

INT-1520

Distr.
INTERNA
LC/IN. 65
17 de enero de 1989
ORIGINAL: ESPAÑOL

C E P A L

Comisión Económica para América Latina y el Caribe



AHORRO E INVERSION BAJO RESTRICCIÓN EXTERNA Y FISCAL.
EL CASO DE CHILE 1982-87

*/ Este trabajo fue preparado por Nicolás Eyzaguirre, Experto del Proyecto Conjunto PNUD/CEPAL RLA/87/003, Módulo II "Financiamiento del Desarrollo". Las opiniones expresadas en este documento, el cual no ha sido sometido a revisión editorial, pueden no coincidir con las de las instituciones mencionadas. El autor agradece la colaboración de la Consultora del Proyecto Sra. Raquel Szalachman y la asesoría computacional de los señores Carlos Conca, Patricio Poblete y Jorge Olivos, del Centro de Computación y Departamento de Ciencias de la Computación, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.

89-1-83

4

4

4

4

	<u>Página</u>
INTRODUCCION	1
I. EL MODELO	9
A. El sector público	10
B. El sector privado	14
C. El sector externo	15
D. Los cierres del modelo	17
1. Ambas restricciones no dominantes (caso I)	17
2. Restricción fiscal dominante y holgura externa (caso II)	18
3. Restricción externa dominante y holgura fiscal (caso III)	20
4. Restricción fiscal y externa dominantes (caso IV)	23
5. Los determinantes del ahorro	25
II. RESULTADOS	26
A. Supuestos básicos sobre variables y parámetros	28
B. El impacto de la tasa de interés	31
C. El impacto de las variables de política fiscal sobre el nivel de ahorro interno e inversión	33
1. El consumo del gobierno	33
2. El impacto de los impuestos	36
3. El déficit de las empresas públicas	38
D. El impacto del sector externo	38
1. Incremento de la demanda externa	38
2. La política cambiaria	39

3. El flujo neto de capitales y la tasa de interés	42
E. Conclusiones	43
III. AHORRO E INVERSION EN CHILE EN LOS AÑOS OCHENTA	46
A. La política cambiaria	49
B. La política fiscal	52
C. La mejoría de los términos del intercambio	54
Bibliografía	57
APENDICE	59

AHORRO E INVERSION BAJO RESTRICCIÓN EXTERNA Y FISCAL.
EL CASO DE CHILE 1982-87

INTRODUCCION

La magnitud del impacto adverso sobre la economía latinoamericana producida por la crisis de la deuda externa, alcanza ya proporciones alarmantes. El producto interno bruto por habitante decreció en más de dos puntos porcentuales entre 1982 y 1988; dadas las tendencias prevalecientes, todo indica que hacia fines de la década el habitante promedio de la región latinoamericana no estará mejor que en los inicios de la misma.

Adicionalmente, existe evidencia que permite sostener que el problema se ha tendido a agravar. El peso de la deuda externa se ha mantenido inalterado, a pesar del esfuerzo realizado en materia de cancelación de intereses y amortizaciones. En efecto, el coeficiente Deuda Externa/Producto Interno Bruto —para América Latina en su conjunto— alcanzó a 55% en 1988, habiendo promediado 56 puntos en el período 1982-87 (ver, CEPAL, Panorama Económico de América Latina 1988).

Por su parte, la tasa de inversión —que compromete el crecimiento futuro— se ha continuado deteriorando en la mayoría de los países. El cuadro 1 presenta la evolución de la tasa de inversión para una muestra de países; como puede observarse, el coeficiente de inversión es generalizadamente inferior al prevaleciente antes de la crisis, pero es también menor —con la excepción del caso de Chile y Brasil— en el trienio 85-87 respecto del trienio inmediatamente posterior a 1982.

CUADRO 1

COEFICIENTE INVERSION INTERNA BRUTA TOTAL/PRODUCTO INTERNO BRUTO

(Ambos en US\$ constantes de 1980)

País	Periodos a/		
	1975-81	1982-84	1985-87
ARGENTINA	21.1	14.1	11.5
BRASIL	23.3	16.1	16.9
CHILE	16.2	10.4	13.7
ECUADOR	25.0	19.0	16.8
MEXICO	24.3	18.6	16.7
PERU	24.6	22.6	19.7

Fuente: CEPAL, División de Estadísticas y Análisis Cuantitativo, Sección de Cuentas Nacionales.

a/ Se tomó el promedio aritmético simple para los años señalados.

Finalmente, la tasa de inflación ha vuelto a repuntar alcanzando niveles record. En efecto, para la región en su conjunto, la inflación ha venido subiendo sostenidamente desde 1986, alcanzando en 1988 un máximo histórico de cerca de quinientos puntos porcentuales. Este desequilibrio es consecuencia, en parte, de los agudos problemas fiscales que enfrentan la mayoría de los países latinoamericanos.

En este contexto, es fundamental discernir el esquema de políticas que pudiera contribuir a revertir la situación, esto es, a recuperar los niveles de producción e inversión. Para ello es necesario investigar las relaciones que se establecen entre, por una parte, el peso de la deuda externa y, por la otra, los problemas fiscales e inflacionarios y la caída en la tasa de inversión.

La interrupción del flujo de capitales hacia la región y el alza en la tasa de interés internacional produjo, a partir de 1982, un vuelco en la transferencia neta de recursos desde el exterior (entrada neta de capitales - pagos de interés). En efecto, dicha transferencia que había promediado 2.6 puntos del producto en el período 73-81, alcanzó a casi 4 puntos negativos en el período 82-87. Dado que el coeficiente de inversión es aproximadamente equivalente al coeficiente de ahorro más el cociente de transferencia neta de recursos, el vuelco de más de seis puntos en este último concepto significó un duro golpe al financiamiento de la inversión.

La recuperación del coeficiente de inversión supone mejorar la transferencia neta de recursos y/o aumentar el coeficiente de ahorro interno. El primer nivel, la transferencia neta de recursos, es el derivado de las renegociaciones de la deuda externa y, aunque fundamental, no es objeto del presente estudio. El segundo nivel, el coeficiente de ahorro interno, es el tema que ahora nos preocupa.

CUADRO 2

COEFICIENTE AHORRO INTERNO BRUTO TOTAL/PRODUCTO INTERNO BRUTO

(Ambos en US\$ constantes de 1980)

País	Periodos a/		
	1975-81	1982-84	1985-87
ARGENTINA	23.2	22.5	20.5
BRASIL	19.4	20.1	21.6
CHILE	14.4	16.6	24.9
ECUADOR	27.4	25.7	27.9
MEXICO	24.3	28.0	27.2
PERU	24.5	25.5	22.0

Fuente: CEPAL, División de Estadísticas y Análisis Cuantitativos, Sección de Cuentas Nacionales.

a/ Se consideró el promedio aritmético simple para los años señalados.

El cuadro 2 presenta evidencia, para la misma muestra de países, sobre la evolución del coeficiente de ahorro interno. Su sola observación permite una conclusión inmediata: en la mayoría de los países --nuevamente Chile presenta una evolución distinta-- el coeficiente de ahorro interno permanece prácticamente estancado en relación a la pre-crisis. Así, el vuelco en la transferencia de recursos externa se ha traducido íntegramente en un castigo del coeficiente de

inversión. Nadie podría afirmar que ha existido falta de austeridad en la post-crisis; las caídas de salarios reales, los índices de desempleo, el deterioro del apoyo estatal a los grupos más pobres son, entre otros, indicadores elocuentes del ajuste efectuado. El punto es que el esfuerzo de austeridad no se ha traducido en un aumento del ahorro; es decir, la crisis ha significado una caída en paralelo del producto y del consumo por habitante, afectando adversamente el nivel de vida pero sin lograr elevar el coeficiente de ahorro.

La pregunta es entonces como lograr moderar el consumo y elevar el producto, empujando hacia arriba el ahorro, en lugar de bajar producto y consumo, estancando así el ahorro y castigando la inversión (dado el vuelco en la transferencia de recursos). En la búsqueda de una política expansiva de promoción del ahorro, es fundamental introducir la diferencia entre el ahorro ex-ante y el ahorro ex-post. Si para absorber el vuelco en la transferencia de recursos, sin afectar la inversión, intentamos moderar el consumo, expandiremos el ahorro ex-ante; sin embargo, si paralelamente la inversión se ve afectada negativamente, la caída del gasto afectará al producto y con ello al ahorro. Ex-post, el consumo será menor, el producto será menor y el ahorro no habrá aumentado; es decir, austeridad inútil. Si por el contrario, la moderación inicial en el consumo se ve acompañada de una mantención de la inversión, el producto no cae en la proporción anterior y el ahorro, ex-post, sube. Puesto de otro modo, para entender el comportamiento del ahorro en la absorción de la crisis externa, es menester buscar la interrelación entre dicha crisis y los determinantes de la inversión.

En este trabajo destacamos dos canales fundamentales adicionales de interrelación entre la crisis de financiamiento externo y las posibilidades de inversión. El vuelco de la transferencia de recursos afecta el comportamiento de la inversión no sólo a través de una merma en el ahorro disponible (ahorro interno más transferencia de recursos) sino, también, a través del impacto que ejerce sobre la balanza de pagos y sobre el presupuesto fiscal.

El impacto de la crisis externa sobre la balanza de pagos es directo. La disminución del flujo externo neto de capitales y el aumento de los intereses devengados por la deuda implican una caída de la disponibilidad de divisas. La mayor escasez de divisas restringe la capacidad de importación, tanto de bienes de consumo final como de los insumos intermedios necesarios para la producción y bienes de capital necesarios para la inversión. La moderación del consumo interno, en función de absorber el vuelco en la transferencia de recursos, libera parcialmente el uso de divisas; sin embargo, dado que la producción interna no es íntegramente transable en el exterior, parte de la caída original del consumo (aumento del ahorro ex-ante) se traduce en caída de la producción y no en ahorro/generación de divisas. Así, el problema del equilibrio del balance de pagos se torna más restrictivo que el del aumento, ex-ante, del ahorro. Por lo mismo, la autoridad económica se ve obligada a aplicar políticas restrictivas que provocan disminuciones de la producción y de la inversión y terminan por reducir el ahorro, ex-post.

Por su parte, el efecto de la crisis de financiamiento externo sobre el presupuesto público fue también adverso. En primer lugar, el corte del flujo de capitales limitó la capacidad de endeudamiento del sector público en el exterior y el alza del interés internacional aumentó el peso del servicio de la deuda pública externa. En segundo lugar, en muchos países de la región los gobiernos avalaron una fracción de la deuda privada con el exterior; a veces la correspondiente deuda interna del sector privado con el sector público se licuó y en otros casos el estado subsidió a los deudores privados y al sistema financiero doméstico para evitar un colapso de este último. Todo lo anterior presionó las finanzas públicas. En tercer lugar, el ajuste recesivo deterioró los ingresos fiscales, tanto por el menor nivel de actividad interna, y la consiguiente disminuida recaudación tributaria, como por la caída de las importaciones y su secuela sobre la recaudación proveniente del comercio exterior. Por último, el esfuerzo de ajuste de las cuentas externas obligó a efectuar devaluaciones reales de la moneda nacional, provocando, en aquellos países donde el sector público es deficitario en moneda extranjera, un aumento del déficit en términos reales.

Inicialmente los gobiernos intentaron evitar que el deterioro de la posición fiscal se tradujera en menor consumo e inversión del gobierno. Para ello recurrieron al endeudamiento interno y a la emisión; saturado el endeudamiento interno y enfrentados a una escalada inflacionaria, los gobiernos se han visto obligados a reducir sus gastos corrientes y de inversión (ver cuadro 3). La reducción de la inversión fiscal arrastra hacia abajo la inversión privada, limitando el ahorro, ex-post.

CUADRO 3

COEFICIENTE INVERSION BRUTO FIJO PUBLICO/PRODUCTO INTERNO BRUTO

(Ambos en US\$ de 1980)

País	Periodos a/		
	1975-81	1982-84	1985-87
ARGENTINA	n.d. c/	n.d.	n.d.
BRASIL	n.d.	n.d.	n.d.
CHILE b/	n.d.	n.d.	n.d.
ECUADOR	6.2	4.9	5.0
MEXICO	9.6	7.6	5.8
PERU	5.6	6.4	4.3

Fuente: CEPAL, División de Estadística y Análisis Cuantitativo, Sección de Cuentas Nacionales.

a/ Se tomó el promedio aritmético simple para los años señalados.

b/ En el caso de Chile no se publican cifras oficiales de inversión pública. En la sección III se presentan estimaciones extraoficiales.

c/ Cifras oficiales no disponibles.

En síntesis, la crisis de la deuda externa ha implicado restricciones directas e indirectas a la capacidad de invertir. Políticas de austeridad en el consumo (fomento del ahorro ex-ante), serán ineficientes y recesivas en la medida en que no se actúe sobre los determinantes de la

inversión que también son afectados por la crisis, i.e. el proceso de generación de divisas y el presupuesto fiscal para inversión pública.

En este trabajo se construye un modelo macroeconómico que permite poner de manifiesto las interrelaciones anteriores. El modelo busca demostrar que la formación de ahorro ex-post, o ahorro efectivamente materializado, difiere según si la balanza de pagos y el presupuesto fiscal actúen o no como variables restrictivas. La presencia de dos posibles brechas, externa y fiscal, abre cuatro posibles situaciones, según si cada una, ambas o ninguna ejerza una presión restrictiva. En cada caso son identificadas las políticas adecuadas de fomento del ahorro interno.

El trabajo está organizado en tres secciones, adicionales a la presente introducción. La primera sección presenta el modelo y la segunda expone los resultados. Finalmente, en la tercera sección, se analiza la formación de ahorro en Chile durante esta década, a la luz de la metodología anterior.

I. EL MODELO

La absorción de la crisis de la deuda externa por parte de las economías latinoamericanas ha obligado a implementar políticas económicas que han alejado a dichas economías del pleno empleo. La existencia de desempleo y de capacidad instalada ociosa sugiere la adopción de un marco analítico

keynesiano, en cuanto a modelar la determinación del producto por el lado de la demanda efectiva.

Así, suponemos que la economía produce un bien genérico en cantidad "Y" que es ofrecido a un precio "p"; el producto efectivo es determinado por la cantidad demandada de dicho producto al precio p, $D(p) = Y$.

El producto doméstico es ofrecido en el mercado interno y en el mercado externo. En este último mercado, el bien nacional enfrenta una demanda negativamente inclinada $\frac{1}{p}$ al precio relativo entre dicho bien doméstico y un bien genérico producido en el exterior al precio p^* . Como ambos precios p y p^* están denominados en distintas monedas, siendo e el número de unidades de moneda nacional por unidad de moneda extranjera, el precio relativo entre ellos es ep^* / p , que denominaremos tipo de cambio real (TR).

Por simplicidad, determinamos $p^*=1$ como numerario del modelo, con lo que $TR=e/p$. A continuación describimos las ecuaciones que regulan los distintos componentes de la demanda efectiva.

A. El sector público

El consumo del gobierno es considerado exógeno o, más exactamente, uno de los instrumentos de la política fiscal.

$\frac{1}{p}$ Dado que la oferta del producto doméstico es infinitamente elástica, si la demanda externa por el mismo también lo fuera, el nivel del producto quedaría indeterminado.

Así,

$$(1) \text{CG} = \overline{\text{CG}}$$

donde CG representa el consumo del gobierno en unidades del bien doméstico.

Los ingresos tributarios provienen, por una parte, de impuestos directos al ingreso de los residentes y, por otra, de impuestos indirectos que gravan tanto al bien nacional como a las importaciones del bien extranjero

$$(2) T = t Y + B TR M$$

donde t es la tasa tributaria media (directa e indirecta) por unidad producida del bien nacional y B representa la tasa combinada de aranceles promedio e impuestos indirectos pagados por las importaciones (M). Estas últimas están medidas en unidades del bien extranjero.

$$(3) \text{YDG} = T - \text{DEPMN} - \text{TR DEPME} - r \text{BGP} - \text{TR } r^* \text{BGX}$$

Denominamos Ingreso Disponible del Gobierno (YDG), a la diferencia entre la recaudación tributaria y un conjunto de partidas financieras que detallamos a continuación: El déficit de las empresas públicas en moneda nacional y moneda extranjera está representado por DEPMN y DEPME,

respectivamente $2/$ (si existiere superávit se altera el signo que precede a la partida). Los bonos emitidos por el gobierno y colocados entre los residentes (BGP) devengan un cierto interés nominal; asumiendo que el público al menos mantiene el stock real de dichos bonos constante, el servicio de la deuda interna del gobierno está dada por $r \text{ BGP}$, donde r es la tasa de interés real. Por último BGX representa títulos de deuda pública emitidos en moneda extranjera al tipo de interés internacional r_i .

El ingreso disponible del gobierno (YDG) equivale al volumen de gasto del gobierno financiable sin recurrir a un aumento del stock de deuda pública interna real, de la base monetaria o del endeudamiento externo del sector público.

Introducimos ahora el concepto de restricción fiscal. Hablamos de restricción fiscal dominante si el gobierno no puede colocar más deuda interna real $3/$, si es inadmisibile o imposible aumentar la recaudación del impuesto inflación y si su capacidad de aumentar el endeudamiento externo está determinada exógenamente. $4/$

$2/$ En la formulación se asume implícitamente que las empresas públicas no emiten sus propios títulos de deuda.

$3/$ Hemos adoptado un supuesto extremo para hacer más simple el modelo. Es posible pensar que, en un rango, el gobierno puede colocar más deuda interna si ofrece un mayor interés; sin embargo, es probable que ese rango sea estrecho si el público percibe que el gobierno no será capaz de servir su deuda en el futuro. En este último caso el gobierno estaría imposibilitado de financiar su déficit con emisión de deuda interna.

$4/$ Lo que representa la situación efectiva a partir de la crisis de 1982.

El déficit del sector público está dado por:

$$(4) \text{ DSP} = \text{DBGP} + \text{DBGX} + \pi m$$

donde DBGP es el aumento del stock real de deuda interna pública.

DBGX es el aumento del endeudamiento externo del sector público en unidades de moneda extranjera.^{5/}

π es la tasa de inflación.

m es el stock real de dinero.

πm es la recaudación real del impuesto inflación.

Así, la restricción fiscal dominante equivale a $\text{DBGP}=0$, $\text{DBGX}=F$ y $\pi m=k$, donde F es el flujo neto exógeno de capitales desde el exterior y k es una constante.

Finalmente la inversión del gobierno está dada por:

$$5) \text{ IG} = \overline{\text{IG}} = \text{YDG} - \text{CG} + \text{DSP} \text{ si la restricción fiscal no es dominante (RFND).}$$

Nótese que si el gobierno puede financiar DSP, la inversión pública es una variable de política ($\overline{\text{IG}}$) determinada en función de consideraciones de mediano plazo; en este caso la variable de ajuste es DSP. Por el contrario, si la restricción fiscal es dominante (RFD) la variable DSP está fija y la inversión del gobierno es la variable que se

^{5/} Nótese que, dado $p^* = 1$, unidades de moneda extranjera es equivalente a unidades del bien foráneo.

ajusta:

$$(6) \text{ IG} = \text{YDG} - \text{CG} + k + \text{TR F} \quad \text{si} \quad \text{RFD}$$

B. El sector privado

El consumo del sector privado, medido en unidades del bien doméstico, está dado por:

$$(7) \text{ CP} = C_0 + C_1 (\text{Y} - t \text{Y} + r \text{BGP} - \text{TR BPX} r^* - \pi m) - C_2 \text{TR} \\ - C_3 r$$

donde BPX representa el endeudamiento externo del sector privado en unidades de moneda extranjera.

El término entre paréntesis aproxima el ingreso disponible del sector privado. El tipo de cambio real aparece influyendo negativamente al consumo privado; ello porque se supone implícitamente que el tipo de cambio real se correlaciona inversamente con el salario real y que la propensión a consumir de los trabajadores es más alta que la de los capitalistas. Finalmente, la tasa de interés real se postula como una variable que afecta negativamente el consumo del sector privado, al actuar como precio relativo entre el consumo presente y el consumo futuro.^{6/}

^{6/} Al respecto cabe hacer dos comentarios. En primer lugar, se podría haber modelado el consumo en función de la riqueza, aproximando este último concepto por (Ingreso Disponible / r). La imposibilidad práctica

Por su parte la inversión realizada por el sector privado se explica en función del producto, de la inversión realizada por el gobierno y de la tasa de interés real.

$$(8) IP = I_0 + I_1 Y + I_2 IG - I_3 r$$

Está implícito en la formulación el carácter complementario de la inversión pública y privada; así, una mayor inversión pública (por ejemplo en actividad de infraestructura) mejora la rentabilidad de proyectos privados y empuja hacia arriba la inversión privada. Por su parte la tasa de interés real aproxima el costo del capital.

C. El sector externo

Las ecuaciones que describen el intercambio con el exterior corresponden al comportamiento de las importaciones, las exportaciones y el movimiento de reservas internacionales.

$$(9) M = M_0 + M_1 Y + M_2 (IP + IG) - M_3 (1+B) TR$$

El número de unidades demandada del bien extranjero, por parte de los residentes, se asume positivamente correlacionada con el producto y

de prestar y pedir prestado sin restricciones de tiempo y cantidad a la tasa r , hace recomendable modelar el ingreso y la tasa de interés como argumentos separados. En segundo lugar, puede notarse que, todo lo demás constante, el ahorro privado se relaciona directamente con la tasa de interés. sin embargo, como comprobaremos más adelante, a nivel del equilibrio general la correlación entre ahorro y tipo de interés puede ser inversa.

con la inversión total. Por otra parte, una alza de precio relativo entre el bien extranjero y el bien nacional que enfrentan los consumidores $((1+B) TR)$, desincentivará la demanda del bien importado.

$$(10) \quad X = X_0 + X_1 TR$$

El número de unidades del bien nacional vendidas al extranjero (X) viene determinada por la demanda externa del producto doméstico. Dicha demanda es tanto mayor cuanto más barato sea el bien nacional respecto al bien extranjero, es decir, cuanto mayor el tipo de cambio real. Por construcción, en este modelo una mejoría de los términos del intercambio^{7/} se aproxima por un alza de X_0 , para un tipo de cambio real dado.

$$(11) \quad \Delta R = F - r^* (BGX + BPX) + (X/TR) - M$$

Finalmente el saldo del balance de pagos, en unidades de moneda extranjera, viene dado por la diferencia entre la transferencia neta de recursos desde el exterior $(F - r^* (BGX + BPX))$ y el saldo del balance comercial $((X/TR) - M)$.

^{7/} Más exactamente un desplazamiento positivo de la demanda extranjera por el bien nacional.

D. Los cierres del modelo

La existencia de dos posibles regímenes fiscales --restricción fiscal dominante y no dominante-- y dos posibles situaciones en el intercambio con el exterior --restricción externa dominante y no dominante-- configuran cuatro cierres posibles del modelo.

1. Ambas restricciones no dominantes (caso I)

En este caso la economía en cuestión tiene un sector público financieramente solvente, con capacidad de enfrentar sus gastos corrientes y de inversión, ya sea con sus ingresos corrientes o mediante la colocación de deuda pública. A su vez su posición externa es sólida y el financiamiento del balance de pagos no presenta problemas.

El modelo se cierra con la ecuación de determinación del producto por el lado de la demanda efectiva.

$$(12) \quad Y = CP + CG + IP + IG + X - TR M$$

Dado lo anterior, las ecuaciones (3), (4), (6) y (11) no están activas en esta solución, en el sentido de contribuir a la determinación de las variables endógenas. La tasa de interés doméstica está definida por la política monetaria, mientras la tasa tributaria, el consumo y la inversión del gobierno son resorte de la política fiscal. El tipo de cambio, por último, es también una variable de política.

Reduciendo básicamente el modelo, el caso I puede ser descrito por cuatro ecuaciones:

$$Y - IP - CP + TR M = CG + IG + X_0 + X_1 TR$$

$$I_1 Y - IP = -I_0 + I_3 r - I_2 IG$$

$$C_1 (1 - t)Y - CP = -C_0 + C_1 m + TR (C_1 r^* BFX + C_2) + r (C_3 - C_1 BGP)$$

$$M_1 Y + M_2 IP - M = -M_2 IG - M_0 + M_3 (1 + B)TR$$

En notación matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & TR \\ I_1 & -1 & 0 & 0 \\ C_1 (1 - t) & 0 & -1 & 0 \\ M_1 & M_2 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Y \\ IP \\ CP \\ M \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} CG + IG + X_0 + X_1 TR \\ -I_0 + I_3 r - I_2 IG \\ -C_0 + C_1 \pi m + TR(C_1 r^* BFX + C_2) + r (C_3 - C_1 BGP) \\ -M_2 IG - M_0 + M_3 (1 + B) TR \end{bmatrix}$$

2. Restricción fiscal dominante y holgura externa (caso II)

En este caso, el problema de transferencia interna de recursos desde el sector privado hacia el sector público, es decir, la incapacidad del

estado para financiar su plan de gastos corrientes y de inversión, es la variable crítica a nivel macroeconómico. Típicamente esta economía evidenciará problemas en el financiamiento del déficit público pero sus cuentas externas podrán tener alguna holgura.^{8/}

En esta situación, cambios en el financiamiento disponible del sector público (motivados por ejemplo, si $BGX > 0$, por un alza en el costo internacional del crédito o por una merma en el refinanciamiento de los intereses devengados) obligarán a un ajuste de los montos de inversión pública. Dado el carácter complementario de la inversión pública y la inversión privada, el ajuste de la primera afectará el monto de la segunda y, ex-post, al ahorro interno agregado de la economía.

El modelo que describe el caso II puede ser presentado a través de las cinco siguientes ecuaciones:

$$Y - IG - IP - CP + TR M = CG + X_0 + X_1 TR$$

$$t Y - IG + B TR M = DEPMN + CG - k + TR(DEPME + r^* BGX - F) + r BGP$$

$$I_1 Y + I_2 IG - IP = -I_0 + I_3 r$$

$$C_1 (1 - t)Y - CP = -C_0 + C_1 k + TR (C_1 r^* BPX + C_2) \\ + r (C_3 - C_1 BGP)$$

$$M_1 Y + M_2 IG + M_2 IP - M = -M_0 + M_3(1 + B)TR$$

^{8/} Este es claramente el caso del Brasil durante 1988.

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} 1 \\ t \\ I_1 \\ C_1 (1 - t) \\ M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & TR \\ -1 & 0 & 0 & BTR \\ I_2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ M_2 & M_2 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Y \\ IG \\ IP \\ CP \\ M \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} CG + X_0 + X_1 TR \\ DEPMN + CG - k + TR(DEPME + r^* BGX - F) + r BGP \\ -I_0 + I_3 r \\ -C_0 + C_1 k + TR(C_1 r^* BPX + C_2) + r (C_3 - C_1 BGP) \\ -M_0 + M_3 (1 + B) TR \end{bmatrix}$$

3. Restricción externa dominante y holgura fiscal (caso III)

Este caso simboliza el problema de una economía que enfrenta serios problemas para financiar su balance de pagos pero no sus cuentas fiscales. Aquí encontramos un problema de transferencia externa de recursos y no de transferencia interna. Es decir, el gobierno tiene el poder suficiente para financiar sus planes de consumo e inversión, ya sea directamente mediante la tributación o a través de la colocación de deuda interna (bonos o dinero); sin embargo, la economía en su conjunto enfrenta un desequilibrio de pagos internacionales y ni el sector público

ni el sector privado pueden colocar en el exterior el monto de bonos requerido para financiar dicho desequilibrio.

Operacionalizamos la brecha externa dominante a través de $\Delta R=0$. Podemos notar por el subsistema (9)-(11) que, dado un nivel de inversión, el nivel del producto viene determinado por el equilibrio externo o, más exactamente, que existe un nivel de producto doméstico máximo compatible con las cuentas externas. Cuando dicho nivel de producción es inferior a la de pleno empleo hablamos de brecha externa dominante.

Ahora bien, nada garantiza que el nivel de producto que satisface la ecuación (12) sea el mismo que el implícito en el subsistema (9)-(11). Este es un punto importante; si la demanda efectiva (ecuación (12)) determina un nivel de producción superior al compatible con la brecha externa, la economía empezará a perder reservas internacionales. La autoridad económica estará forzada a contraer entonces la demanda efectiva; para ello podrá disminuir los gastos públicos, modificar el tipo de cambio y/o regular la tasa de interés real vía política monetaria. Sin embargo, dado que el consumo e inversión del gobierno son típicamente variables insuficientemente flexibles y determinadas en función de consideraciones distintas a la de regular la demanda efectiva, asumiremos que el ajuste se da por política monetaria;^{9/} esto es, en condiciones de una brecha externa dominante, la política monetaria

^{9/} El ajuste también puede hacerse por política cambiaria. Sin embargo ello presenta al menos dos problemas: en primer lugar se requiere alterar el tipo de cambio real, lo que supone alterar el salario real (al menos en el corto plazo). En segundo lugar, el efecto del tipo de cambio real sobre la demanda es más impreciso (Krugman y Taylor (78)).

regulará el tipo de interés de modo tal de hacer compatible la demanda efectiva con la restricción externa.

En el caso III, dado que asumimos hogura fiscal, la ecuación (5) vuelve a reemplazar las ecuaciones (3) y (6), mientras se activa adicionalmente la ecuación (11). A diferencia de los casos anteriores, la tasa de interés pasa a ser una variable endógena. El caso puede ser descrito por medio de las siguientes cinco ecuaciones:

$$Y - IP - CP + TR M = OG + IG + X_0 + X_1 TR$$

$$I_1 Y - IP - I_3 r = -I_0 - I_2 IG$$

$$C_1 (1 - t)Y - CP - (C_3 - C_1 BGP) r = -C_0 + C_1 \pi m + TR (C_1 r^* BFX + C_2)$$

$$M_1 Y + M_2 IP - M = -M_2 IG - M_0 + M_3(1 + B)TR$$

$$TR M = TR (F - r^* (BGX + BFX)) + X_0 + X_1 TR$$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & TR & 0 \\ I_1 & -1 & 0 & 0 & -I_3 \\ C_1 (1 - t) & 0 & -1 & 0 & -(C_3 - C_1 BGP) \\ M_1 & M_2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & TR & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Y \\ IP \\ CP \\ M \\ r \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{c} CG + IG + X_0 + X_1 TR \\ -I_0 - I_2 IG \\ -C_0 + C_1 \pi m + TR(C_1 r^* BFX + C_2) \\ -M_2 IG - M_0 + M_3 (1+B) TR \\ TR (F - r^* (BGX + BFX)) + X_0 + X_1 TR \end{array} \right]$$

4. Restricción fiscal y externa dominantes (caso IV)

Por último presentamos la situación más compleja. La economía enfrenta problemas de financiamiento tanto a nivel del sector público como al nivel del balance de pagos; esta economía adolece de problemas de transferencia interna y externa. Como señalamos anteriormente, esta situación no es una especulación académica sino que, dado que shocks externos - como el de la crisis de 1982 - pueden comprometer ambos equilibrios, es el habitual problema de la política económica actual en muchos países de la región.

El modelo que sintetiza el caso IV vuelve a activar las ecuaciones (3) y (6) en lugar de la (5), la restricción externa (ecuación (11)) continúa operativa y, por lo mismo, el tipo de interés es una variable endógena. El caso puede ser descrito por las siguientes seis ecuaciones básicas:

$$Y - IG - IP - CP + TR M = CG + X_0 + X_1 TR$$

$$t Y - IG + B TR M - r BGP = DEPMN + CG - k + TR(DEPME + r^* BGX - F)$$

$$I_1 Y + I_2 IG - IP - I_3 r = -I_0$$

$$C_1 (1 - t)Y - CP - (C_3 - C_1 BGP) r = -C_0 + C_1 k + TR (C_1 r^* BFX + C_2)$$

$$M_1 Y + M_2 IG + M_2 IP - M = -M_0 + M_3(1 + B)TR$$

$$TR M = TR (F - r^* (BGX + BFX)) + X_0 + X_1 TR$$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & TR & 0 \\ t & -1 & 0 & 0 & B TR & -BGP \\ I_1 & I_2 & -1 & 0 & 0 & -I_3 \\ C_1 (1 - t) & 0 & 0 & -1 & 0 & -(C_3 - C_1 BGP) \\ M_1 & M_2 & M_2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & TR & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Y \\ IG \\ IP \\ CP \\ M \\ r \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} CG + X_0 + X_1 TR \\ DEPMN + CG - k + TR (DEPME + r^* BGX - F) \\ -I_0 \\ -C_0 + C_1 k + TR(C_1 r^* BFX + C_2) \\ -M_0 + M_3 (1+B) TR \\ TR (F - r^* (BGX + BFX)) + X_0 + X_1 TR \end{bmatrix}$$

E. Los determinantes del ahorro

Al haber desplegado el modelo en sus distintas fases, estamos en condiciones de hacer explícita la teoría subyacente sobre la determinación del ahorro interno de la economía. Cuando introducimos el modelo, hablamos de capacidad instalada ociosa y de determinación del producto por la vía de la demanda efectiva; esto equivale, en materia del proceso de ahorro-inversión, a introducir la fundamental distinción entre el ahorro ex-ante y el ahorro ex-post, esto es, a considerar el ahorro como una magnitud resultante derivada básicamente de los planes de inversión efectivamente materializados.

Por contabilidad nacional sabemos,

$$(13) \quad AI = Y - CG - CP$$

donde AI es el ahorro interno medido en unidades del bien nacional.

Usando (12) tenemos

$$(14) \quad AI = IP + IG + X - TR - M$$

y si la restricción externa es dominante.

$$(15) \quad AI = IP + IG - TR \{ F - r_i (BGX + BPX) \}$$

lo fundamental aquí es el sentido de la causalidad; esta es desde la inversión al ahorro y no viceversa. El nivel de inversión, tanto pública como privada, es una variable endógena cuyo valor es el resultado del conjunto de variables que opera en el modelo. Aún más, los determinantes de la inversión —y por extensión del ahorro— varían según si las restricciones fiscal y externa estén o no operativas. Esto último es el argumento central de este trabajo; esto es, que la determinación del ahorro agregado de la economía y, por tanto, las medidas de política para afectarlo, dependen de las restricciones macroeconómicas, fiscal y externa, que imperen en dicha economía. El análisis anterior adquiere validez toda vez que la crisis de la deuda externa ha generado, al nivel de las economías de la región, situaciones macro caracterizadas por elevado desempleo, elevados déficit fiscales —con las consiguientes consecuencias inflacionarias— y problemas de balanza de pagos. En una situación económica distinta, como por ejemplo abundancia de flujos de crédito voluntario y pleno empleo, gran parte del modelo anterior pierde relevancia.

II. RESULTADOS

Como veíamos en la sección anterior, la determinación del nivel de ahorro interno e inversión de la economía depende del régimen de brechas dominante. En esta sección nos proponemos averiguar el efecto de una gama de políticas y de shocks en variables exógenas sobre la función reducida de ahorro interno y de inversión total.

En particular nos interesa averiguar el efecto de algunas variables seleccionadas. En primer término investigaremos el impacto de la política monetaria vía cambios en la tasa de interés real.^{10/} Cabe destacar que ello sólo es posible cuando la restricción externa no es dominante, dado que, cuando lo es, la política monetaria es endógena.

Seguidamente analizaremos el impacto de un grupo de variables que corresponden al dominio de la política fiscal; las variables son:

- El consumo del gobierno
- La tasa de tributación (una modificación del grado de evasión tributaria es análoga para fines de este modelo).
- El déficit (superávit) de las empresas públicas, tanto en moneda nacional como en moneda extranjera.

Por último, analizaremos el efecto de cambios provenientes del sector externo de la economía. Las modificaciones del tipo de cambio real pertenecen a esta categoría.^{11/} También se consideran el efecto de alteraciones en los términos del intercambio (que se aproxima a través de modificaciones en X_0), en la tasa de interés internacional y en el flujo de capitales desde el exterior.

^{10/} Este efecto, aunque en el contexto de otro tipo de modelos, ha recibido bastante atención en la literatura. Estudios sobre el tema se encuentran en Fry (1980), Giovannini (1983), Blinder (1975) y Boskin (1978).

^{11/} El efecto de las devaluaciones reales sobre el producto ha sido un tópico bastante estudiado. Referencias clásicas sobre el tema, en el contexto de países en desarrollo, son Cooper (1971), Diamand (1978) y Krugman y Taylor (1978). El impacto de devaluaciones sobre el ahorro deriva, en parte, de los impactos sobre el producto.

Para establecer el impacto de las distintas políticas y shocks en variables exógenas, calculamos el gradiente del ahorro y la inversión respecto de los elementos de interés. ^{12/} Sin embargo, dada la estructura del modelo, los signos de los distintos elementos de los gradientes no pueden ser determinados a priori; para avanzar en la comprensión de los efectos es necesario hacer algunos supuestos sobre los datos básicos y elasticidades del modelo estructural.^{13/}

A. Supuestos básicos sobre variables y parámetros

Al hacer los supuestos descritos a continuación, se intentó mantener libres algunas variables —específicamente los niveles de deuda de los distintos agentes, el déficit de las empresas públicas y el flujo de capitales— para ganar generalidad en los resultados.^{14/} Las variables "libres" fueron seleccionadas precisamente para flexibilizar aquellos factores que son más esenciales en diferenciar distintas estructuras macroeconómicas i.e. los niveles de deuda interna y externa y la posición de flujo del sector público en moneda extranjera.

^{12/} La solución analítica de las variables endógenas en los cuatro casos descritos presentaba enormes dificultades de resolución algebraica. Los obstáculos pudieron ser salvados gracias a la aplicación del software "Maple", de reciente elaboración, que permite la manipulación de ecuaciones. Aún así, la estructura algebraica del gradiente del ahorro, en los cuatro casos, es suficientemente engorrosa como para sugerir su remisión al apéndice.

^{13/} Dado que no se cuenta, en esta etapa, con una estimación econométrica del modelo.

^{14/} Cabe destacar que, alternativamente, se pudo haber asignado valores a cada una de las variables y parámetros y haber simulado el modelo. Sin embargo, dicha alternativa no tiene más validez general que la de un ejemplo.

Los supuestos básicos son:

a) Coeficientes sobre el producto: exportaciones (0.25), importaciones (0.20), inversión pública (0.1), inversión privada (0.05), consumo del gobierno (0.2) y consumo privado (0.6).

b) Elasticidades: se supusieron unitarias todas las elasticidades producto (importaciones, inversión privada y consumo privado).

Las elasticidades precio de importaciones y exportaciones se asumieron ambas en 0.5 (con ello la condición de Marshall-Lerner está garantizada en el límite).

La elasticidad de la inversión y del consumo privados, respecto de la tasa de interés real, se asumieron en 0.5 y 0.05, respectivamente. El efecto del tipo de cambio real sobre el consumo privado, en términos de elasticidad, se fijó en 0.12.

c) Por último se supuso una tasa tributaria de 20%, impuestos a las importaciones de 30% y un impuesto inflación equivalente a tres puntos del producto.

Sobre la base de dichos datos se efectúan dos ejercicios:

El primero consiste en averiguar el signo de la influencia de los distintos determinantes del ahorro y la inversión, permitiendo a las

variables libres fluctuar en rangos razonables. Dichos rangos son (en puntos del PIB):^{15/}

BGX : entre 10 y 80
BPX : entre 0 y 40
BGP : entre 0 y 60
DEPMN : entre 0 y 6
DEPME : entre -10 y 0
F : entre 2 y 8

El recorrido de las distintas variables libres determina un intervalo para cada elemento de los gradientes del ahorro y la inversión. El efecto de cada variable será considerado positivo si el intervalo no toma valores negativos y viceversa; si el intervalo posible contiene valores negativos y positivos, la variable respectiva será considerada de efecto ambiguo.

El segundo ejercicio surge al escoger un valor dentro de cada intervalo para poder calcular las elasticidades del ahorro y la inversión respecto de cada uno de sus determinantes. Para ello se escogió, en cada caso, el valor medio de los intervalos mencionados más arriba.

^{15/} Los rangos surgen de los datos conocidos para países de la región. Por ejemplo, el coeficiente de deuda externa (promedio 82/87) fluctúa entre el 25%, en el caso de Colombia, y el 110% para Costa Rica, (fuente: CEPAL). En el caso de la deuda interna del gobierno, podemos citar el ejemplo de México; en 1986 el coeficiente respectivo alcanzaba a 62,8% aunque se proyectaba en 50.6 para 1987 (Fuente: Dirección General de Planeación Hacendaria).

B. El impacto de la tasa de interés

Antes de analizar el efecto de la tasa de interés real sobre el ahorro y la inversión, es bueno insistir en la forma que este modelo supone se determina dicha tasa. La autoridad monetaria, a través de operaciones de compra y venta de bonos del Banco Central que devengan un cierto interés real 16/, regula la tasa de interés de la economía. Cuando existe restricción externa, la tasa de interés se fija de modo tal de hacer compatible la demanda global con dicha restricción; es decir, si el Banco Central comienza a perder reservas internacionales "frena" la economía mediante un alza en la tasa de interés y viceversa.

Quando la restricción externa no es dominante la tasa de interés deja de ser una variable endógena y puede ser alterada libremente por la autoridad económica. Esto ocurre en el caso 1 --ambas restricciones no dominantes-- y en el caso 2, donde la economía enfrenta un problema fiscal.17/

16/ 0, alternativamente, a través de la tasa de redescuento.

17/ El déficit fiscal apremiante puede traducirse en una fuerte expansión del dinero vía crédito al sector público. Sin embargo, aun en estas condiciones la autoridad monetaria puede afectar la demanda agregada vía compra y venta de bonos del Banco Central, cambios en la tasa de redescuento o crédito al sector privado. Es decir, la presencia de restricción fiscal no implica la pérdida de control de la autoridad monetaria sobre la tasa de interés y la demanda agregada. Agradezco a Roberto Zahler una discusión sobre este tema, aunque los errores de comprensión del mismo que aún puedan subsistir son de exclusiva responsabilidad del autor.

El impacto de un alza de la tasa de interés sobre la inversión, dados los parámetros asumidos anteriormente, es negativo en el caso 1 (modelo sin restricciones). El impacto se hace aún más negativo en presencia de restricción fiscal (caso 2), puesto que al impacto directo del alza del tipo de interés sobre la inversión privada, se suma la reducción en la inversión pública producida por el aumento del peso del servicio de la deuda interna pública.

El efecto del alza del tipo de interés sobre el ahorro es también negativo en ambos casos, siendo mayor el impacto cuando existe restricción fiscal. El ahorro cae por cuanto la caída de la inversión produce una disminución mayor en el producto que en el consumo.

El cuadro 4 presenta las elasticidades obtenidas en cada caso. Cabe destacar que lo anterior sugiere que es posible aumentar el ahorro reduciendo la tasa de interés; la eficiencia de la medida dependerá del grado de holgura externa y de capacidad instalada ociosa.

Cuadro 4

ELASTICIDADES AHORRO INTERNO (S) E INVERSION (I)

Variable \ Regimen	Caso 1 (RFND-REND)	Caso 2 (RFD-REND)	Caso 3 (RFND-RED)	Caso 4 (RFD-RED)
Tasa de interés				
S	-0.13	-0.46	a/	a/
I	-0.36	-1.20	a/	a/

a/ En estos casos, la tasa de interés es endógena.

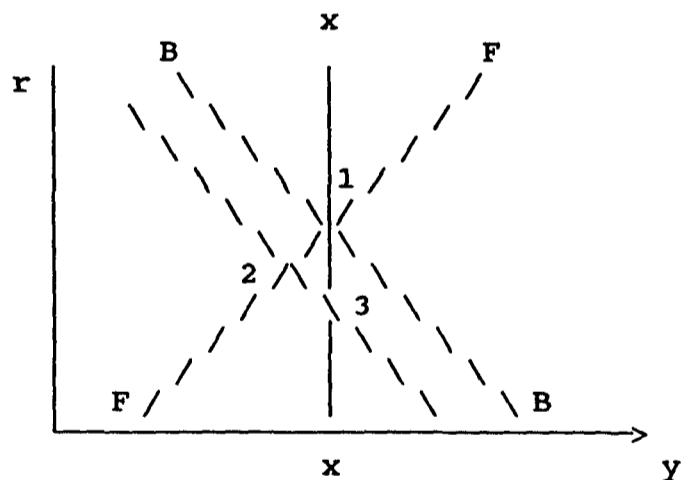
C. El impacto de las variables de política fiscal sobre el nivel de ahorro interno e inversión

1. El consumo del gobierno

El impacto del consumo del gobierno sobre el nivel de inversión de la economía es positivo en el modelo sin restricciones; la razón es el argumento keynesiano tradicional del efecto multiplicador de la política fiscal sobre el producto y el consiguiente aumento de la inversión frente a la expansión de la demanda. Sin embargo, en presencia de restricción externa (caso 3) se verifica el llamado "efecto desplazamiento", esto es, una sustitución parcial de gasto público por inversión. La mayor demanda efectiva producida por el aumento del consumo del gobierno deteriora la balanza de pagos al incentivar las importaciones; la autoridad económica se ve obligada a intervenir subiendo el tipo de interés lo que desincentiva la inversión privada. Si la economía presenta también problemas fiscales (caso 4), el efecto desplazamiento es aún mayor, por cuanto la expansión del consumo del gobierno se efectúa a expensas de una disminución en la inversión pública. Finalmente, cuando sólo hay restricción fiscal (caso 2) el impacto negativo del consumo del gobierno alcanza su máximo valor; la causa de lo anterior es que, dado que al haber restricción fiscal se produce una sustitución completa de consumo público por inversión pública y que el menor nivel de inversión pública desincentiva la inversión privada, en el agregado la demanda efectiva se contrae y el producto cae. Sin embargo en este caso sería posible evitar el componente recesivo mediante una reducción de la tasa de interés.

Lo anterior puede ser explicado en mejor forma con la ayuda de un diagrama. En el espacio (y,r) , el equilibrio del mercado de bienes (BB) tiene pendiente negativa; esto se debe al efecto negativo de un alza en la tasa de interés sobre el consumo privado y la inversión privada. El equilibrio externo (XX) es inelástico, por cuanto la balanza de pagos no se ve afectada directamente por la tasa de interés doméstica (en todo el modelo hemos asumido exógeno el flujo de capitales externos F). Finalmente el equilibrio fiscal (FF) tiene pendiente positiva por cuanto un alza del tipo de interés aumenta el peso del servicio de la deuda interna pública y una expansión del producto incrementa la recaudación tributaria.

El gráfico 1 presenta el impacto de una alza del consumo del gobierno en los casos 2 y 4.



Dado que al existir restricción fiscal la expansión del consumo del gobierno sustituye completamente inversión pública y repliega la inversión privada, el equilibrio BB se desplaza hacia abajo. En el

caso 2 la economía queda en el punto 2 y en el caso 4 en el punto 3; el nivel de inversión total es más alto en este último caso.

Por su parte, el efecto de una expansión del consumo del gobierno sobre el ahorro interno es también, en general, adverso. La argumentación es muy similar a lo señalado en el caso de la inversión; para los casos 3 y 4 el efecto sobre el ahorro es el mismo que sobre la inversión. Dado que el cambio en el consumo del gobierno no puede, en presencia de restricción externa, afectar la balanza comercial (cuyo saldo viene determinado por la transferencia neta de recursos desde el exterior) el ahorro y la inversión se mueven en paralelo 18/. En el caso 1, la economía sin restricciones, el incremento del consumo del gobierno promueve el ahorro interno en función del efecto multiplicador. Finalmente en el caso 2, el impacto negativo del consumo del gobierno sobre el ahorro interno es máximo, dado el efecto recesivo comentado anteriormente.

El cuadro 5 presenta el signo del efecto del consumo del gobierno sobre la inversión y el ahorro en los distintos casos, así como la estimación de las elasticidades envueltas.19/

18/ Por contabilidad nacional la inversión es igual al ahorro interno más el saldo de la balanza comercial.

19/ Cabe insistir que el valor de las elasticidades está influido por los supuestos efectuados sobre algunos de los parámetros del modelo estructural.

Cuadro 5

ELASTICIDADES AHORRO INTERNO (S) E INVERSION (I)

Variable	Régimen	Caso 1 (RFND-REND)	Caso 2 (RFD-REND)	Caso 3 (RFND-RED)	Caso 4 (RFD-RED)
Consumo del gobierno	S	-0.18	-0.94	-0.43	-0.51
	I	0.11	-1.84	-0.57	-0.67
Impuestos	S	0.09	0.46	0.24	0.35
	I	-0.05	1.51	0.32	0.47
Déficit de las empresas públicas moneda nacional	S	0	-0.19	0	*/
	I	0	-0.48	0	*/
Déficit de las empresas públicas moneda extranjera	S	0	-0.31	0	*/
	I	0	-0.80	0	*/

*/: El efecto es ambiguo.

2. El impacto de los impuestos

El efecto de una modificación de la tasa impositiva (y/o del grado de evasión tributaria) sobre la inversión y el ahorro, reconoce también importantes diferencias según cual sea el régimen de brechas dominante.

Un alza de la carga tributaria reducirá la inversión en el modelo sin restricciones. El aumento de impuestos reduce el ingreso disponible de las personas, el consumo privado y con ello el producto y la inversión. Sin embargo, si la brecha externa es dominante (caso 3), la reducción del consumo genera holgura externa permitiendo una reducción del tipo de interés y un aumento de la inversión. Si también existe restricción fiscal (caso 4), el efecto positivo sobre la inversión es aún mayor por cuanto el aumento de la recaudación fiscal posibilita expandir la inversión pública e incentivar la inversión privada. Si sólo hay restricción fiscal, el impacto es máximo; la causa es que la recuperación de la inversión pública y privada permite una expansión de la demanda agregada y del producto, lo que a su vez retroalimenta la inversión.

El comportamiento del ahorro frente a la tributación difiere ligeramente de lo observado en el caso de la inversión. En el modelo sin restricciones, y a diferencia de la inversión, el ahorro interno aumenta ante una expansión de la carga tributaria. Esto se debe a que el consumo se reduce más que el producto; la balanza comercial mejora ya que la inversión decrece y el ahorro interno sube, por lo que la economía mejorará su balance de pagos. En todos los otros casos el efecto de un alza en la tributación sobre el ahorro es positivo y el impacto es aún mayor; la elasticidad del ahorro respecto de los tributos es particularmente sensible a la estrechez del presupuesto fiscal (ver cuadro 5).

3. El déficit de las empresas públicas

Las variaciones en los resultados de las empresas del sector público influyen poco al ahorro y la inversión si el estado tiene holgura en la transferencia interna de recursos, es decir si tiene margen de endeudamiento u holgura fiscal. Sin embargo, cuando existe restricción fiscal, una mejoría en el balance de las empresas públicas permite recuperar la inversión pública y con ello la inversión privada y el ahorro (este último sube en el caso 2 por cuanto al recuperarse inicialmente la inversión pública, el producto crece más que el consumo).

Si existe también restricción externa (caso 4), el impacto sobre el ahorro y la inversión es ambiguo. La razón de dicha ambigüedad reside en que la expansión de la inversión pública, que permitiría la mejoría financiera de las empresas del estado, presiona la demanda agregada y la balanza de pagos. Al haber restricción externa, la autoridad económica se vería obligada a "frenar" mediante un alza en el tipo de interés.

D. El impacto del sector externo

1. Incremento de la demanda externa

El efecto de un incremento de la demanda externa por el producto doméstico (y/o mejoría de los términos del intercambio) es, en el contexto de este modelo, siempre positivo para la formación de ahorro y

el nivel de inversión; sin embargo, la magnitud del impacto crece cuanto más restringida esté la economía.

Veamos primero el efecto sobre la inversión. El crecimiento de las exportaciones produce una expansión del producto y la inversión en el modelo sin restricciones vía efecto multiplicador. En presencia de restricción fiscal, el incremento de las exportaciones y el producto expande la recaudación fiscal y con ello la inversión pública y privada. Por su parte, incrementa directamente el ingreso en divisas por lo que, cuando la restricción externa es dominante, hace posible una expansión financiada de la demanda interna.

El efecto sobre el ahorro interno es similar al de la inversión. En el modelo sin restricciones el producto crece más que el consumo por lo que el ahorro sube; también mejora la balanza comercial. En todos los otros casos el ahorro también se expande y la elasticidad alcanza su valor máximo en el caso 4. Los datos de elasticidades son presentados en el cuadro 6.

2. La política cambiaria

Las consecuencias de una devaluación real de la moneda sobre la formación de ahorro y nivel de inversión revisten, en general, un carácter ambiguo. Las devaluaciones tienen un conjunto de efectos, cuyo peso relativo varía según el régimen de brechas dominante. En primer lugar, una devaluación real fomenta las exportaciones al tiempo que inhibe la demanda por importaciones y encarece, en términos reales, cada

unidad del bien importado; el efecto neto de los cambios anteriores sobre la balanza comercial, en moneda extranjera, se estudia en las llamadas condiciones de Marshall-Lerner. En segundo lugar, la devaluación real impacta a los salarios reales y a la carga del servicio de la deuda externa privada; lo anterior redonda en un menor consumo privado.

Cuadro 6

ELASTICIDADES AHORRO INTERNO (S) E INVERSION (I)

Variable	Régimen	Caso 1 (RFND-REND)	Caso 2 (RFD-REND)	Caso 3 (RFND-RED)	Caso 4 (RFD-RED)
Demanda Externa	S	0.51	0.82	0.94	0.99
	I	0.07	0.83	1.25	1.33
Tipo de cambio real	S	0.44	0.43	*/	0.24
	I	*/	*/	*/	*/
Flujo externo de capitales	S	0	0.31	0.23	0.28
	I	0	0.80	0.65	0.70
Tasa de interés externa	S	0	-0.30	-0.69	-0.30
	I	0	-0.80	-0.90	-0.87

*/: El efecto es ambiguo.

Al escoger los parámetros, se asumió unitaria la suma de las elasticidades precio de exportaciones e importaciones; sin embargo, dado que el coeficiente de exportaciones es mayor que el coeficiente de importaciones, el impacto neto de la devaluación real sobre la balanza comercial es ligeramente positivo. Como la devaluación contrae el consumo privado, el impacto total sobre la demanda agregada --en el modelo sin restricciones-- es ambiguo. El impacto sobre el ahorro --también en el caso 1-- es positivo, por cuanto el consumo privado cae.

Al existir restricción fiscal se añade otro efecto; la devaluación afecta el presupuesto fiscal, favorable o desfavorable según el signo de la posición fiscal en moneda extranjera ($F - r^* BGX - DEPME$). Países con alta deuda externa fiscal (BGX) y bajos ingresos públicos directos en moneda extranjera (es decir $DEPME$ ligeramente negativos o cercanos a cero) se verán afectados desfavorablemente y viceversa. Por lo anterior, el impacto de la devaluación sobre el producto y la inversión continúa ambigua. El efecto sobre el ahorro es positivo, toda vez que cae el consumo privado.

En presencia de restricción externa, el producto crece si la devaluación relaja dicha restricción. Ello depende de la condición de Marshall-Lerner, que en este caso se asumió nula; el efecto sobre la inversión continúa, por lo tanto, ambiguo, al igual que en el caso 4.

En suma, la devaluación tenderá a favorecer la inversión cuanto mayor la elasticidad precio de importaciones y exportaciones y los ingresos del

estado en moneda extranjera, cuanto menor el endeudamiento privado en el exterior y cuanto más pareja la propensión a consumir de trabajadores y capitalistas. Estos dos últimos factores actúan del modo inverso sobre el ahorro.

3. El flujo neto de capitales y la tasa de interés

El efecto de estas dos variables --que en conjunto al stock de deuda interna determinan la transferencia neta de recursos desde el exterior (TNRE)-- es muy significativo si la economía está enfrentada a algún tipo de restricción. En efecto, un alza en el flujo neto de capitales y/o una reducción en el costo internacional del crédito --lo que equivale a un aumento de TNRE-- permite, al mismo tiempo, relajar la restricción externa y la restricción fiscal. El ahorro aumenta en todos los casos con restricción (2, 3 y 4) al igual que la inversión.

El aumento de TNRE permite recuperar la inversión fiscal y la inversión privada en los casos 2 y 4, y en el caso 3, donde sólo hay restricción externa, la holgura inicial de divisas permite una política económica más expansiva. Si ello se traduce en reducciones del tipo de interés, la inversión privada se recupera, tanto por la disminución del costo del crédito como por el incremento de la demanda interna.

Las elasticidades correspondientes son presentadas en el cuadro 6. Cabe destacar que, en el contexto de este modelo, el impacto de TNRE en la economía sin restricciones (caso 2) es nulo. Ello porque se supone

que la política económica regula los cambios en TNRE a través de su stock de reservas internacionales (y los eventuales efectos monetarios se esterilizan dado que r no cambia); eventualmente --como de hecho ocurrió en América Latina hacia fines de los años 70-- el efecto de un alza de TNRE en el caso 1 podría ser adversa para el ahorro, si dichos recursos adicionales financiaran planes de consumo privados o del gobierno. En tal situación, el financiamiento externo se torna sustitutivo del ahorro interno.

E. Conclusiones

Como lo señalamos anteriormente, el impacto de distintas variables de política económica y shocks externos cambia según el régimen de brechas dominante.

Un alza del consumo del gobierno y/o una reducción de la carga tributaria tienden a ser expansivos en una economía sin importantes restricciones presupuestarias, tanto fiscales como de balanza de pagos. Ambas políticas favorecen la inversión y sólo la segunda perjudica ligeramente el ahorro interno (ver elasticidades en el cuadro 2). Sin embargo, en presencia de restricción fiscal y/o externa, el consumo del gobierno desplaza a la inversión y perjudica la formación de ahorro, en tanto que la tributación lo favorece e incentiva a la inversión.^{20/} Si

^{20/} En este modelo la tributación es genérica. Obviamente un desglose de los impuestos permitiría conclusiones más precisas; no es dable suponer, por ejemplo, que la carga tributaria a las utilidades tenga el mismo impacto que la tributación indirecta.

existe restricción externa y, por tanto, el nivel de producto viene limitado por el equilibrio del balance de pagos, la austeridad fiscal permite recuperar inversión; si existe restricción fiscal la sustitución es indirecta.

El efecto de un alza en la tasa de interés tiende a ser negativo para la formación de ahorro y los gastos de inversión, aún en el caso en que, ex-ante, se produzca una reducción en el consumo. El impacto adverso de la tasa de interés real es mucho más fuerte cuando existe restricción fiscal.

En el caso de la política cambiaria, su efecto también depende del régimen de brechas. En ausencia de restricciones, fiscal y externa, el impacto de una devaluación dependerá de las elasticidades precio de exportaciones e importaciones, del nivel de deuda externa privada y del efecto de dicha devaluación sobre el salario real y de este último sobre el consumo privado. Sin embargo, al existir restricción fiscal la devaluación impactará también a la inversión pública, en un sentido que dependerá de la posición flujo del sector público en moneda extranjera. Este último efecto tenderá a ser positivo cuanto más altos los ingresos directos del estado en moneda extranjera (actividades de exportación en manos del Estado) y cuanto menor el servicio efectivo ($r^* \times BGX - F$) de la deuda pública. La existencia de restricción externa altera ligeramente las condiciones para una devaluación expansiva del modelo sin restricciones; en este último caso lo que importa es el impacto sobre la balanza comercial en moneda nacional, mientras que en el primero la clave

es el impacto sobre dicha balanza en moneda extranjera, lo que es más restrictivo.

Un shock positivo en la demanda externa es favorable al ahorro y la inversión en todos los casos, pero su impacto es mucho mayor cuando la economía se encuentra restringida. Dicho shock mejora la balanza de pagos y el presupuesto fiscal; este último impacto es mayor si el shock se produce en exportaciones que controla el estado.

Finalmente, el financiamiento externo aparece claramente complementario con el ahorro interno y la inversión cuando la economía se encuentra restringida. Por lo mismo, el énfasis actual en mejorar la transferencia neta de recursos apunta en la dirección correcta. Cabe destacar que el efecto del financiamiento externo, sobre el ahorro y la inversión, no es claro --e incluso puede ser adverso-- si la economía se encuentra libre de restricciones.

En suma, dado que la crisis de la deuda externa ha redundado en problemas externos y fiscales en la mayoría de los países de la región, podemos extraer algunas conclusiones de política relativamente generales. En primer lugar, limitar la transferencia negativa de recursos al exterior es claramente favorable al esfuerzo de recuperación del ahorro interno y la inversión. En segundo lugar, moderar el consumo del gobierno y elevar la carga tributaria --ya sea con aumentos en las tasas impositivas o con mejoras en la eficiencia de la recolección que apunten a disminuir la evasión-- constituyen políticas inevitables en la

idea de recuperar el crecimiento futuro. De lo contrario la inversión fiscal hará el ajuste desincentivando, de paso, la inversión privada. Por último, la política cambiaria debe ser manejada con mucho cuidado, dependiendo de cada caso. Si el estado concentra parte importante de las actividades de exportación y sus pagos efectivos por endeudamiento externo no alcanzan a tornar negativo el presupuesto público en moneda extranjera, la devaluación real --si exportaciones e importaciones cumplen con las elasticidades adecuadas-- irá en la dirección correcta. En caso contrario, la devaluación puede ser contraproducente.

III. AHORRO E INVERSION EN CHILE EN LOS AÑOS OCHENTA

Tal como se destacó en la introducción de este trabajo, la formación de ahorro y el nivel de inversión, privada y pública, ha seguido en Chile una evolución diferente que en la generalidad de los países latinoamericanos. En efecto, en el contexto de una tasa de ahorro interno virtualmente estancada a nivel regional, el coeficiente de ahorro en Chile ha subido sistemáticamente en el curso de la década.

En el cuadro 2 se observa lo señalado anteriormente. Durante la segunda mitad de los 70, años de fuerte liquidez internacional, la economía chilena observó un comportamiento muy poco frugal; el coeficiente de ahorro fue inferior al 15% del PIB y se comparaba negativamente con el resto de los países de la región. El financiamiento externo abundante de la época tendió a sustituir el ahorro interno, situándolo en niveles inferiores al promedio observado en la década de

los años 60. Sin embargo, a partir de la crisis de la deuda externa el coeficiente de ahorro interno se deprime inicialmente (1981-1982) para después recuperarse con vigor. De hecho, medido en precios constantes de 1980, dicho coeficiente alcanzó en 1987 a 26.4 puntos del producto, cifra sin precedentes en las últimas dos décadas.

El comportamiento de la inversión ha sido análogo (ver cuadro 1). La tasa de inversión --tradicionalmente baja en Chile hasta donde las cifras permitan comparaciones entre países-- que promedió los 16 puntos del producto en la segunda mitad de los años setenta, descendió a sólo diez puntos en el trienio 1982-1984. Posteriormente se ha recuperado de modo sistemático promediando casi 14 puntos del producto en el trienio 1985-1987 y registrando algo menos de 16 puntos en 1987; aunque todavía el coeficiente de inversión es inferior a lo alcanzado a fines de los años 70, de continuar la tendencia observada hasta ahora, pronto alcanzará niveles comparables.^{21/}

La evolución descrita se ha dado en condiciones de un elevado nivel de endeudamiento externo e interno. En efecto, el coeficiente deuda externa/PIB promedió el 90% en el período 1982-1987, el más alto de América Latina con la excepción de Costa Rica.^{22/} Por su parte, el impacto de la crisis de la deuda externa sobre las finanzas públicas ha sido también de magnitud importante. En primer lugar, la crisis de deuda

^{21/} Cifras preliminares entregadas por el Ministro de Hacienda permiten estimar el coeficiente de inversión en 1988 en algo más de 16 puntos del producto (según información diario "La Epoca", 7 de enero de 1988).

^{22/} Ver, CEPAL, Panorama Económico de América Latina 1988.

externa repercutió en una crisis financiera doméstica profunda; el estado subsidió al sistema financiero y a los ahorrantes por intermedio del Banco Central.^{23/} En segundo lugar, el gobierno de Chile avaló gran parte de la deuda privada; así, la deuda pública y privada con garantía oficial constituye casi el 86% de la deuda externa de mediano y largo plazo. Por último, la caída del producto y de las importaciones, a consecuencia del ajuste de la economía con posterioridad a la crisis, redundó en un deterioro inicial de los ingresos tributarios. Estos tres impactos, apoyo al sistema financiero, entrega del aval oficial a la deuda privada y deterioro de los ingresos fiscales, configuraron una situación de fuerte restricción fiscal en los años inmediatamente posteriores a la crisis.

En este cuadro de agudos problemas externos y fiscales, ¿qué eventos explican la significativa recuperación de los niveles de ahorro interno e inversión? No sorprendentemente, las políticas y shocks ocurridos con posterioridad a la crisis son exactamente aquéllos identificados como positivos para la formación de ahorro e inversión en una economía afectada a restricciones fiscales y externas. A continuación describiremos las principales políticas y cambios ocurridos en tres niveles: la política cambiaria, la política fiscal y los shocks externos.

^{23/} No existe información pública oficial sobre la magnitud del desembolso de recursos públicos por concepto de apoyo al sistema financiero. Extraoficialmente se manejan cifras de un desembolso total (desde 1983 a 1986) de alrededor de un tercio del PIB.

A. La política cambiaria

A partir de 1982, como parte principal del llamado programa de ajuste estructural, la política cambiaria se orientó a conseguir un tipo de cambio real alto y estable (ver cuadro 7). Dicho precio relativo, que se había atrasado en forma notoria en los últimos años de la década de los años 70 y primeros años de los 80, subió sistemáticamente desde 1982 en adelante, observando un nivel bastante estable desde 1986. El fomento a las exportaciones y a las actividades sustitutivas de importación efectuado por la vía cambiaria, ha redundado en un incremento del coeficiente de exportaciones/PIB y en una disminución del cociente de importaciones/PIB, ambos en moneda constante, de 44% y 20% entre 1980 y 1987, respectivamente. El auge del sector transable ha permitido desplazar sustancialmente la brecha externa de la economía.

Parte importante, sin embargo, de la recuperación cambiaria ha sido lograda a expensas de un deterioro importante de los salarios reales (ver cuadro 8).

Cabe destacar que en el caso de la economía chilena, el sector público es propietario de la mayoría de los yacimientos de cobre, producto cuya exportación equivale al 40% de las exportaciones totales. Esto permite que la posición flujo del sector público en moneda extranjera sea superavitaria, con lo que el alza del tipo de cambio real mejora las finanzas públicas.^{24/}

^{24/} De acuerdo a los parámetros del modelo, la elasticidad del ahorro y la inversión con respecto al tipo de cambio real para los datos de la economía chilena —anulando el efecto de exportaciones e importaciones— es igual a 0.37 y 0.83, respectivamente.

Cuadro 7

CHILE: EVOLUCION DEL TIPO DE CAMBIO

Promedios anuales y trimes- trales	Tipos de cambio nominal (pesos por dólar)		Indices del tipo de cambio real efectivo <u>a/</u> <u>b/</u>			
	Oficial	Paralelo <u>c/</u>	Exportaciones		Importaciones	
			A	B	A	B
1970-1979	11		128.2	98.1	123.7	94.8
1980	39		100.0	100.0	100.0	100.0
1981	39		90.1	82.9	92.9	85.5
1982	51	...	107.2	95.5	112.3	100.0
1983	79	92	113.8	112.9	117.7	116.8
1984	99	113	114.2	116.6	118.6	121.1
1985	161	180	132.1	144.9	138.1	151.4
1986	193	206	146.4	165.5	145.6	164.5
1987	220	231	151.8	173.8	144.8	165.8
1985 I	136	139	120.1	128.6	127.8	136.8
II	152	172	125.6	136.6	132.2	143.8
III	176	200	137.5	153.5	143.1	159.7
IV	181	210	145.1	160.7	149.4	165.4
1986 I	187	202	150.7	164.5	152.2	166.1
II	189	199	147.3	162.2	146.8	161.6
III	195	207	143.5	167.4	141.7	165.3
IV	202	216	144.0	167.8	141.5	165.0
1987 I	206	217	154.3	169.9	146.2	161.0
II	214	227	152.6	172.9	145.3	164.7
III	225	235	146.2	172.6	140.6	166.1
IV	233	246	154.3	179.9	147.0	171.5

Fuente: CEPAL, División de Desarrollo Económico, sobre la base de informaciones del Banco Central de Chile y del Fondo Monetario Internacional.

Nota: A: En la deflatación se utilizó el subíndice de productos nacionales del índice de precios al por mayor. B: En la deflatación se utilizó el índice de precios al consumidor corregido de J. Yañez desde 1970 a 1973, el índice de precios al consumidor corregido de R. Córdaz y J. Marshall desde 1975 a 1978, y el índice de precios al consumidor del Instituto Nacional de Estadísticas desde 1979 en adelante.

a/ Corresponde al promedio de los índices del tipo de cambio (oficial principal) real del peso con respecto a las monedas de los principales países con que Chile tiene intercambio comercial, ponderados por la importancia relativa de las exportaciones o las importaciones, según el caso, hacia o desde esos países. Desde 1970 a 1980 estas ponderaciones corresponden al promedio del período 1975-1979 y a partir de 1981 dichas ponderaciones corresponden al promedio del período 1982-1985. Para la metodología y fuentes utilizadas, véase el apéndice técnico en el Estudio Económico de América Latina, 1981.

b/ Para un adecuado uso de esta información cabe tener en cuenta que desde comienzos de 1974 el nivel arancelario promedio disminuye en forma apreciable, como parte de la estrategia de apertura del país al exterior. Así, el arancel promedio, que a fines de 1973 ascendía a 94%, baja a 76% el año siguiente, a 36% en 1976 y llega sólo a 10% en 1980. Sin embargo, debido al severo impacto de la recesión internacional sobre la economía chilena, este proceso se revierte, elevándose a 20% a comienzos de 1983 y hasta un 35% en septiembre de 1985. Posteriormente, esa tasa es objeto de graduales rebajas hasta llegar a 20% en 1987.

c/ Estimaciones de la CEPAL.

Cuadro 8

CHILE: EVOLUCION DE LOS SUELDOS Y SALARIOS REALES

	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987 ^a
Indices (1980 = 100)^b										
Ingreso mínimo ^c	100.7	99.8	100.0	115.7	117.2	94.2	80.7	76.4	73.6	69.1
Sueldos y salarios medios	84.7	91.8	100.0	108.9	108.6	97.1	97.2	93.5	95.1	94.7
Minería	88.7	97.5	100.0	103.3	94.7	89.7	92.0	90.8	92.8	86.9
Industria manufacturera	85.3	89.9	100.0	109.6	105.4	94.6	93.8	88.7	91.4	96.1
Electricidad, gas y agua	79.1	88.8	100.0	114.6	111.5	101.2	101.0	101.0	105.5	106.8
Servicios comunales y sociales	86.6	93.1	100.0	108.8	116.7	100.2	100.1	95.2	91.7	88.7
Construcción ^d	84.8	91.9	100.0	105.6	100.2	78.3	75.8	63.8	67.0	70.3
Variación porcentual										
Ingreso mínimo ^c	26.4	-0.8	0.2	15.6	1.3	-19.6	-14.4	-5.3	-3.6	-6.1
Sueldos y salarios medios	6.4	8.3	9.0	8.9	-0.2	-10.7	0.1	-3.8	1.7	-0.3
Minería	-2.5	9.9	2.6	3.3	-8.3	-5.2	2.6	-1.3	2.1	-6.3
Industria manufacturera	10.5	7.9	11.2	9.6	-3.9	-10.3	-1.1	-5.1	3.0	5.2
Electricidad, gas y agua	11.9	12.3	12.6	14.6	-2.7	-9.2	-0.2	-	4.5	1.2
Servicios comunales y sociales	3.2	7.5	7.4	9.0	7.3	-14.1	0.9	-5.8	-3.7	-3.2
Construcción	4.3	8.4	8.8	5.9	-5.1	-21.9	-3.2	-15.9	5.1	4.8

Fuente: CEPAL, sobre la base de datos del Instituto Nacional de Estadísticas (INE) y de la Cámara Chilena de la Construcción.
^aCifras preliminares ^bDeflactado sobre la base del índice de precios al consumidor que aparece en el cuadro 24, 1975 a 1978 promedio enero, abril, julio y octubre. Luego, promedio de 12 meses. ^cVigente para empleados y obreros del sector privado, no sujetos a régimen especial ^d1975-1983: sueldos y salarios en las actividades de edificación de tipo medio; 1984 en adelante: remuneraciones medias.

B. La política fiscal

Como señalamos anteriormente, la crisis de la deuda tiene fuertes repercusiones en las finanzas públicas. El cuadro 9 presenta la magnitud del problema y su evolución; como se observa, el déficit del sector público no financiero alcanzó a cuatro y medio puntos del producto el año 1984. Pero donde el problema adquiere su dimensión más cruda es en el balance del Banco Central; dicha institución ha incurrido en enormes déficits debido a los subsidios que ha brindado al sistema financiero y al servicio de la deuda que contrajo. Así, el balance consolidado del sector público entrega cifras con déficits en torno al 10% del producto por cuatro años consecutivos. Dichos déficits fueron financiados mediante la colocación de deuda pública la que, según un reciente informe de la Tesorería General de la República, a mediados de 1988 alcanzó a 8.331 millones de dólares (cuarenta puntos del PIB).

También contribuyó a financiar los déficits del sector público el proceso de privatización de empresas públicas. Las ventas de dichas empresas significaron ingresos públicos adicionales --en el corto plazo-- de alrededor de un punto del producto, tanto en 1986 como en 1987.

Sin embargo, podemos observar como desde 1984 en adelante, la situación presupuestaria del sector público no financiero ha mejorado consistentemente. En efecto, el déficit de dicho sector se redujo en casi 3 1/2 puntos del PIB entre 1984 y 1987. En esta mejoría ha sido

CUADRO 9

DEFICIT DEL SECTOR PUBLICO

(Como porcentaje del PIB)

	Sector público no financiero <u>a/</u>	Sector público consolidado <u>b/</u>	Inversión pública
1978	0.99	0.30	6.68
1979	4.01	3.48	5.10
1980	5.28	4.81	5.24
1981	0.09	- 0.31	5.08
1982	-3.98	-10.09	4.68
1983	-3.48	- 8.71	4.76
1984	-4.54	-12.06	6.00
1985	-3.06	-13.63	7.07
1986	-2.61	- 7.93	7.60 <u>c/</u>
1987	-1.18	- 4.84	7.30 <u>c/</u>

Fuente: Cálculos extraoficiales sobre la base de cifras de la dirección de presupuesto.

(-) indica déficit

a/ No incluye ingresos por ventas de empresas públicas.

b/ Además de las partidas incluidas en (a/) agrega el servicio de la deuda del sector público financiero y el subsidio cuasi-fiscal, esto es, desembolsos por programas de apoyo del Banco Central al sistema financiero.

c/ Según anuncios hechos en discursos del Ministro de Economía, Sr. Manuel Concha, el día 24 de agosto de 1987 y el Ministro de Hacienda, Sr. Hernán Büchi, en su exposición sobre el estado de la Hacienda Pública, enero, 1988.

clave tanto el aumento de ingresos fiscales 25/ como la disminución de gastos corrientes del gobierno central; cabe destacar que precisamente la mejoría aludida ha sido el factor decisivo en la recuperación de la inversión pública, en montos cercanos a tres puntos del PIB en el último quinquenio. El cuadro 9 presenta los antecedentes de ingresos corrientes y gasto neto (gasto total, incluyendo inversión del gobierno y excluyendo inversión de las empresas públicas, excluidas las amortizaciones de la deuda) del gobierno central.

La mejoría de las cuentas externas, en virtud de la política cambiaria, y de las cuentas del sector público no financiero, ha permitido una recuperación de la demanda efectiva, una reducción de la tasa de interés y un repunte de la inversión, tanto pública como privada. Paralelamente este proceso ha posibilitado la normalización del sector financiero —aunque algunos bancos permanecen con problemas— y con ello, mediante el proceso de recompra de la cartera vendida por el sistema financiero al Banco Central, la reducción del déficit del sector público financiero.

C. La mejoría de los términos del intercambio

Por último, la economía chilena ha disfrutado en el último tiempo de shocks positivos en sus términos de intercambio. Dicha recuperación

25/ La mayoría de los ingresos fiscales ha sido consecuencia de la recuperación de la actividad económica, de una mayor eficiencia en la recolección y, principalmente, de la mejoría de los términos del intercambio. De hecho, las tasas impositivas incluso han bajado.

CUADRO 10

INGRESOS Y GASTOS DEL GOBIERNO CENTRAL

(Como porcentaje del PIB)

	1984	1985	1986	1987
Ingresos Corrientes	25.5	27.2	28.2	29.7
Gasto Neto	27.9	29.0	28.2	27.0

Fuente: CEPAL, sobre la base de cifras oficiales.

deviene tanto de la disminución del precio del petróleo como de la ostensible mejoría en el precio de sus principales exportaciones (cobre, celulosa, harina de pescado, entre otras).

Particular importancia adquiere el alza espectacular del precio del cobre ocurrida a partir de 1987, en tanto la mayor parte de las exportaciones de dicho metal son realizadas por el estado. Así, la mejoría del precio del cobre —que sólo en 1988 reportó cerca de mil millones de dólares adicionales— ha desplazado tanto la brecha externa como la brecha fiscal, permitiendo un círculo virtuoso de positiva consecuencia sobre la formación de ahorro y el nivel de la inversión.

CUADRO 11

RELACION DE PRECIOS DEL INTERCAMBIO DE BIENES FOB/FOB

(1980 = 100)

	1985	1986	1987	1988
América Latina	88	78	78	78
Chile	73	79	83	101

Fuente: CEPAL, estimaciones preliminares para 1988.

Bibliografía

- Bacha, Edmar; "Crescimento como oferta limitada de divisas: uma reavaliacao do modelo de dois hiatos", Pesquisa e Planejamento Economico, agosto 1982.
- Blinder, A.; "Distribution Effects and the Aggregate Consumption Function", en Journal of Political Economy, The University of Chicago Press, Chicago, junio 1975.
- Boskin, M. y L. Lau; "Taxation, Saving, and the Rate of Interest", en Journal of Political Economy, Parte 2, The University of Chicago Press, Chicago, abril 1978.
- CEPAL; "Restricciones al desarrollo sostenido en América Latina y el Caribe y requisitos para su superación", Vigésimosegundo Período de Sesiones, Río de Janeiro, Brasil, abril de 1988.
- , Panorama económico de América Latina 1988, septiembre de 1988.
- , Estudio económico de América Latina y el Caribe, 1987, Chile, IC/L.463/Add.6, septiembre de 1988.
- , Balance preliminar de la economía latinoamericana 1988, No. 470/471, diciembre de 1988.
- Cooper, Richard N.; Currency Devaluation in Developing Countries, Universidad de Princeton, Princeton, N.J., 1971.
- Chenery, H.B.; "Comparative Advantage and Development Policy", American Economic Review, 51, 1961.
- Chenery, H.B., y A. Strout; "Foreign Assistance and Economic Development", American Economic Review, No. 56, 1966.
- Diamand, Marcelo; "Towards a Change in the Economic Paradigm through the Experience of Developing Countries", Journal of Development Economics, 5, pp. 19-53, 1978.
- Dornbusch, Rudiger y Stanley Fischer; Macroeconomics, McGraw-Hill, Nueva York, 1977.
- Eyzaguirre, Nicolás y Mario Valdivia; "Restricción externa y ajuste. Opciones y políticas en América Latina", Revista de la CEPAL No. 32, agosto de 1987.
- Foxley, Alejandro; "Desequilibrios estructurales y alternativas de crecimiento económico para la economía chilena en el período 1970-1980", Ph.D tesis, Universidad de Wisconsin.
- Foxley, Juan; "Ahorro interno y ahorro privado: realidad y perspectivas 1985-1990", Ahorro, Inversión y Desarrollo Nacional, Centro de Estudios del Desarrollo (CED), 1986

- Fry, M.; "Saving, Investment Growth and the Cost of Financial Repression", en World Development, Pergamon Press Ltd., Oxford, abril 1980.
- Fuentealba, Sonia; "Sistema previsional: generación de ahorro y sesgo distributivo", Ahorro, Inversión y Desarrollo Nacional, CED, 1986,
- Giovannini, A.; "The Interest Elasticity of Saving in Developing Countries: The Existing Evidence", World Development, julio 1983.
- Gutiérrez, M.; "Ahorro y crecimiento económico en Chile", Serie de Estudios Económicos, No. 18, Banco Central, 1983.
- Herrera, J.E.; "El ahorro externo en una estrategia alternativa de Desarrollo", Ahorro, Inversión y Desarrollo Nacional, CED, 1986.
- Kalecki, Michael; Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy, 1930-1970, Cambridge University Press, Cambridge, Inglaterra, 1971.
- Krugman, Paul y Lance Taylor; "Contractionary Effects of Devaluation", Journal of International Economics, 8, pp. 445-456, 1978.
- Marshall R ,Jorge y Klaus Schmidt-Hebbel; "Un marco analítico-contable para el análisis de la política fiscal en América Latina", mimeo, CEPAL, 1988.
- Massad, Carlos; "El alivio del peso de la deuda externa", CEPAL, 1986.
- McKinnon, R.I.; "Foreign Exchange Constraints in Economic Development and Efficient Aid Allocation", Economic Journal, No. 74, 1964.
- ; Money and Capital in Economic Development, The Brookings Institution, 1973
- Meller, P. y A. Solimano; "Reactivación interna ante una severa restricción externa: análisis de distintas políticas económicas", Colección Estudios CIEPLAN, No. 16, junio 1985.
- Ramos, Joseph; "Lo central de la transferencia de recursos en los procesos de ajuste, estabilización y desarrollo", mimeo, CEPAL, noviembre 1987.
- Schmidt-Hebbel, Klaus; "El impacto de escenarios externos alternativos sobre la economía chilena en un modelo OGE bajo restricción externa", mimeo, 1988.
- Taylor, Lance; Modelos macroeconómicos para los países en desarrollo, Fondo de Cultura Económica, México, 1986.

A P E N D I C E

CASO I

ds/dr,
 - I1 C3 - I3 + I1 C1 BGP + I3 C1 - I3 C1 t - I3 TR M1

 TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1
 + TR
 (M2 I3 + M1 C3 + M1 I3 + M2 I1 C3 - M2 I1 C1 BGP - M1 C1 BGP
 + M2 I3 C1 t - M2 I3 C1)
 / (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1)
 ds/dTR,
 (I1 X1 - I1 C2 + M1 I0 + 2 M3 TR I1 - I1 C1 r1 BPX - M0 I1 - M2 I1 IG
 + 2 M3 B TR I1 - M1 I3 r + M1 I2 IG)
 / (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1)
 - (- I3 r + I2 IG - I0 C1 + I1 C0 + I1 X0 + I1 CG + I1 IG + I1 X1 TR
 - I1 TR C2 - I1 r C3 - I2 IG C1 + I0 TR M1 + I0 C1 t + I1 M3 TR
 + I3 r C1 - I1 TR M0 + I0 - I1 C1 p1 m - I1 TR C1 r1 BPX + I1 r C1 BGP
 - I3 r C1 t + I2 IG C1 t - I1 TR M2 IG + I1 M3 B TR - I3 r TR M1
 + I2 IG TR M1)
 (M1 + M2 I1)
 / (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1)
 + X1
 + (- M1 I2 IG + M0 I1 - M1 I0 - M2 IG + M3 TR - M2 I0 - M1 CG - M1 IG
 - M1 C0 - M1 X0 + M0 C1 + M1 I3 r - M2 I1 X0 - M2 I1 C0 + M1 TR C2
 - M1 X1 TR + M2 I0 C1 + M3 B TR + M2 I3 r - M2 I2 IG - M3 TR C1
 - M0 C1 t + M2 IG C1 + M1 r C3 - M2 I1 CG - M0 - M3 TR I1 - M3 B TR I1
 + M2 I1 C1 p1 m - M2 I1 X1 TR + M2 I1 r C3 + M2 I1 TR C2
 - M2 I1 r C1 BGP + M2 I1 TR C1 r1 BPX + M1 C1 p1 m + M1 TR C1 r1 BPX
 - M1 r C1 BGP - M2 I0 C1 t - M2 I3 r C1 - M2 I2 IG C1 t + M2 I2 IG C1
 - M2 IG C1 t + M3 TR C1 t + M3 B TR C1 t + M2 I3 r C1 t - M3 B TR C1)
 / (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1)
 + TR
 (M3 + M1 C2 - M1 X1 + M3 B - M3 I1 - M3 C1 - M2 I1 X1 + M2 I1 C2
 + M2 I1 C1 r1 BPX + M1 C1 r1 BPX + M3 C1 t + M3 B C1 t - M3 B C1
 - M3 B I1)

/ (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1)
 - TR
 (- M1 I2 IG + M0 I1 - M1 I0 - M2 IG + M3 TR - M2 I0 - M1 CG - M1 IG
 - M1 C0 - M1 X0 + M0 C1 + M1 I3 r - M2 I1 X0 - M2 I1 C0 + M1 TR C2
 - M1 X1 TR + M2 I0 C1 + M3 B TR + M2 I3 r - M2 I2 IG - M3 TR C1
 - M0 C1 t + M2 IG C1 + M1 r C3 - M2 I1 CG - M0 - M3 TR I1
 - M3 B TR I1 + M2 I1 C1 p1 m - M2 I1 X1 TR + M2 I1 r C3
 + M2 I1 TR C2 - M2 I1 r C1 BGP + M2 I1 TR C1 r1 BPX + M1 C1 p1 m
 + M1 TR C1 r1 BPX - M1 r C1 BGP - M2 I0 C1 t - M2 I3 r C1
 - M2 I2 IG C1 t + M2 I2 IG C1 - M2 IG C1 t + M3 TR C1 t
 + M3 B TR C1 t + M2 I3 r C1 t - M3 B TR C1)
 (M1 + M2 I1)
 / (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1)
 ds/dCG,

 TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1
 + -----
 TR (- M1 - M2 I1)
 ds/dX0,

 TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1
 + -----
 TR (- M1 - M2 I1)
 ds/dt,

 I0 C1 - I3 r C1 + I2 IG C1

 TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1
 - (- I3 r + I2 IG - I0 C1 + I1 C0 + I1 X0 + I1 CG + I1 IG + I1 X1 TR
 - I1 TR C2 - I1 r C3 - I2 IG C1 + I0 TR M1 + I0 C1 t + I1 M3 TR
 + I3 r C1 - I1 TR M0 + I0 - I1 C1 p1 m - I1 TR C1 r1 BPX + I1 r C1 BGP
 - I3 r C1 t + I2 IG C1 t - I1 TR M2 IG + I1 M3 B TR - I3 r TR M1
 + I2 IG TR M1)


```

C1
/ (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1) 2
+ TR
(- M0 C1 - M2 I0 C1 + M2 I3 r C1 - M2 I2 IG C1 - M2 IG C1 + M3 TR C1
+ M3 B TR C1)
/ (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1)
- TR
(- M1 I2 IG + M0 I1 - M1 I0 - M2 IG + M3 TR - M2 I0 - M1 CG - M1 IG
- M1 C0 - M1 X0 + M0 C1 + M1 I3 r - M2 I1 X0 - M2 I1 C0 + M1 TR C2
- M1 X1 TR + M2 I0 C1 + M3 B TR + M2 I3 r - M2 I2 IG - M3 TR C1
- M0 C1 t + M2 IG C1 + M1 r C3 - M2 I1 CG - M0 - M3 TR I1
- M3 B TR I1 + M2 I1 C1 p1 m - M2 I1 X1 TR + M2 I1 r C3
+ M2 I1 TR C2 - M2 I1 r C1 BGP + M2 I1 TR C1 r1 BPX + M1 C1 p1 m
+ M1 TR C1 r1 BPX - M1 r C1 BGP - M2 I0 C1 t - M2 I3 r C1
- M2 I2 IG C1 t + M2 I2 IG C1 - M2 IG C1 t + M3 TR C1 t
+ M3 B TR C1 t + M2 I3 r C1 t - M3 B TR C1)
C1
/ (TR M1 - C1 + 1 + C1 t + TR M2 I1 - I1) 2
words used=17078, alloc=14336, time=3.633

```

CASO II

ds/dCG,

(- t - C1 - I1 + M1 TR + C1 t + 1 - M1 B TR - M2 I1 B TR + M2 I1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
 - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - (- I2 + I2 C1 + t I2 - M2 I1 B TR + M2 I1 TR - t I2 C1 + M1 I2 B TR
 - I2 M1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - TR
 (M2 - t M2 - M2 I1 - t M2 I2 - M2 I2 C1 + M1 I2 - M2 C1 + t M2 C1
 + t M2 I2 C1 + M2 I2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)

ds/dt,

(- I0 - CG - X0 - C0 + I3 r - X1 TR + TR C2 + M0 TR + C1 DEPMN + C1 CG
 + r C3 - M3 TR + TR C1 r1 BPG + C1 TR r1 BPG + C1 TR DEPME - C1 TR F
 + M3 C1 B TR - M2 I0 C1 B TR - M0 C1 B TR + M3 C1 B TR - M3 B TR
 + M2 I3 r C1 B TR - M2 I3 r TR + M2 I0 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
 - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - (TR r1 BPG - C1 DEPMN - C1 CG + r BGP + C1 k - TR F + TR DEPME - t I0
 - t CG - t X0 - t C0 - I1 DEPMN - I1 CG + I1 k + C1 TR F - C1 TR DEPME
 + M3 B TR + M3 B TR - r C1 BGP - M0 B TR + M1 TR DEPMN
 + DEPME M1 TR - F M1 TR + t I3 r - t X1 TR + t TR C2 + t M0 TR
 + M1 CG TR + C1 t DEPMN - I1 r BGP + C1 t CG - M1 k TR + t r C3
 + I1 TR F - I1 TR DEPME - t M3 TR + DEPMN + CG - k - C1 TR r1 BPG
 2 2
 2 2

- M3 C1 B TR + M2 I0 C1 B TR - M3 C1 B TR + M0 C1 B TR
 - M2 I3 r C1 B TR + t TR C1 r1 BPG + C1 t TR r1 BPG - I1 TR r1 BPG
 + M1 B TR C1 k - M1 B TR CG + C1 B TR t M3 - C1 B TR t M2 I0
 + C1 B TR t M3 - M2 I1 B TR CG + C2 M2 I1 B TR - C1 B TR t M0
 - M1 B TR r C1 BGP + M2 I1 B r C1 k - M2 I1 B TR r C1 BGP
 - M3 I1 B TR - X1 M1 B TR + C2 M1 B TR + DEPME M2 I1 TR
 + r1 BPG M2 I1 TR - F M2 I1 r TR + r1 BPG M1 TR - M2 I0 B TR
 - B TR t M3 + C1 t TR DEPME - C1 t TR F + M2 I1 r BGP TR
 - t M2 I3 r TR - I0 M1 B TR + M0 I1 B TR + r C3 M1 B TR
 - C0 M2 I1 B TR + I3 r M1 B TR - X0 M2 I1 B TR - C0 M1 B TR
 - M2 I1 k TR + t M2 I0 TR - M3 I1 B TR + C1 B TR t M2 I3 r
 - X1 M2 I1 B TR + BPG r1 M2 I1 C B TR + BPG r1 M1 C1 B TR
 + M2 I3 r B TR + M2 I1 CG TR + M1 r BGP TR - X0 M1 B TR
 + M2 I1 TR DEPMN + r C3 M2 I1 B TR)
 (- C1 + M2 C1 B TR - M2 I2 TR + M2 I2 C1 B TR + I2 - M2 TR + 1)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 ^ 2
 - (I3 r + CG I2 + C0 I2 + I0 C1 + X0 I2 + M2 I0 TR - CG I2 C1 - I3 r C1
 - I2 C1 DEPMN + TR X1 I2 - C3 r I2 - I2 M0 TR + I2 M3 TR - TR C2 I2
 - I0 - M2 I0 C1 B TR - M2 I3 r TR + M2 I3 r C1 B TR + B TR M3 I2
 - TR DEPME I2 C1 + TR F I2 C1 - TR BPG r1 I2 C1 - TR BPG r1 I2 C1
 - I2 M3 C1 B TR - I2 M3 C1 B TR + I2 M0 C1 B TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 + (- I3 r - t I0 - I1 DEPMN + I1 k + k I2 - CG I2 - I0 C1 - I2 DEPMN

+ I1 C0 + I1 X0 + t I3 r - I1 r BGP + I1 TR F - I1 TR DEPME + CG I2 C1
 + I3 r C1 + I2 C1 DEPMN + TR F I2 - r BGP I2 - TR DEPME I2 + C1 t I0
 + t C0 I2 - I1 k C1 - I1 C3 r + I0 + M2 I0 C1 B TR - M2 I3 r C1 B TR
 - I1 TR r1 BGX - C1 B TR t M2 I0 - M2 I1 B TR CG + C2 M2 I1 B TR²
 + M2 I1 B TR C1 k - M2 I1 B TR r C1 BGP + DEPME M2 I1 TR²
 + r1 BGX M2 I1 TR - F M2 I1 TR - M2 I0 B TR + M2 I1 r BGP TR²
 - t M2 I3 r TR - I0 M1 B TR + M0 I1 B TR - C0 M2 I1 B TR
 + I3 r M1 B TR - X0 M2 I1 B TR - M2 I1 k TR + t M2 I0 TR²
 - M3 I1 B TR + C1 B TR t M2 I3 r - X1 M2 I1 B TR²
 + BPX r1 M2 I1 C1 B TR + M2 I3 r B TR + M2 I1 CG TR + M2 I1 TR DEPMN²
 + r C3 M2 I1 B TR - B TR M3 I2 + TR DEPME I2 C1 - TR F I2 C1²
 + TR BGX r1 I2 C1 + I2 M3 C1 B TR + I2 M3 C1 B TR - I2 M0 C1 B TR²
 + t X0 I2 - k I2 C1 + t I2 CG - I1 TR C2 + I1 TR X1 - I1 M0 TR²
 + I1 M3 TR + I0 M1 TR - TR r1 BGX I2 + B TR M0 I2 - B TR M3 I2²
 - t TR BPX r1 I2 C1 + BGP r I2 C1 + t I2 C1 TR F - t I2 C1 CG²
 + CG M1 I2 B TR - t I2 C1 TR r1 BGX - I2 C1 B TR t M3 + B TR t M3 I2²
 - I2 M1 TR DEPMN - I2 DEPME M1 TR - C1 t I3 r - t TR C2 I2²
 + I1 r BGP C1 - t I2 C1 TR DEPME - t I2 C1 DEPMN + t TR X1 I2²
 - t C3 r I2 - I1 TR BPX r1 C1 + I2 F M1 TR - I2 t M0 TR - I2 M1 CG TR²
 + I2 M1 k TR + I2 t M3 TR - I2 M1 B TR C1 k + I2 M1 B TR r C1 BGP²
 + I2 C1 B TR t M0 - I2 C1 B TR t M3 + I2 X1 M1 B TR²
 - I2 BPX r1 M1 C1 B TR - I2 C2 M1 B TR - I2 r1 BGX M1 TR²
 + I2 C0 M1 B TR - I2 r C3 M1 B TR - I2 M1 r BGP TR + I2 X0 M1 B TR²
 - I3 r M1 TR)
 (- C1 + M2 C1 B TR - M2 I2 TR + M2 I2 C1 B TR + I2 - M2 TR + 1)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2

- M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 ^ 2
 - TR
 (- M3 TR + M0 I2 - M2 CG - M2 C0 - M3 B TR + M0 + M2 CG C1 - M0 C1
 + M3 TR C1 - M2 I0 C1 - M2 X0 + M2 C1 DEPMN - M2 TR F I2 C1
 + M2 I3 r C1 - M2 TR F C1 - M2 CG I2 + M2 TR DEPME I2 C1
 + M2 CG I2 C1 + M3 B TR C1 - M2 C0 I2 - M3 TR I2 - M2 X0 I2
 + M2 C3 r + M2 TR BGX r1 I2 C1 + M2 TR BGX r1 C1 + M2 TR DEPME C1
 + M2 I2 C1 DEPMN - M2 TR X1 + M2 TR C2 + M2 TR C2 I2 - M3 B TR I2
 + M2 TR BPX r1 C1 + M2 TR BPX r1 I2 C1 - M2 TR X1 I2 + M2 C3 r I2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 + TR
 (M3 TR + M2 CG + t M0 - M1 k + M1 DEPMN - M1 I0 - M1 C0 - M1 X0
 + M3 B TR - M0 - M2 CG C1 + M0 C1 - M3 TR C1 - M2 k + M2 I0 C1
 - M2 C1 DEPMN + M2 TR F I2 C1 - M2 I3 r C1 + M2 TR F C1 + M2 CG I2
 - M2 TR DEPME I2 C1 - M2 CG I2 C1 - M3 B TR C1 - M2 TR BGX r1 I2 C1
 - M2 TR BGX r1 C1 - M2 TR DEPME C1 - M2 I2 C1 DEPMN + t M0 I2
 + M2 DEPMN - M1 TR F - M2 I0 + I1 M0 - M1 k I2 + M1 TR DEPME
 - M2 k I2 + M1 k C1 - t M3 TR - t M2 CG - M2 I1 CG - t M3 B TR
 + M1 TR r1 BGX - t M2 I2 CG + M2 I1 TR C2 + M1 r BGP - t M2 X0
 - C1 t M0 + M1 I2 DEPMN + M2 I2 DEPMN + M1 CG I2 + M2 k C1
 - M2 I1 X0 - I1 TR M3 + M1 TR C2 - M2 I1 C0 + M1 I3 r + M1 C3 r
 - M1 TR X1 - M2 TR F + M2 TR DEPME + M2 BGP r - t M2 C0 + M2 I3 r
 - M2 BGP r I2 C1 + M1 TR BPX r1 C1 - t M2 TR X1 I2
 + t M2 TR BPX r1 C1 + M1 TR r1 BGX I2 - M1 TR F I2 + M1 r BGP I2
 + t M2 C3 r I2 - M2 BGP r C1 + t M2 TR BPX r1 I2 C1
 - M2 I1 r BGP C1 - M1 r BGP C1 + M2 TR BGX r1 + t M2 C3 r
 - t M2 TR X1 + t M2 TR C2 + t M2 C1 TR DEPME - t M2 C1 TR F
 + t M2 C1 DEPMN + t M2 C1 CG + t M2 I2 C1 DEPMN + t M2 I2 C1 CG
 - C1 t M2 I0 - t M2 C0 I2 + t M2 TR C2 I2 - t M3 B TR I2

ds/dtr,

- t M3 TR I2 + M2 k I2 C1 + M1 TR DEPME I2 + M2 I1 TR BPX r1 C1
- M2 I1 TR X1 - I1 B TR M3 + M2 I1 C3 r - t M2 X0 I2 + M2 I1 k C1
+ M2 TR DEPME I2 + C1 t M2 I3 r + t M3 TR C1 + t M2 C1 TR r1 BGX
+ t M2 I2 C1 TR DEPME - t M2 I2 C1 TR F + t M3 B TR C1
+ t M2 I2 C1 TR r1 BGX + M2 TR BGX r1 I2 - M2 TR F I2 + M2 BGP r I2
)
(- C1 + M2 C1 B TR - M2 I2 TR + M2 I2 C1 B TR + I2 - M2 TR + 1)
/ (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
- M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
+ M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
^ 2

ds/dr,

(BGP - C1 BGP + t I3 - I1 BGP + t C3 - M1 B TR C1 BGP - M2 I1 B TR C1 BGP
+ C1 B TR t M2 I3 + M2 I3 B TR + M1 BGP TR + M2 I1 BGP TR - t M2 I3 TR
+ C3 M1 B TR + I3 M1 B TR + C3 M2 I1 B TR - M2 I3 C1 B TR)
/ (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
- t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
- M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
- (- BGP I2 - I3 + t I3 - I1 BGP - I1 C3 + I3 C1 - M2 I1 B TR C1 BGP
+ C1 B TR t M2 I3 + M2 I3 B TR + M2 I1 BGP TR - t M2 I3 TR
+ I3 M1 B TR + C3 M2 I1 B TR - M2 I3 C1 B TR - C1 t I3 + I1 BGP C1
- t C3 I2 + BGP I2 C1 + I2 M1 B TR C1 BGP - I2 M1 BGP TR - I3 M1 TR
- I2 C3 M1 B TR)
/ (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
- M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
+ M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
- TR
(M1 BGP - M2 I3 C1 - M2 BGP I2 C1 - M2 BGP C1 + M1 I3 + M1 BGP I2
+ t M2 C3 I2 + M2 I1 C3 - M2 I1 BGP C1 - M1 BGP C1 + t M2 C3
+ C1 t M2 I3 + M1 C3 + M2 BGP + M2 I3 + M2 BGP I2)
/ (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
- M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
+ M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)

(t M0 - M1 k + M1 DEPMM + 2 M3 B TR + DEPME - F - 2 M3 B TR C1 - 2 M1 TR F
+ 2 M1 TR DEPME - 2 t M3 TR + M2 I1 CG - 2 t M3 B TR + 2 M1 TR r1 BGX
+ M1 r BGP + C1 t DEPME - C1 t F - C1 r1 BGX - I1 r1 BGX - M1 B CG
- M2 I0 B - X0 M1 B - I0 M1 B + M0 I1 B - C0 M1 B - M2 I1 k + M0 C1 B
+ t M2 I0 + M2 I1 DEPMM - 2 I1 B TR M3 + 2 t M3 B TR C1 + r1 BGX - M0 B
- t X1 + t C2 + M1 CG - C1 DEPME + C1 F + I1 F - I1 DEPME + t C1 r1 BPX
+ C1 t r1 BGX + M1 B C1 k + 2 M3 B TR - C1 B t M2 I0 - C1 B t M0
- M1 B r C1 BGP + 2 C1 B TR t M3 + M2 I1 B C1 k - M2 I1 B CG
- M2 I1 B r C1 BGP - 2 X1 M1 B TR + 2 C2 M2 I1 B TR + M2 I1 r BGP
- t M2 I3 r + r C3 M1 B - C0 M2 I1 B + M2 I0 C1 B + I3 r M1 B
- X0 M2 I1 B + r C3 M2 I1 B - M2 I3 r C1 B + 2 C2 M1 B TR
+ 2 DEPME M2 I1 TR - 2 F M2 I1 TR + 2 r1 BGX M2 I1 TR - 2 M3 C1 B TR
- 2 M3 I1 B TR + C1 B t M2 I3 r + M2 I3 r B + 2 BPX r1 M2 I1 C1 B TR
+ 2 BPX r1 M1 C1 B TR - 2 X1 M2 I1 B TR)
/ (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
- t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
- M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
- (TR r1 BGX - C1 DEPMM - C1 CG + r BGP + C1 k - TR F + TR DEPME - t I0
- t CG - t X0 - t C0 - I1 DEPMM - I1 CG + I1 k + C1 TR F - C1 TR DEPME
+ M3 B TR + M3 B TR - r C1 BGP - M0 B TR + M1 TR DEPMM
+ DEPME M1 TR - F M1 TR + t I3 r - t X1 TR + t TR C2 + t M0 TR
+ M1 CG TR + C1 t DEPMM - I1 r BGP + C1 t CG - M1 k TR + t r C3
+ I1 TR F - I1 TR DEPME - t M3 TR + DEPMM + CG - k - C1 TR r1 BGX
- M3 C1 B TR + M2 I0 C1 B TR - M3 C1 B TR + M0 C1 B TR
- M2 I3 r C1 B TR + t TR C1 r1 BPX + C1 t TR r1 BGX - I1 TR r1 BGX
+ M1 B TR C1 k - M1 B TR CG + C1 B TR t M3 - C1 B TR t M2 I0
+ C1 B TR t M3 - M2 I1 B TR CG + C2 M2 I1 B TR - C1 B TR t M0

- M1 B TR r C1 BGP + M2 I1 B TR C1 k - M2 I1 B TR r C1 BGP
- M3 I1 B TR - X1 M1 B TR + C2 M1 B TR + DEPME M2 I1 TR
+ r1 BGX M2 I1 TR - F M2 I1 TR + r1 BGX M1 TR - M2 I0 B TR
- B TR t M3 + C1 t TR DEPME - C1 t TR F + M2 I1 r BGP TR
- t M2 I3 r TR - I0 M1 B TR + M0 I1 B TR + r C3 M1 B TR
- C0 M2 I1 B TR + I3 r M1 B TR - X0 M2 I1 B TR - C0 M1 B TR
- M2 I1 k TR + t M2 I0 TR - M3 I1 B TR + C1 B TR t M2 I3 r
- X1 M2 I1 B TR + BEX r1 M2 I1 C1 B TR + BPX r1 M1 C1 B TR
+ M2 I3 r B TR + M2 I1 CG TR + M1 r BGP TR - X0 M1 B TR
+ M2 I1 TR DEPME + r C3 M2 I1 B TR
(M1 I2 B + M2 I2 B - M2 I2 C1 B + C1 B t M2 - M1 - t M2 I2 + M1 B
- M2 I1 + C1 B t M2 I2 + M2 B - M2 C1 B - t M2)
/ (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
- M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
+ M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
^ 2
- (M1 I0 - 2 M3 B TR I2 - t M0 I2 - I1 M0 + M1 k I2 + M2 I1 CG
- M1 I2 DEPME - M1 CG I2 + 2 I1 TR M3 - M1 I3 r - I1 r1 BGX - M2 I0 B
- I0 M1 B + M0 I1 B - M2 I1 k + t M2 I0 + M2 I1 DEPME
- 2 M1 TR r1 BGX I2 + 2 M1 TR F I2 - M1 r BGP I2 + 2 t M3 B TR I2
+ 2 t M3 TR I2 - 2 M1 TR DEPME I2 + I1 F - I1 DEPME + F I2 - DEPME I2
- I1 C2 + I1 X1 - C1 B t M2 I0 + M2 I1 B C1 k - M2 I1 B CG
- M2 I1 B r C1 BGP + 2 C2 M2 I1 B TR + M2 I1 r BGP - t M2 I3 r
- C0 M2 I1 B + M2 I0 C1 B + I3 r M1 B - X0 M2 I1 B + r C3 M2 I1 B
- M2 I3 r C1 B + 2 DEPME M2 I1 TR - 2 F M2 I1 TR + 2 r1 BGX M2 I1 TR
- 2 M3 I1 B TR + C1 B t M2 I3 r + M2 I3 r B + 2 BPX r1 M2 I1 C1 B TR
- 2 X1 M2 I1 B TR - r1 BGX I2 + B M0 I2 - t C2 I2 + DEPME I2 C1
+ BGX r1 I2 C1 - t I2 C1 DEPME + t X1 I2 - F I2 C1 - 2 B TR M3 I2
+ I2 X0 M1 B - I2 r C3 M1 B - I1 BPX r1 C1 - t BPX r1 I2 C1
+ t I2 C1 F - t I2 C1 r1 BGX + CG M1 I2 B - 2 I2 C1 B TR t M3

- t C3 r I2 - I1 TR BPX r1 C1 + I2 F M1 TR - I2 t M0 TR - I2 M1 CG TR
 + I2 M1 k TR + I2 t M3 TR² - I2 M1 B TR C1 k + I2 M1 B TR r C1 BGP
 + I2 C1 B TR t M0 - I2 C1 B TR t M3 + I2 X1 M1 B TR²
 - I2 BPX r1 M1 C1 B TR - I2 C2 M1 B TR - I2 r1 BGX M1 TR²
 + I2 C0 M1 B TR - I2 r C3 M1 B TR - I2 M1 r BGP TR + I2 X0 M1 B TR
 - I3 r M1 TR)
 (M1 I2 B + M2 I2 B - M2 I2 C1 B + C1 B t M2 - M1 - t M2 I2 + M1 B
 - M2 I1 + C1 B t M2 I2 + M2 B - M2 C1 B - t M2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 ^ 2
 + X1
 - (M3 TR + M2 CG + t M0 - M1 k + M1 DEPMN - M1 I0 - M1 C0 - M1 X0
 + M3 B TR - M0 - M2 CG C1 + M0 C1 - M3 TR C1 - M2 k + M2 I0 C1
 - M2 C1 DEPMN + M2 TR F I2 C1 - M2 I3 r C1 + M2 TR F C1 + M2 CG I2
 - M2 TR DEPMN I2 C1 - M2 CG I2 C1 - M3 B TR C1 - M2 TR BPX r1 I2 C1
 - M2 TR BPX r1 C1 - M2 TR DEPMN C1 - M2 I2 C1 DEPMN + t M0 I2
 + M2 DEPMN - M1 TR F - M2 I0 + I1 M0 - M1 k I2 + M1 TR DEPMN - M2 k I2
 + M1 k C1 - t M3 TR - t M2 CG - M2 I1 CG - t M3 B TR + M1 TR r1 BGX
 - t M2 I2 CG + M2 I1 TR C2 + M1 r BGP - t M2 X0 - C1 t M0
 + M1 I2 DEPMN + M2 I2 DEPMN + M1 CG I2 + M2 k C1 - M2 I1 X0 - I1 TR M3
 + M1 TR C2 - M2 I1 C0 + M1 I3 r + M1 C3 r - M1 TR X1 - M2 TR F
 + M2 TR DEPMN + M2 BGP r - t M2 C0 + M2 I3 r - M2 BGP r I2 C1
 + M1 TR BPX r1 C1 - t M2 TR X1 I2 + t M2 TR BPX r1 C1
 + M1 TR r1 BGX I2 - M1 TR F I2 + M1 r BGP I2 + t M2 C3 r I2
 - M2 BGP r C1 + t M2 TR BPX r1 I2 C1 - M2 I1 r BGP C1 - M1 r BGP C1
 + M2 TR BPX r1 + t M2 C3 r - t M2 TR X1 + t M2 TR C2
 + t M2 C1 TR DEPMN - t M2 C1 TR F + t M2 C1 DEPMN + t M2 C1 CG
 + t M2 I2 C1 DEPMN + t M2 I2 C1 CG - C1 t M2 I0 - t M2 C0 I2
 + t M2 TR C2 I2 - t M3 B TR I2 - t M3 TR I2 + M2 k I2 C1
 + M1 TR DEPMN I2 + M2 I1 TR BPX r1 C1 - M2 I1 TR X1 - I1 B TR M3

+ M2 I1 C3 r - t M2 X0 I2 + M2 I1 k C1 + M2 TR DEPMN I2 + C1 t M2 I3 r
 + t M3 TR C1 + t M2 C1 TR r1 BGX + t M2 I2 C1 TR DEPMN
 - t M2 I2 C1 TR F + t M3 B TR C1 + t M2 I2 C1 TR r1 BGX
 + M2 TR BPX r1 I2 - M2 TR F I2 + M2 BGP r I2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - TR
 (M3 - M1 F + M3 B + M1 DEPMN - t M3 - M3 C1 - I1 M3 + M1 C2 - M1 X1
 - M2 F + M2 DEPMN + M2 F I2 C1 - t M3 B + M1 r1 BGX + M2 I1 C2
 - M3 B C1 + M2 F C1 - M2 DEPMN C1 - M1 F I2 - t M3 I2 + M1 DEPMN I2
 - M2 I1 X1 - I1 B M3 + M2 BGX r1 - t M2 X1 + t M2 C2 + t M3 C1
 - M2 F I2 + M2 DEPMN I2 + M1 BPX r1 C1 - M2 DEPMN I2 C1
 - M2 BGX r1 I2 C1 - M2 BGX r1 C1 + t M2 BPX r1 I2 C1 + t M2 C2 I2
 - t M3 B I2 + M2 I1 BPX r1 C1 + t M2 C1 DEPMN + t M2 BPX r1 C1
 - t M2 X1 I2 + M1 r1 BGX I2 - t M2 C1 F + t M2 C1 r1 BGX
 + t M2 I2 C1 DEPMN - t M2 I2 C1 F + t M3 B C1 + t M2 I2 C1 r1 BGX
 + M2 BGX r1 I2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 + TR
 (M3 TR + M2 CG + t M0 - M1 k + M1 DEPMN - M1 I0 - M1 C0 - M1 X0
 + M3 B TR - M0 - M2 CG C1 + M0 C1 - M3 TR C1 - M2 k + M2 I0 C1
 - M2 C1 DEPMN + M2 TR F I2 C1 - M2 I3 r C1 + M2 TR F C1 + M2 CG I2
 - M2 TR DEPMN I2 C1 - M2 CG I2 C1 - M3 B TR C1 - M2 TR BPX r1 I2 C1
 - M2 TR BPX r1 C1 - M2 TR DEPMN C1 - M2 I2 C1 DEPMN + t M0 I2
 + M2 DEPMN - M1 TR F - M2 I0 + I1 M0 - M1 k I2 + M1 TR DEPMN - M2 k I2
 + M1 k C1 - t M3 TR - t M2 CG - M2 I1 CG - t M3 B TR + M1 TR r1 BGX
 - t M2 I2 CG + M2 I1 TR C2 + M1 r BGP - t M2 X0 - C1 t M0
 + M1 I2 DEPMN + M2 I2 DEPMN + M1 CG I2 + M2 k C1 - M2 I1 X0 - I1 TR M3
 + M1 TR C2 - M2 I1 C0 + M1 I3 r + M1 C3 r - M1 TR X1 - M2 TR F
 + M2 TR DEPMN + M2 BGP r - t M2 C0 + M2 I3 r - M2 BGP r I2 C1
 + M1 TR BPX r1 C1 - t M2 TR X1 I2 + t M2 TR BPX r1 C1
 + M1 TR r1 BGX I2 - M1 TR F I2 + M1 r BGP I2 + t M2 C3 r I2
 - M2 BGP r C1 + t M2 TR BPX r1 I2 C1 - M2 I1 r BGP C1 - M1 r BGP C1
 + M2 TR BPX r1 + t M2 C3 r - t M2 TR X1 + t M2 TR C2
 + t M2 C1 TR DEPMN - t M2 C1 TR F + t M2 C1 DEPMN + t M2 C1 CG
 + t M2 I2 C1 DEPMN + t M2 I2 C1 CG - C1 t M2 I0 - t M2 C0 I2
 + t M2 TR C2 I2 - t M3 B TR I2 - t M3 TR I2 + M2 k I2 C1
 + M1 TR DEPMN I2 + M2 I1 TR BPX r1 C1 - M2 I1 TR X1 - I1 B TR M3

- M2 BGP r I2 C1 + M1 TR BPX r1 C1 - t M2 TR X1 I2
 + t M2 TR BPX r1 C1 + M1 TR r1 BGX I2 - M1 TR F I2 + M1 r BGP I2
 + t M2 C3 r I2 - M2 BGP r C1 + t M2 TR BPX r1 I2 C1
 - M2 I1 r BGP C1 - M1 r BGP C1 + M2 TR BGX r1 + t M2 C3 r
 - t M2 TR X1 + t M2 TR C2 + t M2 C1 TR DEPME - t M2 C1 TR F
 + t M2 C1 DEPMM + t M2 C1 CG + t M2 I2 C1 DEPMM + t M2 I2 C1 CG
 - C1 t M2 I0 - t M2 C0 I2 + t M2 TR C2 I2 - t M3 B TR I2
 - t M3 TR I2 + M2 k I2 C1 + M1 TR DEPME I2 + M2 I1 TR BPX r1 C1
 - M2 I1 TR X1 - I1 B TR M3 + M2 I1 C3 r - t M2 X0 I2 + M2 I1 k C1
 + M2 TR DEPME I2 + C1 t M2 I3 r + t M3 TR C1 + t M2 C1 TR r1 BGX
 + t M2 I2 C1 TR DEPME - t M2 I2 C1 TR F + t M3 B TR C1
 + t M2 I2 C1 TR r1 BGX + M2 TR BGX r1 I2 - M2 TR F I2 + M2 BGP r I2
)
 (M1 I2 B + M2 I2 B - M2 I2 C1 B + C1 B t M2 - M1 - t M2 I2 + M1 B
 - M2 I1 + C1 B t M2 I2 + M2 B - M2 C1 B - t M2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 ^ 2
 dS/dF,
 (- TR - M1 TR + C1 TR + I1 TR - C1 t TR - M2 I1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
 - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - (TR I2 + I1 TR - M2 I1 TR - TR I2 C1 + t I2 C1 TR + I2 M1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - TR
 (- M1 TR + M2 TR I2 C1 + M2 TR C1 - I2 M1 TR - t M2 C1 TR - M2 TR
 - t M2 I2 C1 TR - M2 I2 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2

- M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 dS/dX0,
 (- t - M1 B TR - M2 I1 B TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
 - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - (I1 + t I2 - M2 I1 B TR + M1 I2 B TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 + 1
 - TR (- M1 - t M2 - M2 I1 - t M2 I2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 dS/dI1,
 (TR BGX + t TR C1 BPX + C1 t TR BGX - C1 TR BGX - I1 TR BGX + BGX M2 I1 TR
 + BGX M1 TR + BPX M2 I1 C1 B TR + BPX M1 C1 B TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
 - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - (- TR BGX I2 - I1 TR BGX + BGX M2 I1 TR + BPX M2 I1 C1 B TR)
 + TR BGX I2 C1 - I1 TR BPX C1 - t TR BPX I2 C1 - t I2 C1 TR BGX
 - I2 BPX M1 C1 B TR - I2 BGX M1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - TR
 (- M1 TR BGX + M1 TR BPX C1 - M2 TR BGX I2 C1 + t M2 TR BPX I2 C1
 - M2 TR BGX C1 + t M2 TR BPX C1 + M1 TR BGX I2 + M2 I1 TR BPX C1

words used=59040, alloc=36864, time=19.367

+ M2 TR BGX + t M2 C1 TR BGX + t M2 I2 C1 TR BGX + M2 TR BGX I2)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)

ds//dDEPMN,

(- C1 - I1 + M1 TR + C1 t + 1 + M2 I1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
 - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - (- I2 - I1 + I2 C1 + M2 I1 TR - t I2 C1 - I2 M1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - TR (M1 + M2 - M2 C1 + M1 I2 + M2 I2 - M2 I2 C1 + t M2 C1 + t M2 I2 C1)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)

ds//dDEPME,

(TR + M1 TR - C1 TR - I1 TR + C1 t TR + M2 I1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2 - M1 TR
 - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2 + M2 B TR + t I2
 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - (- TR I2 - I1 TR + M2 I1 TR² - t I2 C1 TR + TR I2 C1 - I2 M1 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)
 - TR
 (M1 TR - M2 TR I2 C1 - M2 TR C1 + I2 M1 TR + t M2 C1 TR + M2 TR
 + t M2 I2 C1 TR + M2 I2 TR)
 / (M1 I2 B TR + M2 I2 B TR - C1 t - M2 I2 C1 B TR + C1 B TR t M2
 - M1 TR - t M2 I2 TR + M1 B TR - M2 I1 TR + C1 B TR t M2 I2
 + M2 B TR + t I2 - M2 C1 B TR + C1 - 1 - t M2 TR + I1 + t)

CASO III

ds/df, + I3 TR M0 + C1 I3 M3 TR + C1 I3 TR F + C1 I3 X1 TR - C1 I3 TR M0
 (- I3 TR - C1 t I3 TR + C1 I3 TR - I1 C3 TR + I1 C1 BGP TR - TR I3 M1)
 / TR
 / (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
 - M2 I3 C1 t - M2 I3)
 - TR
 ds/dx0, (C1 I3 - I1 C3 - I3 - C1 t I3 + I1 C1 BGP)
 / TR
 / (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
 - M2 I3 C1 t - M2 I3)
 ds/dri, (I3 TR BGX + I3 BPX TR + C1 t I3 TR BGX + C1 t I3 BPX TR - C1 I3 TR BGX
 - C1 I3 BPX TR - I1 C1 BGP TR BGX - I1 C1 BGP BPX TR + I1 C3 TR BGX
 + I1 C3 BPX TR + TR² BGX I3 M1 + TR² BPX I3 M1 - TR² C1 BPX I3 M1)
 / TR
 / (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
 - M2 I3 C1 t - M2 I3)
 ds/dcg, (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
 + TR BGX + BPX TR
 I3 M1
 / (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
 - M2 I3 C1 t - M2 I3)
 ds/dt, (- C1 I3 M3 TR² - C1 I3 TR F - C1 I3 X1 TR + C1 I3 TR M0 - C1 I3 X0
 - C1 I3 M3 B TR + C1 I3 TR I1 BGX + C1 I3 BPX I1 TR + IG TR M2 I3 C1)
 / TR
 / (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
 - M2 I3 C1 t - M2 I3)
 + (- I3 X0 + C1 I3 X0 - I1 C3 X0 - I3 M3 TR² - I3 X1 TR - I3 TR F
 + I1 C1 BGP F - I1 C1 BGP I1 BGX + I1 C1 BGP X1 - C1 I3 I1 BGX

words used=18843, alloc=16384, time=4.017

- C1 t I3 F - C1 t I3 X1 + C1 t I3 M0 + C1 t I3 r1 BGX + C1 t I3 BPX r1
- C1 p1 m I3 M1 - C1 I3 BPX r1 - 2 I3 M3 B TR - 2 C1 t I3 M3 TR
+ I1 C3 r1 BGX + I1 C3 BPX r1 - I1 C1 BGP M0 - I1 C1 BGP BPX r1
+ I2 IG C1 BGP M1 - I2 IG C3 M1 + I0 C1 BGP M1)
/ TR
/ (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
- M2 I3 C1 t - M2 I3)
- (- I3 X0 + C1 I3 X0 - I1 C3 X0 - I3 M3 TR² - I3 X1 TR - I3 TR F
+ I3 TR M0 + C1 I3 M3 TR² + C1 I3 TR F + C1 I3 X1 TR - C1 I3 TR M0
- C1 I3 TR r1 BGX + C1 I3 M3 B TR² - C1 I3 BPX r1 TR - IG TR M2 I3 C1
+ I3 TR M2 IG + I3 TR r1 BGX - I3 M3 B TR² - C1 t I3 X1 TR
+ C1 t I3 TR M0 + I3 BPX r1 TR - C1 t I3 M3 TR² - C1 t I3 TR F
- C1 t I3 X0 - C1 t I3 M3 B TR² + C1 t I3 TR r1 BGX
+ C1 t I3 BPX r1 TR - I1 C3 M3 TR² + I1 C3 TR M0 - I1 C3 X1 TR
- I1 C3 TR F + I1 C1 BGP X0 - I2 IG TR C3 M1 + I2 IG TR C1 BGP M1
+ TR CG I3 M1 + I0 TR C1 BGP M1 - I0 TR C3 M1 + TR² r1 BGX I3 M1
- I1 C1 BGP TR M0 - I1 C1 BGP TR M2 IG + I1 C1 BGP M3 TR²
+ I1 C1 BGP TR F + I1 C1 BGP M3 B TR² + I1 C1 BGP X1 TR
- I1 C1 BGP TR r1 BGX - I1 C1 BGP BPX r1 TR + TR C0 I3 M1
- TR² C2 I3 M1 - C1 p1 m TR I3 M1 - TR² C1 r1 BPX I3 M1
+ I1 C3 TR M2 IG - I1 C3 M3 B TR² + I1 C3 TR r1 BGX + I1 C3 BPX r1 TR
+ TR² BPX r1 I3 M1 + IG TR I3 M1 - TR² F I3 M1 + IG TR M2 I3 C1 t)
/ TR²
/ (C1 BGP M1 + C1 BGP M2 I1 - I3 M1 - C3 M1 - C3 M2 I1 + M2 I3 C1
- M2 I3 C1 t - M2 I3)
- F + r1 BGX + r1 BPX

6 5

CASO IV

ds/dCG,

- (- M1 C1 BGP TR + t TR M2 I3 C1 - M2 I1 C1 BGP TR + TR M1 BGP - t TR M2 I3
 + TR M2 I1 BGP + M1 I3 TR + M2 I3 TR + M1 C3 TR + M2 C3 I1 TR
 - M2 I3 C1 TR)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP + t M2 I3 C1
 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 + (t TR M2 I3 C1 - M2 I1 C1 BGP TR - t TR M2 I3 + TR M2 I1 BGP + M2 I3 TR
 + M2 C3 I1 TR - M2 I3 C1 TR - I2 M1 C3 TR - M1 I2 BGP TR
 + I2 TR M1 BGP C1)

/ TR

/ (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
 + t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
 + M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)

ds/dt,

- (- X0 C3 - X0 I3 - M3 I3 TR² - F C3 TR - F I3 TR - M3 C3 TR² - X1 C3 TR
 + M0 I3 TR - X1 I3 TR + M0 C3 TR + F M2 I3 TR² - F I3 BGP M2 I3 TR²
 - F M2 I3 C1 B TR² - CG M2 I3 TR + CG M2 I3 C1 TR - F M2 I3 C1 TR²
 + F I3 BGP M2 I3 C1 TR² + M2 I3 C1 TR DEPMN - M2 I3 BXP I1 TR²
 + M2 C2 I3 TR² - X1 M2 I3 C1 B TR² + F I3 BGP M2 I3 C1 B TR²
 + F I3 BXP M2 I3 C1 B TR² + M2 I3 C1 TR DEPME - X0 M2 I3 C1 B TR²
 - M3 I3 B TR + F I3 BXP C3 TR + M2 I0 C3 TR + F I3 BGP C3 TR - M3 C3 B TR²
 + M2 I3 C1 BXP I1 TR² - M2 C0 I3 TR + F I3 BXP I3 TR + F I3 BGP I3 TR)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP + t M2 I3 C1
 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 + (- X0 BGP - X1 BGP TR - t X0 C3 - F BGP TR - M3 BGP TR² + M0 BGP TR

- t X0 I3 - F M2 I3 TR² + F I3 BGP M2 I3 TR + F M2 I3 C1 B TR²
 + CG M2 I3 TR - CG M2 I3 C1 TR + F M2 I3 C1 TR² - F I3 BGP M2 I3 C1 TR²
 - M2 I3 C1 TR DEPMN + X1 M2 I3 C1 B TR² - F I3 BGP M2 I3 C1 B TR²
 - F I3 BXP M2 I3 C1 B TR² - M2 I3 C1 TR DEPME + X0 M2 I3 C1 B TR²
 - X0 M1 I3 B TR + M1 C3 TR DEPME - TR M1 BGP F - TR M1 BGP C1 DEPME
 - TR M1 BGP C1 DEPMN - TR M1 BGP C1 CG + TR M1 BGP I1 BGP
 + TR M1 BGP C1 B X0 + TR M1 BGP C1 F + TR M1 BGP C1 B X1
 + t TR M2 I3 C1 DEPME + t TR M2 I3 F - TR M1 BGP C1 I1 BGP
 + TR M1 BGP C1 B F - TR M1 BGP C1 B I1 BGP - TR M1 BGP C1 B BXP I1
 - t TR M2 I3 C1 B X0 - t TR M2 I3 I1 BGP + X0 I1 BGP
 + t TR M2 I3 C1 I1 BGP - t TR M2 I3 C1 B F + TR M1 BGP CG
 - TR M2 I1 BGP F - t TR M2 I3 C1 F + t TR M2 I3 C1 DEPMN
 + t TR M2 I3 C1 CG - TR M2 I1 BGP C1 CG - TR M2 I1 BGP C1 I1 BGP
 + TR M2 I1 BGP C1 B F - TR M2 I1 BGP C1 B I1 BGP + X0 C1 BGP
 + t TR M2 I3 C1 B I1 BGP + t TR M2 I3 C1 B BXP I1
 - t TR M2 I3 C1 B X1 - TR M2 I1 BGP C1 DEPME + TR M2 I1 BGP C1 B X0
 + TR M2 I1 BGP I1 BGP + TR M2 I1 BGP C1 F - TR M2 I1 BGP C1 DEPMN
 + M3 I1 BGP TR² - F M1 C3 TR² - t M3 I3 TR + M3 C1 BGP TR²
 - C2 M2 I1 BGP TR² - TR M2 I1 BGP C1 B BXP I1 + TR M2 I1 BGP C1 B X1
 - t TR M2 I3 CG + TR M2 I1 BGP CG - C2 M1 BGP TR - M3 BGP B TR²
 - F M1 I3 TR² - t M3 C3 TR² - X1 M2 I3 B TR² - t M3 C3 B TR²
 - X1 M1 C3 B TR² - F M2 I3 B TR² + M3 I1 BGP B TR² - F M1 C3 B TR²

$$\begin{aligned}
 & - t M3 I3 B TR - X1 M1 I3 B TR + M3 C1 BGP B TR + CG M1 I3 TR \\
 & + r1 BGX M2 I3 B TR + r1 BPX M2 I3 B TR - t M2 I3 BPX r1 TR \\
 & + t M2 I3 C1 BPX r1 TR + r1 BGX M1 C3 TR + r1 BGX M1 I3 TR \\
 & - F M2 C3 I1 TR + r1 BGX M2 C3 I1 TR + M2 t C2 I3 TR \\
 & - r1 BPX M2 I1 C1 BGP TR - r1 BPX M1 C1 BGP TR + r1 BPX M1 BGP TR \\
 & + r1 BPX M2 I1 BGP TR - F M1 I3 B TR + C0 M2 I1 BGP TR + CG M1 C3 TR \\
 & - k M1 C3 TR - k M1 I3 TR - t X1 I3 TR - t F I3 TR + t M0 I3 TR \\
 & + C0 M1 BGP TR + I0 M1 BGP TR + X1 I1 BGP TR + F I1 BGP TR \\
 & - M0 I1 BGP TR + X1 C1 BGP TR + F C1 BGP TR - M0 C1 BGP TR \\
 & + t r1 BPX C3 TR + t M2 I0 C3 TR + t r1 BGX C3 TR - M2 t C0 I3 TR \\
 & + r1 BGX M1 C3 B TR + r1 BPX M1 C3 B TR + r1 BGX M1 I3 B TR \\
 & + r1 BPX M1 I3 B TR - X1 M2 C3 I1 B TR + r1 BGX M2 C3 I1 B TR \\
 & + r1 BPX M2 C3 I1 B TR - F M2 C3 I1 B TR + M2 I0 BGP TR - t X1 C3 TR \\
 & - k M2 I3 TR + t M0 C3 TR - t F C3 TR + r1 BGX BGP TR + r1 BPX BGP TR \\
 & + t r1 BPX I3 TR + t r1 BGX I3 TR + CG M2 C3 I1 TR - k M2 C3 I1 TR \\
 & + k M2 I3 C1 TR - M2 I0 C1 BGP TR - C1 r1 BPX BGP TR \\
 & - r1 BPX I1 BGP TR - r1 BGX I1 BGP TR - r1 BGX C1 BGP TR \\
 & + M1 I3 TR DEPME - X0 M2 I3 B TR - X0 M2 C3 I1 B TR - X0 M1 C3 B TR \\
 & + M2 C3 I1 TR DEPME + M2 I3 TR DEPME + M1 I3 TR DEPME \\
 & + M2 C3 I1 TR DEPME + M2 I3 TR DEPME + M1 C3 TR DEPME \\
 & (M2 I3 C1 + C3 M2 I2 + M2 C3) \\
 & / TR \\
 & / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP \\
 & + t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 \\
 & + M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3) \\
 & ^ 2 \\
 & + (- X0 I3 - M3 I3 TR - F I3 TR + M0 I3 TR - X1 I3 TR + I3 X0 C1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + I2 X0 C3 + F M2 I3 TR - r1 BGX M2 I3 TR - F M2 I3 C1 B TR \\
 & - CG M2 I3 TR + CG M2 I3 C1 TR - F M2 I3 C1 TR + r1 BGX M2 I3 C1 TR \\
 & + M2 I3 C1 TR DEPME - M2 I3 BPX r1 TR + M2 C2 I3 TR \\
 & - X1 M2 I3 C1 B TR + r1 BGX M2 I3 C1 B TR + r1 BPX M2 I3 C1 B TR \\
 & + M2 I3 C1 TR DEPME - X0 M2 I3 C1 B TR - M3 I3 B TR + M2 I0 C3 TR \\
 & + M2 I3 C1 BPX r1 TR - M2 C0 I3 TR + r1 BPX I3 TR + r1 BGX I3 TR \\
 & + I2 M3 C3 TR + I2 M3 C3 B TR + I2 X1 C3 TR - I2 M0 C3 TR \\
 & + I2 F C3 TR - I2 r1 BGX C3 TR - I2 r1 BPX C3 TR - I3 TR C1 r1 BPX \\
 & - I3 M0 C1 TR + I3 C1 TR F - I3 C1 TR r1 BGX + I3 M3 C1 B TR \\
 & + I3 X1 C1 TR + I3 M3 C1 TR) \\
 & / TR \\
 & / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP \\
 & + t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 \\
 & + M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3) \\
 & - (X0 I3 + M3 I3 TR + F I3 TR - M0 I3 TR + X1 I3 TR - t X0 I3 - I3 X0 C1 \\
 & + I1 X0 C3 - F M2 I3 TR + r1 BGX M2 I3 TR + F M2 I3 C1 B TR \\
 & + CG M2 I3 TR - CG M2 I3 C1 TR + F M2 I3 C1 TR - r1 BGX M2 I3 C1 TR \\
 & - M2 I3 C1 TR DEPME + X1 M2 I3 C1 B TR - r1 BGX M2 I3 C1 B TR \\
 & - r1 BPX M2 I3 C1 B TR - M2 I3 C1 TR DEPME + X0 M2 I3 C1 B TR \\
 & + M3 I3 B TR - r1 BPX I3 TR - r1 BGX I3 TR - X0 M1 I3 B TR \\
 & + t TR M2 I3 C1 DEPME + t TR M2 I3 F - t TR M2 I3 C1 B X0 \\
 & - t TR M2 I3 r1 BGX + X0 I1 BGP + t TR M2 I3 C1 r1 BGX \\
 & - t TR M2 I3 C1 B F - TR M2 I1 BGP F - t TR M2 I3 C1 F \\
 & + t TR M2 I3 C1 DEPME + t TR M2 I3 C1 CG - TR M2 I1 BGP C1 CG
 \end{aligned}$$

- I3 C1 t TR r1 BGX + F TR M1 I2 BGP - I1 r1 BGX C3 TR
 - I1 M3 C1 BGP B TR + BGP X0 I2 - BGP M0 I2 TR + BGP M3 I2 TR²
 - BGP r1 BGX I2 TR + I2 X0 M1 C3 B TR - BGP r1 BPX I2 TR²
 + BGP M3 I2 B TR + BGP X1 I2 TR + BGP F I2 TR - I0 TR M1 C1 BGP²
 + I3 t X1 C1 TR - I3 t M0 C1 TR + I0 TR M1 C3 + I3 C1 t M3 B TR²
 - I3 r1 BPX M1 TR - I1 X0 C1 BGP - I2 F C1 BGP TR + I2 M0 C1 BGP TR
 - CG TR M1 I2 BGP - I2 t r1 BPX C3 TR - I2 t r1 BGX C3 TR²
 - I2 X0 C1 BGP - I2 r1 BPX M1 BGP TR + I2 t M3 C3 B TR²
 + I2 X1 M1 C3 B TR + I2 F M1 C3 B TR - I2 M3 C1 BGP B TR²
 - I2 r1 BGX M1 C3 B TR - I2 r1 BPX M1 C3 B TR - I2 r1 BGX M1 C3 TR²
 + I2 r1 BPX M1 C1 BGP TR - I2 TR M1 BGP C1 B F²
 + I2 TR M1 BGP C1 B r1 BGX + I2 TR M1 BGP C1 B BPX r1²
 - I2 TR M1 BGP C1 B X1 + I3 t X0 C1 + I3 r1 BPX M1 C1 TR²
 + I3 C1 t M3 TR - I3 C0 M1 TR + I3 C1 t TR F - I3 t TR C1 r1 BPX²
 + I3 k M1 C1 TR + I3 C2 M1 TR - I2 M1 C3 TR DEPMM²
 + I2 C1 r1 BPX BGP TR + I2 r1 BGX C1 BGP TR + I2 t X1 C3 TR
 - I2 t M0 C3 TR + I2 t F C3 TR - I2 CG M1 C3 TR + I2 k M1 C3 TR²
 - I2 C0 M1 BGP TR - I2 X1 C1 BGP TR + I2 C2 M1 BGP TR²
 + I2 TR M1 BGP C1 r1 BGX + I2 t M3 C3 TR + I2 F M1 C3 TR²
 - I2 M3 C1 BGP TR + I2 t X0 C3 - I2 M1 C3 TR DEPME - I1 X1 C1 BGP TR²
 + I2 TR M1 BGP C1 DEPME - I2 TR M1 BGP C1 B X0 - I2 TR M1 BGP C1 F²
 + I2 TR M1 BGP C1 DEPMM + I2 TR M1 BGP C1 CG - I1 F C1 BGP TR²
 + I1 M0 C1 BGP TR + I1 M3 C3 B TR + I1 C1 r1 BPX BGP TR²
 + I1 r1 BGX C1 BGP TR - I1 r1 BPX C3 TR + I1 F C3 TR + I1 X1 C3 TR²

²
 - TR M2 I1 BGP C1 r1 BGX + TR M2 I1 BGP C1 B F²
 - TR M2 I1 BGP C1 B r1 BGX + t TR M2 I3 C1 B r1 BGX²
 + t TR M2 I3 C1 B BPX r1 - t TR M2 I3 C1 B X1²
 - TR M2 I1 BGP C1 DEPME + TR M2 I1 BGP C1 B X0 + TR M2 I1 BGP r1 BGX²
 + TR M2 I1 BGP C1 F - TR M2 I1 BGP C1 DEPMM + M3 I1 BGP TR²
 - t M3 I3 TR - C2 M2 I1 BGP TR - TR M2 I1 BGP C1 B BPX r1²
 + TR M2 I1 BGP C1 B X1 - t TR M2 I3 CG + TR M2 I1 BGP CG²
 - X1 M2 I3 B TR - F M2 I3 B TR + M3 I1 BGP B TR - t M3 I3 B TR²
 - X1 M1 I3 B TR + r1 BGX M2 I3 B TR + r1 BPX M2 I3 B TR²
 - t M2 I3 BPX r1 TR + t M2 I3 C1 BPX r1 TR - F M2 C3 I1 TR²
 + r1 BGX M2 C3 I1 TR + M2 t C2 I3 TR - r1 BPX M2 I1 C1 BGP TR²
 + r1 BPX M2 I1 BGP TR - F M1 I3 B TR + C0 M2 I1 BGP TR - k M1 I3 TR²
 - t X1 I3 TR - t F I3 TR + t M0 I3 TR + I0 M1 BGP TR + X1 I1 BGP TR²
 + F I1 BGP TR - M0 I1 BGP TR + t M2 I0 C3 TR - M2 t C0 I3 TR²
 + r1 BGX M1 I3 B TR + r1 BPX M1 I3 B TR - X1 M2 C3 I1 B TR²
 + r1 BGX M2 C3 I1 B TR + r1 BPX M2 C3 I1 B TR - F M2 C3 I1 B TR²
 + M2 I0 BGP TR - k M2 I3 TR + t r1 BPX I3 TR + t r1 BGX I3 TR²
 + CG M2 C3 I1 TR - k M2 C3 I1 TR + k M2 I3 C1 TR - M2 I0 C1 BGP TR²
 - r1 BPX I1 BGP TR - r1 BGX I1 BGP TR + M1 I3 TR DEPME²
 - X0 M2 I3 B TR - X0 M2 C3 I1 B TR + M2 C3 I1 TR DEPME²
 + M2 I3 TR DEPME + M1 I3 TR DEPMM + M2 C3 I1 TR DEPMM²
 + M2 I3 TR DEPMM + I3 TR C1 r1 BPX + I3 M0 C1 TR - I3 C1 TR F²
 + I3 C1 TR r1 BGX - I3 M3 C1 B TR - I3 X1 C1 TR - I3 M3 C1 TR²

+ I1 M3 C3 TR - I1 M0 C3 TR - I1 M3 C1 BGP TR - r1 BGX TR M1 I2 BGP
)
 (M2 I3 C1 + C3 M2 I2 + M2 C3)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
 + t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
 + M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 ^ 2
 ds/dTR,
 - (M0 BGP - F BGP - X1 BGP + M1 I3 DEPMN + M2 I3 DEPMN - 2 TR F M2 I3
 - 2 TR r1 BGX M2 I3 C1 + 2 TR F M2 I3 C1 + 2 TR r1 BGX M2 I3
 + 2 M3 C1 BGP TR + 2 M2 I3 TR DEPMN - 2 M1 r1 BGX C1 BGP TR
 - 2 M1 C1 r1 BPX BGP TR - 2 M1 F BGP TR - 2 M2 I1 r1 BGX C1 BGP TR
 + 2 M1 F C1 BGP TR + 2 M1 r1 BPX BGP TR + 2 M2 I1 F C1 BGP TR
 + 2 M1 r1 BGX BGP TR - 2 M2 I1 C1 r1 BPX BGP TR + I0 M1 BGP
 + 2 M2 I1 r1 BGX BGP TR + 2 M2 I1 r1 BPX BGP TR - M2 I3 C1 DEPMN
 + M2 C3 I1 DEPMN + M1 C3 DEPMN - 2 C2 M2 I1 BGP TR - 2 M2 I1 F BGP TR
 + 2 M2 C3 I1 TR DEPMN - X0 M2 I3 B - X0 M1 C3 B + k M2 I3 C1
 - M2 I0 C1 BGP - M0 C1 BGP - 2 M2 I3 C1 TR DEPMN - X0 M2 C3 I1 B
 + t r1 BPX C3 + t M2 I0 C3 + t r1 BGX C3 + X1 I1 BGP - M0 I1 BGP
 + X1 C1 BGP + CG M1 C3 - k M1 C3 + F I1 BGP - C1 r1 BPX BGP
 + 2 M1 I3 TR DEPMN + t r1 BPX I3 + t r1 BGX I3 + CG M2 C3 I1 - k M2 C3 I1
 - M2 t C0 I3 - CG M2 I3 C1 - r1 BPX I1 BGP - r1 BGX I1 BGP
 - r1 BGX C1 BGP + X0 M2 I3 C1 B - M2 I1 BGP C1 DEPMN
 - 2 r1 BPX M2 I3 C1 B TR - k M1 I3 - t X1 I3 - t F I3 + t M0 I3
 + C0 M1 BGP + F C1 BGP + CG M2 I3 - k M2 I3 + t M0 C3 - t F C3
 + r1 BGX BGP + r1 BPX BGP + CG M1 I3 + M2 I0 BGP - t X1 C3 + M1 BGP CG
 + C0 M2 I1 BGP + 2 r1 BGX M2 I3 B TR - 2 t M3 I3 B TR
 + 2 r1 BPX M2 I3 B TR + 2 r1 BGX M1 I3 B TR + 2 r1 BGX M2 C3 I1 B TR
 + 2 r1 BPX M2 C3 I1 B TR - 2 F M2 C3 I1 B TR + 2 X1 M2 I3 C1 B TR
 - M2 I1 BGP C1 CG + 2 r1 BPX M1 I3 B TR - 2 X1 M2 C3 I1 B TR
 + 2 r1 BGX M1 C3 B TR + 2 r1 BPX M1 C3 B TR - 2 X1 M1 I3 B TR
 + 2 M3 C1 BGP B TR - 2 C2 M1 BGP TR + 2 M3 I1 BGP TR
 + 2 TR M2 I1 BGP C1 B F + 2 M1 C3 TR DEPMN - 2 TR M2 I1 BGP C1 B r1 BGX
 - 2 TR M1 BGP C1 DEPMN - 2 TR M2 I1 BGP C1 DEPMN + M2 I1 BGP CG
 - 2 TR M2 I1 BGP C1 B BPX r1 - 2 F M1 C3 TR - M1 BGP C1 DEPMN
 - 2 t TR M2 I3 C1 B F + t M2 I3 C1 CG - 2 r1 BGX M2 I3 C1 B TR
 + 2 M2 t C2 I3 TR - 2 F M1 I3 B TR - 2 X1 M2 I3 B TR - 2 t M3 C3 B TR
 - 2 X1 M1 C3 B TR - 2 F M2 I3 B TR + 2 M3 I1 BGP B TR - 2 F M1 C3 B TR
 + 2 r1 BGX M2 C3 I1 TR - 2 F M2 C3 I1 TR + 2 r1 BGX M1 C3 TR
 + 2 r1 BGX M1 I3 TR - 2 t M3 C3 TR - t M2 I3 CG + 2 TR M2 I1 BGP C1 B X1
 - 2 F M1 I3 TR - 2 t M3 C3 TR - t M2 I3 CG + 2 TR M2 I1 BGP C1 B X1
 + 2 t TR M2 I3 C1 B r1 BGX + t M2 I3 C1 DEPMN + 2 t TR M2 I3 C1 B BPX r1
 - 2 t TR M2 I3 C1 B X1 + M2 I1 BGP C1 B X0 + 2 t TR M2 I3 C1 DEPMN
 - t M2 I3 C1 B X0 - 2 TR M1 BGP C1 B r1 BGX - 2 TR M1 BGP C1 B BPX r1
 + 2 TR M1 BGP C1 B X1 - M1 BGP C1 CG - X0 M1 I3 B + 2 TR M1 BGP C1 B F
 + M1 BGP C1 B X0 - 2 M3 BGP TR - 2 t TR r1 BGX M2 I3
 + 2 t TR r1 BGX M2 I3 C1 - 2 t BPX r1 TR M2 I3 + 2 t BPX r1 TR M2 I3 C1
 + 2 t TR F M2 I3 - 2 t TR F M2 I3 C1)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP + t M2 I3 C1
 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 + (- X0 BGP - X1 BGP TR - t X0 C3 - F BGP TR - M3 BGP TR + M0 BGP TR
 - t X0 I3 - F M2 I3 TR + r1 BGX M2 I3 TR + F M2 I3 C1 B TR
 + CG M2 I3 TR - CG M2 I3 C1 TR + F M2 I3 C1 TR - r1 BGX M2 I3 C1 TR
 - M2 I3 C1 TR DEPMN + X1 M2 I3 C1 B TR - r1 BGX M2 I3 C1 B TR
 - r1 BPX M2 I3 C1 B TR - M2 I3 C1 TR DEPMN + X0 M2 I3 C1 B TR
 - X0 M1 I3 B TR + M1 C3 TR DEPMN - TR M1 BGP F - TR M1 BGP C1 DEPMN
 - TR M1 BGP C1 DEPMN - TR M1 BGP C1 CG + TR M1 BGP r1 BGX
 + TR M1 BGP C1 B X0 + TR M1 BGP C1 F + TR M1 BGP C1 B X1
 + t TR M2 I3 C1 DEPMN + t TR M2 I3 F - TR M1 BGP C1 r1 BGX

+ t r1 BPX C3 TR + t M2 I0 C3 TR + t r1 BGX C3 TR - M2 t C0 I3 TR
+ r1 BGX M1 C3 B TR + r1 BPX M1 C3 B TR + r1 BGX M1 I3 B TR
+ r1 BPX M1 I3 B TR - X1 M2 C3 I1 B TR + r1 BGX M2 C3 I1 B TR
+ r1 BPX M2 C3 I1 B TR - F M2 C3 I1 B TR + M2 I0 BGP TR - t X1 C3 TR
- k M2 I3 TR + t M0 C3 TR - t F C3 TR + r1 BGX BGP TR + r1 BPX BGP TR
+ t r1 BPX I3 TR + t r1 BGX I3 TR + CG M2 C3 I1 TR - k M2 C3 I1 TR
+ k M2 I3 C1 TR - M2 I0 C1 BGP TR - C1 r1 BPX BGP TR
- r1 BPX I1 BGP TR - r1 BGX I1 BGP TR - r1 BGX C1 BGP TR
+ M1 I3 TR DEPME - X0 M2 I3 B TR - X0 M2 C3 I1 B TR - X0 M1 C3 B TR
+ M2 C3 I1 TR DEPME + M2 I3 TR DEPME + M1 I3 TR DEPME
+ M2 C3 I1 TR DEPME + M2 I3 TR DEPME + M1 C3 TR DEPME
/ TR
/ (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
+ t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
+ M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
+ (F I3 + X1 I3 - M0 I3 + M1 I3 DEPME + M2 I3 DEPME - 2 TR F M2 I3
- 2 TR r1 BGX M2 I3 C1 + 2 TR F M2 I3 C1 + 2 TR r1 BGX M2 I3
+ 2 M2 I3 TR DEPME - 2 M2 I1 r1 BGX C1 BGP TR + 2 M2 I1 F C1 BGP TR
- 2 M2 I1 C1 r1 BPX BGP TR + I0 M1 BGP + 2 M2 I1 r1 BGX BGP TR
+ 2 M2 I1 r1 BPX BGP TR - M2 I3 C1 DEPME + M2 C3 I1 DEPME
- 2 C2 M2 I1 BGP TR - 2 M2 I1 F BGP TR + 2 M2 C3 I1 TR DEPME
- X0 M2 I3 B + k M2 I3 C1 - M2 I0 C1 BGP - 2 M2 I3 C1 TR DEPME
- X0 M2 C3 I1 B + t M2 I0 C3 + X1 I1 BGP - M0 I1 BGP + F I1 BGP
+ 2 M1 I3 TR DEPME + t r1 BPX I3 + t r1 BGX I3 + CG M2 C3 I1
- k M2 C3 I1 - M2 t C0 I3 - CG M2 I3 C1 - r1 BPX I1 BGP
- r1 BGX I1 BGP + X0 M2 I3 C1 B - M2 I1 BGP C1 DEPME
- 2 r1 BPX M2 I3 C1 B TR - k M1 I3 - t X1 I3 - t F I3 + t M0 I3
+ CG M2 I3 - k M2 I3 + M2 I0 BGP - I1 M0 C3 + I1 F C3 + I1 X1 C3
- I3 X1 C1 - I3 C0 M1 + I0 M1 C3 + I3 M0 C1 - I3 C1 F - r1 BPX I3
- r1 BGX I3 - BGP M0 I2 + BGP X1 I2 + BGP F I2 + C0 M2 I1 BGP

+ TR M1 BGP C1 B F - TR M1 BGP C1 B r1 BGX - TR M1 BGP C1 B BPX r1
- t TR M2 I3 C1 B X0 - t TR M2 I3 r1 BGX + X0 I1 BGP
+ t TR M2 I3 C1 r1 BGX - t TR M2 I3 C1 B F + TR M1 BGP CG
- TR M2 I1 BGP F - t TR M2 I3 C1 F + t TR M2 I3 C1 DEPME
+ t TR M2 I3 C1 CG - TR M2 I1 BGP C1 CG - TR M2 I1 BGP C1 r1 BGX
+ TR M2 I1 BGP C1 B F - TR M2 I1 BGP C1 B r1 BGX + X0 C1 BGP
+ t TR M2 I3 C1 B r1 BGX + t TR M2 I3 C1 B BPX r1
- t TR M2 I3 C1 B X1 - TR M2 I1 BGP C1 DEPME + TR M2 I1 BGP C1 B X0
+ TR M2 I1 BGP r1 BGX + TR M2 I1 BGP C1 F - TR M2 I1 BGP C1 DEPME
+ M3 I1 BGP TR - F M1 C3 TR - t M3 I3 TR + M3 C1 BGP TR
- C2 M2 I1 BGP TR - TR M2 I1 BGP C1 B BPX r1 + TR M2 I1 BGP C1 B X1
- t TR M2 I3 CG + TR M2 I1 BGP CG - C2 M1 BGP TR - M3 BGP B TR
- F M1 I3 TR - t M3 C3 TR - X1 M2 I3 B TR - t M3 C3 B TR
- X1 M1 C3 B TR - F M2 I3 B TR + M3 I1 BGP B TR - F M1 C3 B TR
- t M3 I3 B TR - X1 M1 I3 B TR + M3 C1 BGP B TR + CG M1 I3 TR
+ r1 BGX M2 I3 B TR + r1 BPX M2 I3 B TR - t M2 I3 BPX r1 TR
+ t M2 I3 C1 BPX r1 TR + r1 BGX M1 C3 TR + r1 BGX M1 I3 TR
- F M2 C3 I1 TR + r1 BGX M2 C3 I1 TR + M2 t C2 I3 TR
- r1 BPX M2 I1 C1 BGP TR - r1 BPX M1 C1 BGP TR + r1 BPX M1 BGP TR
+ r1 BPX M2 I1 BGP TR - F M1 I3 B TR + C0 M2 I1 BGP TR + CG M1 C3 TR
- k M1 C3 TR - k M1 I3 TR - t X1 I3 TR - t F I3 TR + t M0 I3 TR
+ C0 M1 BGP TR + I0 M1 BGP TR + X1 I1 BGP TR + F I1 BGP TR
- M0 I1 BGP TR + X1 C1 BGP TR + F C1 BGP TR - M0 C1 BGP TR

- t M3 I3 TR - C2 M2 I1 BGP TR - TR M2 I1 BGP C1 B BPX r1
 + TR M2 I1 BGP C1 B X1 - t TR M2 I3 CG + TR M2 I1 BGP CG
 - X1 M2 I3 B TR - F M2 I3 B TR + M3 I1 BGP B TR - t M3 I3 B TR
 - X1 M1 I3 B TR + r1 BGX M2 I3 B TR + r1 BPX M2 I3 B TR
 - t M2 I3 BPX r1 TR + t M2 I3 C1 BPX r1 TR - F M2 C3 I1 TR
 + r1 BGX M2 C3 I1 TR + M2 t C2 I3 TR - r1 BPX M2 I1 C1 BGP TR
 + r1 BPX M2 I1 BGP TR - F M1 I3 B TR + C0 M2 I1 BGP TR - k M1 I3 TR
 - t X1 I3 TR - t F I3 TR + t M0 I3 TR + I0 M1 BGP TR + X1 I1 BGP TR
 + F I1 BGP TR - M0 I1 BGP TR + t M2 I0 C3 TR - M2 t C0 I3 TR
 + r1 BGX M1 I3 B TR + r1 BPX M1 I3 B TR - X1 M2 C3 I1 B TR
 + r1 BGX M2 C3 I1 B TR + r1 BPX M2 C3 I1 B TR - F M2 C3 I1 B TR
 + M2 I0 BGP TR - k M2 I3 TR + t r1 BPX I3 TR + t r1 BGX I3 TR
 + CG M2 C3 I1 TR - k M2 C3 I1 TR + k M2 I3 C1 TR - M2 I0 C1 BGP TR
 - r1 BPX I1 BGP TR - r1 BGX I1 BGP TR + M1 I3 TR DEPME
 - X0 M2 I3 B TR - X0 M2 C3 I1 B TR + M2 C3 I1 TR DEPME
 + M2 I3 TR DEPME + M1 I3 TR DEPME + M2 C3 I1 TR DEPME
 + M2 I3 TR DEPME + I3 TR C1 r1 BPX + I3 M0 C1 TR - I3 C1 TR F
 + I3 C1 TR r1 BGX - I3 M3 C1 B TR - I3 X1 C1 TR - I3 M3 C1 TR
 - I3 C1 t TR r1 BGX + F TR M1 I2 BGP - I1 r1 BGX C3 TR
 - I1 M3 C1 BGP B TR + BGP X0 I2 - BGP M0 I2 TR + BGP M3 I2 TR
 - BGP r1 BGX I2 TR + I2 X0 M1 C3 B TR - BGP r1 BPX I2 TR
 + BGP M3 I2 B TR + BGP X1 I2 TR + BGP F I2 TR - I0 TR M1 C1 BGP
 + I3 t X1 C1 TR - I3 t M0 C1 TR + I0 TR M1 C3 + I3 C1 t M3 B TR
 - I3 r1 BPX M1 TR - I1 X0 C1 BGP - I2 F C1 BGP TR + I2 M0 C1 BGP TR
 - CG TR M1 I2 BGP - I2 t r1 BPX C3 TR - I2 t r1 BGX C3 TR
 - I2 X0 C1 BGP - I2 r1 BPX M1 BGP TR + I2 t M3 C3 B TR
 + I2 X1 M1 C3 B TR + I2 F M1 C3 B TR - I2 M3 C1 BGP B TR
 - I2 r1 BGX M1 C3 B TR - I2 r1 BPX M1 C3 B TR - I2 r1 BGX M1 C3 TR
 + I2 r1 BPX M1 C1 BGP TR - I2 TR M1 BGP C1 B BPX r1
 + I2 TR M1 BGP C1 B r1 BGX + I2 TR M1 BGP C1 B BPX r1
 - I2 TR M1 BGP C1 B X1 + I3 t X0 C1 + I3 r1 BPX M1 C1 TR
 + I3 C1 t M3 TR - I3 C0 M1 TR + I3 C1 t TR F - I3 t TR C1 r1 BPX
 + I3 k M1 C1 TR + I3 C2 M1 TR - I2 M1 C3 TR DEPME
 + I2 C1 r1 BPX BGP TR + I2 r1 BGX C1 BGP TR + I2 t X1 C3 TR
 - I2 t M0 C3 TR + I2 t F C3 TR - I2 CG M1 C3 TR + I2 k M1 C3 TR
 - I2 C0 M1 BGP TR - I2 X1 C1 BGP TR + I2 C2 M1 BGP TR
 + I2 TR M1 BGP C1 r1 BGX + I2 t M3 C3 TR + I2 F M1 C3 TR
 - I2 M3 C1 BGP TR + I2 t X0 C3 - I2 M1 C3 TR DEPME - I1 X1 C1 BGP TR
 + I2 TR M1 BGP C1 DEPME - I2 TR M1 BGP C1 B X0 - I2 TR M1 BGP C1 F
 + I2 TR M1 BGP C1 DEPME + I2 TR M1 BGP C1 CG - I1 F C1 BGP TR
 + I1 M0 C1 BGP TR + I1 M3 C3 B TR + I1 C1 r1 BPX BGP TR
 + I1 r1 BGX C1 BGP TR - I1 r1 BPX C3 TR + I1 F C3 TR + I1 X1 C3 TR
 + I1 M3 C3 TR - I1 M0 C3 TR - I1 M3 C1 BGP TR - r1 BGX TR M1 I2 BGP
)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
 + t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
 + M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 - F + r1 BGX + r1 BPX
 ds/df,

- (- BGP TR - TR M1 BGP + TR M1 BGP C1 + TR M1 BGP C1 B + t TR M2 I3²
 + t TR M2 I3 C1 - t TR M2 I3 C1 B - TR M2 I1 BGP + TR M2 I1 BGP C1²
 + TR M2 I1 BGP C1 B - I3 M1 TR - M2 I3 TR - M1 C3 TR + M2 I3 C1 B TR²
 - M2 C3 I1 TR + M2 I3 C1 TR - M1 I3 B TR - M2 I3 B TR - M1 C3 B TR²
 - M2 C3 I1 B TR - t C3 TR - t I3 TR + I1 BGP TR + C1 BGP TR)²
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 + (I3 TR - M2 I3 TR - t I3 TR + I1 BGP TR + I1 C3 TR - I3 C1 TR²
 + BGP I2 TR - TR M2 I1 BGP + t TR M2 I3 - t TR M2 I3 C1
 + M2 I3 C1 B TR - t TR M2 I3 C1 B + TR M2 I1 BGP C1 - M2 C3 I1 TR²
 + M2 I3 C1 TR + TR M2 I1 BGP C1 B - M2 C3 I1 B TR - M1 I3 B TR²
 - M2 I3 B TR - I2 TR M1 BGP C1 - I1 C1 BGP TR + I3 t C1 TR²
 + I2 t C3 TR - I2 C1 BGP TR - I2 TR M1 BGP C1 B + I2 M1 C3 B TR²
 + I2 M1 C3 TR + TR M1 I2 BGP)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
 + t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
 + M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 - TR
 ds/dx0,
 - (- t C3 - M1 I3 B TR - t I3 + TR M1 BGP C1 B - t TR M2 I3 C1 B
 + TR M2 I1 BGP C1 B + C1 BGP + I1 BGP - BGP + M2 I3 C1 B TR
 - M2 C3 I1 B TR - M2 I3 B TR - M1 C3 B TR)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP + t M2 I3 C1
 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)

+ M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 + (- I3 C1 - M1 I3 B TR - t I3 - t TR M2 I3 C1 B + TR M2 I1 BGP C1 B
 + I1 C3 + I1 BGP + M2 I3 C1 B TR - M2 C3 I1 B TR - M2 I3 B TR
 - I1 C1 BGP + I3 + BGP I2 + I2 M1 C3 B TR + I3 t C1 - I2 C1 BGP
 + I2 t C3 - I2 TR M1 BGP C1 B)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
 + t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
 + M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
 ds/dx1,
 - (BGX BGP TR + BPX BGP TR + BPX M1 I3 B TR - TR M2 I1 BGP C1 B BPX²
 - TR M2 I1 BGP C1 B BGX + t TR M2 I3 C1 B BPX - BPX M2 I3 C1 B TR²
 + BPX M2 I3 B TR - BGX M2 I3 C1 B TR + BPX M2 C3 I1 B TR²
 + BGX M2 I3 B TR + BGX M2 C3 I1 B TR - BGX M2 I3 C1 TR + t BPX I3 TR²
 - BGX I1 BGP TR + BPX M2 I1 BGP TR - BPX M2 I1 C1 BGP TR²
 - BPX I1 BGP TR + t BGX I3 TR + BGX M2 I3 TR + t TR M2 I3 C1 B BGX²
 + t M2 I3 C1 BPX TR - TR M2 I1 BGP C1 BGX + t TR M2 I3 C1 BGX²
 + BGX M1 C3 B TR + BPX M1 C3 B TR + BPX M1 BGP TR + t BPX C3 TR²
 + BGX M2 C3 I1 TR + TR M2 I1 BGP BGX - t M2 I3 BPX TR - BGX C1 BGP TR²
 - C1 BPX BGP TR + TR M1 BGP BGX - TR M1 BGP C1 BGX²
 - TR M1 BGP C1 B BGX - t TR M2 I3 BGX + t BGX C3 TR - BPX M1 C1 BGP TR²
 + BGX M1 C3 TR + BGX M1 I3 TR + BGX M1 I3 B TR - TR M1 BGP C1 B BPX)
 / TR
 / (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP + t M2 I3 C1
 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)

```

/ (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP + t M2 I3 C1
+ M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
+ t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
+ (t TR M2 I3 C1 - M2 I1 C1 BGP TR - M2 I3 C1 TR + M1 I3 TR + M2 C3 I1 TR
+ M2 I3 TR - I2 M1 C3 TR + I2 TR M1 BGP C1)
/ TR
/ (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
+ t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
+ M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
ds/dDEPME,
- (M1 C3 TR - TR M1 BGP C1 + t TR M2 I3 C1 - TR M2 I1 BGP C1 + I3 M1 TR
- M2 I3 C1 TR + M2 C3 I1 TR + M2 I3 TR)
/ TR
/ (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP + t M2 I3 C1
+ M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1 + M2 BGP + M1 I3
+ t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
+ (- TR M2 I1 BGP C1 + M2 I3 TR + M2 C3 I1 TR - I2 M1 C3 TR
+ I2 TR M1 BGP C1 + t TR M2 I3 C1 - M2 I3 C1 TR + I3 M1 TR)
/ TR
/ (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
+ t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
+ M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
words used=71076, alloc=40960, time=42.783

```

```

+ (BPX M1 I3 B TR - TR M2 I1 BGP C1 B BPX - TR M2 I1 BGP C1 B BPX
+ t TR M2 I3 C1 B BPX - BPX M2 I3 C1 B TR + BPX M2 I3 B TR
- BPX M2 I3 C1 B TR + BPX M2 C3 I1 B TR + BPX M2 I3 B TR
+ BPX M2 C3 I1 B TR - BPX M2 I3 C1 TR + t BPX I3 TR - BPX I1 BGP TR
+ BPX M2 I1 BGP TR - BPX M2 I1 C1 BGP TR - BPX I1 BGP TR
+ t BPX I3 TR + BPX M2 I3 TR + t TR M2 I3 C1 B BPX
+ t M2 I3 C1 BPX TR - TR M2 I1 BGP C1 BPX + t TR M2 I3 C1 BPX
+ BPX M2 C3 I1 TR + TR M2 I1 BGP BPX - t M2 I3 BPX TR
- t TR M2 I3 BPX + BPX M1 I3 B TR - BPX I3 TR - BPX I3 TR
+ I2 TR M1 BGP C1 B BPX + I2 TR M1 BGP C1 BPX
+ I2 TR M1 BGP C1 B BPX - BPX BPX I2 TR + I1 BPX C1 BPX TR
+ I2 BPX M1 C1 BGP TR - BPX TR M1 I2 BGP - I2 BPX M1 C3 B TR
- I2 BPX M1 C3 B TR - I2 BPX M1 C3 TR - I2 BPX M1 BGP TR
+ I1 C1 BPX BGP TR + I2 C1 BPX BGP TR + I3 C1 TR BPX - I3 t TR C1 BPX
- I2 t BPX C3 TR - I2 t BPX C3 TR - I1 BPX C3 TR + I2 BPX C1 BGP TR
+ I3 BPX M1 C1 TR - I3 BPX M1 TR + I3 TR C1 BPX - I1 BPX C3 TR
- BPX BPX I2 TR - I3 C1 t TR BPX)
/ TR
/ (- M2 I3 C1 + M2 I2 BGP + M1 C3 - M2 C1 BGP - M2 I2 C1 BGP
+ t M2 I3 C1 + M1 BGP - M1 C1 BGP - M2 I1 C1 BGP + M2 C3 I1
+ M2 BGP + M1 I3 + t C3 M2 I2 + t C3 M2 + M1 I2 BGP + M2 I3)
+ TR BPX + TR BPX
ds/dDEPMM,
- (- M1 C1 BGP TR - M2 I1 C1 BGP TR + t TR M2 I3 C1 - M2 I3 C1 TR
+ M2 C3 I1 TR + M1 I3 TR + M2 I3 TR + M1 C3 TR)
/ TR

```

