

CENTRO LATINOAMERICANO DE  
DEMOGRAFIA

COMITE DE POBLACION Y  
DEMOGRAFIA



APLICACIONES DEL MODELO DE GOMPERTZ QUE RELACIONA  
ESTRUCTURAS DE LA FECUNDIDAD POR EDAD DE LAS MUJERES

Resumen de un estudio de Ricardo Hernández

Documento de Trabajo para el Panel de América Latina,  
Santiago, 16-20 de julio, 1979.

APLICACIONES DEL MODELO DE GOMPERTZ QUE RELACIONA ESTRUCTURAS  
DE LA FECUNDIDAD POR EDAD DE LAS MUJERES.

RESUMEN DE UN ESTUDIO DE RICARDO HERNANDEZ

OBJETIVOS

Este documento presenta: a) ajustes de las estructuras de fecundidad por edades para diferentes períodos usando el modelo de Gompertz que relaciona dos estructuras de fecundidad por edades. Las aplicaciones se hicieron a cinco países que integran el Panel de América Latina, y b) investigación de las tendencias de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  tratando de establecer la asociación entre aquéllas y los cambios en los niveles de fecundidad.

EL MODELO

La fecundidad puede ser expresada, mediante la función de Gompertz, de la siguiente manera:

$$F(x) = (TGF)A^{B^x} \quad (1)$$

donde

|       |                                      |
|-------|--------------------------------------|
| F(x)  | fecundidad acumulada hasta la edad x |
| TGF   | Tasa Global de Fecundidad            |
| x     | edad exacta x                        |
| A y B | parámetros                           |

La relación (1) puede ser transformada en:

$$V(x) = \alpha + \beta V^S(x) \quad (2)$$

donde

$$V(x) = \ln(-\ln \frac{F(x)}{TGF})$$

$$V^S(x) = \ln(-\ln \frac{F^S(x)}{TGF^S}) \text{ (corresponde a la estructura estandar)}$$

$\alpha$  y  $\beta$  = parámetros cuyos valores oscilan alrededor de 0 y 1 respectivamente.  $\alpha$  está relacionado con la edad media de la estructura de la fecundidad, mientras que  $\beta$  está asociado con su dispersión.

#### AJUSTES

La información básica usada se refiere a un conjunto de tasas de fecundidad por edades para cada país y período. La estructura estandar para cada país se obtuvo promediando las tasas de fecundidad de los diferentes períodos.

a La información básica, así como las estructuras ajustadas obtenidas aplicando el modelo se muestran en los cuadros A1, B1, C1, D1 y E1 y están representadas en los gráficos A1 a A4, B1 a B4, C1 a C3, D1 a D4 y E1 a E3. En general los ajustes son satisfactorios.

#### RELACION ENTRE LA TENDENCIA DE LOS PARAMETROS Y EL NIVEL DE FECUNDIDAD

Para cada una de las aplicaciones mencionadas se obtuvieron los correspondientes parámetros ( $\alpha$  y  $\beta$ ). Si se grafican los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  se aprecia una clara tendencia en los casos de Chile, Costa Rica y Perú (gráficos A5, B5, C4, E5 y E4). La tendencia de los valores de  $\alpha$ , en los casos mencionados, está directamente asociada con la tendencia del nivel de la fecundidad y con  $\beta$  ocurre lo contrario.

PROYECCION

En los tres países en que se encontró una clara asociación entre la tendencia de  $\alpha$  y los niveles de fecundidad, se realizó una proyección gráfica de los dos parámetros. Los resultados se muestran en el Cuadro 2 y los gráficos A5, B5 y E4. La relación establecida fue: a medida que desciende el nivel de la fecundidad, se hizo descender el valor de  $\alpha$  y aumentar el valor de  $\beta$ . Las estructuras de la fecundidad para el quinquenio 1995-2000 de cada país se presentan en los gráficos A6, B6 y E5.

CHILE

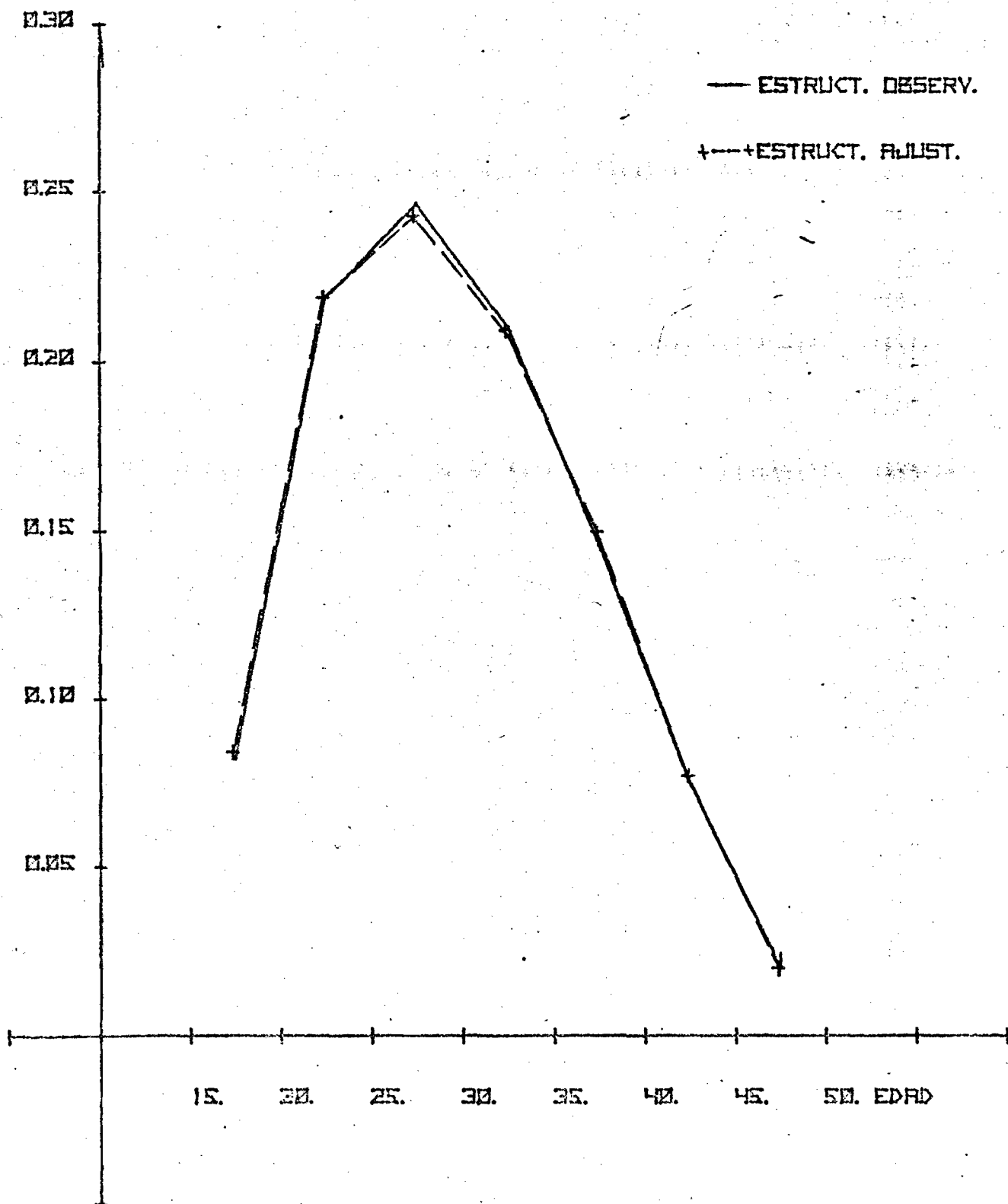
|           |        |  |
|-----------|--------|--|
| CUADROS:  | N° A-1 | Estructuras                                |
|           | N° 2   | $\alpha(t)$ y $\beta(t)$ proyectados       |
| GRAFICOS: | N° A-1 |  |
|           | A-2    |  |
|           | A-3    | } Estructuras observadas y ajustadas       |
|           | A-4    |  |
|           | A-5    | Comportamiento de $\alpha(t)$ , $\beta(t)$ |
|           | A-6    | Estructura proyectada                      |

COADRO N° A-1

CHILE: ESTRUCTURAS DE LA FEC. POR EDADES OBSERVADAS Y AJUSTADAS MEDIANTE LA FUNC. LINEALIZADA DE GOMPERTZ - (1952 - 1975)

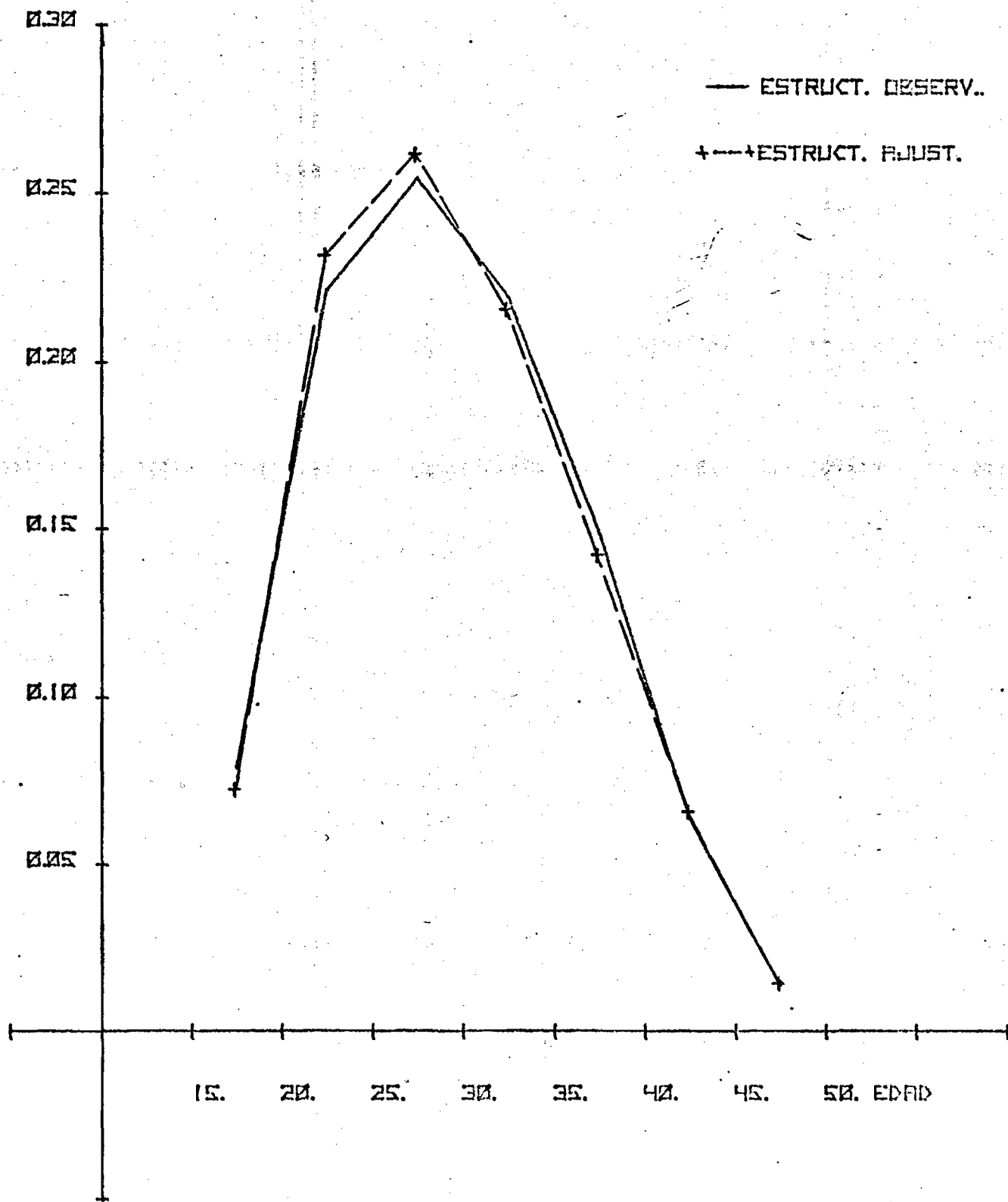
| GRUPOS DE EDADES | 1952                |          |         | 1960     |         |          | 1970    |          |         | 1975     |          |       |
|------------------|---------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|----------|-------|
|                  | OBSERV.             | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | ESTÁNDAR | N°(x) |
| 15 - 19          | 8.27                | 8.40     | 7.92    | 7.20     | 10.32   | 10.48    | 12.26   | 13.11    | 9.38    | —        | —        | —     |
| 20 - 24          | 21.91               | 21.86    | 22.10   | 23.09    | 25.58   | 25.58    | 29.05   | 27.64    | 24.15   | 0.86158  |          |       |
| 25 - 29          | 24.64               | 24.27    | 25.44   | 26.14    | 25.87   | 25.39    | 24.88   | 24.99    | 25.22   | 0.08888  |          |       |
| 30 - 34          | 21.06               | 20.88    | 21.92   | 21.48    | 19.38   | 19.48    | 17.13   | 17.96    | 20.21   | -0.63097 |          |       |
| 35 - 39          | 14.58               | 14.93    | 14.87   | 14.18    | 11.78   | 12.36    | 11.03   | 10.80    | 13.36   | -1.44224 |          |       |
| 40 - 44          | 7.51                | 7.71     | 6.37    | 6.53     | 5.96    | 5.56     | 4.79    | 4.61     | 6.29    | -2.52561 |          |       |
| 45 - 49          | 2.03                | 1.96     | 1.38    | 1.39     | 1.12    | 1.16     | 0.86    | 0.90     | 1.40    | -4.26306 |          |       |
| CC               | 0.095               |          | 0.087   |          | -0.071  |          | -0.202  |          |         |          |          |       |
| √B               | 0.943               |          | 1.022   |          | 1.027   |          | 1.057   |          |         |          |          |       |
| T.G.F.           | 4.80                |          | 5.09    |          | 3.69    |          |         |          |         |          |          |       |
| QUINGUENIOS      | T.G.F. (Proyección) |          |         |          |         |          |         |          |         |          |          |       |
| 1975 - 1980      | 3.10                |          |         |          |         |          |         |          |         |          |          |       |
| 1980 - 1985      | 2.90                |          |         |          |         |          |         |          |         |          |          |       |
| 1985 - 1990      | 2.74                |          |         |          |         |          |         |          |         |          |          |       |
| 1990 - 1995      | 2.61                |          |         |          |         |          |         |          |         |          |          |       |
| 1995 - 2000      | 2.50                |          |         |          |         |          |         |          |         |          |          |       |

CHILE: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ — 1952 —



FUENTE: CUADRO N° A-1

CHILE: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA  
 MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
 — 1960 —

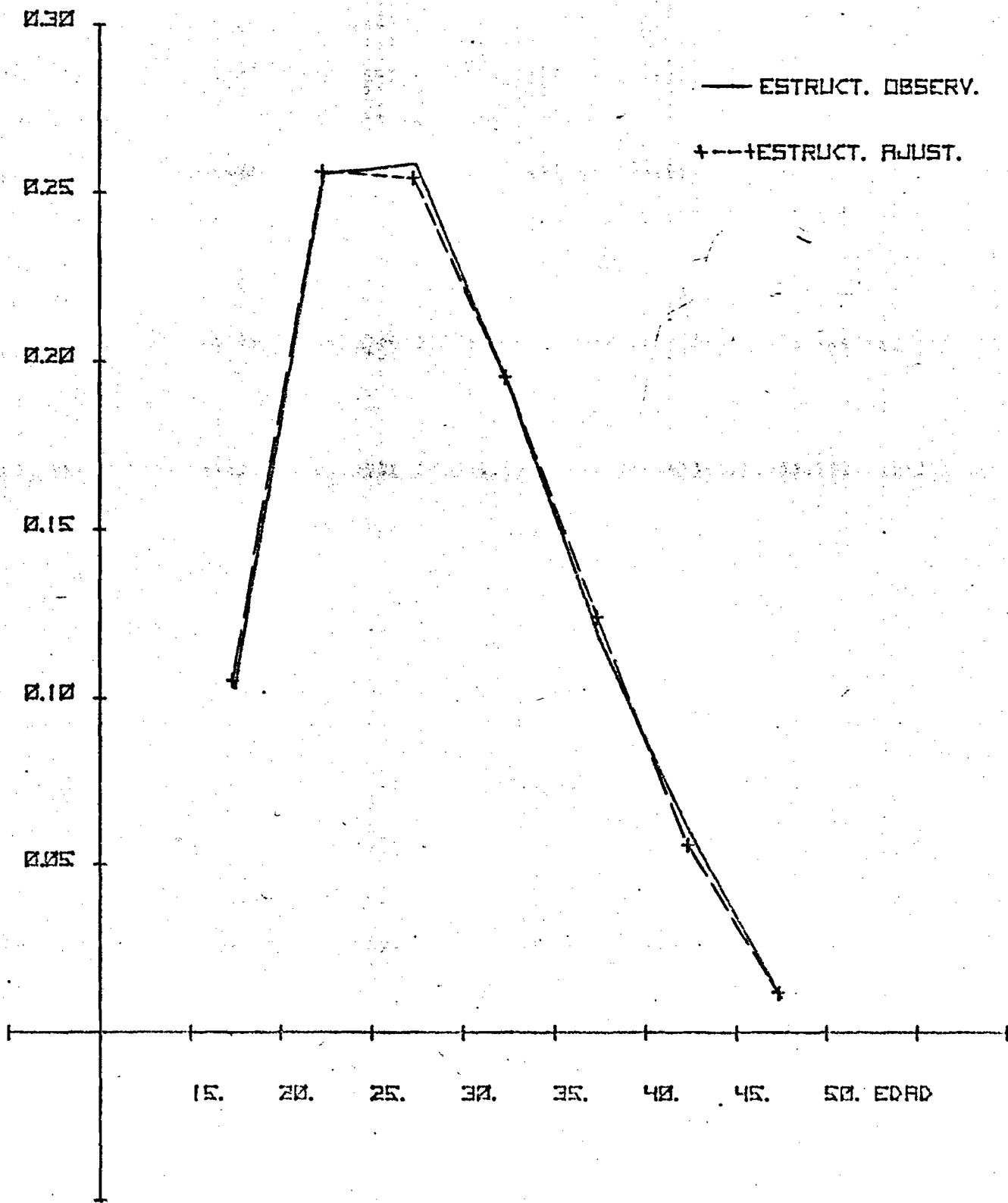


FUENTE: CUADRO N° A-1



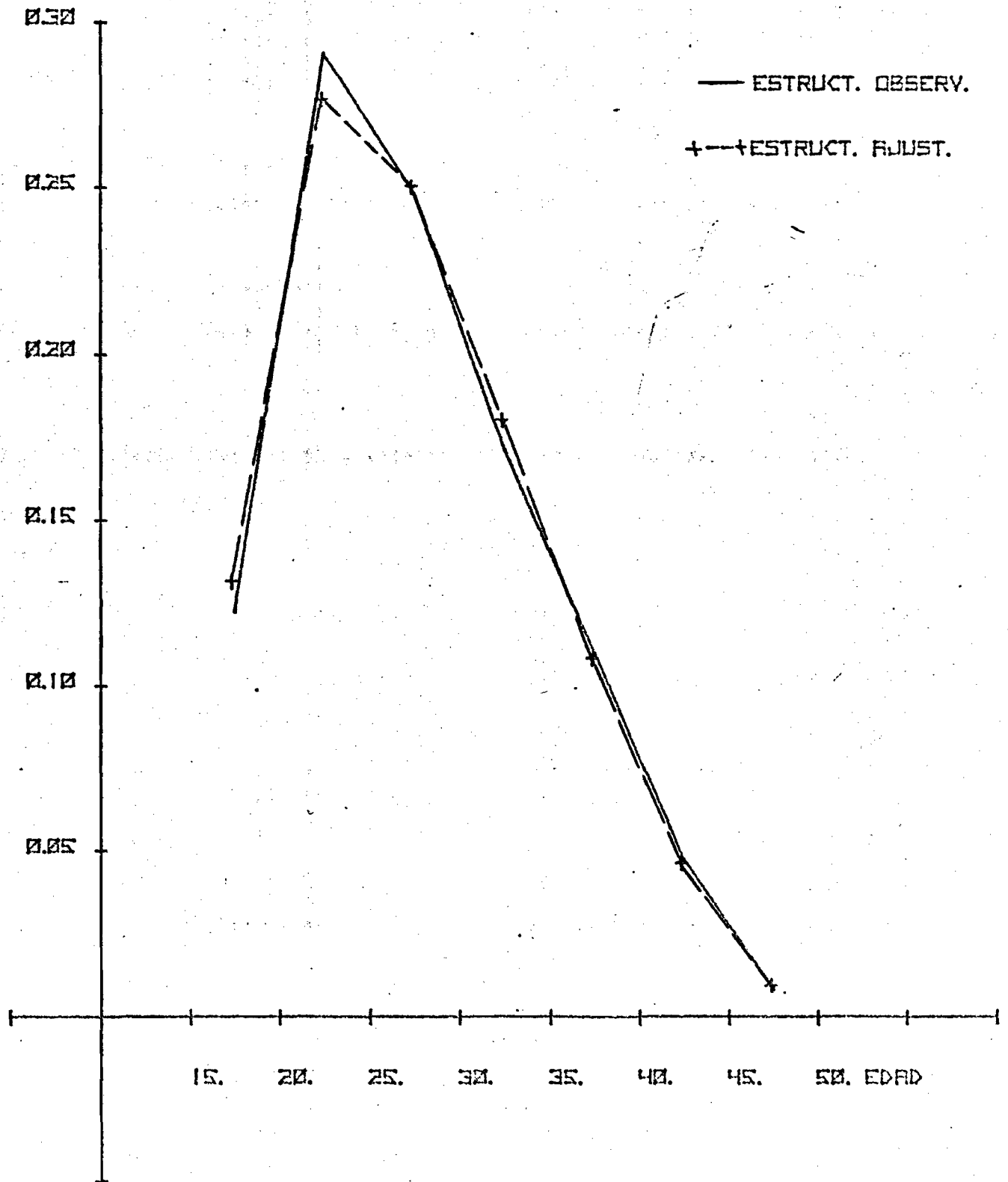
CHILE: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ

- 1970 -



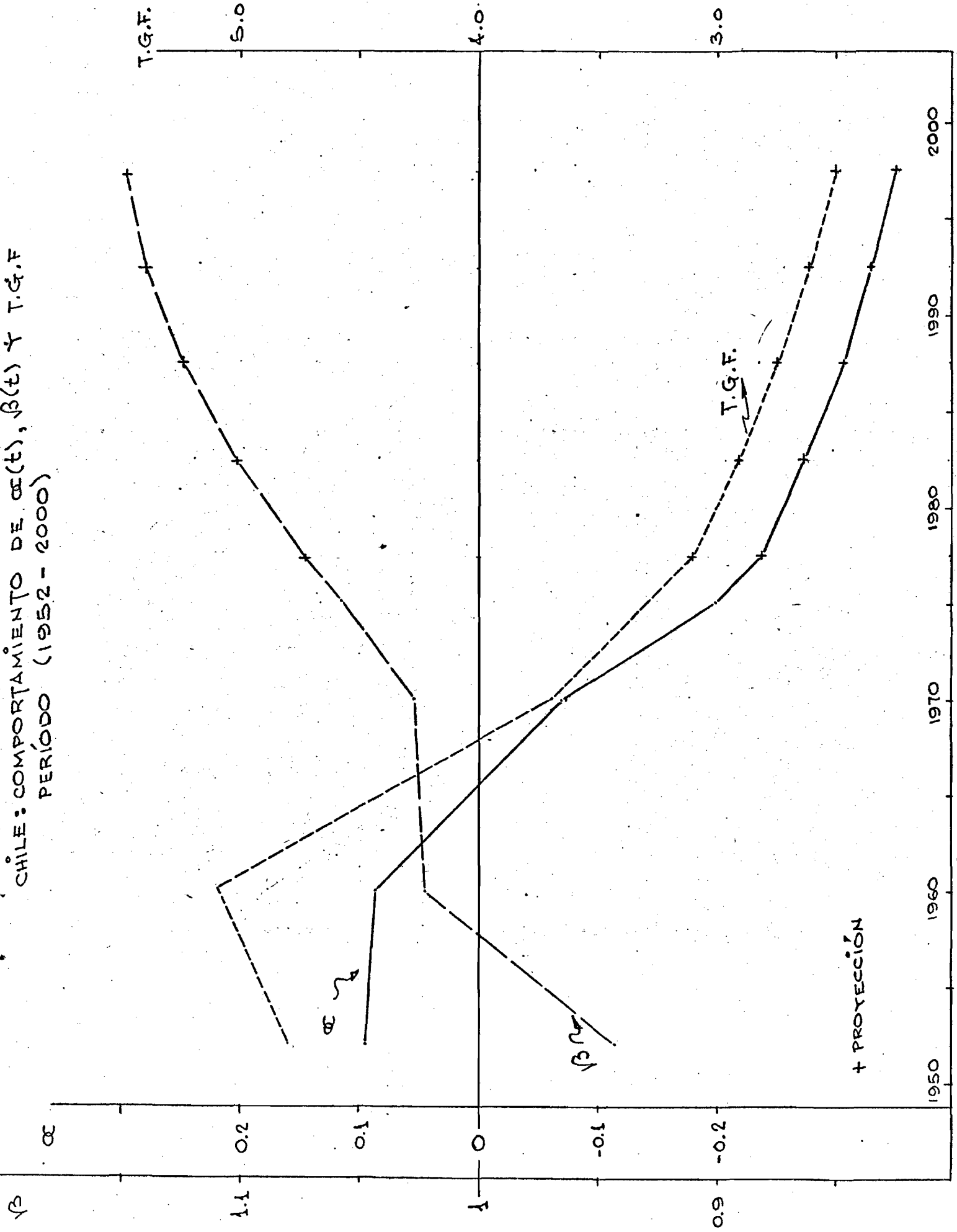
FUENTE: CUADRO N° A-1

GRAFICO N° A-4 - 9 -  
CHILE: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1975 —



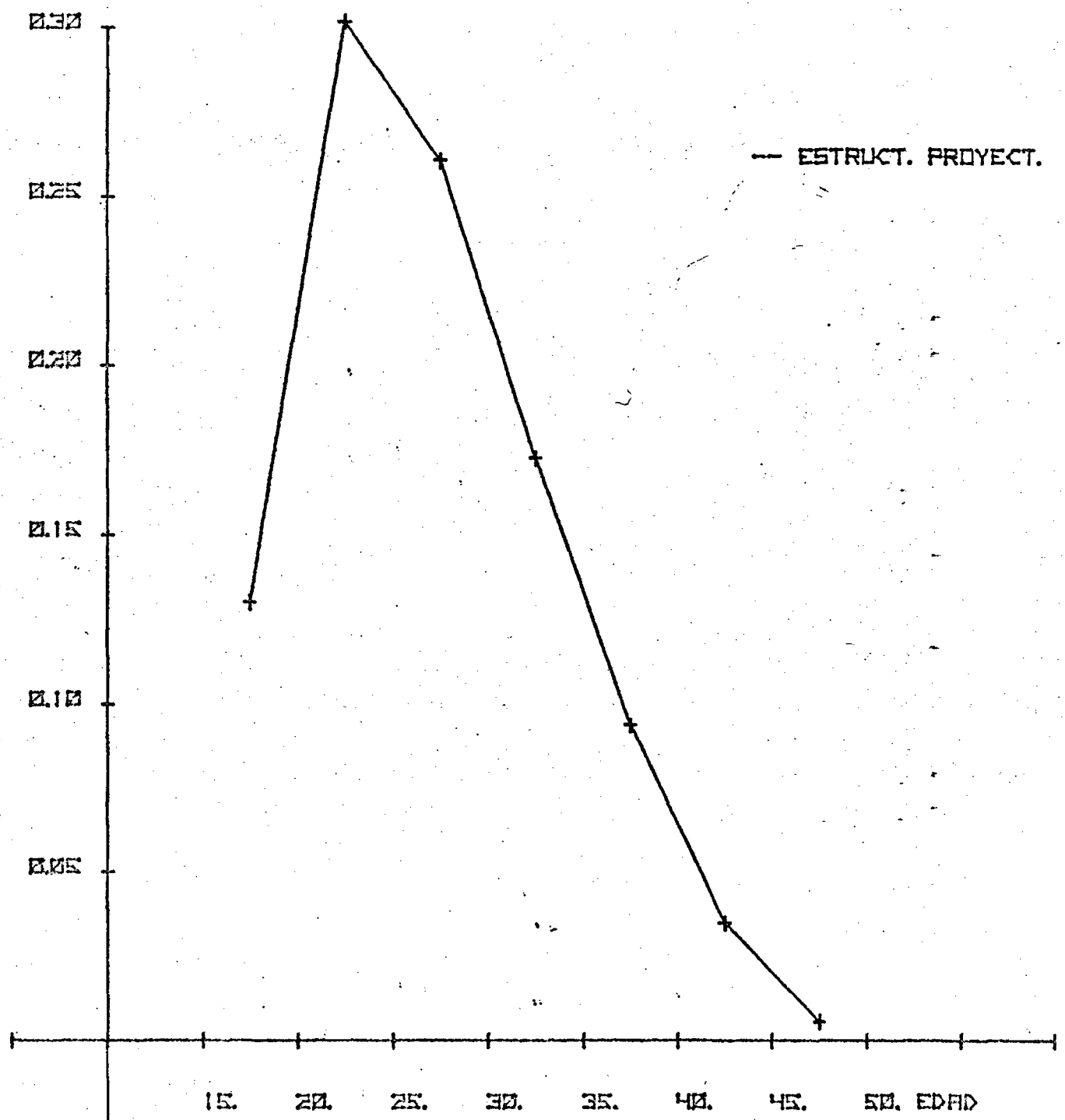
FUENTE: CUADRO N° A-1

CHILE: COMPORTAMIENTO DE  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  Y T.G.F. PERÍODO (1952 - 2000)



FUENTE: CUADRO N° A-1

CHILE: ESTRUCTURA DE LA FECUNDIDAD POR EDADES PROYECT.  
CON LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
PERÍODO - (1995-2000)



FUENTE: CUADRO N° 2

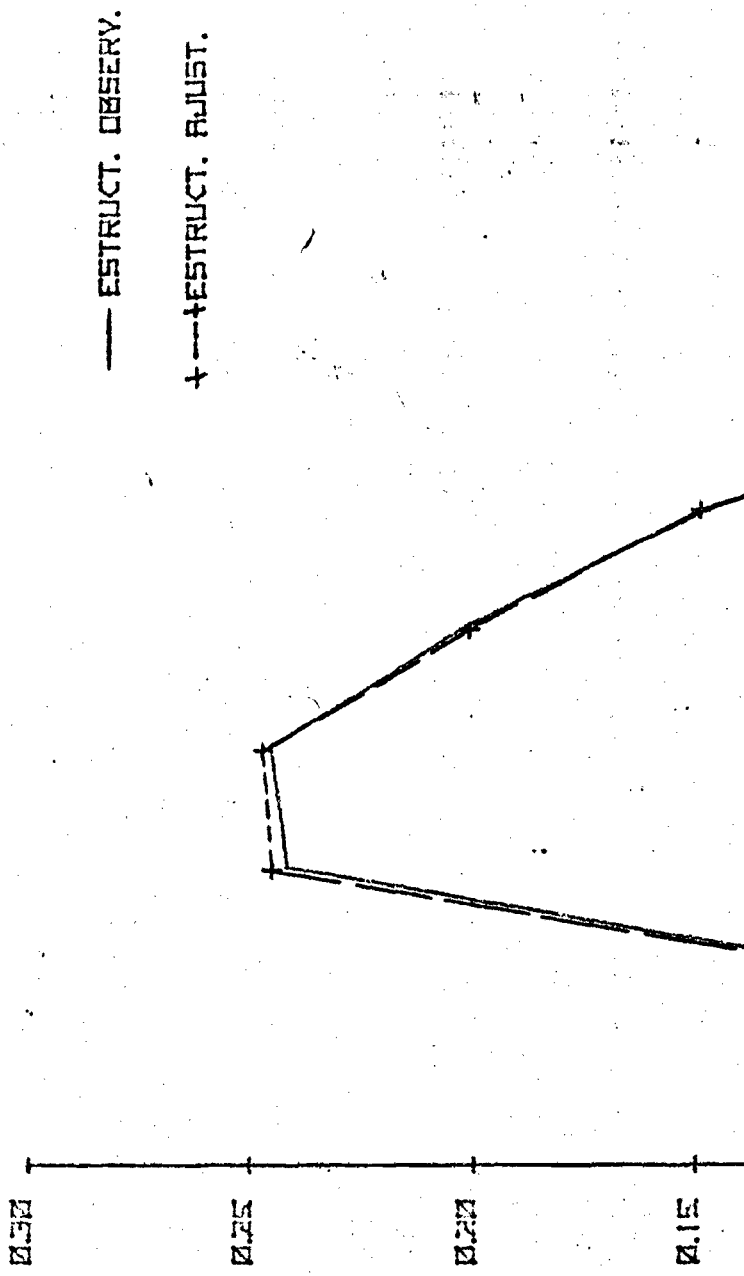
COSTA RICA

|          |        |  |
|----------|--------|--|
| CUADROS  | N° B-1 | Estructuras                                |
|          | N° 2   | $\alpha(t)$ y $\beta(t)$ proyectados       |
| GRAFICOS | N° B-1 |  |
|          | B-2    |  |
|          | B-3    | } Estructuras observadas y ajustadas       |
|          | B-4    |  |
|          | B-5    | Comportamiento de $\alpha(t)$ , $\beta(t)$ |
|          | B-6    | Estructura proyectada                      |



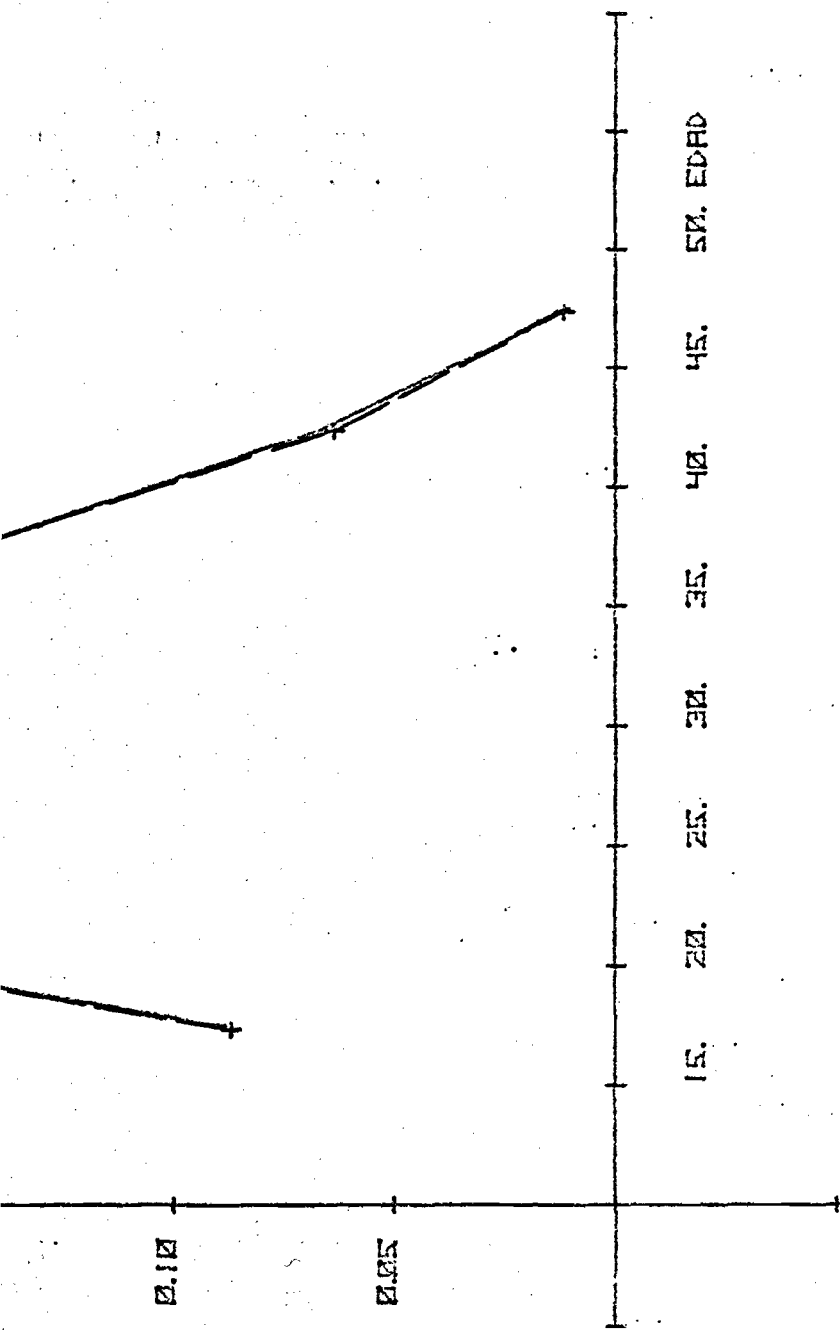
COSTA RICA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ

— 1950 —



— ESTRUCT. OBSERV.

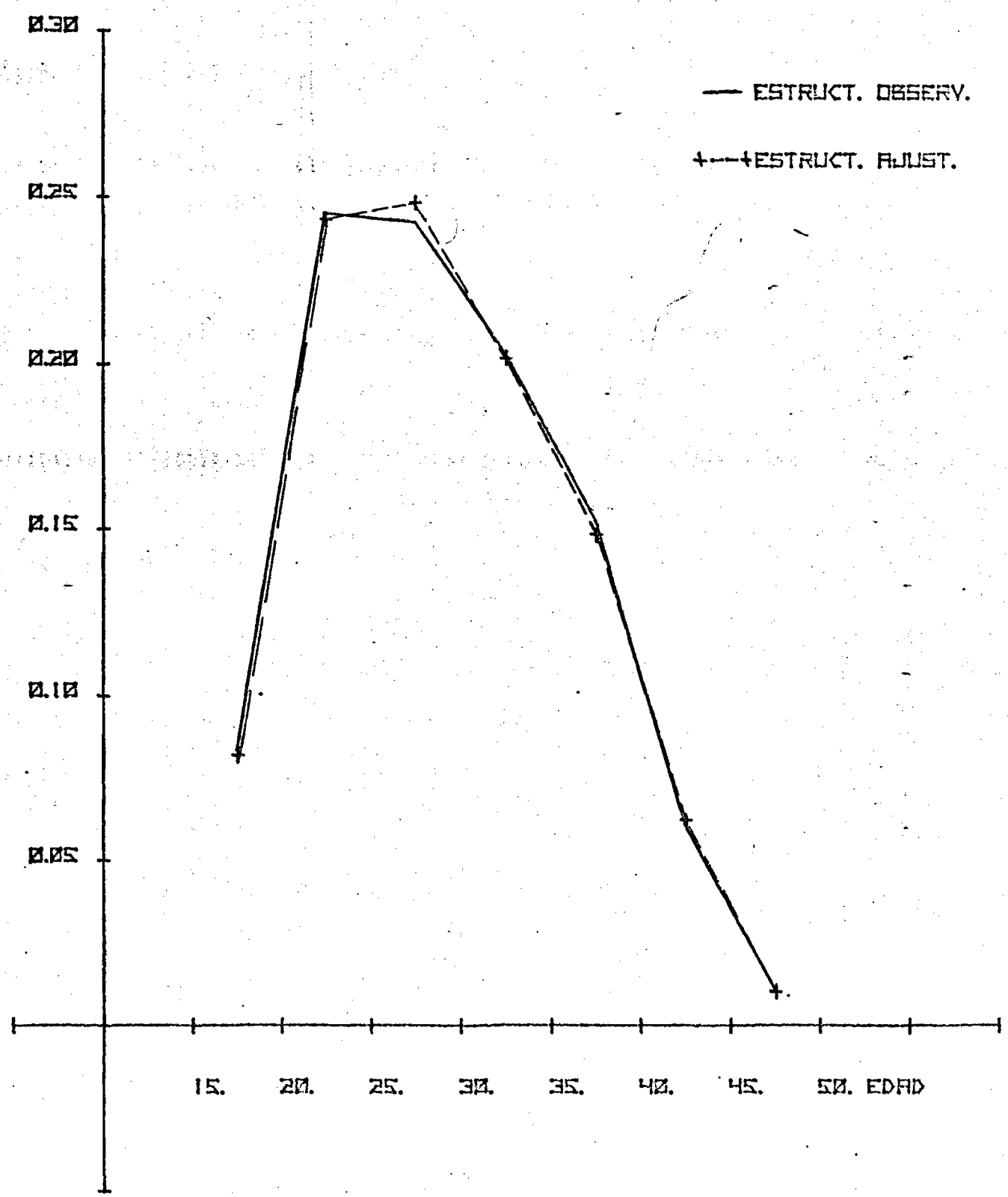
+---+ ESTRUCT. AJUST.



FUENTE: CUADRO N° B-1



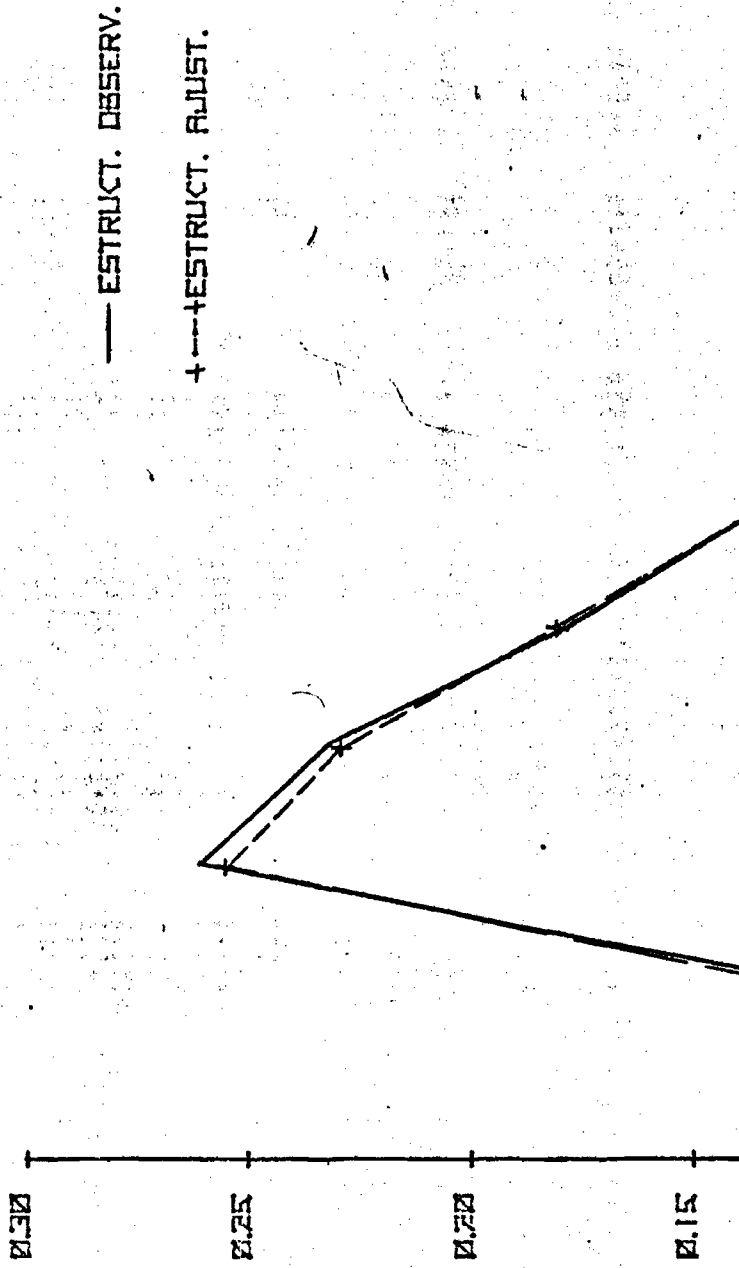
COSTA RICA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ — 1960 —

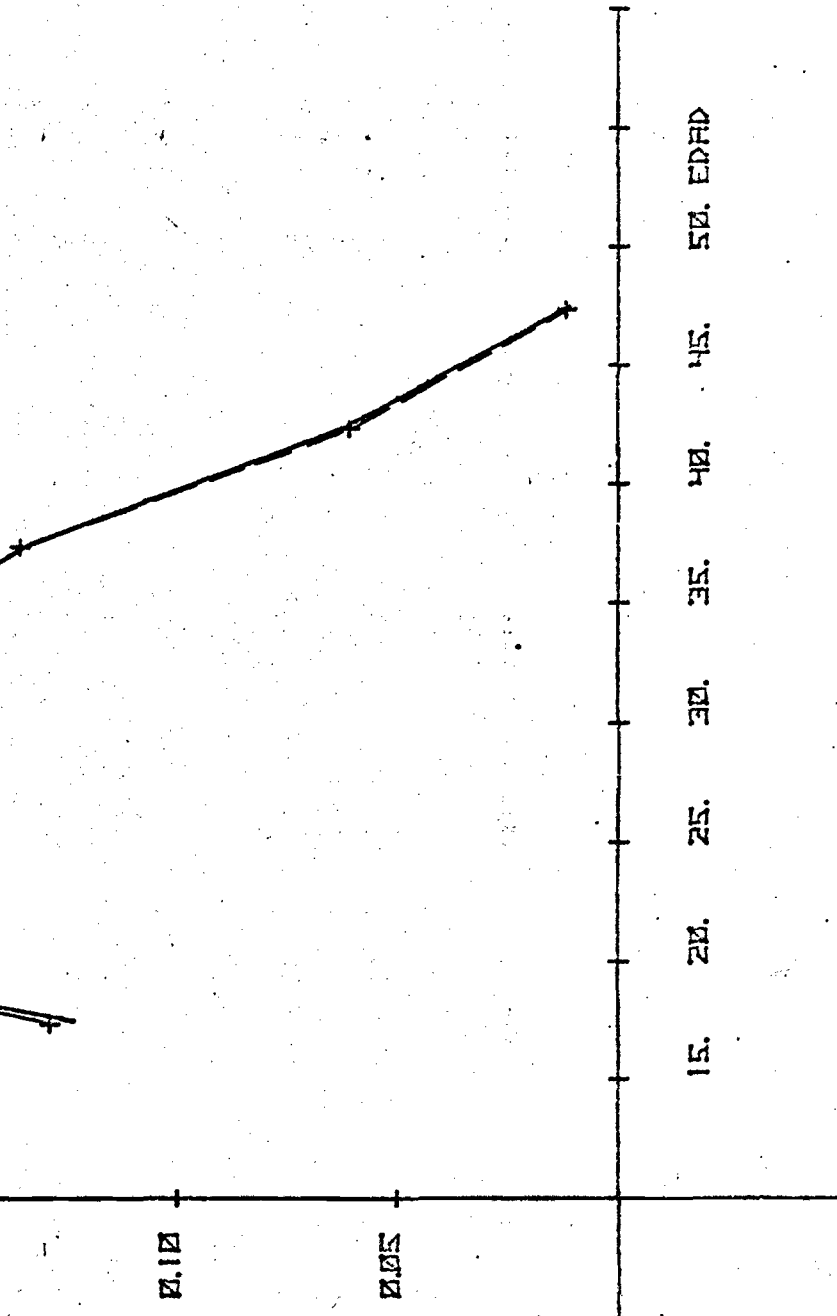


FUENTE: CUADRO N° B-1

COSTA RICA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ

— 1973 —

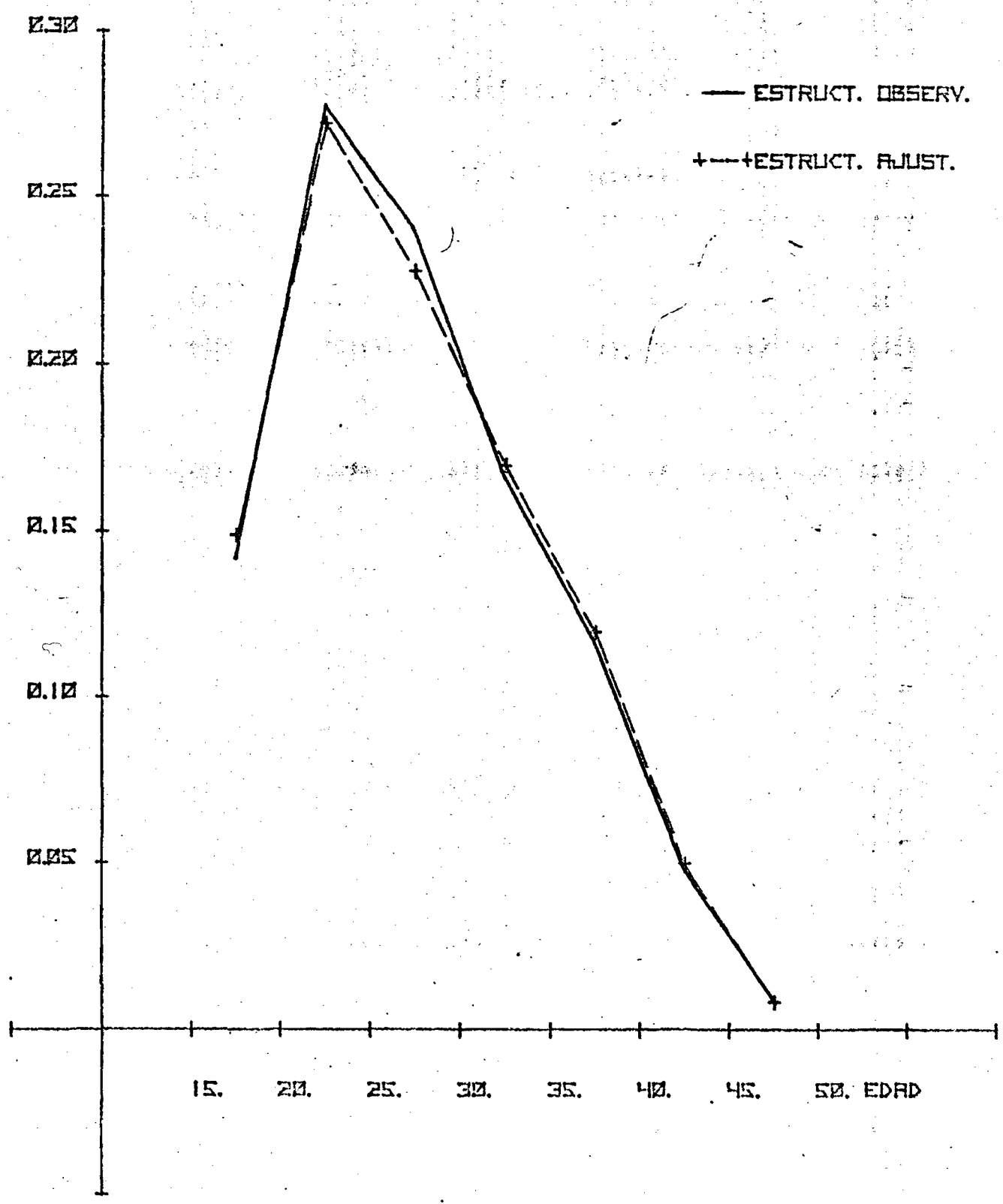




15. 20. 25. 30. 35. 40. 45. 50. EPRD

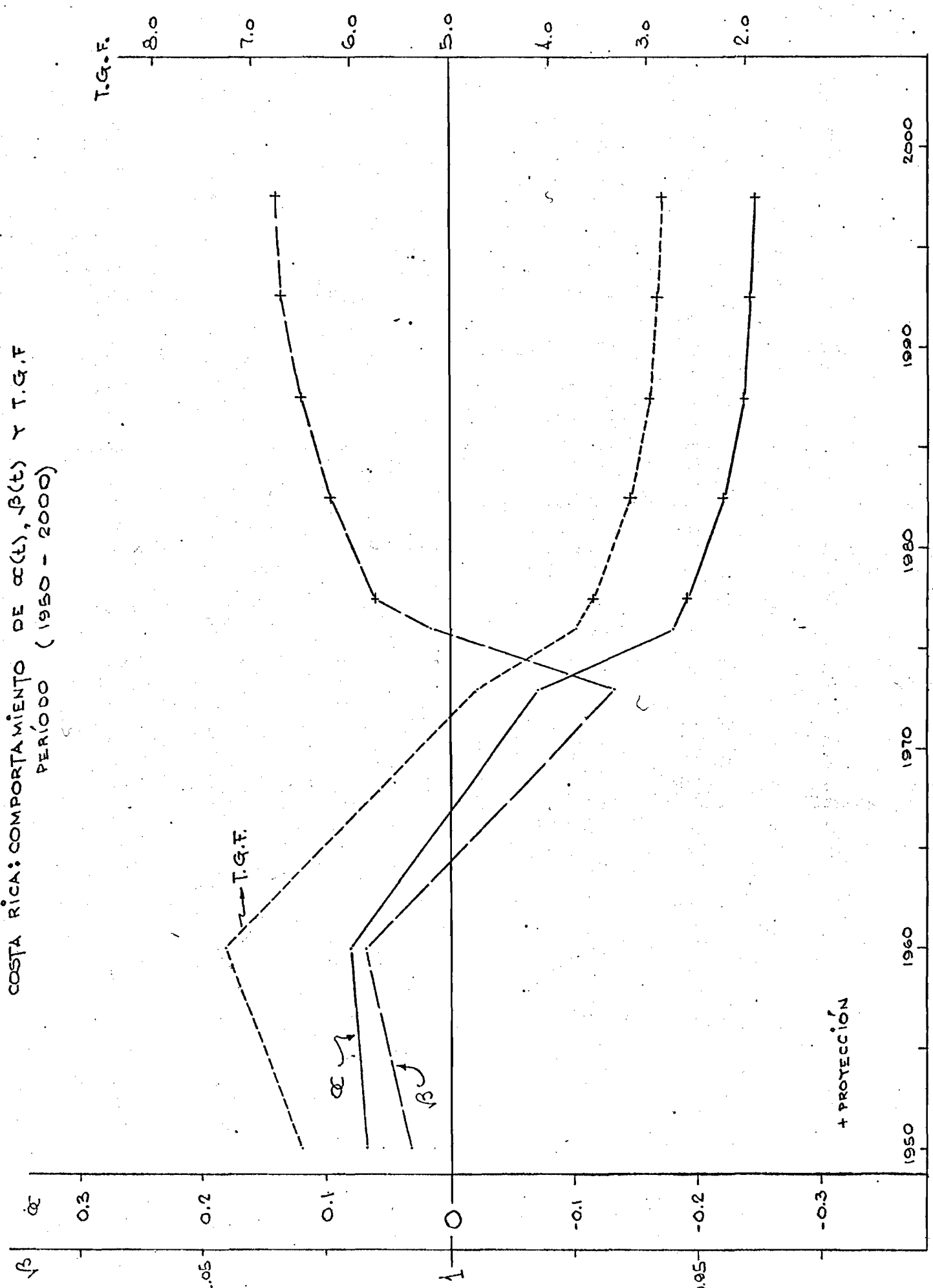
FUENTE: CUADRO N° B-1

COSTA RICA: ESTRUCTURAS DE LA FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ — 1976 —



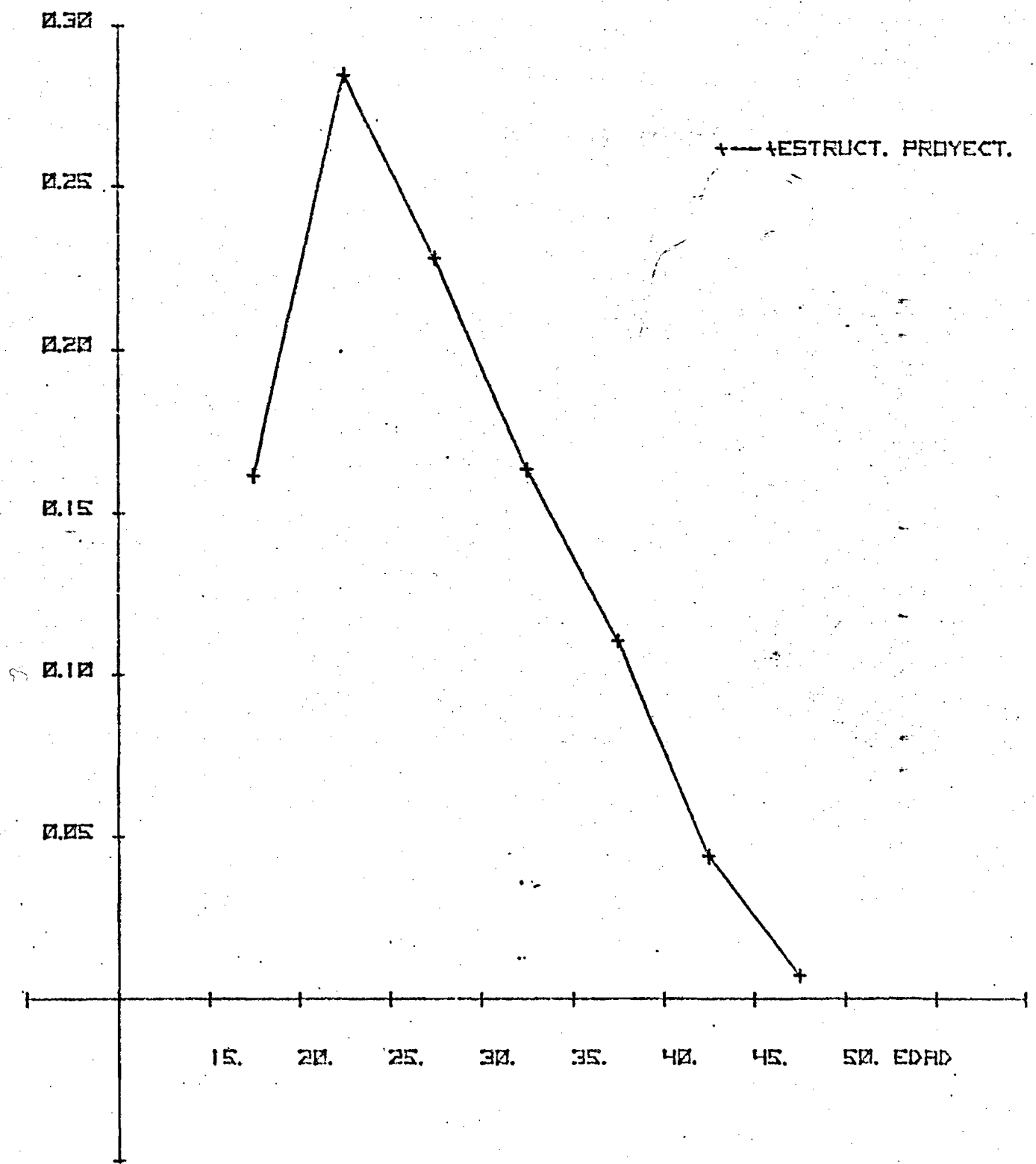
FUENTE: COADRO N° B-1

GRÁFICO N° B-5  
COSTA RICA: COMPORTAMIENTO DE  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  Y T.G.F.  
PERÍODO (1950 - 2000)



FUENTE: CUADRO N° B-1

GRÁFICO N° B-6  
COSTA RICA: ESTRUCTURA DE FECUNDIDAD POR EDADES PROYECT.  
SEGÚN LA FÓRMULA  $V(x) = \alpha + \beta V^5(x)$  (GOMPERTZ)  
PERIODO (1995 - 2000)



FUENTE: CUADRO N° 2

GUATEMALA

CUADRO N° C-1 Estructura observada y ajustada

GRAFICOS N° C-1

C-2

} Estructura observada y ajustada

C-3

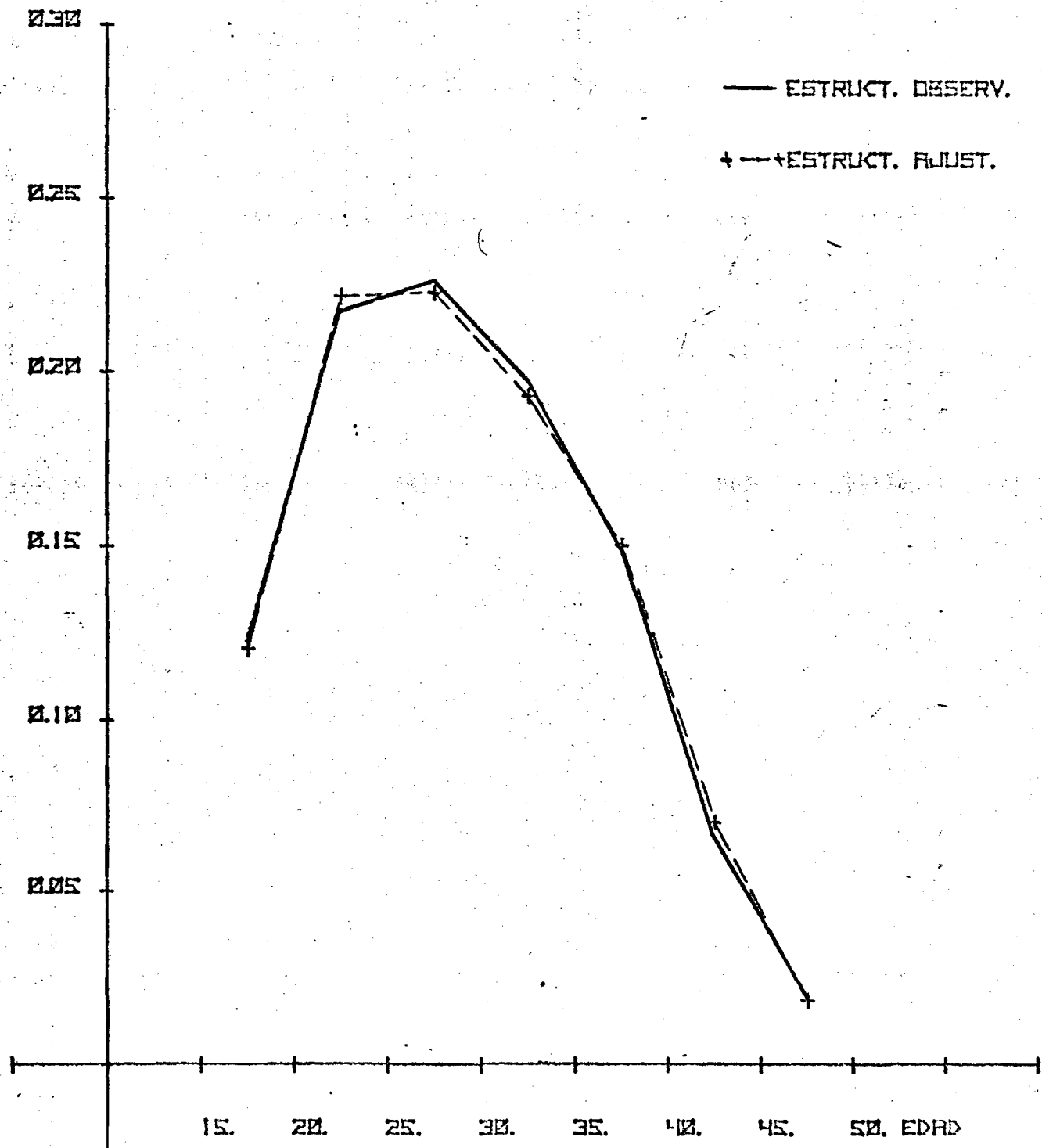
C-4

Comportamiento de  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$



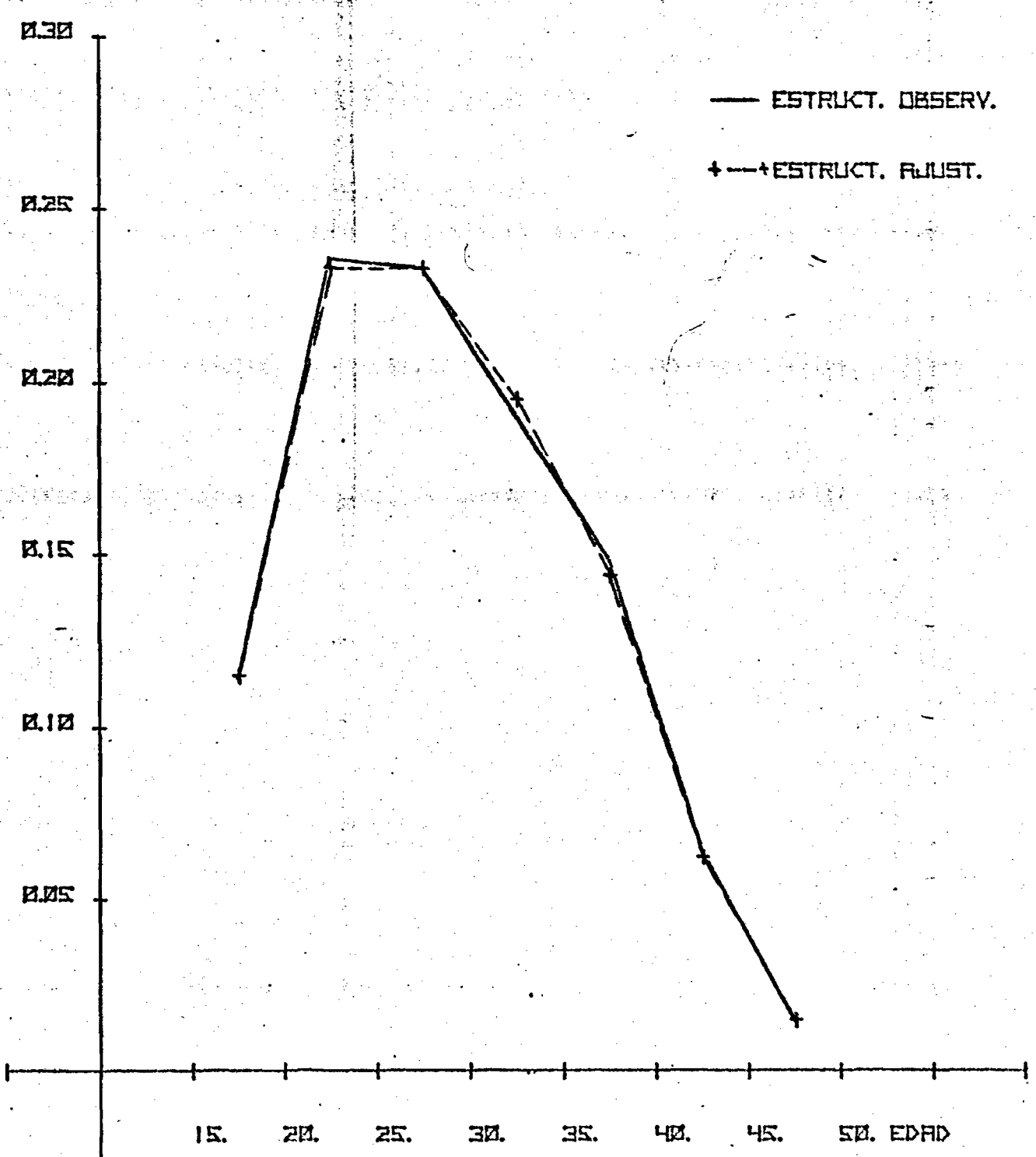


GRÁFICO N° C-1  
GUATEMALA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1950 —



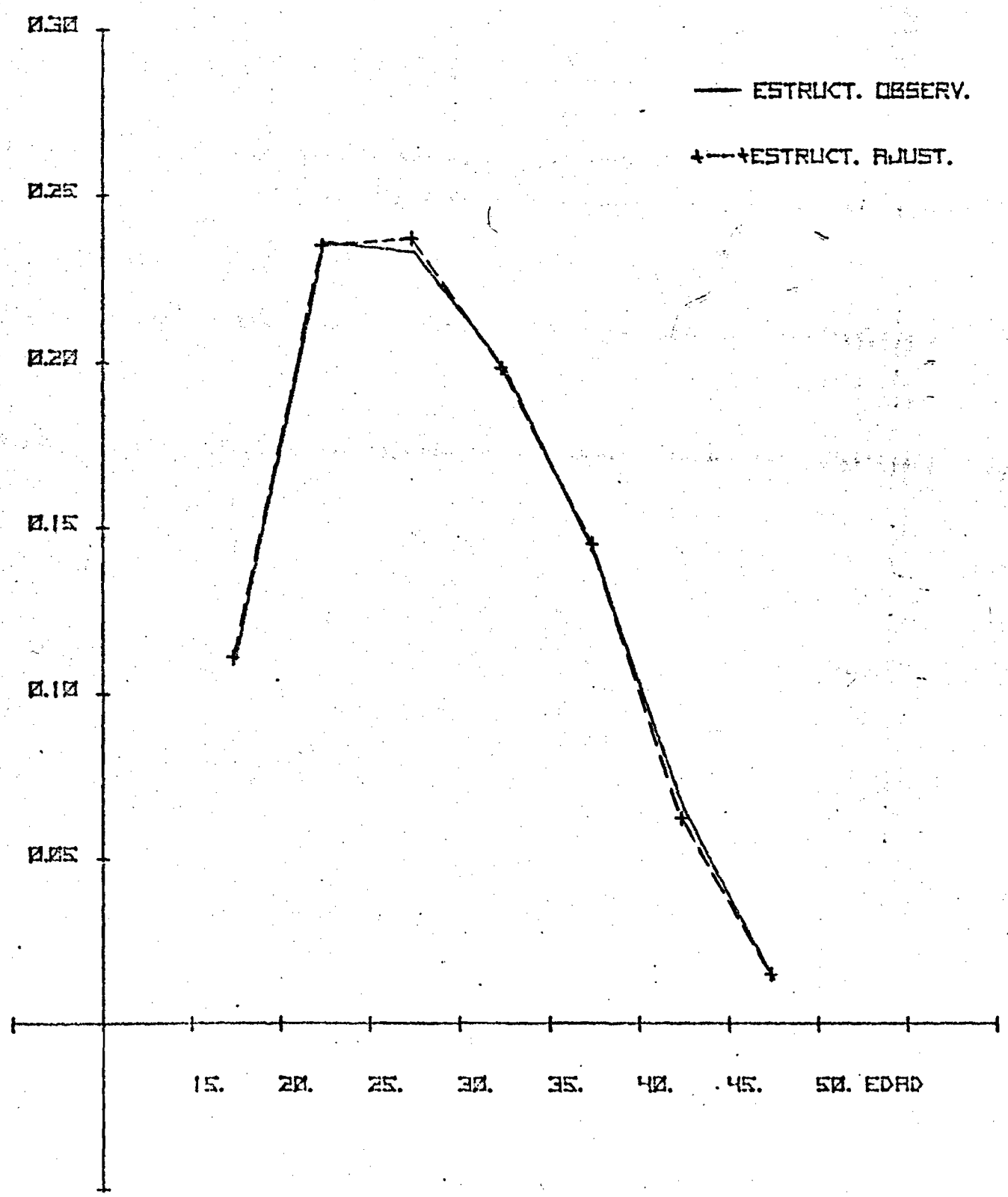
FUENTE: CUADRO N° C-1

GUATEMALA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERV. Y AJUSTADA  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1964 —



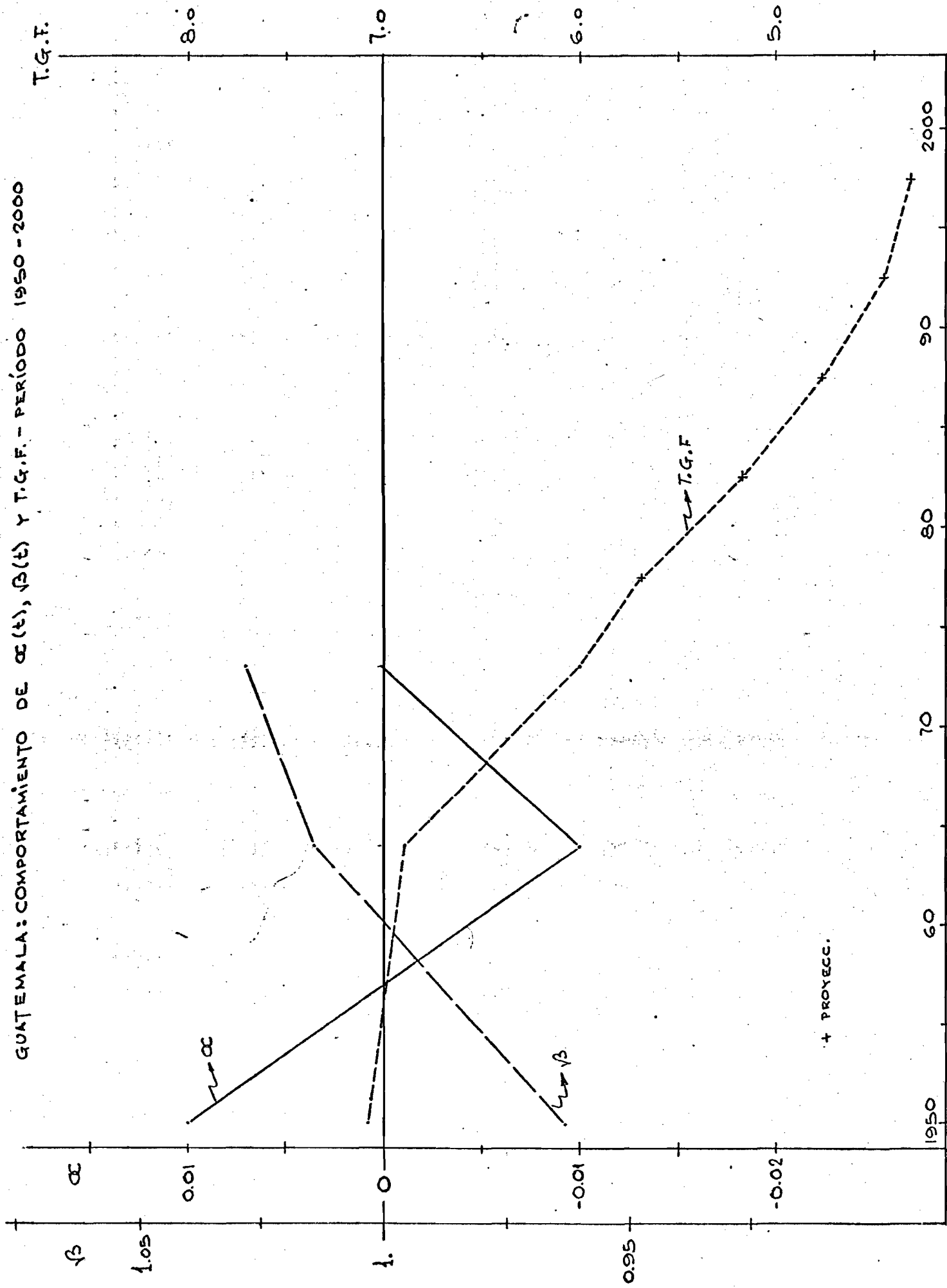
FUENTE: CUADRO N° C-1

GRÁFICO N° C-3  
GUATEMALA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVAD. Y AJUSTAD.  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1973 —



FUENTE: CUADRO N° C-1

GUATEMALA: COMPORTAMIENTO DE  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  Y T.G.F. - PERIODO 1950-2000



+ PROYECC.

PANAMA

CUADROS N° D-1 Estructuras observadas y ajustadas

GRAFICOS N° D-1

D-2

D-3 } Estructura observada y ajustada

D-4

D-5 Comportamiento de  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$

CUADRO N° 0-1

PANAMÁ: ESTRUCTURAS DE LA FEC. POR EDADES OBSERVADAS Y AJUSTADAS MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ - (1960 - 1976)

1960

1965

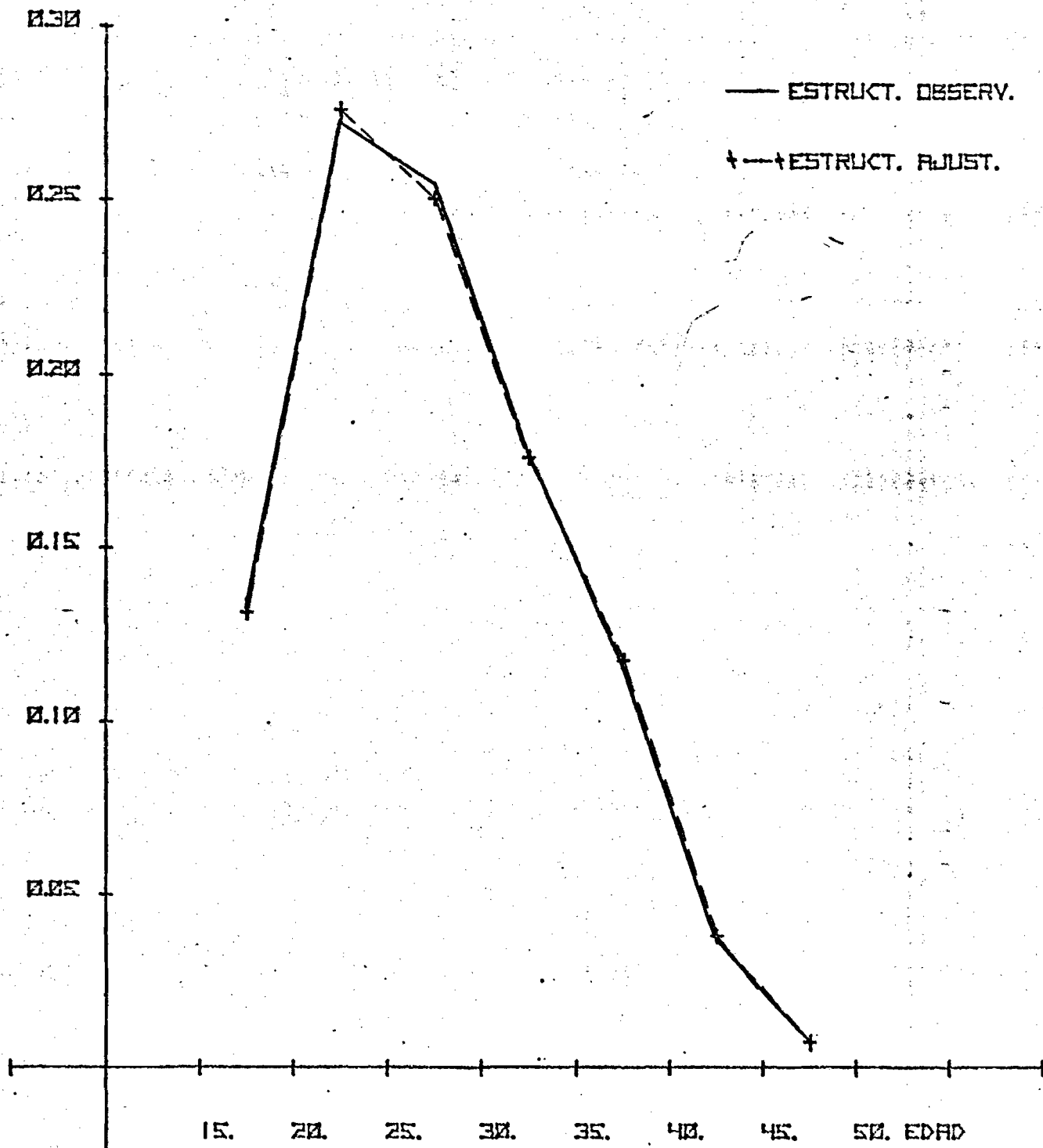
1970

1976

| GRUPO DE EDADES | OBSERV.             | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | ESTÁNDAR | V <sup>s</sup> (X) |
|-----------------|---------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|----------|--------------------|
| 15 - 19         | 13.28               | 13.20    | 13.44   | 13.56    | 13.32   | 13.28    | 14.28   | 14.21    | 13.54    | —                  |
| 20 - 24         | 27.27               | 27.65    | 28.20   | 28.05    | 26.97   | 26.80    | 27.93   | 27.91    | 27.58    | 0.69297            |
| 25 - 29         | 25.53               | 25.08    | 25.12   | 25.07    | 24.24   | 24.64    | 24.49   | 24.69    | 24.88    | -0.11803           |
| 30 - 34         | 17.79               | 17.64    | 17.11   | 17.41    | 18.10   | 17.80    | 17.05   | 17.20    | 17.53    | -0.87816           |
| 35 - 39         | 11.60               | 11.81    | 11.71   | 11.50    | 12.13   | 12.35    | 11.77   | 11.48    | 11.80    | -1.71490           |
| 40 - 44         | 3.74                | 3.86     | 3.71    | 3.70     | 4.37    | 4.24     | 3.75    | 3.76     | 3.89     | -3.03971           |
| 45 - 49         | 0.79                | 0.76     | 0.70    | 0.71     | 0.88    | 0.89     | 0.73    | 0.75     | 0.78     | -4.85182           |
| $\alpha$        | 0.008               |          | -0.012  |          | 0.026   |          | -0.027  |          |          |                    |
| $\beta$         | 1.007               |          | 1.015   |          | 0.977   |          | 1.003   |          |          |                    |
| T.G.F.          | 5.37                |          | 5.47    |          | 5.10    |          | 4.12    |          |          |                    |
| QUINQUENIOS     | T.G.F. (Proyección) |          |         |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1975 - 1980     | 4.12                |          |         |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1980 - 1985     | 3.57                |          |         |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1985 - 1990     | 3.24                |          |         |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1990 - 1995     | 3.01                |          |         |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1995 - 2000     | 2.85                |          |         |          |         |          |         |          |          |                    |

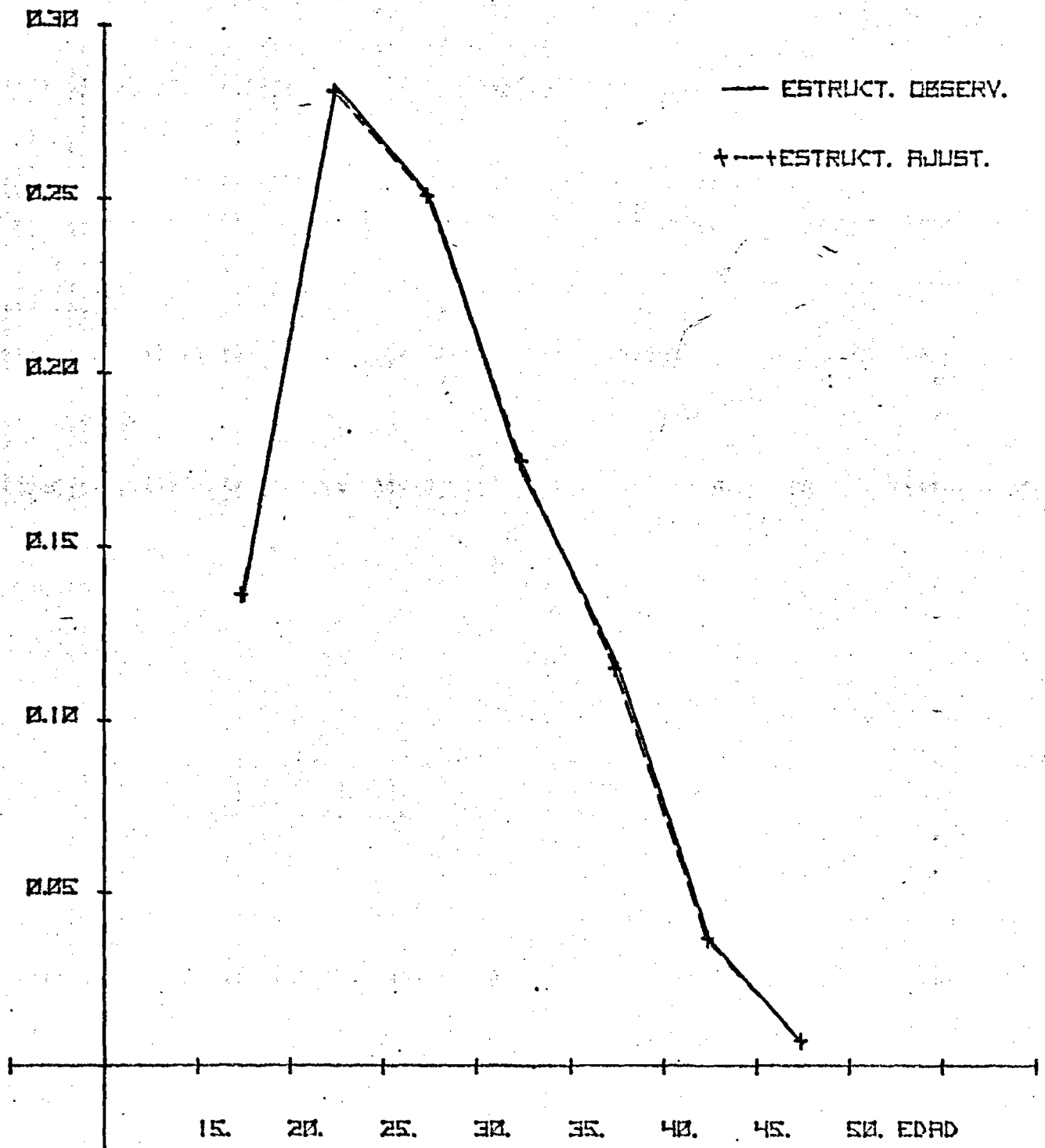
20

GRÁFICO N° D-1  
 PANAMA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA  
 MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
 — 1960 —



FUENTE: CUADRO N° D-1

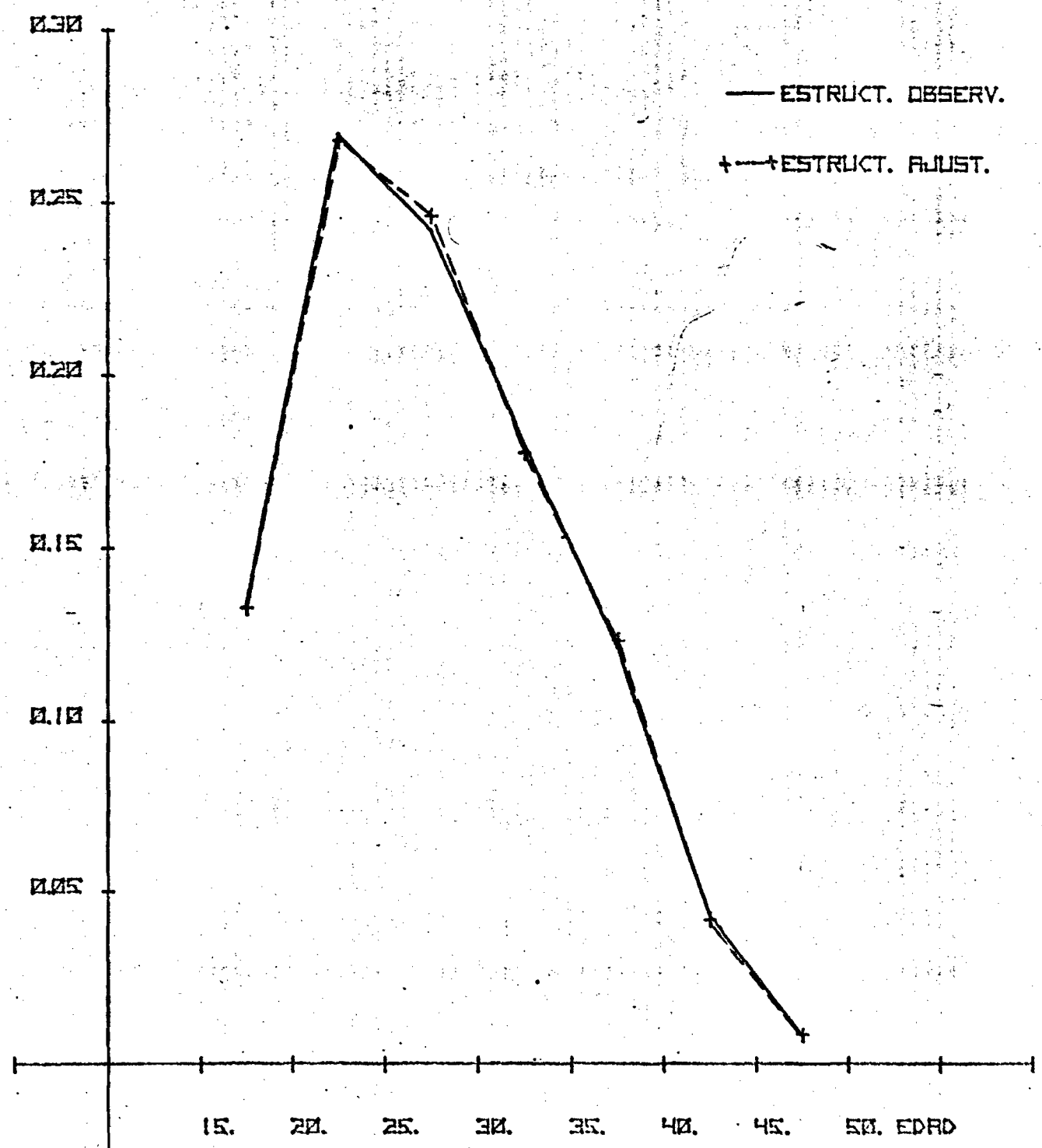
GRÁFICO N° D-2  
PANAMÁ: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVAD Y AJUSTAD  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1965 —



FUENTE: CUADRO N° D-1



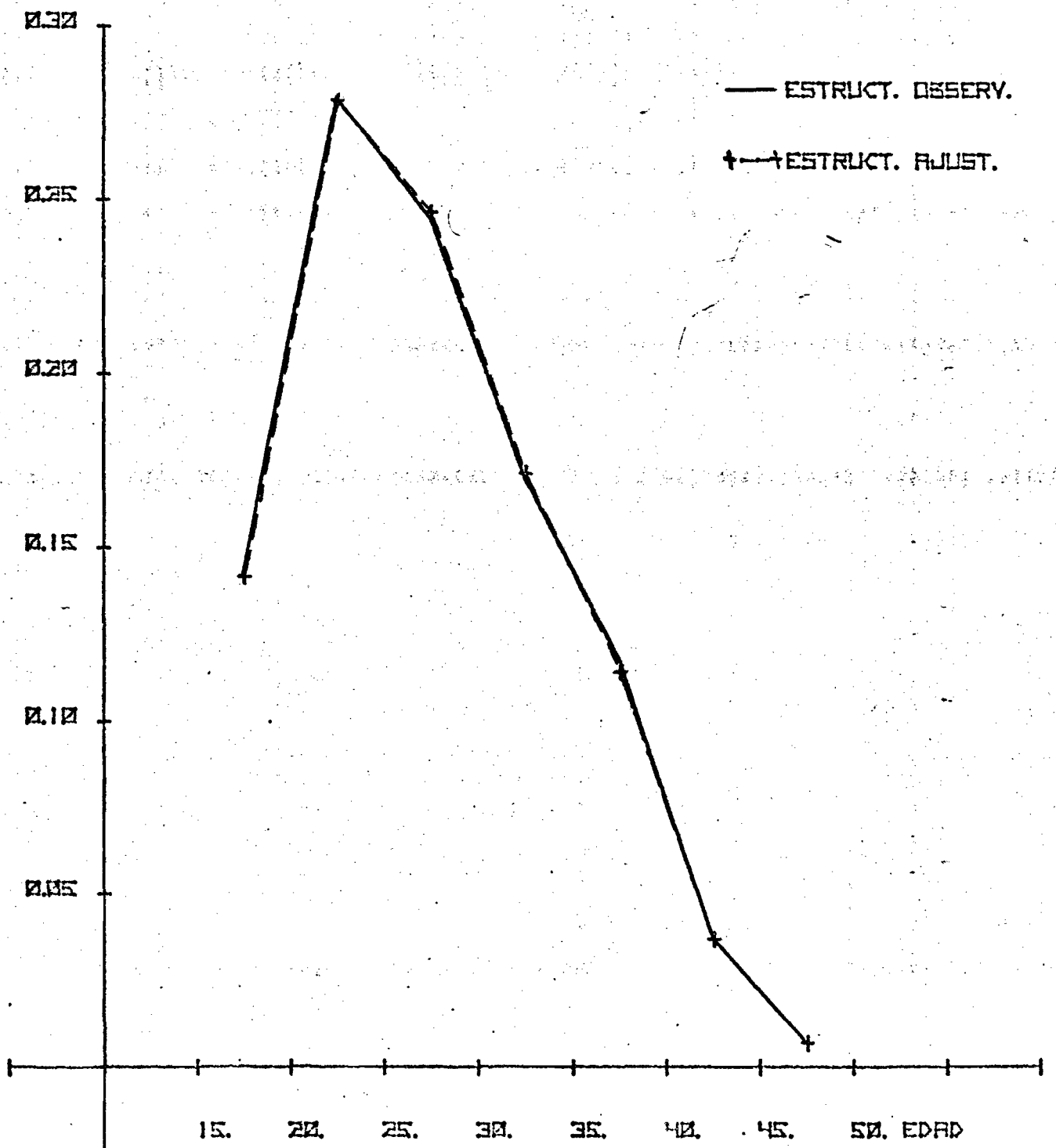
PANAMA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVAD. Y AJUSTAD  
MEDIANTE LA FUNCION LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1970 —



FUENTE: CUADRO N° D-1

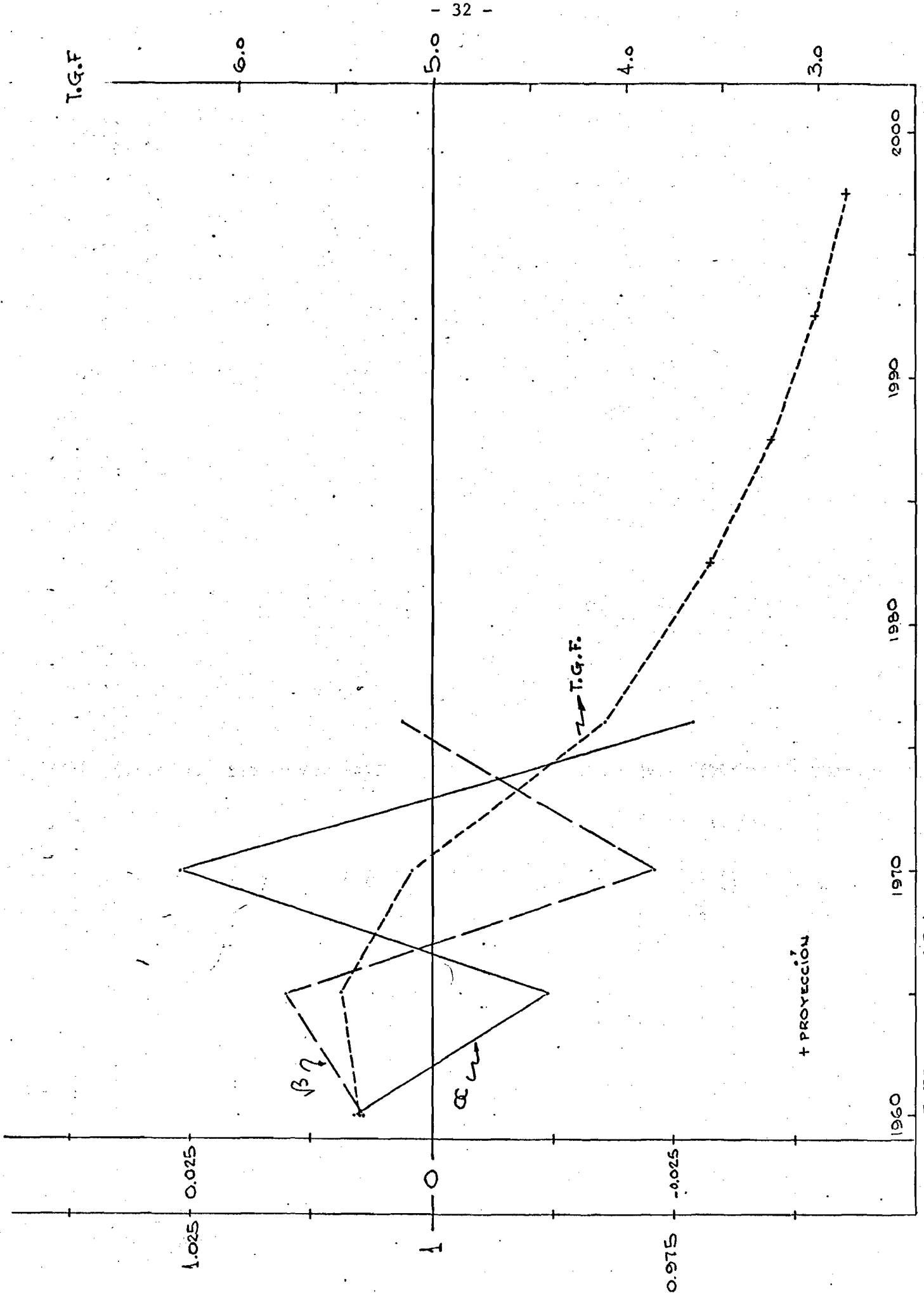
- 31 -

GRÁFICO N° D-4  
PANAMA: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVAD. Y AJUSTAD.  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1976 —



FUENTE: CUADRO N° D-1

GRÁFICO N° D-5.  
 PANAMÁ: COMPORTAMIENTO DE  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  Y T.G.F. - PERÍODO 1960 - 2000



FUENTE: CUADRO NED-1

+ PROYECCIÓN

T.G.F.

$\beta$

$\alpha$

T.G.F.

PERU

CUADROS N° E-1 Estructuras  
N° 2 Valores de  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  proyectados

GRAFICOS N° E-1  
E-2 } Estructuras observada y ajustada  
E-3  
E-4 Comportamiento de  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$   
E-5 Estructuras proyectadas

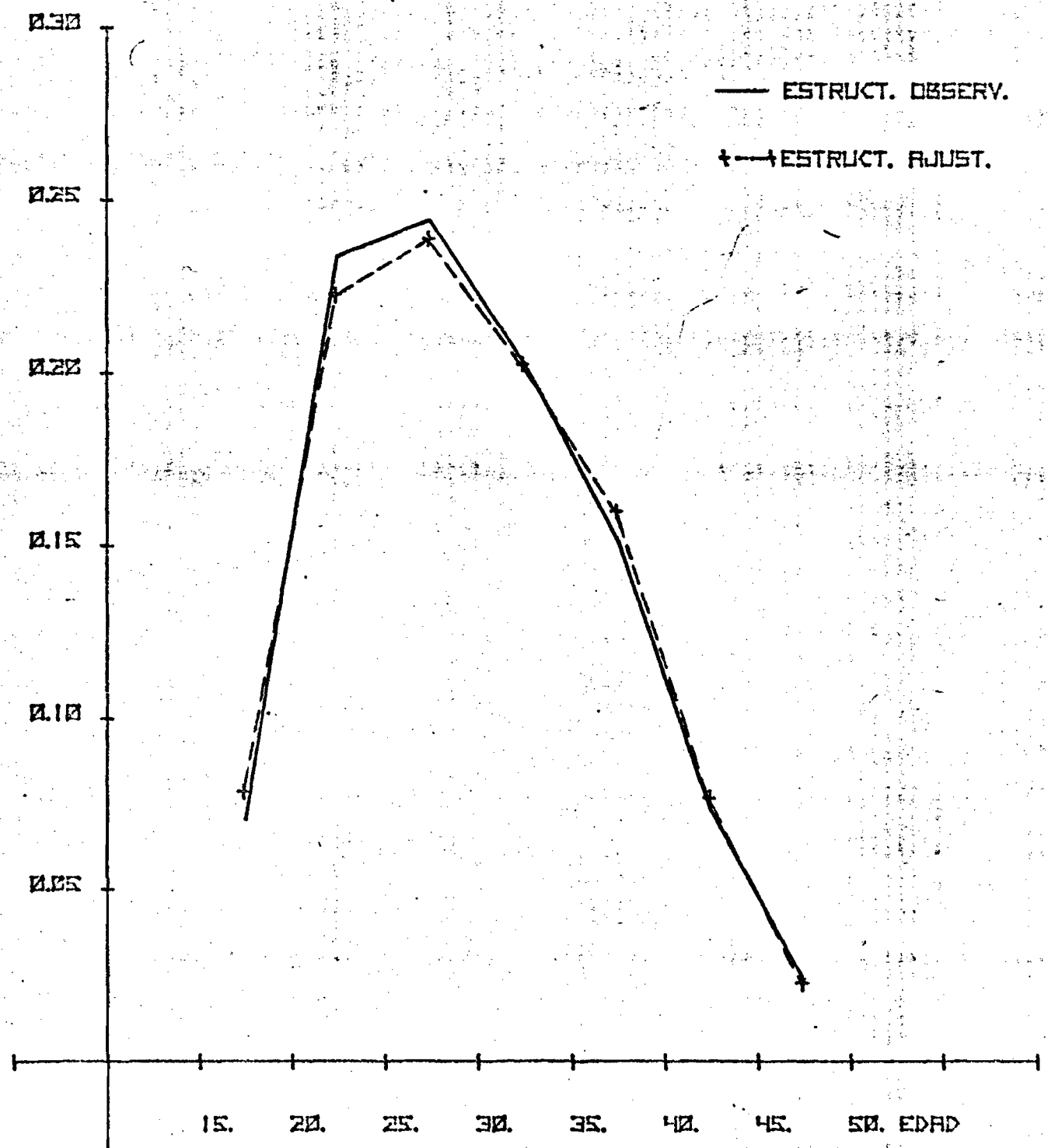
CUADRO N° E-1

PERU: ESTROCTURAS DE FEC. POR EDADES OBSERVADAS Y AJUSTADAS MEDIANTE LA FUNCION LINEALIZADA DE GOMPERTZ - (1940 - 1972)

1940 1961 1972

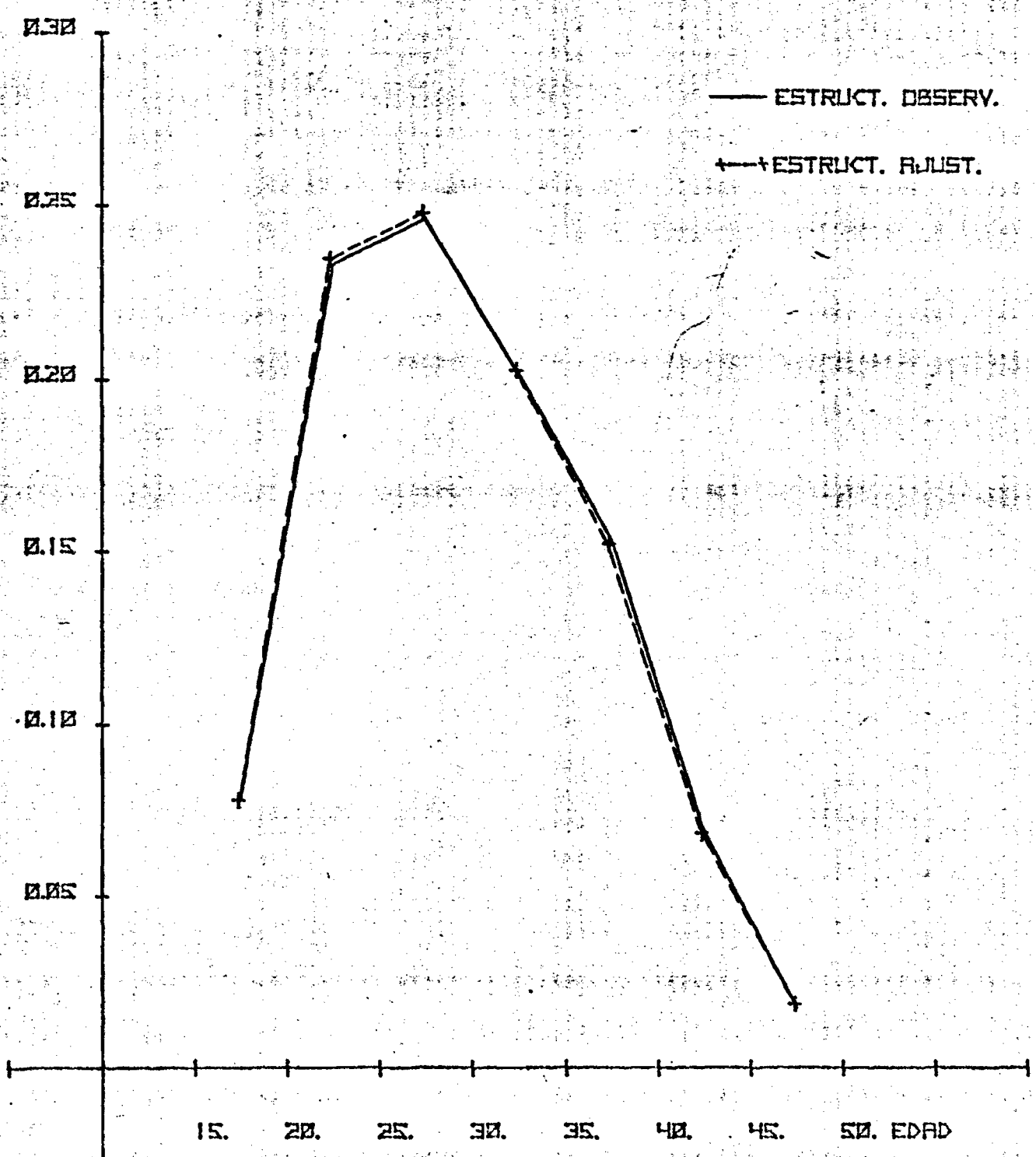
| GRUPOS DE EDADES | OBSERV.                    | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | OBSERV. | AJUSTAD. | ESTÁNDAR | V <sup>s</sup> (x) |
|------------------|----------------------------|----------|---------|----------|---------|----------|----------|--------------------|
| 15 - 19          | 7.07                       | 7.83     | 7.87    | 7.75     | 8.64    | 7.75     | 7.87     | —                  |
| 20 - 24          | 23.36                      | 22.22    | 23.25   | 23.41    | 23.44   | 24.69    | 23.35    | 0.93322            |
| 25 - 29          | 24.40                      | 23.85    | 24.60   | 24.76    | 24.89   | 25.60    | 24.63    | 0.15222            |
| 30 - 34          | 20.30                      | 20.22    | 20.21   | 20.24    | 20.04   | 20.12    | 20.18    | -0.54003           |
| 35 - 39          | 15.14                      | 15.96    | 15.34   | 15.20    | 15.21   | 14.35    | 15.23    | -1.29379           |
| 40 - 44          | 7.31                       | 7.65     | 6.92    | 6.82     | 6.43    | 6.02     | 6.89     | -2.38995           |
| 45 - 49          | 2.41                       | 2.26     | 1.80    | 1.83     | 1.41    | 1.47     | 1.87     | -3.96976           |
| CC               |                            | 0.038    |         | 0.001    |         | -0.042   |          |                    |
| √                |                            | 0.962    |         | 1.006    |         | 1.051    |          |                    |
| T.G.F.           |                            | 6.66     |         | 6.36     |         | 5.61     |          |                    |
| QUINQUENIOS      | T.G.F. (Proyección Propia) |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1975 - 1980      | 5.26                       |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1980 - 1985      | 4.94                       |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1985 - 1990      | 4.67                       |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1990 - 1995      | 4.43                       |          |         |          |         |          |          |                    |
| 1995 - 2000      | 3.81                       |          |         |          |         |          |          |                    |

GRAFICO N° E-1  
PERU: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERV. Y AJUSTAD  
MEDIANTE LA FUNCION LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1940 —



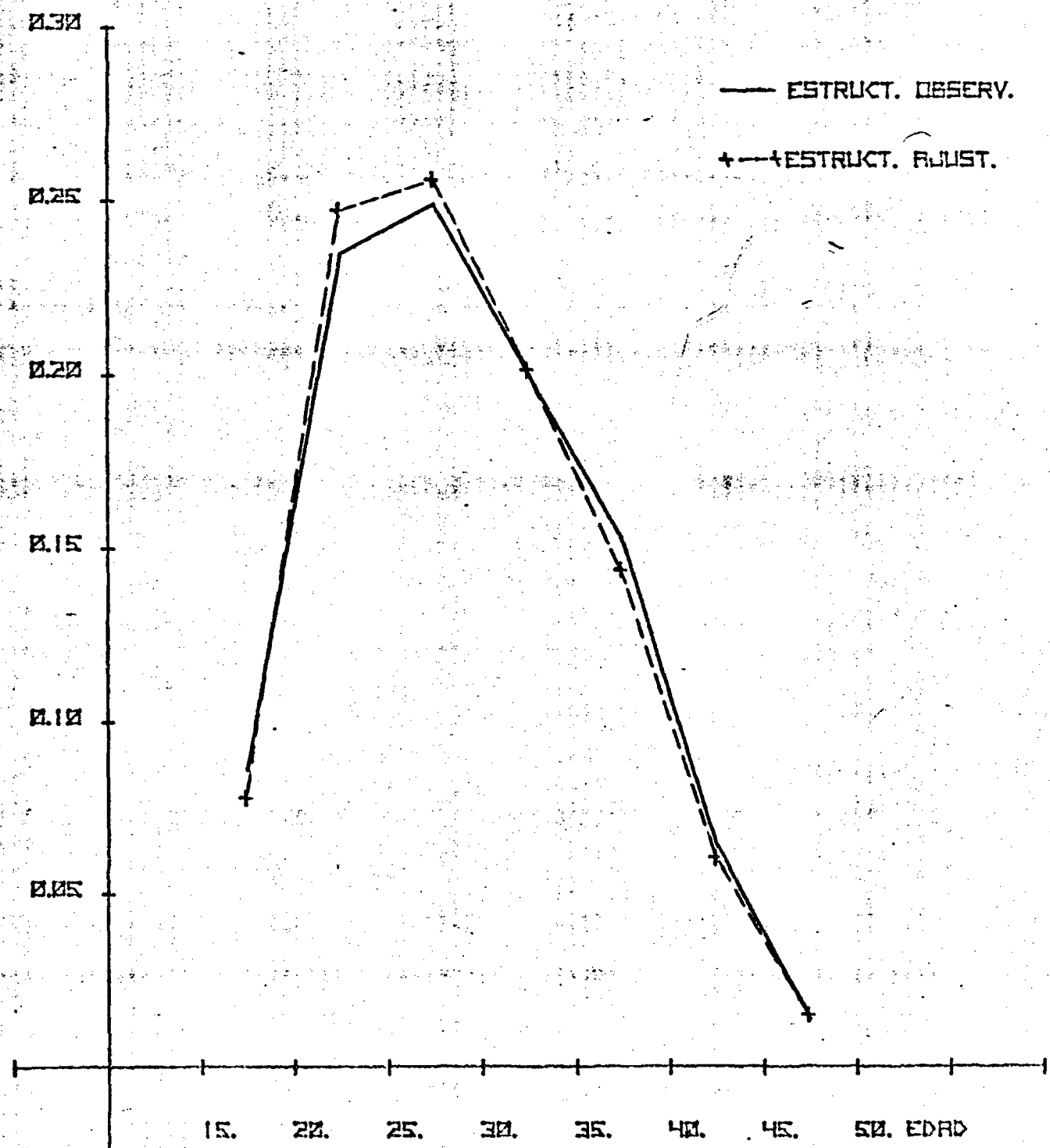
FUENTE: CUADRO N° E-1

PERU: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVAD. Y AJUSTADA  
MEDIANTE LA FUNCION LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1961 —



FUENTE: CUADRO N° E-1

GRÁFICO N° E-3  
PERÚ: ESTRUCTURAS DE FECUNDIDAD OBSERVADA Y AJUSTADA  
MEDIANTE LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ  
— 1972 —



FUENTE: CUADRO N° E-1



GRÁFICO N° E-4,  
 PERÚ: COMPORTAMIENTO DE  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  Y T.G.F.  
 PERÍODO (1940 - 2000)

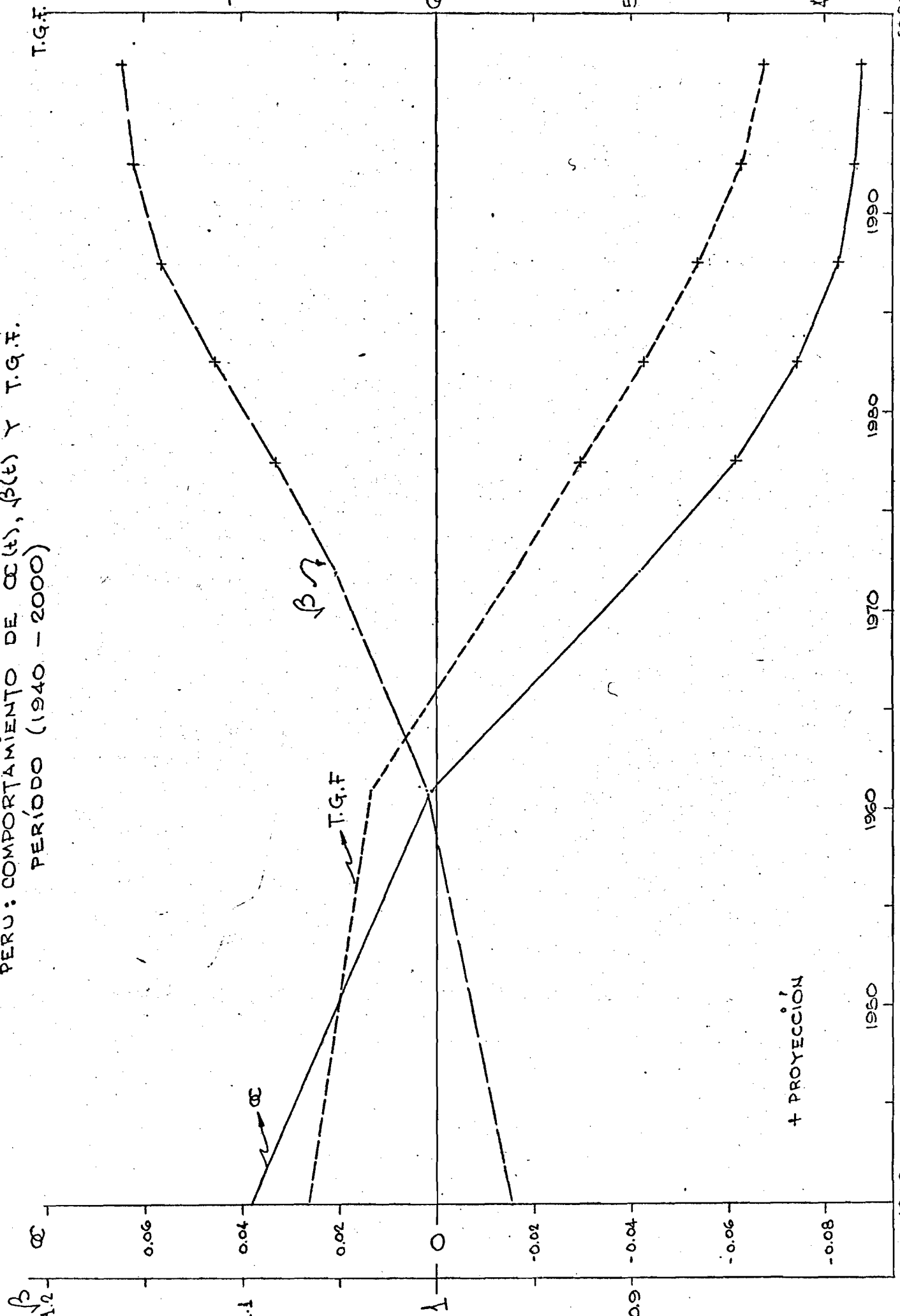
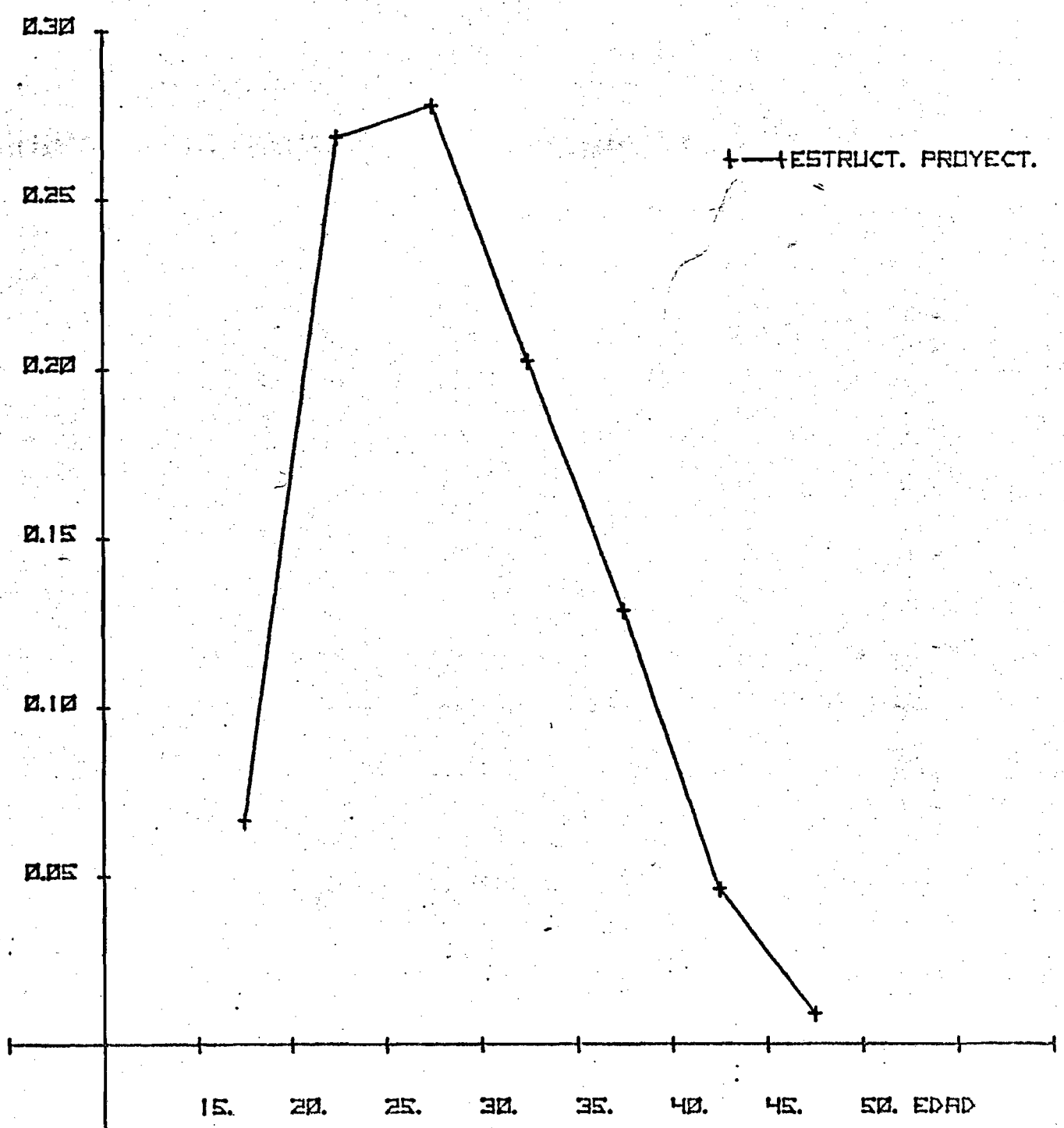


GRÁFICO Nº E-5  
PERÚ: ESTRUCTURA DE LA FECUND. POR EDADES PROYECT.  
CON LA FUNCIÓN LINEALIZADA DE GOMPERTZ.-  
PERÍODO-(1995-2000)



FUENTE: CUADRO Nº 2

CUADRO N° 2  
 $\alpha(t)$  Y  $\beta(t)$  PROYECTADOS PARA CHILE, COSTA RICA Y PERU (1980 - 95/20)

| QUINQUENIOS | CHILE       |            |  | COSTA RICA  |            |  | PERU        |            |  |
|-------------|-------------|------------|--|-------------|------------|--|-------------|------------|--|
|             | $\alpha(t)$ | $\beta(t)$ |  | $\alpha(t)$ | $\beta(t)$ |  | $\alpha(t)$ | $\beta(t)$ |  |
| 1975 - 1980 | -0.219      | 1.072      |  | -0.192      | 1.015      |  | -0.0613     | 1.082      |  |
| 1980 - 1985 | -0.237      | 1.110      |  | -0.222      | 1.024      |  | -0.074      | 1.114      |  |
| 1985 - 1990 | -0.254      | 1.124      |  | -0.         | 1.030      |  | -0.083      | 1.141      |  |
| 1990 - 1995 | -0.265      | 1.140      |  | -0.244      | 1.034      |  | -0.086      | 1.155      |  |
| 1995 - 2000 | -0.276      | 1.148      |  | -0.248      | 1.035      |  | -0.088      | 1.162      |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |
|             |             |            |  |             |            |  |             |            |  |

FUENTE: GRAFICOS N°: A-5, B-5 Y E-4