

1021

ECLA/CPE/DRAFT/2

Convenio IPEA-CEPAL
Centro Latinoamericano de
Proyecciones Económicas

BORRADOR PARA DISCUSION
Octubre de 1970



ECUACIONES CONSISTENTES DE DEMANDA

Un experimento para Brasil

70-10-003

I N D I C E

Página

I.	UN EXPERIMENTO NUMERICO CON 45 ECUACIONES DE DEMANDA, BRASIL, 1960/61	2
	1. Introcucción.....	2
	2. Descripción de los datos.....	4
	3. Resultados empíricos, I. Alimentos.....	7
	4. Resultados empíricos, II. Higiene y salud.....	11
	5. Resultados empíricos, III. Vestuario.....	15
	6. Resultados empíricos, IV. Habitación, energía y combustibles.....	18
	7. Grupos interdependientes y ecuaciones agregadas.....	21
II.	UNA VISION SUMARIA DEL MODELO.....	23
	1. Introducción.....	23
	2. Modelo estadístico para estimación.....	24
	3. Ejemplo numérico.....	25
	4. Agregación de ecuaciones de demanda.....	31
	Apéndice A.I.....	35
	Apéndice II.....	41
	Apéndice III.....	48

El presente estudio es una elaboración acompañada de un intento de ensayo empírico de un modelo básico que ha sido estudiado y discutido desde comienzos del presente año. Corresponde a las investigaciones hechas en el Centro Latinoamericano de Proyecciones Económicas sobre modelos de ecuaciones de demanda, en cumplimiento del Convenio firmado entre CEPAL e IPEA. Consta de dos capítulos y tres apéndices. El primer capítulo presenta los resultados del experimento numérico para Brasil; resume el tipo general de resultados y extrae ciertas conclusiones cualitativas generales, antes de entrar en materia. El capítulo presenta los resultados por grupos de productos: 1) alimentos, 2) higiene y salud, 3) vestuario, 4) habitación, energía y combustibles. El segundo presenta el modelo de demanda, en la forma más simple posible, explicando sus características generales y sus problemas de agregación; al mismo tiempo ilustra con un ejemplo numérico, extraído del experimento para Brasil, el tipo de resultados que se obtienen.

El Apéndice I describe el método estadístico de estimación de los parámetros, para obtenerlos en forma consistente. El Apéndice II, contiene en detalle las participaciones presupuestales (sobre el total del gasto) originales, los ingresos por habitante y los precios (los ingresos en "cruzeiros nuevos de 1961", unidad dada por la Fundação Getulio Vargas,^{1/} y los precios en cruzeiros antiguos de junio de 1960, tal como aparecen en los datos del Ministerio de Trabajo).^{2/} El Apéndice III, finalmente, contiene un programa de computador para el cálculo de ecuaciones de demanda según el modelo de este estudio.

En resumen se puede decir que el experimento resulta bastante satisfactorio para alimentos, aceptable para higiene y salud y para habitación, energía y combustibles, e insatisfactorio para vestuario, en el sentido de que la mayoría de las ecuaciones de este grupo tiene muy bajos coeficientes de determinación.

^{1/} Fundação Getulio Vargas, IBRE. Pesquisa sobre orçamentos familiares, 1961/62. Ponderações. Rio de Janeiro, 1969.

^{2/} La diferencia de unidad de precios e ingreso no afecta a las estimaciones de los parámetros cuando éstos son cantidades sin dimensión, como las propensiones marginales a consumir. Claro está, las "cantidades" consumidas son ficticias y constituyen solamente un recurso para calcular.

I

UN EXPERIMENTO NUMERICO CON 45 ECUACIONES DE
DEMANDA, BRASIL, 1960/61

1. Introducción

Es evidente que una muestra de ocho ciudades no puede tomarse como una base muy fuerte para inferencias empíricas acerca del comportamiento de la demanda. Sin embargo, este experimento tiene carácter ilustrativo de un modelo de demanda y logra revelar algunos hechos interesantes que pueden ser después ensayados con muestras mayores y unidades de muestreo menos agregativas. Antes de hacer un análisis detallado de los datos y de los resultados numéricos conviene recapitular los objetivos del modelo y del experimento. Se pueden considerar los siguientes:

- 1) Obtener una idea del orden de magnitud de los parámetros de la demanda.
- 2) Examinar la validez del modelo log-lineal con elasticidades cruzadas cero y sin ilusión monetaria.

Los criterios para el segundo objetivo son los errores estándar de los parámetros, el coeficiente de determinación de las ecuaciones de demanda y la significación de la restricción que hace que el parámetro del ingreso y el parámetro del precio sean iguales y con signos contrarios, y que su suma sea la unidad, en valor absoluto.

Por lo pronto, se encuentran pocos coeficientes de determinación altos, (22 % de ellos son superiores a 0.8) y algunos muy bajos (31 % inferiores a 0.2); ocho de los diez coeficientes altos se dan para productos alimenticios, grupo que contiene a cuatro de los 14 muy bajos. Los coeficientes bajos predominan en el sector de vestuario (ocho de los 12 son inferiores a 0.2). En cuanto a la significación estadística, 17 de los 45 coeficientes son significativos al 5 % y otros cuatro están cerca del 10 %. Esta no es una proporción halagadora, pero debe tomarse en cuenta que, de los 24 coeficientes restantes, 10 pertenecen a vestuario. Se puede pensar que en el grupo de vestuario hay

dos problemas: uno es, aparentemente, el de especificación; quizás aquí sea importante el ensayo de especificaciones no log-lineales y con elasticidades cruzadas no cero. Otro, quizá el determinante, es la debilidad de los datos. Aparentemente la conexión entre la lista de precios y la lista de participaciones presupuestales es un poco etérea. Quizá una definición más adecuada de la lista de bienes y una mejor conexión entre cantidades y precios logren ecuaciones más aceptables.

Las restricciones han resultado relevantes en un número pequeño de productos, pero ilustran bastante bien la forma en que puede operar el fenómeno de interdependencia de las demandas. En dos ecuaciones, tanto la restricción sobre ordenadas al origen como la restricción sobre propensiones marginales a consumir son significativas al nivel de 1 %; en otros cuatro, las dos restricciones son significativas al 5 % y en uno más, la restricción sobre la propensión marginal, aunque no la sobre la ordenada al origen, es significativa al 5 %. En otros diez productos, las restricciones son de tomarse en cuenta, alcanzando niveles del 20 % en tres casos y niveles del orden del 30 o 35 % en el resto. (Véase Apéndice A II, cuadros A III a A VI.) Esto constituye cierta evidencia empírica de que el modelo con parámetros independientes no es del todo válido para una proporción no despreciable (17 entre 45) de los bienes de consumo analizados. Desde luego, esta muestra no permite la elaboración y estimación de un modelo más completo.

Antes de analizar en detalle los resultados para cada grupo de bienes y servicios, conviene describir el material usado en este experimento.

2. Descripción de los datos

La base empírica de este experimento consiste en una colección de participaciones presupuestales, para las ciudades de Rio de Janeiro, Sao Paulo, Curitiba, Belo Horizonte, Salvador, Recife, Fortaleza y Belem, con datos tomados de junio de 1961 a junio de 1962, y los precios, para junio de 1960, dados por el Ministério de Trabalho e Previdência Social a la Oficina de CEPAL en Rio de Janeiro. El supuesto básico para validar este material es que entre 1960 y 1961/62, la fracción del gasto en no durables destinada a cada producto no debe haber cambiado sustancialmente. Los datos de la Fundação Getulio Vargas se refieren a muchos más productos que aquellos para los que se tenía precios disponibles. Así, tanto precios como participaciones presupuestales se agregaron hasta llegar a un conjunto de 45 bienes y agregados de bienes en que la lista del Ministerio de Trabajo y la Fundación fueran aproximadamente comparables. La agregación de participaciones presupuestales no presenta ningún problema: la participación agregada es la suma de las participaciones individuales. En cambio, la agregación de precios es más complicada. Por lo general, es necesario agregar precios cuando los productos especificados en la lista de precios están comprendidos en una sola participación presupuestal. En ese caso, se consideró la media geométrica de los precios como representativa. El siguiente caso de agregación de precios se presenta cuando el mes de junio no se da en la lista de precios; en esos casos, el Ministerio de Trabajo presenta cuatro datos trimestrales; se ha tomado como representación del precio la media geométrica de los trimestres segundo y tercero.

Los productos son los siguientes:

Grupo I Alimentos

1. Legumbres
2. Azúcar
3. Arroz
4. Plátano
5. Grasas
6. Camote
7. Papa
8. Carne fresca
9. Carne seca
10. Harina
11. Frijol
12. Frutas
13. Leche
14. Mantequilla
15. Huevos
16. Pan
17. Pescado

Grupo II Higiene y salud

18. Jabón para ropa
19. Jabón para baño
20. Talco
21. Polvo de arroz
22. Cosméticos
23. Crema dental
24. Servicios médicos
25. Medicamentos
26. Peluquería

Grupo III Vestuario

27. Ropa de cama
28. Ropa de hombre
(excluye ternos)
29. Calzado
30. Calcetines y medias
31. Ropa interior
32. Ternos
33. Toallas
34. Mantelería
35. Telas de algodón
36. Telas de seda
37. Telas de lino
38. Otras telas (media de 8)
39. Lavandería y tintorería

Grupo IV Habitación, energía y combustibles

40. Habitación (incluye alquiler, reparación y mantenimiento)
41. Gas doméstico
42. Electricidad
43. Kerosene
44. Carbón
45. Aceites combustibles y otros

El grupo de alimentos no presenta dificultades serias de especificación; para legumbres se ha tomado la participación presupuestal del grupo completo y, como precio representativo, el del zapallo; para los frutos, el precio es el de las naranjas (en ambos casos son los únicos disponibles). No se dispone de precios para el café, bebidas y tabaco, por lo que las participaciones presupuestales están ajustadas proporcionalmente al total en alimentación. Este ajuste es mínimo.

En el grupo de higiene y salud, los cosméticos están representados por el precio del agua de colonia (único disponible); el precio para servicios médicos es la media de una consulta de médico general y una consulta de dentista; el precio en la peluquería es la media de corte de pelo y afeitada; la participación presupuestal de la peluquería incluye peluquería de hombres y de mujeres. La suma de las participaciones de los bienes y servicios en el grupo está ajustada proporcionalmente.

El grupo de vestuario presenta problemas de especificación. La ropa de hombre está representada en precio por las corbatas (único disponible) y el calzado, los calcetines y medias y la ropa interior tienen como precios medias de precios de artículos para hombres, para mujeres y para niños. No se dispone, directamente, de precios para ropa hecha de hombre ni de mujer. El precio de los ternos está calculado como la media de un terno de fibra ligera y uno de casimir, ambos calculados a partir del precio de la hechura y dos metros y medio de tela. No existen precios para la hechura de ropa de mujer, de donde no hay posibilidad de imputar precios a los vestidos. Los precios de las telas son, en su mayoría, medias de precios de distintas variedades. Finalmente, el precio de lavandería y tintorería es la media del lavado de vestidos de mujer y de ternos. Las participaciones presupuestales están ajustadas al total en vestuario.

En el grupo de habitación, el precio es el alquiler mensual y la participación presupuestal incluye alquiler, reparación y mantención; el precio de aceites combustibles y otros es el de aceites combustibles y la participación presupuestal es el residuo del grupo; aquí no hay ajuste proporcional.

3. Resultados empíricos, I. Alimentos

El cuadro 1 presenta los coeficientes de regresión, tanto los restringidos como los irrestrictos. La diferencia entre unos y otros es significativa en cuatro casos y la mayoría de los coeficientes son significativamente distintos de cero. Concretamente, las ordenadas en el origen son distintas de cero con los siguientes niveles de significación:

Al 1 %: Legumbres, azúcar, arroz, plátano, papa, carne fresca, harina, frijol, frutas, leche y mantequilla.

Al 2 %: Carne seca.

Al 5 %: Grasas, huevos y pescado.

Al 10 %: Pan.

A más del 20 %: Camote.

En cuanto a las propensiones marginales a consumir el cuadro es un poco menos halagador. Son significativamente distintos de cero:

Al 1 %: Legumbres, azúcar, arroz, plátano, papa, carne fresca, harina, frijol, frutas, leche y mantequilla.

Al 20 %: Papa, carne seca y pan.

A más del 20 %: Grasas, camote, huevos y pescado.

El grupo de alimentos contiene a un producto cuya restricción es significativa al 1 %, tres al 5 % y dos más con restricciones cuya significación no alcanza al 20 % pero que no son despreciables. El primero es la carne seca (se incluye ahí la carne enlatada y ahumada); las grasas y el pan y el pescado tienen restricciones efectivas al 5 % y la harina y las frutas son los dos con restricciones no significativas (al 20 %) pero apreciables. De entre los mencionados, el ajuste es malo para las grasas, el pan y el pescado (coeficientes de determinación de 0.0117, 0.2813 y 0.1856), pobre para la carne seca ($R^2 = 0.3302$) y bueno para los demás. Hay otros productos con ajuste no satisfactorio, pero con restricciones no apreciablemente efectivas: papa ($R^2 = 0.3471$), camote ($R^2 = 0.0000$) y huevos ($R^2 = 0.1894$). Dos de las propensiones marginales a consumir son negativas antes de imponer restricciones: la de las grasas y la de los huevos; cuatro más cambian de signo como resultado de las restricciones: camote, carne seca, pan y pescado. Nótese que los únicos casos de propensión negativa y restricciones no efectivas al 5 o al 1 % son el del camote y el de los huevos; en ambos casos, la propensión marginal a consumir no es diferente de cero al 20 % de significación.

Cuadro 1

BRASIL: PARAMETROS DE LA DEMANDA DE ALIMENTOS, 1960/61

Producto	Término constante		Propensión marginal al consumo <u>a/</u>		R ²
	Irrestringido	Restringido	Irrestringida	Restringida	
1. Legumbres	-.1292 (.0127) <u>b/</u>	-.1197	.0410 (.0046)	.0375	.9297
2. Azúcar	-.0891 (.0015)	-.0889	.0238 (.0007)	.0237	.9948
3. Arroz	-.1187 (.0091)	-.1134	.0361 (.0040)	.0338	.9305
4. Plátano	-.0642 (.0066)	-.0616	.0152 (.0023)	.0144	.8802
5. Grasas	-.0672 (.0251)	.0036 <u>c/</u>	-.0080 (.0301)	-.0935 <u>a/</u>	.0117
6. Camote	-.0049 (.0076)	-.0017	.0000 (.0022)	-.0009	.0000
7. Papa	-.0395 (.0111)	-.0320	.0078 (.0043)	.0048	.3471
8. Carne fresca	-.2794 (.0104)	-.2694	.1434 (.0091)	.1347	.9764
9. Carne seca <u>d/</u>	-.1261 (.0383)	.0362 <u>c/</u>	.0791 (.0459)	-.1186 <u>a/</u>	.3302
10. Harina	-.1038 (.0197)	-.0812	.0294 (.0069)	.0214	.7480
11. Frijol	-.1248 (.0060)	-.1223	.0391 (.0029)	.0379	.9667
12. Frutas	-.0949 (.0172)	-.0766	.0294 (.0070)	.0220	.7466
13. Leche	-.1099 (.0078)	-.1063	.0323 (.0026)	.0311	.9602
14. Mantequilla	-.0740 (.0031)	-.0719	.0724 (.0108)	.0638	.8815
15. Huevos	-.0301 (.0107)	-.0206	-.0092 (.0078)	-.0161	.1894
16. Pan	-.1009 (.0481)	-.0435 <u>c/</u>	.0306 (.0200)	-.0292 <u>a/</u>	.2813
17. Pescado	-.0819 (.0307)	-.0025 <u>c/</u>	.0281 (.0241)	-.0346 <u>a/</u>	.1856

a/ Sobre el gasto en no durables.

b/ Error standard.

c/ Restricción efectiva al 5% de significación.

d/ Incluye carne ahumada y enlatada.

e/ Restricción efectiva al 1% de significación.

Una vez impuestas las restricciones se puede ver si las ecuaciones de demanda implicadas por los coeficientes no significativamente distintas de cero son inelásticas, dividiendo la propensión marginal restringida entre la propensión media. El cuadro 2 muestra las propensiones medias (sobre el total de gasto en no durables) a consumir alimentos, las propensiones marginales restringidas y las elasticidades ingreso resultantes. Bajo los supuestos del modelo, estas son iguales a las elasticidades precio con signo contrario.

Se observa que, de los siete productos con propensión marginal no significativa al 1 %, seis tienen elasticidad negativa; el que presenta elasticidad positiva tiene coeficientes significativos al 20 % (papa). Entre estos productos están los cuatro con restricciones efectivas y ninguna de sus propensiones es significativa aún al 10 %; para la carne seca y el pan, la propensión es significativa al 20 %. El pan y el camote presentan demandas relativamente inelásticas, aunque con signo contrario en la elasticidad; en cambio, el pescado, las grasas, la carne seca y los huevos, tienen demandas altamente elásticas los tres primeros productos, y casi unitaria el último, pero con signos contrarios. Todos estos son claros indicios de un problema de especificación, más que de ajuste estadístico.

El resto de los resultados para el grupo no son sorprendentes; salvo la mantequilla, de demanda muy elástica (como era de esperarse) casi todas las elasticidades restantes están cerca de la unidad; son ligeramente inferiores la de la leche y la de la carne.

Las restricciones sobre la harina y las frutas, aunque sólo significativas a un nivel del 35 % más o menos, son de tomarse en cuenta. Así, se puede considerar que en un modelo con términos de sustitución y complementariedad, el grupo de alimentos se podría subdividir en dos subconjuntos:

Cuadro 2

BRASIL: PROPENSIONES AL CONSUMO Y ELASTICIDAD INGRESO. ALIMENTOS, 1960/61

Producto	Propensiones al consumo a/		Elasticidad ingreso g/
	Media	Marginal b/	
1. Legumbres	.0359	.0375	1.0452.
2. Azúcar	.0213	.0233	1.1155
3. Arroz	.0395	.0338	.8544.
4. Plátano	.0137	.0144	1.0495
5. Grasas	.0268	-.0935	-3.4915.
6. Camote	.0017.	-.0009	- .5267
7. Papa	.0101	.0048	.4824
8. Carne fresca	.1404	.1347	.9589
9. Carne seca d/	.0215	-.1186	-5.5106
10. Harina	.0298	.0214	.7196:
11. Frijol	.0322	.0379	1.2770
12. Frutas	.0219	.0220	1.0035
13. Leche	.0348	.0311	.8941
14. Mantequilla	.0142	.0638	4.4728
15. Huevos	.0155.	-.0161	-1.0366
16. Pan	.0527	-.0292	-.5551
17. Pescado	.0181	-.0346	-1.9074

a/ Sobre el gasto en no durables.

b/ Parámetro restringido.

c/ Con base en el parámetro restringido; media de muestra.

d/ Incluye carne ahumada y enlatada.

I. Independientes

Legumbres
Azúcar
Arroz
Plátano
Papa
Carne fresca
Frijol
Leche
Mantequilla

II. Interdependientes

Grasas
Carne seca
Huevos
Pan
(Harina)
(Frutas)
(Camote)
(Pescado)

Camote y pescado entrarían en este grupo en un intento de mejorar su ajuste, en particular el del pescado.

4. Resultados empíricos, II. Higiene y salud

De las ecuaciones de demanda del grupo, sólo cuatro de nueve tienen coeficientes de determinación significativos al 5 %, una al 10 %, otra al 20 %, aunque una más (cosméticos) está cerca del valor crítico para el 20 %. Los servicios médicos y el polvo de arroz tienen coeficientes muy bajos. Las propensiones marginales a consumir tienen los siguientes niveles de significación:

Cuadro 3

BRASIL: PARAMETROS DE LA DEMANDA DE PRODUCTOS Y SERVICIOS DE HIGIENE Y SALUD, 1960/61

Producto o servicio	Término constante		Propensión marginal al consumo <u>a/</u>		R ²
	Irrestricto	Restringido	Irrestricta	Restringida	
18. Jabón para ropa	-.0818 (.0047) <u>b/</u>	-.0801	.0216 (.0029) <u>b/</u>	.0205	.8995
19. Jabón para baño	-.0417 (.0092)	-.0352	.0103 (.0059)	.0061	.3376
20. Talco	-.0441 (.0081)	-.0396	.0166 (.0040)	.0144	.7384
21. Polvo de arroz	-.0095 (.0089)	-.0026	.0024 (.0069)	-.0029	.0198
22. Cosméticos	-.0113 (.0017)	-.0110	.0039 (.0028)	.0032	.2436
23. Crema dental	-.0324 (.0059)	-.0302	.0074 (.0024)	.0065	.6130
24. Servicios médicos	-.1063 (.0114)	-.1154	-.0508 (.0468)	-.1868 <u>c/</u>	.1642
25. Medicamentos	-.0635 (.0129)	-.0534	.0150 (.0048)	.0112	.6104
26. Peluquería	-.0541 (.0119)	-.0447	.0108 (.0055)	.0065	.3904

a/ Sobre el gasto en no durables.

b/ Error standard.

c/ Restricción efectiva al 5% de significación.

Cuadro 4

BRASIL: PROPENSIONES AL CONSUMO Y ELASTICIDAD INGRESO.
PRODUCTOS Y SERVICIOS DE HIGIENE Y SALUD, 1960/61

Producto o servicio	Propensiones al consumo a/		Elasticidad ingreso c/
	Media	Marginal b/	
18. Jabón para ropa	.0206	.0205	.9945
19. Jabón para baño	.0078	.0061	.7868
20. Talco	.0027	.0144	5.2824
21. Polvo de arroz	.0012	-.0029	-2.4281
22. Cosméticos	.0016	.0032	2.0336
23. Crema dental	.0049	.0065	1.3140
24. Servicios médicos	.0290	-.1868	-6.4271
25. Medicamentos	.0179	.0112	.6232
26. Poluquería	.0153	.0065	.4247

a/ Sobre el gasto en no durables.

b/ Parámetro restringido.

c/ Con base en el parámetro restringido; media de muestra.

Al 1 %: Jabón para ropa y talco.

Al 5 %: Medicamentos y crema dental.

Al 10 %: Peluquería.

Al 20 %: Jabón para baño.

A más del 20 %: Cosméticos, servicios médicos y polvo de arroz.

Las ordenadas en el origen son todas distintas de cero al 1 %, salvo la del polvo de arroz, que lo sería a más del 20 %.

Las únicas propensiones negativas son la de los servicios médicos, ecuación que se comentó in extenso en el capítulo anterior y la del polvo de arroz que se vuelve negativa con la restricción. Las propensiones marginales no presentan ninguna sorpresa, y al compararse con las propensiones medias llevan a demandas inelásticas para los medicamentos, el jabón para baño, la peluquería. Este último resultado, junto con la elevada elasticidad de la demanda del talco, es un tanto sorprendente, sobre todo si se tiene en cuenta que el coeficiente de determinación del talco es significativa al 5 %. De nuevo, esto puede estar apuntando hacia problemas de especificación. Es perfectamente creíble que las demandas de cosméticos, talco, jabón para baño y peluquería (de ella sólo una ecuación tiene coeficiente de determinación significativo al 5 %) sean interdependientes y deban estimarse como tales. Las restricciones, en todos los casos salvo servicios médicos son redundantes: ninguna de ellas llega a ser significativa aun a niveles del 50 %; el valor más alto de la t de Student para las restricciones es, en este grupo, de 0.7812 para la ordenada al origen de los servicios de peluquería. Este también puede ser indicio de no linealidad, en el sentido de que una restricción que hace interdependientes los parámetros, resulta redundante en el grupo de higiene y salud.

5. Resultados empíricos, III. Vestuario

Estos son, sin duda, los resultados más pobres del estudio. Se comentó ya antes, en este mismo capítulo, que hay problemas serios de definición y especificación en este grupo. Como consecuencia, una sola propensión marginal a consumir es significativa al 1 %, dos lo son al 5 %, dos al 20 % y el resto, que son 8, no llegan al 20 % de significación. Concretamente, se tiene, para las ordenadas al origen, que son significativas:

Al 1 %: Ropa de cama, ropa de hombre, calzado, ropa interior, telas de algodón y telas de lino.

Al 2 %: Mantelería.

Al 5 %: Telas de lino.

Al 10 %: Telas de seda.

A más del 20 %: Calcetines y medias, ternos, toallas, otras telas y lavandería y tintorería.

En las propensiones marginales a consumir, la significación es la siguiente:

Al 1 %: Telas de algodón.

Al 5 %: Otras telas y lavandería y tintorería.

Al 20 %: Ropa de hombre y ropa interior.

A más del 20 %: Ropa de cama, calzado, calcetines y medias, ternos, toallas, mantelería, telas de seda y telas de lino.

Ninguna restricción es efectiva al 5 %, pero al 20 % lo son las restricciones sobre las pendientes para lavandería y tintorería, para calcetines y medias y para ropa interior, y alrededor del 35 % para calzado, telas de algodón y otras telas. Tres propensiones marginales, dos de este último grupo, cambian de signo como resultado de las restricciones. Así, la ropa de cama, el calzado, los calcetines y medias, las toallas y la lavandería y tintorería tienen elasticidades negativas; sólo los dos últimos bienes y servicios las tienen negativas antes de las restricciones. (Ver cuadros 5, 6 y A.V.)

Cuadro 5

BRASIL: PARAMETROS DE LA DEMANDA DE VESTUARIO, 1960/61

Producto o servicio	Término constante		Propensión marginal al consumo ^{a/}		R ²
	Irrestrito	Restringido	Irrestrita	Restringida	
27. Ropa de cama	-.0140 (.0031)	b/ -.0145	.0040 (.0096)	-.0015	.0286
28. Ropa de hombre ^{c/}	-.0209 (.0040)	-.0185	.0103 (.0073)	.0058	.2486
29. Calzado	-.0970 (.0075)	-.1037	.0016 (.0198)	-.0195	.0009
30. Calcetines y medias	-.0187 (.0163)	.0055	.0033 (.0142)	-.0178	.0093
31. Ropa interior	-.0667 (.0098)	-.0532	.0321 (.0170)	.0076	.3714
32. Ternos	-.1894 (.2675)	-.1510	.0049 (.1419)	.0197	.0002
33. Toallas	-.0020 (.0025)	-.0014	-.0007 (.0027)	-.0014	.0120
34. Mantelería	-.0048 (.0014)	-.0050	.0044 (.0053)	.0027	.1028
35. Telas de algodón	-.0702 (.0129)	-.0555	.0401 (.0104)	.0282	.7092
36. Telas de seda	-.0136 (.0066)	-.0081	.0086 (.0094)	.0007	.1248
37. Telas de lino	-.0119 (.0043)	-.0102	.0049 (.0047)	.0030	.1669
38. Otras telas	-.0620 (.0138)	-.0465	.0255 (.0097)	.0145	.5322
39. Lavandería y tintorería	.0126 (.0175)	.0379	-.0313 (.0127)	-.0498	.5005

a/ Sobre el gasto en no durables.

b/ Error standard.

c/ Excluye ternos.

Cuadro 6

BRASIL: PROPENSIONES AL CONSUMO Y ELASTICIDADES INGRESO. VESTUARIO, 1960/61

Producto o servicio	Propensiones al consumo a/		Elasticidad ingreso c/
	Media	Marginal b/	
27. Ropa de cama	.0024	-.0015	-.5420
28. Ropa de hombre d/	.0029	.0058	1.9732
29. Calzado	.0241	-.0195	-.8083
30. Calcetines y medias	.0033	-.0178	-5.3770
31. Ropa interior	.0130	.0076	.5864
32. Ternos	.0390	.0197	.5046
33. Toallas	.0004	-.0014	-3.5963
34. Mantelería	.0007	.0027	3.5079
35. Telas de algodón	.0053	.0282	5.2681
36. Telas de seda	.0013	.0007	.5878
37. Telas de lino	.0014	.0030	2.0511
38. Otras telas	.0075	.0145	1.9251
39. Lavandería y tintorería	.0096	-.0498	-5.1838

a/ Sobre el gasto en no durables.

b/ Parámetro restringido.

c/ Con base en el parámetro restringido; media de muestra.

d/ Excluye ternos.

En resumen, es muy probable que el grupo de vestuario deba plantearse como interdependiente, pero, sin duda, habrá que lograr una mejor definición y especificación de los bienes y servicios que lo forman.

6. Resultados empíricos, IV. Habitación, energía y combustibles

Los niveles de significación de las ordenadas al origen son los siguientes:

Al 1 %: Habitación.

Al 5 %: Aceites combustibles y otros.

Al 10 %: Gas doméstico, electricidad, kerosene y carbón.

Para las propensiones marginales a consumir se tiene:

Al 1 %: Gas doméstico.

Al 2 %: Aceites combustibles y otros.

Al 5 %: Habitación y electricidad.

Al 10 %: Kerosene.

Al 20 %: Carbón.

Las restricciones son efectivas, al 1 % para la habitación y al 5 % para aceites combustibles y otros, productos y servicios que deben entrar al modelo interdependiente. Una vez impuestas las restricciones, se advierte que el carbón y la electricidad presentan demandas relativamente inelásticas y que kerosene y gas doméstico tienen elasticidades casi unitarias. Sin embargo, hay que tomar en cuenta que, a bajos niveles (del 30 al 35 %) las restricciones para electricidad y kerosene son efectivas.

Cuadro 7

BRASIL: PARAMETROS DE LA DEMANDA DE HABITACION, ENERGIA Y COMBUSTIBLES, 1960/61

Producto o servicio	Término constante		Propensión marginal al consumo <u>a/</u>		R ²
	Irrestringido	Restringido	Irrestringido	Restringido	
40. Habitación <u>e/</u>	.2185 (.3339) <u>b/</u>	2.0127 <u>d/</u>	.3462 (.1357)	.9606 <u>d/</u>	.5203
41. Gas doméstico	-.0581 (.0046)	-.0568	.0140 (.0015)	.0136	.9346
42. Electricidad	-.0603 (.0279)	-.0221	.0152 (.0060)	.0070	.5173
43. Kerosene	-.0512 (.0224)	-.0239	.0126 (.0064)	.0047	.3873
44. Carbón	-.0234 (.0102)	-.0181	.0047 (.0024)	.0034	.3734
45. Aceites combustibles y otros	-.1540 (.0602)	.0309 <u>e/</u>	.0518 (.0247)	.0067 <u>e/</u>	.6741

a/ Sobre el gasto en no durables.

b/ Error standard.

c/ Restricción efectiva al 5% de significación.

d/ Restricción efectiva al 1% de significación.

e/ Incluye alquiler, mantenimiento y reparación.

7. Grupos interdependientes y ecuaciones agregadas

De acuerdo con los resultados del capítulo II, sección 4, es posible agregar las ecuaciones de demanda sumando sus parámetros y haciendo argumentos iguales a medias de precios y cantidades ponderadas, los primeros con propensiones marginales y los segundos con propensiones medias a consumir dentro del grupo. Ahora bien, la agregación en esta forma tiene sentido sólo cuando es válido el modelo de ecuaciones independientes; para las interdependientes, el problema es más complicado.^{3/} En esta sección se consideran las ecuaciones agregadas del grupo independiente de alimentos, el grupo independiente de higiene y salud y los dos productos claramente independientes de energía y combustibles (gas doméstico y carbón). Tanto el grupo interdependiente de alimentos, el grupo de vestuario y los productos combustibles interdependientes deben considerarse aparte. En cuanto a la habitación y los servicios médicos, es posible que dependan de la demanda de otros agregados, como alimentos o vestuario. Quedan así los siguientes agregados:

- I. Alimentos, grupo independiente.
- II. Alimentos, grupo interdependiente.
- III. Higiene y salud, salvo atención médica.
- IV. Vestuario.
- V. Habitación.
- VI. Energía y combustibles, grupo independiente.
- VII. Energía y combustibles, grupo interdependiente.
- VIII. Servicios médicos.

Los agregados I, II, III, VI y VII podrían ser independientes como agregados. Los agregados IV, V y VIII podrían ser interdependientes. Se presentan a continuación las ecuaciones de demanda para los agregados I, III y VI, para los que es válido el procedimiento del capítulo II, sección 4.

^{3/} Barten, A.P., "The Aggregation Problem for Composite Demand Equations", mimeografiado, Instituto de Econometría, Rotterdam, 1964.

Las ecuaciones irrestrictas son:

$$\begin{aligned}w_I \log q_I &= -1.0291 - 0.4116 \log PI/y \\w_{III} \log q_{III} &= -0.3387 - 0.0082 \log PIII/y \\w_{VI} \log q_{VI} &= -0.0815 - 0.0187 \log PVI/y\end{aligned}$$

Aplicando las restricciones:

$$\begin{aligned}w_I \log q_I &= -0.9859 - 0.3821 \log PI/y \\w_{III} \log q_{III} &= -0.2972 - 0.0658 \log PIII/y \\w_{VI} \log q_{VI} &= -0.0750 - 0.0170 \log PVI/y\end{aligned}$$

Estas últimas ecuaciones dan cuenta del 46.51 % del gasto marginal en no durables; el resto se reparte en los bienes y servicios interdependientes. Como consecuencia, las elasticidades ingreso están dadas como sigue:

Grupo	Propensión a consumir		Elasticidad ingreso
	Media	Marginal	
I. Alimentos, grupo independiente	0.3425	0.3821	1.1155
II. Higiene y salud (salvo servicio médico)	0.0737	0.0658	0.8929
III. Gas y carbón	0.0197	0.0170	0.8662

II

UNA VISION SUMARIA DEL MODELO

1. Introducción

La teoría de la demanda considera, como punto de partida, la maximización del nivel de satisfacción del consumidor, bajo la restricción de que su gasto y su presupuesto deben igualarse. El análisis de estática comparada que busca los cambios en las cantidades correspondientes a cambios en el ingreso y en los precios, lleva a ecuaciones de la forma general:

$$w_i d \log q_i = \mu_i d \log \bar{y} + \sum_j c_{ij} d \log \bar{p}_j \quad (1.1)$$

válidas localmente, en que \bar{y} es un índice de ingreso real y \bar{p}_j es un índice de precios; $d \log q_i$, $d \log \bar{y}$, $d \log \bar{p}_j$ son cambios en los logaritmos de las magnitudes respectivas, $w_i = p_i q_i / y$ es la participación del satisfactor i en el presupuesto del consumidor y μ_i , c_{ij} son parámetros; ver Barten [1], [2], Theil [4], [5], Yoshihara [6].

La ecuación (1.1) es una forma particularmente válida para los análisis de serie de tiempo, aunque presenta dificultades serias en los estudios de corte transversal, dado que en estos casos las variaciones de precios son mínimas. En 1959, R. Frisch [3] sugirió un método para aproximar las elasticidades cruzadas ordinarias, a partir del conocimiento de las elasticidades ingreso y bajo ciertos supuestos sobre independencia.^{1/} Hay supuestos más fuertes sobre independencia, en particular que las elasticidades cruzadas son cero. La ecuación análoga a (1.1), para un corte transversal, podría plantearse como sigue:

$$w_i \log q_i = \mu_i \log \bar{y} + \sum_j a_{ij} \log \bar{p}_j \quad (1.2)$$

^{1/} "Independencia de deseo" ("want independence") cf. [3].

válida localmente en precios e ingreso. El supuesto de independencia estricta implicaría que $c_{ij} = 0$ para $i \neq j$, y la homogeneidad de grado cero de la función demanda,^{2/} implicada por el supuesto de maximización, conduciría a que $c_{ii} = -1/i$. Este es el tipo de modelo que se intenta probar en este estudio, ajustando funciones de demanda de la forma (1.2) con $c_{ij} = 0$ para $i \neq j$ y probando la validez de las restricciones $c_{ii} = -1/i$ y otra adicional. La no validez de las restricciones implica que el modelo de ecuaciones homogéneas e independientes no explica por completo la conducta de los consumidores y por tanto, o bien debe suponerse dependencia, o bien hay un elemento sistemático de ilusión monetaria. Lo que resta de este capítulo se dedica a desarrollar el modelo, sus posibilidades de agregación y las implicaciones de la validez o invalidez de las restricciones.

2. Modelo estadístico para estimación

Se propone entonces el siguiente modelo para estimación:

$$w_{it} \log q_{it} = a_i + b_i \log p_{it}/y_t + e_{it} \quad (k = 1, \dots, T) \quad (2.1)$$

en que i es un subíndice para las familias, a_i , b_i son parámetros y e_{it} es una perturbación tal que:

$$E e_{it} = 0 \quad (2.2a)$$

$$E e_{it} e_{js} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, t = s \\ 0 & \text{si } i \neq j \text{ o } t \neq s \end{cases} \quad (2.2b)$$

Considérese, para un consumidor arbitrario, la propensión marginal a consumir i :

$$\frac{\partial p_i q_i}{\partial y} = p_i \frac{\partial q_i}{\partial y} = \frac{p_i q_i}{y} \frac{\partial \log q_i}{\partial \log y} = w_i \eta_i \quad (2.3)$$

en que η_i es la elasticidad ingreso del bien i . Desde luego, esta cantidad es el parámetro $-b_i$ de (2.1). El modelo supone, así, iguales propensiones marginales a consumir i en todos los consumidores.

^{2/} Si la función no es homogénea de grado cero, el consumidor está sujeto a ilusión monetaria.

Es resultado conocido en la teoría económica que la suma de las propensiones marginales a consumir es la unidad. Esto da lugar a la primera restricción sobre los parámetros de (2.1):

$$\sum_i b_i = -1 \quad (2.4)$$

En cuanto a la suma de los parámetros a_i , considérese la suma de las partes sistemáticas de (2.1):

$$\sum_i w_{it} \log q_{it} = \sum_i a_i + \sum_i b_i \log p_{it} + \log y_t$$

o, reordenando términos:

$$\log y_t = \sum_i w_{it} \log q_{it} + \sum_i (-b_i) \log p_{it} - \sum_i a_i \quad (2.5)$$

La primera cantidad a la derecha en (2.5) es el logaritmo de un índice de cantidades, ponderado con participaciones presupuestales y la segunda el logaritmo de un índice de precios, ponderado con propensiones marginales a consumir. En el contexto de series de tiempo, este último es un índice de utilidad marginal del ingreso constante; cf. Barten [1], Theil [5], Capítulo VI. Se ve en seguida que la suma de los parámetros a_i es la discrepancia de la pareja de índices citados, respecto al test de revelación de factores. Si se desea preservar este test, es natural imponer la restricción:

$$\sum_i a_i = 0 \quad (2.6)$$

Estadísticamente, el problema consiste en estimar (2.1) bajo (2.4) y (2.6).

3. Ejemplo numérico

Conviene considerar ahora algunas de las ecuaciones obtenidas, y así explorar el tipo de resultados que da este estudio. Las seis siguientes ecuaciones se obtienen por regresión ordinaria, a partir de los datos disponibles.^{3/}

^{3/} Véanse los datos en el Apéndice II. Los parámetros, propensiones medias y elasticidades se presentan en detalle en los cuadros 1 a 8 del siguiente capítulo. Las estadísticas para probar la significación de los parámetros y la efectividad de las restricciones se dan en el Apéndice II. Como es costumbre, las cifras entre paréntesis bajo cada coeficiente son los errores estándar y R^2 es el coeficiente de determinación.

- I. $w_1 \log q_1 = -0.1292 - 0.0410 \log \frac{P_1}{Y}$ (Legumbres)
(0.0127) (0.0046)
 $R^2 = 0.929753$
- II. $w_8 \log q_8 = -0.0120 - 0.1434 \log \frac{P_8}{Y}$ (Carne fresca)
(0.0104) (0.0091)
 $R^2 = 0.976422$
- III. $w_{24} \log q_{24} = -0.1063 + 0.0508 \log \frac{P_{24}}{Y}$ (Servicios médicos)
(0.0114) (0.0466)
 $R^2 = 0.164298$
- IV. $w_{25} \log q_{25} = -0.0635 - 0.0150 \log \frac{P_{25}}{Y}$ (Medicamentos)
(0.0129) (0.0048)
 $R^2 = 0.610412$
- V. $w_{35} \log q_{35} = -0.0702 - 0.0401 \log \frac{P_{35}}{Y}$ (Telas de algodón)
(0.0129) (0.0104)
 $R^2 = 0.709261$
- VI. $w_{40} \log q_{40} = 0.2165 - 0.3462 \log \frac{P_{40}}{Y}$ (Habitación)
(0.3839) (0.1357)
 $R^2 = 0.520320$

La primera cuestión importante es aclarar qué significan económicamente las variables y los parámetros. Las cantidades usadas en este estudio son ficticias; se trata simplemente de un instrumento para poder calcular propensiones al consumo (cantidad adimensional, que no depende de las unidades en que se expresan las variables). Como consecuencia, los términos constantes de cada ecuación son solamente parámetros de escala, cuya dimensión es la del logaritmo de una cantidad y cuyo valor depende de las unidades en que se expresan los precios y el ingreso, ^{1/} que pueden ser distintos. La propensión

^{1/} Puesto que aquí las cantidades se obtienen a partir de las participaciones presupuestales, los precios y el ingreso.

marginal a consumir, como se ha dicho, no tiene dimensión, y no depende de si las unidades monetarias para los precios y para el ingreso sean o no las mismas, siempre que las cantidades provengan de precios expresados en las mismas unidades que las del lado derecho de la ecuación y de ingresos que satisfagan la misma condición. Lo que nos interesa efectivamente son las propensiones marginales a consumir y las constantes adimensionales que se puedan derivar de ellas; la regla para hacer esto es usarlas en combinación solamente con otras constantes adimensionales. Obviamente, si se usan en combinación con magnitudes que tengan dimensión (ingreso, ingreso marginal, etc.) la magnitud resultante tendrá la dimensión resultante de estas magnitudes. Para proceder en el análisis de las ecuaciones mencionadas, vale la pena notar, en primer lugar, que los parámetros que se han presentado provienen de regresiones ordinarias; esto es, sin requerir que las propensiones marginales tengan ninguna suma determinada de antemano. Esto puede redundar en inconsistencias, al combinarse todas las propensiones. En este estudio interesa imponer una restricción de esa naturaleza, en particular porque el "universo" de este estudio es el conjunto de bienes y servicios no durables. En vista de que la propensión marginal a gastar en no durables no se conoce de antemano, se la ha definido a priori como la unidad. Así, cuando se obtiene una propensión marginal a consumir de 0.40 en este estudio, significa que los consumidores gastan en ese producto el 40 % de su gasto marginal en no durables, cualquiera que sea la proporción que éste represente respecto al ingreso o al gasto en todos los bienes y servicios.

Cuando se hace entrar en juego las restricciones sobre las ordenadas en el origen y las propensiones marginales al consumo, los parámetros de las ecuaciones de demanda de legumbres y carne no cambian perceptiblemente; la propensión marginal a consumir medicamentos se altera ligeramente y la propensión marginal a consumir telas de algodón se reduce apreciablemente, sin que las diferencias entre parámetros irrestringidos y restringidos alcancen a ser significativas, aun al nivel del 20 %. En cambio, en el caso de los

servicios médicos y de la habitación, las diferencias entre las propensiones marginales a consumir antes y después de las restricciones son significativas al nivel del 5 % para servicios médicos y al 1 % para habitación. Los resultados se resumen como sigue:

Producto o servicio	Propensión marginal a consumir		t de Student para la diferencia (6 grados de libertad)
	Irrestringida	Restringida	
Legumbres	0.0410	0.0375	0.7419
Carne fresca	0.1434	0.1347	0.9566
Servicios médicos	- 0.0508	- 0.1868	2.9030
Medicamentos	0.0150	0.0112	0.7743
Telas de algodón	0.0401	0.0282	1.1353
Habitación	0.3462	0.9606	4.5269

Se puede adelantar que la "corrección" que induce la restricción sobre las propensiones es proporcional a la varianza residual de la ecuación, pero no solamente a ella; así, la "corrección" más grande la tiene la ecuación para la habitación, cuyo ajuste es mucho mejor que la de servicios médicos, por ejemplo. Se verán más adelante ecuaciones que ajustan mal y cuya "corrección" es mínima. La efectividad de las restricciones se interpreta como una indicación de que la propensión marginal a consumir un producto dado (para el que la restricción es efectiva) no se determina independientemente de las propensiones a consumir otros, este es, hay sustitución o complementariedad con otros bienes y servicios. Se concluye de este razonamiento que la demanda de servicios médicos y la demanda de habitación dependen de las demandas de otros bienes y servicios y que deben especificarse conforme a modelos que contengan términos en los precios de otros productos.

A un nivel menor, es posible que la demanda de telas de algodón se encuentre en ese caso; el valor 1.1353 de la t de Student es significativo a un nivel cercano al 35 %. Así, no se puede aceptar la hipótesis de dependencia sobre la base de la evidencia empírica, pero no se acepta tampoco la de independencia. En este sentido, la muestra es poco concluyente y vale la pena ensayar otra especificación.

Las elasticidades ingreso a que dan lugar las propensiones restringidas varían de elemento a elemento de la muestra. Sin embargo, si se toma la elasticidad media, se obtienen los siguientes resultados:

Producto o servicio	Elasticidad ingreso media
Legumbres	1.0452
Carne fresca	0.9589
Servicios médicos	- 6.4271
Medicamentos	0.6232
Telas de algodón	5.2681
Habitación	5.9076

Aparentemente, ni las legumbres, ni la carne fresca ni los medicamentos plantean problemas serios. En cambio, los tres productos o servicios para los que se podría sugerir una especificación diferente, presentan elasticidades sorprendentes en magnitud, y el signo de la de servicios médicos no es del todo satisfactorio. Nótese que, en este modelo, el signo de la elasticidad ingreso es el contrario de la elasticidad precio, de modo que los servicios médicos serían a la vez "inferiores" en el sentido de tener elasticidad ingreso negativa, y "suntuarios" en el sentido de que su elasticidad directa precio es positiva. Esto no sería paradójico si la hipótesis de independencia fuera válida (es una consecuencia inmediata de ella).

Hasta qué grado se eliminan estas "sorpresas" en cuanto a signo y magnitud de las elasticidades por medio del modelo con sustitución y complementariedad es un problema empírico, que no se puede resolver en este estudio.

Si bien es cierto, por otra parte, que un coeficiente de determinación tan bajo como el de la ecuación de los servicios médicos hace dudar de la validez de la forma log-lineal de la ecuación de demanda, se ha visto que es probable que haya un problema teórico (el de especificación) de más fondo y que la forma log-lineal pueda tener un mejor ajuste en un modelo más completo. Estos ejemplos han ilustrado el tipo de resultados que puede dar este estudio. Se puede conjeturar, y el análisis por productos del capítulo próximo parece apoyar esta conjetura, que los problemas principales de este experimento están en la especificación del modelo y la definición de los bienes y servicios (en el caso del vestuario se verá esto con toda claridad. El primero es un problema teórico, y este estudio ha sido diseñado en parte para arrojar luz sobre su relevancia. El segundo es un problema de obtención y manejo de los datos; solamente muestras mejores y mejor diseñadas servirán para resolverlo o mitigarlo.

¿Qué sucede si se aumentan variables explicativas buscando elasticidades cruzadas? Considérese el modelo,

$$W_1 \log q_1 = a_1 + b_{10} \log Y + b_{11} \log P_1 + \dots + b_{1n} \log P_n$$

La teoría de la demanda implica dos cosas: en primer lugar, que $b_{10} = -(b_{11} + \dots + b_{1n})$ y que $b_{11} = b_{11}, \dots, b_{1j} = b_{j1}$, puesto que las b_{1j} son elasticidades de sustitución, simétricas en i y j por definición. Esto quiere decir que, si en una ecuación hay ciertas $b_{1j1}, b_{1j2}, \dots, b_{1jp}$ significativamente diferentes de cero, entonces b_{j11}, b_{j21}, \dots deben ser iguales a ellas y hay que alterar las especificaciones de las ecuaciones j_1, j_2, \dots, j_p , para incluir al menos parámetros para p_1 . Esto obliga a una estimación simultánea bastante más complicada que la que se ha hecho aquí (véanse las referencias [2], [3], [4] y [5], sobre todo, para el mecanismo de tal estimación). Obviamente,

esto no quiere decir que las elasticidades de sustitución b_{j1i} , b_{j2i} , etc., sean significativamente distintas de cero en su propia ecuación j_2 , etc. Todo lo que se ha dicho es que deben estimarse, puesto que en la ecuación j_1 (y dada la varianza residual de la ecuación j_1) no son cero. Esta ha sido una visión de conjunto bastante gruesa, pero ha servido para ilustrar el carácter general de los resultados de este estudio, que se verán con más amplitud en el próximo capítulo.

4. Agregación de ecuaciones de demanda

La agregación directa de cantidades llevaría a ecuaciones un tanto difíciles de expresar (logaritmos de sumas de cantidades y funciones más complicadas de logaritmos de precios y de ingresos a la derecha de la igualdad). En lugar de esto, procede agregar definiendo índices de precios y cantidades. Considérese G grupos de bienes S_1, S_2, \dots, S_G , y defínanse:

$$W_{gt} = \sum_{i \in S_g} w_{it} \quad (4.01)$$

$$B_g = \sum_{i \in S_g} b_i = - \sum_{i \in S_g} \mu_i \quad (4.02)$$

Ciertamente, W_{gt} es la participación del grupo de bienes S_g en el presupuesto de la familia t , y $-B_g$ es la propensión marginal a consumir bienes del grupo S_g . Sean Q_g y P_g los índices definidos por:

$$\log Q_{gt} = \sum_{i \in S_g} (w_{it}/W_{gt}) \log q_{it} \quad (4.03)$$

$$\log P_{gt} = \sum_{i \in S_g} (b_i/B_g) \log P_{it} \quad (4.04)$$

Sumando las ecuaciones (2.1) para $i \in S_g$ se tiene:

$$\begin{aligned} W_{gt} \log Q_{gt} &= \sum_{i \in S_g} a_i + B_g \log \frac{P_{gt}}{y_t} + \sum_{i \in S_g} e_{it} \\ &= A_g + B_g \log \frac{P_{gt}}{y_t} + E_{gt} \end{aligned} \quad (4.05)$$

La forma de testear la redundancia o efectividad de la restricción sobre pendientes es muy simple; sean b_1^1 el estimador restringido de b_1 , y b_1^0 su estimador irrestricto, entonces:

$$t_1 = \frac{\Delta_1}{\delta_1} \sqrt{T} (b_1^1 - b_1^0) = \frac{(b_1^1 - b_1^0)}{s_1^b}$$

en que s_1^b es el error estándar de b_1 , se distribuye como la t de Student, con $T-2$ grados de libertad.

REFERENCIAS

- [1] Barten, A.P. "Consumer Demand Equations under Conditions of Almost Additive Preferences". Econometrica, 32 (1964), pp. 1-38.
- [2] Barten, A.P. "Estimating Demand Equations". Econometrica, 36 (1968), pp. 213-251.
- [3] Frisch, R. "A Complete Scheme for Computing all Direct and Cross Elasticities in a Model with Many Sectors". Econometrica, 27 (1959), pp. 177-196.
- [4] Theil, H. "The Information Approach to Demand Analysis". Econometrica, 33 (1965), pp. 67-87.
- [5] Theil, H. Economics and Information Theory, Amsterdam, North Holland, 1967.
- [6] Yoshihara, K. "Demand Functions: An Application to the Japanese Expenditure Pattern". Econometrica, 37 (1969), pp. 257-274.

APENDICE A I

ESTIMACION ESTADISTICA DE LOS PARAMETROS
DE LA DEMANDA

1. Modelo estadístico lineal

Las ecuaciones (2.1) se pueden poner en notación matricial en forma muy sencilla. Sea:

$$z = \begin{bmatrix} w_{11} & \log q_{11} \\ w_{12} & \log q_{12} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ w_{1t} & \log q_{1t} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ w_{NT} & \log q_{NT} \end{bmatrix}$$

el vector de todas las observaciones $w_{it} \log q_{it}$, ordenando primero las T observaciones sobre el producto 1, después las T del producto 2, etc.

Sean X_j la matriz de orden $T \times 2$:

$$X_j = \begin{bmatrix} 1 & \log (p_{j1}/y_1) \\ 1 & \log (p_{j2}/y_2) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & \log (p_{jT}/y_T) \end{bmatrix}$$

y X la matriz diagonal en bloques:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ 0 & 0 & \dots & X_N \end{bmatrix}$$

Finalmente, sean:

$$\alpha = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \gamma_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \beta_N \\ \gamma_N \end{pmatrix} \quad e = \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ e_{NT} \end{pmatrix}$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad L_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Entonces (2.1) puede escribirse:

$$z = X\alpha + e \tag{AI.1}$$

que debe estimarse bajo las restricciones:

$$L_1' \alpha = 0 \tag{AI.2}$$

$$L_2' \alpha = -1 \tag{AI.3}$$

Sea σ^2 la varianza de e_{it} ($t = 1, \dots, T$) y supóngase que las covarianzas de las e_{it} son nulas. Entonces, el modelo estadístico se completa con:

$$E e = 0$$

$$E e e' = D$$

en que D es una matriz diagonal en N bloques escalares de orden T:

$$D = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_N^2 & I \end{bmatrix}$$

en que I es la identidad de orden T. Escalando con $D^{-1/2}$ el modelo (AI.1) para llegar al modelo lineal clásico se tiene que minimizar

$$(z - X\alpha)' D^{-1} (z - X\alpha)$$

bajo (AI.2) y (AI.3). Considérese así la lagrangeana:

$$\Psi(\alpha, \lambda_1, \lambda_2) = (z - X\alpha)' D^{-1} (z - X\alpha) - \lambda_1 C_1' \alpha - \lambda_2 (1 + C_2' \alpha)$$

de donde:

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = X' D^{-1} z - X' D^{-1} X \alpha + \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 = 0$$

obteniéndose así el estimador:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha} &= (X' D^{-1} X)^{-1} X' D^{-1} z + \lambda_1 (X' D^{-1} X)^{-1} C_1 \\ &\quad + \lambda_2 (X' D^{-1} X)^{-1} C_2 \\ &= \tilde{\alpha}_0 + (X' D^{-1} X)^{-1} (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2) \end{aligned} \tag{AI.4}$$

Aquí $\tilde{\alpha}_0$ es el estimador ordinario de mínimos cuadrados sin restricciones.

En efecto, $(X' D^{-1} X)^{-1}$ es diagonal en bloques, cada uno de los cuales es

$\sigma_j^2 (X_j' X_j)^{-1}$, de modo que el producto $(X' D^{-1} X)^{-1} X' D^{-1}$ tiene bloques $(X_j' X_j)^{-1} X_j'$. Así:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\beta}_j \\ \tilde{\gamma}_j \\ 0 \end{bmatrix} = (X_j' X_j)^{-1} X_j' z_j$$

en que el subíndice o en el vector de parámetros se usa para dar a entender que se trata de un sub-vector de $\tilde{\alpha}_0$, y z_j es la parte de observaciones sobre el producto j en el vector z . Ciertamente, las varianzas residuales se usarán en las restricciones, pero se pueden estimar directamente de las regiones que llevan a $\tilde{\alpha}_0$.

2. Evaluación de las restricciones

Sean $\bar{x}_j = \left[\sum_j w_{jt} \log(p_{jt}/y_t) \right] / T$, $\overline{x_j^2} = \left\{ \sum_j \left[\sum_j w_{jt} \log(p_{jt}/y_t) \right]^2 \right\} / T$, $\Delta_j^2 = \overline{x_j^2} - (\bar{x}_j)^2$, la varianza de muestra de $w_{jt} \log(p_{jt}/y_t)$. Se tiene entonces que $(X' D^{-1} X)$ tiene bloques:

$$(x_j' D_j^{-1} x_j)^{-1} = \frac{\sigma_j^2}{\Delta_j^2} \begin{pmatrix} \overline{x_j^2} & -\bar{x}_j \\ -\bar{x}_j & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{AI.5})$$

Para evaluar λ_1 y λ_2 , considérense las restricciones (AI.2) y (AI.3). Se tiene:

$$0 = l_1' \tilde{\alpha} = l_1' \tilde{\alpha}_0 + \lambda_1 l_1' (X' D^{-1} X)^{-1} l_1 + \lambda_2 l_1' (X' D^{-1} X)^{-1} l_2$$

$$-1 = l_2' \tilde{\alpha} = l_2' \tilde{\alpha}_0 + \lambda_1 l_2' (X' D^{-1} X)^{-1} l_1 + \lambda_2 l_2' (X' D^{-1} X)^{-1} l_2$$

Sean $s_i^0 = l_i' \tilde{\alpha}_0$, $s_{ij} = l_i' (X' D^{-1} X)^{-1} l_j$; $s_{ij} = s_{ji}$, desde luego. Se tiene así que:

$$\lambda_1 s_{11} + \lambda_2 s_{12} = -s_1^0$$

$$\lambda_1 s_{12} + \lambda_2 s_{22} = -(1 + s_2^0)$$

de donde:

$$\lambda_1 = \frac{s_{12}(1 + s_2^0) - s_{22} s_1^0}{s_{11} s_{22} - s_{12}^2} \quad (\text{AI.6})$$

$$\lambda_2 = \frac{s_{12} a_1^0 - s_{11} (1 + a_2^0)}{s_{11} s_{22} - s_{12}^2} \quad (\text{AI.7})$$

Acudiendo entonces a (AI.5), se tiene:

$$s_{11} = \frac{1}{T} \sum_j \left(\frac{\sigma_j^2}{\Delta_j^2} \right) \bar{x}_j^2$$

$$s_{12} = -\frac{1}{T} \sum_j \left(\frac{\sigma_j^2}{\Delta_j^2} \right) \bar{x}_j$$

$$s_{22} = \frac{1}{T} \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right)$$

$$s_{11} s_{22} - s_{12}^2 = \frac{1}{T^2} \left[\sum_j \sum_k (\bar{x}_k^2 - \bar{x}_j \bar{x}_k) \left(\frac{\sigma_j^2}{\Delta_j^2} \frac{\sigma_k^2}{\Delta_k^2} \right) \right] = \frac{s^2}{T^2}$$

Sustituyendo en (AI.6) y (AI.7) se obtiene:

$$\lambda_1 = \frac{(1 + a_2^0) \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right) \bar{x}_j^2 + a_1^0 \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right)}{s^2/T}$$

$$\lambda_2 = \frac{a_1^0 \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right) \bar{x}_j + (1 + a_2^0) \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right) \bar{x}_j^2}{s^2/T}$$

Sea $m_i = \sigma_i^2 / s^2 \Delta_i^2$. Se puede escribir:

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_i &= \tilde{\beta}_i^0 - m_i \left[a_1^0 \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right) (\bar{x}_i^2 - \bar{x}_i \bar{x}_j) \right. \\ &\quad \left. + (1 + a_2^0) \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right) (\bar{x}_j^2 \bar{x}_i - \bar{x}_i^2 \bar{x}_j) \right] \end{aligned} \quad (\text{AI.8})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_i &= \tilde{\gamma}_i^0 + m_i \left[a_1^0 \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right) (\bar{x}_i - \bar{x}_j) \right. \\ &\quad \left. - (1 - a_2^0) \sum_j \left(\sigma_j^2 / \Delta_j^2 \right) (\bar{x}_j^2 - \bar{x}_j \bar{x}_i) \right] \end{aligned} \quad (\text{AI.9})$$

Es inmediato comprobar que $\sum_i \tilde{\beta}_i = 0$ y $\sum_i \tilde{\gamma}_i = -1$.

APENDICE II

DATOS ORIGINALES Y ESTADISTICAS DE PRUEBA PARA LA SIGNIFICACION
DE PARAMETROS Y RESTRICCIONES

Cuadro A I

PARTICIPACIONES PRESUPUESTALES ORIGINALES

	Río de Janeiro	Sao Paulo	Curitiba	Belo Horizonte	Recife	Salvador	Fortaleza	Bahía
1	.0316	.0368	.0189	.0311	.0207	.0283	.0219	.0270
2	.0093	.0088	.0160	.0178	.0146	.0209	.0209	.0215
3	.0209	.0320	.0317	.0384	.0195	.0305	.0381	.0263
4	.0082	.0055	.0053	.0069	.0130	.0151	.0189	.0120
5	.0178	.0218	.0223	.0266	.0189	.0173	.0180	.0168
6	.0012	.0007	.0006	.0010	.0015	.0038	.0012	.0003
7	.0102	.0100	.0075	.0089	.0033	.0059	.0044	.0097
8	.0915	.0654	.0912	.0768	.1281	.1148	.1366	.1585
9	.0153	.0100	.0126	.0038	.0271	.0348	.0034	.0266
10	.0083	.0067	.0158	.0119	.0438	.0443	.0205	.0349
11	.0169	.0202	.0181	.0233	.0231	.0313	.0313	.0334
12	.0237	.0369	.0145	.0096	.0076	.0141	.0161	.0079
13	.0219	.0235	.0269	.0243	.0252	.0275	.0294	.0326
14	.0077	.0056	.0099	.0077	.0130	.0170	.0122	.0143
15	.0121	.0136	.0110	.0100	.0138	.0107	.0145	.0077
16	.0269	.0336	.0349	.0338	.0450	.0701	.0404	.0372
17	.0115	.0066	.0048	.0038	.0164	.0091	.0195	.0441
18	.0150	.0145	.0155	.0141	.0134	.0157	.0195	.0174
19	.0062	.0055	.0052	.0051	.0048	.0053	.0073	.0077
20	.0015	.0017	.0020	.0011	.0015	.0019	.0036	.0031
21	.0014	.0007	.0008	.0009	.0007	.0003	.0007	.0013
22	.0016	.0008	.0008	.0005	.0010	.0009	.0021	.0018
23	.0035	.0036	.0040	.0026	.0033	.0027	.0045	.0058
24	.0265	.0284	.0351	.0217	.0164	.0137	.0131	.0155
25	.0162	.0145	.0132	.0138	.0142	.0138	.0135	.0079
26	.0134	.0131	.0105	.0118	.0120	.0091	.0103	.0118
27	.0022	.0025	.0011	.0035	.0023	.0011	.0008	.0005
28	.0030	.0021	.0030	.0019	.0027	.0015	.0020	.0013
29	.0161	.0144	.0165	.0171	.0211	.0169	.0234	.0206
30	.0021	.0038	.0036	.0024	.0020	.0013	.0027	.0013
31	.0079	.0091	.0126	.0071	.0108	.0079	.0149	.0082
32	.0239	.0351	.0396	.0315	.0221	.0240	.0317	.0248
33	.0006	.0004	.0001	.0002	.0006	.0003	.0000	.0000
34	.0002	.0005	.0011	.0005	.0007	.0009	.0001	.0002
35	.0030	.0016	.0014	.0027	.0067	.0050	.0076	.0049
36	.0009	.0006	.0001	.0003	.0021	.0006	.0023	.0012
37	.0003	.0000	.0003	.0003	.0017	.0006	.0028	.0032
38	.0056	.0032	.0085	.0041	.0048	.0075	.0070	.0045
39	.0104	.0101	.0067	.0074	.0067	.0038	.0097	.0018
40	.1422	.1607	.0903	.1370	.1130	.1142	.0977	.1232
41	.0145	.0131	.0086	.0117	.0065	.0098	.0106	.0087
42	.0131	.0133	.0088	.0154	.0117	.0109	.0107	.0210
43	.0010	.0003	.0001	.0014	.0088	.0064	.0044	.0105
44	.0001	.0005	.0001	.0004	.0074	.0085	.0097	.0103
45	.0443	.0429	.0270	.0373	.0405	.0350	.0408	.0416

Fuente: Ver Capítulo I, referencia (1).

Quadro A II

PREÇOS ORIGINAIS

(Cruzeiros "antigos" de 1960)

	Rio de Janeiro	Sao Paulo	Curitiba	Belo Horizonte	Recife	Salvador	Fortaleza	Bahia
1	14.60	14.30	13.60	16.50	33.40	19.40	25.10	45.60
2	19.00	18.50	18.00	18.80	20.00	18.00	22.00	30.00
3	33.60	40.00	33.00	38.80	38.00	36.00	23.00	30.00
4	14.90	17.30	7.00	28.00	20.00	30.00	24.00	20.00
5	146.50	146.00	135.00	145.00	150.00	145.00	125.00	130.00
6	8.40	15.00	12.00	12.00	18.00	10.00	5.00	20.00
7	23.50	28.00	18.00	20.00	35.00	20.00	20.00	60.00
8	107.90	122.90	85.00	92.00	85.00	100.00	100.00	140.00
9	134.90	122.90	160.00	140.00	145.00	150.00	120.00	180.00
10	13.49	22.38	15.43	16.66	20.00	40.00	15.43	19.80
11	46.50	51.30	32.00	50.00	40.00	35.00	25.00	65.00
12	25.40	17.70	25.00	22.00	32.70	33.30	41.30	33.00
13	14.00	15.10	16.00	13.00	25.00	20.00	18.00	22.00
14	262.40	252.30	240.00	220.00	260.00	280.00	260.00	260.00
15	81.80	82.00	84.00	80.00	90.00	84.00	54.00	108.00
16	34.00	40.00	24.00	24.00	28.50	28.00	25.00	30.00
17	67.60	71.70	70.00	140.00	130.00	100.00	100.00	100.00
18	65.45	45.00	83.00	73.08	64.23	40.00	65.00	134.16
19	73.72	78.80	86.16	55.00	76.85	47.15	60.00	72.33
20	44.00	44.93	44.72	41.23	40.00	35.00	50.00	41.23
21	96.75	112.25	80.00	86.26	84.85	65.00	88.67	97.21
22	365.00	411.74	120.00	199.44	89.86	225.00	207.36	242.50
23	22.53	42.50	28.50	30.00	20.68	18.00	43.82	25.00
24	501.00	375.25	290.44	317.39	273.07	445.42	360.42	301.84
25	19.36	23.66	22.67	22.12	27.83	20.57	22.76	23.28
26	49.90	46.16	42.63	26.31	35.79	39.79	23.56	40.61
27	521.21	868.36	377.72	259.56	275.89	384.12	231.43	293.24
28	250.44	194.25	237.91	139.82	269.18	188.60	160.68	153.47
29	652.23	608.08	429.87	342.61	331.13	429.23	392.32	481.55
30	117.60	115.32	121.61	84.34	111.77	94.80	98.11	81.43
31	250.28	166.58	250.00	164.31	150.00	196.72	200.00	150.00
32	2 996.34	2 804.96	2 083.02	1 976.25	2 353.27	1 423.91	1 833.10	1 728.51
33	195.27	147.29	155.24	101.69	87.46	175.33	113.85	120.00
34	417.43	354.96	400.00	334.96	458.25	374.16	224.94	450.00
35	101.32	99.04	97.47	84.50	96.43	77.14	120.00	82.46
36	175.95	152.68	168.15	215.01	171.02	109.85	160.44	150.00
37	268.00	300.00	90.00	89.86	92.20	91.65	400.00	94.87
38	85.95	79.81	88.52	73.41	68.45	70.58	103.79	64.29
39	81.63	108.01	92.83	75.25	72.47	64.26	56.46	125.99
40	9 030.00	9 075.00	5 000.00	4 500.00	7 484.00	4 920.00	2 340.00	3 900.00
41	8.61	9.03	27.70	27.00	23.80	4.50	23.85	23.70
42	2.60	2.16	2.60	3.49	3.40	2.50	4.30	4.60
43	8.80	9.00	11.00	11.00	10.00	8.90	12.00	10.00
44	3.00	3.40	8.00	8.00	6.00	5.00	4.00	10.00
45	6.60	9.50	8.20	3.90	3.00	3.00	4.40	9.00

Fuente: Ministério de Trabalho e Previdência Social, datos proporcionados a CEPAL.

Cuadro A III

t DE STUDENT PARA LA SIGNIFICACION DE LOS COEFICIENTES Y LAS RESTRICCIONES.
ALIMENTOS (6 GRADOS DE LIBERTAD)

Producto	Coeficientes a/		Restricciones b/	
	Constante	Pendiente	Constante	Pendiente
1. Legumbres	10.1009	8.9113	.7446	.7419
2. Azúcar	45.9209	33.9987	.1138	.1137
3. Arroz	13.0416	8.9634	.5827	.5826
4. Plátano	9.6669	6.6398	.3811	.3797
5. Grasas	2.6791	.2676	2.8244	2.8386
6. Camote	.6492	.0118	.4115	.4142
7. Papa	3.5452	1.7860	.6742	.6728
8. Carne fresca	26.6760	15.1625	.9531	.9566
9. Carne seca	3.2925	1.7201	4.2394	4.3007
10. Harina	5.2548	4.2209	1.1452	1.1429
11. Frijol	20.4659	13.2026	.4064	.4063
12. Frutos	5.4915	4.2048	1.0587	1.0568
13. Leche	13.4884	12.0451	.4505	.4499
14. Mantequilla	23.2015	6.6822	.6619	.7956
15. Huevos	2.8034	1.1839	.8822	.8838
16. Pan	2.0946	1.5322	2.9973	2.9968
17. Pescado	2.6671	1.1696	2.5856	2.6071

a/ Para la diferencia entre el coeficiente y cero.

b/ Para la diferencia entre parámetros irrestringidos y restringidos.

Cuadro A IV

† DE STUDENT PARA LA SIGNIFICACION DE LOS COEFICIENTES Y LAS RESTRICCIONES. HIGIENE Y SALUD (6 GRADOS DE LIBERTAD)

Producto o servicio	Coeficientes a/		Restricciones b/	
	Constante	Pendiente	Constante	Pendiente
18. Jabón para ropa	17.1890	7.3281	.3539	.3547
19. Jabón para baño	4.5340	1.7487	.7074	.7077
20. Taleo	5.3965	4.1153	.5504	.5504
21. Polvo de arroz	1.0628	.3486	.7681	.7687
22. Cosméticos	6.6848	1.3902	.1898	.2271
23. Crema dental	5.4504	3.0830	.3655	.3651
24. Servicios médicos	9.2751	1.0861	.7901	2.9030
25. Medicamentos	4.8944	3.0654	.7747	.7743
26. Peluquería	4.5182	1.9601	.7812	.7809

a/ Para la diferencia entre el coeficiente y cero.

b/ Para la diferencia entre parámetros irrestrictos y restringidos.

Cuadro A V

t DE STUDENT PARA LA SIGNIFICACION DE LOS COEFICIENTES Y LAS RESTRICCIONES.
VESTUARIO (6 GRADOS DE LIBERTAD)

Producto o servicio	Coeficientes a/		Restricciones b/	
	Constante	Pendiente	Constante	Pendiente
27. Ropa de cama	4.4669	.4202	.1529	.5831
28. Ropa de hombre	5.2176	1.4089	.5802	.6106
29. Calzado	12.9358	.8158	.8917	1.0635
30. Calcetines y medias	1.1506	.2381	1.4937	1.4963
31. Ropa interior	6.7711	1.8830	1.3715	1.4329
32. Ternos	.7082	.0346	.1436	.1043
33. Toallas	.8229	.2709	.2639	.2675
34. Mantelería	3.4210	.8292	.1461	.3210
35. Telas de algodón	5.4214	3.8257	1.1327	1.1353
36. Telas de seda	2.0461	.9250	.8278	.8410
37. Telas de lino	2.7404	1.0966	.3875	.4352
38. Otras telas	4.4818	2.6128	1.1183	1.1199
39. Lavandería y tintorería	.7184	2.4521	1.4425	1.4452

a/ Para la diferencia entre el coeficiente y cero.

b/ Para la diferencia entre parámetros irrestringidos y restringidos.

Cuadro A VI

T DE STUDENT PARA LA SIGNIFICACION DE LOS COEFICIENTES Y LAS RESTRICCIONES.
HABITACION, ENERGIA Y COMBUSTIBLES

Producto o servicio	Coeficientes a/		Restricciones b/	
	Constante	Pendiente	Constante	Pendiente
40. Habitación	.5922	2.5511	4.6735	4.5269
41. Gas doméstico	12.3864	9.2651	.2612	.2596
42. Electricidad	2.1633	2.5358	1.3716	1.3697
43. Kerosene	2.2786	1.9475	1.2111	1.2103
44. Carbón	2.2939	1.8910	.5211	.5197
45. Aceites combustibles y otros	2.5576	3.5235	3.0721	3.0671

APENDICE III

PROGRAMA DE COMPUTADOR PARA LA OBTENCION DE ECUACIONES
DE DEMANDA

1. Introducción

El programa siguiente, escrito en FORTRAN IV, calcula los coeficientes de las regresiones:

$$w_{it} \log q_{it} = \beta_i + \gamma_i \log \frac{p_{it}}{y_t} + e_{it}$$

($i = 1, N, t = 1, \dots, T$)

en que:

- i = número de índice del producto o variable dependiente.
- t = número de índice de la unidad de muestra observada.
- w_{it} = participación del producto i en el presupuesto total del consumidor t .
- q_{it} = cantidad comprada del producto i por el consumidor t .
- p_{it} = precio pagado por el consumidor t por unidad del producto i .
- y_t = ingreso (o gasto) total del consumidor t .
- N = número total de productos (no mayor de 50).
- T = tamaño de la muestra (no mayor de 20).

tanto en forma independiente, como bajo las restricciones:

$$\sum_i \beta_i = 0, \quad \sum_i \gamma_i = -1$$

Las β_i son parámetros de escala y las γ_i son propensiones marginales a consumir, con signo cambiado. Además, de calcular ambos conjuntos de parámetros, el programa testa la efectividad o redundancia de las restricciones para cada coeficiente y la significación de cada uno de ellos.

2. Insumos del programa

La entrada al programa es por tarjetas perforadas. El número total de tarjetas requeridas es $2N + 2$, si la muestra no excede de 8 y $2 \lfloor N/8 \rfloor + 2$ (en que $\lfloor x \rfloor$ es el entero próximo a x) si la muestra excede de 8.

La primera tarjeta contiene:

- 1) Diez campos en blanco, que pueden usarse para perforar cualquier clase de identificación.

- 2) El número de productos o ecuaciones, perforado en las columnas 12 y 13, usando las últimas columnas del campo (o sea, si hay 9 ecuaciones, debe perforarse 9 en la columna 13, no en la 12).
- 3) El número de observaciones, en las columnas 15 y 16.
- 4) El número de observaciones seguido de punto decimal, perforado dos veces, una en las columnas 17, 18 y 19 y otra en las columnas 20, 21 y 22. Las columnas 19 y 22 son para el punto decimal.

En seguida deben perforarse las tarjetas con los valores de los ingresos para cada observación (y_t), de 8 en 8 observaciones; si hay más de 8 observaciones, la segunda tarjeta del grupo contiene de la observación 9 a la 16, etc. En cada tarjeta hay 10 espacios en blanco, a la extrema izquierda, que pueden usarse para perforar cualquier clave de identificación y después 8 campos de 8 columnas cada uno, para contener a las observaciones, hasta siete cifras cada una, más el punto decimal, al final de cada una si se trata de un entero, o en su lugar si la cifra contiene decimales.

Ejemplo: el ingreso 550 se perfora 550., acomodado en cualquier lugar del campo de 8 columnas que le corresponda. Las últimas 6 columnas de la tarjeta deben ir en blanco. En seguida deben venir las tarjetas con las participaciones presupuestales. La matriz (w_{it}) de participaciones presupuestales debe perforarse por renglones, hasta agotar el renglón; si algún elemento es cero, debe perforarse 0. en el campo correspondiente. Una vez terminado el renglón, debe iniciarse la perforación del siguiente inmediatamente a continuación, en el campo siguiente. En cada tarjeta hay un campo en blanco a la extrema izquierda y cada campo contiene 8 columnas, para 7 cifras y punto decimal. La matriz de precios debe perforarse en seguida, en la misma forma que la de participaciones presupuestales. Para aclaración del lector, los formatos de entrada son los siguientes:

Para N y T (tarjeta 1):

(10 X, 2 I 3, 2 F 3.0)

Para y_t , w_{it} y P_{it} :

(10 X, 8 (F 8.0))

Las cantidades q_{it} son calculadas por la fórmula:

$$q_{it} = \frac{w_{it} y_t}{P_{it}}$$

de modo que no se necesitan perforar. Si las participaciones presupuestales no suman la unidad, el programa las ajusta en forma proporcional. Trabaja entonces con:

$$w_{it}^i = w_{it} / \sum_i w_{it}$$

3. Resultados

La salida del programa es por impresora. Imprime en primer lugar la lista de parámetros β_i, γ_i sin restricciones, identificándolos como "parámetros irrestrictivos". En seguida imprime las varianzas residuales, errores estándar de β_i y γ_i y coeficientes de determinación (R^2) para cada ecuación.

La tercera lista presenta los parámetros β_i, γ_i , tal como quedan después de imponer las restricciones; los identifica como "parámetros restringidos".

En cuarto lugar, imprime dos columnas; la primera, identificada como "propensión media", contiene las propensiones medias a consumir:

$$w_i^0 = 1/T \sum_T w_{it}^i$$

La segunda columna del cuarto grupo contiene las elasticidades ingreso medias:

$$\eta_i = - \gamma_i / w_i^0$$

Finalmente, se imprimen los valores de la t de Student, primero para las diferencias entre β_i antes y después de las restricciones y para γ_i en las mismas condiciones. Esto se identifica con los letreros:

RELEVANCIA DE LAS RESTRICCIONES

T DE STUDENT CON (T-2) GRADOS DE LIBERTAD

PARA TERMINOS CONSTANTES

PARA PENDIENTES

En seguida, se presentan los valores de la t de Student para la diferencia de cada coeficiente (irrestringido) con cero. El letrero: SIGNIFICACION DE LOS COEFICIENTES separa a este grupo de valores de t del anterior.

ADVERTENCIA I: El programa, tal como está formulado, contempla el test de Student para seis grados de libertad (muestra de tamaño 8) y nivel de significación del 5 %. Para otros tamaños de muestra y niveles de significación, la cifra 2.447 que aparece en las tarjetas 105, 106 y 107 del programa, debe modificarse al valor crítico de t correspondiente. La lista de valores de t para la significación de las restricciones tendrá impreso el letrero "EFECTIVA" a la derecha de cada valor de t significativo al nivel y con los grados de libertad que se implican en los valores numéricos de las tarjetas 105, 106 y 107.

ADVERTENCIA II: La unidad de la lectura está identificada en este programa con el número 5, y la de impresión con el número 6. En cada computador habrá que hacer los cambios necesarios en las tarjetas 9, 10, 11 y 12 para lectura y 50, 51, 53, 64, 66, 86, 87, 89, 101, 102, 103, 108, 110, 112, 114, 116 y 120 para impresión, o introducir las tarjetas de control necesarias sin cambiar las del programa.

ADVERTENCIA III: Si la muestra es mayor que 20 las tarjetas 1 a 5 del programa pueden modificarse, sustituyendo 20 por el número adecuado.