

Trabajo final de curso

CELAD C.

según

Luisa Alvarez Vasquez

Curso básico de demografía, 1969

1 DEC 1969

Estimación del nivel de la mortalidad de un país a partir de la pregunta censal sobre hijos tenidos e hijos sobrevivientes.

INDICE

	<u>Página</u>
I. INTRODUCCION	1
II. INDICE TEORICO	1
a) Fundamentación teórica	1
b) Hipótesis	6
c) Criterios de selección de los modelos	7
d) Construcción de los índices con base en las Tablas Modelo	10
III. ANALISIS DE LOS RESULTADOS	15
IV. CONCLUSIONES	22
V. NOTAS	22
Bibliografía	23

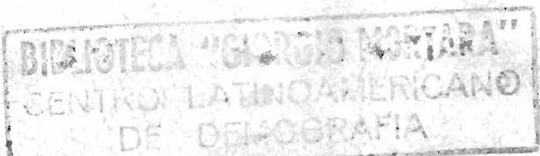
Indice de cuadros y gráficos

Cuadros

1. Modelos de fecundidad usados en el estudio	9
2. Modelos de mortalidad usados para estimar los hijos sobrevivientes	9
3. Valores teóricos del número de hijos totales, sobrevivientes y muertos tenidos por una mujer a edades exactas e índices de mortalidad para nacimientos femeninos	12
4. Valores teóricos del número de hijos totales, sobrevivientes y muertes tenidos por una mujer a edades exactas e índices de mortalidad para nacimientos masculinos	13
5. Índices de mortalidad teóricos para nacimientos de ambos sexos	14
6. Hijos tenidos nacidos vivos, según edad de las madres. Belén, 1969	17
7. Índices de mortalidad. Belén clasificado en Radio Central y Demás Radios, 1969.	18
8. Censo experimental de Costa Rica. Hijos tenidos nacidos vivos, según edad de las madres e índices de mortalidad, 1968	18

Gráficos

1. Índice de mortalidad (tres modelos de mortalidad) e índices de mortalidad para Belén (agrupaciones de 5 ó 10 años)	19
2. Índice de mortalidad para el Radio Central y Demás Radios. Belén, 1969	20
3. Índice de mortalidad teórico (tres modelos de mortalidad) e índice de mortalidad observado. Grecia-Costa Rica, 1968 ...	21



Índice

1	I. INTRODUCCIÓN
2	II. ANÁLISIS DE LAS FUENTES
3	III. ANÁLISIS DE LAS FUENTES
4	IV. CONCLUSIONES
5	V. BIBLIOGRAFÍA

Índice de Tablas y Gráficos

6	1. Gráfico de la evolución de la producción de azúcar en el mundo
7	2. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
8	3. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
9	4. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
10	5. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
11	6. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
12	7. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
13	8. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países

Bibliografía

14	1. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
15	2. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
16	3. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
17	4. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
18	5. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
19	6. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
20	7. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países
21	8. Gráfico de la producción de azúcar en el mundo por países

I. INTRODUCCION

La deficiencia de los registros de estadísticas vitales han sido y siguen siendo una de las principales dificultades con la cual se enfrenta un demógrafo cuando tiene que hacer comparaciones y análisis de las condiciones demográficas de un país.

Como es sabido son muchos los países que en la actualidad carecen de un sistema adecuado de estadísticas vitales y es precisamente en estos países donde mayor es la necesidad de tener algún conocimiento de aspectos tales como niveles actuales y pasados de las principales variables demográficas. Considerando lo anterior se ve la necesidad de crear nuevas técnicas y métodos para conocer cuales han sido y siguen siendo los niveles de la mortalidad, fecundidad y de otras variables.

Este estudio tiene como principal objetivo. llegar a determinar un índice de mortalidad que sirva a aquellos países que carecen de buenos registros y por ende no cuentan con información adecuada para medir sus niveles de mortalidad. Se tiene conciencia que este índice no es la medida idónea de la mortalidad, pero no se puede olvidar que cuando se carece de información un buen índice puede ser de gran utilidad.

Con este trabajo se persigue el propósito de mostrar que a partir de preguntas formuladas en un censo se puede hacer una estimación de cuál ha sido el nivel medio de la mortalidad en épocas pasadas y para ello se hace uso de tablas modelo con las cuales se obtienen índices teóricos que sirven para las comparaciones con los índices obtenidos de los datos censales. Estos índices como se verá pueden ser útiles no sólo para conocer los niveles de mortalidad de un país, sino que se puede usar para conocer también los niveles de mortalidad de sus zonas geográficas.

II. INDICE TEORICO

a) Fundamentación teórica del índice

Para cumplir el propósito antes señalado es necesario tener un índice teórico que se pueda comparar con el índice obtenido a partir de la información censal, este índice teórico se obtendrá a partir de modelos

de mortalidad y fecundidad. El índice propuesto a tal fin se llamará "Índice de Mortalidad $I(x)$ " y representa el cociente entre el número medio de niños que se les han muerto a una mujer de edad exacta x ($HD(x)$) y el número medio de niños nacidos vivos que ha tenido una mujer de edad exacta x ($HT(x)$), por lo tanto

$$I(x) = \frac{HD(x)}{HT(x)}$$

Para construir estos índices teóricos los valores de $HD(x)$ y de $HT(x)$ se obtendrán haciendo los siguientes supuestos:

1. La mortalidad y fecundidad se considerarán como funciones que varían con la edad, pero que permanecen constantes en el tiempo.
2. No hay mortalidad diferencial entre las mujeres que sean madres o no y tampoco hay mortalidad diferencial entre las madres de acuerdo al número de hijos que tengan.

De acuerdo a estos supuestos se podría señalar como lo hace Brass (1) que las estimaciones obtenidas "No darán un patrón verdadero de la mortalidad, pero ellas pueden dar una valiosa información acerca de la existencia de tales tendencias".

Defínese ahora dos funciones $\psi(x)$ y $P(x)$:

1. Sea $\psi(x)$ la llamada tasa instantánea anual de fecundidad a la edad x .
2. Y sea $P(x)$ la llamada probabilidad de sobrevivencia desde el nacimiento hasta la edad x .

$\psi(x)$ es una función positiva definida para todo valor de $x \in (15, 50)$ y cero para todo x fuera de éste intervalo.

$P(x)$ es también una función positiva definida para todo valor de $x \in (0, \omega)$ (siendo ω (omega) la edad más alta posible para las personas). Se formula por hipótesis que ambas funciones son integrables. Considerando este supuesto, es posible conocer cuál ha sido el número de hijos nacidos vivos (que se designará por $HT(x)$) que se espera haya tenido una mujer de edad exacta x y también se puede conocer cual habrá sido el número de estos hijos que se espera hayan muerto (que se designará por $HD(x)$). Con el propósito de ver con mayor claridad cuáles deben ser los valores de $HT(x)$ y $HD(x)$ se ve la conveniencia de hacer las siguientes aclaraciones: si una mujer de edad

exacta x en un momento dado ha tenido hijos entre las edades $x-1$ a $x-1+dt$ (donde dt es un intervalo arbitrariamente pequeño de tiempo) el número aproximado de hijos que es de esperar haya tenido esta mujer será $\varphi(x-1)dt$; de éstos $\varphi(x-1)dt$ hijos les habrán sobrevivido $\varphi(x-1)p(1)dt$ hijos. Si en lugar de considerar un año se consideran t años antes, el número de hijos e hijos sobrevivientes será $\varphi(x-t)dt$ y $\varphi(x-t)p(t)dt$, respectivamente. Considerando el tiempo transcurrido entre el inicio del período reproductivo y el momento en que la mujer tiene x años o sea el tiempo $t=x-15$, el número de hijos tenidos $HT(x)$ será igual a:

$$HT(x) = \int_0^{x-15} \varphi(x-t) dt$$

y el número de hijos sobrevivientes (que se designará por $HS(x)$) será igual a:

$$HS(x) = \int_0^{x-15} \varphi(x-t) p(t) dt \quad (I)$$

Esto sugiere que el número de hijos que han muerto se puede obtener del siguiente modo:

$$\begin{aligned} HD(x) = HT(x) - HS(x) &= \int_0^{x-15} \varphi(x-t) dt - \int_0^{x-15} \varphi(x-t) p(t) dt \\ &= \int_0^{x-15} \varphi(x-t) [1-p(t)] dt \end{aligned} \quad (II)$$

Los integrales (I) y (II) pueden también expresarse de otra forma haciendo el siguiente cambio de variable:

$s = x-t$ de donde $ds = -dt$ y $t = x-s$, y substituyendo se tiene:

$$HT(x) = \int_0^{x-15} \varphi(x-t) dt = \int_x^{15} \varphi(s) (-ds) = \int_{15}^x \varphi(s) ds$$

$$\begin{aligned} HD(x) &= \int_0^{x-15} \varphi(x-t) [1-p(t)] dt = \int_x^{15} \varphi(s) [1-p(x-s)] (-ds) = \\ &= \int_{15}^x \varphi(s) [1-p(x-s)] ds \end{aligned}$$

y por lo tanto es lo mismo escribir

$$I(x) = \frac{\int_0^{x-15} \varphi(x-t) [1-p(t)] dt}{\int_0^{x-15} \varphi(x-t) dt} \quad \rightarrow \quad -I(x) = \frac{\int_{15}^x \varphi(s) [1-p(x-s)] ds}{\int_{15}^x \varphi(s) ds}$$

En la práctica este índice no se obtiene computando los integrales debido a que se desconocen las formas analíticas de las funciones y además debido a que para propósitos prácticos basta con valores aproximados de estas

integrales. Para hallar los valores aproximados se supone que la función $\psi(x)$ es constante en cada uno de los intervalos $(15+5i, 20+5i)$ para $i=0,1,2,3,4,5$, 6. y es llamado $\psi(i)$ al valor que asume la función en el intervalo i -ésimo una aproximación de la misma puede ser $\psi(i) \approx \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds$ donde $\int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds$ es la tasa media anual de fecundidad en el intervalo $(15+5i, 20+5i)$.

Por lo tanto para valores de $x=20+5K$ donde $K=0,1,2,3,4$ y 5 solamente, los valores aproximados de las integrales serán:

$$\begin{aligned} HT(x) &= \int_{15}^x \psi(s) ds = \int_{15}^{20} \psi(s) ds + \int_{20}^{25} \psi(s) ds + \dots + \int_{15+5K}^{20+5K} \psi(s) ds = \\ &= \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds \end{aligned}$$

y sustituyendo el valor de $\psi(s) \approx \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds$ se tiene:

$$HT(x) = \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds \approx \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds = 5 \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds \quad \text{o sea}$$

$$HT(x) \approx 5 \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds \quad (a)$$

Del mismo modo:

$$\begin{aligned} HS(x) &= \int_{15}^x \psi(s) p(x-s) ds = \int_{15}^{20} \psi(s) p(x-s) ds + \int_{20}^{25} \psi(s) p(x-s) ds + \dots \\ &+ \int_{15+5K}^{20+5K} \psi(s) p(x-s) ds = \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) p(x-s) ds \end{aligned}$$

y sustituyendo $\psi(s) = \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) ds$ se tiene

$$HS(x) = \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) p(x-s) ds \approx \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s) p(x-s) ds \quad (b)$$

) 5 (

y por ser

$$p(x-s) = \frac{l(x-s)}{l_0} \text{ las integrales } \int_{15+5i}^{20+5i} p(x-s) ds = \int_{15+5i}^{20+5i} \frac{l(x-s)}{l_0} ds \text{ y}$$

haciéndose un cambio de variable $x-s=t$ $ds=-dt$ se tiene:

$$\int_{15+5i}^{20+5i} \frac{l(x-s)}{l_0} ds = \int_{x-20-5i}^{x-15-5i} \frac{l(t)}{l_0} (-dt) = \int_{x-20-5i}^{x-15-5i} \frac{l(t)}{l_0} dt = \frac{5^L x-20-5i}{l_0}$$

o sea el número de años vividos desde la edad $x-20-5i$ hasta la edad $x-15-5i$, dividido por el número de nacimientos en la tabla modelo que se considere de acuerdo al nivel de mortalidad seleccionado. Y sustituyendo ahora este valor en (b) se tiene:

$$HS(x) = \sum_{i=0}^K \int_{15+5i}^{20+5i} \psi(s)p(x-s) ds \approx \sum_{i=0}^K 5f_{15+5i} \cdot \frac{5^L x-20-5i}{l_0} \text{ o sea}$$

$$HS(x) \approx \sum_{i=0}^K 5f_{15+5i} \cdot \frac{5^L x-20-5i}{l_0} \text{ o) y}$$

$$HD(x) \approx 5 \sum_{i=0}^K 5f_{15+5i} - \sum_{i=0}^K 5f_{15+5i} \cdot \frac{5^L x-20-5i}{l_0} \text{ d)}$$

Para los valores de $x=20+5K$ donde $K \leq 6$ las expresiones a), c) y d) se transforman en:

$$HT(x) \approx 5 \sum_{i=0}^6 5f_{15+5i}, \quad HS(x) \approx \sum_{i=0}^6 5f_{15+5i} \cdot \frac{5^L x-20-5i}{l_0} \text{ y}$$

$$HD(x) \approx 5 \sum_{i=0}^6 5f_{15+5i} - \sum_{i=0}^6 5f_{15+5i} \cdot \frac{5^L x-20-5i}{l_0}$$

b) Hipótesis

Al índice $I(x)$ se le ha llamado "Índice de Mortalidad" tal denominación se debe a que se hacen dos hipótesis que se tratarán de comprobar en este estudio. Las hipótesis son:

1. a) La función $\varphi(x)$ determinará un relativamente pequeño campo de variación de $I(x)$ cuando éste se compute para un solo nivel de Mortalidad y diferentes $\varphi(x)$.

b) Las variaciones de $I(x)$ no se deben a la diferencia de niveles de fecundidad, sino solamente a la forma de la curva.

2. Las variaciones de $I(x)$ se deben fundamentalmente a las variaciones de los niveles de mortalidad y es por ello que se le puede considerar como un índice de mortalidad, en otras palabras es muy sensible a las variaciones de la mortalidad.

Para probar la primera hipótesis (1-b) se supone que si el nivel de la mortalidad no varía y los niveles de fecundidad son distintos ($\varphi(x)$ y $\varphi'(x)$) pero con la misma forma de la curva de fecundidad o sea $\varphi'(x) = K\varphi(x)$ entonces se tiene:

$$I(x) = \frac{\int_{15}^x \varphi(t)(1-p(x-t))dt}{\int_{15}^x \varphi(t)dt} \quad \text{y} \quad I'(x) = \frac{\int_{15}^x \varphi'(t)(1-p(x-t))dt}{\int_{15}^x \varphi'(t)dt} \quad (d)$$

Sustituyendo en (d) se tiene:

$$\begin{aligned} I'(x) &= \frac{\int_{15}^x K\varphi(t)(1-p(x-t))dt}{\int_{15}^x K\varphi(t)dt} = \frac{K \int_{15}^x \varphi(t)(1-p(x-t))dt}{K \int_{15}^x \varphi(t)dt} = \\ &= \frac{\int_{15}^x \varphi(t)(1-p(x-t))dt}{\int_{15}^x \varphi(t)dt} = I(x) \end{aligned}$$

o sea $I'(x) = I(x)$

La otra parte de esta hipótesis (1-a) relativa al pequeño campo de variación del índice cuando la forma de la curva de la fecundidad varía se demostrará de forma empírica en otra parte del trabajo.

La veracidad de la segunda hipótesis surge fácilmente después de haber probado la primera. Para probar ésta se supone que se tiene un mismo nivel y forma de la curva fecundidad y que se tiene dos niveles de mortalidad representados por $p(x)$ y $p'(x)$, respectivamente, se considera que $p'(x) = Kp(x)$.

Los índices correspondientes a estos niveles de mortalidad serán:

$$I(x) = \frac{\int_{15}^x \psi(t) dt - \int_{15}^x \psi(t)p(x-t)dt}{\int_{15}^x \psi(t)dt} = 1 - \frac{\int_{15}^x \psi(t)p(x-t)dt}{\int_{15}^x \psi(t)dt}$$

$$I'(x) = \frac{\int_{15}^x \psi(t)dt - \int_{15}^x \psi(t)p'(x-t)dt}{\int_{15}^x \psi(t)dt} = 1 - \frac{\int_{15}^x \psi(t)p'(x-t)dt}{\int_{15}^x \psi(t)dt} \quad (e)$$

y sustituyendo en (e) $p'(x) = Kp(x)$ se tiene:

$$I'(x) = 1 - \frac{\int_{15}^x \psi(t)Kp(x-t)dt}{\int_{15}^x \psi(t)dt} = 1 - K \frac{\int_{15}^x \psi(t)p(x-t)dt}{\int_{15}^x \psi(t)dt} \neq I(x)$$

y como se puede ver la diferencia de los valores de $I(x)$ depende directamente del nivel de la mortalidad, mientras que como se comprobó anteriormente el nivel de la fecundidad no afecta al índice,

c) Criterios de Selección de los Modelos

Los modelos de fecundidad utilizados en este estudio han sido seleccionados tomando en consideración la hipótesis 1.a. La selección se hizo entre un total de 73 modelos. (2)

Los criterios de selección utilizados fueron tres. La selección de los modelos estuvo de acuerdo con los requerimientos necesarios para la determinación del campo máximo de variación de los índices debido a la forma de la curva de la fecundidad, o sea se necesitaba contar con modelos extremos, por ello se escogió el modelo de fecundidad más joven y el modelo de fecundidad más viejo.

Para obtener el modelo de fecundidad más joven se procedió como sigue:

1. Se seleccionaron todos los modelos de cúspide temprana (el modo de las tasas específicas de fecundidad correspondiente al grupo de edad 20-24 años).
2. Entre los modelos que cumpliesen el primero ~~el primer~~ ^{mejor} criterio el modelo que presentase mayor concentración de la fecundidad en las edades más jóvenes en otras palabras el modelo que presentase la mayor proporción de sus tasas específicas en el grupo de edad 15-24 años. Mediante los criterios 1 y 2 fue seleccionado el modelo de Bulgaria (1960) y por último
3. Entre los modelos que cumpliesen el primer criterio el modelo que tuviese la edad de las madres más joven. Mediante los criterios 1 y 3 fue seleccionado el modelo de Bulgaria (1960).

Por lo tanto el modelo de fecundidad escogido para representar la fecundidad más joven fue el de Bulgaria (1960). (Véase el cuadro 1).

Para obtener el modelo de fecundidad más viejo se procedió como sigue:

1. Se seleccionaron todos los modelos de cúspide tardía (el modo de las tasas específicas de fecundidad correspondiente a uno de los grupos de edades 25-29 ó 30-34 años).

Entre los modelos que cumpliesen el primer criterio el modelo que presentase mayor concentración de la fecundidad en las edades menos jóvenes, en otras palabras el modelo que presentase la mayor proporción de sus tasas específicas en el grupo de edad 25-34 años. Mediante los criterios 1 y 2 fue seleccionado el modelo de Irlanda (1959) y por último:

3. Entre los modelos que cumpliesen el primer criterio, el modelo que tuviese la edad de las madres más vieja. Mediante los criterios 1 y 3 fue seleccionado el modelo de Irlanda (1959).

Por lo tanto el modelo de fecundidad escogido para representar la fecundidad más vieja fue el de Irlanda (1959). (Véase el cuadro 1).

El criterio de selección de los modelos de mortalidad fue el de tener representado tres casos de mortalidad:

Un modelo de mortalidad alta $e_0=50$ años, otro modelo de mortalidad media $e_0=60,4$ años y por último un modelo de mortalidad baja $e_0=70,2$ años. (Véase el cuadro 2).

Cuadro 1

MODELOS DE FECUNDIDAD USADOS EN EL ESTUDIO
(tasa media anual de fecundidad por mil)

Grupos de edades	Modelos de Fecundidad	
	Bulgaria (1960)	Irlanda (1959)
	5^f_x	5^f_x
15 - 19	75,0	7,4
20 - 24	187,2	84,2
25 - 29	120,1	217,6
30 - 34	51,3	219,3
35 - 39	19,7	164,6
40 - 44	7,2	52,5
45 - 49	1,0	4,4
Total	462,5	750,0

Fuente: Boletín de Población de las Naciones Unidas, Ser. FP/FOA/FER/N/7, 1965, cuadro 7.1.

Cuadro 2

MODELOS DE MORTALIDAD USADOS PARA ESTIMAR LOS HIJOS SOBREVIVIENTES

Grupos de edades	$e_0^o = 50$		$e_0^o = 60,4$		$e_0^o = 70,2$	
	5^L_H	5^L_M	5^L_H	5^L_M	5^L_H	5^L_M
	0 - 4	420 276	429 692	453 493	460 386	483 920
5 - 9	396 948	406 628	440 230	448 010	479 460	483 570
10 - 14	390 362	399 620	436 230	444 150	477 692	482 240
15 - 19	383 615	392 370	431 860	439 970	475 555	480 635
20 - 24	373 688	382 368	425 305	434 040	472 445	478 308
25 - 29	362 038	370 680	417 588	427 035	468 838	475 458
30 - 34	350 215	358 600	409 715	419 610	464 882	472 085
35 - 39	337 732	346 202	401 195	411 672	460 110	467 960
40 - 44	323 548	333 118	391 022	402 742	453 650	462 610
45 - 49	306 292	318 325	377 658	391 728	455 022	454 992
50 - 54	284 665	300 392	359 368	377 275	429 045	443 808
55 - 59	257 468	277 922	334 412	357 718	406 795	427 690
60 - 64	223 435	248 722	300 470	330 472	374 188	403 612

Fuente: Tablas Modelo del Manual III: "Método para preparar proyecciones de población por sexo y edad. Tabla IV.

d) Construcción de los índices con base a las Tablas Modelo

Los índices $I(x)$ fueron obtenidos como se describe a continuación:

Utilizando las fórmulas antes presentadas se obtuvieron índices por separado para modelos de mortalidad masculinos y femeninos correspondientes a los tres niveles de mortalidad. Seleccionados y combinándolos con los dos modelos de fecundidad. (Véase el cuadro 3 y 4).

El cálculo del índice para ambos sexos juntos se realizó utilizando la siguiente relación:

$$I^T(x) = K_1 I^H(x) + K_2 I^M(x)$$

donde los valores K_1 y K_2 representan la proporción de nacimientos masculinos y nacimientos femeninos, respectivamente con respecto al total de nacimientos. Los valores aquí utilizados fueron $K_1 = \frac{105}{205}$ y $K_2 = \frac{100}{205}$ lo cual se obtiene de considerar que el índice de masculinidad al nacimiento es de 105 hombres por cada cien mujeres.

La validez de esta fórmula puede ser comprobada fácilmente:

$$I^H(x) = 1 - \frac{\sum_{i=0}^K 5^i f_{15+5i} \frac{5^L x-20-5i}{10}}{\sum_{i=0}^K 5^i f_{15+5i}}$$

$$I^M(x) = 1 - \frac{\sum_{i=0}^K 5^i f_{15+5i} \frac{5^L x-20-5i}{10}}{\sum_{i=0}^K 5^i f_{15+5i}}$$

Si ahora se supone que $5^L x-20-5i = K_1 5^L x-20-5i + K_2 5^L x-20-5i$ se tiene que cuando se hace la suma ponderada

$$K_1 I^H(x) + K_2 I^M(x)$$

el resultado será $I^T(x)$, o sea:

$$\begin{aligned}
 K_1 I^H(x) + K_2 I^M(x) &= K_1 \left[1 - \frac{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}} \frac{5^{L^H x - 20 - 5i}}{l_0}}{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}}} \right] + \\
 &+ K_2 \left[1 - \frac{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}} \frac{5^{L^M x - 20 - 5i}}{l_0}}{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}}} \right] \\
 &= K_1 + K_2 - \frac{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}} \frac{K_1 5^{L^H x - 20 - 5i}}{l_0} + \sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}} \frac{K_2 5^{L^M x - 20 - 5i}}{l_0}}{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}}} \\
 &= 1 - \frac{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}} \left[\frac{K_1 5^{L^H x - 20 - 5i}}{l_0} + \frac{K_2 5^{L^M x - 20 - 5i}}{l_0} \right]}{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}}} \\
 &= 1 - \frac{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}} \frac{5^{L^T x - 20 - 5i}}{l_0}}{\sum_{i=0}^K 5^{f_{15+5i}}} = I^T(x)
 \end{aligned}$$

puede simplificar la demostración

Por lo tanto con la fórmula $I^T(x) = K_1 I^H(x) + K_2 I^M(x)$ los índices se obtuvieron para los tres modelos de mortalidad en combinación con los dos modelos de fecundidad. (Véase el cuadro 5).

CUADRO 3

VALORES TEÓRICOS DE LOS HIJOS TOTALES, SOBREVIVIENTES Y MUERTOS TENIDOS POR UNA MUJER A EDADES EXACTAS E INDICES DE MORTALIDAD PARA NACIMIENTOS FEMENINOS

EDAD EXACTA DE LA MADRE	HIJOS NACIDOS VIVOS POR MUJER	HIJOS SOBREVIVIENTES POR MUJER			HIJOS MUERTOS POR MUJER			INDICE DE MORTALIDAD		
		CON $e_0^o=50$	CON $e_0^o=60,4$	CON $e_0^o=70,2$	CON $e_0^o=50$	CON $e_0^o=60,4$	CON $e_0^o=70,2$	$l_1(x)$	$l_2(x)$	$l_3(x)$
		AÑOS	AÑOS	AÑOS	AÑOS	AÑOS	AÑOS	$e_0^o=50$	$e_0^o=60,4$	$e_0^o=70,2$
MODELO DE FECUNDIDAD DE BULGARIA (1960)										
20	0,37500	0,32227	0,34529	0,36541	0,05273	0,02971	0,00959	14,06	7,92	2,56
25	1,31100	1,10935	1,19785	1,27474	0,20165	0,11315	0,03626	15,38	8,63	2,77
30	1,91150	1,57698	1,72471	1,85207	0,33452	0,18679	0,05943	17,50	9,77	3,11
35	2,16650	1,75116	1,93566	2,09394	0,41534	0,23084	0,07256	19,17	10,65	3,35
40	2,26500	1,79449	2,00310	2,18170	0,47051	0,26190	0,08330	20,77	11,56	3,68
45	2,30250	1,78109	2,01046	2,20696	0,52141	0,29204	0,09554	22,65	12,68	4,15
50	2,30700	1,73567	1,98546	2,19983	0,57133	0,32154	0,10717	24,77	13,94	4,65
55	2,30700	1,68243	1,95293	2,18535	0,62457	0,35407	0,12165	27,07	15,35	5,27
60	2,30700	1,62634	1,91735	2,16756	0,68066	0,38965	0,13944	29,50	16,89	6,04
65	2,30700	1,56657	1,87718	2,14447	0,74043	0,42982	0,16253	32,09	18,63	7,05
70	2,30700	1,50003	1,82890	2,11235	0,80697	0,47810	0,19465	34,98	20,72	8,44
75	2,30700	1,42170	1,76720	2,06630	0,88530	0,53980	0,24070	38,37	23,40	10,43
80	2,30700	1,32502	1,68474	1,99933	0,98198	0,62226	0,30767	42,62	26,97	13,34
MODELO DE FECUNDIDAD DE IRLANDA (1959)										
20	0,03700	0,03180	0,03407	0,03605	0,00520	0,00293	0,00095	14,05	7,92	2,57
25	0,45800	0,39189	0,42080	0,44602	0,06611	0,03720	0,01198	14,43	8,12	2,62
30	1,54600	1,30696	1,41189	1,50303	0,23904	0,13411	0,04297	15,46	8,67	2,78
35	2,64250	2,19265	2,39103	2,56231	0,44985	0,25147	0,08019	17,02	9,52	3,03
40	3,46550	2,82725	3,10933	3,35187	0,63825	0,35617	0,11363	18,42	10,28	3,28
45	3,72800	2,97445	3,30759	3,59308	0,75355	0,42041	0,13492	20,21	11,28	3,62
50	3,75000	2,92131	3,28647	3,59918	0,82869	0,46353	0,15082	22,10	12,36	4,02
55	3,75000	2,84622	3,24194	3,58123	0,90378	0,50806	0,16877	24,10	13,55	4,50
60	3,75000	2,76232	3,19095	3,55904	0,98768	0,55905	0,19096	26,34	14,91	5,09
65	3,75000	2,67193	3,13422	3,53166	1,07807	0,61578	0,21834	28,74	16,42	5,82
70	3,75000	2,57603	3,07089	3,49666	1,17397	0,67911	0,25334	31,31	18,11	6,76
75	3,75000	2,47112	2,99644	3,44906	1,27888	0,75356	0,30094	34,10	20,09	8,03
80	3,75000	2,35000	2,90317	3,38151	1,40000	0,84683	0,36849	37,33	22,58	9,83

) 12 (

CUADRO 4

VALORES TEÓRICOS DE LOS HIJOS TOTALES, SOBREVIVIENTES Y MUERTOS TENIDOS POR UNA MUJER A EDADES EXACTAS E ÍNDICES DE MORTALIDAD PARA NACIMIENTOS MASCULINOS

EDAD EXACTA DE LA MADRE	HIJOS NACIDOS VIVOS POR MUJER	HIJOS SOBREVIVIENTES POR MUJER			HIJOS MUERTOS POR MUJER			ÍNDICE DE MORTALIDAD		
		CON $e_0=50$	CON $e_0=60,4$	CON $e_0=70,2$	CON $e_0=50$	CON $e_0=60,4$	CON $e_0=70,2$	$I_1(x)$	$I_2(x)$	$I_3(x)$
		AÑOS	AÑOS	AÑOS	AÑOS	AÑOS	AÑOS	$e_0=50$	$e_0=60,4$	$e_0=70,2$
MODELO DE FECUNDIDAD DE BULGARIA (1960)										
20	0,37500	0,31521	0,34012	0,36294	0,05979	0,09488	0,01206	15,94	9,30	3,22
25	1,31100	1,08447	1,17911	1,26549	0,22653	0,13189	0,04551	17,28	10,06	3,47
30	1,91150	1,54061	1,69593	1,83701	0,37089	0,21557	0,07449	19,40	11,28	3,90
35	2,16650	1,71081	1,90188	2,07499	0,45569	0,26463	0,09152	21,03	12,21	4,22
40	2,26500	1,75365	1,96651	2,15958	0,51135	0,29849	0,10542	22,58	13,18	4,65
45	2,30250	1,74051	1,97119	2,18154	0,56199	0,33131	0,12096	24,41	14,39	5,25
50	2,30700	1,69567	1,94352	2,17116	0,61133	0,36348	0,13584	26,50	15,76	5,89
55	2,30700	1,64306	1,90847	2,15365	0,66394	0,39853	0,15335	28,78	17,27	6,65
60	2,30700	1,58637	1,86984	2,13249	0,72063	0,43716	0,17451	31,24	18,95	7,56
65	2,30700	1,52274	1,82446	2,11271	0,78426	0,48254	0,19429	33,99	20,92	8,42
70	2,30700	1,44751	1,76697	2,08452	0,85949	0,54003	0,22248	37,26	23,41	9,64
75	2,30700	1,35520	1,69042	2,01627	0,95180	0,61658	0,29073	41,26	26,73	12,60
80	2,30700	1,24012	1,58673	1,91802	1,06688	0,72027	0,38898	46,25	31,22	16,86
MODELO DE FECUNDIDAD DE IRLANDA (1959)										
20	0,03700	0,09110	0,03356	0,03581	0,00590	0,00344	0,00119	15,95	9,30	3,22
25	0,45800	0,98325	0,41442	0,44294	0,07475	0,04358	0,01506	16,32	9,52	3,29
30	1,54600	1,27764	1,38976	1,49206	0,26836	0,15624	0,05394	17,36	10,11	3,49
35	2,64250	2,14250	2,35171	2,54195	0,50000	0,29079	0,10055	18,92	11,00	3,81
40	3,46550	2,76237	3,05621	3,32282	0,70313	0,40929	0,14268	20,29	11,81	4,12
45	3,72800	2,90627	3,24809	3,55813	0,82173	0,47991	0,16987	22,04	12,87	4,56
50	3,75000	2,85490	3,22357	3,55939	0,89510	0,52643	0,19061	23,87	14,04	5,08
55	3,75000	2,78135	3,17527	3,53639	0,96865	0,57473	0,21361	25,83	15,33	5,70
60	3,75000	2,69799	3,12002	3,50906	1,05201	0,62998	0,24094	28,05	16,80	6,43
65	3,75000	2,60700	3,05833	3,47700	1,14300	0,69167	0,27300	30,48	18,44	7,28
70	3,75000	2,50662	2,98760	3,44316	1,24338	0,76240	0,30684	33,16	20,33	8,18
75	3,75000	2,39047	2,90047	3,39837	1,35953	0,84953	0,35163	36,25	22,65	9,38
80	3,75000	2,24973	2,78628	3,31040	1,50027	0,96372	0,43960	40,00	25,70	11,72

) 13 (

Cuadro 5

INDICE DE MORTALIDAD TEORICO PARA NACIMIENTOS DE AMBOS SEXOS

Edad exacta de las madres	Indices de Mortalidad $I(x)^a/$					
	Modelo de Fecundidad de Bulgaria (1960)			Modelo de Fecundidad de Irlanda (1950)		
	con $e_0=50$ años	con $e_0=60,4$ años	con $e_0=70,2$ años	con $e_0=50$ años	con $e_0=60,4$ años	con $e_0=70,2$ años
20	15,02	8,63	2,90	15,02	8,63	2,90
25	16,35	9,36	3,13	15,40	8,84	2,96
30	18,47	10,54	3,52	16,43	9,41	3,14
35	20,12	11,45	3,80	17,99	10,28	3,43
40	21,47	12,39	4,18	19,38	11,06	3,71
45	23,55	13,56	4,71	21,15	12,09	4,10
50	25,66	14,87	5,29	23,01	13,22	4,56
55	27,95	16,33	5,98	24,99	14,46	5,11
60	30,39	17,95	6,82	27,22	15,88	5,78
65	33,06	19,80	7,75	29,63	17,46	6,57
70	36,15	22,10	9,06	32,26	19,25	7,49
75	39,85	25,11	11,54	35,20	21,40	8,72
80	44,48	29,15	15,14	38,70	24,18	10,80

a/ Expresados en porcentajes.

III. ANALISIS DE LOS DATOS

Para hacer una comprobación de los resultados que se pueden obtener con la utilización del "Índice de Mortalidad" aquí estudiado se tomarán datos de Belén (departamento de Catamarca-Argentina) y de Grecia (área perteneciente a la provincia de Alajuela-Costa Rica) y con ellos se investigará cuál ha sido la mortalidad promedio de los años anteriores al levantamiento de estos dos censos experimentales.

Al realizar la investigación de los niveles de mortalidad mediante la utilización de este índice se hace necesario considerar que uno de los problemas planteados es la indeterminación del período al cual se refieren los niveles de mortalidad estimados. Al tratar de buscar una solución a este problema se ve la necesidad de tomar en consideración lo siguiente: Como es sabido la intensidad de la mortalidad por edad no es uniforme, sino por el contrario es muy elevada en los primeros años de vida, después alcanza un mínimo alrededor de los 12 años y vuelve a ser elevada en las edades viejas. Si es considerado este comportamiento parece aceptable tomar como período de referencia del nivel de la mortalidad aquellas fechas donde los hijos pasaron por el tramo de edad cero a un año.

Otro de los problemas planteados se refiere a la propia deficiencia de la información recogida en el censo. En el caso de Belén según es posible observar en los resultados (Véase el cuadro 7 y gráfico 1) el índice de mortalidad computado con estos datos presenta irregularidades que se creen debidas a mala declaración que podría ser de la edad de las madres o del número de hijos. Esta afirmación proviene de las siguientes observaciones: el índice para las mujeres de edades entre 30-34 años es 8,1 por ciento y el índice para las mujeres de edades entre 20-24 años es de 13,0 por ciento; este resultado estaría indicando que la mortalidad ha aumentado lo cual no parece ser aceptable debido al comportamiento del índice para las demás edades y además debido a que no hay indicios para creer que el nivel de la mortalidad de esta zona esté aumentando, de aquí por lo tanto se llega a la conclusión de que solo quedan posibles explicaciones de estas irregularidades por mala declaración, que podrían ser: una mala declaración de la edad de las madres serviría para explicar el comportamiento irregular del índice en el tramo 35-55 años, pues posiblemente las madres de edades alrededor de los 50 años se hayan declarado más jóvenes y por lo tanto el índice de todas estas

más explicación

edades se ha visto afectado, esta explicación sin embargo no parecería concluyente para los grupos de edades jóvenes, pues como ya señalamos ante las diferencias en los valores de los índices es muy grande.

Olvido en la declaración de los hijos tenidos

Desde este punto de vista se podría pensar que las madres más viejas olvidan declarar los hijos que se les han muerto muy pequeños y por lo tanto esto llevaría a concluir que los índices para las mujeres de las edades más viejas están por debajo del valor verdadero, pero otra vez esta consideración no resuelve el problema de las irregularidades en las edades jóvenes donde parece poco aceptable considerar como principal fuente de error el olvido de un número grande de hijos, sin embargo, una última consideración podría estar dada por el olvido de declarar algunos hijos de las mujeres jóvenes si se destaca además que este índice como muchos otros es muy sensible cuando se tiene pocos datos como ocurre en este caso. (Véase el cuadro 6).

El gráfico 2 muestra los índices observados (con agrupaciones de 5 y 10 años) de Belén y se puede notar que el promedio móvil (3) utilizado en el suavizamiento en la agrupación decenal, permite apreciar mejor el comportamiento verdadero de este índice, pues presumiblemente se reducen los errores accidentales. Como se puede notar si se mira este gráfico, los índices observados (por agrupaciones de 5 ó 10 años) son similares a los que se obtuvieron al utilizar el modelo de mortalidad equivalente a una esperanza de vida de 60 años y también que el índice para las edades más viejas tiene valores típicos asociados a una mortalidad mayor que la de edades jóvenes. Después de hechas las aclaraciones y observaciones anteriores sobre el comportamiento del índice de mortalidad, se puede decir que es de esperar que la esperanza de vida para Belén haya estado en los últimos años alrededor de los 60 años.

También puede decirse (véase el gráfico 2) que la zona del Radio Central (urbana) tiene una mortalidad más baja que la de los Demás Radios (rural), puesto que los índices de mortalidad para las mujeres del Radio Central siempre están por debajo de los índices observados para las mujeres de los Demás Radios, así mismo se observa que si tomamos en consideración los aspectos señalados antes sobre las irregularidades de los índices, es posible pensar que la esperanza de vida para el Radio Central ha sido mayor de 60 años.

Para poder tener una idea de la posible exactitud de las observaciones aquí señaladas y careciendo de información adecuada para construir una tabla de vida para Belén, se ha construido una tabla de vida para Catamarca (4) provincia a la cual pertenece el departamento de Belén en Argentina) y de ella se ha obtenido que la esperanza de vida para Catamarca para el año 1960 estuvo entre 61 y 62 años, pero hay que destacar que el valor aproximado de la esperanza de vida aquí señalado y que ha sido obtenido a partir de datos censales y de los registros, (estos últimos afectados por grandes omisiones como se señala en el estudio "Cambios demográficos en relación con otros cambios de la estructura social" (véase bibliografía, punto 8) hace pensar que el nivel de la mortalidad debe ser mayor o lo que es lo mismo la esperanza de vida menor. Por todo lo anterior es posible, expresar que las deducciones hechas a base del índice son bastante aceptable.

En el caso de Grecia-Costa Rica los resultados obtenidos ya han sido analizados en el informe preliminar del "Censo Experimental de Costa Rica" y allí se destaca el indicio muy claro de la reducción que ha venido experimentando la mortalidad y que se refleja en el comportamiento que tiene el índice de mortalidad el cual como podemos ver en el gráfico 3 toma valores a las diferentes edades de las madres que indican como la mortalidad que han experimentado los hijos de las mujeres de edad más avanzada ha sido más alto que la mortalidad que han experimentado los hijos de las mujeres más jóvenes.

Cuadro 6

HIJOS TENIDOS NACIDOS VIVOS, SEGUN EDAD DE LAS MADRES

Grupos de edades	Número de hijos nacidos vivos					
	(Radio Central)		Demás Radios		Belén	
	Total	Actualmente fallecidos	Total	Actualmente fallecidos	Total	Actualmente fallecidos
15 - 19	6	0	11	1	17	1
20 - 24	36	3	125	18	161	21
25 - 29	78	4	238	28	316	32
30 - 34	73	4	312	27	385	31
35 - 39	183	20	667	87	850	107
40 - 44	210	19	650	104	860	123
45 - 49	178	22	572	79	750	101
50 - 54	125	10	527	81	652	91
55 - 59	97	16	493	87	590	103
60 - 64	113	23	460	98	573	121

Fuente: Datos del Censo Experimental de Belén no publicados.

Cuadro 7

INDICE DE MORTALIDAD (AGRUPACIONES DE 5 Y 10 AÑOS). BELEN
 CLASIFICADO EN RADIO CENTRAL Y DEMAS RADIOS, 1969

Edad exacta x (en años)	Indices de mortalidad $I(x)^a/$			Edad exacta x (en años)	Indice de Mortalidad de Belén (Promedio móvil)
	Radio Central	Demás Radios	Belén		
17,5	0	9,1	5,9		
22,5	8,3	14,4	13,0	25	11,1
27,5	5,1	11,8	10,1	30	9,0
32,5	5,5	8,7	8,1	35	11,2
37,5	10,9	13,0	12,6	40	13,5
42,5	9,0	16,0	14,3	45	13,9
47,5	12,4	13,8	13,5	50	13,7
52,5	8,0	15,4	14,0	55	15,6
57,5	16,5	17,6	17,5	60	19,3
62,5	20,4	21,3	21,1		

Fuente: Datos del Censo Experimental de Belén no publicados.

a/ Expresado en porcentajes.

Cuadro 8

CENSO EXPERIMENTAL DE COSTA RICA. HIJOS TENIDOS NACIDOS VIVOS, SEGUN
 EDAD DE LAS MADRES E INDICE DE MORTALIDAD $I(x)^a/$. 1968

Grupos de edades (en años)	Número de hijos nacidos vivos		Edad exacta (en años)	Indice de Mortalidad $I(x)^a/$
	Total	Actualmente fallecidas		
15 - 19	54	2	17,5	3,7
20 - 24	509	37	22,5	7,3
25 - 29	918	77	27,5	8,4
30 - 34	1 305	128	32,5	9,8
35 - 39	1 636	166	37,5	10,1
40 - 44	1 566	206	42,5	13,2
45 - 49	1 272	221	47,5	17,4
50 - 54	1 089	204	52,5	18,7
55 - 59	788	207	57,5	26,3
60 - 64	727	227	62,5	31,2
65 - 98	1 676	547		
Sin declarar	101	26		
Total	11 641	2 048		

Fuente: Naciones Unidas: Informe preliminar "Censo Experimental de Costa Rica".

a/ Expresado en porcentajes.

Gráfico 1

INDICE DE MORTALIDAD (TRES MODELOS DE MORTALIDAD) E INDICE DE MORTALIDAD PARA BELEN (AGRUPACIONES DE 5 O 10 AÑOS)

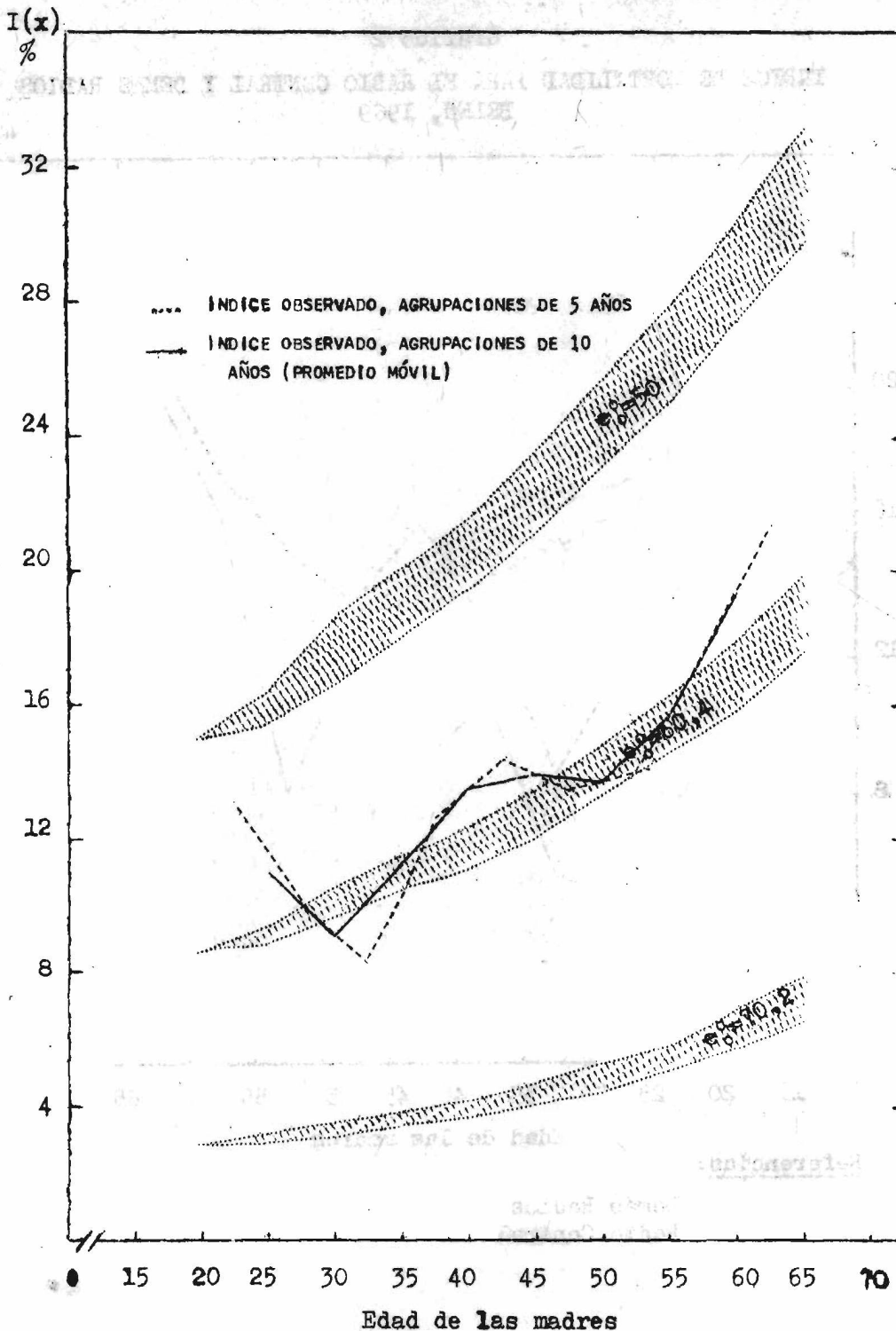
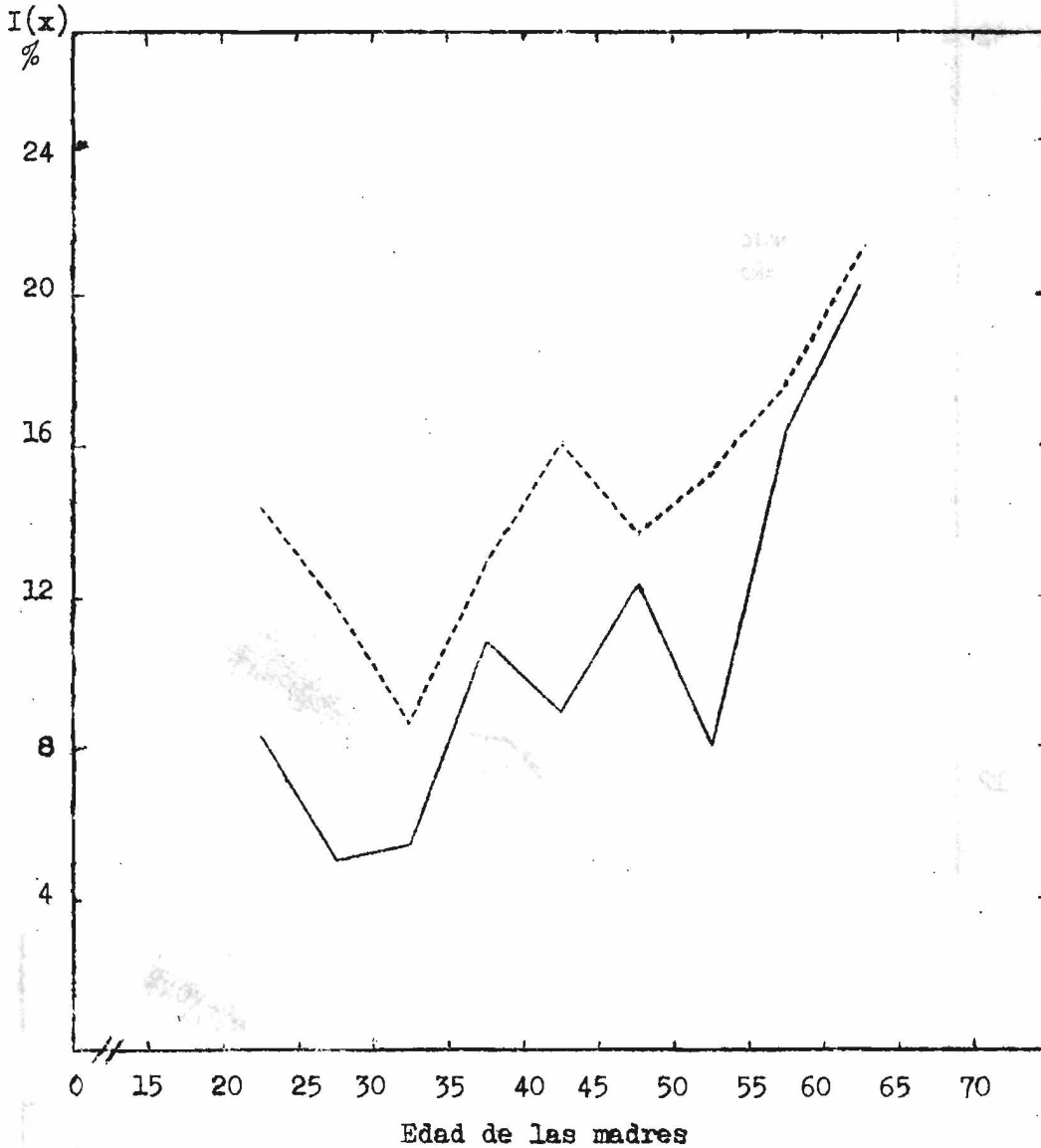


Gráfico 2
INDICE DE MORTALIDAD PARA EL RADIO CENTRAL Y DEMAS RADIOS
BELEN, 1969

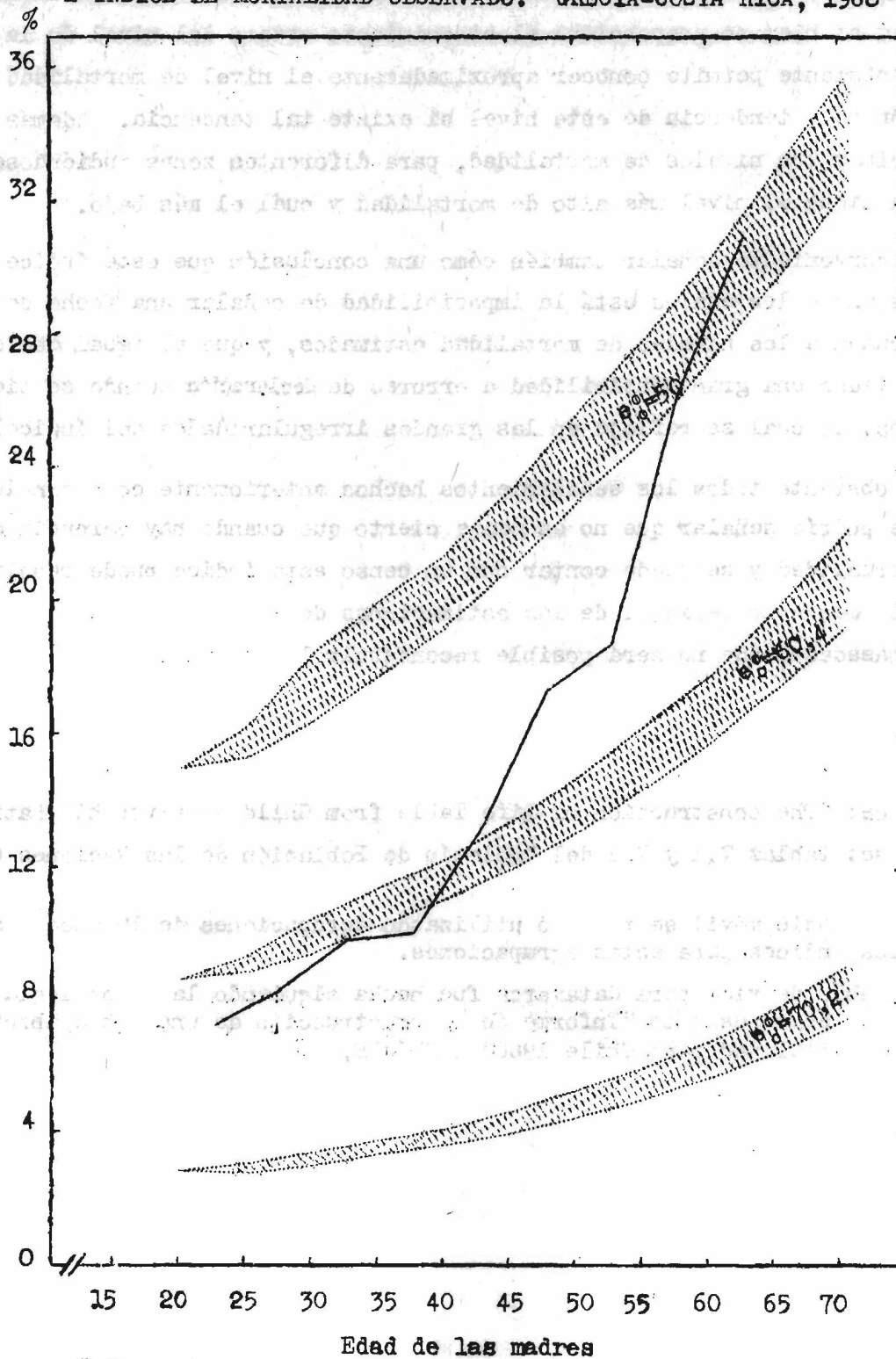


Referencias:

- Demás Radios
- Radio Central

Gráfico 3

INDICE DE MORTALIDAD TEORICO (TRES MODELOS DE MORTALIDAD)
E INDICE DE MORTALIDAD OBSERVADO. GRECIA-COSTA RICA, 1968



Referencias:

— Grecia-Costa Rica.

IV. CONCLUSIONES

Como se ha podido notar el índice aquí estudiado puede ser de mucha utilidad, pues si bien no proporciona el conocimiento exacto del nivel de la mortalidad, no obstante permite conocer aproximadamente el nivel de mortalidad de una población y la tendencia de este nivel si existe tal tendencia. Además sirve para estimar los niveles de mortalidad, para diferentes zonas pudiéndose señalar qué zona tiene el nivel más alto de mortalidad y cuál el más bajo.

Es conveniente señalar también cómo una conclusión que este índice tiene defectos entre los cuales está la imposibilidad de señalar una fecha de referencia adecuada a los niveles de mortalidad estimados, y que al igual que otros índices tiene una gran sensibilidad a errores de declaración cuando se tienen pocos datos, lo cual se refleja en las grandes irregularidades del índice.

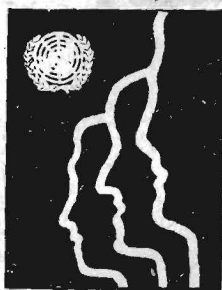
No obstante todos los señalamientos hechos anteriormente como conclusión final se podría señalar que no es menos cierto que cuando hay carencia de datos sobre mortalidad y se puede contar con un censo este índice puede resolver grandes problemas como sería el de las estimaciones de los niveles de mortalidad de épocas pasadas donde no será posible reconstruir la información.

V. NOTAS

1. Véase: "The construction of Life Table from Child Survivorship Ratios".
2. Véase: Tablas 7.1 y 7.2 del "Boletín de Población de las Naciones Unidas".
3. El promedio móvil se realizó utilizando agrupaciones de 10 años y sacando los índices para estas agrupaciones.
4. La tabla de vida para Catamarca fue hecha siguiendo la metodología presentada en el estudio "Informe de la construcción de una tabla abreviada de mortalidad para Chile 1960". CEIADE.

BIBLIOGRAFIA

1. W. Brass: "The Construction of Life Tables from Child Survivorship Ratios". University of Aberdeen - Conf, 1961, B-823 C.
2. Naciones Unidas; Boletín de Población N° 7". Nueva York, 1965.
3. "Informe de la construcción de una tabla abreviada de mortalidad para Chile (1960), hombres, mujeres y ambos sexos, S-406/14.
4. Dirección Nacional de Estadísticas y Censos-Argentina. "Hechos demográficos en la República Argentina", 1954-1960.
5. Censo de la República de la Argentina, 1960.
6. Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE). "Censo experimental de Costa Rica". Informe preliminar.
7. Handbook of Statistical Methods for Demographers. Third printing, 1960.
8. Alejandro Dehollain, Felipiano Salvia, Jorge Somoza: "Cambios demográficos en relación con otros cambios de la estructura social". B-D-12 de las Jornadas Argentinas y Latinoamericanas de Sociología, 1961.
9. Naciones Unidas, Manual III: "Métodos para la preparación de proyecciones de población por sexo y edades".



CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA
CELADE

Sede: J.M. Infante 9. Casilla 91. Teléfono 257806
Santiago (Chile)

Subsede: Ciudad Universitaria Rodrigo Facio
Apartado Postal 5249
San José (Costa Rica)