}^G_t \Delta G + B^d_t \hat{\mu}^Z_t \Delta Z \\ & +B^d_t \Delta E \\ & +B^d_t \Delta\hat{\mu}^C C_{t+1} + B^d_t \Delta\hat{\mu}^I I_{t+1} + B^d_t \Delta\hat{\mu}^G G_{t+1} + B^d_t \Delta\hat{\mu}^Z Z_{t+1} \\ & +B^d_t (A^m_{t+1} - \widetilde{A}^m_t)X^d_{t+1} \\ & +B^d_t \Big[\Delta A - (\widetilde{A}^m_t - A^m_t) \Big] X^d_{t+1} \Bigg] \\ & +\Delta\hat{\nu}^C C_{t+1} + \hat{\nu}^C_t \Delta C \\ & +\Delta\hat{\nu}^I I_{t+1} + \hat{\nu}^I_t \Delta I \\ & +\Delta\hat{\nu}^G G_{t+1} + \hat{\nu}^G_t \Delta G \\ & +\Delta\hat{\nu}^Z Z_{t+1} + \hat{\nu}^Z_t \Delta Z \end{aligned} \tag{178}$$

y recordando que $\Delta\hat{\mu}^* = -\Delta\hat{\nu}^*$ con $* \equiv C, I, G$ o Z:

$$
\begin{array}{rlll}
\Delta M = & & (A_t^m B_t^d \hat{\mu}_t^C + \hat{\nu}_t^C)\Delta C & \text{expansión del consumo} \\
 & + & (A_t^m B_t^d \hat{\mu}_t^I + \hat{\nu}_t^I)\Delta I & \text{expansión de la inversión} \\
 & + & (A_t^m B_t^d \hat{\mu}_t^G + \hat{\nu}_t^G)\Delta G & \text{expansión del consumo público} \\
 & + & (A_t^m B_t^d \hat{\mu}_t^Z + \hat{\nu}_t^Z)\Delta Z & \text{cambios de las existencias} \\
 & + & A_t^m B_t^d \Delta E & \text{expansión de las exportaciones} \\
 & + & (I - A_t^m B_t^d)\Delta\hat{\mu}^C C_{t+1} & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer el consumo de los hogares} \\
 & + & (I - A_t^m B_t^d)\Delta\hat{\mu}^I I_{t+1} & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer la inversión} \\
 & + & (I - A_t^m B_t^d)\Delta\hat{\mu}^G G_{t+1} & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer el consumo público} \\
 & + & (I - A_t^m B_t^d)\Delta\hat{\mu}^Z Z_{t+1} & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer la variación de existencias} \\
 & + & (I - A_t^m B_t^d)(A_{t+1}^m - \widetilde{A}_t^m)X_{t+1}^d & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer el consumo de intermedio} \\
 & + & (\widetilde{A}_t^m - A_t^m)X_{t+1}^d + & \\
 & + & A_t^m B_t^d \Big[\Delta A - (\widetilde{A}_t^m - A_t^m)\Big] X_{t+1}^d & \text{cambio técnico}
\end{array}
$$

Igual que antes, se obtiene la otra representación polar intercambiando los subíndices temporales, obteniéndose:

$$
\begin{array}{rlll}
\Delta M = & & (A_{t+1}^m B_{t+1}^d \hat{\mu}_{t+1}^C + \hat{\nu}_{t+1}^C)\Delta C & \text{expansión del consumo} \\
 & + & (A_{t+1}^m B_{t+1}^d \hat{\mu}_{t+1}^I + \hat{\nu}_{t+1}^I)\Delta I & \text{expansión de la inversión} \\
 & + & (A_{t+1}^m B_{t+1}^d \hat{\mu}_{t+1}^G + \hat{\nu}_{t+1}^G)\Delta G & \text{expansión del consumo público} \\
 & + & (A_{t+1}^m B_{t+1}^d \hat{\mu}_{t+1}^Z + \hat{\nu}_{t+1}^Z)\Delta Z & \text{cambios de las existencias} \\
 & + & A_{t+1}^m B_{t+1}^d \Delta E & \text{expansión de las exportaciones} \\
 & + & (I - A_{t+1}^m B_{t+1}^d)\Delta\hat{\mu}^C C_t & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer el consumo de los hogares} \\
 & + & (I - A_{t+1}^m B_{t+1}^d)\Delta\hat{\mu}^I I_t & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer la inversión} \\
 & + & (I - A_{t+1}^m B_{t+1}^d)\Delta\hat{\mu}^G G_t & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer el consumo público} \\
 & + & (I - A_{t+1}^m B_{t+1}^d)\Delta\hat{\mu}^Z Z_t & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer la variación de existencias} \\
 & + & (I - A_{t+1}^m B_{t+1}^d)(A_t^m - \widetilde{A}_{t+1}^m)X_t^d & \text{sustitución de importaciones por producción} \\
 & & & \text{doméstica para satisfacer el consumo de intermedio} \\
 & + & (\widetilde{A}_{t+1}^m - A_{t+1}^m)X_t^d + & \\
 & + & A_{t+1}^m B_{t+1}^d \Big[\Delta A - (\widetilde{A}_{t+1}^m - A_{t+1}^m)\Big] X_t^d & \text{cambio técnico}
\end{array}
$$

donde se debe tener en cuenta que los elementos de $\widetilde{A}_{t+1}^m$ es calculan como:

$$\widetilde{a}_{ij,t+1}^m = a_{ij,t+1}^m \frac{a_{ij,t}}{a_{ij,t+1}} \tag{179}$$

y la descomposición final es el promedio término a término de ambas expresiones.

4.2.5 Descomposición de los encadenamientos

Descomposición del encadenamientos hacia atrás

Dado que las matrices de coeficientes técnicos evolucionan en el tiempo, también lo harán los encadenamientos. Podemos descomponer los encadenamientos, teniendo en cuenta la desagregación de la matriz de coeficientes técnicos, en la parte de producción intermedia doméstica y los insumos importados. Para ello recordemos que: $A = A^d + A^m$ y, como dedujimos en la ecuación (171): $\Delta B = B_t \Delta A B_{t+1}$ entonces podemos obtener:

$$\Delta BL = \vec{\mathbf{1}}' \cdot \Delta B = \vec{\mathbf{1}}' \cdot \left(B_t \cdot \Delta A^d \cdot B_{t+1} \right) + \vec{\mathbf{1}}' \cdot \left(B_t \cdot \Delta A^m \cdot B_{t+1} \right) \tag{180}$$

Luego, como es usual, intercambiamos los subíndices t y $t+1$, calculamos de nuevo: ΔBL y promediamos el resultado final término a término. Podemos, finalmente, calcular las respectivas tasas de variación entre ambos períodos: $\hat{BL}_t^{-1} \cdot \Delta BL$, con $\hat{BL}_t^{-1}$ la matriz diagonal asociada al vector de encadenamientos del período inicial.

Descomposición de los encadenamientos hacia delante

Procedemos de manera similar a lo anterior:

$$\Delta FL = \Delta B \cdot \vec{\mathbf{1}} = \left(B_t \cdot \Delta A^d \cdot B_{t+1} \right) \cdot \vec{\mathbf{1}} + \left(B_t \cdot \Delta A^m \cdot B_{t+1} \right) \cdot \vec{\mathbf{1}} \tag{181}$$

Intercambiamos los subíndice t y $t+1$, recalculamos, promediamos ambos resultados término a término y, si es necesario, calculamos la respectiva tasa de variación: $\hat{FL}_t^{-1} \cdot \Delta FL$, con $\hat{FL}_t^{-1}$ la matriz diagonal asociada al vector de encadenamientos del período inicial.

4.2.6 Descomposición de valor agregado

Calculado el valor de ΔX^d, es posible, como vimos antes, descomponer el valor agregado mediante el promedio simple de las expresiones:

$$\Delta vab = \hat{\kappa}_t \cdot \Delta X^d + \Delta\hat{\kappa} \cdot X_{t+1}^d \tag{182}$$
$$\Delta vab = \hat{\kappa}_{t+1} \cdot \Delta X^d + \Delta\hat{\kappa} \cdot X_t^d \tag{183}$$

recordando que $\hat{\kappa}$ es la matriz diagonal de los coeficientes valor agregado sectorial, sobre producción sectorial. Debemos tener en cuenta que, por las razones que ya hemos comentado, el último término de ambas expresiones debe juntarse, como un sólo impacto, al término referente al cambio técnico. Con esta salvedad, promediamos luego ambas expresiones, término a término, y así obtenemos la descomposición del valor agregado.

4.2.7 Descomposición del nivel del empleo

Algo similar se puede hacer con el nivel de empleo sectorial. Sea $\varsigma_i = L_i/X_i$, con L_i en número de empleados del sector por unidad de producción sectorial, y sea $\hat{\varsigma}$ la matriz diagonal asociada. Entonces, procediendo como antes se puede calcular:

$$\Delta L = \hat{\varsigma}_t \cdot \Delta X^d + \Delta\hat{\varsigma} \cdot X_{t+1}^d \tag{184}$$
$$\Delta L = \hat{\varsigma}_{t+1} \cdot \Delta X^d + \Delta\hat{\varsigma} \cdot X_t^d \tag{185}$$

conocidos todos los términos de ΔX^d, se incorporan en las expresiones anteriores y se promedia término a término, para obtener la descomposición final de la variación del empleo.

5. Otras aplicaciones y extensiones del modelo de insumo-producto

5.1 Protección arancelaria efectiva

La existencia de tasas arancelarias que gravan las importaciones, ha conducido a crear indicadores que miden el grado de protección de la producción doméstica, debido a la estructura arancelaria. Para determinar el impacto de determinado esquema arancelario sobre la estructura productiva, es necesario considerar no sólo el arancel del producto final, determinante de la protección nominal, sino también los aranceles que corresponden a sus insumos. Es allí donde surge el concepto de protección arancelaria efectiva, a diferencia de las tasas de protección nominales, que sólo involucran los diferenciales de precios resultantes de la aplicación de aranceles directos, sobre los productos respecto de sus precios internacionales.

La tasa de protección efectiva (o protección implícita), mide el grado de protección del valor agregado resultante de las diferentes etapas del proceso productivo. Según Corden, W. M. (1971), se define como el incremento porcentual de valor agregado unitario en una actividad económica, debido a una estructura arancelaria dada respecto a la situación que supondría la ausencia de aranceles, pero con el mismo tipo de cambio. La idea subyacente es que, si se consideran los insumos intermedios, el arancel nominal sobre determinado producto, puede ser significativamente diferente a la tasa efectiva.

Con esta definición queda claro que, mientras que la tasa nominal de protección atañe al precio de productos y, por ello, afecta las decisiones de los consumidores, la tasa efectiva de protección arancelaria, indica los efectos conjuntos de los aranceles que gravan al producto, y sus insumos intermedios sobre las actividades de trasformación y, por ello, afecta a las preferencias de los productores.

La tasa de protección efectiva del producto j, notada como g_j expresa el efecto neto de la protección arancelaria, que recibe el producto ofrecido a la demanda final vis-a-vis la protección arancelaria a los insumos intermedios. Dado que el valor agregado es el valor bruto de la producción menos el consumo intermedio, esto es equivalente, como lo indica Corden, W. M. (1971), a calcular la variación relativa de valor agregado, en situación de protección arancelaria respecto de una situación de libre comercio. El cálculo de la tasa de protección arancelaria efectiva implica recurrir a algunos supuestos: (i) En primer lugar, se supone que los coeficiente de insumo-producto (físicos) son fijos, (ii) las elasticidades de demanda de las exportaciones y de oferta de las importaciones son infinitas (supuesto de país pequeño), (iii) el comercio de bienes transables se realiza aún en presencia de aranceles, impuestos y subsidios, de manera tal que el precio de las importaciones, está dado por los precios internacionales más estos componentes distorsivos.

Ahora, desarrollemos el concepto. En primer lugar, recordemos la ecuación (31) que nos dice que:

$$v_j = \frac{VAB_j}{X_j} = p_j - \sum_{i=1}^{n} p_i a_{ij} \tag{186}$$

donde los precios (y los coeficientes técnicos) están valuados en el mercado doméstico. Expresemos esto en términos de los precios internacionales p^*, en una situación de protección y otra de libre comercio,[22] luego calculemos la diferencia relativa:

$$v_j^{lc} \;=\; p_j^* - \sum_{i=1}^{n} p_i^* a_{ij}^* \quad \text{sin aranceles} \tag{187}$$

$$v_j^{p} \;=\; (1+t_j)p_j^* - \sum_{i=1}^{n}(1+t_i)p_i^* a_{ij}^* \quad \text{con protección arancelaria} \tag{188}$$

Entonces, según la definición y luego de un poco de álgebra:

$$g_j = \frac{v_j^p - v_j^{lc}}{v_j^{lc}} = \frac{t_j - \sum_{i=1}^{n} t_i \left(\frac{p_i^*}{p_j^*}\right) a_{ij}^*}{1 - \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{p_i^*}{p_j^*}\right) a_{ij}^*} \equiv \frac{t_j - \sum_{i=1}^{n} t_i a_{ij}^{Tlc}}{1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}^{Tlc}} \quad \text{donde:} \tag{189}$$

$$a_{ij}^{Tlc} = \left(\frac{1+t_j}{1+t_i}\right) a_{ij}^{T} \qquad \text{siendo:} \tag{190}$$

- a_{ij}^{Tlc}, el coeficiente técnico de libre comercio total, medido como la participación del insumo i (comprado en el mercado doméstico o internacional) en el precio del producto j, ambos a precios internacionales;
- a_{ij}^{T}, el coeficiente técnico "distorsionado" total, medido como la participación del insumo i (nacional o importado) en el precio del producto j, ambos a precios domésticos;

[22] Recordemos que también es necesario hacer una corrección en los coeficientes técnicos ya que estos están calculados en términos de valores de la producción a precios domésticos. Por ello, se los expresa con un supraíndice $*$ para indicar que son coeficientes técnicos de cantidades físicas.

- t_j, la tasa arancelaria nominal (*ad-valorem*) del producto j,
- t_i, la tasa arancelaria nominal (*ad-valorem*) del insumo i.

En primer lugar, debe tenerse en cuenta que $a_{ij}^T = a_{ij} + m_{ij}$, es decir que los coeficientes de participación incluyen los insumos producidos domésticamente, así como los importados. Por otro lado, la razón por la cual se utiliza la ecuación (190), se basa en la siguiente explicación: Los coeficientes técnicos de la matriz de insumo-producto tal como se presentan, están distorsionados por la propia política arancelaria (y, de hecho, también la para-arancelaria). Sin embargo, se deben estimar coeficientes técnicos, cuyo cálculo se realiza a precios internacionales. Por definición, los coeficientes técnicos domésticos son: $a_{ij} \equiv \frac{X_{ij}}{X_j}$ y dado que los $X_.$ están valuados a precios domésticos, podemos escribirlos, en términos de cantidades físicas:

$$a_{ij} \equiv \left(\frac{p_i}{p_j}\right)\left(\frac{Q_{ij}}{Q_j}\right) = \left(\frac{p_i}{p_j}\right)a_{ij}^* \tag{191}$$

donde los precios p_i y p_j son valuados en el mercado doméstico. Por eso, considerando los respectivos aranceles, podemos estimar los coeficientes técnicos en términos de los precios internacionales (p_i^* y p_j^*) teniendo en cuenta que:

$$p_i = p_i^*(1+t_i) \qquad \text{y} \qquad p_j = p_j^*(1+t_j) \tag{192}$$

entonces, los coeficientes técnicos de libre comercio a precios internacionales son:

$$a_{ij}^{lc} \equiv \left(\frac{p_i^*}{p_j^*}\right)a_{ij}^* = \left(\frac{p_i^*}{p_j^*}\right)\left(\frac{Q_{ij}}{Q_j}\right) = \left[\frac{p_i(1+t_j)}{p_j(1+t_i)}\right]\left(\frac{Q_{ij}}{Q_j}\right) = \left(\frac{1+t_j}{1+t_i}\right)a_{ij} \tag{193}$$

Una corrección similar se debe hacer con los insumos importados, ya que en la matriz de coeficientes técnicos respectiva, también está expresada en términos de los precios domésticos.[23] Como el valor de las importaciones se estima a precios básicos, es decir que se excluyen todos los impuestos (inclusive los derechos a las importaciones), los coeficientes de insumo-producto importados se corrigen únicamente como:

$$m_{ij}^{lc} = m_{ij}(1+t_j) \tag{194}$$

por lo tanto: $a_{ij}^{Tlc} = a_{ij}^{lc} + m_{ij}^{lc}$.

Estudiando la ecuación (189) podemos sacar numerosas conclusiones (Corden, W. M. (1971):

(i) El valor agregado es un indicador apropiado, para evaluar los impactos de las políticas arancelarias, desde el lado de la oferta;

(ii) La estructura arancelaria, tiene elementos que actúan como subsidios o como impuestos. La ecuación (188) muestra que los aranceles sobre los bienes finales operan como subsidio, mientras que aquellos que se imponen sobre los insumos, reducen la protección y pueden actuar como impuestos.

(iii) La tasa de protección efectiva, depende del juego entre los aranceles al producto final y sus insumos, así como de la participación de los insumos importados en los costos de producción.

[23] Téngase en cuenta que la información que proveen muchos países no discrimina entre consumo intermedio de insumos nacionales e importados.

(iv) La protección efectiva puede ser positiva o negativa, con lo cual, una actividad puede quedar en una situación de protección deficiente, como consecuencia de la aplicación de una protección arancelaria.

En el cálculo realizado, se han considerado solamente los aranceles a la importación. Sin embargo, la tasa de protección efectiva puede verse afectada por otros impuestos y subsidios sobre la producción o el consumo doméstico, en sí por otros elementos intervinientes en los costos. Por esta razón, y para obtener un cálculo más preciso, la expresión matemática debería redefinirse.[24]

Suponiendo que hemos calculado las tasas de protección arancelaria efectivas de los productos transables, el siguiente paso sería ordenar los productos de acuerdo a la magnitud de las mismas. Así como los patrones de consumo tienden a desplazarse, de la demanda de bienes finales con altos aranceles nominales a bajos, si se supone que las elasticidades de sustitución de los productos no son nulas, este ordenamiento nos indicará cómo la producción doméstica, tenderá a desplazarse de actividades de baja a alta protección arancelaria efectiva (Corden, W.M. (1971)).

El cálculo de la tasa de protección efectiva, brinda un marco de referencia adecuado para estudiar la estructura arancelaria de un país y nos permite analizar con detenimiento, aquellos productos cuyas exportaciones se busca promover. Por ejemplo, podría suceder que la estructura arancelaria no esté integrada sistemicamente, y que se vea afectada la demanda de algún insumo estratégico y, por ello, se establezca un sesgo anti-exportador sobre el producto en estudio, lo contrario que se buscaba realizar.

De acuerdo a Corden, W. M. (1971) se pueden considerar cuatro esquemas distintos que nos indiquen cuándo una industria está o no protegida en relación a los mercados internacionales. La primer aproximación, y la más ingenua, considera que una actividad está protegida, tan sólo si sus productos poseen un arancel a las importaciones ciertamente positivo. Esta aproximación puede ser relevante en términos de los efectos sobre el consumo, sin embargo y como hemos visto, nada nos indica sobre los efectos en la producción. La segunda opción, que hemos analizado en detalle, supone que una industria está protegida si la tasa de protección arancelaria efectiva es positiva. Si los precios de los bienes no transables y el tipo de cambio no se ven alterados, toda industria con una tasa efectiva positiva tenderá a concitar la atención de los inversores. El tercer esquema tiene en cuenta los efectos de las variaciones del tipo de cambio, sobre la estructura productiva y considera protegida, a toda industria que posee una tasa de protección efectiva y neta positiva ya que, por ejemplo, una apreciación del tipo de cambio, es equivalente a un subsidio a las importaciones ad valorem uniforme a los bienes no transables (algo así como un arancel negativo), y un impuesto a las exportaciones de los transables. El cuarto enfoque se basa en suponer que una actividad está protegida, si el resultado neto de la estructura arancelaria combinada con los ajustes del tipo de cambio, incrementan el valor agregado de la actividad. De aquí surge el concepto de protección total.

Las principales críticas a este enfoque Grennaway, D. & Milner, C. R. (2003), se concentran en dos cuestiones principales. En primer lugar, se afirma que el cálculo de la tasa de protección efectiva, da lugar a una medida de carácter general a partir de un esquema de equilibrio parcial (basado en funciones de producción de coeficientes fijos y separables). Por ello se recomienda que el empleo modelos de equilibrio general para mejorar las estimaciones puesto que, dado que se están comparando dos situaciones extremas (con y sin protección arancelaria), deberían considerarse los reacomodamientos, que tendrían que sucederse en función de la potencial sustitución que pueda tener lugar.

Las otras críticas se basan en afirmar que el cálculo de la tasa de protección efectiva elude, por su construcción, la presencia de insumos no transables (energía, transporte, servicios, etc.), lo

[24] Sin pérdida de generalidad, Milner, C. (2005) describe una manera de hacerlo cuando se está en presencia de otros costos de transacción.

cual afectaría el realismo de las estimaciones. Balassa, B. (1965) supone que el esquema arancelario no afecta los precios internos de los bienes no transables, ya que se asume que los insumos no transables tienen una tasa arancelaria nula. Esta es la forma más simple de considerar los bienes no transables, ya que la fórmula queda inalterada. Corden, W. M. (1971) supone una definición de valor agregado "extendida", en la que se incluye, tanto la remuneración de los factores productivos primarios (capital, trabajo, renta y despreciaciones) como el uso de los insumos no transables. En consecuencia, se debe incluir sólo sectores transables en el numerador de la tasa de protección efectiva y los no transables se incorporan al denominador, junto con el valor agregado, de manera tal que:

$$g_j \equiv \frac{t_j - \sum_{i=1}^{T} t_i a_{ij}}{v_j^{lc} + \sum_{i=T+1}^{NT} a_{ij}} \qquad (195)$$

Este concepto ampliado de valor agregado, basado las ideas de Corden, se sostiene en la premisa de que la oferta de productos no transables, tendría un efecto positivo y, por lo tanto, la protección efectiva de una actividad afecta a sus precios, de la misma forma que los rendimientos a los factores primarios.

Otra forma más directa de incorporar a los sectores no transables, es reconocer que los aranceles efectivamente afectan a sus precios, y por ello se debería estimar dicho efecto, el cual sería igual a un sobrecosto ΔC_j^{NT} que las tarifas sobre los transables ocasionan en los precios de los no transables y, estimado como:

$$\Delta C_j^{NT} = \sum_{i=1}^{T} t_i a_{ij} \qquad (196)$$

Luego se supone que estos sobrecostos representan "tasa nominales implícitas" ($t_j^{NT} \equiv \Delta C_j^{NT} \neq 0$), que se aplican a los insumo no transables en la fórmula original (189).

5.2 Dinámica en el modelo de insumo-producto

El modelo de insumo-producto básico es un modelo eminentemente estático. Por construcción, se supone que el comportamiento de los actores institucionales (hogares, sector productivo, resto del mundo, etc.), se realiza como si actuaran consumiendo con propensiones marginales fijas de cada producto, por otro lado, el ahorro es ignorado, la variación de las existencias forma parte de la demanda final y, por ello, no hay efectos de retroalimentación de éstas sobre el consumo intermedio, como formando parte de la renovación del *stock* de capital y más aún, la inversión, es decir la formación bruto del capital fijo (que incluye herramientas, construcciones y maquinarias), es también considerada como parte de la demanda final, siendo una variable puramente exógena.

En un esfuerzo por superar alguna de estas limitaciones, es posible plantear una versión dinámica del modelo de insumo-producto, que resulta una extensión natural del modelo estándar y que puede ser vista como una versión muy simplificada de un modelo de crecimiento endógeno (Blanc Díaz, M. & Carvajal, C., 2003). Sea la matriz K, cuyos coeficientes representan los inventarios y el stock de capital de los sectores, por unidad de producción de cada sector (coeficientes de capital fijos). Entonces, si consideremos al tiempo como continuo el modelo de insumo-producto "dinamizado" queda:

$$x(t) = Ax(t) + y(t) + K\dot{x}(t) \quad \Longrightarrow \quad (I - A)x(t) - K\dot{x}(t) = y(t) \qquad (197)$$

y en la versión de tiempo discreto:

$$x_t = Ax_t + y_t + K\Delta x_t \quad \Longrightarrow \quad (I - A - K)x_t + Kx_{t-1} = y_t \tag{198}$$

En este caso y es el vector de demanda final, excluyendo la formación bruta de capital fijo y la variación de las existencias. Los elementos k_{ij} representan el stock de productos del sector j, necesarios para tener una capacidad de producción unitaria del producto i, y, por ello, es una suerte de cociente entre un stock y un flujo.

Este planteamiento dinámico deriva del modelo estático, pero suponiendo que la inversión no puede ser exógena y debe ser explicada en el contexto del modelo dinámico. La construcción del mismo, se centra en la idea de que la incorporación de bienes de capital es, dada la tecnología utilizada, requerida para dar lugar a la expansión de la capacidad productiva, puesta de manifiesto en la expansión de la producción que demanda la malla productiva interdependiente.

Para resolver el modelo se supone que se conoce el flujo de la demanda final (neta de inversión): y_t y el nivel de producción inicial x_o, de manera tal de cerrar el modelo. Unos de los principales inconvenientes de este esquema es que no se puede asegurar, dada su estructura y las condiciones iniciales, que la solución del mismo, sea no negativa para todas sus incognitas (Kurz, H. & Salvadori, N., 2000).

Existen variantes del modelo dinamizado estándar. Autores como Johansen, L. (1978) y Aberg, M. & Persson, H. (1981) introdujeron un modelo dinámico de insumo-producto que establece la distinción entre capital fijo y capital circulante, y consideran períodos de gestación de la capacidad productiva. Si se busca incorporar en el modelo el ahorro de los hogares, se puede plantear el esquema extendido tomado de Madden, M. & Bazzazan, F. (2001), muy en la línea del modelo con consumo endógeno reflejado en la ecuación (25):

$$\begin{pmatrix} I - A & -\vec{\mathbf{\Gamma}} \\ -\vec{\mathbf{W}}' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_t \\ X_h \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K & h_s \\ h_r & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_t \\ \Delta X_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ y_h \end{pmatrix} \tag{199}$$

donde K es la matriz de coeficientes de capital intersectoriales, h_s la columna que representa el ratio ahorro por unidad de producto, h_r la rentabilidad por unidad de producto (que puede tomarse como nula), ΔX_t, el vector de crecimiento de la producción doméstica, ΔX_h, el escalar que representa la variación del ingreso de los hogares, y, la demanda final neta de importaciones y y_h, los ingresos exógenos de los hogares.

5.3 Estudio de la matriz energética a partir de cuadros de insumo-producto

5.3.1 Modelo de intensidad energética

Es posible usar matrices de insumo-producto para calcular intensidades energéticas. La intensidad energética de un sector económico, representa la cantidad de energía total (vía efectos directos e indirectos), necesaria para producir una unidad de producto de ese sector. El análisis permite determinar los requerimientos primarios totales de energía, para satisfacer la producción de la demanda final.

Uno de los supuestos que se hacen para determinar el valor del vector de intensidades energéticas $e \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ es que, para todos los sectores, los insumos (*inputs*) energéticos y el output se balancean, ya que la energía sale de un sector *incorporada* en la producción sectorial cuando ésta entró a través de los insumos intermedios y del uso energético primario $q \in \mathbb{R}^{n\times 1}$ (dado por los factores primarios que componen el valor agregado: salarios y excedentes de explotación). La ecuación de este balance es:

$$q' + e'H = e'x \tag{200}$$

donde q, con elementos q_i es la cantidad de energía usada por los factores que componen el valor agregado por actividad, e el vector de intensidades energéticas sectoriales, H la matriz de insumos intermedios con elementos X_{ij} y x el vector de valor bruto de la producción sectorial con elementos X_i.

Resulta plausible suponer que, para todos los sectores, los usos primarios de energía son proporcionales a la producción sectorial X_i, por lo tanto, $q = d'x$, con d el vector de intensidades energéticas directas, entonces:

$$d'x + e'Ax = e'x \Longrightarrow e' = d'(I - A)^{-1} \tag{201}$$

El producto entre el vector de intensidades energéticas por la demanda final, nos da el indicador de requerimientos finales de energía: $\varepsilon_{out} = e'y$, que es igual al uso total de energía de los sectores productivos: $\varepsilon_{in} = d'x$:

$$\varepsilon_{out} = e'y = [d'(I - A)^{-1}]y = d'[(I - A)^{-1}y] = d'x = \varepsilon_{in} \tag{202}$$

Esta expresión se basa en la suposición de que toda la energía que entra al sector productivo sale de él (incoporada), así, los usos primarios de la energía van a parar a la demanda final (que, al final de cuentas, se consume).

Hasta ahora se supuso que existía una sola fuente de energía. Si se busca estudiar la sustitución entre fuentes alternativas, es necesario diferenciarlas entre sí. Para ello usamos la matriz D que las discrimina por usos sectoriales directos, entonces la ecuación (201) queda:

$$Q' = D'x \Longrightarrow E' = D'(I - A)^{-1} \tag{203}$$

Para más detalles puede consultarse Wilting, H. o Peet, J. (1993).

5.3.2 Uso energético de los hogares

Como sabemos, en los cuadros de insumo-producto, el consumo de los hogares forma parte de la demanda final. Por lo tanto, multiplicando la intensidad energética de cada sector, por el consumo de los hogares respectivo y agregando todos los sectores, obtenemos los requerimientos energéticos de los hogares, es decir: $e'c$, donde c, el vector de consumo de elementos C_i. Lo mismo se puede hacer para cada uno de los componentes en que se distribuye la demanda final (inversión, consumo público, exportaciones, etc.)

5.3.3 Modelo de intensidad de emisiones de CO_2

La intensidad de emisiones de CO_2 de un sector económico, es la emisión total de CO_2 por unidad de producción de dicho sector. El cálculo de intensidades de emisión de CO_2 es muy similar a lo realizado en la sección anterior. Puesto que las emisiones ce CO_2 provienen fundamentalmente del uso de combustible fósil, existe una relación directa entre su uso energético y las emisiones de CO_2.

Las emisiones de CO_2 utilizadas para la producción de un sector económico, se componen de las emisiones directas de ese sector, más las emisiones indirectas del sector debido a la producción de bienes y servicios realizada por otros, pero requeridas por este sector. Entonces, sea k el vector de emisiones directas y m el vector de intensidades de emisión: $k' + m'H = m'x$. Igual que con las intensidades energéticas, se supone que las emisiones directas k de un sector son proporcionales a su producción total: $k' = g'x$, siendo g el vector de intensidades de emisión directas. La intensidad de emisión directa, es la emisión del sector por unidad de producción. Entonces, como antes, tenemos que:

$$m' = g'(1 - A)^{-1} \qquad (204)$$

Esta expresión es válida para otras sustancias contaminantes, como puede ser la contaminación en acuíferos (BOD y sólidos suspendidos) o en aire (SO_2, NO_2, CO, VOC o compuestos volátiles orgánicos, particulado suspendido, $PM-10$, etc.).

En el caso de emisiones de CO_2, el vector de emisiones directas se relaciona con el uso energético por fuente. Cada fuente tiene un coeficiente específico de emisiones, que cuantifica la cantidad de emisiones por unidad de energía de esa fuente. La relación está dada por: $g = Us$, donde U era la matriz de intensidades energéticas por fuente de energía, y s el vector de coeficientes de emisión directa. Entonces, si juntamos esto último con la ecuación (204), tenemos:

$$m' = s'U'(I - A)^{-1} \quad \text{y usando la ecuación (203)} \Longrightarrow \quad m' = s'E' \qquad (205)$$

donde E es la matriz de intensidades energéticas por fuente de energía.

5.4 Breve comentario sobre los modelos de insumo-producto *ambientales*

Uno de los primeros antecedentes en formular una extensión del modelo de insumo-producto, en temas de medio ambiente fue Cumberland, J. (1966). A partir de allí se han realizado numerosas contribuciones en esa dirección. Miller, R. & Blair, P. (1985) hacen una recopilación de dichos modelos y los categorizan según sean:

(i) Modelos de insumo-producto generalizados: basados en la incorporación de nuevas filas y columnas en la matriz, que reflejan la generación y los esfuerzos de reducción de la contaminación.

(ii) Modelos económico-ecológicos: que resultan ser una extensión de los modelos intersectoriales, en los que se incluyen sectores "ecológicos".

(iii) Modelos de insumos por sector: que expresan los factores del medio ambiente como "mercancías ambientales".

Isard en 1972[25] desarrolló una representación que extiende el modelo de insumo-producto, incorporando un "sector ecológico". En esencia, el esquema en el que se basa este modelo se resume en la siguiente tabla:

Cuadro 9
REPRESENTACIÓN DE INSUMO-PRODUCTO INCLUYENDO EL SECTOR ECOLÓGICO

	Actividades	Procesos ecológicos
Productos económicos	A_{xx}	A_{xe}
Productos ecológicos	A_{ex}	A_{ee}

El flujo de productos se determina a lo largo de las filas, discriminando entre aquellos que están o no vinculados, por su naturaleza, con el sistema ecológico. Las actividades se representan en las columnas y también se discriminan según el impacto con el medio ambiente; por ejemplo, la industria textil puede ser considerada una actividad puramente económica, mientras que las

25 Véase la recopilación que realiza Millar, R. & Blair, P. (1985).

destilerías e industrias de procesamiento de petróleo y la pesca, como actividades de base ecológica. El problema de este esquema, es que muy poca información se dispone del bloque A_{ee}. Además, se supone una relación lineal en las relaciones inter e intra económico-ecológicas y se considera, implícitamente, que los recursos ecológicos son estables e ilimitados.

Leontief presenta en los ’70, un modelo que integra su análisis tradicional de insumo-producto con el medio ambiente. Su esquema se resume, con dos sectores en la siguiente tabla:

Cuadro 10
REPRESENTACIÓN DE LEONTIEF INCLUYENDO EMISIONES CONTAMINANTES

	Sector 1	Sector 2	Reducción de la contaminación	Demanda final final	Producto bruto bruto
Sector 1	X_{11}	X_{12}	X_{1RC}	Y_1	X_1
Sector 2	X_{21}	X_{22}	X_{2RC}	Y_2	X_2
Producción (física) de contaminación	X_{1P}	X_{2P}	$-X_{RC}$	Y_C	X_C
Valor agregado	VAB_1	VAB_2	VAB_{RC}	VAB_Y	$\sum VAB$
Valor bruto de la producción	X_1	X_2	X_{RC}	Y	X

siendo la ecuación de balance:

$$X = X_1 + X_2 + \sum VAB = X_1 + X_2 + X_{RC} + Y \quad \Longrightarrow \quad Y = \sum VAB - X_{RC} \tag{206}$$

y no: $\sum VAB = Y$ como en el modelo de insumo-producto estándar.

Para no extender demasiado este breve resumen, cabe destacar que otros autores han planteado modelos ambientales, basados en el enfoque de insumo-producto, entre los más destacados se encuentra el modelo de Ayres y Kneese, el planteado por Victor en 1972 y los modelos de evaluación del ciclo del producto (life-cycle assessment models). Para disponer de una descripción de todos ellos puede consultarse: Gloria, T. (2000).

6.- Más allá del modelo de insumo-producto

6.1 La matriz de contabilidad social

Al incorporar otros contenidos de información económica, las matrices de contabilidad social ("SAM" del inglés) facilitan un marco de referencia superador del modelo de insumo-producto básico, permitiendo igualmente construir multiplicadores, desarrollar modelos macro y, principalmente, modelos de equilibrio general computable. Las SAM pueden ser pensadas tanto como una forma de organizar información, como todo un marco de referencia que describe el comportamiento de la economía y resultan ser la extensión natural del modelo de insumo-producto, pues completa su representación al establecer el flujo circular, entre el pago a los factores productivos, los ingresos de los actores institucionales y la consiguiente demanda de productos por parte de todos ellos.

La siguiente tabla presenta una SAM, adaptada de Robinson, S. (2003), expresada en términos macro:

Cuadro 11
REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE UNA MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL

	Actividades	Mercancías	Factores	Hogares	Gobierno	Ahorro-Inversión	Resto del mundo	Totales
Actividades		D					E	VBP (actividades)
Mercancías	H			C	G	$FBCF + \Delta Z$		Demanda total
Factores	VAB							Ingresos factoriales
Hogares			Y					Ingresos de los hogares
Gobierno	T_I			T_H				Ingresos del gobierno
Ahorro-Inversión				S_H	S_G		S_F	Ingresos de capital
Resto del mundo		M						Pagado al r. del mundo
Totales	VBP de las actividades	Oferta agregada	Gasto de factores	Gasto de los hogares	Gastos del Gobierno	Formación bruta del capital	Recibido del resto de mundo	

D: producción vendida domésticamente
E: Exportaciones
VAB: Valor de la producción a costo de factores
T_I: Impuestos indirectos
T_H: Impuestos directos sobre hogares
M: Importaciones
Y: Pago de factores a los hogares
H: Consumo intermedio (a precios de mercado)
C: consumo de los hogares
G: consumo del gobierno
$FBCF$: Formación bruta del capital fijo
Z: Variación de las existencias
S_H: Ahorro de los hogares
S_G: Ahorro del gobierno
S_F: Ahorro externo (saldo en cta. cte.)

y las ecuaciones de balance (entre filas y columnas):

$$VBP = H + VAB + T_I = D + E \tag{207}$$
$$D + M = H + C + G + FBCF + Z \quad \text{(absorción)} \tag{208}$$
$$PIB_{pm} + (M - E) = C + G + FBCF + Z, \quad \text{siendo:} \tag{209}$$
$$PIB_{pm} \equiv VAB + T_I \quad \text{(a precios de mercado)}$$
$$Y = VAB \equiv PIB_{cf} \quad \text{(a costo de factores)} \tag{210}$$
$$Y = C + T_H + S_H \tag{211}$$
$$T_I + T_H = G + S^G \tag{212}$$
$$FBCF + Z = S_H + S_G + S_F \tag{213}$$
$$M = E + S_F \tag{214}$$

Se observa que la SAM es una matriz de doble entrada, que representa cobros-pagos entre distintos sectores institucionales. Los pagos los realizan desde las columnas a las filas. Para cada sector, el balance entre la fila y la columna determina cada una de las ecuaciones de balance contable.[26] La SAM muestra el flujo circular que existe entre las actividades productivas y el pago a los factores a los agentes institucionales (hogares, gobierno y ahorro-inversión).

El “sector de las mercancías” puede entenderse como un sector que compra bienes domésticos e importados, los procesa y vende a otros actores en el mercado de productos (ecuación 207). El resto de mundo también, como un actor institucional, provee las importaciones, compra las exportaciones, y financia las diferencias a través del ahorro externo (ecuaciones 209, 213 y 214). Se incorporan también 3 balances macroeconómicos: los déficit del sector público (ecuación 212), la balanza comercial (ecuación 209) y el equilibrio en el mercado de fondos prestables (ecuación 213). La demanda de inversión queda expresada por el sector de origen y no su destino, por esa razón no se tiene información acerca de los cambios sectoriales del *stock* de capital ni su valuación.

Dado que las SAM siempre están balanceadas (es un sistema cerrado), la determinación de $n-1$ equilibrios macro determinan el n-ésimo, muy en la línea de la ley de Walras.

[26] Este balance implica que ningún sector tiene beneficios positivos a la vez que los agentes satisfacen sus restricciones presupuestarias.

La manera más simple de realizar modelos en el marco metodológico de las SAM, es expandir los bloques de la matriz para incluir la demanda de insumos para consumo intermedio, y desagregarla en más ramas de actividad, más mercancías, factores de producción y el sector de los hogares según franjas por ingreso y luego, suponer que cada actor institucional se comporta de acuerdo a coeficientes fijos. Por ejemplo, las actividades pueden demandar insumos según los coeficientes técnicos (al estilo de la matriz de insumo-producto), el sector de las mercancías o “commodities” intercambia productos domésticos e importados en proporciones fijas, y los hogares consumen y ahorran según niveles de participación del ingreso total fijos. Por otro lado, cabe destacar, que si se supone adicionalmente que los precios son fijos, el balance entre filas y columnas entre el mercado de factores y productos, representa un equilibrio tipo oferta-demanda tradicional.

Comparando con el modelo de insumo-producto de Leontief, destaquemos que en éste sólo los sectores de productos y actividades son endógenos, y todos los componentes de la demanda final (consumo público y privado, inversión, exportaciones, etc.) son exógenos. En las SAM, el sector público, el mercado de fondos prestables (ahorro-inversión) y el resto del mundo son también considerados como exógenos, sin embargo el sector de los hogares es endógeno.[27] Destaquemos que, como con las matrices de insumo-producto, en las SAM es posible calcular multiplicadores y encadenamientos (hacia atrás y adelante), y extender muchos de los estudios que se realizan con las primeras.

6.2 Modelos de equilibrio general computable

Un modelo de equilibrio general computable (CGE), consiste en una representación matemático-computacional que captura las principales interrelaciones entre los sectores y el comportamiento de los distintos agentes de una economía[28] y, por lo tanto, permite estudiar los efectos, tanto directos como indirectos, de un cambio exógeno de política económica o el impacto de un shock sobre el sistema económico. Por ello, los modelos de CGE pueden resultar ser una herramienta adecuada para identificar, por ejemplo, impactos distributivos entre sectores o agentes institucionales. Dos de los campos de mayor aplicación de los modelos de CGE han sido las finanzas públicas, por ejemplo en la evaluación de sistemas tributarios y en el comercio internacional, para la evaluación de políticas comerciales alternativas y la implementación de acuerdos de liberalización comercial, por ejemplo.

Además de los parámetros de comportamiento de los agentes económicos (formas funcionales de las funciones de producción y utilidad, y sus parámetros marginales), la información necesaria para construir un modelo de CGE, se basa en un caso base y el conjunto de las estimaciones de las elasticidades de oferta y demanda de los mercados interactuantes (estimadas econométricamente) . Es allí, donde hacen su aparición las SAM.

Como hemos visto, la particularidad de las SAM radica en la definición de un conjunto exhaustivo y mutuamente excluyente, de actores institucionales vinculados a la estructura productiva tanto por el lado del ingreso como por el lado del gasto. Las SAM, a diferencia de los sistemas de cuentas nacionales, que buscan describir los resultados finales de la economía, enfatizan las relaciones intermedias reales de un sistema económico, de manera tal que el crecimiento de las diferentes ramas de actividad económica, se traducen en ingresos para los distintos agentes institucionales (hogares,[29] gobierno, firmas y resto del mundo) en función de sus dotaciones factoriales y, a su vez, dada la circularidad de los flujos, el gasto en consumo se traduce en una demanda de bienes dirigida a los distintos sectores productivos de la economía.

[27] Y con mayor sofisticación que los modelos extendidos tipo II, véase sección 1.5.2
[28] Basado el supuesto usual de que son agentes optimizadores con información completa.
[29] Desagregados, cuando es posible, en diferentes grupos socioeconómicos según ingresos.

Por esta razón, las SAM se constituyen como la herramienta ideal, que permite presentar el escenario base en que se asienta la calibración de los modelos de CGE. Un modelo queda calibrado cuando en la solución inicial del mismo, los agentes interactúan y reproducen la información de la SAM. La solución inicial es aquella en la que las variables consideradas como exógenas, no han sido modificadas aún. Para calibrar el modelo, se infiere el valor de los parámetros de las ecuaciones de comportamiento, de manera tal de recrear el escenario base. Una vez calibrado el modelo, es posible replicar el escenario base y, a partir de allí, empezar a realizar experimentos contrafácticos y simulaciones, por medio de la modificación *ceteris paribus* de las variables consideradas como exógenas y relevantes para lo que se pretende estudiar.

La principal ventaja del uso de los modelos de CGE, es que nos permiten modelizar a la economía como un todo. Entre otras ventajas significativas se puede destacar que:

(i) Permiten obtener los "precios de equilibrio" de la economía en forma endógena, como resultado del libre juego entre oferta y demanda que se determinan a partir de la optimización de las funciones de comportamiento de los agentes económicos.

(ii) Incorporan la interacción de múltiples mercados de productos, mercancías y factores.

(iii) Pueden ser un verdadero laboratorio de simulaciones contrafácticas de situaciones contingentes (*shocks*) o alternativas de política económica.

(iv) Facilitan el análisis integrado de los vínculos de intercambio de la economía, ya sea de impacto directo o indirecto.

(v) Permiten estudiar efectos distributivos, eficiencia y cambios de la productividad generados por la implementación de medidas de política económica.

(vi) Bajo ciertas condiciones controladas, es posible incorporar ajustes de mercado en condiciones de competencia imperfecta, efectos no lineales o dinámicos y ecuaciones de comportamiento basados en información incompleta.

Debe, por cierto, destacarse que esta aproximación analítica no está exenta de numerosas limitaciones y muchas más críticas. Dado que los modelos de CGE se basan en (o son la base de) el enfoque neoclásico, gran parte de las críticas a esta perspectiva son atribuibles también a los modelos de CGE. Baste, como resumen, el siguiente listado de limitaciones y críticas a los modelos de CGE (O'Ryan, de Miguel y Miller, 2000):

(1) Requieren de un gran número de datos provenientes de numerosas fuentes estadísticas, cuyas frecuencias de actualización y calidades varían de manera sustancial.

(2) Dado que al calibrar el modelo respecto de un estado base, se obtienen los parámetros estructurales desde la propia arquitectura del modelo; la verosimilitud estadística de los resultados queda, a lo menos, cuestionada.

(3) Los modelos, al ser sumamente abstractos y lógicos, pero también, complejos y cerrados pueden "encandilar" y sesgar la interpretación del analista dando lugar a lo que se puede denominar como "sesgos de confirmación por el efecto caja negra", que tienen lugar cuando, se buscan e interpretan resultados que verifican hipótesis y teorías preexistentes en desmedro de aquellos que las refuten. Ello puede ocurrir cuando resulta complicado evaluar la representatividad del modelo y la bondad de ajuste en relación a la realidad que intenta explicar.

(4) Al basarse en supuestos como el de competencia perfecta,[30] agentes tomadores de precios e información completa y que optimizan funciones objetivo perfectamente definidas, precio único en cada mercado y totalmente flexible, divisibilidad absoluta de los bienes, mercados completos (presentes, futuros y contingentes), pueden surgir numerosos artefactos, que hagan discrepar los resultados del modelo de la situación que se intenta modelizar y, por lo tanto, de lugar a gruesos errores interpretativos.

(5) Según la arquitectura y sofisticación del modelo, no hay manera de asegurar la unicidad de los resultados, esto es, del equilibrio alcanzado luego de la variación contrafáctica.

(6) El supuesto equilibrio se genera en ausencia de transacciones descentralizadas y bilaterales, en virtud de la acción del rematador walrasiano, quien no hace más que representar (en forma ficticia) el mecanismo de resolución de las ecuaciones simultáneas del modelo.

(7) Se basan en una concepción individualista (individualismo metodológico), negando el peso de los aspectos institucionales de la organización económica.

(8) No suelen incorporar aspectos monetarios.

En una carta a Roy Harrod que data de 1938, John Maynard Keynes afirmó que "*la economía es una ciencia de pensar en términos de modelos, unida al arte de escoger los modelos que son idóneos para el mundo contemporáneo*". Pensando en los modelos de CGE, no he encontrado ninguna frase mejor para finalizar este ensayo.

30 Los precios se determinan en mercados donde actúa la ficción de rematador walrasiano.

Bibliografía

Aberg, M. & Persson, H (1981), *A note on a closed input-output model with finite life-times and gestation lags*, Journal of Economic Theory, Vol. 24.

Acevedo, J. (1979), *Conceptos básicos del esquema insumo-producto, en El Modelo de Insumo-Producto: Teoría y Aplicaciones*, Rodríguez, J. (ed.), Univeridad de Chile, diciembre.

Balassa, B. (1965), *Tariff Protection in Industrial Countries: An evaluation*, Journal of Political Economy, Vol. 73, No. 4.

Blanc Díaz, M. & Carvajal, C. (2003), *The foundations of dynamic input-output revisited: does dynamic input-output belong to growth theory?* , Departamento de Economía Aplicada, Universidad de Oviedo, España, mimeo.

Bacharach, M. (1970), *Biproportional Matrices & Input-Output Change, University of Cambridge Department of Applied Economics Monographs,*. Cambridge University Press.

Batey, P. (1985), *Input-output models for regional demographic-economic analysis: some structural comparisons*, Environment and Planning A, Vol. 17.

Batey, P. & Rose, A. (1990), *Extended input-out-put analysis: progress and potential*, International Regional Science Review, Vol. 13, No. 1 & 2.

Blackwell, J. (1997), *Disaggregation of household sector in regional input-output analysis: some models specifying previous residence of worker*, Regional Studies, Vol. 12, 367.

Bullard, C.W. & Sebald, A.V. (1977), *Effects of parametric uncertainty and technological change on input-output models*, Review of economics and statistics, Vol. 59.

Bullard, C.W. & Sebald, A.V. (1988), *Monte Carlo sensitivity analysis of input-output models*, Review of economics and statistics, Vol. 70.

Cataño, F. (2004), *La teoría neoclásica del equilibrio general: Apuntes críticos*, Cuadernos de Economía, Vol.23, No. 40.
(http://fce.unal.edu.co/cuadernos/40/07CATANO.pdf).

Cella, G. (1984), *The input-output measurement of interindustry linkages*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 46.

Chenery, H. B. & Watanabe, T. (1958), *Internacional comparison of the structure of production*, Econometrita, Vol. XXVI, No. 26.

Corden, W. M. (1971), *The Theory of Protection*, Clarendon Press, Oxford.

Cumberland, J. (1966), *A Regional Interindustry Model for Analysis of Development Objectives*. Papers and Proceedings, Regional Science Association, Vol. 17, 65-94.

Dietzenbacher, E., van der Linden, J. & Steenge, A. (1993), *The Regional Extraction Method: EC input-output comparisons*, Economic Systems Research, vol. 5.

Dietzenbacher, E. & van der Linden, J. (1997a), *Sectoral and spatial likages in the EC production structure*, Journal of Regional Science.

Dietzenbacher, E. (1997b), *In vindication of the Gosho model: a reinterpretation as a prize model*, Journal of Regional Science, Vol. 37, No. 4.

Dietzenbacher, E. & Los, B. (1998), *Structural decomposition techniques: sense and sensitivity*, Economic Systems Research, 10.

Dietzenbacher, E. & Los, B. (2000), *Structural Decomposition Analyses with Dependent Determinants*, Economic Systems Research, 12.

Dirven, M. (ed.) (2001), *Apertura económica y (des)encadenamientos productivos. Reflexiones sobre el complejo lácteo en América Latina*, Libros de la Cepal No. 61.

Domínguez Hidalgo, J. M. & Prado Valle, C. (1999), *Articulación interna de la economía Vasca en el período 1990-1995*, EUSTAT, (http://www.eustat.es/elem/ele0001200/inf0001240_c.pdf)

Fan, B. (2000), *Miscellaneous concepts of matrix algebra*, Documento en línea,
(http://www.cse.cuhk.edu.hk/~bfan/study.htm).

Fontela, E., Lopez, A. & Pulido, A. (2000), *Structural Comparison of Input-Output Tables*, *13th International Conference on Input-Output Techniques*, Macerata, Italy.

Frigolett Córdova, H. (2005), *Insumo-Producto en el contexto del modelo económico global del Sistema de Cuentas Nacionales 1993*, documento de trabajo, Centro de Proyecciones Económicas, División de Estadística y Proyecciones Económicas, CEPAL.

Girgis, M. (1986), *Growth Pattern and Structure of the Industrial Sector of Kuwait*, Kuwait Institute for Scientific Research, November.

Gloria, T. (2000), *An Approach to Dynamic Environmental Life-Cycle Assessment by Evaluating Structural Economic Sequences*, Disertación Doctoral, Tufts University, (http://www.life-cycle.org/Forward.htm)

Gosh, A. (1958), *Input-output approach in an allocation system*, Economica, Vol. 95, No. 97.

Guo, J. & Planting, M. (2000), *Using input-output analysis to measure U.S. economic structural change over a 24 year period, proceeding of the 13th International Conference on Input-Output Techniques*, Macerata, Italy, agosto del 2000.

Greenaway, D. & Milner, C. R. (2003), *Effective protection, policy appraisal and trade policy reform*, The World Economy, Vol. 26, 441-456, abril.

Harrigan, F., McGilvay, J. & McNicoll, I. (1980), *A Comparison of Regional and National Technical Structures*, Economic Journal Vol. 90.

Hirschman, A. O. (1961), *La estrategia del desarrollo económico*, Fondo de Cultura Económica, México.

Hildreth, C & Houck, J.P. (1968), *Some estimators for a linear model with random coefficients*, Journal of American Statistical Association, 63.

Iráizoz Apezteguí a, B. & Rapún Gárate, M. (1999), *El complejo agroalimentario de Navarra. Análisis a partir de tablas input-output de 1995* Revista de Estudios Regionales No. 55.

Jackson, R.W., Hewings, G. & Sonis, M. (1989), *Decomposition Approaches to the Identification of Change in Regional Economies*, Econ. Geogr., Vol. 65.

Johansen, L. (1978), *On the theory of dynamic input-output models with different time profiles of capital construction and finite life-time of capital equipment*, Journal of Economic Theory, Vol. 19.

Kubo, Y., Robinson, S. & Syrquin, M. (1986), *The methodology of multisector comparison analysis, en Chenery, H., Robinson, S. y Syrquin, M. Industrialization and Growth: A comparative study*, Oxford University Press.

Kubo, Y., De Melo, J., Robinson, S. & Syrquin, M. (1986), *Interdependence and Industrial Structure, en Chenery, H., Robinson, S. y Syrquin, M. Industrialization and Growth: A comparative study*, Oxford University Press.

Kurz, H. & Salvadori, N. (2000), *The Dynamic Leontief Model and the Theory of Endogenous Growth*, Economic Systems Research, Vol. 12, 2, 255-265.

Laumas, P.S. (1976), *The Weighting Problem in Testing the Linkage Hypothesis: Comment*, Quarterly Journal of Economics, May 90(2).

Lahr, M.L. y Mesnard, L. de (2004), *Biproportional techniques in input-output analysis: table updating and structural analysis, Economic Systems Research*, volume 16, número 2, junio.

Lopes, J. C., Dias, J. & Ferreira do Amaral, J.(2002), *Efficiency, external dependency and structural change: The Portuguese Case, Proceedings of the 14th International Conference on Input-Output Techniques*, octubre 2002, Montreal, Canada, reprint.

Madden, M. & Bazzazan, F. (2001), *Dynamic extende input-output models, University of Liverpool, mimeo*.

Leon, P. y Marconi, S. (1999), *La Contabilidad Nacional: Teoría y métodos Edicones Abya Yala*, Ecuador.

de Mesnard, L. (1997), *A biproportional filter to compare technical and allocatin coeficient variations*, Journal of Regional Science, Vol. 37, No. 4.

Miller, R. & Blair, P. (1985), *Input-output analysis: foundations and extensions*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Milner, C. (2005), *Protection by Tariff Barriers and International Transaction Costs*, Scottish Journal of Political Economy, Vol. 52, No. 1, Febrero 2005.

Miyasawa, K. (1976), *Input-output analysis and the structure of income distribution*, Springer, Berlin.

Morillas, A. (1983), *Indicadores topológicos de las características estructurales de una tabla de input-output*, Investigaciones Económicas, No. 20, Enero-Abril.

Naciones Unidas (2000), *Manual sobre la compilación y el análisis de los cuadros de insumo-producto*, Estudios de métodos Serie F No. 74, División de Estadística, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, Naciones Unidas.

Nazara, S., Gou, D, Hewings, J. & Chokri, D. (2003), *PyIO: A PYTHON module for input-output analysis, Regional Ecnomics Applications Laboratory*, University of Illinois at Urbana-Champaign, REAL 03-T-23, mimeo, (http://www2.uiuc.edu/unit/real/d-paper/03-t-23.pdf).

Nordhaus, W. & Shoven, J. (1977), *A technique for analysing and decomposing inflation*, en Potkin, J. (ed.): Analysis of inflation: 1965-1974, Ballinger Press.

Oosterhaven, J. (1989), *The supply-driven input-output model: a new interpretation but still implausible*, Journal of Regional Science, Vol. 29, No. 3, 459-465.

Raúl O'Ryan, Carlos J. de Miguel, Sebastián Miller (2000), *Ensayo sobre equilibrio general computable: Teoría y aplicaciones*, Documentos de Trabajo 73, Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.

Pamukcu, T. & de Boer, P. (2001), *A Strutural Decomposition Analysis of Imports of Turkey (1968 - 1990)*, Free University of Brussels, mimeo, (http://policy.rutgers.edu/cupr/iioa/PamuckuTurkeyDecomposition.pdf).

Peet, J. (1993), *Input-output methods of energy analysis*, International Journal of Global Energy Issues, Special Issue on Energy Analysis, Vol. 5, No. 1, 10-18.

Rasmussen, P. N.(1963), *Relaciones intersectoriales*, Editorial Aguilar, Madrid.

Robinson, S., Cattaneo, A. & El-Said, M. (2000), *Updating and Estimating a Social Accounting Matrix using Cross Entropy Methods*, IFPRI, Discussion Paper, No. 58.

Robinson, S. (2003), *Macro models and multipliers: Leontief, Stone, Keynes, and CGE models*, International Food Policy Research Institute (IFPRI), mimeo.

Rose, A. & Allison, T. (1989), *On the plausibility of the supply-driven input-output model: empirical evidence on joint stability*, Journal of Regional Science, Vol. 29, No. 3, 451-458.

Rose, A. and Casler, S. (1996), *Input-output structural decomposition analysis: a critical appraisal*, Economic Systems Research, 8.

Schintke, J. & Stäglin, R. (1988), *Important input coefficients in markets transactions tables and production flow tables*, en Ciaschini, M. (Ed.): *Input-Output Analysis: Current Developments*, Chapman & Hall, Nueva York.

Sonis, M., Hewings, G. & Guo (1997), *Input-output multiplier product matrix*, Discussion Paper, Regional Economics Applications Laboratory, University of Illinois.

Sonis, M. (1980), *Locational Pull-Push Analysis of Migration Stream*, Geogr. Analysis, Vol. 12, 80-97.

Soofi, A. (1992), *Industry Linkages, Indices of Variation and Structure of Production: An International Comparison*, Economic Systems Research, Taylor and Francis Journals, vol. 4(4), 349-75.

Stone, R. et al (1963), *Input-Output Relationships*, Number 3 in A Programme for Growth. University of Cambridge Department of Applied Economics, Chapman and Hall, London.

Streit, M.E. (1969), *Spatial Asociations and Economic Linkages between industries*, Journal of Regional Science, Vol. 9, No. 2.

Syrquin, M. (1976), *Patterns of Structural Change en el Handbook of Development Economics*, Chenery, H. & Srinivasan, T. N. (eds.), Volumen 1, Elsevier Science Publishers, North Holland.

Venegas, J. (1994), *Una matriz insumo-producto inversa de la economía chilena 1986*. Serie Estudios Económicos No. 38, Banco Central de Chile,

(http://www.bcentral.cl/esp/estpub/estudios/serieee/pdf/serieestudios38.pdf).

Viet, V. (1980), *Sensitivity analysis in input-output: theory and application*, Ph.D. thesis, New York University.

Vossenaar, R. (1977), *El análisis de efectos de políticas redistributivas en base a un modelo de insumo-producto con estratificación tecnológica. Un estudio de caso aplicado a México*, Cuadernos de Economía, Vol. 41, año 14, Abril, Universidad Católica de Chile.

Wilting, H. (1996), *An energy perspective on economic activities*, Ph.D. Thesis, University of Groningen, Groningen.

Apéndice

Inversión de una matriz en bloques

Sea la matriz particionada en bloques:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \tag{216}$$

donde: $A \in \mathbb{R}^{(n+m)\times(n+m)}$, $A_{11} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $A_{12} \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $A_{21} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ y $A_{22} \in \mathbb{R}^{m\times m}$, $n, m \in N$

Siguiendo a Fan, B. (2000) la matriz inversa A^{-1} es:

$$\begin{aligned}
A^{-1} &= \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \quad \text{con:} && (217)\\
B_{11} &= A_{11}^{-1} + A_{11}^{-1}A_{12}\Big(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}\Big)^{-1}A_{21}A_{11}^{-1} && (218)\\
B_{12} &= -A_{11}^{-1}A_{12}\Big(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1} && (219)\\
B_{21} &= -\Big(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}\Big)^{-1}A_{21}A_{11}^{-1} && (220)\\
B_{22} &= \Big(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}\Big)^{-1} && (221)
\end{aligned}$$

podemos reducir la expresión usando $B_{22} = \Big(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}\Big)^{-1}$ y por lo tanto:

$$\begin{aligned}
B_{11} &= A_{11}^{-1} + A_{11}^{-1}A_{12}B_{22}A_{21}A_{11}^{-1} && (222)\\
B_{12} &= -A_{11}^{-1}A_{12}B_{22} && (223)\\
B_{21} &= -B_{22}A_{21}A_{11}^{-1} && (224)
\end{aligned}$$

NACIONES UNIDAS

CEPAL

Serie
estudios estadísticos y prospectivos

Números publicados

1. Hacia un sistema integrado de encuestas de hogares en los países de América Latina, Juan Carlos Feres y Fernando Medina (LC/L.1476-P), N° de venta: S.01.II.G.7, (US$ 10.00), enero, 2001. www
2. Ingresos y gastos de consumo de los hogares en el marco del SCN y en encuestas a hogares, Heber Camelo (LC/L.1477-P), N° de venta: S.01.II.G.8, (US$ 10.00), enero, 2001. www
3. Propuesta de un cuestionario para captar los ingresos corrientes de los hogares en el marco del SCN 1993, Jorge Carvajal (LC/L.1478-P), N° de venta: S.01.II.G.9, (US$ 10.00), enero, 2001. www
4. Enfoques para la medición de la pobreza. Breve revisión de la literatura, Juan Carlos Feres y Xavier Mancero (LC/L.1479-P), N° de venta: S.01.II.G.10, (US$ 10.00), enero, 2001. www
5. Proyecciones latinoamericanas 2000-2001, Alfredo Calcagno, Sandra Manuelito y Gunilla Ryd (LC/L.1480-P), N° de venta: S.01.II.G.11, (US$ 10.00), enero, 2001. www
6. La vulnerabilidad social y sus desafíos, una mirada desde América Latina, Roberto Pizarro (LC/L. 1490-P), N° de venta: S.01.II.G.30, (US$ 10.00), febrero, 2001. www
7. El método de las necesidades básicas insatisfechas (NBI) y sus aplicaciones en América Latina, Juan Carlos Feres y Xavier Mancero (LC/L. 1491-P), N° de venta: S.01.II.G.31 (US$ 10.00), febrero, 2001. www
8. Escalas de equivalencia: reseña de conceptos y métodos, Xavier Mancero (LC/L.1492-P), N de venta: S.01.II.G.32, (US$ 10.00), marzo, 2001. www
9. Consideraciones sobre el índice de Gini para medir la concentración del ingreso, Fernando Medina (LC/L.1493-P), N° de venta: S.01.II.G.33, (US$ 10.00), marzo, 2001. www
10. Los desafíos del Mercosur ante la devaluación de la moneda brasileña, Arturo O'Connell (LC/L.1498-P), N° de venta: S.01.II.G.40, (US$ 10.00), febrero, 2001. www
11. La medición del desarrollo humano: elementos de un debate, Xavier Mancero (LC/L.1548-P), N° de venta: S.01.II.G.61, (US$ 10.00), marzo, 2001. www
12. Países industrializados: resumen de las proyecciones 2000-2001, Gunilla Ryd (LC/L.1519-P), N° de venta S.01.II.G.62, (US$ 10.00), marzo, 2001. www
13. Perspectivas de América Latina en el nuevo contexto internacional 2001, Centro de Proyecciones Económicas (CPE), (LC/L.-P), N° de venta S.01.II.G., (US$ 10.00), mayo, 2001. www
14. La pobreza en Chile en el año 2000, Juan Carlos Feres (LC/L.1551-P), N° de venta S.01.II.G.92, (US$ 10.00), mayo, 2001. www
15. La convertibilidad argentina: ¿un antecedente relevante para la dolarización de Ecuador?, Alfredo Calcagno y Sandra Manuelito (LC/L.1559-P), N° de venta S.01.II.G.104., (US$ 10.00), junio, 2001. www
16. Proyecciones latinoamericanas 2001-2002, Alfredo Calcagno, Sandra Manuelito y Gunilla Ryd (LC/L.1688-P), N° de venta: S.02.II.G.3, (US$ 10.00), enero, 2002. www
17. Países industrializados: resumen de las proyecciones 2001-2002, Gunilla Ryd (LC/L.1702-P), N° de venta S.02.II.G.13, (US$ 10.00), febrero, 2002. www
18. Países industrializados: un análisis comparativo de las proyecciones 2002-2003, Gunilla Ryd (LC/L.1868-P), N° de venta S.03.II.G.39, (US$ 10.00), marzo, 2003. www
19. Proyecciones de América Latina y el Caribe, 2003, Centro de Proyecciones Económicas (CPE), (LC/L.1886-P), N° de venta S.03.II.G.52, (US$ 10.00), abril, 2003. www
20. Reseña de programas sociales para la superación de la pobreza, Marcia Pardo (LC/L.1906-P), N° de venta S.03.II.G.64, (US$ 10.00), mayo, 2003. www

21. Registros Administrativos, calidad de los datos y credibilidad pública: presentación y debate de los temas sustantivos de la segunda reunión de la Conferencia Estadística de las Américas de la CEPAL, Graciela Echegoyen (comp), (LC/L.2007-P), N° de venta S.03.II.G.168, (US$ 10.00), noviembre, 2003. www

22. Apertura y cambio estructural de la economía brasileña, Alejandro Vargas, (LC/L.2024-P), N° de venta S.03.II.G.188, (US$ 10.00), noviembre, 2003. www

23. Tendencias y extrapolación del crecimiento en América Latina y el Caribe, Hubert Escaith, (LC/L.2031-P), N° de venta S.03.II.G.193, (US$ 10.00), noviembre, 2003. www

24. El desarrollo económico de América Latina entre dos épocas de globalización-una agenda de investigación, Albert Carreras, André A. Hofman, Xavier Tafunell y César Yánez, (LC/L.2033-P), N° de venta S.03.II.G.197, (US$ 10.00), noviembre, 2003. www

25. Potential output in Latin America: a standard approach for the 1950-2002 period, André A. Hofman, Heriberto Tapia, (LC/L.-2042P), N° de venta S.03.II.G.205, (US$ 10.00), noviembre, 2003. www

26. Estados Unidos: ¿Una nueva economía, o más de lo mismo?, Gunilla Ryd (LC/L.2043-P), N° de venta S.03.II.G.202, (US$ 10.00), diciembre, 2003. www

27. Proyecciones de América Latina y el Caribe, 2004, Centro de Proyecciones Económicas (CPE), (LC/L.2144-P), N° de venta S.04.II.G.72, (US$ 10.00), mayo, 2004. www

28. Un enfoque contable y estructural al crecimiento y la acumulación en Brasil y México, (1983-2000), (LC/L.2188-P), N° de venta S.04.II.G.116, (US$ 10.00), septiembre, 2004. www

29. Crecimiento económico, creación y erosión de empleo: un análisis intersectorial, Gabriel Gutiérrez (LC/L.2199-P), N° de venta S.04.II.G.125, (US$ 10.00), octubre, 2004. www

30. Cuentas ambientales: conceptos, metodologías y avances en los países de América Latina y el Caribe, Farid Isa, Marcelo Ortúzar y Rayén Quiroga, (LC/L.2229-P), N° de venta: S.04.II.G.151, (US$ 10.00), enero, 2005. www

31. Metodología de proyecciones económicas para América Latina, Centro de Proyecciones Económicas (CPE), (LC/L.2296-P), N° de venta S.05.II.G.44, (US$ 10.00), abril, 2005. www

32. América Latina y el Caribe: proyecciones 2005, Centro de Proyecciones Económicas (CPE), (LC/L.2297-P), N° de venta S.05.II.G.45, (US$ 10.00), abril, 2005. www

33. El acuerdo de libre comercio Mercosur-CAN: una evaluación cuantitativa, Daniel Berrettoni y Martín Cicowiez (LC/L.2310-P), N de venta S.05.II.G.59, (US$ 10.00), abril, 2005. www

34. Indicadores sociales en América Latina y el Caribe, Simone Cecchini, (LC/L.2383-P), N° de venta S.05.II.G.127, (US$ 10.00), septiembre, 2005. www

35. Propuesta metodológica para el desarrollo y la elaboración de estadísticas ambientales en países de América Latina y el Caribe, Dharmo Rojas, (LC/L.2398-P), N° de venta S.05.II.G.143, (US$ 10.00), septiembre, 2005. www

36. Demanda de exportaciones e importaciones de bienes y servicios para Argentina y Chile, Claudio Aravena, (LC/L.2434-P), N° de venta S.05.II.G.180, (US$ 10.00), noviembre, 2005. www

37. Tópicos sobre el Modelo de Insumo-Producto: teoría y aplicaciones, Andrés Ricardo Schuschny, (LC/L.2444-P), N° de venta S.05.II.G.191, (US$ 10.00), diciembre, 2005. www

---

- El lector interesado en adquirir números anteriores de esta serie puede solicitarlos dirigiendo su correspondencia a la Unidad de Distribución, CEPAL, Casilla 179-D, Santiago, Chile, Fax (56-2) 210 2069, correo electrónico: publications@eclac.cl.

www Disponible también en Internet: http://www.cepal.org/ o http://www.eclac.org

Nombre:..

Actividad:...

Dirección:...

Código postal, ciudad, país:...

Tel.: ....Fax: ....E.mail:...................................