

**CAMBIOS EN EL EMPLEO, LA EDAD DE JUBILACION
Y LA FECUNDIDAD: SUS REPERCUSIONES SOBRE
LA DEPENDENCIA ECONOMICA Y EL
INGRESO PER CAPITA**

Jorge H. Bravo*
(CELADE)

RESUMEN

En este artículo se desarrollan relaciones demográfico-económicas de tipo contable para analizar los impactos de los cambios en el desempleo, en la edad de jubilación, y en la fecundidad sobre la dependencia económica y el ingreso por habitante. En general, la magnitud de los dos primeros efectos, así como el tamaño y el sentido en que actúa el tercero de ellos, depende de la distribución etaria de la población total y de la fuerza de trabajo. Estas relaciones se expresan formalmente, realizándose una descomposición de los cambios del índice de dependencia y del ingreso per cápita debidos a cada uno de sus factores, los que se evalúan en seis países latinoamericanos.

Los resultados son bastante variables según país respecto de los cambios en el desempleo y la fecundidad, y relativamente uniformes en cuanto a las repercusiones de los cambios en la edad de jubilación. El análisis sugiere que la mayoría de los países de América Latina no han alcanzado, a la fecha, la etapa en que reducciones pequeñas de la fecundidad desde los niveles actuales serían claramente perjudiciales para la dependencia y el ingreso per cápita, aunque existen diferencias sustanciales en el grado en que esas reducciones serían beneficiosas.

(DISTRIBUCION POR EDAD)

(DEPENDENCIA ECONOMICA)

(INGRESO PER CAPITA)

(DESEMPLEO)

(EDAD DE SALIDA DE LA VIDA ACTIVA)

*Agradezco a Ronald Lee, Andras Uthoff, Patricio Arrau y Timothy Miller por sus valiosos comentarios a este trabajo.

**CHANGES IN EMPLOYMENT, RETIREMENT AGE AND
FERTILITY: THEIR EFFECTS ON ECONOMIC
DEPENDENCY AND PER CAPITA INCOME**

SUMMARY

In this article, demographic-economic accounting relations are developed to analyze the impacts of changes in unemployment, in the age of retirement and in fertility on economic dependency and earnings per capita. In general, the magnitude of the first two, and both the size and direction of the third of these effects depend on the population and the labor force age distribution. Here, these relations are formally expressed, and a decomposition of the changes in dependency and income due to each one of their factors is carried out in six Latin American countries.

The results vary substantially across countries in regard to changes in unemployment and fertility, but are relatively uniform regarding the changes in the age at retirement. The analysis suggests that most of the countries of the Latin American region have not reached to date the stage where small reductions in fertility would be clearly detrimental to dependency and per capita income, although there are important differences among them in the degree to which small reductions would be beneficial.

(AGE DISTRIBUTION)
(PER CAPITA INCOME)
(AGE AT RETIREMENT)

(ECONOMIC DEPENDENCE)
(UNEMPLOYMENT)

INTRODUCCION

El tema de las consecuencias macro-económicas de las variaciones en los perfiles etarios de la población ha recibido escasa atención en las investigaciones y los análisis de política efectuados recientemente en la región de América Latina. En el trasfondo de esta situación hay una escasez de modelos analíticos sencillos, pero a la vez rigurosos, que puedan ayudar a orientar las evaluaciones y los debates en materia de políticas. En respuesta a este tipo de preocupaciones, este artículo se propone examinar, de manera muy simplificada, algunas relaciones entre la estructura etaria de la población, la dependencia económica y el ingreso por habitante. Se espera contribuir de este modo con algunos elementos para el análisis de los efectos de cambios en el desempleo, en la edad al retiro y en la fecundidad, sobre el ingreso por habitante.

El presente análisis se ha simplificado al menos en dos sentidos. Por una parte, se centra en los efectos del cambio de la distribución etaria, y no considera explícitamente los efectos de los cambios en el tamaño de la población: no obstante que los dos están en realidad relacionados, en lo que sigue se toman en cuenta sólo los efectos del crecimiento de la población que se expresan a través de su repercusión en la estructura etaria. No tenemos conocimiento de la existencia de pruebas concluyentes respecto de la región de América Latina que muestren que el crecimiento demográfico en sí haya tenido un efecto significativo en el crecimiento económico, ya sea positivo o negativo, y existen al parecer tantos casos en los que la relación observada va en una como en otra dirección. Tampoco está claro hasta ahora cuál es la importancia de las repercusiones del cambio de la distribución etaria; el presente documento trata de aclarar algunas ideas básicas respecto de cómo evaluar su importancia.

El análisis se ha simplificado también en el sentido que no se tiene en cuenta ningún tipo de interacción causal entre las variables demográficas y económicas analizadas; sólo utilizamos las relaciones contables más elementales entre ellas. Ello implica limitaciones obvias, pero permite efectuar un análisis y una exposición simples y claros. Análisis más complejos, que incorporen interacciones (como en un contexto de equilibrio general) podrán hacerse de manera más productiva una vez que se hayan comprendido cabalmente las relaciones más básicas. Como se muestra en el documento, incluso a este nivel surgen varias de las sutilezas inherentes al tema.

En la primera parte del artículo se presentan algunas definiciones del concepto de dependencia económica, se especifican los efectos de los cambios de sus componentes demográficos y económicos y se establece un vínculo sencillo entre la relación de dependencia y el ingreso por habitante en una población cualquiera. Estas, junto con otras derivaciones contenidas en las secciones siguientes, nos permiten evaluar el impacto de los cambios en materia de empleo, jubilación, y fecundidad sobre la relación de dependencia y el ingreso por habitante. Se concluye con una síntesis y discusión general.

Desde el punto de vista de política, en este artículo se logra un análisis simplificado sacrificando cierto realismo; tal como se expresa en lo que sigue, los resultados corresponden a efectos de primer orden, los que podrían ser parcialmente compensados en el caso del desempleo y la edad de jubilación, pero probablemente sean reforzados en el caso de la fecundidad. En el texto principal se presentan únicamente las ecuaciones de carácter más crucial; en el apéndice se definen y se derivan en detalle todas las variables, relaciones y ecuaciones.

El enfoque general adoptado en este artículo está relacionado con los análisis de transferencias intergeneracionales (Arthur y McNicoll, 1978; Lee, 1980 y 1990; Preston, 1982), que prestan mayor atención al ingreso o consumo a lo largo del ciclo de vida. Este artículo se concentra en la dependencia económica y el ingreso en la población como un todo, e ignora los efectos de dilución de capital que se abordan en algunos de los estudios mencionados.

Para ilustrar estas relaciones en el contexto real de la diversidad demográfica en la región, se seleccionaron seis países de América Latina: el conjunto incluye países que se hallan en una etapa avanzada de transición demográfica (Argentina y Cuba), en una etapa intermedia (Chile y México) y en una incipiente (Bolivia y Perú).

I. DEPENDENCIA ECONOMICA: FACTORES DEMOGRAFICOS Y ECONOMICOS

El concepto de dependencia económica, definido a un nivel macro, se refiere a la carga que representa para la sociedad el número de personas que necesitan del sustento económico de quienes generan ingresos. Habida cuenta que para la mayoría de las personas la fuente principal de ingresos es su trabajo y que hay edades en que el trabajo remunerado prácticamente no existe (niños de corta edad y ancianos), una definición muy gruesa pero bastante difundida del índice de dependencia es el cociente entre el número de personas comprendidas en las edades extremas y el tamaño de la población en edad de trabajar. Esta razón puede expresarse como $R_{\alpha} = (1 - \alpha) / \alpha$, donde α es la proporción de la población en edad de trabajar. Una vez definidas las edades límites, el valor de R_{α} depende exclusivamente de las variables demográficas que determinan la distribución etaria de la población. La tendencia general ascendente de la proporción de adultos en la población de los países latinoamericanos, que se inicia alrededor de

1970 (primordialmente un reflejo de la tendencia descendente de la fecundidad) determina una tendencia decreciente de la dependencia.

Pero la “carga demográfica” (como se la llama a veces) no recae, en rigor, sobre toda la población en edad de trabajar, sino principalmente sobre quienes tienen la responsabilidad de proveer ingresos, es decir, la población económicamente activa. Esto nos lleva a considerar una segunda definición de dependencia, también muy difundida: la razón entre las personas económicamente inactivas y la población activa, que puede escribirse como: $R_{\beta} = (1-\alpha\beta)/\alpha\beta$, donde β representa la tasa de participación total de la fuerza laboral (es decir, la proporción de personas activas entre quienes están en edad de trabajar). Las estimaciones y proyecciones de la OIT (1986) muestran que la población económicamente activa es muy heterogénea. Se pueden distinguir al menos dos subgrupos principales: los adultos jóvenes (menores de 55 años) que en general presentan tasas de participación elevadas y crecientes en el tiempo, y los adultos mayores (55 años y más) con una participación baja y decreciente en la fuerza de trabajo.

De los hechos expuestos y la definición de R_{β} resulta que la relación de dependencia es menor cuanto mayor sea el tamaño de la población en edad de trabajar y cuanto más alta sea la tasa de participación de la fuerza total de trabajo. Pero ésta última depende, a su vez, de la composición etaria de la población adulta: si se concentra más en las edades en que las tasas de actividad son las más elevadas, la tasa de participación total será mayor y la tasa de dependencia menor, y viceversa. De modo que se puede afirmar que la transición demográfica, que involucra el envejecimiento de la población a mediano y largo plazo, presenta al menos dos efectos discernibles sobre la dependencia: por una parte, un incremento de la proporción de los que están en edad de trabajar –que disminuye la dependencia– y, por otra, el envejecimiento de la población adulta que tiende a reducir la participación total y, por consiguiente, a incrementar la relación de dependencia. En la medida en que la menor fecundidad es acompañada por una mayor participación de la mujer en la fuerza de trabajo, se refuerza la tendencia hacia una menor relación de dependencia.

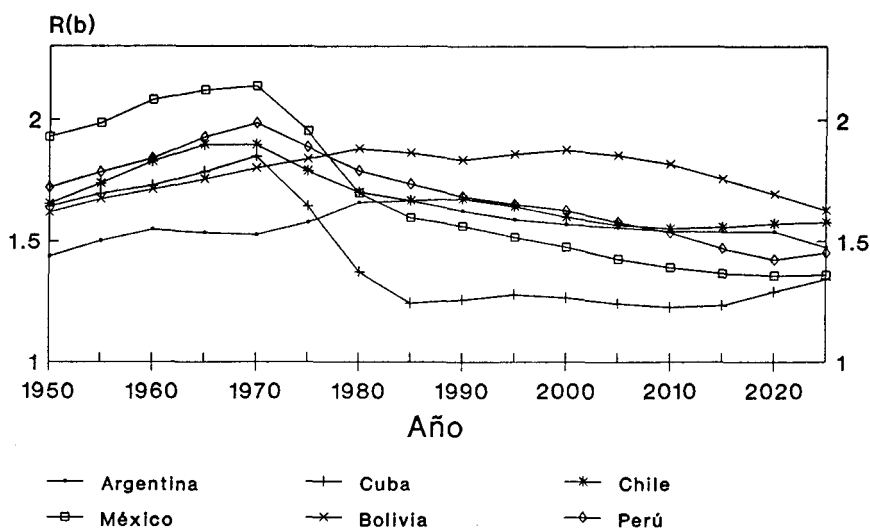
La combinación de estos factores determina el índice de dependencia R_{β} . En el gráfico 1 puede apreciarse que Argentina, Cuba, Chile, México y Perú, después de haber alcanzado un punto culminante alrededor de 1970, muestran una tendencia decreciente a partir de esa fecha, mientras que Bolivia mantiene una tendencia creciente que probablemente no se invertirá hasta por lo menos un decenio más a futuro. Quizá Cuba vea aumentar su relación de dependencia a contar del año 2015 aproximadamente.

Una descomposición algebraica de R_{β} nos permite comprobar (véase el cuadro 1) que los cambios demográficos pasados han sido en general favorables, en el sentido que se han combinado para reducir el grado de dependencia y han compensado el efecto a veces negativo de las tasas de participación de la fuerza de trabajo. Lo mismo es válido para las proyecciones futuras en los casos de Bolivia y Perú, pero en países como Cuba y Chile el “efecto demográfico” total

(el efecto combinado del incremento de la proporción de adultos y el del envejecimiento de la población adulta) se tornará negativo en los siguientes decenios si se concretan las proyecciones actuales; es decir, habrá un aumento de la dependencia como resultado del envejecimiento de la población.

Usando la descomposición de R_{β} para realizar una comparación *entre* países en el año 1990, se puede apreciar que las diferencias en la relación de dependencia respecto de Cuba (país que presenta el menor índice del grupo) se atribuyen fundamentalmente a una estructura etaria más joven en México, Perú y Bolivia, pero principalmente a una menor participación en la fuerza de trabajo en Argentina y Chile.

Gráfico 1
**RAZON DE DEPENDENCIA $R(b)$ * EN SEIS PAISES
 LATINOAMERICANOS, 1950-2025**



Fuente: CELADE (1990), OIT (1986).

* Definida como el cociente de los inactivos entre los económicamente activos.

Cuadro 1

**CAMBIOS EN LA RAZON DE DEPENDENCIA DEBIDOS A CAMBIOS
EN LA ESTRUCTURA ETARIA Y A LAS TASAS DE
PARTICIPACION LABORAL**

<i>Argentina</i>	Valores medios				
	α	n_1	β_1	β_2	R_β
1950-1975	0.79	0.83	0.55	0.37	1.51
1975-2000	0.81	0.79	0.55	0.28	1.57
2000-2025	0.83	0.77	0.55	0.25	1.52
	Cambios en R_β debidos a:				
	α	n_1	β_1	β_2	
1950-1975	-0.04	0.06	0.03	0.10	
1975-2000	-0.06	0.03	-0.02	0.05	
2000-2025	-0.08	0.04	-0.03	0.02	

<i>Cuba</i>	Valores medios				
	α	n_1	β_1	β_2	R_β
1950-1975	0.75	0.84	0.52	0.42	1.65
1975-2000	0.80	0.80	0.57	0.31	1.46
2000-2025	0.86	0.72	0.60	0.27	1.30
	Cambios en R_β debidos a:				
	α	n_1	β_1	β_2	
1950-1975	-0.01	0.02	-0.16	0.14	
1975-2000	-0.29	0.04	-0.19	0.05	
2000-2025	-0.07	0.19	-0.08	0.03	

<i>Chile</i>	Valores medios				
	α	n_1	β_1	β_2	R_β
1950-1975	0.74	0.86	0.51	0.40	1.72
1975-2000	0.78	0.84	0.51	0.30	1.70
2000-2025	0.82	0.79	0.53	0.26	1.59
	Cambios en R_β debidos a:				
	α	n_1	β_1	β_2	
1950-1975	-0.08	0.00	0.11	0.10	
1975-2000	-0.16	0.03	-0.12	0.06	
2000-2025	-0.12	0.13	-0.05	0.02	

Cuadro 1 (conclusión)

<i>México</i>	Valores medios				
	α	n_1	β_1	β_2	R_β
1950-1975	0.67	0.89	0.50	0.50	1.94
1975-2000	0.72	0.88	0.52	0.44	1.71
2000-2025	0.81	0.83	0.55	0.37	1.42
	Cambios en R_β debidos a:				
	α	n_1	β_1	β_2	
1950-1975	0.08	-0.00	-0.07	0.02	
1975-2000	-0.43	0.01	-0.11	0.05	
2000-2025	-0.16	0.08	-0.09	0.06	
<i>Bolivia</i>	Valores medios				
	α	n_1	β_1	β_2	R_β
1950-1975	0.69	0.89	0.53	0.51	1.73
1975-2000	0.69	0.89	0.51	0.46	1.86
2000-2025	0.72	0.89	0.52	0.38	1.75
	Cambios en R_β debidos a:				
	α	n_1	β_1	β_2	
1950-1975	0.03	0.00	0.19	0.01	
1975-2000	-0.00	-0.00	-0.01	0.04	
2000-2025	-0.23	0.01	-0.08	0.06	
<i>Perú</i>	Valores medios				
	α	n_1	β_1	β_2	R_β
1950-1975	0.70	0.88	0.51	0.49	1.81
1975-2000	0.73	0.88	0.51	0.44	1.76
2000-2025	0.80	0.83	0.52	0.37	1.54
	Cambios en R_β debido a:				
	α	n_1	β_1	β_2	
1950-1975	0.03	-0.00	0.11	0.03	
1975-2000	-0.29	0.01	-0.03	0.05	
2000-2025	-0.21	0.06	-0.08	0.06	

Nota: α = proporción de la población en edad de trabajar; n_1 = proporción de "jóvenes" (menores de 55 años) entre los adultos; β_i = tasa de participación laboral del grupo etario i ; $i=1$ menores de 55, $i=2$ de 55 y más años. La descomposición se basa en la diferenciación total de R_β : $dR_\beta = -(1+R_\beta) \left[\frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{\beta} \cdot dn_1 + \frac{n_1}{\beta} \cdot d\beta_1 + \frac{n_2}{\beta} \cdot d\beta_2 \right]$.

II. DEPENDENCIA E INGRESO POR HABITANTE

Aun cuando pueda decirse que todos los que conforman la fuerza de trabajo son *responsables* del sustento económico de toda la población, sólo quienes trabajan realmente generan ingresos con esa finalidad. En consecuencia, parece útil examinar una tercera manera de medir la dependencia, muy poco utilizada, que se define como el cociente de los no-ocupados respecto del número de empleados en la población, lo que puede expresarse como

$$R_{\epsilon} = (1 - \alpha\beta\epsilon) / \alpha\beta\epsilon \quad (1)$$

donde ϵ representa la tasa de empleo (1 menos la tasa de desempleo) de la fuerza de trabajo. Una mayor proporción de personas en edad de trabajar, una mayor participación en la fuerza de trabajo, así como una menor tasa de desempleo producen una menor dependencia, definida en estos términos.

Si las tasas de participación fueran elevadas y estables y las tasas de desempleo fueran bajas y relativamente constantes, las tres definiciones serían prácticamente equivalentes. Pero sucede que al menos en la realidad de América Latina, la participación en la fuerza de trabajo muestra tendencias persistentes y el desempleo fluctúa ampliamente de un quinquenio a otro, e incluso de un año a otro. De modo que en el corto plazo (uno a cinco años), los cambios que se producen en R_{ϵ} se ven afectados principalmente por las fluctuaciones del desempleo, mientras que a mediano y largo plazos son determinados más bien por las tendencias de la participación en la fuerza de trabajo y la estructura etaria de la población.

Esta manera de definir el índice de dependencia nos permite escribir una relación sencilla con el ingreso por persona (y):

$$y = w / (1 + R_{\epsilon}) \quad (2)$$

donde w es el salario o ingreso medio por *trabajador*. Lo que esta ecuación nos dice es muy simple: en promedio, cada trabajador (que gana en término medio un sueldo w) divide su ingreso entre sí mismo, más el número de personas que debe mantener (R_{ϵ}). El ingreso por habitante es tanto mayor cuanto más altos sean los salarios medios por trabajador y cuanto menor sea la relación de dependencia. La ecuación (2) representa una manera de relacionar los factores (demográficos y económicos) que determinan R_{ϵ} con los ingresos por persona y permite comparar cuantitativamente cualesquiera de los cambios antes mencionados con los efectos de los incrementos de la productividad que se reflejan en aumentos salariales.

Como en el caso de R_{β} , se puede efectuar una descomposición de los efectos sobre el ingreso por persona debidos a cambios en cada uno de sus factores. Hacemos tal cosa en la siguiente sección, en el contexto de

simulaciones de corto plazo. Técnicas de descomposición similares, aunque mucho más simples en su especificación demográfica, han sido aplicadas al análisis de desigualdad en los ingresos dentro de países latinoamericanos (por ejemplo Altimir y Piñera, 1977; Uthoff y Pollack, 1987).

III. SIMULACIONES

A continuación comparamos los efectos que ejercen sobre el ingreso por habitante los cambios en variables tales como el nivel de desempleo, la prolongación de la vida activa, y la fecundidad. Puesto que existe una relación inversa entre el ingreso por habitante y la dependencia, los resultados inciden en la relación de dependencia con signo opuesto. Se puede pensar que estos cambios son inducidos por políticas o, más en general, como variaciones exógenas en determinadas variables.¹ Dado que el contexto temporal del análisis es de corto plazo, los efectos de primer orden que se presentan a continuación son aproximaciones adecuadas. En la discusión final se explica cómo podrían cambiar los resultados al considerar interacciones de un orden mayor.

En un contexto real de política, la combinación de las acciones factibles y más convenientes varía de un país a otro; para algunos, la tasa de empleo o la participación en la fuerza de trabajo pueden ser elevadas y aumentarlas aún más podría ser difícil sin perturbar algún equilibrio macroeconómico o resultar políticamente problemático; en otros, la fecundidad puede ser demasiado baja y difícil de disminuir aún más, etc. Estas simulaciones muestran los efectos que tendría cada una de las políticas en caso de que pudieran ponerse en práctica; o dicho de otro modo, los efectos de determinados cambios exógenos en las variables. El “espacio de acciones posibles” de cada país y la eficacia relativa de las “políticas” están reflejados en el análisis, porque se considera la situación inicial de cada uno en la especificación de cada simulación y, como se verá en seguida, están incorporados en el cálculo de sus efectos.

Para el análisis, derivamos ecuaciones adicionales con el objeto de calcular los efectos de una disminución del desempleo, de la prolongación de la vida activa y de la reducción de la fecundidad, tomando como base la situación demográfica, la participación en la fuerza de trabajo y las condiciones de desempleo observadas alrededor de 1990. En el cuadro 2 se resumen los resultados matemáticos referidos a la elasticidad (es decir, el cambio porcentual

¹ Variables tales como la tasa de desempleo, la participación laboral y la fecundidad, se ven afectadas por determinantes más básicos (por ejemplo, el nivel de producción agregado, inflación, políticas de estabilización macroeconómica, en el caso del desempleo; educación en el caso de la participación laboral y la fecundidad, etc.), y son normalmente especificadas como endógenas en modelos económicos causales. Para los efectos del presente análisis de descomposición, los cambios pueden ser interpretados como inducidos por variaciones en los determinantes más básicos.

de y en respuesta a un incremento de 1 por ciento en determinada variable) de los ingresos por habitante respecto de los cambios en las tres variables antes mencionadas. Las simulaciones se especifican teniendo presente un horizonte temporal de corto plazo (entre cero y cinco años), período durante el cual estos cambios podrían hacerse efectivos. El gráfico 2 sintetiza los resultados de las tres simulaciones, las que se analizan en detalle a continuación.

Cuadro 2

**ELASTICIDAD DEL INGRESO PER CAPITA RESPECTO DE
LOS CAMBIOS EN EL DESEMPLEO, LA VIDA ACTIVA,
Y LA FECUNDIDAD**

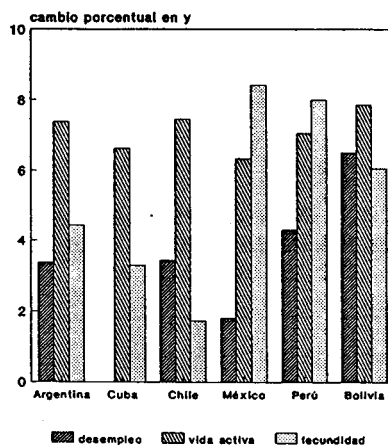
<i>Desempleo</i>	$\frac{-\mu}{(1-\mu)}$	< 0
<i>Vida Activa</i>		
(a) proporcional en todas las edades:	1	
(b) inclinada hacia los viejos:	A_L/\dot{A}_L	< 1
(c) inclinada hacia los jóvenes:	$\frac{(\Omega - A_L)}{(\Omega - \dot{A}_L)}$	> 1
<i>Fecundidad</i>		
(a) reducción de la dependencia de la niñez:	$\frac{-m(A_{a+} - A)}{bA_m}$	< 0
(b) envejecimiento de los adultos:	$\frac{m(A_{a+} - A_L)}{bA_m}$	≥ 0
(c) efecto total:	$\frac{-m(A_L - A)}{bA_m}$	≥ 0

Notación:

- μ = tasa de desempleo.
- A = edad media de la población.
- A_L = edad media de la fuerza de trabajo.
- \dot{A}_L = edad media de la fuerza de trabajo en la población estacionaria de referencia.
- A_{a+} = edad media de la población en edad de trabajar (mayor de a años).
- Ω = edad máxima de participación laboral.
- b = tasa de natalidad.
- A_m = edad media de procreación.
- m = promedio de las tasas de fecundidad específicas por edad.

Para las derivaciones, véase el apéndice. Los valores involucrados en la elasticidad respecto de la fecundidad se refieren a la población estable de referencia.

Gráfico 2
SIMULACION DE LOS EFECTOS DE u, S y m SOBRE
EL INGRESO PER CAPITA (circa 1990)



Variables:

u = tasa de desempleo

S = número de años económicamente activos

m = promedio de las tasas de fecundidad específicas por edad

y = ingreso per cápita.

Los perfiles etarios de 1990 se toman como base de los cálculos.

Las simulaciones son: una reducción de 50% en la tasa de desempleo; un aumento de dos años en la edad de retiro, y una reducción de la fecundidad de acuerdo a la proyección "baja" del CELADE en cada país. (Véase el texto para mayores detalles al respecto)

1. El efecto de una disminución del desempleo

Expresados en términos de diferenciales discretos (indicados por Δ), los cambios en R_e y en y debidos a una variación porcentual del desempleo ($\dot{\mu}$) se obtienen de las ecuaciones (1) y (2):

$$\Delta R_e = \frac{\mu}{(1-\mu)} (1+R_e) \dot{\mu} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{-\mu}{(1-\mu)} \dot{\mu} \quad (4)$$

La ecuación (4) señala que la elasticidad del ingreso respecto del desempleo es variable; es más elevada cuanto mayor sea la tasa inicial de desempleo. En las simulaciones, se supone una disminución de 50 por ciento de esta variable respecto del valor que tenía en cada país en 1990.

Cabe tener presente que esta simulación, así como las siguientes, son *caeteris paribus*: cambia una variable a la vez, y todo lo demás permanece constante en sus valores iniciales. En el caso particular de la disminución del desempleo, los salarios y las tasas de participación en la fuerza de trabajo se mantienen invariables, de modo que la simulación puede considerarse como una

política de creación de empleo en un contexto de exceso de oferta de mano de obra, donde la oferta adicional de puestos de trabajo se satisface mediante determinada cantidad de trabajadores (previamente desempleados), sin que se produzca una variación significativa en el salario de equilibrio.

Los resultados indican que Bolivia y Perú, que presentan altas tasas de desempleo alrededor de 1990, pueden prever efectos de importancia sobre el ingreso medio (entre 4.3 y 6.5 por ciento) como consecuencia de una disminución del desempleo. En Chile y Argentina los efectos serían menores (de 3.4 por ciento), mientras que en México y Cuba éstos varían desde muy escaso a nulo.

2. El efecto de una prolongación de la vida activa

Muchos de los países de América Latina comienzan a manifestar problemas financieros en sus sistemas de pensiones (Mesa Lago, 1989) debido, entre otros factores, a un incremento de la esperanza de vida, que se complica en algunos casos por la disminución de la edad media de jubilación. Los factores demográficos no son necesariamente los que dominan, pero constituyen un elemento no despreciable del problema. En algunos países se ha aumentado la edad legal de jubilación y en otros se estudia la promulgación de leyes que apuntan hacia ese objetivo (o hacia una aplicación más estricta de las reglamentaciones existentes).

Ello no sólo proporcionaría cierto alivio a los sistemas de seguridad social, sino que tiene asimismo el potencial de incrementar el ingreso por habitante. La magnitud del efecto positivo de prolongar la duración de la vida activa sobre la dependencia y el ingreso medio depende de la manera en que se distribuya un determinado número de años activos adicionales a lo largo del ciclo de vida. En el gráfico 3 se ilustran tres tipos de posibilidades. En el caso más sencillo (caso 1), donde las tasas de participación aumentan en una proporción constante en todas las edades, el ingreso por habitante aumenta en la misma proporción que el incremento (porcentual) de la vida activa.

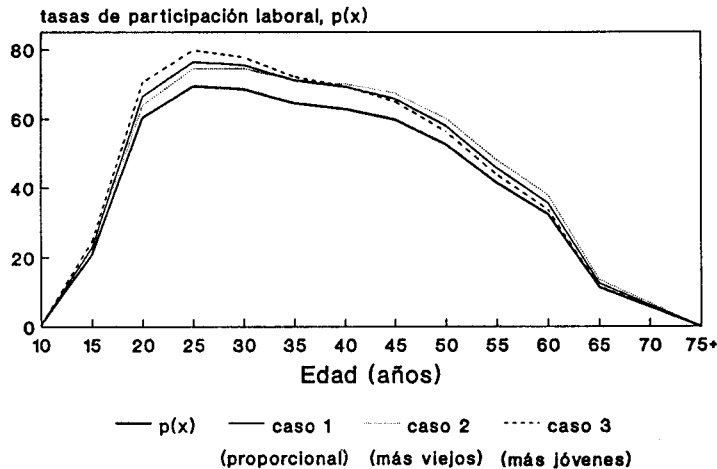
Si el incremento en los años activos se concentra más bien en las edades mayores (caso 2), el efecto sobre el ingreso por habitante es un tanto menor. Por ejemplo, en el caso de que la tasa de jubilación se reduce en una cantidad fija independientemente de la edad (y la tasa de ingreso a la fuerza de trabajo aumenta en la misma cantidad constante),

$$\Delta R_e = -(1+R_e)A_L \frac{\Delta S}{\dot{A}_L S} \quad (5)$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{A_L}{\dot{A}_L} \frac{\Delta S}{S} \quad (6)$$

donde A_L y \dot{A}_L son la edad media de la fuerza de trabajo de la población, y de la población estacionaria de referencia, respectivamente. Puesto que en una

Gráfico 3
TASAS DE ACTIVIDAD LABORAL A TRAVÉS DEL CICLO DE VIDA



En el caso 1, las tasas de participación aumentan en la misma proporción en todas las edades; en el caso 2 el incremento es mayor en las edades más avanzadas, y en el caso 3 el aumento es mayor en las edades más jóvenes. (Véase el texto para mayores detalles al respecto)

población que crece A_L es menor que \dot{A}_L , la relación A_L/\dot{A}_L es menor que 1 y el efecto es, por consiguiente, menor que en el primer caso. La razón de ello es que se aplica un determinado incremento de participación en la fuerza de trabajo a un segmento etario que tiene relativamente poco peso en la población.

Si, en cambio, las tasas de participación aumentaran proporcionalmente más en las edades más jóvenes y menos en las edades mayores (caso 3), entonces el efecto podría ser sustancialmente mayor², debido a que el incremento de la participación tiene lugar con más fuerza en los grupos etarios que poseen el mayor peso proporcional en la población en edad de trabajar.

En la presente simulación, se supone que la vida activa aumenta dos años, cantidad equivalente a menos del 10 por ciento de los valores observados alrededor de 1990. El caso que corresponde más cercanamente a un aumento en la edad media al retiro es el segundo (representado en las ecuaciones 5 y 6); los resultados de éste se presentan en el gráfico 2.

² Tal como se demuestra en el apéndice, este caso implica que:

$$\frac{\Delta_3 Y}{Y} = \frac{(\Omega - A_L) \Delta S}{(\Omega - \dot{A}_L) S}$$

y $\frac{\Delta_3 Y}{Y} > \frac{(\Omega - A_L) \Delta S}{(\Omega - \dot{A}_L) S}$, donde Ω es la máxima edad de participación en la fuerza de trabajo, la que se ubica alrededor de 70 años para la mayoría de los países de América Latina. La relación $(\Omega - A_L)/(\Omega - \dot{A}_L)$ es mayor que 1 en las poblaciones que crecen, de modo que en todos los países de la región la elasticidad es mayor que en el caso del incremento proporcional.

La magnitud global de los efectos de esta política es sustancialmente mayor que la de desempleo: entre 7 y 8 por ciento en Bolivia, Chile, Perú, Argentina y alrededor de 6.5 por ciento en México y Cuba. Es interesante anotar que un efecto similar en México y Cuba se obtiene por diferentes razones y bajo condiciones demográficas muy disímiles: en México, el efecto moderado se debe a una población relativamente joven (produciéndose un multiplicador A_L/\dot{A}_L relativamente bajo), mientras que en Cuba, a pesar que la proporción de adultos mayores es mucho más elevada, la edad media de jubilación ya era alta al comienzo, por lo que su variación porcentual ($\Delta S/S$) es relativamente baja. Contrastes similares pueden hacerse entre Perú y Bolivia por un lado, y Argentina y Chile, por el otro.

3. El efecto de una disminución de la fecundidad

Una reducción de la fecundidad produce una mayor proporción de la población en edad de trabajar y, después de transcurrido un cierto tiempo, una menor proporción de los jóvenes entre los adultos. El efecto neto tiende a ser una disminución de la dependencia (como se ilustra en el gráfico 1) y, por consiguiente, un incremento del ingreso medio, pero depende en general de todos los componentes de la ecuación (1).³

Es difícil expresar en una fórmula matemática sencilla el efecto de un cambio de la fecundidad sobre la dependencia y el ingreso por habitante en una población cualquiera. Por tal razón, utilizamos en este caso una aproximación derivada para poblaciones estables, comparable en términos gruesos con las simulaciones anteriores. Estas aproximaciones, sin embargo, resultan ser satisfactorias para los propósitos del presente análisis y pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\Delta R_e = (1+R_e) \cdot \frac{(A_L - A) \Delta m}{bA_m} \quad (7)$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \left[\frac{-(A_{a+} - A)}{bA_m} + \frac{(A_{a+} - A_L)}{bA_m} \right] \Delta m \quad (8)$$

disminución de la tasa de dependencia infantil
envejecimiento de la población en edad de trabajar

expresión que puede simplificarse a:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{-(A_L - A) \Delta m}{bA_m} \quad (8')$$

³ Para un análisis interesante de los efectos de la disminución de la *mortalidad* (tema que no se aborda en este artículo) sobre la estructura etaria de la población y el consumo durante toda la vida, véase Lee, 1990.

donde:

- b = la tasa de natalidad,
- m = el promedio de las tasas de fecundidad específicas por edad,
- A = la edad media de la población,
- A_{a+} = la edad media de la población en edad de trabajar (mayor de *a* años),
- A_m = la edad media de procreación.

Todos los valores corresponden a la población estable de referencia. El primer término de la ecuación (8) es una aproximación del efecto a corto plazo de la variación de la fecundidad, que siempre es de signo negativo, puesto que la edad media de la población en edad de trabajar es necesariamente mayor que la de la población total. La razón más sustantiva es que, a corto plazo, una menor fecundidad provoca una disminución de la tasa de dependencia infantil y un incremento proporcional de la población en edad de trabajar, sin afectar la composición etaria de la fuerza de trabajo. Este elemento puede entonces denominarse el efecto de “disminución de la dependencia infantil”.

El segundo término refleja el efecto de envejecimiento de los adultos, que comienza a manifestarse sólo después de 20 años aproximadamente, el que puede ser positivo o negativo. En las poblaciones envejecidas, que presentan una edad media de la fuerza de trabajo moderada a baja, la menor fecundidad modifica la composición por edades de la población en la dirección de las personas que presentan las menores tasas de actividad, por lo que se reduce el ingreso por habitante. En las poblaciones jóvenes la tendencia es que se dé el resultado contrario, debido al mayor peso de los adultos de edad mediana, que normalmente presentan las tasas más altas de actividad.

De este modo, el efecto total a largo plazo puede ser positivo o negativo, lo que dependerá del balance de los dos componentes. En países de alta fecundidad, donde la población total es joven en comparación con quienes componen la fuerza de trabajo, una disminución de la fecundidad incrementará el ingreso por habitante y lo contrario sucedería en las poblaciones muy envejecidas.

Para esta simulación tomamos las variaciones de la fecundidad entre los quinquenios 1985-1990 y 1990-1995, sobre la base de la proyección “baja” del CELADE para cada país. Estos valores se adoptaron con el propósito de especificar una disminución de un monto cercano al máximo que razonablemente puede preverse que baje la fecundidad en cada país durante los próximos cinco años. Los resultados siguientes corresponden solamente al efecto de corto plazo (es decir, al de la disminución de la tasa de dependencia infantil). Tal como podía anticiparse, la clasificación de los países en este caso difiere de las simulaciones anteriores: México, Perú y Bolivia muestran el mayor potencial resultante de una menor fecundidad, con efectos entre 6 y 8.5 por ciento. Argentina y Cuba muestran variaciones entre 3 y 4.5 por ciento, mientras que Chile acusa un efecto inferior al 2 por ciento.

Resulta un tanto sorprendente que en las actuales condiciones demográficas y de participación en la fuerza de trabajo, todos los países analizados, salvo Argentina, muestran un efecto positivo del envejecimiento de

la fuerza de trabajo respecto del ingreso por habitante (véanse las edades promedio en el Cuadro 3). Ello significa que las actuales estructuras etarias en estos países son aparentemente todavía “demasiado jóvenes” para que puedan manifestarse efectos negativos sustanciales a consecuencia de pequeñas disminuciones de la fecundidad, aunque existen diferencias importantes en el grado en que una reducción de la fecundidad sería beneficiosa: los efectos son sustanciales en países de alta fecundidad y muy reducidos en los de baja fecundidad. Es más, los últimos se están acercando a una etapa donde los efectos negativos podrían aparecer.

Otro elemento que conviene enfatizar es la naturaleza esencialmente relativa del “envejecimiento” en este contexto: una población es “envejecida” o “joven” en relación a la intensidad de la participación laboral a lo largo del ciclo de vida. Por ejemplo, Cuba tiene una población prácticamente tan envejecida –desde el punto de vista estrictamente demográfico– como la de Argentina, pero la participación en la fuerza laboral es más intensa en las edades más avanzadas; por esta razón no muestra aún efectos negativos de “envejecimiento”. Países como Cuba y Chile se acercan gradualmente a una situación tal que estos efectos pronto podrían resultar importantes; esto se percibe con mayor claridad en Uruguay contemporáneo, país que no se incluyó en estos cálculos. Asimismo, estas estimaciones son conservadoras, puesto que suponen implícitamente que el consumo no varía con la edad; en la medida en que las personas de mayor edad tengan mayores requerimientos de consumo (por ejemplo, debido a los gastos de atención de salud), los efectos del envejecimiento serán más importantes y quizá incluso dominantes. Mediciones más precisas de estos factores podrían hacerse en países donde exista información acerca de los perfiles etarios de consumo y productividad (véase, por ejemplo, Lee, 1990).

Cuadro 3

EDADES PROMEDIO ALREDEDOR DE 1990

	A	A_{a+}	A_m	A_L	\hat{A}_L
Argentina	31.5	38.2	27.1	36.4	38.3
Cuba	30.9	35.4	25.0	37.5	40.2
Chile	27.9	34.0	26.4	36.1	39.2
México	23.4	29.4	26.9	34.3	40.8
Perú	24.0	30.3	27.5	36.0	41.8
Bolivia	23.2	31.9	28.2	34.6	40.5

Fuente: CELADE (1988, 1989, 1990), y OIT (1986).

Nota: Las edades medias son de: la población (A), la población en edad de trabajar (A_{a+}), la procreación (A_m), la fuerza de trabajo (A_L), la fuerza de trabajo en la población estacionaria (\hat{A}_L) de referencia.

IV. DISCUSION Y CONCLUSION

La disminución del desempleo, la prolongación de la vida activa y la reducción de la fecundidad tienden a disminuir el grado de dependencia económica y a aumentar el ingreso por habitante en la población en cuestión. La magnitud de los dos primeros efectos y el monto y la dirección del tercero de ellos dependen de la distribución por edades de la población y de la fuerza de trabajo de cada país. En el presente artículo estas relaciones básicas se han expresado formalmente y se ha realizado una descomposición de los cambios en materia de dependencia e ingresos provocados por cada uno de sus componentes. Se evaluaron los efectos de las variaciones en cuanto a desempleo, prolongación de la vida activa y fecundidad en seis países de América Latina.

Los resultados de estos ejercicios señalan que una disminución del desempleo de 50 por ciento tendría efectos comparativamente moderados y produciría incrementos de entre 1 y 6.5 por ciento en el ingreso por habitante. Los impactos a corto plazo de la disminución de la fecundidad son en general más elevados, y varían ampliamente (entre 1 y 8.5 por ciento), mientras que un aumento de dos años en la vida activa produciría incrementos más uniformes, que oscilarían entre 6 y 8 por ciento.

Tal como se señaló con anterioridad, las descomposiciones realizadas dejan constantes el resto de las variables, es decir, sólo dan una idea de los efectos de primer orden. ¿Cómo cambiarían las conclusiones si se permitieran interacciones entre los componentes? Dado que no existen mediciones confiables de ellas, algunas consideraciones teóricas resultan ser útiles para razonar en relación a este punto. Respecto del aumento de la edad de retiro, podría haber tres efectos adicionales a los ya considerados: un cierto aumento en las tasas de desempleo y una disminución de los salarios en respuesta a la mayor oferta de trabajo, y una reducción de la fecundidad, si parte de la mayor participación laboral corresponde a mujeres. Estos debieran ser de importancia menor y de signo contrapuesto sobre el ingreso por habitante, por lo que puede esperarse que el efecto de primer orden predomine, aunque podría verse disminuido en cierta medida.

Una reducción exógena del desempleo podría inducir a un aumento a corto plazo en los nacimientos, el que probablemente será moderado en comparación a su tendencia de mediano-largo plazo; en consecuencia, el efecto positivo se vería aminorado en un monto reducido. La reducción de la fecundidad, en cambio, tendría como posible efecto adicional un incremento en las tasas de participación laboral femeninas, que contribuiría a aumentar directamente el ingreso por habitante. Indirectamente y con un cierto rezago, un mayor ingreso y participación laboral más intensa llevarían a disminuir la fecundidad aún más, de modo que el efecto positivo inicial se vería reforzado.

Los efectos considerados son significativos, comparados con los que podrían obtenerse mediante incrementos de la productividad traducidos a

incrementos salariales, aunque se trata básicamente de efectos por una sola vez. Cabe anotar que las mejoras en el ingreso no se obtienen gratuitamente: se deben conseguir recursos para aumentar el empleo; se necesita realizar un mayor esfuerzo de trabajo a lo largo del ciclo de vida para prolongar la vida activa; y una menor fecundidad, de continuar a largo plazo, puede llegar a producir algunos efectos negativos. No obstante lo anterior, los cambios en la vida activa y la fecundidad poseen un carácter más estable que los relacionados con el empleo y los salarios, los que, al menos en América Latina, han mostrado gran inestabilidad en el pasado. El presente análisis indica que la mayor parte de los países de la región no han alcanzado aún la etapa en que pequeñas disminuciones adicionales de la fecundidad resultan claramente perjudiciales para la dependencia o el ingreso por habitante, aunque existen grandes diferencias en el grado en que las reducciones de fecundidad resultarían beneficiosas. Algunos países de bajo crecimiento demográfico, como Argentina, se acercan gradualmente al estado tal que los efectos de “envejecimiento” son más importantes.

Todos los cambios antes mencionados, en especial relativos a la edad de jubilación y la fecundidad, pueden tener efectos significativos y persistentes no sólo en el balance financiero de los sistemas de pensiones, sino que también sobre el ahorro interno, rubro considerado importante en recientes análisis como fuente de financiamiento de la inversión nacional (CEPAL, 1990, pp. 51 a 57). La ubicación de estas opciones y otras alternativas complementarias en materia de políticas en un marco analítico coherente puede resultar útil para evaluar sus posibilidades en cuanto a acompañar o facilitar medidas orientadas hacia un crecimiento y un desarrollo sostenidos. En la medida en que las interacciones de equilibrio general sean importantes, se podrían obtener conclusiones más realistas en materia de políticas a partir de un modelo más general y complejo que el marco básico de tipo contable analizado en el presente artículo.

BIBLIOGRAFIA

- Altimir, O. y Piñera, S. (1977). Análisis de descomposición de las desigualdades de los ingresos en países de América Latina. CEPAL, Santiago.
- Arthur, B. (1984). The Analysis of Linkages in Demographic Theory, *Demography*, Vol. 21, No. 1, Population Association of America.
- Arthur, B. y G. McNicoll (1978). Samuelson, Population, and Intergenerational Transfers, *International Economic Review*, Vol. 19, Nº 1, febrero.
- CELADE (Centro Latinoamericano de Demografía) (1990). *América Latina: proyecciones de población, 1950-2025*, Boletín Demográfico, año 23, Nº 45 (LC/DEM/G.80), Santiago de Chile, enero.
- (1988). América Latina: *Fecundidad, 1950-2025*, Boletín Demográfico, año 21, Nº 41 (LC/DEM/G.59), Santiago de Chile, enero.
- (1989). *América Latina: tablas de mortalidad, 1950-2025*, Boletín Demográfico, año 22, Nº 44 (LC/DEM/G.80), Santiago de Chile, julio.
- CEPAL (Comisión Económica para América Latina y el Caribe) (1990). *Transformación productiva con equidad: la tarea prioritaria del desarrollo de América Latina y el Caribe en los años noventa*, (LC/G.1601-P), Santiago de Chile, marzo. Publicación de las Naciones Unidas, Nº de venta: S.90.II.G.6.
- Keyfitz, Nathan (1985). *Applied Mathematical Demography*, capítulos 3 y 4. Segunda edición, Nueva York, Springer-Verlag.
- Lee, R. D. (1980). Age Structure, Intergenerational Transfers and Economic Growth: An Overview, *Revue Économique*, Vol. 31, Nº 6, noviembre.
- (1990). "Fertility, Mortality and Intergenerational Transfers: Comparisons Across Steady States", Documento presentado al *Seminar on the Family, the Market and the State in Aging Societies*, Sendai City, Japón, 19 al 21 de septiembre.
- Mesa-Lago, Carmelo (1985). *El desarrollo de la seguridad social en América Latina*, (LC/G. 1334), serie Estudios e Informes de la CEPAL, Nº 43, Santiago de Chile, CEPAL, enero. Publicación de las Naciones Unidas, Nº de venta: S.85.II.G.6.
- OIT (Oficina Internacional del Trabajo) (1986). *Población económicamente activa. Estimaciones: 1950-1980; Proyecciones: 1985-2025*, tercera edición, Ginebra.
- Preston, S. (1982). Relations between Individual Life Cycles and Population Characteristics, *American Sociological Review*, Vol. 47, abril.
- Uthoff, A. y Pollack, M. (1987). *Pobreza y Mercado de Trabajo en el Gran Santiago, 1969-1985*. Documento de Trabajo Nº 299, PREALC, Santiago, Chile.

APENDICE

Notación y definiciones básicas.

Sea:

- P = el tamaño de la población
- N = la población en edad de trabajar
- L = el tamaño de la fuerza de trabajo
- E = número de personas empleadas
- w = ingreso medio por trabajador
- Y = wE = ingreso total

- $\alpha = N/P$ = proporción de la población en edad de trabajar
- $\beta = L/N$ = tasa de participación total en la fuerza de trabajo
- $\epsilon = E/L = (1-\mu)$ = tasa de empleo, donde μ = tasa de desempleo
- y = Y/P = renta (o más estrictamente, ingresos del trabajo) per cápita

Razón de Dependencia R_e e ingreso per cápita y.

$$R_e = (P-E)/E = (P/P-E/P)/(E/P). \text{ Como } E/P = [E/L][L/N][N/P] = \epsilon\beta\alpha, \quad (1)$$

$$R_e = (1-\alpha\beta\epsilon) / \alpha\beta\epsilon$$

El ingreso per cápita es:

$$y = Y/P = wE / ([P-E] + E) = w(E/E) / ([P-E] / E + E / E) \quad (2)$$

$$y = w / (1 + R_e)$$

que también puede expresarse como $w\alpha\beta\epsilon$.

Descomposición de los cambios en R_e .

$$dR_e = \frac{\delta R_e}{\delta \alpha} \cdot d\alpha + \frac{\delta R_e}{\delta \beta} \cdot d\beta + \frac{\delta R_e}{\delta \epsilon} \cdot d\epsilon = -(1+R_e) \left[\frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{d\beta}{\beta} + \frac{d\epsilon}{\epsilon} \right] \quad (2A)$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dw}{w} + \frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{d\beta}{\beta} + \frac{d\epsilon}{\epsilon} \quad (2B)$$

Efectos de un cambio en la tasa de desempleo (μ).

Expresados en términos de diferenciales discretos (denotados por Δ), los cambios en R_e e y se deducen de las ecuaciones (2A) y (2B), usando el hecho que $\Delta\epsilon = -\Delta\mu$:

$$\Delta R_e = \frac{\mu(1 + R_e) \Delta\mu}{(1-\mu) \mu} \quad (3)$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{-\mu}{(1-\mu)} \frac{\Delta\mu}{\mu} \quad (4)$$

Efectos de un cambio en el número de años activos (S).

En una población cualquiera con función de densidad de población N_x y función de participación laboral p_x , la tasa total de participación laboral es

$$\beta = \int_a^\infty N_x p_x dx / \int_a^\infty N_x dx, \text{ donde } a \text{ es la edad laboral más joven.}$$

Sea S = el número (esperado) de años económicamente activos. Para una cohorte (o una población estacionaria) con función de sobrevivencia l_x , definida para la edad exacta x ,

$$S = \int_a^\infty l_x p_x dx$$

Considérese un aumento en el número de años activos igual a dS , que corresponde a un incremento de la participación laboral para cada edad x , de un monto dp_x . Existe una infinidad de cambios posibles a lo largo del ciclo de vida en p_x que podrían corresponder a un determinado dS ; a continuación se estudian unos pocos patrones generales.

En general, las derivaciones se basan en las siguientes igualdades:

$$\frac{dR_e}{dS} = \frac{dR_e}{d\beta} \cdot \frac{d\beta}{dk} \cdot \frac{dk}{dS} \quad (4A)$$

$$\frac{dy}{dS} = \frac{dy}{d\beta} \cdot \frac{d\beta}{dk} \cdot \frac{dk}{dS} \quad (4B)$$

donde β y S son funciones de un parámetro k . De las ecuaciones (2A) y (2B), $dR_e/d\beta = -(1+R_e)/\beta$ y $dy/d\beta = y/\beta$. Sólo queda por determinar $d\beta/dk$ y dk/dS .

Caso 1. Si $p_x^* = (1+k)p_x$,

$$S^* = \int_a^\infty l_x(1+k)p_x dx, \text{ de modo que}$$

$$\frac{dS}{dk} = S, \text{ y análogamente } \frac{d\beta}{dk} = \beta. \text{ Sustituyendo en (4A) y (4B),}$$

$$\Delta_1 R_e = -(1+R_e) \frac{\Delta S}{S} \quad (4C)$$

$$\frac{\Delta_1 y}{y} = \frac{\Delta S}{S} \quad (4D)$$

Caso 2. Si $p_x^* = p_x e^{kx}$,

$$S^* = \int_a^\infty l_x p_x e^{kx} dx$$

$$\frac{dS^*}{dk} = \int_a^\infty x l_x p_x e^{kx} dx = \dot{A}_L S, \text{ evaluada en } k=0, \text{ y donde}$$

$$\dot{A}_L = \int_a^\infty x l_x p_x dx / \int_a^\infty l_x p_x dx \text{ es la edad media de la fuerza de trabajo en la población estacionaria de referencia.}$$

Este resultado es análogo al efecto de un incremento en la fuerza de la mortalidad sobre la esperanza de vida al nacer (Keyfitz, 1985, p. 62). De manera similar se obtiene $d\beta/dk = A_L \beta$, nuevamente evaluada en $k=0$, y donde A_L es la edad media de la fuerza de trabajo en la población. Sustituyendo como en el caso 1 se obtiene:

$$\Delta_2 R_e = -(1+R_e) \frac{A_L}{\dot{A}_L} \frac{\Delta S}{S} \quad (5)$$

$$\frac{\Delta_2 y}{y} = \frac{A_L}{\dot{A}_L} \frac{\Delta S}{S} \quad (6)$$

Caso 3. Si $p_x^* = p_x e^{k\{(\Omega-x)/\Omega\}}$, donde Ω es la edad máxima de participación laboral,

$$S^* = \int_a^\infty l_x p_x e^{k\{(\Omega-x)/\Omega\}} dx$$

$$\frac{dS^*}{dk} = \int_a^\infty \frac{(\Omega-x)}{\Omega} l_x p_x dx = \frac{(\Omega - \dot{A}_L)}{\Omega} \cdot S, \text{ evaluada en } k=0.$$

$$\frac{d\beta}{dk} = \frac{\beta(\Omega - A_L)}{\Omega}, \text{ nuevamente evaluada en } k=0. \text{ Consiguientemente,}$$

$$\Delta_3 R_e = \frac{-(1+R_e)(\Omega - A_L) \Delta S}{(\Omega - \dot{A}_L) S} \quad (6A)$$

$$\frac{\Delta_3 y}{y} = \frac{(\Omega - A_L) \Delta S}{(\Omega - \dot{A}_L) S} \quad (6B)$$

Efectos de un cambio en la fecundidad (población estable).

Denominando m al promedio de las tasas específicas de fecundidad m_x , el ingreso per cápita puede expresarse como una función de m : $y(m) = \alpha(m)\beta(m)ew$. Calculando las derivadas,

$$\frac{y'(m)}{y} = \frac{\alpha'(m)}{\alpha} + \frac{\beta'(m)}{\beta} \quad (6C)$$

En una población estable, la proporción de la población en edad de trabajar es:

$$\alpha = \int_a^\infty l_x e^{-rx} dx / \int_0^\infty l_x e^{-rx} dx$$

donde r es la tasa de incremento natural (estable). Un cambio en r , de monto dr , inducido por un cambio en las tasas de fecundidad m_x , de un monto dm (resultado derivado en Arthur, 1984, p. 115), es $dr = (1/bA_m)dm$, donde b es la tasa de natalidad y A_m la edad media de procreación en la población estable. Calculando la derivada de α respecto de r y usando la expresión anterior para dr ,

$$\Delta\alpha = \frac{-(A_{a+} - A)\alpha\Delta m}{bA_m}$$

donde A_{a+} y A denotan la edad media de la población mayor de a años, y de la población total respectivamente. Con un procedimiento similar se obtiene el cambio en β inducido por un cambio en m :

$$\Delta\beta = \frac{(A_{a+} - A_L)\beta\Delta m}{bA_m}$$

Sustituyendo en (2A) y (6C),

$$\Delta R_e = (1+R_e) \cdot \frac{(A_L - A)\Delta m}{bA_m} \quad (7)$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \left[\frac{-(A_{a+} - A)}{bA_m} + \frac{(A_{a+} - A_L)}{bA_m} \right] \Delta m \quad (8)$$

lo que se simplifica en

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{-(A_L - A) \Delta m}{bA_m} \quad (8')$$