

LA RELACIÓN ENTRE LOS AÑOS DE VIDA PERDIDOS Y LA ESPERANZA DE VIDA: APLICACIONES PARA EL ANÁLISIS DE LA MORTALIDAD

Mónica Bocco¹

Universidad Nacional de Córdoba

RESUMEN

Se presenta una nueva versión, continua, del índice de los años de vida perdidos por la población, diferenciando por las distintas causas de muerte. Además, se demuestra la relación entre este índice y la esperanza de vida temporaria en los campos continuo y discreto. Las ventajas demográficas de este desarrollo matemático están en que permiten relacionar más clara y explícitamente las medidas de sobrevivencia con las de los años de vida perdidos.

El modelo es aplicado al análisis de la mortalidad en la provincia argentina de Córdoba durante el período 1947-1991. Se ha encontrado que el substancial aumento de la sobrevivencia durante este período se relaciona con la disminución, cercana a la mitad, en promedio, de los años de vida perdidos tanto por las mujeres como por los hombres. Las reducciones de la mortalidad en los primeros años de vida han sido el más importante factor de dicho decrecimiento. Posteriormente, se produjo un significativo traslado de los años de vida perdidos hacia las edades mayores, debido a la coexistencia de diversas causas de muerte.

¹ La autora desea expresar su gratitud al doctor Eduardo Arriaga por su propuesta sobre el tema y por sus valiosos consejos durante el desarrollo del presente trabajo.

**THE RELATIONSHIP BETWEEN THE YEARS OF LIFE
LOST AND LIFE EXPECTANCY: APPLICATIONS
TO THE ANALYSIS OF MORTALITY**

ABSTRACT

The paper presents a new, continuous, version of the index of years of life lost (YLL) in the population, distinguishing different causes of death. Also, it shows the mathematical relationship between the YLL and temporary life expectancies in the discrete and continuous cases. The demographic benefit of this mathematical development is to relate more clearly and explicitly the survivorship measures with the YLL.

The model is applied to the analysis of mortality of the province of Córdoba, Argentina, during 1947-1991. It is found that the substantial rise in survivorship during this period was associated to a decrease to about half, on average, of the YLL of both men and women. Mortality reductions among young children was the most important contributor to the decrease in the YLL; later there was a significant shift of YLL toward the aged, due to the coexistence of different causes of death.

INTRODUCCIÓN

El análisis de la mortalidad requiere de mediciones de su estructura y de la determinación de su cambio en términos absolutos y relativos. Los índices más usados para medir estos aspectos son las *tasas brutas de mortalidad* (tipificadas o no), las *tasas específicas de mortalidad por edades*, y la *esperanza de vida al nacimiento*, que refleja los años de vida que se vivirán, en promedio, si la mortalidad en cada edad se mantiene constante en los niveles observados en un período específico.

Es bien sabido que, cuando la estructura de la población y las causas que provocan la muerte están cambiando, la tasa bruta y las tasas específicas por edades no reflejan la tendencia real de la mortalidad.

La medición de los cambios de la mortalidad utilizando la esperanza de vida a cualquier edad x (e_x) o la *esperanza de vida temporaria* entre una edad x y otra edad $x+i$ ($i e_x$), si bien es aceptable, presenta algunas dificultades para el análisis por causa de muerte y para medir el ritmo del cambio de la mortalidad. Cuando se quiere hacer un análisis considerando las causas de muerte, a estos problemas se adicionan otros nuevos. Por ejemplo, dos causas de muerte que produzcan el mismo número de defunciones mostrarán índices iguales; sin embargo, si éstas afectan a distintas edades de la población tendrán impactos distintos en la extensión de la vida.

En las últimas décadas se han desarrollado varios índices para medir y analizar los cambios en la esperanza de vida, la contribución de cada edad a estos cambios y los años de vida que pierde la población por las distintas causas de muerte. (Arriaga, 1984 y Pollard, 1982). Arriaga planteó un nuevo índice, en el campo discreto, para medir los cambios y niveles de la mortalidad por causas de muerte y edad: *los años de vida perdidos*.

Los años de vida perdidos son el resultado de la suposición de un exceso de mortalidad en edades relativamente jóvenes. La muerte de una persona a los 35 años, por ejemplo, puede considerarse como prematura

ya que, en general, las personas sobreviven, por lo menos, hasta la adolescencia o la adultez. Por lo tanto, se considera que los años que dicha persona *no vivió* son los años de vida perdidos.

Este índice ofrece la ventaja, respecto a la esperanza de vida, de medir simultáneamente el nivel de la mortalidad y su cambio, a la vez que facilita la interpretación y comprensión del estudio de causas de muerte.

El principal propósito de este trabajo es relacionar la esperanza de vida, la esperanza de vida temporaria y los años de vida perdidos por la población –en términos de cambios de la mortalidad en diferentes edades y por distintas causas de muerte– mediante un modelo matemático en el campo discreto y continuo y su aplicación para estudiar la mortalidad, con los años de vida perdidos, en la provincia de Córdoba (Argentina) entre 1947 y 1991.

Este trabajo está organizado en cuatro secciones: la primera contiene un breve desarrollo de los conceptos que se utilizarán, definidos a partir de las funciones de la tabla de vida. La segunda sección, partiendo con la definición de las funciones en el campo continuo, desarrolla la descomposición de las diferencias de las esperanzas de vida, para dos tiempos distintos, como suma de los efectos que produce un cambio en la mortalidad. También se presenta, en el Anexo, el modelo matemático que relaciona la esperanza de vida y los años de vida perdidos, primero en un análisis discreto y luego en el campo del análisis continuo, realizando además una nueva representación del índice de años de vida perdidos, esta vez mediante las funciones continuas. En la última sección se efectúa una aplicación de este modelo para describir y analizar la evolución de la mortalidad en la provincia de Córdoba, considerando los años de vida perdidos por la población por todas las causas de muerte, por sexo y grupos de edades, entre 1947 y 1991.

I. Antecedentes: conceptos que se utilizarán

El desarrollo de modelos para la mortalidad, y la posibilidad de encontrar una expresión matemática para la descripción de un patrón de edad de la muerte, ha sido de interés desde el desarrollo de las primeras tablas de mortalidad por Gaunt (1662) y Halley (1693). Tal vez los más conocidos sean los propuestos, primeramente por De Moivre (1725) y luego por Gompertz (1825).

A partir de la definición estándar de la *esperanza de vida* en la tabla de mortalidad, Arriaga (1984) y Pollard (1988) desarrollaron una descomposición de las diferencias entre dos esperanzas de vida temporarias.

En dichas descomposiciones se distinguen los efectos producidos por un cambio en la mortalidad provocada por distintas causas de muerte, la primera en una aproximación discreta y la segunda en forma continua.

En Arriaga (1993) se introduce un nuevo índice: los *años de vida perdidos*, planteándose entonces un problema: comprobar que el método de descomponer la diferencia de esperanzas de vida por causas de muerte está relacionado con los años de vida perdidos.

La aproximación discreta

a. Esperanza de vida temporaria: su descomposición

La esperanza de vida temporaria desde la edad x a $x + i$ es el número promedio de años que un grupo de personas vivas a la edad exacta x vivirá desde la edad x hasta la edad $x + i$; en símbolos:

$${}_i e_x = \frac{T_x - T_{x+i}}{l_x} \quad (1)$$

donde l_x representa el número de personas que alcanzan con vida la edad exacta x de una generación inicial de l_0 nacimientos y T_x es el número total de años vividos por la generación de l_0 nacimientos entre la edad x y la edad en la cual el número de sobrevivientes se hace igual a cero.

Usando estas funciones de la tabla de vida, es posible escribir los efectos que un cambio en los patrones de mortalidad tiene sobre la esperanza de vida al nacimiento (Arriaga, 1984).

1. Efectos debidos exclusivamente a cambios de la mortalidad en grupos de edades específicos:

Efecto *directo*.

Efecto *indirecto*.

2. Efecto de la *interacción* entre los efectos de diferentes grupos de edades.

Para estimar el término de efecto *directo* (*TED*) que un cambio en la mortalidad en el grupo de edades $x, x + i$ tiene sobre la esperanza de vida al nacimiento entre t y $t + n$ Arriaga (1984) propone:

$${}_iTED_x = \frac{l_x^1}{l_0^1} \left[\frac{T_x^2 - T_{x+i}^2}{l_x^2} - \frac{T_x^1 - T_{x+i}^1}{l_x^1} \right] \quad (2)$$

En esta fórmula, como a lo largo de todo el trabajo, el supraíndice 1 indicará que la función está evaluada en el tiempo t y el supraíndice 2 indicará que es evaluada en $t + n$.

Para el término de efecto indirecto (TEI) y el término de interacción (TI), en el mismo grupo de edades tenemos:

$${}_iTEI_x = \frac{T_{x+i}^1}{l_0^1} \left[\frac{l_x^1 \cdot l_{x+i}^2}{l_{x+i}^1 l_x^2} - 1 \right] \quad (3)$$

$${}_iTI_x = \frac{T_{x+i}^2}{l_0^1} \left[\frac{l_x^1}{l_x^2} - \frac{l_{x+i}^1}{l_{x+i}^2} \right] - \frac{T_{x+i}^1}{l_0^1} \left[\frac{l_x^1 \cdot l_{x+i}^2}{l_{x+i}^1 l_x^2} - 1 \right] \quad (4)$$

De esta forma, considerando la suma de los tres efectos, el *cambio total* de la diferencia entre dos esperanzas de vida temporarias ${}_i e_x$ durante el período de tiempo t y $t + n$ y en el grupo de edades entre 0 y v , puede ser expresado como:

$${}_v e_0^2 - {}_v e_0^1 = \sum_{x=0}^{v-i} ({}_iTED_x + {}_iTEI_x + {}_iTI_x) \quad (5)$$

b. Años de vida perdidos

Este índice, que se refiere a un exceso de la mortalidad, da cuenta de los años que una persona no vivió entre las edades 0 y v , y compara la mortalidad real en el tiempo n con la presunción de mortalidad nula en el tiempo $t + n$. Arriaga (1993) expresa el número promedio de los años de vida perdidos (AP) como:

$${}_vAP_0 = \sum_{x=0}^{v-i} [{}_i ap_x] \quad (6)$$

donde

$${}_i ap_x = \frac{1}{l_0^i} [{}_i d_x^l (v - x - {}_i k_x)] \quad (7)$$

donde ${}_i d_x$ representa el número de muertes ocurridas en una generación inicial de l_0 nacimientos, entre las edades exactas $x, x + i$, y ${}_i k_x$ es el tiempo medio vivido dentro del intervalo de edades por cada una de las ${}_i d_x$ personas que fallecen.

Comentario

Si bien el requerimiento de un límite de edad máximo (v) puede considerarse una desventaja de este índice, ésta es poco significativa cuando dicha edad es muy alta. Por esta razón, es recomendable tomar como límite máximo la mayor edad posible, a menos que haya interés en un intervalo de edad particular (edades reproductivas, edades económicamente activas, etc.).

Entre las ventajas de este procedimiento se puede mencionar el hecho de que se comparan todos los casos con la hipótesis de mortalidad cero, lo cual resulta importante para comparaciones internacionales o históricas.

II. La aproximación continua

Las funciones de variables continuas son el principal medio para describir en forma más precisa los hechos demográficos, ya que permiten trabajar con un tiempo "instantáneo", es decir, hacen posible indicar la tasa de mortalidad en cada momento. Como se sabe, Lotka (1939) fue uno de los primeros que presentó diversos aspectos teóricos ligados al comportamiento de las poblaciones desde el punto de vista demográfico a través de modelos matemáticos en el campo continuo.

En esta sección se desarrollará el procedimiento de vincular las ecuaciones (2), (3) y (4) para su presentación en forma de funciones continuas. Pollard (1988) propuso que el cambio de la esperanza de vida

de una población se puede particionar, en una aproximación continua, como resultado de los cambios de la mortalidad, en varios componentes:

$${}^xTED_0 = \int_0^x (\mu_t^1 - \mu_t^2) \exp\left(\int_0^t (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right) {}_t p_0^1 \cdot e_t^1 dt - \left(\int_0^\infty {}_s p_0^1 ds\right) \left(\exp\left(-\int_0^x (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right) - 1\right) \quad (8)$$

$${}^xTEI_0 = \left(\int_0^\infty {}_s p_0^1 ds\right) \left(\exp\left(-\int_0^x (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right) - 1\right) \quad (9)$$

$${}^xTI_0 = (e_x^2 - e_x^1) \left(\exp\left(-\int_0^x \mu_s^1 ds\right)\right) \left(\exp\left(-\int_0^x (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right) - 1\right) \quad (10)$$

Para la demostración de las tres igualdades, representadas en el análisis discreto por las expresiones (2), (3) y (4), y en su forma continua por (8), (9) y (10), partimos de la ecuación integral:

$$\int_0^x \mu_s ds = -\ln {}_x p_0 \quad (11)$$

donde μ_s representa la tasa instantánea de mortalidad (en función de lo observado en torno al punto s) en el campo continuo, y ${}_x p_0$ es la probabilidad que tiene un recién nacido de llegar con vida a la edad exacta x .

En el grupo de edades entre 0 y x , la ganancia en la esperanza de vida al nacimiento durante t y $t+n$, expresada en términos de mejoras de la mortalidad en las edades individuales, es

$$e_0^2 - e_0^1 = \int_0^\infty {}_x p_0^1 \left[\exp\left\{\int_0^x (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right\} - 1 \right] dx \quad (12)$$

Usando también las definiciones, se comprueba la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dx} (-{}_x p_0^1 \cdot e_x^1) = {}_x p_0^1 \quad (13)$$

y, así, la fórmula (12) se puede integrar para obtener:

$$e_0^2 - e_0^1 = \int_0^\infty (\mu_x^1 - \mu_x^2) \exp\left\{\int_0^x (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right\} {}_x p_0^1 \cdot e_x^1 dx \quad (14)$$

o, en forma equivalente, usando la definición de ${}_x p_0^i$ $i=1,2$ se obtiene:

$$(e_0^2 - e_0^1) = \int_0^\infty (\mu_x^1 - \mu_x^2) \cdot {}_x p_0^2 \cdot e_x^1 ds \quad (15)$$

Efecto directo

El término de efecto directo que tiene un cambio en la mortalidad en el grupo de edades $(0, x)$ sobre la esperanza de vida al nacimiento entre el tiempo t y $t + n$, está dado por:

$${}_x TED_0 = e_0^2 - e_0^1 + \int_x^\infty \exp\left(-\int_0^t \mu_s^1 ds\right) \left[1 - \exp\left(\int_0^t (\mu_s^2 - \mu_s^1) ds\right)\right] dt \quad (16)$$

Realizando la integración por partes de (16) se obtiene:

$${}_x TED_0 = \int_0^x (\mu_t^1 - \mu_t^2) \exp\left(\int_0^t (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right) {}_t p_0^1 \cdot e_t^1 dt - \left(\int_0^\infty {}_s p_0^1 ds\right) \left(\frac{{}_x p_0^2}{{}_x p_0^1} - 1\right)$$

que corresponde a la ecuación (8) que se quería demostrar.

Efecto indirecto

Este efecto, llamado indirecto porque si bien es debido al cambio en la mortalidad en el grupo de edades $0, x$, se producirá en edades mayores a x años, bajo la condición de que, después de la edad mencionada, la mortalidad no cambia, puede escribirse:

$${}_x TEI_0 = \left(\int_0^\infty {}_s p_0^1 ds\right) \left(\frac{{}_x p_0^2}{{}_x p_0^1} - 1\right) \quad (17)$$

que, usando la definición de ${}_x p_0^i$ para $i=1,2$, es la ecuación dada en (9) que queríamos desarrollar.

Análogamente, al desarrollar los efectos de interacción dados en (4), se obtiene la ecuación en el campo continuo:

$${}_xTl_0 = ({}_xP_0^2 - {}_xP_0^1)(e_x^2 - e_x^1) \quad (18)$$

que es otra representación de (10)

$${}_xTl_0 = (e_x^2 - e_x^1) \left(\exp\left(-\int_0^x \mu_s^1 ds\right) \left(\exp\left(-\int_0^x (\mu_s^1 - \mu_s^2) ds\right) - 1 \right) \right)$$

II. 1. *La relación entre los años de vida perdidos y la diferencia entre esperanzas de vida temporarias*

Con los conceptos, funciones e igualdades que ya se han presentado, en el Anexo se demuestra que, en un año determinado, los años de vida entre las edades 0 y v son equivalentes a la diferencia de las esperanzas de vida temporarias entre las mismas edades, cuando una de las esperanzas de vida representa la mortalidad del año determinado y la otra supone que la mortalidad entre las edades 0 y v es nula.

III. Aplicaciones del modelo: los años de vida perdidos en la provincia de Córdoba entre 1947 y 1991.

Estas aplicaciones están basadas en un conjunto de tablas de vida abreviadas para la población masculina y femenina de la Provincia de Córdoba (Argentina), correspondientes al período 1947-1991. La construcción de estas tablas se realizó con el programa LTPOPDTH —del conjunto de programas PAS (Population Analysis with Microcomputers)

desarrollado por el Bureau of the Census— con datos de defunciones y poblaciones por grupos de edad y sexo para los años censales 1947, 1960, 1970, 1980 y 1991.

A partir de estas tablas y usando la ecuación (19) desarrollada en el presente trabajo, se obtuvieron los años de vida perdidos desde el nacimiento hasta los 85 años, por cada sexo, para los distintos grupos etarios correspondientes a los años censales anteriores.

El proceso de transición epidemiológica que ha experimentado Córdoba no difiere significativamente del ocurrido en la República Argentina, y alcanza un nivel bajo de mortalidad en las últimas décadas. El descenso comenzó a partir de la década de 1940, con el inicio del control de las enfermedades infecciosas y parasitarias entre los niños y los jóvenes. El proceso se vio ayudado por la urbanización y por el desarrollo económico provincial trasladándose, alrededor de 1960, hacia un perfil de la mortalidad “moderno”, con predominio de las enfermedades del aparato circulatorio y los neoplasmas. En la última década y en la actual las principales causas de muerte son los accidentes y la violencia (Celton, 1994).

La esperanza de vida al nacer y los años de vida perdidos en la provincia de Córdoba —para cada uno de los sexos— se muestran en la tabla 1 y en el gráfico 1 y podemos observar un aumento del 21.7% para la esperanza de vida al nacer en la población masculina y de un 25% para las mujeres entre los años 1947 y 1991.

El cambio de la mortalidad en cada grupo que refleja este aumento de las e_0 , produjo un impacto sobre la cantidad de años perdidos desde el nacimiento hasta los 85 años de edad. Se observa que la población masculina de Córdoba pasó de perder 28.6 años de vida en 1947 a 16.7 años en 1991, lo que significa una reducción del 41.6%. Para el caso del sexo femenino, el descenso de la mortalidad produjo una ganancia del 57.3% en la prolongación de la vida.

Considerando la totalidad de las causas de muerte, podemos analizar la evolución de la mortalidad en la Provincia de Córdoba entre los años 1947 y 1991.

Tabla 1
PROVINCIA DE CORDOBA. AÑOS DE VIDA PERDIDOS (AVP)
—ESPERANZA DE VIDA AL NACIMIENTO (e_0)—
1947-1991

Sexo masculino			Sexo femenino		
Años	A.V.P.	e_0^0	Años	A.V.P.	e_0^0
1947	28.57	56.73	1947	24.35	61.19
1960	22.39	63.07	1960	17.42	68.55
1970	22.47	62.95	1970	15.71	70.78
1980	18.23	67.33	1980	12.07	74.50
1991	16.67	69.05	1991	10.39	76.50

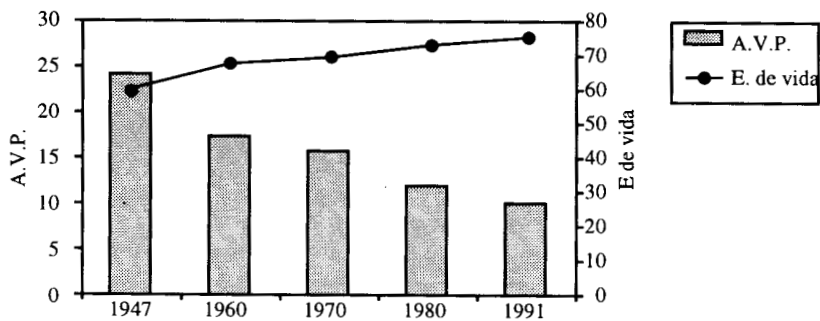
Fuente: Cálculos propios, sobre la base de modelo presentado en el trabajo.

- a) *Diferenciales por sexos de los años de vida perdidos, entre el nacimiento y los 85 años de edad:*

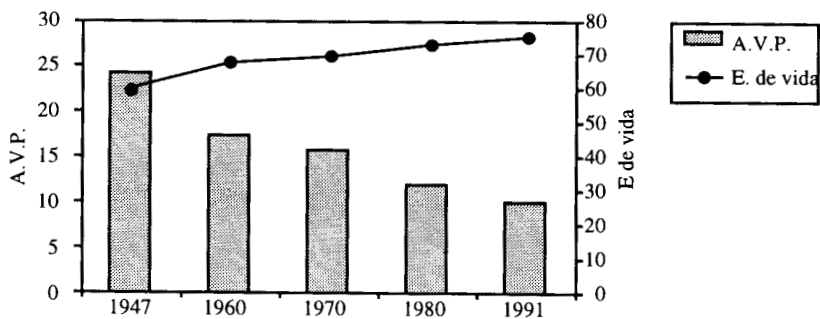
Los años de vida perdidos han sido siempre mayores en los hombres que en las mujeres. Esta diferencia se incrementó con la reducción de años de vida perdidos por la población en las últimas décadas: mientras que en el año 1947 los hombres perdían 4.2 años más que las mujeres, en 1991 esta diferencia pasó a ser de 6.3 años (tabla 1).

Para el sexo masculino, el descenso en los años de vida perdidos fue de un 41.6% en las últimas cinco décadas, observándose una disminución más marcada en los datos correspondientes a los dos últimos censos nacionales. En tanto, las mujeres perdían de vivir 24.4 años en 1947, como consecuencia de todas las causas de muerte. En el año 1991, de los 85 años teóricos que podrían vivir en caso de mortalidad nula, se perdían sólo 10.4 años de vida. Como consecuencia de la disminución de la mortalidad, los años de vida que pierde la población femenina descendieron más aún en las dos últimas décadas (gráficos 2 y 3).

Gráfico 1
**CÓRDOBA: AÑOS DE VIDA PERDIDOS
 Y ESPERANZA DE VIDA AL NACER, SEXO MASCULINO
 1947-1991**

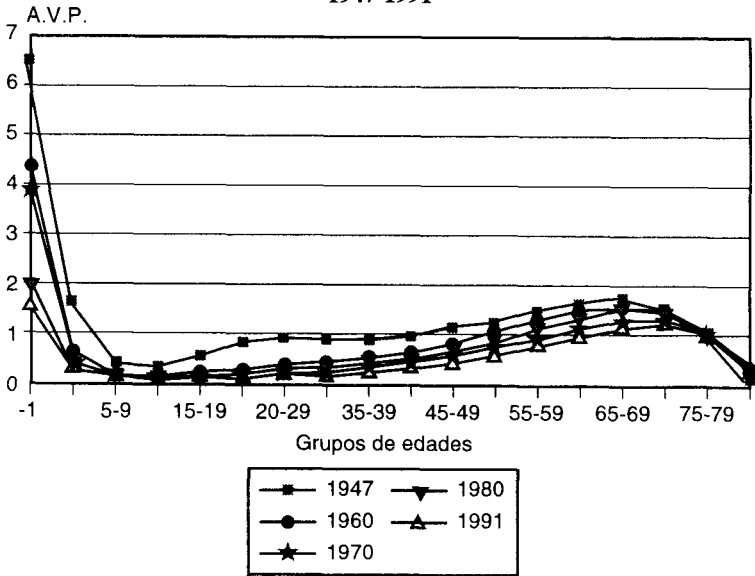


**CÓRDOBA: AÑOS DE VIDA PERDIDOS
 Y ESPERANZA DE VIDA AL NACER, SEXO FEMENINO
 1947-1991**



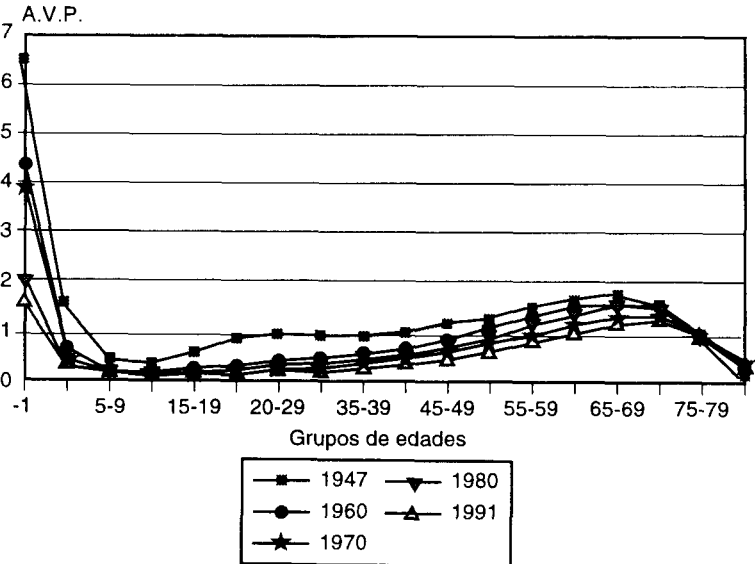
Fuente: Tabla 1

Gráfico 2
CÓRDOBA: AÑOS DE VIDA PERDIDOS, SEXO MASCULINO
1947-1991



Fuente: Cálculos propios basados en el modelo presentado en el trabajo.

Gráfico 3
CÓRDOBA: AÑOS DE VIDA PERDIDOS, SEXO FEMENINO
1947-1991



Fuente: Cálculos propios basados en el modelo presentado en el trabajo.

b) Diferenciales por grupos etarios

El aporte a los años de vida perdidos por la población de la Provincia de Córdoba, debido a todas las causas de muerte durante el período considerado, varía con la edad de las personas: son valores altos en la primera infancia, luego decrecen hasta aproximadamente los 15 años para, a partir de allí, crecer monótonamente hasta cerca de los 65 años.

Como se expresó anteriormente, el descenso de la mortalidad tuvo un fuerte impacto durante las décadas de 1940 y 1950 en la ganancia de años de vida por parte de los niños menores de 1 año. Como puede observarse en las tablas 2 y 3, del total de años perdidos por el sexo masculino en el año 1947, casi 7.5 años correspondían a lo perdido en este grupo de edad. Esta cifra también es significativa para las mujeres; en ambos casos, la mortalidad infantil era responsable de más del 25 % del total de años que una persona dejaba de vivir (gráfico 4).

Tabla 2
PROVINCIA DE CÓRDOBA: AÑOS DE VIDA PERDIDOS: 1947-1991.
POR GRUPOS DE EDADES Y TODAS LAS CAUSAS DE MUERTE.
Sexo masculino

Grupos de edades	Años censales				
	1947	1960	1970	1980	1991
-1	7.41	5.13	4.99	2.64	2.06
1-4	1.69	0.68	0.52	0.31	0.29
5-9	0.45	0.26	0.25	0.17	0.16
10-14	0.29	0.24	0.18	0.12	0.15
15-19	0.60	0.37	0.32	0.24	0.25
20-24	0.89	0.50	0.45	0.37	0.34
25-29	1.02	0.58	0.55	0.38	0.39
30-34	1.08	0.64	0.68	0.49	0.42
35-39	1.25	0.77	0.89	0.63	0.51
40-44	1.44	0.98	1.13	0.94	0.72
45-49	1.84	1.33	1.44	1.27	1.04
50-54	1.96	1.69	1.75	1.59	1.46
55-59	2.19	2.07	2.04	1.83	1.76
60-64	2.06	2.23	2.19	2.04	1.96
65-69	1.95	2.06	2.13	2.03	1.97
70-74	1.49	1.61	1.72	1.73	1.72
75-79	0.78	0.96	0.99	1.10	1.12
80-84	0.17	0.28	0.26	0.32	0.34
Total	28.57	22.39	22.47	18.23	16.67

Fuente: cálculos de la autora basados en el modelo presentado en el trabajo.

Tabla 3
 PROVINCIA DE CÓRDOBA. AÑOS DE VIDA PERDIDOS, 1947-1991,
 POR GRUPOS DE EDADES Y TODAS LAS CAUSAS DE MUERTE.

Sexo femenino.

Grupos de edades	Años censales				
	1947	1960	1970	1980	1991
-1	6.51	4.41	3.96	1.99	1.58
1-4	1.62	0.59	0.50	0.31	0.22
5-9	0.38	0.20	0.16	0.16	0.10
10-14	0.32	0.17	0.14	0.09	0.11
15-19	0.61	0.25	0.20	0.13	0.12
20-24	0.89	0.33	0.25	0.18	0.15
25-29	0.94	0.41	0.30	0.23	0.19
30-34	0.93	0.46	0.36	0.30	0.24
35-39	0.95	0.54	0.44	0.40	0.31
40-44	1.01	0.65	0.55	0.50	0.41
45-49	1.18	0.85	0.71	0.64	0.50
50-54	1.28	1.09	0.93	0.77	0.64
55-59	1.56	1.32	1.16	0.95	0.81
60-64	1.70	1.54	1.39	1.13	1.02
65-69	1.84	1.62	1.59	1.32	1.18
70-74	1.51	1.54	1.58	1.39	1.26
75-79	0.88	1.09	1.13	1.15	1.08
80-84	0.23	0.37	0.37	0.44	0.47
Total	24.35	17.42	15.71	12.07	10.39

Fuente: cálculos de la autora basados en el modelo presentado en el trabajo.

En las últimas cinco décadas, el descenso en este grupo fue el más alto de todas las edades, aportando al total de años perdidos por la población, en 1980 y en 1991, aproximadamente 2 años para cada uno de los sexos. Valores parecidos sólo se observan en las edades más avanzadas, donde hoy tiene gran peso el envejecimiento de la población.

En las edades jóvenes y adultas jóvenes la mayor ganancia, con respecto a los años que una persona deja de vivir por la acción de todas las causas de muerte, se produjo en la década de 1950. A partir de esos años, los valores que se observan (gráficos 2 y 3) no presentan reducciones significativas. En el límite superior de estas edades (45 a 55 años), los años perdidos por el sexo masculino son mayores que los de las mujeres, indicando así la sobremortalidad de los hombres.

En el grupo de 60-64 años (sexo masculino) es donde se observa nuevamente un valor máximo en cuanto a los años que aporta a la reducción de los años perdidos en la población. Esta cifra no presenta un descenso a lo largo del período de estudio, pero debe destacarse que la incidencia en esta aparente constancia de la cifra debe ser también

evaluada en el contexto del envejecimiento de la población de Argentina y la de Córdoba en particular.

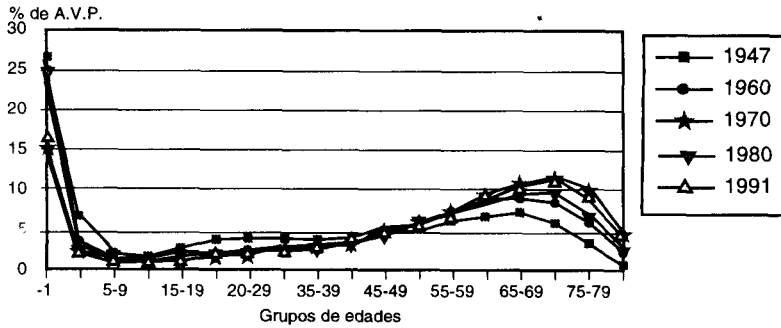
De todas maneras, es auspicioso observar que recién a partir de este grupo de edad (no considerando el de los menores de 1 año), es donde el porcentaje de incidencia sobre los años de vida perdidos por la población ha aumentado más significativamente en las últimas décadas. Es decir, la mortalidad tiene su principal impacto en la pérdida de vida a partir de los 60 años de edad (gráfico 4).

CONCLUSIONES

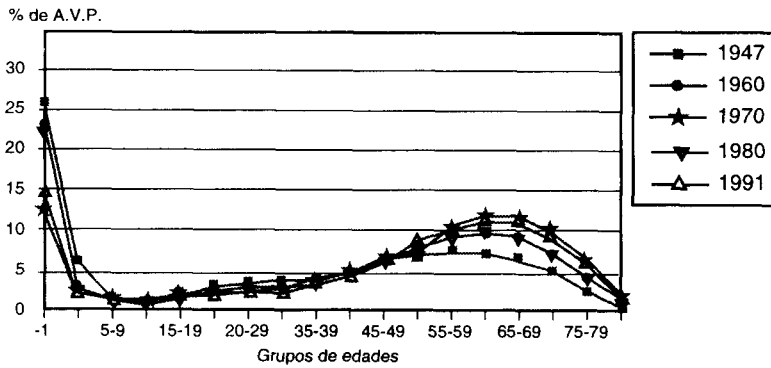
En este trabajo se presenta, por un lado, una nueva versión, continua, del índice de los años de vida perdidos por la población, por las distintas causas de muerte. Además, se demuestra la relación que existe entre este índice y la diferencia entre las esperanzas de vida temporarias, tanto en el campo del análisis discreto como del continuo. Esta presentación del índice de años de vida perdidos ofrece la posibilidad de trabajar en forma independiente del factor de separación, a la vez que hace uso de la fuerza de mortalidad, es decir, de una medida instantánea para cuantificar la misma.

El beneficio demográfico de este desarrollo matemático es el de relacionar más clara y explícitamente las medidas de la sobrevivencia con las de la *mortalidad* (años de vida perdidos). Como aplicación del modelo desarrollado, se efectúa un análisis de los años de vida perdidos por la población de la Provincia de Córdoba (Argentina) en el período 1947-1991. Podemos concluir que la sobrevivencia aumentó en forma considerable en estas décadas, disminuyendo alrededor de la mitad, en promedio, los años de vida que deja de vivir cada uno de los sexos. El mayor impacto en la reducción tuvo lugar en los primeros años de vida y hubo un significativo traslado hacia las edades mayores de los años de vida perdidos por la coexistencia de las distintas causas de muerte.

Gráfico 4
CÓRDOBA: PORCENTAJE DE AÑOS DE VIDA PERDIDOS
SEXO MASCULINO
1947-1991



CÓRDOBA: PORCENTAJE DE AÑOS DE VIDA PERDIDOS
SEXO FEMENINO
1947-1991



Fuente: Tablas 2 y 3

ANEXO

Relación entre los años de vida perdidos y la diferencia entre esperanzas de vida temporarias

Utilizando los conceptos, funciones e igualdades de las secciones anteriores, se presenta una demostración de que los años de vida perdidos entre las edades 0 y v , en un año determinado, son iguales a la diferencia de esperanzas de vida temporarias entre las mismas edades por causas de muerte, cuando una de las esperanzas de vida representa la mortalidad del año determinado (μ_x^1 observada) y la otra esperanza supone que la mortalidad entre las edades 0 y v es nula, ($\mu_x^2 \equiv 0$) :

$$AP = {}_v e_0^2 - {}_v e_0^1 \quad (19)$$

El modelo discreto

Si el análisis de la mortalidad se realiza descomponiendo el cambio total de dos esperanzas de vida temporarias por causa de muerte, en el período t y $t + n$, y dentro del grupo de edades 0 a v como la suma de las contribuciones hechas por los cambios de la mortalidad en cada grupo de edad, tenemos:

$${}_v e_0^2 - {}_v e_0^1 = {}_v TED_0 + {}_v TEI_0 + {}_v TI_0 \quad (20)$$

Con el supuesto de mortalidad nula, en el grupo de edades considerado, en el tiempo $t + n$, de (2) se obtiene el término de efecto directo:

$${}_i TED_x = \frac{l_x^1}{l_0^1} ({}_i e_x^2 - {}_i e_x^1) \quad (21)$$

o en forma equivalente:

$${}_i TED_x = \frac{1}{l_0^1} {}_i d_x^1 (i - {}_i k_x) \quad (22)$$

Análogamente, de (3) y (4), si $u = v - (x+i)$, y notamos con

$${}_iCS_x = l_x^1 \frac{l_{x+i}^2}{l_x^2} - l_{x+i}^1$$

podemos expresar la suma de los términos de efecto indirecto e interacción:

$${}_iTEI_x + {}_iTI_x = \frac{1}{l_0^1} \cdot {}_iCS_x \cdot {}_ue_{x+i}^1 + \frac{1}{l_0^1} \cdot {}_iCS_x \left({}_ue_{x+i}^2 - {}_ue_{x+i}^1 \right) \quad (23)$$

como por el supuesto realizado se verifica que $l_{x+i}^2 = l_x^2$, tenemos:

$${}_iTEI_x + {}_iTI_x = \frac{1}{l_0^1} \cdot {}_id_x^1 (v - x - i) \quad (24)$$

Así, teniendo en cuenta (20), las igualdades obtenidas en (22) y (24), y la hipótesis sobre el comportamiento de la mortalidad en el tiempo $t + n$ que nos da ${}_ve_0^{t+n} = v$, tenemos:

$$v - {}_ve_0^t = \sum_{x=0}^v \frac{1}{l_0^1} \left[\left[{}_id_x^1 (i - {}_ik_x + v - x - i) \right] \right] \quad (25)$$

En esta última igualdad, los sumandos del segundo miembro son precisamente la identidad (7) para cada grupo de edad $x, x+i$; entonces:

$$\sum_{x=0}^v [{}_iap_x] = AP = v - {}_ve_0^t \quad (26)$$

donde AP es el total de años perdidos por todas las causas de muerte entre el grupo de edades 0 y v , bajo el supuesto de mortalidad nula en dicho grupo en el tiempo $t+n$.

Así, la identidad dada en (26) demuestra que *los años de vida perdidos entre las edades 0 y v , en un año determinado, son iguales a la diferencia de esperanzas de vida temporarias entre las mismas edades por causas de muerte, cuando una de las esperanzas de vida representa la mortalidad del año determinado y la otra esperanza supone que la mortalidad entre las edades 0 y v es nula, es decir, (19) :*

$$AP = \sum_{x=0}^v [{}_i ap_x] = v^{-} \cdot e_0^1$$

Comentario:

Este mismo procedimiento se verifica para cada causa de muerte j si en lugar de considerar ${}_i d_x^j$ se utilizan los ${}_i d_{x,j}^j$.

El modelo continuo

En esta sección, además de demostrar la igualdad (19), se busca dar la representación de los años de vida perdidos, en el campo del análisis continuo.

Partiendo de que los años de vida perdidos por todas las causas de muerte para el grupo de edades entre 0 a v , cuando se supone que la mortalidad es nula en dicho intervalo de edades en el año $t+n$:

$${}_v AP_0 = \sum_{x=0}^v v \frac{{}_n d_x^1}{l_0^1} - \sum_{x=0}^v x \frac{{}_n d_x^1}{l_0^1} - \sum_{x=0}^v {}_n k_x \frac{{}_n d_x^1}{l_0^1} \tag{27}$$

y, desarrollando las funciones continuas ${}_n d_x^1$ y ${}_n k_x^1$, tenemos:

$${}_v AP_0 = v \int_0^v \frac{l_s^1}{l_0^1} \mu_s^1 ds - \sum_{x=0}^v x \int_x^{x+n} \frac{l_s^1}{l_0^1} \mu_s^1 ds - \sum_{x=0}^v \int_x^{x+n} s \frac{l_s^1}{l_0^1} \mu_s^1 ds + \sum_{x=0}^v x \int_x^{x+n} \frac{l_s^1}{l_0^1} \mu_s^1 ds \tag{28}$$

Con lo cual se verifica que:

$${}_v AP_0 = \int_0^v (v - s) {}_s p_0^1 \mu_s^1 ds \tag{29}$$

Esta identidad (29) da una representación del índice de años de vida perdidos, en términos de la fuerza de mortalidad (función continua) con la ventaja de ser independiente del factor de separación, que era necesario utilizar en el desarrollo en el campo discreto.

A partir de (29), integrando y considerando la igualdad dada en (11), tenemos para cada uno de los sumandos:

$$\int_0^v ({}_v s p_0^1) \mu_s^1 ds = v(1 - {}_v p_0^1) \quad (30)$$

y

$$\int_0^v (s \mu_s^1) {}_s p_0^1 ds = {}_v e_0 - v {}_v p_0 \quad (31)$$

Estas dos últimas igualdades, sumadas, representan exactamente la identidad (19):

$$AP = \int_0^v (v - s) \mu_s^1 {}_s p_0^1 ds = v - v {}_v e_0^1 \quad (32)$$

es decir, comprueban que los años de vida perdidos entre las edades 0 y v , en un año determinado, son iguales a la diferencia de esperanzas de vida temporarias entre las mismas edades, cuando una de las esperanzas de vida representa la mortalidad del año determinado y la otra esperanza supone que la mortalidad entre las edades 0 y v es nula.

BIBLIOGRAFÍA

- Arriaga, E. (1984), *Measuring and Explaining the Change in Life Expectancies*. United States Bureau of the Census, Center for International Research, United States.
- (1994), *Measuring the level and change of mortality by causes of deaths: the use of Years of Life Lost*. U.S. Bureau of the Census. Center for International Research.
- Bogue et al. (1993), *Reading in Population Research Methodology*. United Nations Fund for Population Activities. New York.
- Celton, D. E. y Arriaga, E. (1994), *Años de Vida Perdidos por causas de muerte en la Provincia de Córdoba*, Tercer Congreso Latinoamericano de Epidemiología. U.N.C.
- (1995), *Informe Demográfico de la Provincia de Córdoba*. Colección Debates, CEA-UNC.
- Chiang, C. L. (1968), *The Life Table and its Construction*. Introduction to Stochastic Processes in Biostatistics. Ch 9, pp189-214.
- (1968), *Competing Risks*. Introduction to Stochastic Processes in Biostatistics. Ch. 9, pp 242-264. Córdoba: Ministerio de Salud Pública. Departamento de Estadísticas. Series inéditas.
- Keyfitz, N. (1968), *Introduction to the Mathematics of Population*. Addison-Wesley Publishing Company Inc.
- (1977), *Applied Mathematical Demography*. Wiley: New York.
- Lotka, A. J. (1976), *Teoría Analítica de las Asociaciones Biológicas*. CELADE. Chile, Serie E N° 5.
- Ortega, A. (1987), *Tablas de Mortalidad*. CELADE. Costa Rica, Serie E N° 1987.
- Pollard, J. H. (1982), *The expectation of life and its relationship to mortality*. Journal of the Institute of Actuaries 109, pp 225-240.
- (1988), *On the Decomposition of Changes in Expectation of Life and Differentials in Life Expectancy*. *Demography*, 25, 2, pp 265-276.
- United Nations (1986), *Manual X: Técnicas Indirectas de Estimación Demográfica*. Nueva York ST/ESA/SER.A/81.