

ALGUNOS INDICADORES PARA EL ESTUDIO DEL PROCESO DE
REDISTRIBUCION ESPACIAL DE LA POBLACION.

(BORRADOR)

M. VILLA
Ago. 1983

1. Densidad de Población

Relación por cociente entre el número de personas y la superficie ocupada por ellas. Habitualmente se le expresa como población por kilómetro cuadrado de territorio. Se le emplea como una medida de la relación entre tamaño de población y recursos en estudios ecológicos. Sin embargo, constituye una correlación de tipo intrigante que comporta riesgos cuando se le usa de modo poco cauteloso. Sin duda el denominador (superficie bruta) no se aproxima, sino muy groseramente, a algún indicador de recursos disponibles. En ocasiones se ha intentado refinar esta medida empleando como denominador a la superficie agrícola o cultivada.

En general, la utilidad de la medida, en tanto indicador de ocupación del espacio, varía en forma inversamente proporcional con el tamaño de las superficies consideradas. Por ende, es aconsejable disponer de información para las menores unidades territoriales que sea posible identificar. Indudablemente tiene interés la confrontación de valores de densidad entre distintos momentos en el tiempo pues, de esta forma, se consigue algún indicio del proceso de cambio en la ocupación espacial. Es conveniente, para tal fin, no sólo inspeccionar los cambios en los valores absolutos, sino también estimar tasas de cambio. La comparación entre momentos en el tiempo puede verse dificultada por cambios en los límites de las unidades territoriales, por lo que debe hacerse un esfuerzo en el sentido de conseguir el mayor grado posible de comparabilidad de los datos anteriores con la última información disponible. Ahora bien, si no hubiese cambios en los límites de las unidades territoriales, el cambio en la densidad de población será, evidentemente, simplemente proporcional al cambio en el tamaño de población.

2. Distribución Porcentual y por Rangos

Un modo simple de ordenar las estadísticas, apropiado para cualquier agregado demográfico, es calcular la distribución porcentual de la población que habita en determinadas áreas geográficas (provincias, regiones, cantones, etc.). Si esta distribución se obtiene para diferentes momentos en el tiempo, entonces puede estimarse el cambio en puntos porcentuales o la diferencia relativa entre aquellos.

Otro procedimiento muy simple consiste en ordenar las unidades geográficas según rangos de tamaño de población. Los ordenamientos para distintos censos pueden compararse y, consiguientemente, será posible obtener una medida del cambio de rango.

3. Indices de Ocupación Territorial

Con el propósito de superar algunas de las deficiencias que presenta la densidad de ~~N~~^{población} se ha diseñado un conjunto de índices de ocupación del territorio. Se trata de controlar los valores específicos de densidad (d) para las divisiones (i) de un territorio mayor usando como norma o estándar la sumatoria de la densidad de todas (n) las divisiones en que se fragmenta ese territorio.

$$I_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^n d_i}$$

y, del mismo modo, para los espacios urbanos y rurales:

$$I_{ri} = \frac{d_{ri}}{\sum_{i=1}^n d_{ri}} \quad I_{ui} = \frac{d_{ui}}{\sum_{i=1}^n d_{ui}}$$

Como es obvio, la suma de I_i para todas las n divisiones será 1 ó 100 (si se expresa en porcentaje). Los valores individuales de I_i muestran los grados de ocupación del espacio de cada una de las unidades territoriales con relación a la situación del territorio total. Así,

si $I_i < \frac{1}{n}$ la unidad territorial presentará una subocupación relativa;

$I_i > \frac{1}{n}$ la unidad territorial presentará una sobreocupación relativa;

$I_i = \frac{1}{n}$ entonces la unidad estará ocupada de modo similar al total.

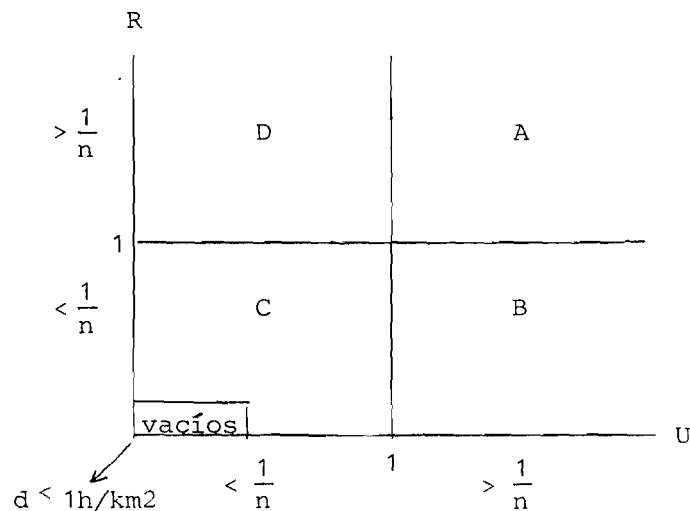
Usando los indicadores urbanos y rurales se puede tener las siguientes situaciones:

a) $I_{ui} > \frac{1}{n}$, $I_{ri} > 1/n > I_i < \frac{1}{n}$, zona de ocupación total, ambas áreas presentan sobreocupación relativa;

b) $I_{ui} > \frac{1}{n}$, $I_{ri} < 1/n$, zona de ocupación parcial, con sobreocupación relativa del espacio urbano y subocupación relativa del espacio rural;

c) $I_{ui} < 1/n$, $I_{ri} < 1/n \rightarrow I_i < \frac{1}{x}$, zona de subocupación total;

d) zonas vacías serán aquellas donde $d_i < 1h/km^2$ (ver gráfico).



A = ocupación total

B = subocupación rural

C = subocupación total

D = subocupación rural y subocupación urbana

Para efectuar comparaciones históricas (donde se trata de obtener una medida independiente de cambios en el tamaño, el número y los límites de las divisiones), se puede multiplicar el valor del Índice Global por n que es el número de divisiones territoriales.

$$nI = \frac{d}{\sum_{i=1}^n d_i/n} = \frac{d_n}{\sum_{i=1}^n d_i}$$

y, del mismo modo,

$$nI_u = \frac{d_u}{\sum du_i} \quad nI_r = \frac{d_r}{\sum dr_i}$$

donde nI da una medida del grado de heterogeneidad de la ocupación del espacio total, urbano y rural. También puede obtenerse una medida o coeficiente de heterogeneidad urbano-rural:

$$k = \frac{\bar{d}_u}{\bar{d}_i}$$

donde \bar{d}_u y \bar{d}_r son medias aritméticas de las densidades:

$$\bar{d}_u = \frac{\sum_{i=1}^n d_{ui}}{n} \quad \bar{d}_r = \frac{\sum_{i=1}^n d_{ri}}{n}$$

Algunos problemas que presenta el uso de esta medida aluden a:

a) cálculo de la superficie para obtener las densidades de los espacios urbanos; b) la consideración de las unidades espaciales de mayor densidad dentro del territorio. En efecto, es difícil disponer de datos adecuados sobre la superficie de las ciudades para, con ellos, estimar las respectivas densidades y permitir las confrontaciones. De otro lado, la inclusión, dentro de un mismo conjunto de unidades espaciales que, por su pequeña superficie o gran población (alto porcentaje del total nacional), poseen elevadas densidades con las demás unidades espaciales en que se divide un territorio, puede ocasionar que un índice sea superior a $\frac{1}{n}$ y todos los demás revelen subocupación relativa.

4. La Curva de Lorenz y el Coeficiente de Concentración de Gini

El concepto de concentración alude tanto al estado de la desigualdad de una distribución en un momento dado como a su proceso de cambio a través del tiempo. Las medidas disponibles sólo se refieren a un momento en el tiempo pero pueden ser usadas con fines de estática comparativa para advertir cambios. Así ocurre con la curva de Lorenz que confronta una cierta distribución con otra de tipo hipotético que se supone uniforme (diagonal principal de un cuadrado). En rigor si cada una de las categorías de una distribución de frecuencias relativas que relaciona dos variables tuviese un mismo porcentaje, su acumulación daría lugar a una línea recta ascendente que se confundiría con la diagonal principal de un cuadrado o curva de equidistribución. El efecto visual de la concentración aparecería indicado, entonces por el área contenida entre la curva construida y la línea de equidistribución. Para superar la mera interpretación visual se ha diseñado un índice numérico que consiste en el cálculo de la razón entre el valor del área contenida por el triángulo rectángulo que forma la línea de equidistribución y el área contenida por las curvas construidas. Una aproximación aceptable la proporciona el coeficiente de concentración (CC) de Gini:

$$CC = \left(\sum_{i=1}^n X_{i-1} \cdot Y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_{i-1} \right)$$

(si los valores acumulativos fueran porcentajes será apropiado dividir el CC por 10 000). El valor de CC será igual a 0 cuando la situación sea de equidistribución y será igual a la unidad en caso de máximo de concentración.

Para el cálculo del CC se sugiere seguir los siguientes pasos:

- a) dividir el territorio en un número apropiado de unidades o categorías de unidades (10 a 30);
- b) ordenar esas categorías en forma decreciente según una relación entre las variables que intervengan (si X_i es población (N) y si y_i es superficie (S), el ordenador será $X_i/Y_i = d$);

- c) calcular los porcentajes o las proporciones de cada variable y luego acumularlos;
- d) obtener los productos cruzados de las frecuencias acumuladas; y
- e) restar las sumas de los productos cruzados de las frecuencias acumuladas.

Duncan ha usado el índice de disimilitud para confrontarlo con el CC de Gini que, algebraicamente, coincide con el valor máximo de la diferencia entre X_i y Y_i para el conjunto de n valores y , geoméricamente, corresponde a la mínima distancia entre la diagonal de equidistribución y la curva construida. Este índice de disimilitud se obtiene como la semisuma de las diferencias absolutas entre las dos distribuciones no acumuladas:

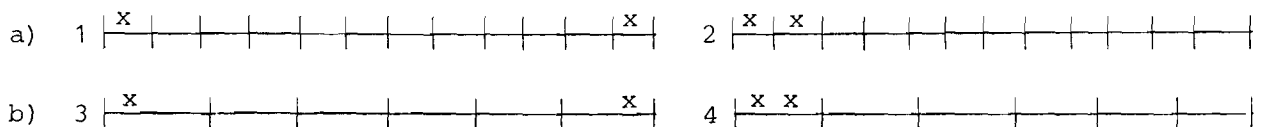
$$\Delta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N | X_i - Y_i |$$

Entre los problemas de estos índices y de la curva de Lorenz cabe mencionar:

a) los valores a ser obtenidos con el CC y Δ estarán en función del número de unidades espaciales en que se subdivide un territorio, lo cual implica que estas medidas no proporcionan una respuesta única acerca del grado de concentración; y,

b) se trata de estimaciones anespaciales en el sentido que, como resultado del agrupamiento que se efectúa, pueden resultar juntas ciertas áreas físicamente muy distanciadas entre si.

En otros términos, estos indicadores son incapaces de distinguir entre configuraciones diferentes y, así, distribuciones espaciales distintas pueden ocasionar iguales valores resúmenes. Además, como la "clave" para el ordenamiento de la distribución de Y_i versus X_i es el cociente X_i/Y_i , que sólo puede calcularse una vez que se ha dividido el territorio en unidades menores, la estimación final del valor del índice dependerá del criterio de división.



En el gráfico anterior:

$$CC_1 = CC_2 = CC_4; CC_{1,2,4} \neq CC_3$$

5. Medidas Centrógraficas

Gran parte de las medidas de la estadística descriptiva convencional puede usarse, en forma adaptada, para describir distribuciones espaciales de puntos como paso preliminar para su ulterior comparación y análisis conducente a la explicación de los patrones identificados. La descripción de los patrones de puntos puede realizarse de dos maneras: a) especificando el grado de agrupación o posición dentro de una escala que va desde la concentración completa hasta el ordenamiento completo; y b) estableciendo índices de tendencia central y dispersión (técnicas centrográficas).

El centro medio es una medida de tendencia central dentro de una distribución espacial que se calcula de modo similar a la media de una distribución numérica común. La localización de un punto particular en el patrón puede definirse con precisión mediante el uso de dos coordenadas (X, Y) que representan la distancia de aquel punto tanto en sentido horizontal como vertical con relación a un punto de referencia o de origen fijo. Un ejemplo evidente es el de las coordenadas terrestres que posibilitan una definición razonablemente exacta de la localización de un punto cualquiera en el espacio terrestre. El centro medio se define como un punto que tiene como coordenadas (\bar{X}, \bar{Y}) los respectivos valores medios de todas las coordenadas X, Y en la distribución. Así, se combinan los valores medios de dos distribuciones numéricas separadas, ~~par~~ dadas a lo largo de ejes diferentes, para localizar el centro medio de una distribución espacial. En consecuencia, el centro medio puede ser interpretado como el centro de gravedad de una distribución espacial.

El centro medio, centroide o punto medio de una distribución constituye el centro de gravedad o punto de equilibrio de la misma; geoméricamente aparece identificado como el punto de intersección de dos perpendiculares cada una de las cuales bisecta en una dirección el plano en que se distribuyen los puntos. Desde el punto de vista físico, el centro medio de población consiste en "el punto sobre el cual el territorio se balancearía si fuese un plano rígido, sin peso, de modo tal que, con relación a tal punto, cada individuo será, entonces proporcional a la distancia que le separa del

punto medio". Por esta misma razón, el centro medio resulta muy afectado por los valores extremos y será muy sensible a cualquier cambio; pero, como representa el punto en el cual se anulan las distancias en cualquier dirección, su uso con datos de diferentes momentos en el tiempo se presta para indicar la orientación geográfica del poblamiento.

Tal como se sostuvo anteriormente, el centro medio de una distribución espacial de población se obtiene como un promedio ponderado de las poblaciones por sus coordenadas de localización:

$$\overline{CP} = \overline{XP}; \overline{YP} \quad \overline{XP} = \frac{\sum_{i=1}^k (X_i P_i)}{\sum_{i=1}^k P_i}; \quad \overline{YP} = \frac{\sum_{i=1}^k (Y_i P_i)}{\sum_{i=1}^k P_i}$$

donde X_i , Y_i representan la latitud y la longitud respectivamente. Por ende, podría expresarse el centro medio de población como el punto de intersección de la latitud y longitud medias de la población:

$$\overline{CP} = \overline{LAP}; \overline{LOP} \quad \overline{LAP} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i LA_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad \overline{LOP} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i LO_i}{\sum_{i=1}^n P_i}$$

Existen también otras medidas de tendencia central como el centro mediano y el centro modal. El centro mediano se define como el "punto que puede ser alcanzado por todos los individuos de una distribución con el viaje en línea recta más corto"; en esencia, se trata del punto de intersección de dos ejes ortogonales que divide un territorio en hemisferios con igual número de habitantes.

Se dispone de algunas medidas de la dispersión de la población, pero su utilidad parece limitada. Tal vez el parámetro de mayor interés sea el que proporciona la distancia standard cuya relación con el centro de población es semejante a la que la desviación standard guarda con el promedio aritmético de cualquier distribución de frecuencias. En otros términos, es una medida de la dispersión de las distancias (de todos los individuos con relación al centro de población). Si \overline{XP} y \overline{YP} son las coordenadas del centro de población (\overline{LAP} y \overline{LOP}), entonces la distancia desde cualquier elemento i , con coordenadas XP_i y YP_i , al centro estará dada por:

$$D_{icp} = \sqrt{(XP_i - \overline{XP})^2 + (YP_i - \overline{YP})^2}$$

y la distancia standard será:

$$DS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n D_{icp}}{n}}$$

6. Medidas de Interacción Espacial. Modelos Potenciales y Gravitacionales.

La organización social del espacio involucra la conformación de nodos o puntos centrales, que se distinguen de acuerdo a la magnitud y diversidad de las actividades que se realizan en ellos así como por sus relaciones con ciertas áreas con las que se encuentran asociadas. Este tópicó puede ser abordado desde diversas perspectivas. Una de ellas corresponde a la identificación de las formas de interacción que se establecen a través de la distancia. Una aproximación analítica al estudio de la interacción espacial la proporciona la noción de potencial. Este término constituye una expresión particular del concepto de gravedad en tanto, como símil de la formulación física, supone que la interacción a través del espacio, con relación a un punto, desde otros puntos, es directamente proporcional a las masas pertinentes e inversamente proporcional a la distancia interviniente. Consecuentemente la suma de las interacciones desde todos los puntos hacia uno específico define el potencial de aquel punto. Puede suponerse que el potencial de un lugar es equivalente a una medida de accesibilidad agregada desde los distintos puntos de una distribución.

Una aplicación específica del modelo potencial es aquella que se hace a la distribución de población. Dentro de un territorio finito que contiene n lugares poblados, el potencial de población para un punto i se obtiene sumando los potenciales individuales que surgen desde cada punto incluyendo a aquel que corresponde al propio punto i:

$$nVi = \frac{P_1}{di1} + \frac{P_2}{di2} + \dots + \frac{P_j}{dij} + \dots + \frac{P_n}{din} \quad \frac{P_i}{dii} = \sum_{j=1}^n \frac{P_j}{dij}$$

luego nV_i es la suma de los efectos que todos los n lugares ejercen sobre i , incluido el efecto de i sobre si mismo; sin embargo, es difícil el cálculo de iV_i porque d_{ii} será nula y entonces:

$$iV_i = \frac{P_i}{d_{ii}} = \frac{P_i}{0} = \infty$$

para afrontar esta dificultad se ha adoptado la convención de substituir el verdadero valor de d_{ii} por otro que corresponde a la mitad de la distancia entre i y su vecino más cercano.

Cada vez que se calcula el potencial para algún punto de una distribución será necesario estimar las distancias que le separan de los demás puntos y, al repetirse el procedimiento para los otros puntos, deberá volverse a efectuar tales estimaciones aunque las poblaciones sigan siendo invariantes. Por consiguiente será posible obtener tantos valores del potencial como lugares existan dentro de una distribución. Si se dispone de un gran número de potenciales es posible identificar superficies potenciales y constituir mapas de isopotenciales; para tal fin se trazan líneas que engloban puntos con un cierto valor de potencial. El punto con mayor potencial corresponde a aquel lugar de mayor accesibilidad agregada y coincide con el centro medio armónico de la distribución espacial el cual suele ser idéntico al centro modal.

En los estudios de interacción espacial suele ser muy importante el análisis conjunto de la fricción ejercida por la distancia y de la complementariedad geográfica. De acuerdo con este segundo concepto la división del trabajo conduciría a formas de especialización relativa a través del espacio lo cual, por cierto, demandaría un conjunto de relaciones de complementariedad. Para lograr el propósito de combinar ambos conceptos se utiliza el modelo gravitacional que consiste en un mecanismo para describir simultáneamente las interacciones recíprocas de dos o más puntos en el espacio. Si bien su base lógica es similar a la del modelo potencial, difiere de éste en cuanto considera relaciones mutuas entre lugares y no la supuesta influencia ejercida respecto de uno de ellos como lo hace el potencial. Desde un punto de vista analítico el modelo gravitacional concibe la determinación de la interacción entre lugares como una proporción directa del producto de sus masas e indirecta de la distancia que les separa:

$$I_{ij} = f \left(\frac{P_i P_j}{d_{ij}} \right)$$

este producto de las masas dividido por la distancia se define como factor de energía de la interacción (FEI) y puede concebirse como una variable independiente que representa el volumen de movimientos registrados. Obviamente, a un mayor producto de las masas corresponderá un más alto valor de FEI y, a su vez, a una mayor distancia entre las masas corresponderá un menor valor de FEI. Así interpretado, el FEI puede ser de utilidad para dar una explicación estadística de la variación que presentan los datos que describen movimientos a través del espacio (personas, bienes, ideas).

7. Expresiones cartográficas de la distribución espacial de la población.

Existe una multiplicidad de formas diseñadas para la representación de datos acerca de la distribución espacial de la población. Una reseña de algunas técnicas se ofrece en el documento Representaciones Cartográficas de la Distribución Espacial de la Población: Una Ejemplificación.

8. Grado y ritmo de la urbanización.

Son numerosas las medidas propuestas para cuantificar el grado de urbanización de una población, concepto que alude a la incidencia (absoluta o relativa) de la población urbana dentro del conjunto total. La medida más obvia corresponde al porcentaje urbano (véanse las notas que aparecen en el documento Algunas Relaciones Básicas para la Medición del Grado y Ritmo de la Urbanización); este porcentaje puede calcularse, obviamente, también para la población vecindada en localidades de ciertas clases de tamaño. Así Gibbs ha sugerido un índice de la "escala de la urbanización", S_u , y otro de la "escala de la concentración de la población"^{Sp} que se expresan del siguiente modo: si X_i es la proporción de la población urbana en la clase de tamaño urbano i y en todas las clases de tamaño por encima de ella, en tanto que Y_i es la proporción de la población total en la clase de tamaño urbano i y en todas las clases de tamaño por encima de ella, entonces:

$$S_u = \sum X_i Y_i$$

a su vez, si Z_i es la proporción de la población total en la clase de tamaño i y en todas las clases de tamaño por encima de ella, entonces:

$$S_p = \sum Z_i$$

Ambos índices miden el grado en que la población está concentrada en el extremo superior de la escala de tamaños de localidades. Las dos medidas, junto al porcentaje urbano, pueden calcularse para diferentes unidades administrativas. Naturalmente, el CC de Gini y la curva de Lorenz pueden emplearse para la descripción de la concentración urbana.

Otros índices del grado de urbanización se orientan a determinar un tamaño "central" de las localidades. Así, por ejemplo, una medida que se asemeja a la que se usa para determinar la edad mediana de la población es la que permite estimar el tamaño de la localidad del habitante mediano; para su cálculo se ordena a la población de un país de acuerdo al tamaño de las localidades en forma de categorías que van desde la menor a la mayor, se obtienen los porcentajes correspondientes a cada categoría, se efectúa una acumulación de los porcentajes y luego se aplica una interpolación lineal:

$$\hat{U}_i = Q_i + (Q_{i+1} - Q_i) \frac{50 - PP_i}{PP_{i+1} - PP_i}$$

donde Q_i y PP_i constituyen la categoría en que se encuentra el porcentaje acumulado (PP_i) de población inmediatamente anterior al 50 por ciento y Q_{i+1} y PP_{i+1} representan la categoría siguiente de tamaño (Q_i y Q_{i+1} se identifican por el límite superior de la categoría que representan). Cuando las categorías de tamaño ^{de amplitudes} son diferentes se obtienen logaritmos de los límites de las categorías:

$$\log \hat{U}_i = \log Q_i + (\log Q_{i+1} - \log Q_i) \frac{50 - PP_i}{PP_{i+1} - PP_i}$$

La interpretación del índice es muy simple: a mayor valor de \hat{U}_i (tamaño de la localidad en que reside el habitante mediano) tanto más alto será el grado de urbanización. El valor de esta medida puede verse afectado por la naturaleza de la distribución de las categorías de las localidades y carece de sentido aplicarla cuando más del 50 por ciento de la población vive en áreas rurales o cuando el grado de concentración de los habitantes urbanos en una localidad es muy acentuado. Finalmente, un cuarto índice del grado de urbanización consiste en el tamaño poblacional de la ciudad media, que se obtiene mediante el cálculo del promedio aritmético simple del tamaño de los lugares poblados de un país. Corresponde, estadísticamente al concepto del valor esperado del tamaño de las ciudades, es decir al producto del tamaño de la ciudad por la probabilidad que tiene una persona cualquiera obtenida al azar de la población de residir en la ciudad C_i , esa probabilidad es igual a la proporción de la población que vive en la ciudad C_i respecto de la población del país:

$$\bar{U}_i = E(C_i) = \sum p_i v_i \quad p_i = \frac{C_i}{P} \quad v_i = C_i$$

como la población que vive en la ciudad C_i es también el tamaño de la ciudad, tanto el valor variable como la población de la ciudad ^(p_i) son idénticos, entonces:

$$\bar{U}_i = \sum p_i v_i = \frac{\sum C_i^2}{P}$$

puede pensarse que este índice está ponderado por los tamaños de las ciudades y así:

$$\bar{U}_i = \sum p_i v_i = \underbrace{\frac{\sum C_i}{P}}_A \cdot C_i = \underbrace{\frac{\sum C_i}{P}}_A \cdot \underbrace{\frac{\sum C_i^2}{\sum C_i}}_B = \frac{\sum C_i^2}{P}$$

donde A representa la proporción de la población urbana de un país y B identifica el tamaño ^{de} poblacional medio de la ciudad en que vive la población urbana del país. Si la población de un país estuviese completamente dispersa sin constituir ciudades, el índice se aproximaría a cero, que es el límite

inferior de la medida; el límite superior es variable y se alcanzaría cuando toda la población se concentrara en una sola ciudad. El índice también puede calcularse a partir de datos agrupados para categorías de localidades:

$$\bar{U}_j = \frac{\sum \frac{k_j}{m_j}}{P} \quad \bar{U}_j = \frac{\sum k_j z_j}{P}$$

donde k_j es la población en la categoría j de tamaño de localidades, m_j es el número total de localidades en esa categoría y z_j es la media geométrica de las categorías de tamaño de las localidades. Aun cuando el índice tiene la ventaja de no verse afectado significativamente por cambios en la distribución de la población entre las ciudades ni por la definición del término urbano, es muy sensible al tamaño de las localidades de mayor tamaño.

Para la indicación del ritmo de la urbanización pueden considerarse diversas medidas del cambio experimentado por el grado de urbanización a lo largo del tiempo. En las notas sobre grado y ritmo de urbanización se hace referencia a diversos modelos de tasas que expresan el concepto mencionado.

Entre los índices del ritmo de urbanización puede mencionarse a uno diseñado por Eldridge y que expresa el cambio en la proporción urbana (porcentaje urbano) como un porcentaje del cambio máximo posible en la proporción urbana (es decir, la proporción rural al inicio del período). Este índice puede calcularse para una base anual simplemente dividiendo el valor para el período por el número de años. Si pu^t y pu^{t+n} denotan la proporción urbana en los momentos t y $t+n$ y n es el período intercensal, entonces:

$$IE = \frac{pu^{t+n} - pu^t}{(1 - pu^t)^n} \times 100$$

Otro índice que se aproxima al concepto de velocidad del crecimiento de la población urbana es el elaborado por Durand y Peláez y que se expresa como:

$$IDP = \frac{r_u - r_t}{100 + r_t} \times 100$$

donde r_u es la tasa de crecimiento de la población urbana y r_t la tasa de crecimiento de la población total. Villa y Muñoz hacen uso de estos índices

en su artículo sobre la urbanización chilena (véase documento anexo). Es importante recordar que las tasas de crecimiento pueden ser calculadas según diversos supuestos (véase Algunas Relaciones Básicas ...), siendo de especial interés la forma exponencial por cuanto con ella se puede obtener otra medida de la velocidad de la urbanización, una tasa de urbanización en la diferencia de crecimiento urbano-rural (DCUR):

$$DCUR = r_u - r_r$$

9. Distribuciones de tamaños urbanos.

Las medidas precedentes pueden aplicarse a diferentes categorías de tamaños urbanos para así caracterizar al sistema urbano del país. Resulta de interés distribuir las localidades urbanas en categorías diferentes y observar el número de lugares y la población (porcentaje de la población total y de la población urbana del país) residente en cada una de ellas, advirtiendo los componentes de los cambios experimentados por cada categoría (número y población existente al comienzo de cada período, adiciones y restas durante el lapso, permanencia en la categoría, etc.). Este tipo de análisis, a escala nacional y regional, es realizado por Martine y Peláez para el Brasil (véase documento adjunto).

Otra forma de considerar las distribuciones de tamaños urbanos consiste en el empleo de algunas medidas sobre jerarquías de ciudades a partir de las cuales se han efectuado inferencias de índole cuasi-teórica.

En rigor, muchas de estas apreciaciones constituyen ejercicios de ajustes de curvas que no necesariamente involucran algún valor teórico. Ya Auerbach (1913), Lotka (1924), Singer (1936) y Zipf (1948) efectuaron comentarios analíticos sobre la materia. Lotka señaló que "las distribuciones de frecuencias como las que relacionan el tamaño con el rango de las ciudades tienen una vasta aplicabilidad pero la mera forma de tales distribuciones arroja poca o ninguna luz sobre las relaciones físicas subyacentes". Sin embargo, Jefferson (1939) insistió en la existencia de una cierta propiedad de los conjuntos urbanos en cuanto a conducir hacia una situación de primacía. Zipf fue quien propuso formalmente la regla del rango y tamaño

sosteniendo que las ciudades se ordenan en rangos, desde la mayor a la menor, tendiendo a seguir una regla tal que si P_r es la población de una ciudad de rango r y P_1 es la ciudad de rango mayor, P_r debería tener un tamaño equivalente al inverso de su rango multiplicado por el tamaño de P_1 .

$$P_r = P_1 \cdot r^{-1}$$

Tal distribución graficada sobre papel logarítmico tendrá la forma lineal con una pendiente dada por el exponente del rango (la unidad). La fórmula de Zipf ha sido modificada para permitir que el exponente no sea constante sino variable, con lo cual la pendiente observada para una distribución cualquiera mantendrá su carácter lineal pero será más o menos atenuada. Frente al modelo de tipo lineal teórico es posible identificar la distribución de primacía sugerida por Jefferson ("a través de todo el mundo la ley de la capitalidad ejercida por la ciudad mayor será preeminente no sólo en términos de tamaño, sino en cuanto a influencia nacional"). La regla del rango y tamaño pudiera expresarse, ^{en su modo más general,} como:

$$C_k = C_1 \cdot k^{-z}$$

z es una constante para cada distribución y se deriva mediante mínimos cuadrados o aplicando el principio de máxima verosimilitud:

$$\sum_k \frac{C_1}{C_k} = z \sum_k k$$

$$z = \frac{\sum_k \frac{C_1}{C_k} \cdot k}{\sum_k k^2}$$

Los valores de z permiten caracteriza cada distribución de ciudades a mayor valor tanto más elevada será la concentración de población en la(s) ciudad(es) mayor(es) y vice-versa. Por cierto el cálculo de la regla del rango tamaño se ve afectado tanto por el número de localidades consideradas como por la delimitación que éstas tengan.

El índice de primacía establece la relación entre la población de la ciudad mayor y las que le siguen en tamaño. Así, por ejemplo:

$$IP_4 = \frac{C_1}{\sum_{i=2}^4 C_k}$$

Para mostrar la relación entre la regla del rango y tamaño y el índice de primacía se tiene que cuando z vale la unidad, entonces en la relación precedente se tendría:

$$\frac{C_1}{\sum_{k=2}^4 C_k} = \frac{C_1}{(1/2 + 1/3 + 1/4)} = 1$$

Colin Clark y Brian J.L. Berry han construido tipologías basadas en distribuciones de tamaños urbanos. Analizando distribuciones graficadas sobre papel logarítmico, Clark distingue tres patrones básicos: a) "primacía" en que las ciudades mayores son desproporcionadamente grandes por lo que el extremo derecho de la curva tiende a aplanarse; b) "oligarquía" en que no sólo hay ciudades grandes, sino también una sobre-representación de las de tamaño intermedio; y, c) "contra-primacía" en que habría una subrepresentación de las ciudades grandes y el extremo derecho de la curva presentaría una caída aguda.

Otro enfoque para el análisis de la distribución de tamaños urbanos consiste en la aplicación del CC de Gini que Arriaga ha simplificado mediante algunas transformaciones algebraicas para hacer innecesarios los ejercicios de acumulación de porcentajes y de multiplicaciones cruzadas:

$$CC = \frac{n-1}{n} - \frac{2 \sum_{k=2}^n (k-1) C_k}{n \sum_{k=1}^n C_k}$$

donde k es el rango de las ciudades, C_k es el tamaño ^{de} poblacional de las ciudades según rango (siendo C_1 la mayor y C_n la menor) y n es el número de ciudades consideradas. Su interpretación es similar a la que normalmente se hace de este coeficiente, con rango 0 a 1.