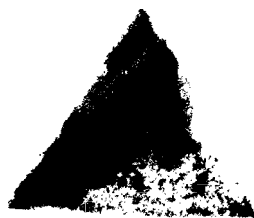


M. R. ALVARO

CENTRO LATINOAMERICANO DE DEMOGRAFIA
CELADE-Subsede

CURSO BASICO DE DEMOGRAFIA
1973



TRABAJO FINAL DE INVESTIGACION

**Título : USO DE REPRESENTACIONES MATRICIALES
EN LAS PROYECCIONES DE POBLACION**

Autor : José Arnoldo Sermeño Lima

**Asesor(es) : Antonio Ortega
Manuel Rincón**

**DISTRIBUCION INTERNA
San José, Costa Rica
Diciembre de 1973**



I N D I C E

	Página
INTRODUCCION	1
CAPITULO I: PROYECCION DE LA POBLACION TOTAL POR SEXO Y GRUPOS DE EDAD.....	3
A. Matriz de proyección por sexo y grupos de edad..	3
B. Matriz de proyección maculina - femenina.....	7
CAPITULO II: PROYECCION DE LA POBLACION URBANA Y RURAL POR SEXO Y GRUPOS DE EDAD.....	10
A. Hipótesis de trabajo.....	10
B. Probabilidades de migración rural-urbana.....	11
C. Descripción de la matriz de proyección.....	11
D. Cálculo de los elementos de las submatrices.....	14
i. Significado de los elementos.....	14
ii. Símbolos a utilizar.....	15
iii. Forma de cálculo de los elementos de las sub matrices.....	15
E. Cálculo de las subpoblaciones mediante el método matricial.....	18
CAPITULO III: PROYECCION DE LA POBLACION ACTIVA E INACTIVA POR SEXO, GRUPOS DE EDAD Y AREA URBANA Y RURAL	20
A. Hipótesis de trabajo.....	20
B. Cálculo de las relaciones de actividad e inactivi dad proyectadas.....	20
i. Simbología.....	20
ii. Cálculo de las ecuaciones "A" y "B".....	21
iii. Cálculo de las ecuaciones de cambios en la condición de actividad.....	22
a) Probabilidades proyectadas para los inac tivos de pasar a la actividad.....	22
b) Probabilidades proyectadas para los acti vos de pasar a la inactividad.....	23
c) Probabilidades proyectadas de permanencia en la actividad.....	24
d) Probabilidades proyectadas de permanencia en la inactividad.....	24
C. Descripción de la matriz de proyección.....	24
D. Cálculo de los elementos de las submatrices.....	26
i. Significado de los elementos.....	26
ii. Simbología.....	27
iii. Forma de cálculo de los elementos de las sub matrices.....	27
E. Cálculo de las subpoblaciones.....	30
CONCLUSIONES.....	32
BIBLIOGRAFIA.....	36
ANEXO 1.....	37

INDICE DE CUADROS

Cuadro		Página
1	Chile 1965: Hombres rurales no migrantes de 5 años y más.....	16
2	Chile 1965: Nacimientos masculinos sobrevivientes provenientes de mujeres rurales no migrantes.....	19
3	Chile 1965: Hombres rurales no migrantes.....	19
4	Chile 1965: Hombres rurales no migrantes e inactivos. a) Que salen de la actividad, y b) que permanecen inactivos.....	29
5	Chile 1965: Hombres rurales no migrantes por condición de actividad y total.....	31
6	Proyección de la población chilena (1960 - 1965). Desglosada.....	32
7	Chile 1965: Población urbana y rural por sexo y grupos de edad. Comparación de resultados de los métodos usados en los Capítulos II y III.....	34

INDICE DE FIGURAS

Figura		
1	Proyección por medio de una matriz de mortalidad (P).....	3
2	Proyección por medio de una matriz de mortalidad y de fecundidad (P+F).....	6
3	Proyección por medio de una matriz para los sexos masculino y femenino.....	7
4	Matriz y vector para proyectar la población por área urbana y rural, sexo y grupos de edad.	12
5	Matriz y vector para proyectar la población por condición de actividad, área urbana y rural, sexo y grupos de edad.....	25

* * *

INTRODUCCION

La utilización del análisis matricial en proyecciones de población se basa en el método de los componentes, y es una técnica relativamente nueva que permite obtener resultados eficientes con una metodología muy sencilla que ordena el trabajo y aclara, en el cuerpo de la matriz, el procedimiento a seguir, facilitando el trabajo para cualquier persona.

Es un procedimiento en el cual lo ideal es la utilización de computadoras ^{1/}, pues su uso significa reducir lo laborioso del número de cálculos que es necesario obtener. Lamentablemente no pudimos usar esas máquinas para este trabajo.

El uso de este método hace posible separar, en la matriz, las variables intervinientes, y en un vector columna, la estructura de la población base, permitiendo así comparar el efecto de las hipótesis adoptadas para esas variables al aplicarlas en poblaciones diferentes, así como también el efecto del cambio de esas hipótesis en la proyección de la misma población base.

El cálculo matricial permite proyectar subpoblaciones en las que en su desarrollo se combinan el efecto de diferentes variables. Esta bondad del método, que permite introducir nuevas variables, es la que ^{ne} deseamos evidenciar en este trabajo, para lo cual se ha dividido en 3 partes:

- a) Una visión rápida de la aplicación de ^{de grupo de edad} este método ^{para} una población total, clasificada por sexo, y para una en que estén presentes los dos sexos, ambas por grupos de edad; o sea, se trabajará con 2 variables: fecundidad y mortalidad.

1/ En este trabajo, las llamadas para citas bibliográficas se indicarán por la letra que le corresponde en la "Bibliografía" (pág.36) al o a los libros citados. Para esta llamada, la cita se refiere al libro de Keyfitz que aparece con la letra "E", y al de Isaacs, con la letra "H".

- b) En el segundo capítulo se incluye además la variable migración interna, para proyectar una población por área urbana y rural, sexo y grupos de edad.
- c) En el tercero se agrega la variable condición de actividad, que permite obtener la población activa e inactiva por área urbana y rural, sexo y grupos de edad.

Los resultados obtenidos en el capítulo II detallan por área urbana y rural los que se obtendrían en el capítulo I para cada sexo, y los resultados del capítulo III envuelven los de los dos anteriores, especificándolos además por condición de actividad.

Los capítulos II y III serán ejemplificados para el caso de Chile en el período 1960-65 ^{2/}, pudiendo observarse que ambos tienen resultados semejantes, como veremos en las "Conclusiones"; por ejemplo: en el III se obtienen los hombres urbanos sumando los hombres urbanos activos e inactivos, que coincidirán con los obtenidos en el capítulo II para aquella subpoblación.

^{2/} Para ello, se utilizarán los datos elaborados por María Angélica Marín (B)

CAPITULO I: PROYECCION DE LA POBLACION TOTAL
POR SEXO Y GRUPOS DE EDAD

Este tipo de proyección ha sido tratado en estudios específicos ^{3/}, por lo que acá haremos una breve reseña:

A. Matriz de proyección por sexo y grupos de edad

La población se considerará cerrada internacionalmente, y para simplificar, se proyectará acá únicamente para el sexo femenino.

Si a la población base clasificada por edad se le aplican sus respectivas relaciones de sobrevivencia proyectadas para un período dado de tiempo, se obtienen los sobrevivientes de esa población al término del mismo, exceptuando al grupo de edad de las personas que nacieron durante el período; o sea, si este es de 10 años:

$$N_{x,x+9}^Z \cdot 10^{P_{Z,Z+10}} = N_{x+10,x+10+9}^{Z+10}$$

que aparece representado en forma matricial en la figura 1:

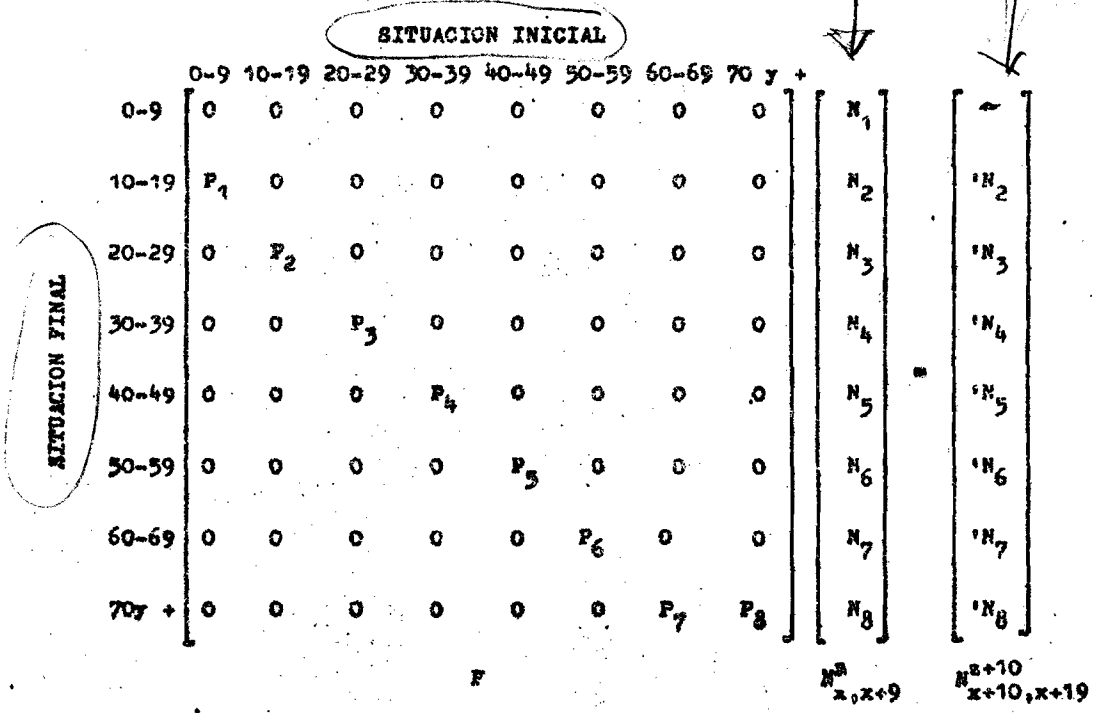


FIGURA 1

3/ E, G, H.

Es decir, multiplicando una matriz de mortalidad (P) por el vector de la población inicial ($N_{x, x+9}^z$), se obtienen ~~los~~ ^{los} sobrevivientes 10 años más tarde.

Los subíndices 1, 2, 3, ..., indican los grupos de edad correspondiente: 1 a 0-9, 2 a 10-19, etc. En el caso de las P_x se refieren al año base de la proyección.

En este trabajo, la situación al momento inicial de la proyección se representará en la parte superior de las columnas de las matrices y las situaciones finales al margen de las líneas; así, la población de 0-9 años en el año z tendrá 10-19 en el z+10; la de 10-19 tendrá 20-29, y así sucesivamente.

Para obtener el grupo 0-9 en z+10 se necesita introducir la variable fecundidad. Para ello se debe contar con las tasas anuales medias de fecundidad proyectadas, por grupos decenales de edad en nuestro caso, ~~para multiplicarlas por las poblaciones femeninas respectivas~~ ^{que se obtienen} al inicio y fin del período de la proyección, ~~y obtener de su promedio~~ los nacimientos anuales medios del período. Al inicio serán:

$$B^z = f_{x, x+9}^z \cdot f_{x, x+9}^z$$

Al final del período, las sobrevivientes de esas mujeres darán los nacimientos:

$$B^{z+10} = f_{x, x+9}^z \cdot 10_{x, x+9}^{z, z+10} \cdot f_{x+9, x+19}^{z+10}$$

y los nacimientos anuales medios serán:

$$\frac{B^z + B^{z+10}}{2} = f_{x, x+9}^z \cdot \frac{(f_{x, x+9}^z + f_{x+9, x+19}^{z+10}) \cdot f_{x, x+9}^{z, z+10}}{2}$$

4/ Estas poblaciones deberán estar a mitad del año correspondiente, de lo contrario los nacimientos obtenidos serán una aproximación. Ver J, pág. 9.

Para obtener el número de nacimientos del período se debe multiplicar por 10 esta expresión, por ser decenal el período considerado; y para estimar los nacimientos femeninos, se multiplica por K , que representa la proporción de nacimientos femeninos sobre el total de estos. Para obtener el grupo 0-9 en $z+10$ basta multiplicar lo anterior por la relación de sobrevivencia de las niñas nacidas vivas en el período $({}_{10}P_b^{z, z+10})$. Así,

$$f_{0-9}^{N^{z+10}} = 10 K \frac{f_{P_b^{z, z+10}} (f_{x, x+9}^z + f_{x+10, x+19}^{z+10} \cdot 10^{P_{x, x+9}^{z, z+10}})}{2} \cdot f_{x, x+9}^{N^z}$$

$$\text{Si } 5 K \frac{f_{P_b^{z, z+10}}}{10^b} = C$$

Se obtiene:

$$f_{0-9}^{N^{z+10}} = C (f_{x, x+9}^z + f_{x+10, x+19}^{z+10} \cdot 10^{P_{x, x+9}^{z, z+10}}) \cdot f_{x, x+9}^{N^z}$$

que puede representarse matricialmente colocando los elementos $C (f_{x, x+9}^z + f_{x+10, x+19}^{z+10} \cdot 10^{P_{x, x+9}^{z, z+10}})$ en la primera línea de la matriz de fecundidad (F), siendo nulos el resto de sus elementos.

De tal manera que:

$$\begin{aligned} f_{x, x+9}^{N^{z+10}} &= P f_{x, x+9}^{N^z} + F f_{x, x+9}^{N^z} \\ &= (P + F) f_{x, x+9}^{N^z} \end{aligned}$$

que en la Figura 2 se representa matricialmente:

SITUACION AL INICIO DEL PERIODO

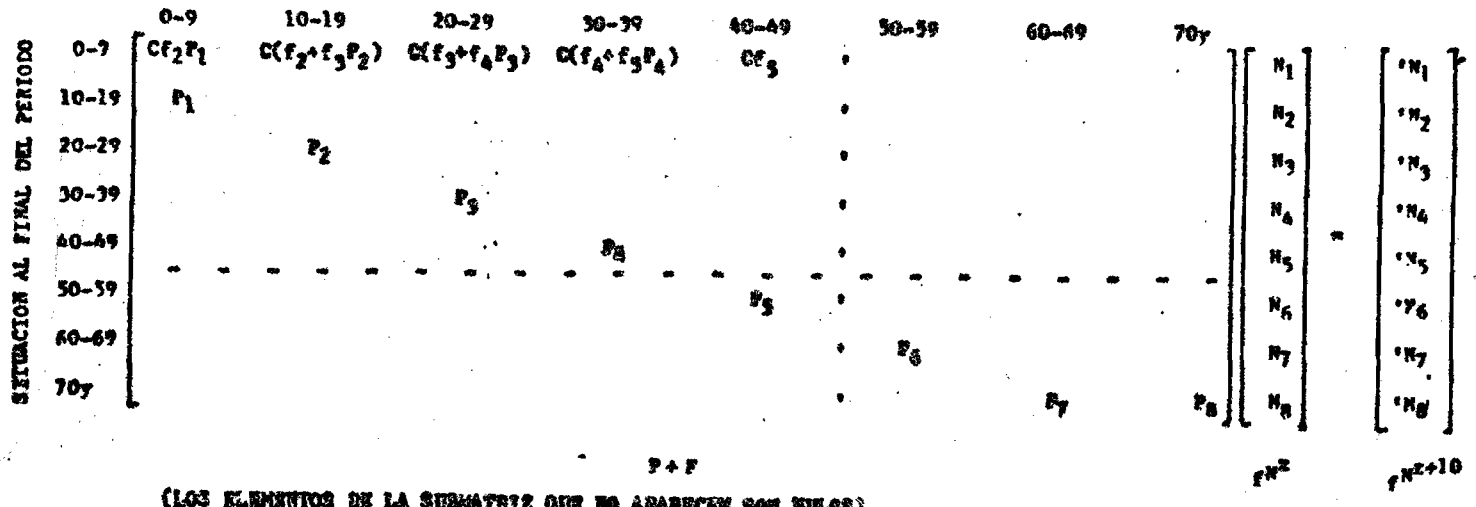


FIGURA 2

Donde $P + F = {}_fA^{z, z+10}$ es la matriz de proyección para la población femenina en este ejemplo. Al particionarla en las edades límites de la fecundidad tenemos:

$${}_fA^{z, z+10} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix}$$

donde hay una submatriz nula (A_{21}), y 3 con elementos no nulos, siendo en este ejemplo la A_{11} la submatriz dominante en la particionada, por contener a las mujeres en edades fértiles.

Algunas de las mujeres...
...de las mujeres...
...de las mujeres...

Ya que ${}_fA^{z, z+10}$ es una matriz de rango completo ^{5/}, puede calcularse su inverso, aunque por razones aún desconocidas ^{6/} la proyección retrospectiva de una población no puede calcularse por medio de esta matriz inversa.

5/ Por tener sus vectores linealmente independientes.
 6/ F, pág. 56.

B. Matriz de proyección masculina - femenina

También puede proyectarse conjuntamente por medio de una matriz las poblaciones masculina y femenina. Se analizará el caso para grupos quincenales de edad (0-14, 15-29, 30-44, 45-49, 60 y más) de una población cualquiera. Puede verse la Figura 3:

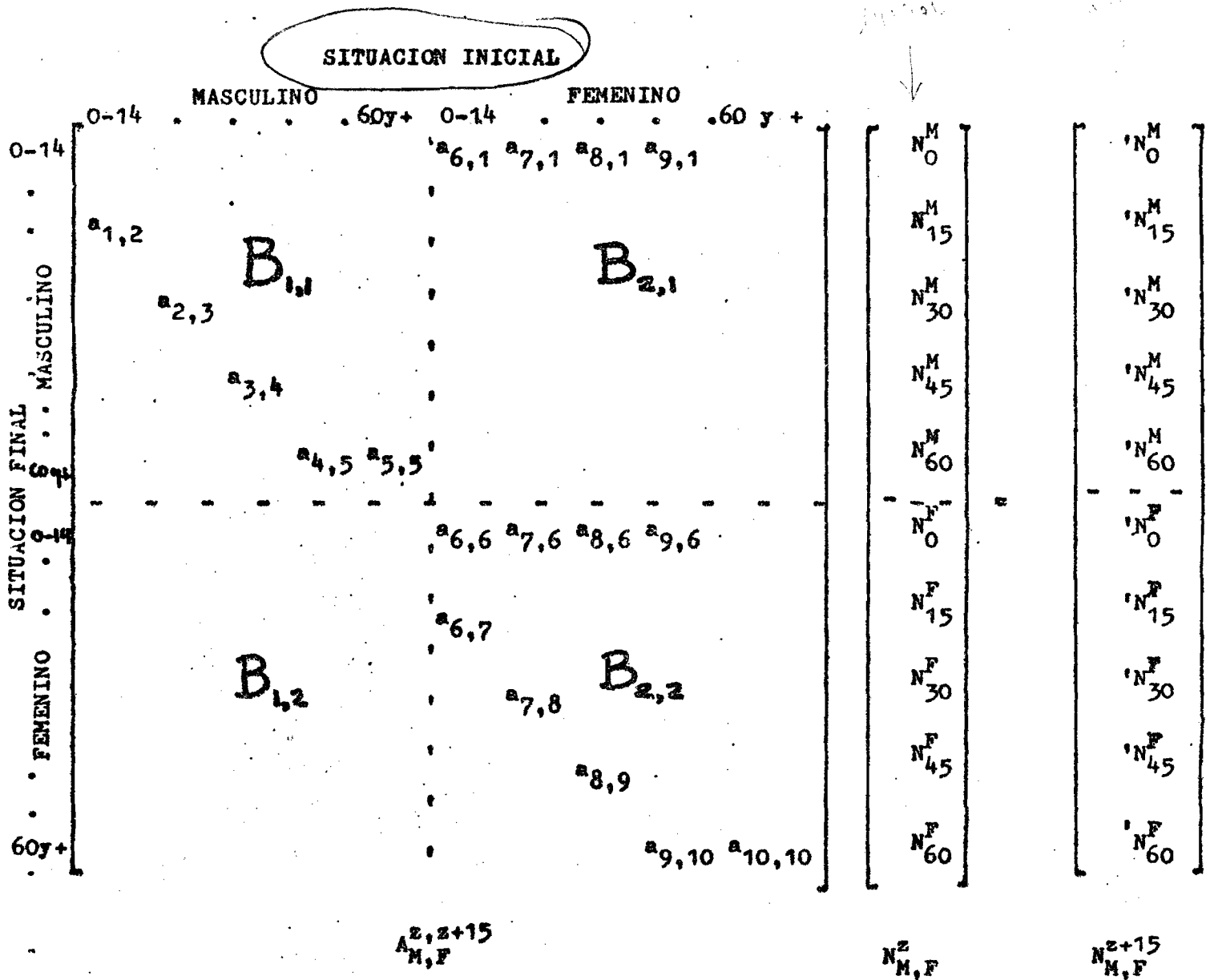


FIGURA 3

Donde: Los elementos de las submatrices que no aparecen, son nu los. En los que aparecen, el primer subíndice indica la situación inicial y el segundo la final.

- $A_{M,F}^{z,z+15}$ es la matriz de proyección masculina-femenina para el período $z, z+15$, particionada en 4 submatrices.
- $N_{M,F}^z$ es el vector de la población masculina y femenina el año z . Está particionado para esas poblaciones (N_M^z y N_F^z).
- $N_{M,F}^{z+15}$ tiene significado similar, pero para el año $z+15$. Sus subvectores: $'N_M^{z+15}$ y $'N_F^{z+15}$.
- $B_{2,2}$ es la submatriz de proyección del sexo femenino, que se analizó en el literal anterior ($A_{F,F}^{z,z+10}$).
- $B_{2,1}$ contiene los elementos para determinar los sobrevivientes masculinos del grupo 0-14 en $z+15$. La diferencia de estos elementos con los de la primera línea de la submatriz B_{22} radica en que usa las relaciones de sobrevivencia masculinas en vez de las femeninas, y la proporción de los nacimientos masculinos ($1-K$) en vez de los femeninos (K).
- $B_{1,1}$ es la submatriz de mortalidad masculina.
- $B_{1,2}$ es nula, pues no se contempla la posibilidad de cambio de sexo.

Al multiplicar la matriz $A_{M,F}^{z,z+15}$ por el vector $N_{M,F}^z$ se obtiene la proyección de las poblaciones de cada sexo por separado:

$$a) B_{1,1} \cdot N_M^z + B_{2,1} N_F^z = 'N_M^{z+15}$$

donde el primer producto da la población masculina sobreviviente en $z+15$, de 15 años y más, por grupos quincenales de edad; y el segundo produce los sobrevivientes en $z+15$ de los nacimientos masculinos en el período $z, z+15$. La suma de ambos da la población masculina en $z+15$, por grupos quincenales de edad.

$$b) B_{1,2} \cdot N_M^z + B_{2,2} \cdot N_F^z = 'N_F^{z+15}$$

donde el primer producto es nulo y el segundo da la población femenina en $z+15$, por grupos quincenales de edad.

Si la mortalidad y fecundidad se consideran constantes, una población puede proyectarse x número de períodos de tiempo elevando esta matriz de proyección a la potencia correspondiente al número de períodos a que se esté proyectando, multiplicándola luego por el vector de población del año base. Conforme la potenciación aumente, $B_{1,1}$ se anulará, pues sus elementos son probabilidades (de sobrevivir) y como en esa submatriz no hay elementos de reemplazo, al paso del tiempo ellos se anulan, cobrando cada vez mayor importancia la submatriz femenina $B_{2,2}$.

con la matriz de proyección

CAPITULO II: PROYECCION DE LA POBLACION URBANA Y RURAL POR SEXO Y GRUPOS DE EDAD 7/

A las variables que se han considerado hasta el momento, se agrega una nueva: la migración interna. Para combinar su efecto con el de las otras variables se usarán probabilidades de migración, que se estudiarán luego.

A. Hipótesis de trabajo:

1. La población es cerrada internacionalmente.
2. Durante cada período de proyección, los migrantes están sometidos a las leyes de fecundidad y mortalidad del área de origen.
3. Aunque durante el período pueden ocurrir más de un movimiento migratorio por persona. Las tasas de migración indican el balance neto de la inmigración y la emigración para cada grupo de edad.

Los datos de observación nos darán el balance sólo en el sentido considerado más importante en nuestro caso: rural-urbano.

Las probabilidades de migración se consideran en ausencia de mortalidad.

4. Los niños que nacen durante un período de proyección no migran independientemente de la madre, por lo que se considera como una sola la migración de la madre y la de estos hijos.

7/ Conviene recordar que el ejemplo para Chile que se usará en este y en el siguiente capítulo obedece a datos, fechas, etc. del trabajo de la Srta. Marín (B), ya citado.

- 5. La fecundidad y mortalidad serán diferenciales según área urbana y rural.

B. Probabilidades de migración rural-urbana

Se obtienen mediante la relación entre los emigrantes rural-urbanos de edad x a $x+4$ en un período dado, sobre la población rural de edad x a $x+4$ al inicio del período. O sea:

$${}_{1960-65}U_{x,x+4} = \frac{{}_{1960-65}e_{x,x+4}}{{}_{1960}N_{x,x+4; r}}$$

en esa ecuación aún debe corregirse el efecto de la mortalidad, pues hay personas que no migran porque mueren en el intervalo.

$$= \frac{{}_{1960-65}e_{x,x+4}}{{}_{1960}N_{x,x+4; r} - \frac{{}_{1960-65}d_{x,x+4; r}}{2}}$$

C. Descripción de la matriz de proyección

Se utilizará una matriz cuadrada, con igual número de submatrices por lado que los subvectores que forman el vector de la población en el año inicial de la proyección. Considerando 3 grupos de edad, puede representarse como en la Figura 4:

SITUACION AL INICIO DEL PERIODO

SITUACION AL FINAL DEL PERIODO

MASCULINO

URBANO

RURAL

FEMENINO

URBANO

RURAL

		MASCULINO						FEMENINO					
		URBANO			RURAL			URBANO			RURAL		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MASCULINO	URBANO	1						x_1^7	x_1^8	x_1^9	x_1^{10}	x_1^{11}	x_1^{12}
		2	x_2^1	M_1^1	x_2^4	M_1^2			M_1^3			M_1^4	
		3		x_3^2		x_3^5							
		4									x_4^{10}	x_4^{11}	x_4^{12}
		5		M_2^1	x_5^4	M_2^2			M_2^3			M_2^4	
		6				x_6^5							
FEMENINO	URBANO	7						x_7^7	x_7^8	x_7^9	x_7^{10}	x_7^{11}	x_7^{12}
		8		M_3^1		M_3^2		x_8^7	M_3^3		x_8^{10}	M_3^4	
		9							x_9^8			x_9^{11}	
		10									x_{10}^{10}	x_{10}^{11}	x_{10}^{12}
		11		M_4^1		M_4^2			M_4^3		x_{11}^{10}	M_4^4	
		12										x_{12}^{11}	

Vector al inicio del periodo

SUBVECTORE

↓

$60^{N_1; m; u}$
 $50^{N_2; m; u}$
 $60^{N_3; m; u}$
 $60^{N_1; m; r}$
 $60^{N_2; m; r}$
 $60^{N_3; m; r}$
 $60^{N_1; f; u}$
 $60^{N_2; f; u}$
 $60^{N_3; f; u}$
 $60^{N_1; f; r}$
 $60^{N_2; f; r}$
 $60^{N_3; f; r}$

↓

$60^N_{m; u}$
 $60^N_{m; r}$
 $60^N_{f; u}$
 $60^N_{f; r}$

Figura 4.

Donde cada M_i^j (en los cuadros aparecerán como $M_{j,i}$) representa una submatriz, el índice "j" representa la situación al inicio del período, y el "i", al final del mismo. Por ejemplo, la M_1^1 contiene los elementos que permiten determinar los hombres urbanos que al final del período han sobrevivido y no han migrado; la $M_{2,1}$ los que determinan a los hombres urbanos que al inicio del período eran rurales; y así sucesivamente.

Los elementos de las submatrices que no aparecen en la figura son nulos.

Cada N representa un subvector. ${}_{60}N_{m;u}$ es el subvector de los hombres urbanos al momento inicial, en nuestro ejemplo. Para representar el de las mujeres basta cambiar la m por f . El de rurales cambiando la u por r . Y la situación final puede señalarse cambiando el subíndice situado delante de la N.

Los elementos de los subvectores pueden simbolizarse así: ${}_{60}N_{x;m;u}$ es el número de hombres urbanos de edad x al momento inicial de la proyección. Para representar a las mujeres, la u bicación rural o la diferencia de tiempo se hacen las modificaciones ya señaladas.

En una distribución por edades quinquenales, como la que se ejemplifica para Chile, el vector que describe la situación al inicio del período está representado por 68 elementos: 2 para el sexo, 2 por el área urbana o rural y 17 para los grupos quinquenales de edad. Como se ve en la figura anterior, ese vector está dividido en 4 subvectores, que combinan todas las variables, menos la edad.

La matriz está formada por 16 submatrices; de estas, 7 son nulas: 2 por la hipótesis de considerar nula la migración urbana-rural ($M_{1,2}$ y $M_{3,4}$); 3 por el caso de elementos de las submatrices

de un sexo que deberían multiplicarse con los elementos del sexo contrario en el vector, dicho de otro modo: se anulan porque no se asignan probabilidades de cambiar de sexo en los momentos considerados ($M_{1,3}$, $M_{2,3}$ y $M_{2,4}$); en $M_{1,4}$ y $M_{3,2}$ se combinan los dos casos anteriores.

Puede observarse que hay submatrices donde el segundo caso de nulidad no se cumple, como la $M_{3,1}$, $M_{4,1}$ y $M_{4,2}$ pero también puede notarse que ello se debe a que son los elementos de fecundidad, que ya se vieron en el capítulo anterior, que permiten obtener los sobrevivientes al final del período de la proyección, de los nacimientos masculinos ocurridos durante ese período. Son elementos similares a los de la primera línea de las submatrices femeninas $M_{3,3}$, $M_{4,3}$ y $M_{4,4}$.

D. Cálculo de los elementos de las submatrices

i. Significado de los elementos

Cada elemento permite determinar el cambio o la permanencia de cierta condición inicial de un grupo de edad al siguiente; o bien, son elementos que permiten el reemplazo de una subpoblación (los de la primera línea). Por ejemplo, en la Figura 4:

- a) $x_{1,2}$ y $x_{2,3}$ (x_2^1 y x_3^2): son las probabilidades de sobrevivencia de los hombres urbanos combinadas con las probabilidades de no emigrar hacia el área rural.
- b) $x_{4,2}$ y $x_{5,3}$: son las probabilidades de sobrevivencia de los hombres rurales combinadas con las probabilidades de emigrar hacia el área urbana.
- c) $x_{4,5}$ y $x_{5,6}$ son las probabilidades de sobrevivencia de los hombres rurales combinadas con las probabilidades de no emigrar hacia el área urbana.

De igual forma puede determinarse el significado del resto de elementos.

ii. Símbolos a utilizar

- $60^N_{x,x+4;f;u}$ Y $60^N_{x,x+4;f;r}$ son las mujeres de edad $x, x+4$ al 1° de enero de 1960 en los sectores urbano y rural, respectivamente.
- $60^f_{x,x+4;u}$ Y $65^f_{x,x+4;u}$ son las tasas de fecundidad de la edad x a $x+4$ en 1960 y 1965 en el área urbana. El cambio de u por r representaría las rurales.
- $P_{x,x+4;f;u}$ Y $P_{x,x+4;f;r}$ son las relaciones de supervivencia previsibles en las zonas urbana y rural entre 1960 y 1964, para las mujeres de edad entre x y $x+4$ al 1° de enero de 1960.
- $P_{b;f;u}$ Y $P_{b;f;r}$ son las probabilidades de supervivencia al 1° de enero de 1965 de las niñas nacidas entre 1960 y 1964 en las zonas urbana y rural.
- $U_{x,x+4;f;r,u}$ son las probabilidades de migración, en ausencia de mortalidad entre 1960 y 1964 de la zona rural a la urbana, para las mujeres de edad comprendida entre x y $x+4$ al 1° de enero de 1960.
- $U_{x,x+4;f;u,r}$ son las probabilidades de migrar, en sentido contrario.
- K es la proporción de los nacimientos femeninos sobre el total de nacimientos de ambos sexos.

Toda esta simbología es la misma para los hombres, variando únicamente los subíndices de f a m , y obteniendo la tasa de masculinidad de los nacimientos con $l-k$.

iii. Forma de cálculo de los elementos de las submatrices

Submatriz $M_{1,1}$: para los hombres urbanos que no migran ya se hizo referencia de los elementos de su subdiagonal ($x_{1,2}$ y $x_{2,3}$), que están formados por:

$$P_{x,x+4;m;u} \cdot U_{x,x+4;m;u,u}$$

Submatriz $M_{2,2}$: para los hombres rurales no migrantes. También ya se vieron sus elementos ($x_{4,5}$ Y $x_{5,6}$), formados por:

$$P_{x,x+4;m;r} \cdot U_{x,x+4;m;r,r}$$

En el Cuadro 1 puede verse el cálculo de los elementos ($x_{j,i}$) no nulos de $M_{2,2}$ para el caso de Chile:

CUADRO 1
=====

CHILE, 1965: HOMBRES RURALES NO MIGRANTES DE 5 AÑOS Y MAS

$x_{j,i}$	Grupos de edad $x, x+4$	Cálculo de los elementos x_{ji} de $M_{2,2}$				
		$P_{x,x+4;m;r}$	$U_{x,x+4;m;r,r}$	$x_{j,i}$	$60^N_{x,x+4;m;r}$	$65^N_{x,x+4;m;r}$
$x_{18,19}$	0-4	0.9497	0.9508	0.902975	201403	-
$x_{19,20}$	5-9	0.9850	0.8570	0.844145	180250	181862
$x_{20,21}$	10-14	0.9842	0.8430	0.829681	153026	152157
$x_{21,22}$	15-19	0.9763	0.8450	0.824974	127745	126963
$x_{22,23}$	20-24	0.9715	0.8831	0.857932	98752	105386
$x_{23,24}$	25-29	0.9701	0.9100	0.882791	80715	84723
$x_{24,25}$	30-34	0.9674	0.9200	0.890008	72544	71254
$x_{25,26}$	35-39	0.9614	0.9249	0.889199	63929	64565
$x_{26,27}$	40-44	0.9507	0.9270	0.881299	58590	56846
$x_{27,28}$	45-49	0.9341	0.9285	0.867312	51969	51635
$x_{28,29}$	50-54	0.9100	0.9305	0.846755	45300	45073
$x_{29,30}$	55-59	0.8742	0.9320	0.814754	38206	38358
$x_{30,31}$	60-64	0.8215	0.9340	0.767281	30727	31128
$x_{31,32}$	65-69	0.7453	0.9360	0.697601	23085	23576
$x_{32,33}$	70-74	0.6431	0.9380	0.603228	14139	16104
$x_{33,34}$	75-79	0.5153	0.9440	0.486443	8231	8529
$x_{34,34}$	80 y +	0.3062	0.9670	0.296095	8064	6392
					1256675	1064551

Así, por ejemplo, los hombres rurales de 0-4 años de edad en 1960 tienen una probabilidad de sobrevivir de 0.9497 que multiplicada por la probabilidad de no migrar hacia el área urbana ($U=0.9508$), da el primer elemento de la segunda línea de la submatriz $M_{2,2}$: $x_{18,19} = 0.902975$. A su vez, multiplicando este valor por la población masculina rural correspondiente, se obtiene la población rural resultante cinco años más tarde $N_{5-9} = 181862$.

Submatriz $M_{4,2}$ para los nacimientos masculinos del período, sobrevivientes en 1965, provenientes de mujeres rurales no migrantes.

En primer lugar, debe obtenerse el número medio anual de nacimientos, por la media aritmética de los nacimientos a principio y fin del período. A principio sería:

$$60^N_{x,x+4;f;r} \cdot 60^f_{x,x+4;r}$$

Pero de estos, los que provienen de mujeres rurales que no emigrarán durante todo el período de la proyección, en ausencia de mortalidad, son:

$$60^N_{x,x+4;f;r} \cdot U_{x,x+4;f;r,r} \cdot 60^f_{x,x+4;r}$$

Al final del período, los nacimientos provenientes de mujeres rurales que no emigran, son:

$$60^N_{x,x+4;f;r} \cdot P_{x,x+4;f;r} \cdot U_{x,x+4;f;r,r} \cdot 65^f_{x+5,x+5+4;r}$$

Para el ejemplo de Chile, estos nacimientos son una aproximación, por las razones vistas en el Capítulo I. (llamada 4).

Con el promedio de las dos últimas expresiones se obtiene el número medio anual de nacimientos entre 1960 y 1964:

$$\frac{1}{2} \cdot 60^N_{x,x+4;f;r} \cdot U_{x,x+4;f;r,r} \left[60^f_{x,x+4;r} + 65^f_{x+5,x+5+4;r} \cdot P_{x,x+4;f;r} \right]$$

Para obtener los sobrevivientes masculinos al final del período se utiliza el mismo método del Capítulo anterior, que en este caso consistirá en multiplicar la expresión anterior por el factor

$$5 (1-k) P_{b_{m;r}}$$

De manera que los sobrevivientes buscados serán:

$$\frac{5}{2} (1-k) P_{m;r} \cdot {}_{60}N_{x,x+4;f;r} \cdot U_{x,x+4;f;r,r} \left[{}_{60}f_{x,x+4;r} + {}_{65}f_{x+5,x+9;r} \cdot P_{x,x+4;f;r} \right]$$

Con excepción de ${}_{60}N_{x,x+4;f;r}$ que forma el subvector de multiplicar, el resto de la expresión anterior constituye los elementos de la primera línea de la submatriz $M_{4,2}$. La suma del producto de los elementos de ambos, correspondientes a edades fértiles, permite obtener los niños de 0-4 años al 1° de enero de 1965. Así, en el Cuadro 2, podemos ver el cálculo de estos elementos (x_{ji}), donde la suma de sus productos con la población femenina rural en 1960 totaliza los niños rurales en 1965 (200231), provenientes de mujeres rurales que no migran en el período.

E. Cálculo de las subpoblaciones mediante el método matricial

Una vez que se conocen los elementos de las submatrices y de los subvectores, se multiplica la matriz y el vector particionados (Figura 4), obteniendo la proyección de las subpoblaciones. Así multiplicando las líneas correspondientes de submatrices por el vector de población al inicio del período, se tiene:

- a. Multiplicando la primera línea de submatrices: los hombres urbanos al final del período (1965):

$${}_{65}N_{m;u} = M_{1,1} \cdot {}_{60}N_{m;u} + M_{3,1} \cdot {}_{60}N_{f;u} + M_{2,1} \cdot {}_{60}N_{m;r} + M_{4,1} \cdot {}_{60}N_{f;r}$$

que también podemos desglosar: obteniendo los hombres urbanos no migrantes en 1965 por la suma de los primeros dos productos, y los migrantes con la suma de los otros dos.

- b. Con la segunda línea de submatrices: los hombres rurales en 1965:

$${}_{65}N_{m;r} = M_{2,2} \cdot {}_{60}N_{m;r} + M_{4,2} \cdot {}_{60}N_{f;r}$$

Puede observarse que ambos productos ya se encuentran en los Cuadros 1 y 2. Su suma, los hombres rurales en 1965, puede verse en el Cuadro 3.

CUADRO 2

CHILE, 1965: NACIMIENTOS MASCULINOS SOBREVIVIENTES PROVENIENTES DE MUJERES RURALES NO MIGRANTES

Grupos de edad x, x+4	Cálculo de los elementos k_j de la submatriz $H_{4,2}$									
	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 65^f x+5, x+9; r$	$\frac{2}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{4}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{5}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{6}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{7}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{8}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{9}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{10}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$	$\frac{11}{2} \sum_{i=1}^2 60^f x, x+4; r$
x _{52,52}	0	0.9628	0	0	0	0.9353	0	199017	0	0
x _{53,52}	0	0.9881	0	0	0	0.8390	0	173445	0	0
x _{54,52}	0.1587	0.9872	0.156669	0	0.156669	0.170822	0.8340	134531	0.142466	19166
x _{55,52}	0.2937	0.9819	0.288384	0.1653	0.453684	0.494668	0.8490	105623	0.419973	44359
x _{56,52}	0.3431	0.9783	0.335655	0.3059	0.641555	0.699510	0.8783	81164	0.614520	49877
x _{57,52}	0.2784	0.9768	0.271941	0.3574	0.629341	0.686193	0.8950	66710	0.614143	40969
x _{58,52}	0.1661	0.9752	0.161981	0.2900	0.451981	0.492811	0.9000	62262	0.443530	27615
x _{59,52}	0.0712	0.9723	0.069228	0.1730	0.242228	0.264110	0.9035	55591	0.238623	13265
x _{60,52}	0.0152	0.9664	0.014689	0.0742	0.088889	0.096919	0.9070	48920	0.087906	4300
x _{61,52}	0	0.9559	0	0.0158	0.0158	0.017227	0.9100	43361	0.015677	680
x _{62,52}	0	0.9396	0	0	0	0.9135	0	36690	0	0
x _{63,52}	0	0.9128	0	0	0	0.9170	0	30019	0	0
x _{64,52}	0	0.8684	0	0	0	0.9200	0	24460	0	0
x _{65,52}	0	0.7986	0	0	0	0.9250	0	18901	0	0
x _{66,52}	0	0.6986	0	0	0	0.9285	0	12230	0	0
x _{67,52}	0	0.5723	0	0	0	0.9340	0	7783	0	0
x _{68,52}	0	0.3437	0	0	0	0.9580	0	11119	0	0

$(1-k) = 0.512195$

$P_{b; r} = 0.8515$

$\frac{2}{2} (1-k) P_{b; r} = 1.090335$

200231

CUADRO 3

CHILE, 1965:
HOMBRES RURALES
NO MIGRANTES

Grupos de edad x, x+4	$65^N x, x+4; m; r$
0-4	200231
5-9	181862
10-14	152157
15-19	126963
20-24	105386
25-29	84723
30-34	71254
35-39	64565
40-44	56846
45-49	51635
50-54	45073
55-59	38358
60-64	31128
65-69	23576
70-74	16104
75-79	8529
80 y +	6392
	<u>1264782</u>

CAPITULO III: PROYECCION DE LA POBLACION ACTIVA E INACTIVA POR SEXO, GRUPOS DE EDAD Y AREA URBANA Y RURAL

En este capítulo se desarrollará un método muy similar al visto en el anterior. Su diferencia consiste en la inclusión de tasas que indican la probabilidad de permanencia o modificación de la condición de actividad.

A. Hipótesis de trabajo

Se adoptarán las mismas del Capítulo II, incluyendo algunas nuevas:

- a. Las probabilidades de migración, aparte de considerarse en ausencia de mortalidad, no se tomarán como diferentes por condición de actividad.
- b. Durante cada período de proyección, los migrantes están sometidos a las leyes de actividad del área de la que provienen. Esta, como la anterior, son limitaciones ya que son una simplificación de un fenómeno con implicaciones muy complejas (económicas, sociales y psicológicas, entre otras).
- c. Aún cuando la fecundidad y la mortalidad se consideran diferentes para las áreas urbanas y rurales, ellas no serán diferenciales por condición de actividad, por falta de datos.

B. Cálculo de las relaciones de actividad e inactividad proyectadas

i. Simbología

- $A_{x, x+4}$: tasa central de actividad, válida para un período de cinco años. Es igual al número de activos en el intervalo de edad $x, x+4$ sobre el número total de personas en ese mismo intervalo, al 1° de enero de 1960, siguiendo el ejemplo para Chile.

- $N_{x,x+4}$: número de personas de edad cumplida x al 1° de enero de 1960.
- $P_{x,x+4}$: son las relaciones de sobrevivencia previsibles entre 1960 y 1964 para el intervalo de edad $x, x+4$ al 1° de enero de 1960.
- $N_{x,x+4} \cdot A_{x,x+4} = N_{x,x+4;a}$: es la población activa de edad x a $x+4$ al 1° de enero de 1960.
- $N_{x,x+4} \cdot (1 - A_{x,x+4}) = N_{x,x+4;i}$: población inactiva de edad x a $x+4$ al 1° de enero de 1960.

ii. Al 1° de enero de 1965 el número de activos de edad $x+5, x+5+4$, provenientes de los grupos de edad 5 años más jóvenes en 1960, estarán compuestos por:

a) Los activos de edades entre x y $x+4$ al 1° de enero de 1960 que han sobrevivido al 1° de enero de 1965, permaneciendo activos:

$$N_{x,x+4;a} \cdot P_{x,x+4}$$

b) Los inactivos al 1° de enero de 1960 que sobreviven en 1965, convirtiéndose en activos durante el período.

Si $(ia)_{x,x+4}$ es la relación de la población inactiva de edad $x, x+4$ que se convierte en activa durante el período, sobre el efectivo inicial de inactivos de la edad correspondiente, se tiene que la subpoblación buscada es:

$$N_{x,x+4;i} \cdot (ia)_{x,x+4} \cdot P_{x,x+4}$$

c) Los activos al 1° de enero de 1960 que sobreviven en 1965, convirtiéndose en inactivos durante el período:

$$N_{x,x+4;a} \cdot (ai)_{x,x+4} \cdot P_{x,x+4}$$

Entonces, la población activa de edad $x+5, x+9$ al 1° de enero de 1965 será la suma de las tres expresiones anteriores:

$$\begin{aligned}
 N_{x+5, x+5+4; a} &= N_{x+5, x+5+4} \cdot A_{x+5, x+5+4} = \\
 &= N_{x, x+4; a} \cdot P_{x, x+4} + N_{x, x+4; i} \cdot (ia)_{x, x+4} \cdot P_{x, x+4} - \\
 &\quad - N_{x, x+4; a} \cdot (ai)_{x, x+4} \cdot P_{x, x+4}
 \end{aligned}$$

Suponiendo que la segunda expresión (b) representa el excedente de entradas sobre las salidas de la actividad, en ausencia de mortalidad, se obtienen los inactivos que se harán activos en el período:

$$N_{x, x+4; i} \cdot (ia)_{x, x+4} = \frac{N_{x+5, x+9; a} - N_{x, x+4; a} \cdot P_{x, x+4}}{P_{x, x+4}} \quad (A)$$

De igual forma puede obtenerse el número de activos que se convertirán en inactivos al término del período, en ausencia de mortalidad:

$$N_{x, x+4; a} \cdot (ai)_{x, x+4} = \frac{N_{x+15, x+9; i} - N_{x, x+4; i} \cdot P_{x, x+4}}{P_{x, x+4}} \quad (B)$$

iii. Cálculo de las probabilidades de cambios en la condición de actividad

Por ahora ^{es} estudiarán estas probabilidades sin considerar las variables mortalidad y migración, que se incluirán posteriormente.

a) Probabilidades proyectadas para los inactivos de pasar a la actividad

Las probabilidades de que los inactivos al inicio del período pasen a la actividad durante el mismo se obtienen modificando la ecuación A, usando la relación entre el número de inactivos que se harán activos en ausencia de mortalidad y el número de inactivos al inicio del período:

$$\frac{N_{x,x+4;i} \cdot (ia)_{x,x+4}}{N_{x,x+4;i}} = \frac{N_{x+5,x+9} \cdot A_{x+5,x+9} - N_{x,x+4} \cdot A_{x,x+4} \cdot P_{x,x+4}}{N_{x,x+4} \cdot (1 - A_{x,x+4}) \cdot P_{x,x+4}}$$

Como $P_{x,x+4} = \frac{N_{x+5,x+5+4}}{N_{x,x+4}}$, puede establecerse que:

$$\begin{aligned} (ia)_{x,x+4} &= \frac{N_{x+5,x+9} \cdot A_{x+5,x+9} - N_{x+5,x+9} \cdot A_{x,x+4}}{N_{x+5,x+9} (1 - A_{x,x+4})} \\ &= \frac{A_{x+5,x+9} - A_{x,x+4}}{1 - A_{x,x+4}} \end{aligned}$$

Como ya se había adelantado, la probabilidad buscada es la relación entre las personas que han entrado a la actividad en el período y los inactivos al inicio del mismo. Ella permitirá obtener al final de cada período la población activa que proviene de los inactivos al inicio del mismo. ^{8/}

b) Probabilidades proyectadas para los activos de pasar a la inactividad

La obtención es muy similar a la anterior. Modificando la ecuación B puede obtenerse la probabilidad buscada, que permite obtener los activos al inicio del período que pasan a inactivos al final del mismo.

$$(ai)_{x,x+4} = \frac{A_{x,x+4} - A_{x+5,x+5+4}}{A_{x,x+4}}$$

^{8/} En esta probabilidad, como en las 3 siguientes, las tasas se refieren a una hipótesis de actividad constante. En el caso que la evolución de la actividad se considere variable, las tasas $A_{x,x+4}$ se referirían al año Z, y las $A_{x+5,x+9}$ al año Z+5. En el ejemplo de Chile se adopta la hipótesis I (tasas constantes) del trabajo de la Srta. Marín (B).

c) Probabilidades proyectadas de permanencia en la actividad

Esta es el complemento de la anterior, o sea:

$$(aa)_{x, x+4} = 1 - \frac{A_{x, x+4} - A_{x+5, x+9}}{A_{x, x+4}} = \frac{A_{x+5, x+9}}{A_{x, x+4}}$$

d) Probabilidades proyectadas de permanencia en la inactividad

Este caso es el complemento del primero:

$$(ii)_{x, x+4} = 1 - \frac{A_{x+5, x+9} - A_{x, x+4}}{1 - A_{x, x+4}} = \frac{1 - A_{x+5, x+9}}{1 - A_{x, x+4}}$$

C. Descripción de la matriz de proyección

Estas probabilidades anteriores deberán combinarse con las de migración, mortalidad y fecundidad en los elementos de las submatrices, para aplicarlas a los elementos de los subvectores de una población base y obtener así la proyección de nuestra población en las 4 categorías buscadas: sexo, edad, zona de residencia y condición de actividad.

Al igual que en los capítulos anteriores, esta matriz también es cuadrada, formada en este caso por 8 submatrices por la ϕ , que dan un total de 64.

Considerando de nuevo los 3 grupos de edad, la matriz y el vector inicial pueden representarse como en la Figura 5:

Cada M_i^j ($M_{j,i}$ en los cuadros) representa una submatriz, el índice j simboliza de nuevo la situación inicial, y el i , la final. Los elementos de las submatrices que no aparecen son nullos.

${}_{60}N_{m;a,u}$ representa el subvector de los hombres activos urbanos al momento inicial. El cambio de subíndices permite representar los otros subvectores: f en vez de m será para el sexo femenino; i en vez de a , para los inactivos; r en vez de u , para los rurales. El cambio del subíndice delante de la N indicará la modificación en el tiempo. Los elementos de los subvectores pueden simbolizarse de la siguiente manera:

${}_{60}N_{x;m;a,u}$ representa el número de hombres activos urbanos de edad x al momento inicial de la proyección, 1960 en nuestro caso. Modificando los subíndices en la forma ya señalada, se representan los otros elementos.

En el ejemplo de Chile, con 17 grupos de edad, el vector de la población inicial cuenta con 136 elementos, y está dividido en 8 subvectores.

De las 64 submatrices se anulan 34, por las razones vistas en el capítulo anterior.

D. Cálculo de los elementos de las submatrices

i. Significado de los elementos. Es similar al señalado en el Capítulo II, por ejemplo, en la Figura 5:

a) $x_{1,2}$ y $x_{2,3}$: son las probabilidades de sobrevivencia de los hombres activos urbanos combinadas con las probabilidades de permanecer en la actividad y con las de no migrar a las zonas rurales.

b) $x_{4,5}$ Y $x_{5,6}$: son las probabilidades de sobrevivencia de los hombres inactivos urbanos combinadas con las probabilidades de permanecer en la inactividad y con las de nomigrar a las zonas rurales.

c) $x_{22,8}$ Y $x_{23,9}$: son las probabilidades de sobrevivencia de las mujeres inactivas rurales combinadas con las probabilidades de entrar a la actividad y con las de migrar al área urbana.

ii. Simbología. Se usará la misma del capítulo anterior, agregándole la condición de actividad, así:

- $60^N x_{x,x+4;f;a;u}$ Y $60^N x_{x,x+4;f;a;r}$ son el número de mujeres de edad x a $x+4$ activas, urbanas y rurales, respectivamente, al 1° de enero de 1960. Al cambiar la a por i se refiere a lo mismo, pero para las inactivas.

Por hipótesis, la inclusión de la variable actividad no es diferencial para las variables mortalidad, fecundidad y migración, por lo que sus tasas y probabilidades se simbolizan igual que en el capítulo anterior.

Debe agregarse la siguiente simbología:

- (ia) $x_{x,x+4;f;v}$ son las probabilidades de las mujeres de edad $x, x+4$, inactivas y urbanas de entrar en actividad antes de la edad $x+5, x+5+4$. El cambio de las probabilidades permite referirnos a otras situaciones, y de los subíndices, a otras subpoblaciones, como ya se indicó.

iii. Forma del cálculo de los elementos de las submatrices

Submatriz $M_{5,6}$: para los hombres rurales activos no migrantes que salen de la actividad.

Los elementos de la subdiagonal ($x_{13,17}$ Y $x_{14,18}$) representan la combinación de las probabilidades de sobrevivencia de los hombres en las zonas rurales con las probabilidades de los activos rurales de no migrar y de pasar a la inactividad.

$$P_{x, x+4; m; r} \cdot (ai)_{x, x+4; m; r} \cdot U_{x, x+4; m; r, r}$$

Submatriz $M_{6,6}$: para los hombres inactivos rurales no migrantes que permanecen en la inactividad.

Los elementos $x_{16,17}$ y $x_{17,18}$ resultan de la combinación de las probabilidades de sobrevivencia de los hombres en las zonas rurales, con las probabilidades de los inactivos rurales de no migrar y de permanecer en la inactividad:

$$P_{x, x+4; m; r} \cdot (ii)_{x, x+4; m; r} \cdot U_{x, x+4; m; r, r}$$

En el Cuadro 4 puede observarse el cálculo de los elementos no nulos (x_{ji}) de estas dos submatrices. Así, en la parte "b" del cuadro (que permanecen inactivos), los del grupo 0-4 en 1960 tienen una probabilidad de sobrevivir de 0.9497, que se combina con la probabilidad de permanecer inactivos en el período (ii=1) y con la de no migrar (U=0.9508), para dar el elemento $x_{86,87} = 0.902975$, que multiplicado por la población correspondiente produce los hombres inactivos rurales de 5 a 9 años en 1965 ($N_{5-9} = 181862$). Obsérvese que el elemento $x_{86,87}$ coincide con el $x_{18,19}$ del cuadro 1, en el capítulo anterior, que también fue ejemplificado; así como también coinciden las dos poblaciones de 5-9 años en 1965 (181862). De la misma forma se obtienen el resto de elementos.

Submatriz $M_{7,6}$ y $M_{8,6}$: para los nacimientos masculinos del período, sobrevivientes en 1965, provenientes de mujeres rurales no migrantes.

Los elementos de estas sirven para alimentar a la población al aportar los sobrevivientes, al término del período, de los nacimientos ocurridos durante el mismo. Aunque pueden calcularse por separado los elementos de

*/ Ver página 16.

CUADRO 4

CHILE, 1965: HOMBRES RURALES NO MIGRANTES E INACTIVOS

a) Que salen de la actividad

x_{ji}	Grupos de edad $x, x+4$	Cálculo de los elementos x_{ji} de la $N_{5,6}$				x_{ji}	$60^N x, x+4; m; i; r$	$65^N x, x+4; m; i; r$
		$F_{x, x+4; m; i; r}$	(ii) $x, x+4; m; i; r$	$U_{x, x+4; m; i; r, r}$	x_{ji}			
$x_{69,87}$	0-4	0.9497	0	0.9508	0	0	0	
$x_{70,88}$	5-9	0.9850	0	0.8570	0	0	0	
$x_{71,89}$	10-14	0.9842	0	0.8430	0	18715	0	
$x_{72,90}$	15-19	0.9763	0	0.8450	0	101877	0	
$x_{73,91}$	20-24	0.9715	0	0.8831	0	96303	0	
$x_{74,92}$	25-29	0.9701	0	0.9100	0	79424	0	
$x_{75,93}$	30-34	0.9674	0.0013	0.9200	0.001157	71412	0	
$x_{76,94}$	35-39	0.9614	0.0042	0.9249	0.003735	62849	83	
$x_{77,95}$	40-44	0.9507	0.0041	0.9270	0.003615	57360	235	
$x_{78,96}$	45-49	0.9341	0.0151	0.9285	0.013096	50670	207	
$x_{79,97}$	50-54	0.9100	0.0141	0.9305	0.011939	43502	664	
$x_{80,98}$	55-59	0.8742	0.0408	0.9320	0.033242	36173	519	
$x_{81,99}$	60-64	0.8215	0.2437	0.9340	0.186987	27906	1202	
$x_{82,100}$	65-69	0.7453	1.0000	0.9360	0.697601	15857	5218	
$x_{83,101}$	70-74	0.6431	0	0.9380	0	0	11062	
$x_{84,102}$	75-79	0.5153	0	0.9440	0	0	0	
$x_{85,102}$	80 y +	0.3062	0	0.9670	0	0	0	
						662048	19190	

b) Que permanecen inactivos

x_{ji}	Grupos de edad $x, x+4$	Cálculo de los elementos x_{ji} de la $N_{6,6}$				x_{ji}	$60^N x, x+4; m; i; r$	$65^N x, x+4; m; i; r$
		$F_{x, x+4; m; i; r}$	(ii) $x, x+4; m; i; r$	$U_{x, x+4; m; i; r, r}$	x_{ji}			
$x_{86,87}$	0-4	0.9497	1	0.9508	0.902975	201403	-	
$x_{87,88}$	5-9	0.9850	0.8777	0.8570	0.740907	180250	181862	
$x_{88,89}$	10-14	0.9842	0.2307	0.8430	0.191407	134311	133548	
$x_{89,90}$	15-19	0.9763	0.1225	0.8450	0.101060	25868	25708	
$x_{90,91}$	20-24	0.9715	0.6452	0.8831	0.553538	2449	2614	
$x_{91,92}$	25-29	0.9701	0.9750	0.9100	0.860722	1291	1356	
$x_{92,93}$	30-34	0.9674	1	0.9200	0.890008	1132	1111	
$x_{93,94}$	35-39	0.9614	1	0.9249	0.889199	1080	1007	
$x_{94,95}$	40-44	0.9507	1	0.9270	0.881299	1230	960	
$x_{95,96}$	45-49	0.9341	1	0.9285	0.867312	1299	1084	
$x_{96,97}$	50-54	0.9100	1	0.9305	0.846755	1798	1126	
$x_{97,98}$	55-59	0.8742	1	0.9320	0.814754	2033	1522	
$x_{98,99}$	60-64	0.8215	1	0.9340	0.767281	2821	1656	
$x_{99,100}$	65-69	0.7453	1	0.9360	0.697601	7228	2164	
$x_{100,101}$	70-74	0.6431	1	0.9380	0.603228	14139	5042	
$x_{101,102}$	75-79	0.5153	1	0.9440	0.486443	8231	8529	
$x_{102,102}$	80 y +	0.3062	1	0.9670	0.296095	8064	6392	
						394627	375681	

estas dos submatrices, ^{9/} se hacen conjuntamente, ya que por hipótesis, no hay fecundidad diferencial entre las mujeres activas y las inactivas. El ejemplo visto en el capítulo anterior (Matriz $M_{4,2}$; Cuadro 2), corresponde a la suma de los sobrevivientes obtenidos con estas dos submatrices por separado.

E. Cálculo de las subpoblaciones

Igual que en los capítulos anteriores, la suma de los productos de los elementos de estas submatrices por los de los subvectores correspondientes, permite obtener las subpoblaciones al final del período de la proyección. Por ejemplo:

a. Las mujeres activas urbanas en 1965:

$${}^{65}N_{f;a;u} = M_{3,3} \cdot {}^{60}N_{f;a;u} + M_{4,3} \cdot {}^{60}N_{f;i;u} + M_{7,3} \cdot {}^{60}N_{f;a;r} + M_{8,3} \cdot {}^{60}N_{f;i;r}$$

La suma de los primeros dos productos permite obtener las activas urbanas no migrantes en 1965; y la de los otros dos, las migrantes.

b. Los hombres inactivos rurales en 1965:

$${}^{65}N_{m;i;r} = M_{5,6} \cdot {}^{60}N_{m;a;r} + M_{6,6} \cdot {}^{60}N_{m;i;r} + M_{7,6} \cdot {}^{60}N_{f;a;r} + M_{8,6} \cdot {}^{60}N_{f;i;r}$$

Los primeros dos productos de esa ecuación se obtuvieron en el Cuadro 4. De los otros dos productos se habló al estudiar las matrices $M_{7,6}$ y $M_{8,6}$, y la suma de ellos aparece, como ya se dijo, en el Cuadro 2. ^{10/}

c. Los hombres rurales activos en 1965:

$${}^{65}N_{m;a;r} = M_{5,5} \cdot {}^{60}N_{m;a;r} + M_{6,5} \cdot {}^{60}N_{m;i;r}$$

^{9/} Ver resultados en el Anexo 1, columnas 29 y 30.

^{10/} Detalle de los resultados de estos 4 productos aparece en las columnas 27, 28, 29 y 30 del Apéndice 1.

La suma de los dos ejemplos últimos, los hombres rurales, activos ^{11/}e inactivos (Cuadro 4), aparece en el Cuadro 5, y tiene gran coherencia con el resultado obtenido para esa misma subpoblación en el capítulo anterior (Cuadro 3).

CUADRO 5

CHILE, 1965: HOMBRES RURALES NO MIGRANTES
POR CONDICION DE ACTIVIDAD Y TOTAL

Grupos de edad x, x+4	$65^{N^*} x, x+4; m; a; r$	$65^{N^{**}} x, x+4; m; i; r$	$65^N x, x+4; m; r$
0-4	0	200233	200233
5-9	0	181862	181862
10-14	18609	133548	152157
15-19	101254	25708	126962
20-24	102772	2614	105386
25-29	83366	1356	84722
30-34	70143	1111	71254
35-39	63475	1090	64565
40-44	55651	1195	56846
45-49	50344	1291	51635
50-54	43283	1790	45073
55-59	36316	2041	38357
60-64	28270	2858	31128
65-69	16194	7382	23576
70-74	0	16104	16104
75-79	0	8529	8529
80 y +	0	6392	6392
	669677	595104	1264781

$$* 65^N x, x+4; m; a; r = M_{5,5} \cdot 60^N m; a; r + M_{6,5} \cdot 60^N m; i; r$$

$$** 65^{N^{**}} x, x+4; m; i; r = N_{5,6} \cdot 60^N m; i; r + M_{6,6} \cdot 60^N m; i; r + \\ + M_{7,6} \cdot 60^N f; i; r + M_{8,6} \cdot 60^N f; i; r$$

11/ Los resultados de los hombres rurales activos en 1965 y su procedencia están en las columnas 25 y 26 del Apéndice 1.

CONCLUSIONES

La metodología estudiada en los dos últimos capítulos sobre todo, tiene importancia para las funciones de planificación, ya que permite prever, con ayuda del método del Capítulo II, la población por edad, sexo y área urbana y rural; y con el III, además de lo anterior, la condición de actividad, proyecciones que son necesarias para una planificación con bases más sólidas.

Debe señalarse también la necesidad de mejorar la información en nuestra región, ya que sus deficiencias cualitativas y cuantitativas son un serio problema para cualquier tipo de planes o estudios.

La riqueza de cálculos que pueden lograrse con la metodología analizada en el Capítulo III es extensa, pudiendo obtenerse resultados más detallados que los observados en los capítulos anteriores, como se advirtió en la Introducción.

En el Cuadro 6 pueden observarse algunos resultados por este método.

CUADRO 6

PROYECCION DE LA POBLACION CHILENA 1960-65

HOMBRES ACTIVOS URBANOS	1099829	1315982
HOMBRES INACTIVOS URBANOS	1176232 ^a	1419974 ^b
MUJERES ACTIVAS URBANAS	443858	504448
MUJERES INACTIVAS URBANAS	2128744 ^c	2535574 ^d
HOMBRES ACTIVOS RURALES	662048	669677
HOMBRES INACTIVOS RURALES	594627 ^e	595104 ^f
MUJERES ACTIVAS RURALES	60146	61995
MUJERES INACTIVAS RURALES	1051680 ^g	1077960 ^h
HOMBRES URBANOS	2276061	2735956
HOMBRES RURALES	1256675	1264781
MUJERES URBANAS	2572602	3040022
MUJERES RURALES	1111826	1139955
POBLACION URBANA	4848663	5775908
POBLACION RURAL	2368501	2404736
HOMBRES	3532736	4000667
MUJERES	3684428	4179977
TOTAL	7217164	8180644

DE 10 AÑOS Y MAS:

	Hombres	Mujeres
a)	511622	g) 1459868
b)	212974	d) 679218
e)	624256	g) 1731389
f)	213009	h) 698640

Según esta proyección, la población total chilena para 1965 sería de 8180644, con el desgloce indicado para las subpoblaciones anotadas.

La ventaja del método no estriba únicamente en obtener estas subpoblaciones en forma global, como en el Cuadro 6, sino que también permite obtener sus estructuras. Así, las subpoblaciones pueden obtenerse por sexo, grupos de edades, área urbana y rural y condición de actividad, y aún más, si se desea, por los componentes de cada una de las subpoblaciones. Por ejemplo: si se observa en el Apéndice 1, ^{12/} los hombres activos urbanos del grupo 20-24 en 1965 pueden desglosarse en los sobrevivientes de: los hombres urbanos que estaban activos en 1960 (109738), los urbanos que estaban inactivos en 1960 y pasaron a ser activos durante el período (78061), los rurales que estaban activos y emigraron hacia el área urbana permaneciendo activos (15417), y los rurales inactivos de 1960 que entran a la actividad y migran durante el período (3435). A partir de estos datos podemos obtener la estructura de las poblaciones migrantes y no migrantes; así, en el mismo grupo 20-24 anterior, 18852 son migrantes y 187799 no migrantes. El total de ambos desgloces totaliza la subpoblación buscada: los hombres activos urbanos que en 1965 tienen entre 20 y 24 años de edad: 206651.

Como se señaló en la Introducción, la coincidencia entre los resultados obtenidos en los Capítulos II y III es grande; así, podemos comparar las poblaciones urbanas y rurales, por sexo y grupos de edad obtenidas según cada método en el Cuadro 7. ^{13/}

Si se comparan los totales y cada grupo de edad de cada una de las 4 subpoblaciones (hombres y mujeres, urbanos y rurales)

^{12/} Columnas 1, 2, 3, 4 y 5.

^{13/} Obsérvese que los datos correspondientes al Capítulo III se obtienen de la suma de las estructuras del Apéndice 1. Por ejemplo, el grupo 20-24 de la columna titulada M_1^X (206651) en el Cuadro 7 es igual a la suma de las poblaciones de ese grupo de edad de las columnas 1, 2, 3 y 4 del Apéndice 1, y que se ejemplificó en esta misma página.

CUADRO 2
CHILE, 1965: POBLACION URBANA Y RURAL POR SEXO Y GRUPOS DE EDAD
COMPARACION DE RESULTADOS DE LOS METODOS USADOS EN LOS CAPITULOS II y III

Grupos de edad x, x+4	Capítulo II			Capítulo III			Capítulo II		Capítulo III		
	$N_{1,1}^{60} N_{1,u}$	$N_{2,1}^{60} N_{1,r}$	ϕ	N_1^x	N_2^x	$65^N x, x+4; i; u$	$N_{2,2}^{60} N_{1,r}$	N_6^x	N_5^x	$65^N x, x+4; i; r$	
	$65^N x, x+4; i; u$	$65^N x, x+4; i; u$	$65^N x, x+4; i; u$				$65^N x, x+4; i; r$				
0-4			432542	0	432544	432544	200231	200233	0	200233	
5-9	353694	9411	363105	0	363104	363104	181862	181862	0	181862	
10-14	295003	25389	320392	14787	305605	320392	152157	133548	18609	152157	
15-19	251987	23645	275632	149018	126614	275632	126963	25708	101254	126962	
20-24	212464	19331	231795	206651	25143	231794	105386	2614	102772	105386	
25-29	180100	11213	191313	184473	6843	191316	84723	1356	83366	84722	
30-34	158093	7047	165140	160525	4616	165141	71254	1111	70143	71254	
35-39	153310	5614	158924	153403	5521	158924	64565	1090	63475	64565	
40-44	137066	4616	141682	134233	7449	141682	56846	1195	55651	56846	
45-49	111668	4066	115734	105863	9870	115733	51635	1291	50344	51635	
50-54	92703	3471	96174	81073	15102	96173	45073	1790	43283	45073	
55-59	75825	2865	78690	61683	17007	78690	38358	2041	36316	38357	
60-64	60935	2271	63206	43935	19270	63205	31128	2858	28270	31128	
65-69	44125	1666	45791	20338	25491	45789	23576	7382	16194	23576	
70-74	28059	1101	29160	0	29160	29160	16104	16104	0	16104	
75-79	15286	564	15850	0	15850	15850	8529	8529	0	8529	
80 y +	10436	319	10755	0	10755	10755	6392	6392	0	6392	
	2180754	122591	2735887	1515982	1419904	2735888	1264782	595104	669677	1264781	

$N_{3,1}^{60} N_{1,u} \rightarrow 65^N 0-4; i; u = 404140 +$
 $N_{4,1}^{60} N_{1,r} \rightarrow 65^N 0-4; i; u = \frac{28402}{432542}$

$N_1^x = N_{1,1} + N_{2,1} + N_{5,1} + N_{6,1}$
 $N_2^x = N_{1,2} + N_{2,2} + N_{5,2} + N_{6,2}$
 $N_3^x = N_{3,2} + N_{4,2} + N_{7,2} + N_{8,2}$

e) Viene de $N_{4,2}$ f) $N_5^x = N_{5,5} + N_{6,5}$
d) $N_6^x = N_{5,6} + N_{6,6} + N_{7,6} + N_{8,6}$

Grupos de edad x, x+4	Capítulo II			Capítulo III			Capítulo II		Capítulo III		
	$N_{3,3}^{60} N_{1,u}$	$N_{4,3}^{60} N_{1,r}$	ϕ	N_3^x	N_4^x	$65^N x, x+4; i; u$	$N_{4,4}^{60} N_{1,r}$	N_7^x	N_8^x	$65^N x, x+4; i; r$	
	$65^N x, x+4; i; u$	$65^N x, x+4; i; u$	$65^N x, x+4; i; u$				$65^N x, x+4; i; r$				
0-4	405806	28383	434189	0	434187	434187	200103	0	200104	200104	
5-9	357601	12397	369998	0	369998	369998	179216	0	179216	179216	
10-14	301472	27592	329064	8193	320872	329065	143789	2631	141157	143788	
15-19	275729	22046	297775	79415	218360	297775	110763	13488	97275	110763	
20-24	244253	15660	259913	98244	161670	259914	88051	10911	77141	88052	
25-29	218324	9647	227971	74514	153456	227970	69755	7094	62662	69756	
30-34	195257	6842	202099	56417	145682	202099	58320	4869	53451	58320	
35-39	179751	6072	185823	49879	135943	185822	54646	4377	50269	54646	
40-44	159205	5216	164421	43214	121209	164423	48835	4235	44600	48835	
45-49	133048	4397	137445	34544	102901	137445	42880	3948	38931	42879	
50-54	109425	3730	113155	25382	87774	113156	37718	3702	34016	37718	
55-59	90684	2982	93666	17912	75754	93666	31492	2989	28503	31492	
60-64	74137	2274	76411	11711	64699	76410	25127	2262	22865	25127	
65-69	57240	1699	58939	5023	53915	58938	19542	1489	18053	19542	
70-74	42474	1132	43606	0	43605	43605	13962	0	13963	13963	
75-79	24454	611	25065	0	25063	25065	7933	0	7933	7933	
80 y +	20029	455	20484	0	20484	20484	7821	0	7821	7821	
	2888889	151139	3040024	504448	2535574	3040022	1139953	61995	1077960	1139955	

e) $N_3^x = N_{3,3} + N_{4,3} + N_{7,3} + N_{8,3}$
f) $N_4^x = N_{3,4} + N_{4,4} + N_{7,4} + N_{8,4}$

d) $N_7^x = N_{7,7} + N_{8,7}$
e) $N_8^x = N_{7,8} + N_{8,8}$

NOTA: 1) Las flechas indican las poblaciones en 1960 de que provienen las subpoblaciones señaladas para 1965.

2) Las N^x están formadas por la suma de los productos de las subpoblaciones respectivas en 1960 por las submatrices de proyección. Para abreviar, en las llamadas sólo se indican estas últimas; así, la llamada

e) $N_7^x = N_{7,7}^{60} N_{1,r} + N_{8,7}^{60} N_{1,r}$

puede verse su similitud. Por ejemplo: el total de hombres urbanos tiene una diferencia de una persona entre los dos métodos (Cuadro 7), la misma diferencia existe entre los totales de los hombres rurales; las diferencias entre los totales de las mujeres, urbanas y rurales son de dos personas en cada caso. Como estos datos se presentan en cifras globales (en miles, por ejemplo), puede afirmarse que su coincidencia es total, ya que las pequeñas diferencias surgen de las cifras decimales al introducir la variable condición de actividad.

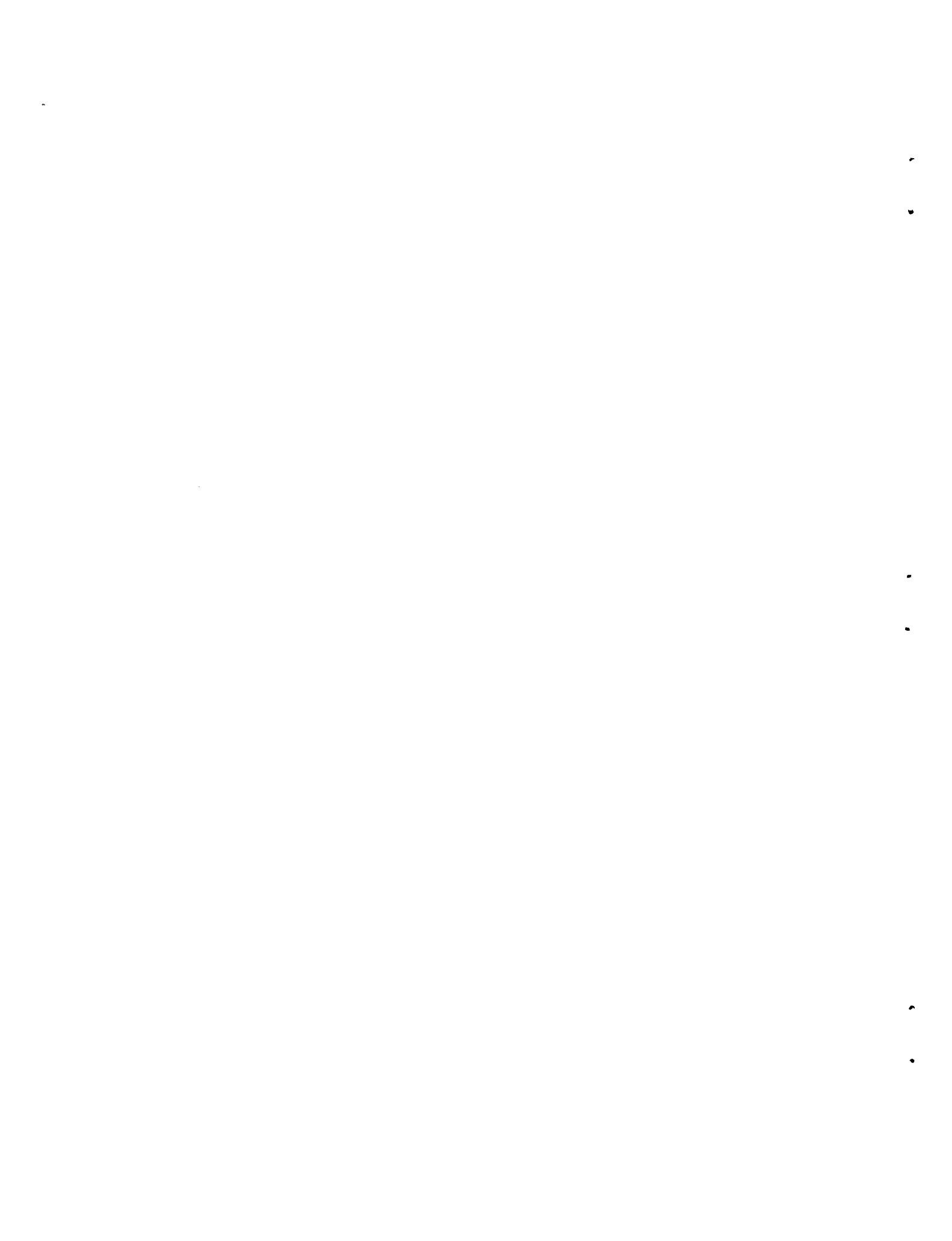
A lo largo del trabajo se ha visto que el método matricial utilizado para la proyección de poblaciones permite incluir un número progresivo de variables, cuyo efecto es obtener tanto los mismos resultados, como también las subpoblaciones que los forman, con la ventaja adicional de proporcionarnos un orden y un procedimiento muy claro, que hace posible fijar la mecánica a emplear para aplicarlo a nuevos datos, ya sea de otros países, otros períodos o de nuevas hipótesis. El detalle de las submatrices no nulas, que señala el procedimiento a seguir para obtener sus elementos no nulos figura en el Anexo 2 para el Capítulo II, y en el Apéndice 3 para el Capítulo III.

El procedimiento entonces es fijo, pero debe señalarse que con todas sus ventajas, lo que el método proporciona es una ayuda técnica, que no garantiza la efectividad de los resultados, ya que se aplica a fenómenos complejos, que se complican cada vez más a medida que incluimos variables en que la voluntad del hombre juega un papel importante; o sea, la eficiencia de los resultados obtenidos por su medio contarán con una buena técnica, pero dependerán en última instancia de que las hipótesis y los supuestos adoptados para los factores que influyen en la evolución de la población a proyectar se amolden en el mayor grado posible a la realidad.

BIBLIOGRAFIA

- (A) Tabah, León: "Proyecciones de población activa a través de representaciones matriciales". Demografía y Economía. Vol. II, N° 2, 1968, pp. 205-240.
- (B) Marín, María Angélica: "Calcul des perspectives de la population économiquement active 1960-1985". Memoire. Ecole Pratique des Hautes Etudes, 1970.
- (C) Bocaz, Albino: Apuntes de clase sobre aplicación de Matrices en la Demografía. Curso Básico de Demografía, 1973. CELADE-Subsede.
- (D) Ortega, Antonio: Apuntes de clase sobre aplicación de matrices en proyecciones de población. Curso Básico de Demografía, 1973, CELADE-Subsede.
- (E) Keyfitz, Nathan: "Matrix multiplication as a Technique of Population Analysis". The Milbank Memorial Fund Quarterly, October, 1964, Vol. XLII, N°4, Part 1.
- (F) Keyfitz, Nathan: "The population projection as Matrix operator", Demography, 1964; Vol. 1, N°1, pp. 56-74.
- (G) Alvarado, Ricardo: "Proyecciones de población. Ensayo de un método matricial basado en el método de los componentes". CELADE, Serie C, N°110.
- (H) Isaacs R., Mario A.: "Guatemala. Aplicación del análisis matricial en proyecciones de población". Trabajo final de investigación. Curso Básico de Demografía, 1972. CELADE-Subsede.
- (I) Naciones Unidas : "Manual V. Métodos para preparar proyecciones de la población económicamente activa". ST/SOA/Serie A/46. pp. 25-32.
- (J) Camisa, Zulma C.: "Las medidas tradicionales de la fecundidad". CELADE-Subsede, Serie BS N°1.

A N E X O 1



CUADRO A

CHILE, 1965: SUBPOBLACIONES POR SEXO, GRUPOS DE EDAD, AREA URBANA Y RURAL Y CONDICION DE ACTIVIDAD ESPECIFICADAS POR LAS SUBPOBLACIONES DE QUE PROVIENEN EN 1960. CALCULO DE LOS MIGRANTES EN CADA SUBPOBLACION EN 1965 Y SU PROCEDENCIA.

Grupos de edad	(1) $N_{1,1}^{60} M; a; u$ ↓ $65^N x, x+4; m; a; u$	(2) $N_{2,1}^{60} N; i; u$ ↓ $65^N x, x+4; a; a; u$	(3) $N_{3,1}^{60} M; a; r$ ↓ $65^N x, x+4; m; a; u$	(4) $N_{6,1}^{60} N; i; r$ ↓ $65^N x, x+4; m; a; u$	(5)=(3)+(4) Migrantes	(6) $N_{3,3}^{60} F; r; u$ ↓ $65^N x, x+4; f; a; u$	(7) $N_{4,3}^{60} F; i; u$ ↓ $65^N x, x+4; f; a; u$	(8) $N_{7,3}^{60} F; a; r$ ↓ $65^N x, x+4; f; a; u$	(9) $N_{8,3}^{60} F; i; r$ ↓ $65^N x, x+4; f; a; u$	(10)=(8)+(9) Migrante
0-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5-9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10-14	0	11682	0	3103	3105	0	7688	0	505	505
15-19	9979	120181	2892	15996	18858	7031	69700	403	2281	2684
20-24	109738	78061	15417	3435	18852	67976	28328	1907	33	1940
25-29	159199	14246	10937	99	11036	73533	0	981	0	981
30-34	152244	1344	6934	3	6937	55846	0	571	0	571
35-39	147883	0	5520	0	5520	49393	0	486	0	486
40-44	129714	0	4519	0	4519	42761	0	418	35	453
45-49	101899	0	3964	0	3964	34139	0	381	24	405
50-54	77740	0	3333	0	3333	25015	0	344	23	367
55-59	58971	0	2712	0	2712	17629	0	283	0	283
60-64	41873	0	2062	0	2062	11506	0	205	0	205
65-69	19194	0	1144	0	1144	4854	0	129	0	129
70-74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75-79	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
80 y +	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1008426	225514	59434	22608	82042	389723	105716	6108	2901	9009

Nota: La flecha indica la población de que proceden en 1960 las poblaciones proyectadas a 1965, y su submatriz de proyección.



CUADRO A (CONTINUACION)

	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)
Grupos de edad	M ₁ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₂ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₃ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₄ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₅ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₆ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₇ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₈ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₉ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₁₀ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₁₁ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₁₂ , 2° 60' N, 65° 30' W	M ₁₃ , 2° 60' N, 65° 30' W
0-4	0	0	0	0	0	0	0	0	28402	122412	283593	2785	25597
5-9	0	35394	0	9410	0	0	0	0	9410	0	357601	0	12397
10-14	0	28327	0	22284	0	0	0	0	22284	0	293785	0	27087
15-19	0	121827	0	4787	0	0	0	0	4787	0	198998	0	19362
20-24	0	24664	0	479	0	0	0	0	479	0	147950	0	13720
25-29	0	6664	0	179	0	0	0	0	179	0	132239	214	8452
30-34	0	4506	0	110	0	0	0	0	110	0	125494	125	6146
35-39	1057	4369	7	88	95	0	0	0	95	3015	128342	21	5965
40-44	2499	4853	19	78	97	0	0	0	97	989	115456	0	4764
45-49	3783	5086	16	85	101	0	0	0	101	1997	97342	0	3992
50-54	6552	8112	51	87	138	0	0	0	138	3063	81347	0	3364
55-59	4616	12238	39	114	133	0	0	0	133	3101	69954	10	2689
60-64	5216	13346	87	121	208	0	0	0	208	2905	59725	11	2058
65-69	11128	13802	368	153	321	0	0	0	321	3990	48356	23	1546
70-74	12209	19844	756	345	1101	0	0	0	1101	3631	36842	86	1046
75-79	0	15286	0	364	0	0	0	0	364	0	24454	0	611
80y+	0	10436	0	319	0	0	0	0	319	0	20029	0	455
	47656	399158	1343	39203	68918	166171	2227277	3275	2227277	137851	142126		

(19) M₃, 2° 60' N, 65° 30' W, 121911, (17) M₇, 2° 60' N, 65° 30' W, 2788
 (16) M₄, 2° 60' N, 65° 30' W, 282231, (18) M₈, 2° 60' N, 65° 30' W, 25614
 (°) 65° 0' 41" W, 432544

(*) Proceden de los sectores activos, urbanos y rurales, respectivamente.

CUADRO A (CONTINUACION)

Grupos de edad x, x+4	(25)	(26)	(27)	(28)	(31)	(32)	(33)	(34)
	$M_{5,5}^{60N} m; a; r$ $65^N x, x+4; m; a; r$	$M_{6,5}^{60N} m; i; r$ $65^N x, x+4; m; a; r$	$M_{5,6}^{60N} m; a; r$ $65^N x, x+4; m; i; r$	$M_{6,6}^{60N} m; i; r$ $65^N x, x+4; m; i; r$	$M_{7,7}^{60N} f; a; r$ $65^N x, x+4; f; a; r$	$M_{8,7}^{60N} f; i; r$ $65^N x, x+4; f; a; r$	$M_{7,8}^{60N} f; a; r$ $65^N x, x+4; f; i; r$	$M_{8,8}^{60N} f; i; r$ $65^N x, x+4; f; i; r$
0-4	0	0	0	0	0	0	19892 ^a	180212
5-9	0	0	0	181862	0	0	0	179216
10-14	0	18609	0	133548	0	2631	0	141137
15-19	15927	85727	0	25708	2027	11461	0	97275
20-24	84046	18726	0	2614	10725	186	0	77141
25-29	82621	745	0	1356	7094	0	1549	61113
30-34	70115	28	0	1111	4869	0	1062	52389
35-39	63475	0	83	1007	4377	0	186	50083
40-44	55651	0	235	960	3912	323	0	44600
45-49	50344	0	207	1084	3717	231	0	38931
50-54	43283	0	664	1126	3473	229	0	34016
55-59	36316	0	519	1522	2989	0	104	28399
60-64	28270	0	1202	1656	2262	0	123	22742
65-69	16194	0	5218	2164	1489	0	270	17783
70-74	0	0	11062	5042	0	0	1064	12899
75-79	0	0	0	8529	0	0	0	7933
80y+	0	0	0	6392	0	0	0	7821
	<u>545842</u>	<u>123835</u>	<u>19190</u>	<u>375681</u>	<u>46934</u>	<u>15061</u>	<u>24250</u>	<u>1053710</u>

(29) $M_{7,6}^{60N} f; a; r \rightarrow 65^N 0-4; m; i; r = 19905 +$
 (30) $M_{8,6}^{60N} f; i; r \rightarrow 65^N 0-4; m; i; r = \frac{180328}{200233} (a)$

a) Proviene de las mujeres activas rurales.

(a) Por hipótesis, la fecundidad no es diferencial por condición de actividad. En este Apéndice los cálculos se hacen por separado para ejemplificar. Los cálculos conjuntos para esta llamada aparecen en el Cuadro 2, donde el resultado es 200231.

