

MODELACION Y PROYECCION DE LA MORTALIDAD EN CHILE*

Ronald D. Lee

(University of California)

Rafael Rofman

(Centro de Estudios de
Población, CENEP,
Buenos Aires)

RESUMEN

En una investigación reciente, Lee y Carter desarrollaron un nuevo método para el análisis y la proyección de series de tiempo de la mortalidad según edad, el que aplicaron a la población estadounidense. En este documento, ampliamos el método enfrentando problemas de datos censales incompletos comunes en los países en desarrollo, y lo aplicamos para proyectar la mortalidad en Chile.

En primer lugar, ajustamos un modelo simple con un parámetro, k , variable a través del tiempo, a las tasas de mortalidad según edad para los años entre 1952 y 1987 para los que se cuenta con datos.

Posteriormente, usamos el modelo para desagregar la mortalidad según edad en las edades mayores y las más jóvenes, ajustando una regresión a los datos para los años seleccionados en k y extrapolando a edades muy avanzadas a través del método Coale-Guo.

* Esta investigación se enmarca en un proyecto sobre "Modelación y Proyección de Series Demográficas en el Tiempo", con financiamiento de NICHHD: RO1-HD24982.

En tercer lugar, utilizamos métodos indirectos para calcular k nuevamente, esta vez para cada año, incluyendo aquellos sin datos disponibles. A continuación, modelamos k como una serie de tiempo proyectándola hasta el año 2065.

Finalmente, derivamos las tasas de mortalidad y las funciones de las tablas de vida junto con los intervalos de confianza. Calculamos que la esperanza de vida aumentará para el año 2065 desde su nivel actual de 72.7 a 84.2 años, con un intervalo de probabilidad de 95 por ciento, de 80.6 a 86.4.

(MORTALIDAD)
(MODELOS)

(METODOLOGIA)

MODELING AND FORECASTING MORTALITY IN CHILE

SUMMARY

In a recent paper, Lee and Carter developed a new method for analyzing and forecasting time series of age specific mortality, and applied it to the U.S. population. In this paper, we extend that method to deal with various problems of incomplete data common in Third World populations, and then apply the method to forecast mortality in Chile.

First, we fit a simple model with one time-varying parameter, k , to age-specific death rates in Chile from 1952 to 1987, except for a few years with missing data.

Second, we use the model to extend the age detail to younger and older ages by regressing data for selected years on k , and by extrapolating to very old ages using the Coale-Guo method.

Third, we reestimate k for all years, including those with missing data, using indirect methods.

Fourth, we model k as a time series and forecast it through 2065.

Fifth, we derive the implied forecasts death rates and life table functions, with confidence intervals. We forecast that e_0 will rise from its current level of 72.7 to 84.2 by 2065, with a 95 percent probability interval of 80.6 to 86.4.

(MORTALITY)
(MODELS)

(METHODOLOGY)

INTRODUCCION

Se observa con frecuencia que la esperanza de vida aumenta más rápidamente en aquellas poblaciones con una esperanza de vida baja y que en la medida que se alcanzan niveles más altos, el ritmo de incremento se desacelera. Indudablemente, esto no es una tendencia universal, tal como lo demuestran todas las poblaciones que tuvieron por milenios una esperanza de vida bajísima.

Durante los siglos XIX y XX, las poblaciones del Tercer Mundo mantuvieron una esperanza de vida baja sin notables variaciones, mientras que en el Occidente ésta era más elevada, tendiendo a aumentar. Durante las últimas décadas, sin embargo, la generalización propuesta al comienzo tiene bastante validez. Ello ocurre por varias razones.

En primer lugar, las regiones del mundo actual con altos niveles de mortalidad tienen la posibilidad de recibir tecnología en salud de aquellos países con bajos niveles de mortalidad. Por consiguiente, la esperanza de vida de los primeros aumenta más rápidamente que en los países desarrollados, aun después de controlar en el nivel inicial.

En segundo término, un descenso sostenido en las tasas de mortalidad atenúa progresivamente el aumento de la esperanza de vida. Esto se debe a que, en la medida que las tasas de mortalidad alcanzan un nivel muy bajo, las ganancias en años de vida de todas las personas "jóvenes" tienen una influencia progresivamente menor sobre la esperanza de vida de la población. En otras palabras, la entropía de la tabla de vida actúa como mediadora del efecto de la declinación en las tasas de mortalidad según edad sobre la esperanza de vida y la entropía descende en la medida que lo hace la mortalidad (Keyfitz, 1977: 62-68). No tomar esto en consideración, puede llevar a un diagnóstico equivocado de la desaceleración en el descenso de la mortalidad.

En tercer lugar, muchos analistas sostienen que la lucha contra la muerte puede volverse mucho más difícil una vez que se domina el tratamiento de las enfermedades transmisibles. El extremo de este punto

de vista sostiene que puede haber un límite en la esperanza de vida, límite al cual ya se acercan las poblaciones actuales de baja mortalidad.

Algunos métodos para proyectar la esperanza de vida incluyen explícitamente una desaceleración basada en supuestos específicos. La idea parece tener sus orígenes en el trabajo inicial de Ansley Coale (Coale y Hoover, 1958) y hoy en día se utiliza en muchas agencias, entre las cuales se encuentran la División de Población de Naciones Unidas, El Banco Mundial, la Oficina del Censo de los Estados Unidos y el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE). Típicamente, este método consta de dos etapas.

En primer lugar, se proyecta la esperanza de vida según una trayectoria específica y luego se utiliza un sistema de tablas de vida modelo para obtener información detallada según edades. Se supone que las propias trayectorias de la esperanza de vida siguen patrones modelo o, por lo menos, que se aproximan a metas pre-establecidas.

La División de Población de las Naciones Unidas, por ejemplo, maneja el supuesto que cuando e_0 es menor de 61 años, ésta aumentará 2.5 años cada quinquenio, y cuando e_0 se encuentra entre 75 y 77.5 años, aumentará 0.75 años cada quinquenio. Se presupone que la mortalidad en todas las poblaciones del mundo, tanto la masculina como la femenina, converge finalmente hacia tablas de vida, con una e_0 combinada de 85.0 años (Bulatao y Bos, 1989). El Banco Mundial ha utilizado procedimientos similares. Hasta el año 1988 calculaban una e_0 final de ambos sexos combinados en 76.6, pero en las proyecciones a partir de 1988 esta cifra ha sido modificada y ahora se calcula en 86.8 años (Bulatao, 1992).

La Oficina del Censo de los Estados Unidos logra resultados parecidos al ajustar curvas logísticas a las trayectorias del pasado de la esperanza de vida para cada población, con una cota inferior de 25 años y una superior de 83 años para ambos sexos combinados. CELADE calcula proyecciones para los países de América Latina basándose en la convergencia hacia las tablas de vida pre-fijadas. Coale y Guo (1989) propusieron métodos parecidos a éstos.¹ Existen muchas variantes para proyectar la esperanza de vida, pero los métodos recién descritos son los que se utilizan actualmente en las proyecciones más aceptadas.

¹ Las tres agencias proyectan la mortalidad masculina y femenina por separado. Estas tasas han sido promediadas para poder compararlas con las de nuestra proyección.

Estos métodos, sin embargo, tienen varias debilidades. En primer lugar, es probable que sea incorrecto proyectar la esperanza de vida en forma directa, dado que se trata simplemente de una medida sintética y no-lineal de las tasas de mortalidad según edad. Aun en el caso que estas tasas de mortalidad continuaran cayendo a tasas exponenciales constantes según edad, la esperanza de vida aumentaría a un ritmo decreciente debido a la reducción de la entropía. No obstante, nunca se alcanzaría un límite superior.² Por lo tanto, lo más correcto parece ser proyectar las tasas de mortalidad, que es lo que haremos en este artículo. En segundo lugar, la selección de metas o límites es arbitraria incluso en el mejor de los casos y puede conducir con frecuencia a proyecciones excesivamente conservadoras. Seguramente esto fue lo que ocurrió con las proyecciones de las Naciones Unidas y del Banco Mundial (este último, hasta la reciente modificación de sus metas). Finalmente, la curva estándar que relaciona los cambios en e_0 a su nivel es, forzosamente, arbitraria; mucho depende sobre si se supone que las tasas de incremento llegan a cero o si simplemente disminuyen y, en ambos casos, a qué ritmo ocurren los cambios. La proyección de las tasas de mortalidad evita estos problemas.

A pesar que las proyecciones de la mortalidad ejercen un efecto relativamente pequeño sobre el crecimiento proyectado de la población (Lee, 1991), tienen un efecto mucho mayor sobre los pronósticos de envejecimiento de la población, fenómeno que interesa cada vez más a muchos países menos desarrollados. Nosotros proponemos que la mayoría de las proyecciones de las instituciones, incluyendo las de las Naciones Unidas, son demasiado conservadoras como proyecciones del descenso de la mortalidad en esos países y que, por lo tanto, subestiman el ritmo de envejecimiento de la población.

En este documento se proyecta el descenso de la mortalidad en Chile, con el fin de que sirva como un estudio de caso para las poblaciones del Tercer Mundo. La proyección se efectúa mediante un nuevo método desarrollado por Lee y Carter (1992), que primero se aplicó a la población estadounidense. Los resultados del análisis dentro de la muestra demostraron ser bastante sólidos. Su modelo toma en

² Obviamente, si la falta de datos nos obliga a suponer que q_x se vuelve 1 en alguna edad, esa edad será una cota superior efectiva, aun si el resto de las tasas de mortalidad caen arbitrariamente a niveles cercanos a cero. Ese resultado, sin embargo, es simplemente un artificio.

consideración la variación a lo largo del tiempo en las tasas de mortalidad según edad, desde 1933 hasta 1989, con sólo un parámetro variable en el tiempo. Sus proyecciones de la esperanza de vida, junto con los intervalos de probabilidad asociados, parecen razonables, a pesar de ser considerablemente más altos que las proyecciones efectuadas por la Oficina del Censo de los Estados Unidos y las del "Social Security Actuary". Además, mientras que el aumento en la esperanza de vida sufrió una fuerte desaceleración a través del siglo en Estados Unidos, la tendencia en el parámetro variable era lineal; su descenso durante la primera mitad del siglo fue de la misma intensidad que en la segunda mitad. Esta linealidad facilitó enormemente la proyección.

En este artículo, el método de Lee y Carter es aplicado a la mortalidad de ambos sexos combinados en Chile.³ A pesar que los datos de mortalidad disponibles en este país son excepcionalmente buenos en comparación con los de otros países en desarrollo, presentan varios problemas que no se encuentran en Estados Unidos.

En primer lugar, la serie de tiempo de las tasas centrales de mortalidad según edad abarca un tiempo más corto en Chile (1952 a 1987). En segundo término, hubo información que no estuvo disponible para los autores en el momento de efectuar este estudio. Por ejemplo, faltan datos para los años 1955, 1965 y 1970, lo cual interrumpe la serie. Tampoco se dispuso de las muertes de los grupos de edades 0-4 y 1-4 separadamente, sino que se encontraron datos sólo para el grupo 0-4. En tercer lugar, en muchos casos las tasas de mortalidad no se publicaron según edad más allá de los 65 años. Por último, los únicos datos de la distribución según edad de la población disponibles anualmente estaban truncados.

Por todo estos motivos, los datos representan nuevos desafíos al método. En este artículo también se harán sugerencias respecto de algunas formas en las que el método puede ser aplicado a otros países cuyos datos son mucho menos completos que los de Chile.

En Chile, la esperanza de vida en 1952 era de 52 años; en 1987 había subido a 73, es decir, 21 años durante un período de tiempo de 35 años. En Estados Unidos, la esperanza de vida era de 52 años en 1900, pero no fue hasta 1976 que llegó a ser de 73 años, el último valor observado en Chile. Por lo tanto, en Estados Unidos, la esperanza de

³ Para aplicar el método a proyecciones de la mortalidad masculina y femenina, véase Carter y Lee (1992).

vida tardó casi dos veces lo que tardó en Chile en recorrer el mismo rango. Las aplicaciones no difieren mucho entre sí en cuanto a los niveles más bajos de la esperanza de vida, aunque ésta en Estados Unidos es algo mayor que en Chile a finales del período de análisis (75.5 y 72.7, respectivamente).

El método que se utilizó en este estudio es básicamente uno de extrapolación, aunque en nuestra opinión es superior a otros métodos de esta naturaleza. Tales métodos se basan en el supuesto implícito que, de alguna manera, el futuro será como el pasado. Este supuesto puede ser equivocado toda vez que una población podría sufrir una gran catástrofe o podría haber grandes avances inesperados en el campo médico. Tales posibilidades no se desechan, más bien están implícitas en las proyecciones y en los intervalos de probabilidad asociados a las ocurrencias de este tipo en el pasado. No es posible, sin embargo, anticipar discontinuidades históricas abruptas que pudieran tener consecuencias poblacionales de gran magnitud.

EL MODELO

El modelo básico tiene la virtud de ser extremadamente simple. Para la matriz $m_{x,t}$ de tasas centrales de mortalidad del grupo de edades, x , en un período de tiempo, t , el modelo es el siguiente:

$$1. \ln(m_{x,t}) = a_x + k_t b_x + \varepsilon_{x,t}$$

En este modelo, a_x es una constante aditiva específica a cada edad; el conjunto de las a_x describe la forma general del perfil de la mortalidad. El coeficiente b_x describe cómo cambia la situación cuando el parámetro k varía. El parámetro k_t , variable en el tiempo, es una medida del nivel de la mortalidad en el período t . $\varepsilon_{x,t}$ es un término de error con características que se explicarán más adelante. El modelo de la ecuación 1 fue desarrollado en forma independiente por Gómez de León, quien lo aplicó a datos censales mexicanos y noruegos (1990 y notas personales).

Dados los vectores a y b , se puede generar toda una familia de tablas de vida al variar k . Cuando $k = 0$, se origina una tabla de vida donde los logaritmos de las tasas centrales de mortalidad equivalen a a_x . Cuando $k = 1$, se genera una tabla de vida donde los logaritmos de las tasas de mortalidad equivalen a $a_x + b_x$. Al usar valores negativos de k , se originan niveles arbitrariamente bajos de mortalidad, siempre

positivos, mientras que valores positivos de k llevarán a niveles arbitrariamente altos de mortalidad.⁴

Estas tablas de vida podrían considerarse pertenecientes a una familia de tablas de vida modelo, calculadas para ajustar la experiencia de la mortalidad representada por la matriz de datos m , e indexada según el parámetro k , análogo al “nivel” de las tablas modelo de Coale-Demeny.

El procedimiento básico consiste en ajustar un modelo de este tipo para obtener valores de a , b y k . Los valores de k_t forman una serie de tiempo que posteriormente se modela y se proyecta a través de métodos del análisis estadístico de series de tiempo (ARMA o modelación Box-Jenkins). Las proyecciones y los intervalos de confianza para las tasas según edad, junto con otros valores de la tabla de vida, se pueden obtener al insertar dentro de la ecuación 1 los valores proyectados de k_t .

EL CALCULO DE a_x Y b_x

Se acaba de ver que los coeficientes a_x y b_x definen una familia de tablas de vida modelo. En la mayoría de los casos, esta familia de tablas se puede construir usando los datos censales de la población cuya mortalidad se pretende analizar, aun cuando los datos disponibles sean bastante incompletos.

El requisito mínimo para calcular estos valores es dos tablas de vida de una calidad relativamente buena, que representen esperanzas de vida al nacer que difieran en al menos dos o tres años. En el caso de que esto se logre, y después de revisar posibles irregularidades de las curvas de mortalidad, a_x se iguala al logaritmo de las tasas de mortalidad en una tabla, mientras que b_x se calcula como la diferencia entre el logaritmo de las tasas de mortalidad en ambas tablas. A partir de la ecuación 1, sabemos que cuando $k = 0$ esto nos dará como resultado la primera tabla de vida y que cuando $k = 1$, tendremos la segunda. Cuando $0 < k < 1$ podemos originar más tablas de vida a través de una interpolación exponencial entre las dos tablas dadas. Finalmente, cuando k se encuentra fuera de este rango, podemos generar nuevas tablas de vida por extrapolación.

⁴ Las tasas de mortalidad en este modelo no serán acotadas por arriba. En rigor, el modelo debe aplicarse a la fuerza de la mortalidad, lo que no tiene límite superior. En aplicaciones a las tasas centrales de mortalidad, y bajo circunstancias muy especiales y poco comunes, puede ser recomendable imponer una cota superior a 1 a las tasas por medio de la transformación logística, en vez de la logarítmica.

Si no se puede obtener dos tablas de vida adecuadas para este fin, se puede recurrir a tablas de vida modelo de estilo genérico, como por ejemplo las de Coale-Demeny o las de las Naciones Unidas. Se escogen dos tablas de vida que tengan unos años de diferencia entre e_0 y se usan para calcular a_x y b_x de la misma manera anteriormente descrita. Otra solución para este problema consiste en usar tablas de vida de otra población que tenga patrones de mortalidad según edad, similares. En cambio, si sólo se puede lograr una tabla de vida de la población correspondiente, entonces lo más correcto sería tomar a_x como el logaritmo de las tasas centrales de mortalidad de esa tabla e inferir los valores de b_x al diferenciar el logaritmo de las tasas de mortalidad de las dos tablas de vida modelo.

Suponemos que muchas aplicaciones a países del Tercer Mundo tendrían que recurrir a uno de estos procedimientos. En otros países, sin embargo, puede haber una mejor colección de curvas de mortalidad. En Chile, por ejemplo, hay datos disponibles sobre las tasas de mortalidad según edad hasta los 65+ años desde 1952 hasta 1987. En casos como éste, el modelo de la ecuación 1 puede ajustarse a la matriz de las tasas de mortalidad. Un ajuste de mínimos cuadrados no se puede lograr usando regresión ordinaria, dado que el modelo no contiene una variable observada en el lado derecho de la ecuación; en particular, el segundo término es el resultado de dos variables no observadas, k_t y b_x . Es posible obtener una estrecha aproximación a la solución de los mínimos cuadrados al usar métodos de regresión ordinaria,⁵ aunque se puede obtener una solución exacta por medio del primer elemento de la "Singular Value Decomposition", SVD (Wilmoth, 1990). Siempre que haya más de dos curvas de mortalidad disponibles, es recomendable hacer algún cálculo de mínimos cuadrados.

Habría que destacar que los coeficientes en la ecuación 1 no tienen una solución única. Si (a, b, k) constituye una solución, entonces $(a, cb, k/c)$ y $(a-cb, b, k+c)$ también son soluciones. Por lo tanto, debemos disponer de algún sistema conveniente de normalización para los coeficientes. En lo que sigue, los valores de b_x se normalizan para que sumen 1 y los valores de k_t se normalizan para sumar 0. Bajo este sistema de normalización se puede demostrar que a_x equivale a los valores promedio de $\ln(m_{x,t})$.⁶

⁵ Para lograr esto, se usa el método de normalización que sigue, con el fin de calcular a_x para representar los promedios según edad a lo largo del tiempo de los logaritmos naturales de las tasas centrales de mortalidad.

⁶ Obsérvese que esto no es la normalización comúnmente utilizada con SVD.

EL CALCULO DE k_t

A través de uno de los procedimientos recién descritos, podemos obtener valores para a_x y b_x . Si durante esos cálculos fue posible usar una matriz relativamente grande de tasas de mortalidad según edad, como fue el caso en los cálculos para Chile y Estados Unidos, entonces k_t habrá sido calculado simultáneamente a a_x y b_x . Por lo general, estos valores de k_t deben ser descartados y sustituidos por los valores conseguidos a través de uno de los métodos descritos a continuación.

Esto se debe a las razones siguientes: en primer término, las series del total de muertes y de la población total pueden ser más completas y más largas que las de los datos de mortalidad según edad. Por ejemplo, en Estados Unidos, los datos sobre el total de muertes y de la población total tienen series completas desde 1900, mientras que sólo a partir de 1933 están disponibles datos adecuados sobre las tasas de mortalidad según edad. Además, los datos sobre el total de muertes y de la población total están disponibles inmediatamente, mientras que las tasas de mortalidad según edad sólo se publican con dos o tres años de rezago. Por lo tanto, volver a calcular k usando datos más completos puede facilitar una proyección más sólida y más exacta. En segundo lugar, el modelo de la ecuación 1 se ajusta a los logaritmos de las tasas de mortalidad y, por consiguiente, las estimaciones de k_t dan un peso igual a las tasas de mortalidad en edades donde éstas son bajas, como por ejemplo de 10-14 años, que al ajuste en aquellas edades donde las tasas son muy altas, por ejemplo de 70-74 años. En consecuencia, las tasas de mortalidad ajustadas pueden no coincidir con el número total de muertes observadas cuando éstas se aplican a la distribución por edad de la población. Un segundo ajuste garantiza la coherencia con el total de muertes registradas. En tercer lugar, en algunos países el registro del total de muertes puede ser mucho más exhaustivo que el registro de muertes según edad.

En este caso, un segundo ajuste del modelo para hacerlo calzar con el total de muertes observadas puede facilitar un mejor cálculo indirecto de la mortalidad, en el cual la diferencia del número de muertes se distribuye según edad de una manera coherente con los patrones generales de la mortalidad según edad. Finalmente, en muchos casos es posible ampliar el rango de edades a través de cálculos hechos por segunda vez, como veremos a continuación.

Hay al menos tres formas de realizar un nuevo cálculo de k_t . La decisión de cuál usar depende de los datos disponibles. El Método A

requiere una serie de tiempo del total de muertes, junto con una serie completa de la distribución según edad de la población, y que éstas correspondan a los mismos años. Para cada año, se busca el valor (único) de k , el cual, al aplicar la distribución según edad de la población a la curva de mortalidad correspondiente, produce el número exacto de muertes observadas. Es decir, a través de un procedimiento iterativo de búsqueda, encontramos el valor de k_t que nos da una solución a la ecuación:

$$2. D_t = \sum [P_{x,t} \exp(a_x + k_t b_x)].$$

Este método se usó para los Estados Unidos para el período 1900-1989. (Lee y Carter, 1992).

El Método B, desarrollado por Rafael Rofman, se usa cuando no existe una serie completa de la distribución según edad de la población, pero sí una de muertes según edad. El valor de k_t en este caso produce un tamaño de población para cada edad y se obtiene al dividir el número de muertes observadas en cada edad por la tasa de mortalidad según edad derivada de k_t . Al sumar estos valores a través de todas las edades, se consigue el tamaño total de la población derivado de k_t . Se busca el valor de k_t que determina el tamaño observado de la población total en el año t , una vez dada la distribución según edad de las muertes en el año t . Es decir, se busca el valor de k_t que soluciona la siguiente ecuación:

$$3. P_t = \sum [D_{x,t} / \exp(a_x + k_t b_x)].$$

Tal método es el usado en este estudio para los datos de Chile desde 1952 hasta 1987. En el Apéndice se consignan detalles del cálculo y se explican los pasos que deben seguirse para realizar la búsqueda iterativa referida.

El Método C se basa en el principio de “proyección inversa” (Lee, 1985). Se usa cuando hay datos bastante completos de la distribución inicial según edad de la población (para un período de tiempo T) y datos anuales del total de muertes y nacimientos. Este método no sólo calcula k_t (cuando $t > T$), sino también la distribución según edad de la población para cada período de tiempo. El procedimiento es muy simple: se soluciona la ecuación 2 para k_{T+1} usando la distribución inicial según edad $P_{x,T}$, y las muertes y los nacimientos del primer período, D_T y B_T , respectivamente. A continuación, se prepara la tabla de vida derivada de k_{T+1} lo que, junto con B_T , se usa para proyectar $P_{x,T}$ y así obtener $P_{x,T+1}$. Esto lo repetimos para obtener k_{T+2} y $P_{x,T+2}$, y así sucesivamente

hasta cubrir el período total que abarcan los datos de nacimientos y muertes. En un estudio posterior, este método será aplicado a datos chinos entre 1953-1990.

LIMITACIONES DE LOS DATOS Y PROCEDIMIENTOS ADICIONALES

Se sabe que la información de la mortalidad en Chile es de buena calidad por lo cual, para fines de este estudio, se han usado los datos sin ajustar. En algunas ocasiones, sin embargo, los datos son incompletos. Se mencionaron anteriormente las limitaciones de los datos disponibles y, en esta sección, propondremos formas para superar la mayoría de éstas usando el modelo recién descrito (Método B). Los datos de la población y de las muertes según edad provienen de "Demografía" (publicación del INE), desde 1952 hasta 1987. Datos adicionales de mortalidad se obtuvieron de los censos nacionales de 1960, 1970 y 1982. A partir de estos datos, fue posible calcular las tasas centrales de mortalidad para los grupos por edad 0-4, 60-64 y 65+. Sin embargo, no fue posible calcular las tasas de mortalidad para 1955 ó 1965. En estos casos se usó el SVD para ajustar el modelo a las tasas de mortalidad según edad, dando así valores de a_x y b_x junto con valores de k_t desde 1952 hasta 1987, con la excepción de 1955 y 1965.

Quisimos obtener mayor detalle sobre la edad, que lo que mostraban los datos originales. Afortunadamente, fue posible calcular la mortalidad infantil y las tasas de mortalidad de las edades 1-4, 5-9,...,80-84, 85+ para los años censales 1952, 1960, 1970 y 1982. Para aquellos grupos de edades sin el detalle según edad simple (0, 1-4, y los grupos más allá de los 65 años), se empleó una regresión ordinaria de mínimos cuadrados para calcular la ecuación 1, ya que se tenían a mano los primeros cálculos de k_t , obtenidos de la forma anteriormente descrita. Estos primeros valores de k simplemente se consideran como predeterminados.

A continuación, se aplicaron estos nuevos valores de a_x y b_x , procedentes de los grupos de edades adicionales, junto con los valores ya calculados de k_t para cada año calendario a la ecuación 1 para generar valores de mortalidad de los grupos que faltaban. Por consiguiente, se obtuvieron nuevas estimaciones de las tasas de mortalidad según edad para los grupos 0, 1-4, 65-69,...80-84, 85+ para cada año desde 1952 hasta 1987, con la excepción de 1955 y 1965 (para los cuales, en esta etapa, aún no se tienen valores de k).

Según la tabla de vida de 1987, casi la cuarta parte de los nacimientos sobrevivirá hasta los 85 años. Frente a una fuerte caída en la mortalidad, esta proporción podría aumentar dramáticamente (hasta más de 50 por ciento según nuestras proyecciones). Por consiguiente, nos propusimos modelar y proyectar la mortalidad de los grupos mayores de 80-84 años. La categoría abierta de 85+ simplemente era demasiado inclusiva. Para estimar la mortalidad según edad para estas edades avanzadas empleamos un método desarrollado por Coale y Krisker (1987), y Coale y Guo (1989), que involucra una modificación de la curva Gompertz.

En esta modificación, hay una desaceleración en el ritmo al cual aumenta la mortalidad con la edad, tal como se puede observar en poblaciones que tienen datos confiables para estas edades. Basándose en las tasas de mortalidad de cada año para los grupos de edades 75-79 y 80-84, se usó este procedimiento para obtener las tasas de mortalidad según edad de las edades aún mayores, hasta los 105-109 años para todos los años entre 1952 y 1987, con la excepción de 1955 y 1965. Por supuesto que añadir 55 años de tasas de mortalidad a las observadas de 0 a 65 años es una intervención sujeta a bastante incertidumbre. Sin embargo, creemos que esto es más efectivo que restringir nuestro análisis a las tasas de mortalidad hasta la edad de 65 ó 85 años. El usuario puede truncar las tablas de vida en cualquier edad que desee.

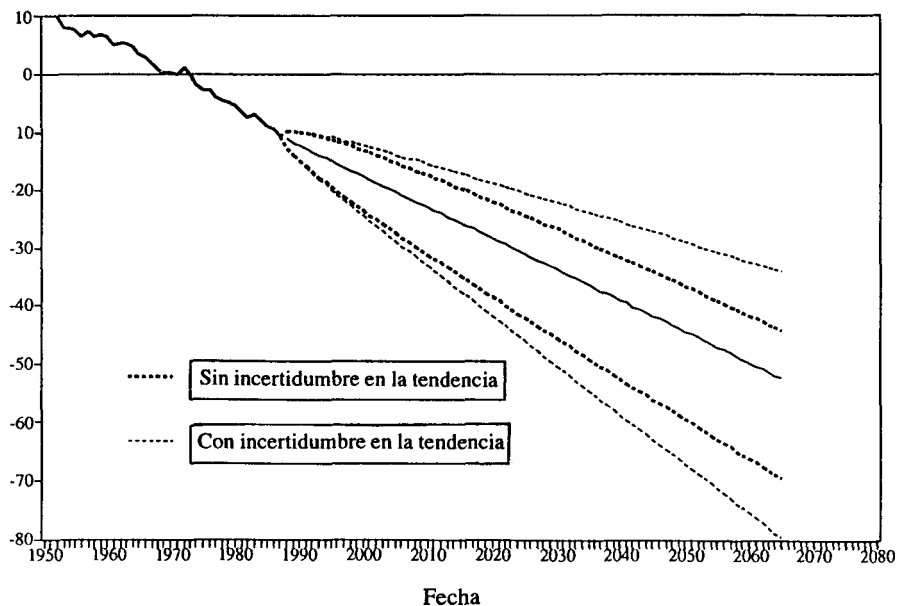
Finalmente, se volvió a calcular k_t usando el Método B anteriormente descrito. Para Chile, se encuentra disponible la distribución por edad de la población anualmente durante el período en consideración pero, en la mayoría de los casos, estas cifras sólo incluyen hasta los 65 y más años de edad. Sin embargo, para cada año disponemos de la distribución según edad de las muertes hasta los 100 años. Usando el Método B, fue posible volver a calcular k_t para cada año desde 1952 hasta 1987. También se podría haber usado el Método C.

EL MODELO AJUSTADO

Las tendencias de mortalidad del pasado están resumidas en el gráfico 1, en el cual la esperanza de vida al nacer (de ambos sexos combinados), calculada a través de los procedimientos recién descritos, está trazada anualmente desde el año 1952. La esperanza de vida ha aumentado dramáticamente, desde 52 a 73 años, o a un ritmo promedio de 0.60 años (=21/35) por año calendario.

**ESPERANZA DE VIDA CON INTERVALOS DE CONFIANZA
DE 95 POR CIENTO, 1952- 2065**

Esperanza de vida (años)

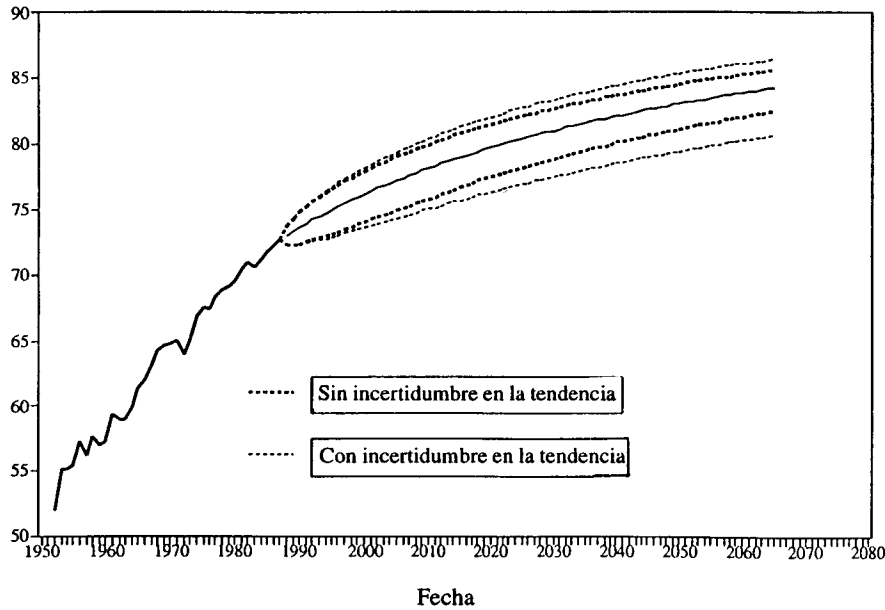


El gráfico 2 muestra la trayectoria temporal de las nuevas estimaciones de k_t desde 1952 hasta 1987. Obsérvese que la tendencia es más o menos lineal, aunque hay algunos indicios de una desaceleración del ritmo de disminución en la segunda mitad del período. La volatilidad de la serie no parece cambiar durante el período. Con el fin de estudiar el problema de la desaceleración versus la disminución lineal, dividamos el período de 35 años en dos partes, tomando 1970 como el año divisor. Desde 1952 hasta 1970, e_0 se incrementó en 12.8 años o, dicho de otra forma, al ritmo anual de 0.71 años. Desde 1970 hasta 1987, aumentó en 8.0 años, o a un ritmo de 0.47 años por año calendario. El ritmo de incremento de e_0 durante la primera mitad del período fue 51 por ciento más acelerado que durante la segunda. Sin embargo, cuando hacemos estos cálculos con los valores de k , encontramos que se redujo un 20 por ciento más rápido durante la segunda mitad del período.

Gráfico 2

**INDICE DE MORTALIDAD CON INTERVALOS DE CONFIANZA
DE 95 POR CIENTO, 1952-2065**

Indice de mortalidad (k)



El cuadro 1 muestra los valores ajustados de a_x y b_x , ampliados de la forma antedicha para incluir la mortalidad infantil y la mortalidad en edades avanzadas durante todo el período considerado. Recuérdese que los b_x reflejan la tasa de declinio exponencial relativa de la mortalidad de los distintos grupos de edades. Las tasas de descenso son mayores en las edades más jóvenes y disminuyen en forma constante al avanzar la edad, con un corto período de inversión entre los 25-40 años.

El gráfico 3 presenta el ajuste dentro de la muestra del modelo de la ecuación 1, con base en los cálculos de a , b , y k , para edades seleccionadas. Evidentemente, el ajuste es bueno.

Las líneas superiores del gráfico 4 ilustran de otra forma las tasas ajustadas y observadas, al mostrar la comparación transversal según edad. De nuevo se nota que el ajuste es bueno. Los trazados de las tasas observadas llegan sólo hasta los 60-64 años dado que no hay datos disponibles para las edades más avanzadas.

Cuadro 1
VALORES AJUSTADOS DE a_x Y b_x PARA 1952-1987

Edad	a_x	b_x
0-1	-2.72821	0.10733
1-4	-5.70969	0.14029
5-9	-7.06995	0.08424
10-14	-7.19694	0.06608
15-19	-6.67445	0.06474
20-24	-6.28906	0.06044
25-29	-6.06870	0.07037
30-34	-5.83055	0.07447
35-39	-5.56345	0.06229
40-44	-5.22681	0.05245
45-49	-4.90195	0.04274
50-54	-4.54912	0.03310
55-59	-4.16759	0.03698
60-64	-3.80889	0.02975
65-69	-2.94406	0.02295
70-74	-2.94406	0.02295
75-79	-2.52324	0.01850
80-84	-2.23171	0.00910
85-89	-1.90859	0.00236
90-94	-1.55389	-0.00172
95-99	-1.16760	-0.00314
100-10	-0.74974	-0.00191
105-11	-0.30028	0.00199

Gráfico 3

**TASAS DE MORTALIDAD OBSERVADAS Y AJUSTADAS
(ESCALA LOGARITMICA), 1952-1987. EDADES SELECCIONADAS**

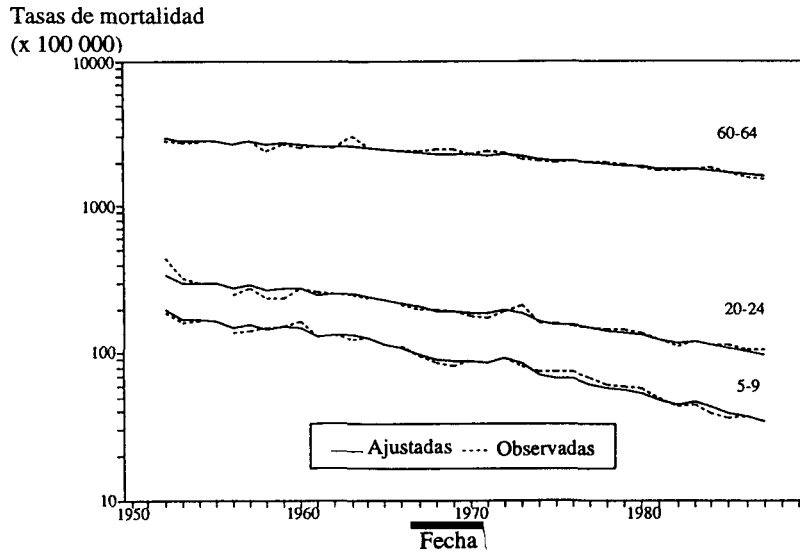
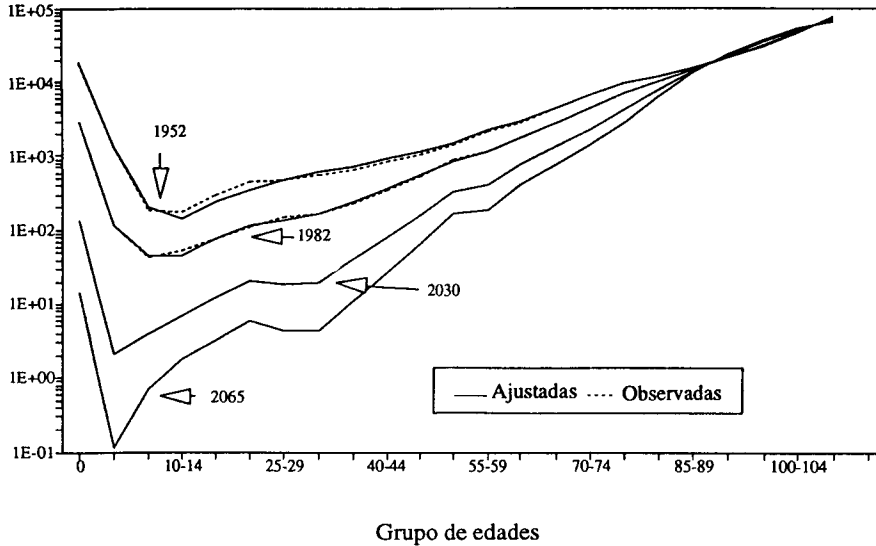


Gráfico 4

**MORTALIDAD SEGUN EDAD, OBSERVADA, AJUSTADA Y PROYECTADA.
FECHAS SELECCIONADAS**

Tasas de mortalidad
según edad (x 100 000)



**PROYECCION DEL INDICE DE
MORTALIDAD, k_t**

El siguiente paso es modelar y proyectar los valores calculados de k como una serie de tiempo. Los procedimientos estándares (Box y Jenkins, 1971) indican que k_t queda bien modelado como un proceso aleatorio con tendencia. Este se calcula de la siguiente forma:

$$4. k_t = -0.5914 + k_{t-1} + u_t \cdot (0.1209)$$

Error estándar de la regresión = 0.7150.

El término constante refleja la tendencia en la mortalidad; mientras mayor sea la constante, más acelerado será el descenso. El término de error, u_t , refleja el grado de incertidumbre de las predicciones del

modelo por causa de “innovaciones”. En los modelos de este tipo, el error aumenta sin límites a medida que se alarga el período de proyección y la influencia de los errores del pasado no disminuye con el tiempo. El modelo ajustado a las series de tiempo estadounidenses por Lee y Carter (1992), fue de este tipo. Está comprobado que este sencillo modelo evita una gran variedad de problemas, tales como la autocorrelación en los residuos, los cambios en la tendencia a través del tiempo, la falta de una proyección adecuada dentro de la muestra, la no-normalidad de los residuos, etc.

Cuando se usa la ecuación 4 para proyectar k se encuentran dos fuentes de error. La primera es el error de innovación, proveniente de ϵ . Cuando k se proyecta desde el período base, T , por s años hasta el momento $T + s$, la varianza del error de la proyección proveniente de u será $s*Var(u)$. Por otro lado, surge otro error debido a que no se conoce la tendencia con certeza. La incertidumbre de la tendencia se mide a través de la varianza (es decir, el error estándar al cuadrado) de la constante. A fines de los s períodos, esto contribuye en $s^2*Var(c)$ a la varianza del error de proyección. Por lo tanto, la varianza total del error de la proyección de k_{T+s} es $[s*Var(u) + s^2*Var(c)]$, y el error estándar es la raíz cuadrada de esta cantidad.

El gráfico 2 traza las proyecciones de k a base de la ecuación 4. En este gráfico se muestran dos grupos de intervalos de probabilidad de 95 por ciento. El primero refleja la incertidumbre que surge del error de innovación. El segundo refleja la incertidumbre combinada del error de innovación u y del cálculo de la tendencia. Es evidente que la inclusión de incertidumbre en la tendencia amplía los intervalos de confianza substancialmente.

Por lo general, no se recomienda proyectar mucho más allá de la mitad del período de muestra, que en este caso sería tan sólo 18 años. Sin embargo, aquí la proyección abarca más del doble del período de muestra, lo que nos hace recordar la fragilidad de las proyecciones. Tomar en cuenta la incertidumbre proyectada proveniente del error en el cálculo de la tendencia es un buen comienzo en este sentido.

PROYECCION DE LAS TASAS DE MORTALIDAD

El paso siguiente es usar estas proyecciones de k , junto con los valores estimados de a y b , para calcular las proyecciones de todas las tasas centrales de mortalidad según edad por cada año del período proyectado.

También es posible calcular el límite de probabilidad superior e inferior del intervalo de 95 por ciento a base de aquellos calculados en la proyección de k .

El cuadro 2 muestra las proyecciones puntuales de las tasas centrales de mortalidad en intervalos de diez años desde 1990 hasta 2065.

El gráfico 5 traza las proyecciones de tasas seleccionadas de este cuadro, y dado que esto se hace sobre una escala logarítmica, las pendientes de las líneas representan las tasas de descenso. De acuerdo con la discusión anterior sobre el cálculo de los b_x , puede observarse que las tasas se reducen más rápidamente en edades más jóvenes, con la excepción del grupo de 30-34 años. El perfil transversal de la mortalidad se encuentra en el gráfico 4. Extrañamente, resalta una característica poco plausible: se proyecta que las tasas de mortalidad del grupo 1-4 declinarán más aceleradamente que cualquier otro grupo, alcanzando los niveles más bajos en forma notoria. Esto no corresponde a los patrones observados en aquellas poblaciones que actualmente tienen muy bajos niveles de mortalidad.

También se manifiesta otra peculiaridad: la doble intersección de las tasas de mortalidad en edades muy avanzadas, la primera vez en el grupo de 90-94 años y la segunda en el de 100-104. Esta anomalía a veces se produce al usar el método Coale-Guo, como se puede comprobar revisando algunas de sus Tablas de Vida Modelo Oeste (Coale y Guo, 1989).⁷ Habría que prestar atención, además, al hecho que se proyecta que algunas tasas de mortalidad caerán a niveles bajísimos para el año 2065. Por ejemplo, se proyecta que la tasa para el grupo 1-4 será de 1 en cada millón en ese año, y que la del grupo 5-9 será de 7 en cada millón, lo que no es muy creíble. Sin embargo, las tasas para las edades más jóvenes contribuyen relativamente poco a los altos niveles de esperanza de vida previstos. En la actualidad, cerca de un 97 por ciento de nacimientos sobrevive hasta los 25 años y no es inverosímil suponer que este porcentaje aumentará a 99 por ciento para el año 2010. Si este porcentaje se incrementara solamente a 99.50 en vez del 99.93 proyectado para el año 2065, ello restaría sólo 0.36 años de la proyección de e_0 .⁸

⁷ El usuario puede preferir truncar las tablas de vida a los 85 años, descartando así la extrapolación de Coale y Guo. Otra solución sería cerrar las tablas de vida a los 85 años a través de una extrapolación estándar Gompertz, en vez de usar el método Coale-Guo.

⁸ Se calcula de la siguiente forma: $0.995 - 0.99927 = -0.00427$. Supóngase que todas las muertes de las edades más jóvenes ocurren a la edad 0. De esta forma, la esperanza de vida se reduciría en: $(0.00427/0.99927) * 84.19 \text{ años} = 0.36 \text{ años}$.

Cuadro 2

**PROYECCIONES DE LAS TASAS DE MORTALIDAD SEGUN EDAD
POR CADA 100 000 HABITANTES EN INTERVALOS
DE DIEZ AÑOS, 1990-2065**

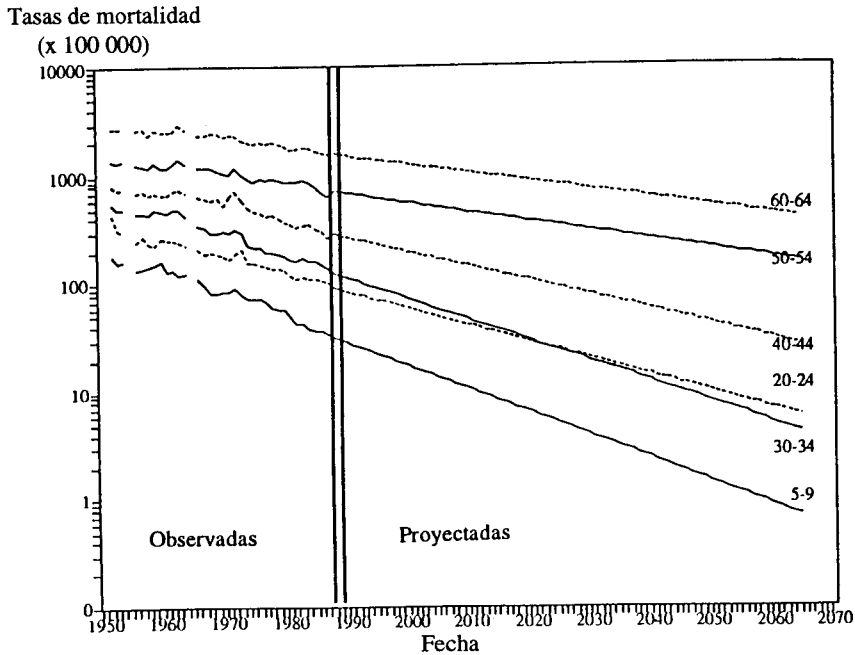
Grupo de edades	1990	2000	2010	2020	2030	2040	2050	2065
0-1	1 710.88	906.92	480.76	254.84	135.09	71.61	37.96	14.65
1-4	57.50	25.08	10.94	4.77	2.08	0.91	0.40	0.11
5-9	29.70	18.05	10.97	6.66	4.05	2.46	1.50	0.71
10-14	32.82	22.20	15.02	10.16	6.88	4.65	3.15	1.75
15-19	56.28	38.38	26.17	17.85	12.17	8.30	5.66	3.19
20-24	87.29	61.06	42.71	29.87	20.89	14.61	10.22	5.98
25-29	96.13	63.41	41.82	27.59	18.20	12.00	7.92	4.24
30-34	115.89	74.61	48.03	30.92	19.91	12.82	8.25	4.26
35-39	176.24	121.94	84.37	58.37	40.39	27.94	19.33	11.13
40-44	279.04	204.63	150.06	110.04	80.70	59.18	43.40	27.25
45-49	435.89	338.54	262.93	204.21	158.60	123.18	95.67	65.48
50-54	699.60	575.21	472.94	388.85	319.71	262.87	216.13	161.13
55-59	976.16	784.40	630.32	506.50	407.00	327.05	262.81	189.31
60-64	1 529.34	1 282.61	1 075.68	902.14	756.59	634.53	532.16	408.72
65-69	2 431.79	2 077.82	1 775.38	1 516.96	1 296.15	1 107.49	946.28	747.39
70-74	3 953.38	3 451.62	3 013.55	2 631.07	2 297.13	2 005.58	1 751.03	1 428.49
75-79	6 365.70	5 705.90	5 114.49	4 584.38	4 109.21	3 683.30	3 301.53	2 801.77
80-84	9 581.43	9 079.32	8 603.53	8 152.67	7 725.43	7 320.59	6 936.96	6 398.88
85-89	14 398.33	14 198.75	14 001.93	13 807.84	13 616.44	13 427.69	13 241.56	12 967.19
90-94	21 601.86	21 822.95	22 046.30	22 271.94	22 499.89	22 730.17	22 962.81	23 316.24
95-99	32 356.78	32 964.11	33 582.83	34 213.17	34 855.34	35 509.56	36 176.06	37 199.34
100-105	48 387.82	48 936.75	49 491.89	50 053.34	50 621.16	51 195.41	51 776.19	52 659.72
105+	72 244.26	71 399.45	70 564.54	69 739.38	68 923.87	68 117.91	67 321.36	66 143.97

Una vez que las tasas de mortalidad según edad junto con los intervalos de probabilidad correspondientes hayan sido proyectados para cada año, se puede proceder a calcular las tablas de vida. El cuadro 3 muestra las cifras proyectadas de los sobrevivientes hasta cada edad (es decir, valores de l_x), de cada 100 000 nacimientos. En él se proyecta que la proporción que sobrevive hasta los 65 años aumentará desde 0.76 en 1990 a 0.94 para el año 2065, y que la proporción que sobrevive hasta los 85 crecerá de 0.24 a 0.54.

La incertidumbre de las proyecciones de las tasas de mortalidad proviene de la incertidumbre de las proyecciones de k . Sin embargo, existen fuentes de error adicionales que surgen de fallas en el ajuste del modelo en cada edad ($\epsilon_{x,t}$ de la ecuación 1) y de errores de estimación de los coeficientes a_x y b_x . Estas fuentes de error adicionales son analizadas

Gráfico 5

TASAS DE MORTALIDAD SEGUN EDAD, OBSERVADAS Y PROYECTADAS. EDADES SELECCIONADAS



en Lee y Carter (1992, Apéndice 2). Su influencia puede ser importante durante las primeras dos décadas de la proyección, pero más adelante se vuelve insignificante frente a la influencia de los errores provenientes de la proyección de k .

En lo que sigue, se ignoran todos los tipos de errores que no sean aquellos provenientes de la proyección de k . Esto simplifica mucho la estructura de error de la proyección, dado que los errores en $\ln(m_{x,t})$ en cada edad están perfectamente correlacionados uno con el otro a través del tiempo. Ello se debe a que todos los valores proyectados de $\ln(m_{x,t})$ son funciones lineales de k y de los errores de k . Es por esta razón que los intervalos de probabilidad para todas las medidas de las tablas de vida, tales como l_x y e_x , pueden calcularse a partir de los límites superiores o inferiores del intervalo de confianza de las tasas de mortalidad individuales. Los errores no se cancelan al combinar tasas de mortalidad según edad, ya que todos ellos tienen una correlación de 1.

Cuadro 3

**PROYECCIONES DEL NUMERO DE SOBREVIVIENTES
A EDADES EXACTAS DE CADA 100 000
NACIMIENTOS EN INTERVALOS
DE DIEZ AÑOS, 1990-2065**

Año	1990	2000	2010	2020	2030	2040	2050	2065
0	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000
1	98 397	99 143	99 544	99 758	99 871	99 932	99 964	99 986
5	98 176	99 046	99 501	99 739	99 863	99 928	99 962	99 986
10	98 030	98 956	99 446	99 706	99 843	99 916	99 955	99 982
15	97 869	98 847	99 372	99 655	99 809	99 893	99 939	99 973
20	97 594	98 657	99 242	99 566	99 748	99 851	99 911	99 957
25	97 169	98 356	99 030	99 418	99 644	99 778	99 860	99 927
30	96 703	98 045	98 823	99 280	99 553	99 718	99 820	99 906
35	96 144	97 680	98 586	99 127	99 454	99 655	99 779	99 885
40	95 300	97 086	98 171	98 838	99 253	99 515	99 683	99 829
45	93 979	96 097	97 437	98 296	98 854	99 221	99 467	99 693
50	91 952	94 483	96 164	97 297	98 073	98 612	98 992	99 368
55	88 786	91 802	93 914	95 422	96 516	97 324	97 927	98 570
60	84 549	88 265	90 997	93 033	94 571	95 744	96 648	97 641
65	78 306	82 769	86 222	88 923	91 055	92 750	94 108	95 664
70	69 300	74 569	78 873	82 409	85 326	87 743	89 751	92 150
75	56 782	62 675	67 779	72 200	76 028	79 339	82 202	85 781
80	41 136	46 965	52 348	57 290	61 803	65 905	69 617	74 509
85	25 245	29 583	33 796	37 858	41 750	45 460	48 977	53 886
90	12 037	14 255	16 455	18 623	20 746	22 815	24 822	27 708
95	3 901	4 565	5 206	5 819	6 403	6 953	7 470	8 179
100	697	788	867	936	993	1 038	1 074	1 109
105	49	54	57	60	61	62	62	60
110	0	0	0	0	0	0	0	0

**PROYECCION DE LA ESPERANZA
DE VIDA**

También se puede derivar proyecciones de la esperanza de vida, tales como las que se encuentran en el cuadro 4. Se proyecta que e_0 aumentará desde 72.7 en 1987 a 84.2 en el año 2065. Las proyecciones de e_0 para los Estados Unidos son de 86.1 años en 2065, usando el mismo método. El gráfico 1 muestra las proyecciones de e_0 junto con los intervalos de probabilidad asociados, de lo cual hay varios puntos por destacar.

Cuadro 4

**PROYECCIONES DE LA ESPERANZA DE VIDA RESTANTE
A EDADES EXACTAS EN INTERVALOS DE
DIEZ AÑOS, 1990-2065**

Año	1990	2000	2010	2020	2030	2040	2050	2065
0	73.65	76.16	78.10	79.67	80.96	82.06	83.00	84.19
1	73.84	75.81	77.46	78.86	80.07	81.12	82.03	83.20
5	70.01	71.89	73.49	74.88	76.08	77.12	78.03	79.20
10	65.11	66.95	68.53	69.90	71.09	72.13	73.04	74.20
15	60.21	62.02	63.58	64.94	66.11	67.14	68.05	69.21
20	55.37	57.14	58.66	59.99	61.15	62.17	63.07	64.22
25	50.60	52.30	53.78	55.08	56.21	57.21	58.10	59.24
30	45.84	47.46	48.89	50.15	51.26	52.25	53.12	54.25
35	41.09	42.63	44.00	45.22	46.31	47.28	48.14	49.26
40	36.43	37.87	39.17	40.35	41.40	42.34	43.18	44.29
45	31.90	33.23	34.45	35.55	36.55	37.46	38.27	39.34
50	27.54	28.75	29.87	30.89	31.82	32.67	33.44	34.46
55	23.43	24.52	25.52	26.45	27.29	28.07	28.78	29.72
60	19.47	20.39	21.25	22.06	22.80	23.49	24.12	24.98
65	15.81	16.57	17.28	17.95	18.57	19.16	19.70	20.44
70	12.53	13.10	13.64	14.16	14.64	15.09	15.52	16.11
75	9.71	10.08	10.44	10.78	11.10	11.41	11.70	12.10
80	7.44	7.60	7.75	7.90	8.04	8.18	8.32	8.51
85	5.56	5.59	5.62	5.65	5.67	5.70	5.72	5.76
90	4.06	4.03	4.00	3.97	3.94	3.91	3.89	3.84
95	2.85	2.81	2.76	2.72	2.68	2.64	2.60	2.54
100	1.70	1.65	1.59	1.54	1.48	1.42	1.35	1.25
105	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

En primer lugar, se proyecta que habrá una fuerte desaceleración en la tasa de aumento de e_0 . A lo largo del período base, e_0 aumentó en 0.66 años por cada año calendario. Durante el período proyectado, se incrementa tan sólo en 0.15 años por año calendario. No se prevé una desaceleración en el descenso de la mortalidad y la mantención de la misma tasa de declinio de la mortalidad significa, irremediamente, una desaceleración de la tasa de incremento de e_0 . El método de proyección, con k_t modelado como un proceso aleatorio con tendencia, hace que se mantenga constante la tasa de declinio de la mortalidad de cada edad a lo largo del período de proyección y que ésta sea igual a la del período de muestra. Sin embargo, la entropía descendente de la

tabla de vida hace que cada reducción porcentual en las tasas de mortalidad según edad se traduzca en incrementos de e_0 progresivamente más pequeños. Compárese esto con la proyección directa de la esperanza de vida. Si se hubiera hecho nada más que extrapolar la tasa de crecimiento de e_0 en 0.60 por año a través del período 1987 y 2065, resultaría que e_0 aumentaría en 46.8 años, es decir, *sería de 119.5 años*.

En segundo lugar, se puede apreciar que el intervalo de confianza sin incertidumbre en la tendencia de hecho se estrecha a través del tiempo. De nuevo, esto se debe al descenso en la entropía. El intervalo de confianza correspondiente a k , del cual se derivan estos intervalos de confianza sin incertidumbre en la tendencia, no se angosta. También se puede observar que cuando se incorpora incertidumbre en la tendencia a los intervalos de confianza, éstos cesan de angostarse y se ensanchan monótonicamente.

En tercer lugar, se observa que la incertidumbre hacia abajo es mucho mayor que hacia arriba, lo cual nuevamente se debe al descenso en la entropía. El intervalo de confianza al 95 por ciento para el año 2065, incluyendo incertidumbre en la tendencia, es de 83.7 más 2.7 años, o menos 4.7.

El cuadro 6 compara estas proyecciones con las de las Naciones Unidas y las del Banco Mundial. Las Naciones Unidas proyecta que la esperanza de vida aumentará de 71.5 en 1985-1989 a 74.6 en 2020-2024, es decir, en 3.1 años. Antes de revisar sus proyecciones, el Banco Mundial anticipaba un aumento ligeramente mayor que las Naciones Unidas, de 3.5 años hasta llegar a 75.1 (Vu, Bos y Bulato, 1988: 173). Desde entonces, el Banco Mundial ha revisado sus proyecciones y ahora son muy parecidas a las de este artículo, como se puede observar en el cuadro 6.

Nuestras proyecciones indican un aumento de 7.2 años hasta llegar a 79.9 en el período 2020-2024, más del doble de la proyección de las Naciones Unidas. La cota inferior del intervalo de 95 por ciento de nuestra proyección es de 76.5 para 2020-2024 (con incertidumbre en la tendencia incluida), que es aún sustancialmente mayor que la proyección de las Naciones Unidas. La diferencia entre nuestras proyecciones y las de las Naciones Unidas es lo suficientemente grande como para afectar significativamente la proyección del crecimiento de la población en edad avanzada. La relación estrecha entre las nuevas proyecciones de este artículo y las del Banco Mundial se mantiene hasta el final del período proyectado, es decir, hasta 2060-2064.

Cuadro 5

**PROYECCIONES DE LA ESPERANZA DE VIDA AL NACER, CON
INTERVALOS DE CONFIANZA Y SIN INCERTIDUMBRE
EN LA TENDENCIA**

Año	e_0	Sin incertidumbre		Con incertidumbre	
		Inferior	Superior	Inferior	Superior
1990	73.6	72.4	74.8	72.3	74.8
1995	75.0	73.1	76.6	72.9	76.7
2000	76.2	74.0	77.9	73.6	78.1
2005	77.2	74.9	79.0	74.3	79.3
2010	78.1	75.8	79.9	75.0	80.3
2015	78.9	76.6	80.7	75.7	81.2
2020	79.7	77.4	81.4	76.3	82.0
2025	80.3	78.1	82.1	76.9	82.7
2030	81.0	78.8	82.6	77.4	83.3
2035	81.5	79.4	83.2	78.0	83.9
2040	82.1	80.0	83.6	78.5	84.4
2045	82.5	80.5	84.1	78.9	84.9
2050	83.0	81.1	84.5	79.4	85.3
2055	83.4	81.5	84.9	79.8	85.7
2060	83.8	82.0	85.2	80.2	86.0
2065	84.2	82.4	85.5	80.6	86.4

Cuadro 6

**COMPARACION ENTRE LAS NUEVAS PROYECCIONES DE
ESPERANZA DE VIDA CON LAS DE LAS NACIONES
UNIDAS Y EL BANCO MUNDIAL**

Fecha	Nuevas proyecciones	Proyecciones de las Naciones Unidas	Proyecciones del Banco Mundial
1985-1989	71.5	71.5	71.5
1990-1994	73.3	72.1	72.3
1995-1999	74.5	72.5	73.3
2000-1904	75.7	73.0	74.4
2005-1909	76.7	73.4	75.3
2010-1914	77.6	73.8	76.3
2015-1919	78.4	74.2	77.3
2020-1924	79.1	74.6	78.4
2040-1944	82.3	n.a.	81.4
2060-1964	84.0	n.a.	83.2

Nota: Las proyecciones de las Naciones Unidas provienen de *World Population Prospects as Assessed in 1990* (Naciones Unidas, 1991, pp. 353). Las proyecciones más recientes del Banco Mundial fueron proporcionadas por Rodolfo Bulatao de archivos sin publicar.

CONCLUSION

Somos de la opinión que esta síntesis de técnicas estadísticas de series de tiempo y modelos demográficos tiene grandes ventajas. A través de un modelo simple de la estructura de la mortalidad según edad de un país dado, se puede rellenar vacíos en los datos de edad y de períodos de tiempo de dicho país. Este modelo también sirve, en algunos casos, para ajustar el subregistro y también para proyectar la mortalidad en el futuro lejano. Son obvias las ventajas de solucionar estos problemas dentro de una estructura estadística-demográfica integrada. El patrón de la mortalidad según edad se proyecta junto con su nivel, en vez de ser asignado de una tabla de vida modelo. No es necesario aferrarse al supuesto de un límite superior arbitrario para e_0 , como tampoco lo es modelar su desaceleración explícitamente. Se proyecta un intervalo de probabilidad en vez de un punto específico solamente. Modelos y proyecciones de este tipo puede usarse como un componente de una matriz de Leslie estocástica que, a su vez, puede utilizarse para generar proyecciones de la población totalmente estocásticas (Lee y Tuljapurkar, 1992).

El método y su aplicación expuesto aquí también tiene inconvenientes. Nuestras proyecciones se basan en el supuesto implícito que dado que las tasas de mortalidad bajaron a un ritmo constante entre 1952 y 1987, esta tendencia seguirá en el futuro. En cierto sentido, esta proposición puede ser considerada como bastante débil. Sabemos que el período de caídas en las tasas de mortalidad debe ser históricamente atípica en todas las poblaciones. Además, los intervalos de probabilidad asociados a las proyecciones (gráfico 1) parecen ser demasiado estrechos y no reflejan la incertidumbre sobre la especificación escogida para el modelo ni sobre la posibilidad de una discontinuidad estructural en el futuro. Sin embargo, creemos que las proyecciones a largo plazo basadas en una cuidadosa y detallada extrapolación de las tendencias son útiles.

Proyectamos que la esperanza de vida al nacer aumentará desde 72.2 en 1987 a 84.2 en el año 2065. Utilizando la columna " T_x " de la tabla de vida, calculamos que de este aumento en la duración de la vida, 67 por ciento, o dos tercios, ocurrirá a partir de los 65 años, cuando la persona promedio alargará su vida en 7.33 años. Esto es absolutamente típico de cambios en la mortalidad cuando ya es de niveles muy bajos.

Estas adiciones en aquellas edades que actualmente se viven como jubilados conducen a problemas económicos y sociales bien conocidos.

BIBLIOGRAFIA

- Box, G.E.P. y G.M. Jenkins (1976), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, edición revisada, San Francisco. Ed. Holden Day.
- Bulatao, Rodolfo A. (1992), Apuntes personales sobre las últimas proyecciones de mortalidad en Chile del Banco Mundial.
- Bulatao, Rodolfo A. y Eduard Bos con Patience W. Stephens y My T. Vu (1989), *Projecting Mortality for all Countries*, WPS 337, El Banco Mundial.
- Carter, Lawrence y Ronald Lee (1992), *Modeling and Forecasting Sex Differences in US Mortality*, Working Paper, University of Oregon, Departamento de Sociología.
- Coale, Ansley J. y Edgar M. Hoover (1958), *Population Growth and Economic Development*, Princeton, N. J., Princeton University Press.
- Coale, Ansley y Guang Guo (1989), "Revised Regional Model Life Tables at Very Low Levels of Mortality", *Population Index*, Vol. 55, Nº 4, pp. 613-643.
- Coale, Ansley y Ellen E. Kisker (1987), *Defects in Data on Old Age Mortality in the United States: New Procedures for Calculating Approximately Accurate Mortality Schedules and Life Tables at the Highest Ages*, Manuscrito sin publicar de la Office of Population Research, Princeton University.
- Dirección de Estadística y Censos (1965), *XIII Censo de la Población, 29 de Noviembre de 1960. Serie A. Resumen del país*, Santiago de Chile.
- Instituto Nacional de Estadísticas (1987), *XV Censo de Población y IV de Vivienda (1982): Resultados Definitivos del XV Censo de Población*, Santiago de Chile.
- (1977), *XIV Censo de Población y III de Vivienda (1970): Resultados Definitivos del XIV Censo de Población*, Santiago de Chile.
- (1952 a 1987), *Demografía*, Santiago de Chile. (Nota: ediciones entre 1952 y 1967 fueron publicadas por la Dirección de Estadística y Censos).
- Gómez de León, José (1990), *Empirical DEA Models to Fit and Project Time Series of Age-Specific Mortality Rates*, manuscrito sin publicar.
- Keyfitz, Nathan (1977), *Applied Mathematical Demography*, (Wiley).
- Lee, Ronald D. (1991), "Longrun Global Population Forecasts: A Critical Appraisal", en Michael Bernstam and Kingsley Davis, eds. *Resources, Environment, and Population: Present Knowledge, Future Options*, edición especial de Population and Development Review, pp. 44-71.
- (1985), "Inverse Projection and Back Projection: Comparative Results and Sensitivity Tests for England", *Population Studies*, (julio), pp. 233-248.
- Lee, Ronald D. y Lawrence Carter (1992), "Modeling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality", *Journal of the American Statistical Association*.
- Lee, Ronald D. y Shripad Tuljapurkar (1992), *Stochastic Population Projections for the U.S.: Beyond High, Medium and Low*, versión revisada de un documento presentado en el Annual Meetings of the Population Association of America, en 1991.
- Naciones Unidas (1991), *World Population Prospects As Assessed in 1990*, ST/ESA/SER.A/120.
- Rogers, Andrei (1986), "Parameterized Multistate Population Dynamics and Projections", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 81, Nº 393, pp. 48-61.
- Vu, My T., Eduardo Bos y Rodolfo A. Bulatao (1988), *Latin America and the Caribbean Region Population Projections*, edición 1988-89. (Working Paper del Banco Mundial, Departamento de Población, Salud y Nutrición).
- Wilmoth, John R. (1990), "Variation in Vital Rates by Age, Period, and Cohort" en Clogg, C.C. (ed.), *Sociological Methodology*, Oxford: Basil Blackwell, Vol. 20, pp. 295-335.

APENDICE

EL CALCULO DE k

Dado que la ecuación 3 es altamente no-lineal en k_t , es necesario encontrar este último a través de una búsqueda iterativa. La manera más fácil de lograrlo es programando una rutina de búsqueda, pero para aquellos que no se sienten a gusto escribiendo programas en computadora, es posible usar una planilla de cálculo para lograr cálculos satisfactorios. Algunas de las más recientes planillas de cálculo vienen con rutinas incorporadas que realizan exactamente los mismos procedimientos de búsqueda que se requieren para efectuar estos cálculos. Si no hubiera acceso a una rutina de búsqueda, debería ser posible calcular k a través de métodos gráficos, desplegando los resultados de los cálculos de la planilla. La siguiente descripción sirve para cualquiera de estas opciones.

En primer lugar, se escoge un valor de k_t que se estima aproximado al valor real (desconocido). En aquellos casos donde a_x y b_x se calcularon a través del método SVD, o el método alternativo descrito en la nota 5, se puede usar los valores de k_t que surgen de ellos como valores iniciales para este cálculo; al incorporar estos valores en la ecuación 3 éstos se modificarán ligeramente. De todos modos, una vez que se ha calculado el primer valor de k_t (en este caso para 1952), es posible hacer una aproximación bastante exacta de k_{t+1} a partir de él, sobre todo cuando ya se ha establecido la tendencia general de k . Con este primer valor aproximado de k_t , se calcula el grupo entero de las tasas de mortalidad según edad derivadas de él, mediante el uso de a_x , b_x y la expresión $[m_{(x,t)} = \exp(a_x + b_x * k_t)]$. En seguida, estas tasas se dividen por el número correspondiente de muertes del mismo año en esa misma edad. Al sumar los valores resultantes, obtenemos una estimación del tamaño de la población derivada del primer valor aproximado de k_t . El siguiente paso es comparar esta cifra, llamémosla $P_t(k)$, con el tamaño observado de la población en el año correspondiente. Si $P_t(k)$ es mayor que el tamaño observado de la población, significa que las tasas de mortalidad derivadas eran demasiado bajas.

Dado que un valor menor (o más negativo) de k produce tasas de mortalidad más bajas, el verdadero valor de k debe ser mayor de lo que se había estimado inicialmente (o al revés en el caso que $P_t(k)$ sea menor que el tamaño observado de la población). Por lo tanto, hay que volver a calcular $P_t(k)$ usando un valor mayor (o más negativo) de k .

Idealmente, el nuevo valor aproximado de k llevará esta vez a una estimación del tamaño de la población menor que el tamaño observado. A continuación, se trazan los dos valores de $P_t(k)$ como funciones de los dos valores de k , y se conectan por medio de una recta. Finalmente, se identifica el valor de k correspondiente al tamaño observado de la población, de acuerdo al Método B (se puede usar un procedimiento muy similar para el Método A). Con unas cuantas pruebas se puede llegar a distinguir si la relación entre $P_t(k)$ y k es lo suficientemente lineal como para ser aceptable. Si se estima que hay demasiada curvatura, entonces habrá que trazar tres o cuatro valores en vez de dos.

Año	Valor calculado de k
1952	9.987
1953	7.943
1954	7.984
1955	7.808
1956	6.606
1957	7.260
1958	6.319
1959	6.754
1960	6.518
1961	4.959
1962	5.278
1963	5.312
1964	4.619
1965	3.382
1966	2.813
1967	1.698
1968	0.748
1969	0.304
1970	0.257
1971	-0.020
1972	1.071
1973	-0.066
1974	-1.973
1975	-2.825
1976	-2.661
1977	-3.919
1978	-4.559
1979	-4.880
1980	-5.549
1981	-6.739
1982	-7.570
1983	-7.088
1984	-8.057
1985	-9.115
1986	-9.783

